

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

QARSHI MUHANDISLIK IQTISODIYOT INSTITUTI

“Oliy matematika” kafedrası

**Mavzu: Aniq integralning fizika masalalarini yechishga
tatbiqlari**

REFERAT

Bajardi:

OOT-184 guruh talabasi

Rubdillayev Baxrid

Qabul qildi:

katta o'qituvchi E. O.Tufliyev

Reja:

- 1. O'zgaruvchan tezlikka ega nuqtaning bosib o'tgan yo'li**
- 2. O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi**
- 3. Suyuqlikning bosim kuchini hisoblash**
- 4. Kinetik energiya**

1.O'zgaruvchan tezlikka ega nuqtaning bosib o'tgan yo'li

Aniq integralning geometriya va mexanikaga tatbiqlarida ko'rdikki u yoki bu masalalarni yechish uchun berilgan geometrik figura n ta ixtiyoriy qismlarga ajratilib qo'yilgan masala avval figuraning bitta qismi (elementar bo'lagi) uchun hal etiladi. Keyin olingan natijani jamlab integral yig'indi tuziladi. Integral yig'indida limitga o'tilsa qo'yilgan masalani yechish uchun aniq formula chiqariladi.

Bundan buyon fizika masalalarini yechishda ham shu usuldan foydalanamiz.

Faraz qilaylik nuqta o'zgaruvchan v tezlik bilan to'g'ri chiziqli harakat qilayotgan bo'lsin. v tezlik t vaqtning ma'lum funksiyasi, ya'ni $v=f(t)$ bo'lsin. Nuqtani vaqtning t_0 paytidan T paytigacha bosib o'tgan yo'lini aniqlash talab etilsin. $[t_0, T]$ oraliqni n ta ixtiyoriy $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{i-1}, t_i], \dots, [t_{n-1}, t_n]$ ($t_n=T$) qismlarga ajratamiz. Har bir $[t_{i-1}, t_i]$ ($i=\overline{1, n}$) bo'lakda ixtiyoriy z_i nuqta olib bu oraliqda nuqtaning tezligi o'zgarmas va u $f(z_i)$ ga teng deb faraz qilamiz. U holda nuqtaning $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ vaqt oralig'ida bosib o'tgan yo'li ΔS_i taqriban $f(z_i) \Delta t_i$ ga teng bo'lishi ayon. Nuqtaning butun $[t_0, T]$ oraliqda o'tgan yo'li

$$S \approx \sum_{i=1}^n f(z_i) \Delta t_i$$

bo'ladi. Bu yig'indi $[t_0, T]$ kesmada $f(t)$ funksiya uchun integral yig'indi ekanligini hisobga olib oxirgi taqribiy tenglikda $\max \Delta t_i \rightarrow 0$ da limitga o'tsak

$$S = \int_{t_0}^T v(t)dt = \int_{t_0}^T f(t)dt \quad (1.1)$$

kelib chiqadi. Bu $[t_0, T]$ vaqt oralig'ida nuqtaning bosib o'tgan yo'lini topish formulasidir.

Eslatma. $[t_0, T]$ oraliqda o'zgarmas v tezlik bilan to'g'ri chiziqli harakat qilayotgan nuqtaning shu vaqt oralig'ida bosib o'tgan yo'li

$$S = v(T - t_0)$$

kabi aniqlanishi maktab kursidan ma'lum.

1-misol. Nuqtaning tezligi $v = (3t^2 + 2t + 1)$ m/s ga teng. Harakat boshlangandan so'ng o'tgan $t = 10$ s ichida nuqta bosib o'tgan S yo'lini toping.

Yechish. Shartga ko'ra $f(t) = 3t^2 + 2t + 1$, $t_0 = 0$, $T = 10$.
(1.1) formulaga binoan

$$S = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt = (t^3 + t^2 + t) \Big|_0^{10} = 1110(m).$$

2-misol. Nuqtaning tezligi $v = (9t^2 - 8t)$ m/s ga teng. Nuqtaning 4-
sekundda bosib o'tgan S yo'lini toping.

Yechish. Shartga ko'ra $f(t) = 9t^2 - 8t$, $t_0 = 3$, $T = 4$.

Demak,

$$S = \int_3^4 (9t^2 - 8t)dt = \left(9 \cdot \frac{t^3}{3} - 8 \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_3^4 = (3t^3 - 4t^2) \Big|_3^4 = 83(m).$$

3-misol. Nuqtaning tezligi $v = (12t - 3t^2)$ m/s ga teng. Nuqtaning harakat boshlanganidan uning to'xtagunicha o'tgan vaqt oralig'ida bosib o'tgan S yo'li topilsin.

Yechish. Nuqtaning tezligi harakat boshlangunicha va nuqta to'xtaganida nolga tengligini hisobga olib $12t - 3t^2 = 0$ yoki $t(4 - t) = 0$ tenglamani yechib $t_0 = 0, t = 4$ ekanini topamiz.

Demak,

$$S = \int_0^4 (12t - 3t^2) dt = (6t^2 - t^3) \Big|_0^4 = 32(m)$$

4-misol. Jism yer sathidan yuqoriga vertikal yo'nalishda $v=(39,2-9,8t)$ m/s tezlik bilan otildi. Shu jism yerdan qancha balandlikka ko'tarilishini toping.

Yechish. Jism yerdan eng yuqoriga ko'tarilganda uning tezligi $v=0$ ya'ni $39,2-9,8t=0$, bundan $t=4s$ kelib chiqadi. Shuning uchun (1.1) formulaga binoan

$$S = \int_0^4 (39,2 - 9,8t) dt = (39,2t - 4,9t^2) \Big|_0^4 = 78,4(m)$$

kelib chiqadi.

5-misol. 48km/soat tezlik bilan harakatlanayotgan avtomobil tormoz berib tezligini kamaytira boshladi va 3 sekunddan keyin to'xtadi. Avtomobil butunlay to'xtaguncha qancha masofani bosib o'tishini toping (ishqalanishni va havoning qarshiligini hisobga olmang).

Yechish. Tekis sekinlanuvchan harakatning tezligi

$$v=v_0-at$$

formula orqali topiladi, bu yerda v_0 -boshlang'ich tezlik, a -tezlanish.

Masalaning shartiga ko'ra

$$v_0 = 48 \text{ km/soat} = 48 \cdot \frac{1000m}{3600s} = \frac{40}{3} \cdot \frac{m}{s}.$$

Tezlanish a ni avtomobil 3 sek. dan keyin to'xtash shartidan, ya'ni $t=3$ sekunda $v=0$ shartdan topamiz:

$$0 = \frac{40}{3} - a \cdot 3, \quad a = \frac{40}{9} \frac{m}{sek^2}.$$

v_0 va a ning qiymatini tezlikning formulasiga qo'yib, topamiz:

$$v = \frac{40}{3} - \frac{40}{9}t.$$

Demak,

$$S = \int_0^3 \left(\frac{40}{3} - \frac{40}{9}t \right) dt = \left(\frac{40}{3}t - \frac{40}{9} \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^3 = 40 - 20 = 20 \text{ (m)}.$$

6-misol. Reaktiv samolyot 20 sekund ichida o'z tezligini 360 km/soat dan 720 km/soat ga oshirdi. Samolyotning tezligini tekis tezlanuvchan deb hisoblab, u qanday tezlanish bilan uchganini va shu vaqt oralig'ida qancha masofani bosib o'tganini toping.

Yechish. Tekis tezlanuvchan harakat tezligi

$$v = v_0 + at$$

formula orqali ifodalanadi. Masalaning shartiga ko'ra

$$t=0 \text{ da } v_0 = 360 \text{ km/soat} = 360 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$t=20 \text{ c da } v = 720 \text{ km/soat} = 720 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

v_0 va t ning qiymatlarini tezlikning formulasiga qo'yib, a tezlanishni topamiz:

$$200 = 100 + a \cdot 20, \quad a = 5 \text{ m/sek}^2.$$

Demak, samolyotning tezligi

$$v = (100 + 5t) \text{ m/s}$$

bo'ladi. (1.1) formulaga ko'ra

$$S = \int_0^{20} (100 - 5t) dt = \left(100t - 5 \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^{20} = 3000 \text{ (m)} = 3 \text{ km}.$$

7-masala. 294m balandlikdan pastga vertikal yo'nalishda 19,6 m/s boshlang'ich tezlik bilan jism tushadi. Necha sekunddan keyin jism yerga kelib tushadi? (Og'irlik kuchi tezlanishi $g = 9,8 \text{ m/sek}^2$).

Yechish. Erkin tushayotgan jism tezligi (havoning qarshiligini hisobga olmaganda)

$$v=v_0+gt$$

formula orqali ifodalanadi. $v=19,6+9,8t$ ga egamiz.

Jismning tushish vaqti x ni

$$h = \int_0^x (19,6 + 9,8t) dt = (19,6t + 9,8 \cdot \frac{t^2}{2}) \Big|_0^x = 19,6x + 4,9x^2$$

tenglamadan topamiz, bu yerda $h=294$ m.

$$4,9x^2 + 19,6x - 294 = 0$$

tenglamani yechamiz. Uni 4,9 ga qisqartirsak

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglama

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 60} = -2 \pm 8 \text{ ya'ni } x_1 = -10, x_2 = 6 \text{ ildizlarga ega. Shartga}$$

ko'ra $t > 0$ ekanini hisobga olsak faqat $x=6$ masalaning yechimi bo'lishini ko'ramiz. Shunday qilib jism $t=6$ sek dan keyin yerga kelib tushar ekan.

2. O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi

M moddiy nuqta F kuch ta'siri ostida Ox to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsin va bunda kuchning yo'nalishi harakat yo'nalishi bilan bir xil bo'lsin (F kuch Ox o'qqa parallel va ular bir xil yo'nalgan).

Shu F kuchning M moddiy nuqtani $x=a$ vaziyatdan $x=b$ vaziyatga ko'chirishda bajargan ishi A ni topish talab etilsin.

Bunda ikki holatni kuzatish mumkin.

1. F kuch o'zgarmas bo'lsin. U holda nuqtani $x=a$ vaziyatdan $x=b$ vaziyatga ko'chirishda F kuchning bajargan ishi

$$A=F(b-a) \quad (2.2)$$

formula yordamida topilishi ma'lum.

2. F kuch M nuqtaning vaziyatiga bog'liq ravishda o'zgarsin, ya'ni $[a,b]$ kesmada $F(x)$ uzluksiz funksiya bo'lsin. U holda F kuch bajargan A ishni quyidagicha topiladi (1- chizma).

$[a,b]$ kesmani $a=x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{i-1} < x_i < \dots < x_n=b$ nuqtalar yordamida n ta ixtiyoriy $[x_{i-1}, x_i]$ ($i=\overline{1,n}$) mayda qismlarga ajratib har bir $[x_{i-1}, x_i]$ bo'lakda bittadan ixtiyoriy z_i nuqta olamiz. Uzunligi $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ bo'lgan $[x_{i-1}, x_i]$ mayda bo'lakda F kuch o'zgarmas va u $F(z_i)$ ga teng deb faraz qilamiz. U holda (2.2) formulaga ko'ra F kuchning $[x_{i-1}, x_i]$ oraliqda bajargan ishi

$$A \approx F(z_i) \Delta x_i$$

bo'ladi. Shunga o'xshash mulohazalarini har bir kesma uchun o'tkazib F kuchning $[a,b]$ kesmada bajargan ishi A ning taqribiy qiymati

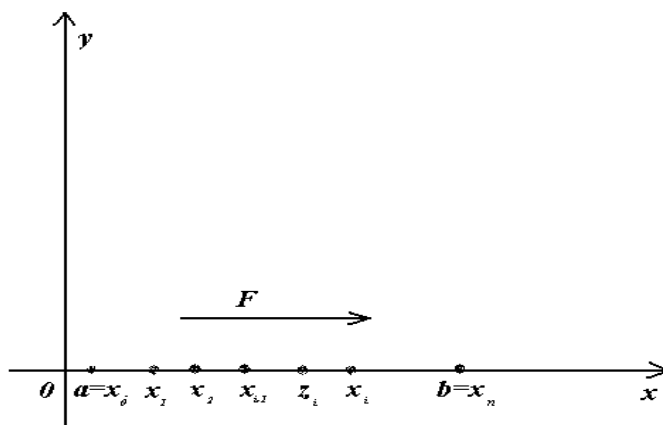
$$A \approx \sum_{i=1}^n F(z_i) \Delta x_i$$

ni hosil qilamiz. Bu tenglikning o'ng tomonidagi yig'indi $[a,b]$ kesmada uzluksiz $F(x)$ funksiya uchun integral yig'indi bo'ladi. Shuning uchun u

$\lambda = \max \Delta x_i \rightarrow 0$ da aniq limitga ega va $F(x)$ funksiya dan $[a,b]$ oraliq bo'yicha olingan aniq integralga teng, ya'ni

$$A = \int_a^b F(x) dx. \quad (2.3)$$

8-misol. Yer sathidan vertikal yo'nalishda m massali jismni h balandlikka chiqarish uchun zarur bo'lgan kuchning bajargan A ishi topilsin (1-chizma).



1-chizma.

Yechish. Yerning tortish kuchini F_i massasini m_y , jismdan yerning markazigacha masofani x desak Nyuton qonuniga ko'ra

$$F = G \frac{m \cdot m_y}{x^2}$$

bo'ladi. Agar $Gm \cdot m_y = K$ belgilashni kiritsak $F(x) = \frac{K}{x^2}$ ga ega bo'lamiz,

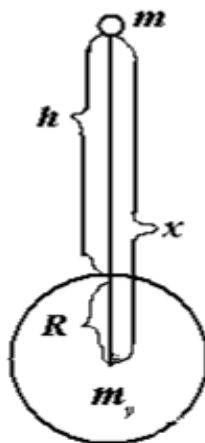
bunda $R \leq x \leq h+R$, R - yerning radiusi. $x = R$ da $F(R)$ kuch jismning

og'irlik kuchi $P = m \cdot g$ ga teng va $\frac{K}{x^2} = P$, $K = PR^2$, $F(x) = \frac{PR^2}{x^2}$.

Buni (2.3) formulaga qo'yib quyidagini hosil qilamiz.

$$A = \int_R^{R+h} F(x) dx = PR^2 \int_R^{R+h} \frac{dx}{x^2} = -PR^2 \frac{1}{x} \Big|_R^{R+h} = -\frac{PR^2}{R+h} + \frac{PR^2}{R} = \frac{PRh}{R+h}.$$

9-misol. Ikkinchi kosmik tezlik topilsin.



2- chizma

Yechish. Jismning ikkinchi kosmik tezligini ya'ni (2-chizma) jism yerning tortish maydonidan planetalararo fazoga chiqishi uchun u qanday boshlang'ich tezlikka ega bo'lishi kerak degan savolga javob izlaymiz. 8-misolning natijasidan hamda undagi belgilashlardan foydalanamiz.

Jismning planetalararo fazoga chiqishi uni cheksiz balandlikka ($h=\infty$) chiqishni anglatadi. Shuning uchun

$$A = \frac{PRh}{R+h}$$

tenglikda $h \rightarrow \infty$ da limitga o'tib quyidagini hosil qilamiz.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} A = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{PR}{\frac{R}{h} + 1} = PR = mgR,$$

bunda g -jismning yer sathiga erkin tushish tezlanishi. Bu ish jismning kinetik energiyasining o'zgarishi hisobiga amalga oshiriladi. Shuning uchun boshlang'ich paytda jismning kinetik energiyasi shu ishdan kichik

bo'lmisligi, ya'ni jismning boshlang'ich tezligi v shunday bo'lishi kerakki $\frac{mv^2}{2} \geq mgR$ bo'lsin.

Bundan $v^2 \geq 2gR$, $v \geq \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6400000} \text{ m/s} = 1,4 \cdot 8000 \text{ m/s} = 11,2 \text{ km/s}$.

Agar jismning boshlang'ich tezligi $11,2 \text{ km/s}$ ga teng bo'lsa jism parabola bo'ylab harakatlanadi. Jismning boshlang'ich tezligi $11,2 \text{ km/s}$ dan katta bo'lganda jism giperbola bo'ylab harakat qiladi. Jismning boshlang'ich tezligi $11,2 \text{ km/s}$ dan kichik bo'lganda u ellips bo'ylab harakat qiladi. Shuning uchun bu holda jism yo yerga qulab tushadi yoki yerning sun'iy yo'ldoshiga aylanadi.

10-misol. Agar prujinani 1 sm ga qisish uchun 10 N kuch kerak bo'lsa, uni 4 sm ga qisish ga sarf bo'ladigan F kuch bajaradigan ishni toping.

Yechish. Guk qonuniga muvofiq F kuch va x siljish o'zaro $F=kx$ munosabat bilan bog'langan (k -proporsionallik koeffitsienti). k ni masala shartidan topamiz: $x=1 \text{ sm}=0,01 \text{ m}$ da kuch $F=10 \text{ N}$, ya'ni $10=k \cdot 0,01$ bundan $k=1000 \text{ n/m}$. Demak(2.3) ko'ra

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 500 \text{ N/m} \cdot 0,0016 \text{ m}^2 = 0,8 \text{ (J)}.$$

11-misol. Uzunligi 1 m , kesimining radiusi 2 mm bo'lgan mis simni 1 mm ga cho'zishda bajarilgan ishni hisoblang.

Yechish. Uzunligi $l \text{ m}$ va kesimining yuzi $S \text{ mm}^2$ bo'lgan simni $x \text{ m}$ ga cho'zish uchun zarur F kuch $F = E \frac{Sx}{l}$ formula orqali ifodalanadi, bu yerda E -elastiklik moduli. Mis uchun E ni $E=120000 \text{ N/mm}^2$ deb olamiz. U holda

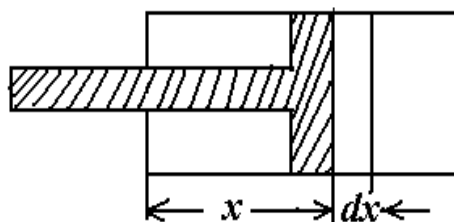
$$A = \int_0^{0,001} E \cdot \frac{Sx}{l} dx = \frac{ES}{l} \int_0^{0,001} x dx = \frac{E \cdot S}{l} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,001} = \frac{ES}{2l} \cdot (0,001)^2.$$

Bunga $E=120000 \text{ N/mm}^2$, $S=2\pi R=2\pi \cdot 2=4 \text{ mm}^2$, $\ell=1 \text{ m}$
 qiymatlarni qo'yib bajarilgan ishini topamiz:

$$A = 120000 \cdot 4\pi \cdot \frac{0,000001}{2 \cdot 1} = 0,24\pi(J).$$

12-misol Ko'ndalang kesimining yuzi S kv. birlik bo'lgan harakatlanuvchi porshenga ega silindr gaz bilan to'ldirilgan. Gazning hajmi oshganda silindrda Boyle-Mariotta qonuni $pv=k=const$ saqlanadi deb hisoblab gazning bosim kuchi ta'sirida uning hajmi v_0 dan v_1 gacha o'zgarganda shu kuchning bajarilgan ishi A topilsin (gazning harorati o'zgarmaydi).

Yechish. $x(m)$ -porshenning o'tgan masofasi bo'lsin (3-chizma).



3-chizma.

x juda kichik dx ga o'zgarganda gazning bosimi o'zgarmaydi hajmi v esa Δv ga o'zgaradi deb faraz qilamiz. U holda bosim kuchining dx kesmada bajarilgan ishi ΔA quyidagi taqribiy qiymat yordamida ifodalanadi, ya'ni

$$\Delta A \approx P \cdot S dx. \quad P = \frac{k}{v} \quad \text{va} \quad S dx = \Delta v \quad (\text{silindrning hajmi asosining yuzi } S$$

bilan balandligi dx ning ko'paytmasiga teng) ekanini hisobga olsak

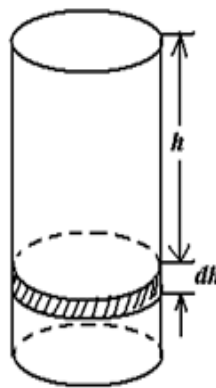
$$\Delta A \approx \frac{k}{v} \Delta v = k \frac{\Delta v}{v}$$

hosil bo'ladi. Bu yerdagi ΔA , Δv orttirmalarni dA , dv differensiallarga almashtirib

$$dA = k \frac{dv}{v}$$

tenglikka ega bo'lamiz. Buni v_0 dan v_1 gacha integrallab $A = k \ln \frac{v_1}{v_0}$ ni hosil qilamiz.

13-misol. Asosining radiusi $R=3m$, balandligi $P=5$ m bo'lgan silindrik idishdagi suvni tortib chiqarish uchun kerak bo'ladigan ishni hisoblang (4-chizma).



4-chizma

Yechish. Birorta jismni ko'tarishga sarflanadigan kuchning bajargan A ishning kattaligi jismni ko'tarish balandligi h ga bog'liq bo'ladi, ya'ni

$$A = Ph$$

bu yerda P - jismning og'irligi.

Ma'lumki, idishdan h balandlikdagi suv qatlamini tortib chiqarish uchun sarf bo'ladigan kuchning bajargan ishi h ning funksiyasi, ya'ni $A(h)$ bo'ladi. h miqdor dh kattalikka ortganda suv hajmi $\Delta v = \pi R^2 dh$ ga (silindrning hajmi asosining yuzi bilan balandligining ko'paytmasiga teng), uning og'irligi P , $\Delta P = \pi \rho g R^2 dh$ ($\Delta P = \rho g \cdot \Delta v$) kattalikka (bu yerda ρ -suvning zichligi, g erkin tushish tezlanishi), ish esa

$\Delta A = \pi \rho g r^2 h dh$ kattalikka ortadi. ΔA orttirmani dA differensialga almashtirib

$$dA = \pi \rho g R^2 h dh$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bu tenglikni $h=0$ dan $h=H$ gacha integrallab butun A ishni topamiz:

$$A = \int_0^H \pi \rho g R^2 h dh = \frac{\pi \rho g R^2}{2} \cdot h^2 \Big|_0^H = \frac{\pi \rho g R^2 H^2}{2},$$

bunga $\rho g = 1 \text{ tonna/m}^3 = 10000 \text{ N/m}^3$ ekanini hisobga olib va $R=3\text{m}$, $H=5\text{m}$ qiymatlarni qo'ysak

$$A = \frac{1}{2} \pi \cdot 10000 \cdot 9 \cdot 25 = 1125000 \text{ (J)}.$$

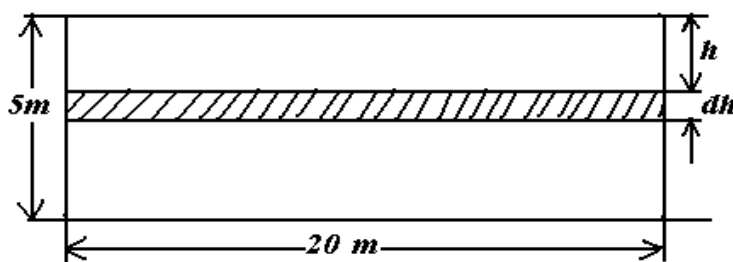
3. Suyuqlikning bosim kuchini hisoblash

Suyuqlikning bosim kuchini hisoblash uchun Paskal qonunidan foydalaniladi, unga ko'ra cho'kish (botish) chuqurligi h bo'lgan S yuzga suyuqlikning bosim kuchi

$$P = \rho g h S$$

ga teng, bu yerda ρ -suyuqlikning zichligi, $g = 9,807$ erkin tushish tezlanishi.

14-misol. Vertikal to'g'on asosi $20m$ va balandligi $5m$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklida (suvning sathi to'g'onning yuqori asisi bilan barobar), suvning butun to'g'onga bosim kuchini toping (5-chizma).



5-chizma.

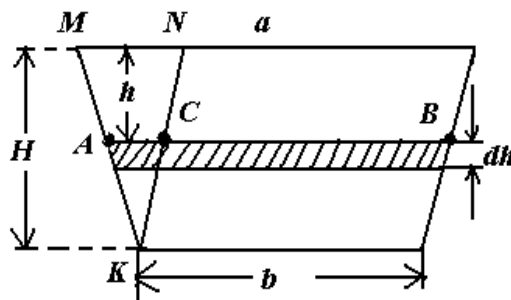
Yechish. Paskal qonuniga muvofiq: $P = \rho g h S = 9807 h S (N)$ (suv uchun $\rho g = 1000 \cdot 9,807 N/m^3 = 9807 N/m^3$) ya'ni bosim kuchi h chuqurlikning birorta $P(h)$ funksiyasidan iborat. Eni juda kichik dh ga teng shtrixlanagan to'g'ri to'rtburchakni olib uni h chuqurlikda gorizontall joylashgan deb faraz qilamiz. U holda bu bo'lakchaga bo'lgan bosim kuchi

$$dP = 9807 h \cdot 20 dh = 9807 \cdot 20 h dh$$

bo'ladi. Buni 0 dan 5 gacha integrallab suvning butun to'g'onga bosim kuchini topamiz:

$$P = 9807 \cdot 20 \int_0^5 h dh = 9807 \cdot 10 \cdot h^2 \Big|_0^5 = 9807 \cdot 250 (N) = 2451750 (N) = 2,45 (MN).$$

15-misol. Vertikal to'g'on teng yonli trapetsiya shaklida bo'lib, yuqori asosi $a=6,4$ m, pastki asosi $b=4,8$ m, balanligi esa $H=3$ m. Suvning butun to'g'onga bosim kuchini toping (6-chizma).



6-chizma.

Yechish. Trapetsiyaning shtrixlangan bo'lakchasi h chuqurlikda gorizontal joylashgan va u tomonlari AB va dh bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdan iborat deb faraz qilamiz. U holda bu bo'lakka bo'lgan suvning bosimi.

$$dP = 9807 h AB dh = 9807 h (AC + CB) dh = 9807 h (AC + b) dh \quad (N)$$

bo'ladi. AC ni KAC va KMN uchburchaklarning o'xshashligidan topamiz:

$$\frac{AC}{MN} = \frac{H-h}{H}, \quad \frac{AC}{a-b} = \frac{H-h}{H}, \quad AC = \frac{a-b}{H} (H-h).$$

Bu ifodani h bo'yicha 0 dan H gacha integrallab, butun to'g'onga ta'sir etayotgan bosim kuchini topamiz:

$$\begin{aligned} P &= 9807 \cdot \frac{1}{H} \int_0^H h (aH - h(a-b)) dh = 9807 \cdot \frac{1}{H} \int_0^H [aHh - (a-b)h^2] dh = 9807 \cdot \frac{1}{H} \left(\frac{aHh^2}{2} - \frac{(a-b)h^3}{3} \right) \Big|_0^H = \\ &= 9807 \cdot \frac{1}{H} \left(\frac{aH^3}{2} - \frac{(a-b)H^3}{3} \right) = 9807 \cdot \frac{H^3}{H} \left(\frac{3a - 2a + 2b}{6} \right) = 9807 \cdot \frac{H^2(a+2b)}{6}. \end{aligned}$$

Bunga $H=3$ m, $a=6,4$ m, $b=4,8$ m qiymatlarni qo'yib, topamiz:

$$P = 9807 \cdot \frac{9(6,4 + 4,8 \cdot 2)}{6} = 9807 \cdot 24 = 235368 \quad (N).$$

4. Kinetik energiya

Massasi m ga, tezligi v ga teng bo'lgan moddiy nuqtaning kinetik energiyasi deb

$$k = \frac{mv^2}{2}$$

kattalikka aytiladi.

Massalari $m_1, m_2, \dots, m_n$, tezliklari mos ravishda $v_1, v_2, \dots, v_n$, larga teng bo'lgan n ta moddiy nuqtalar sistemasining kinetik energiyasi

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

ga tengdir.

Moddiy jism (figura)ning kinetik energiysini ham yuqorida qaralgan masalalarni yechishda foydalanilgan usuldan foydalanib topamiz, ya'ni berilgan jismni n ta kichik (elementar) qismlarga ajratib ularni moddiy nuqtalar sistemasi deb qaraymiz va ularni kinetik energiyalarini jamlab qandaydir funksiyaning integral yig'indisiga ega bo'lamiz. Unda limitga o'tib, qiymati jismning izlanayotgan kinetik energiyasiga teng bo'lgan aniq integralni hosil qilamiz.

16-misol. Massasi M va radiusi R bo'lgan disk uning markazidan disk tekisligiga perpendikulyar bo'lib o'tgan o'q atrofida ω burchak tezlik bilan aylanyapti. Uning kinetik energiyasini hisoblang.

Yechish. Diskni radiuslari $0 < r_1 < r_2 < r_3 < \dots < r_{i-1} < r_i < \dots < r_n = R$ bo'lgan aylanalar yordamida n ta ixtiyoriy halqalarga ajratamiz. Qalinligi (kengligi) $\Delta r_i = r_i - r_{i-1}$ ($i = \overline{1, n}$) bo'lgan halqani qaraymiz. Bu halqaning massasi

$$\Delta m_i = \rho \Delta s_i = \rho \pi (r_i^2 - r_{i-1}^2) = \rho \pi (r_i + r_{i-1})(r_i - r_{i-1}) = 2\pi \rho \frac{r_i + r_{i-1}}{2} \Delta r_i = 2\pi \rho \bar{r}_i \Delta r_i,$$

bunda $\rho = \frac{M}{\pi R^2}$ -diskning zichligi, $\bar{r} [r_i, r_{i+1}]$ kesmaning o'rtasi. U holda

$$\Delta m_i = 2\pi \bar{r}_i \cdot \frac{M}{\pi R^2} \Delta r_i = \frac{2\bar{r}_i M}{R^2} \Delta r_i.$$

Δm_i massaning chiziqli tezligi $v_i = \bar{r}_i \omega$ ga teng. Demak elementar kinetik energiya quyidagiga teng bo'ladi:

$$\Delta K_i = \frac{v_i^2 \Delta m_i}{2} = \frac{(\bar{r}_i \omega)^2}{2} \cdot \frac{2\bar{r}_i M}{R^2} \Delta r_i = \frac{\omega^2 M}{R^2} \bar{r}_i^3 \Delta r_i.$$

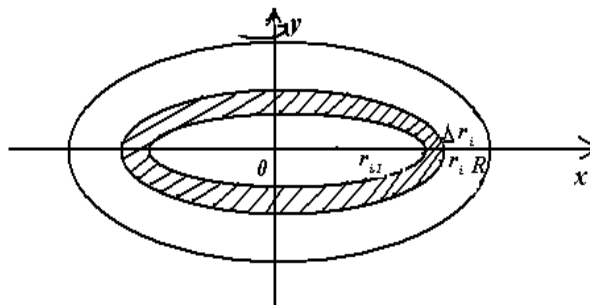
Barcha elementar kinetik energiyalarni jamlab

$$K \approx \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2 M}{R^2} \bar{r}_i^3 \Delta r_i = \frac{\omega^2 M}{R^2} \sum_{i=1}^n \bar{r}_i^3 \Delta r_i$$

ga ega bo'lamiz. Bunda $\max \Delta r_i \rightarrow 0$ da limitga o'tsak

$$K = \frac{\omega^2 M}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{\omega^2 M}{R^2} \cdot \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^R = \frac{\omega^2 M R^2}{4}$$

hosil bo'ladi.



7-chizma.

Adabiyotlar.

1. Т. А. Азларов, Х. Мансуров. Математик анализ, I-қисм. Тошкент “Ўқитувчи”, 1986.
2. Г. Н. Берман. Сборник задач по курсу математического анализа. Москва, “Наука”, 1985.
3. А. А. Гусак. Высшая математика. Минск, 2001.
4. Т. Жўраев, Ҳ. Мансуров ва бошқ. Олий математика асослари, Тошкент “Ўқитувчи”, 1999.
5. И. А. Зайцев. Высшая математика. Москва, “Наука”, 1991.
6. В. П. Минорский. Сборник задач по высшей математике. Москва, «Наука», 2000.
7. Н. С. Пискунов. Дифференциал ва интеграл ҳисоб. 1-том, Тошкент “Ўқитувчи”, 1972.
8. Д. Т. Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Часть 2. Москва, «Наука», 2000.
9. Ё. Соатов. Олий математика 1-жилд, Тошкент “Ўқитувчи”, 1992.
10. Г. Худойберганов, А. Ворисов, Ҳ. Мансуров. Математик анализ, I ва II қисм, Қарши, “Насаф”, 2003.
11. Ш. И. Тожиев. Олий математикадан масалалар ечиш. Тошкент “Ўқитувчи”, 2002.
12. Э. Ф. Файзибоев, Н.М. Цирмиракис. Интеграл ҳисоб курсидан амалий машғулотлар. Тошкент “Ўқитувчи”, 1982.