

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

Qo‘lyozma huquqida

MAVZU: Singulyar giper sirtlarda
mujassamlashgan o‘lchovli fure almashtirishlarni baholash

5A130101-Matematika
(yo‘nalishlar bo‘yicha)

magistr akademik darajasini olish uchun

MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI

Ilmiy rahbar: dots. Hasanov G‘.A.

Bajaruvchi: Razokova Nargiza Kamarovna

SAMARQAND-2014

MUNDARIJA

I – BOB. YOYILUVCHI SIRTLAR

Kirish	3
1.1 §. To'g'ri chiziqli va yoyiluvchi sirt haqida tushuncha	8
1.2 §. Bo'yin nuqta.	13
1.3 §. Bo'yin chiziq. Yoyiluvchi sirt tuzilishi.	17
1.4 §. Taqsimot parametri	25
Xulosa	29

II – BOB. SIRTLAR OILASINING O'RAMASI

2.1 §. Bir parametrli sirtlar oilasi o'ramasi	30
2.2 §. Yoyiluvchi sirt tekisliklar oilasi o'ramasi sifatida	36
2.3 §. Tekisliklar oilasi o'ramasining qaytish qirrasini	38
Xulosa	41

III – BOB. QALDIRG'OCH DUMI MAXSUSLIGI BILAN BOG'LANGAN TEBRANUVCHAN INTEGRALLAR

3.1 §. Gauss egriligi nol bo'lgan gepir sirtida aniqlangan Furiye almashtirishlarini baholash	42
3.2 §. Silliqlik fazali tebranuvchan integralni baholash	45
3.3 §. Qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikning egriliklari.	55
3.4 §. Qaldirg'och dumi maxsusligi bilan bog'langan tebranuvchan integralning tekis bahosi.	58
Xulosa	67
Adabiyotlar ro'yxati	68

KIRISH

Mavzuning asoslanishi va dolzarbligi: Ma'lumki, agar uch o'lchovli fazoda silliq sirtning Gauss egriligi aynan nolga teng bo'lsa u holda klassik Xartman – Neyrenberg teoremasiga ko'ra bu silindrik sirt bo'ladi. Ammo sirt maxsusliklarga ega bo'lsa bu sirtlar oilasi bir nechta sirtlarni o'z ichiga oladi, bularga misol qilib, konik sirtlarni va yoyiluvchi sirtlarni keltirish mumkin. Shunday qilib, yoyiluvchan sirtlar oilasini o'rganish va bu sirtlarda mujassamlashgan silliq Borel' o'lchovlarining Fur'e almashtirishlarini o'rganish geometrik analizning muhim masalalaridan biri hisolanadi. Demak, keltirilgan mulohazalar magistrlik dissertasiyasining dolzarbligini ko'rsatadi.

Tadqiqot ob'ekti va predmeti: Bizga ma'lumki, sirtlarning maxsusliklarini o'rganish masalasi ancha murakkab. Tadqiqotning ob'ekti uch o'lchovli fazodagi yoyiluvchi sirtlar va ularning maxsusliklari, uch o'lchovli yoyiluvchan sirtlarda mujassamlashgan silliq Borel' o'lchovlari, bu o'lchovlar Fur'e almashtirishlaridan iborat.

Tadqiqot predmeti esa yoyiluvchan sirtlarning egriliklarini Gauss akslantirishlarini o'lchovlar Fur'e almashtirishlarini cheksizdagi xarakterini tadqiq qilishdan iborat.

Tadqiqotning maqsad va vazifalari: Tadqiqotning maqsadi yoyiluvchan sirtlarning geometrik xossalarini o'rganish, ularning maxsus sinflarini klasifikatsiya qilish. Shu sirtlarda mujassamlashgan silliq Borel' o'lchovlarini o'rganish, ma'lum sirtlarga oid konkret misollarni ta'dqiq qilishdir.

Ushbu magistlik dissertasiyasida maxsus sirtlarning muhim misoli sifatida qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslik va bu kabi sirtlarda mujassamlashgan o'lchovlar Fur'e almashtirishlarini o'rganish vazifa qilib qo'yilgan.

Tadqiqotning asosiy masalallari va farazlari: Tadqiqotning asosiy masalallari singulyar giper sirtlarning maxsusliklarini o'rganish, singulyar maxsus sirtlarning klasifikatsiyasini tadqiq qilish, singulyar sirtlar oddiy nuqtalarida Gauss egriligini va bosh egriliklarni hisoblash, singulyar sirtlar oddiy nuqtalari atrofida mujassamlashgan silliq Borel' o'lchovlari Fur'e almashtirishlarini cheksizdagi xarakterini o'rganish, maxsus chiziqlarning etarli kichik atrofida mujassamlashgan o'lchovlar Fur'e almashtirishlarining cheksizdagi xarakterini o'rganishdan iborat.

Ishda Fur'e almashtirishlarining cheksizdagi xakteri sirtning oddiy nuqtasida bosh egrilikning nolga aylanish tartibi bilan aniqlanishi va Fur'e almashtirishlarining cheksizdagi xakteri singulyar nuqtalarga bog'liqligi asosiy farazlardan hisoblanadi.

Mavzu bo'yicha qisqacha adabiyotlar tahlili: Yoyiluvchan sirtlar uch o'lchovli fazodagi Gauss egriligi aynan nolga teng bo'lgan sirtlarning muhim sinfi sifatida K.Gauss, J.Adamar, D.Stoker, Dj.Neyrenberg, D.Xartmanlar tomonidan o'tgan asrning oltmishinchi yillarida o'rganilgan. Maxsus sirtlarning klassifikatsiyasi 80-yillarda J.Sherbak tomonidan tadqiq qilingan.

Maxsus sirtlarda mujassamlashgan o'lchovlar Fur'e almashtirishlari V.I.Arnol'dning ishlarida uchraydi. Amerikalik olimlar I.M.Steyn va D.Soggilar Gauss egriligi chekli tartili bo'lganda silliq Borel o'lchovlar Fur'e almashtirishlarini tadqiq qilgan. Shuning uchun aynan nolga teng bo'lganda o'lchovlar Fur'e almashtirishlarini o'rganish muhimdir.

Tadqiqotda qo'llanilgan uslublarning qisqacha tavsifi: Mazkur magistrlik dissertatsiyasida differensial geometriya, algebra, maxsusliklar nazariyasi, matematik analiz va asimptotik analiz usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqot natijalarining nazariy va amaliy ahamiyati: Tadqiqot natijalari fundamental harterga ega bo'lib uning bevosita amalyotga tadbog'i kuzatilmagan. Ammo undan va unda qutilgan misollardan maxsus kurslarda foydalanish mumkin.

Tadqiqotning ilmiy yangili: Magistrlik dissertasiyasida qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslik bilan bog'langan sirtning Gauss egriligi elementar usullar yordamida hisoblangan bo'lib, bu yaxshi uslubiy ahamiyatga ega. Bundan tashqari qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikda mujassamlashgan o'lchov Fur'e almashtirishini aniq bahosi topilgan. Bu natijalar magistrlik dissertasiyasining ilmiy yangiligi sifatida qaralishi mumkin.

Dissertasiya tarkibining qisqacha tavsifi: Ushbu magistrlik dissertasiyasi uchta bob, 11 ta paragraph va adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

I bob yoyiluvchan sirtlarga bag'ishlangan bo'lib u 4 ta paragrafdan tashkil topgan. Bu bobning birinchi paragrafida tog'ri chiziqli va yoyiluvchi sirtlar haqida to'liq ma'lumotlar keltirilgan. Bu bobning qolgan 3 ta paragraflarida bu sirtlarga oid ma'lumotlar berilgan.

Magistrlik dissertasiyasining II bobi esa sirtlar oilasining o'ramasi va maxsus nuqtalar va ularning turlariga bag'ishlangan bo'lib u 3 ta paragrafni o'z ichiga oladi.

Dissertasiyaning III bobi uning asosiy qismini tashkil qiladi. Bu bobning birinchi paragrafida Gauss egriligi aynan nolga teng bo'lgan giper sirtlarning oddiy nuqtalari atrofida mujassamlashgan o'lchovlar Fur'e almashtirishlari cheksizdagi kamayish tartibi sirt bosh egriligi nolining tartibi orqali ifodalanishi ko'rsatilgan.

III bobning 2 chi paragrafida silliq fazali maxsus ko'rinishdagi so'ndiruvchi ko'paytuvchiga ega bo'lgan amplitudali tebranuvchan integral uchun optimal tekis baho olingan bu esa quyidagi teoremada o'z aksini topgan.

Bizga tebranuvchan integral quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$J(\lambda, s) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\lambda(y\rho(x,s)+g(x,s))} |y| a(x, y, s) dx dy$$

bunda $\rho(x, s)$ ko'phad quydagi ko'rinishga teng:

$$\rho(x, s) = x^{n+1} + s_1 x^{n-1} + \dots + s_{n-1} x + s_n$$

$g(x, s)$ - silliq funksiya va a – kompakt tashuvchili silliq funksiya.

Teorema 3.2: Faraz qilaylik, $U \times V$ atrof $R^2 \times R$ dagi chegaralangan boshlang'ich koordinata bo'lsin. Har qanday $a \in C_0^\infty(U \times V)$ da doimiy C mavjud va quydagi baholashga ega:

$$|I(\lambda, s)| \leq \frac{C \|a(\cdot, s)\|_{C^1(U)}}{|\lambda|^{\frac{1}{n+1}}}$$

Agar g – analitik funksiya va yetarli kichik amplitudali silliq funksiya bo'lsa. 1 – teorema natijasiga ko'ra Karpushkinning analitik fazoda ikki karali tebranuvchi integralning tekis bahosiga kelimiz.

Dissertasiyasining 3 chi paragrafida qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikning egriliklari hisoblangan.

Magistrlik dissertasiyasining so'ngi to'rtinchi paragrafida quyidagi natijalar olingan.

Bizga

$$I = \int e^{i(\xi_1 a + \xi_2 (ax^3 - 2ax) + \xi_3 (ax^4 + ax^2))} \psi(x, a) dx da \quad (3.1)$$

ko'rinishdagi tebranuvchan integral berilgan bo'lsin. Bu integralning tekis bahosini qaraymiz, bu yerda $\psi(x, a)$ havzasi kompakt bo'lgan cheksiz silliq funksiya.

Asosiy natija quydagi teorimadan iborat.

Teorema 3.9. Havzasi kompakt bo'lgan ixtiyoriy $\psi \in C^1$ funksiya bo'lganda (3.1) integral quyidagi tengsizlikni

$$|I| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{(1 + |\xi|)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.2)$$

(3.2) qanoatlantiradi, bunda $C\xi$ va ψ ga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas son.

(3.2) tengizlikni isbotlash uchun Van der Korput lemmasidan foydalanamiz.

Ikkinchi asosiy natija quyidagi 3.10 teoremda o'z ifodasini topgan.

Teorema 3.10: Agar $a_0 = 0$ va $x_0 \neq 0$ bo'lib, ψ funksiya $(0, -4x_0^{3,3x_0^4})$ nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan bo'lsa, u holda I integral uchun

$$|I| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Bundan tashqari agar $\xi_1 = 0, \xi_2 = \pm \frac{x_0}{\sqrt{1+x_0^2}}\lambda, \xi_3 = \pm \frac{\lambda}{\sqrt{1+x_0^2}}$ bo'lsa u holda, quyidagi asimtotik munosabat o'rinli bo'ladi.

$$I = \frac{\int \psi(x_0, a) da}{\lambda^{\frac{1}{2}}} + O\left(\frac{1}{\lambda^{\frac{3}{2}}}\right) \quad (\lambda \rightarrow +\infty).$$

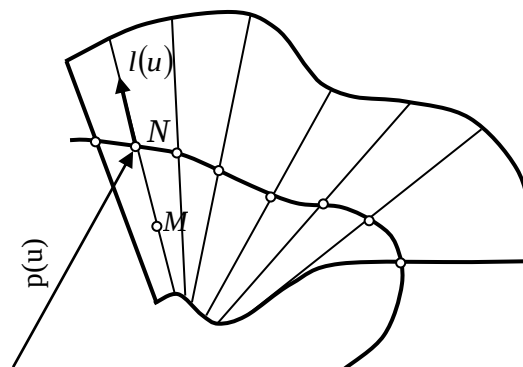
2-teoremani isbotlash uchun Bujork lemmasi deb ataluvchi quyidagi lemmadan foydalanamiz.

I – BOB.

YOYILUVCHI SIRTLAR

1.1 §. To'g'ri chiziqli va yoyiluvchi sirt haqida tushuncha

To'g'ri chiziqlarning (yasovchining) harakatida hosil bo'lgan sirtga to'g'ri chiziqli sirt deyiladi. Bir pallali giperbaloid, giperbolik parabaloid, silindr va konus bunga misol bo'ladi. To'g'ri chiziqli sirtning quyidagi holda qaraymiz.



chizma-1

Fazoda qandaydir egri chiziqlarni olamiz. Faraz qilaylik, $\rho = \rho(u)$ bo'lib, ρ – o'zgaruvchi radius vektor, u – parametr bo'sin, bunga egrilikni yo'naltiruvchi deb ataymiz. Bu egrilikni har bir nuqtasiga yagona vektorni mos qo'yamiz

$$l = l(u)$$

va u – parametrga bog'liq egrilik funksiyasi hosil qilamiz.

Har bir N nuqtani $\rho(u)$ radius vektori bilan yo'naltiruvchi chiziqlarni $l(u)$ ga parallel vektor bo'yicha yo'naltiramiz (chizma 1). Natijada biz fazoda faqatgina bitta u parametrga bog'liq to'g'ri chiziqlar oilasini hosil qilamiz, bu to'g'ri chiziqlarni yasovchi deb ataymiz. Yo'naltiruvchi chiziq $\rho = \rho(u)$ tenglama bilan berilgan holda, to'g'ri chiziqli sirtning tenglamasini yozish uchun undagi M nuqtaning egri chiziqli koordinatalari sifatida yonaltiruvchining N nuqtasiga mos kelgan u parametrni va $l = l(u)$ yasovchi bo'yicha olingan $MN = v$ masofani qaul qilishi mumkin.

U holda istalgan yasovchida ixtiyoriy M nuqtaning radius vektorini u qiymat orqali quydagicha yozamiz:

$$r = \overline{OM} = \overline{ON} + \overline{NM}$$

$$\text{bunda } \overline{ON} = \rho(u), \quad \overline{NM} = vl(u).$$

Haqiqatdan ham, $\overline{NM}$ vektor birlik l vektorga kolleniar vashuning uchun undan faqatgina skalyar miqdorga farq qiladi. Demak,

$$r = \rho(u) + vl(u). \quad (1.1)$$

Shunday qilib, ixtiyoriy M nuqtaning har bir yasovchisining radius vektori ikkita bir – biriga bog'liq bo'lmagan u va v parametrlarning ikki o'zgaruvchili funksiya orqali ifodalandi. Natijada, biz to'g'ri chiziqli sirtning parametrik ifodalanishini hosil qildik.

Agar bu tenglamada u ni fiksirlab, v ni o'zgartirsak u holda biz u parametrga mos yasovchi bo'ylab harakat qilamiz. Natijada yasovchilar, v koordinat chiziqlar oilasi ekanligi kelib chiqadi. Agar v nitayinlab u ni o'zgartirsak, u holda biz $\overline{NM} = v$ masofada o'zgarmaydigan yo'nalishli chiziqqaparallel yasovchi bo'yicha harakat qilamiz.

Shunday qilib, u koordinat chiziqlar, yonaltiruvchi chiziqlarga parallel chiziqlar oilasini hosil qiladi, va bu koordinat chiziqning o'zi ham bu oilaga tegishli bo'ladi va u v ning 0 qiymatda tayinlangan qiymatigamos keladi.

Eslatma. Berilgan to'g'ri chiziqni geometrik yo'naluvchi chiziq sirtini ajratmaydi. Chiziqli sirtida ixtiyoriy egri chiziqni yo'naluvchi sifatida olish mumkin.

Endi (1.1) radius vektorning parametrlar bo'yicha xususiy hosilalarini hisoblaymiz u quydagicha bo'ladi;

$$r_u = \rho'(u) + v l'(u), \quad r_v = l(u) \quad (1.2)$$

Faraz qilaylik, r_u va r_v vektorlar parallel bo'lmasin. Endi bu vektorlarning vektor ko'paytmasini hisoblaymiz. Ma'lumki, hosil bo'lgan vektor sirtning normalini bo'yicha yo'nalgan bo'ladi.

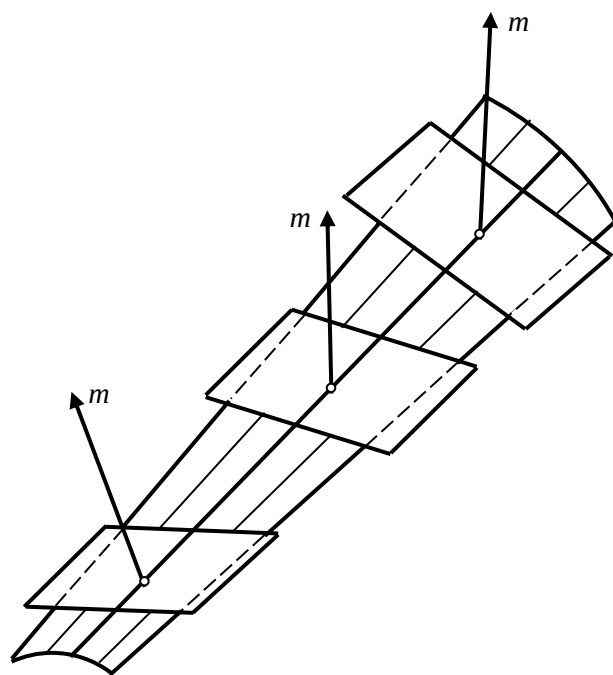
$$[r_u, r_v] = [\rho', l] + v[l', l] \quad (1.3)$$

Endi sirtning normalini tekshiramiz, ma'lumki, bir yasovchi chiziq bo'ylab harakat qila borganda, ya'ni u ni o'zgartirmay, v ni o'zgartirganda, bu vektorning yonalishi va uzunligi, umuman, o'zgara boradi. Bu o'zgarishning xarakteri (1.2) ga kiruvchi $[\rho', l]$ va $[l', l]$ vektorlarning kollinear bo'lish bo'lmasligiga bo'g'liqdir. Shu munosabat bilan, quyidagi umumiy va maxsus hollarni ko'rib chiqamiz.

Umumiy hol. $[\rho', l]$ va $[l', l]$ vektor ko'paytmalar kollinear bo'lmasin. Bu holda bitta yasovchi bo'ylab harakat qilganda ya'ni v o'zgarganda, (1.3) ning o'ng qismidagi birinchi qo'shiluvchi had o'zgarmas, ikkinchisi esa unga parallel bo'lmagan holda, v ga proportsional ravishda o'zgaradi. Natijada butun o'ng qisim v bilan birgalikda o'zgaradigan yo'nalishga ega vektordan iborat.

Demak, yasovchi bo'ylab sirtga normal yo'nalishi nuqtadan nuqtaga o'zgaradi.

Yasovchi bo'ylab harakat qilganda, sirtning normalini va uning bilan birlikda urunma tekislik ham go'yoki qiyshayib boradi, chiziqli sirtga bu holda qiyshiq sirt deyiladi (chizma-2).

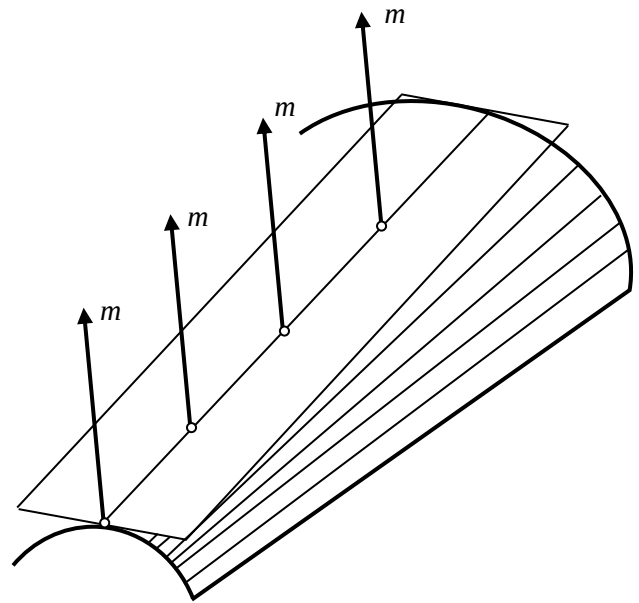


chizma-2

Maxsus hol. $[\rho', l]$ va $[[l]', l]$ vektor ko'paytmalar kollinear bo'lsin. Bu holda (1.3)ning o'ng qismidagi ikkita qo'shiluvchi ham va ularning yig'indisi $[[l]', l]$ ham o'zgarmas yo'nalishga $\mathbf{v}$ ning aniq qiymatida parallel.

Shunday qilib, berilgan yasovchi bo'ylab barcha normallar o'zaro parallel, chunki ular shu $[\rho', l]$ va $[[l]', l]$ vektorlarga parallel. Urinish nuqtasi yasovchi bo'ylab harakatlenganda, urinma tekislik hamma vaqt yasovchidan o'tadi va urinma tekislik bundan tashqarida normalning o'zgarmas yo'nalishiga perpendikulyar bo'lib qolishi lozim bo'lgani uchun u yasovchi atrofida aylanishi mumkin emas va qo'zg'almas bo'lib qoladi.

Demak, qarayotgan holda bitta yasovchida joylashgan nuqtalarda sirtga urinma tekisliklar o'zaro ustma – ust tushadi. Agar bu har bir o'zgaruvchi uchun o'rinli bo'lsa, u holda bunday chiziqli sirtni biz yoyiluvchi sirt deb ataymiz. (chizma-3).



chizma-3

Aksincha, agar biz yoyiluvchi sirtga ega bo'lsak, ya'ni urinma tekislik har bir yasovchi bo'ylab o'zgarmas bo'lsa, demak, yasovchi bo'ylab normallar ham parallel bo'ladi, u holda (1.3) vektor yo'nalishi $\mathbf{v}$ vektor qiymatiga bog'liq emas, bu esa faqat

$$[\rho', l] \parallel [[l]', l] \quad (1.4)$$

bo'lgan holda mumkin.

Shunday qilib,(1.4) shart chiziqsimon sirt yoyiluvchi bo'lishi uchun zarur va yetarli.Bu shartga oddiyroq ko'rinish berish mumkin.Ikkita vektor ko'paytma umumiy yo'nalishi ularning barcha yo'naltiruvchilariga,ya'ni l' , l , ρ' vektorlarga ortogonal bo'ladi,shunday qilib,ular komplanar bo'lib qoladi ya'ni bir tekislikka parallel bo'ladi.

Osongina ko'rish mumkinki,bu shart yetarlidir.Demak (1.4) shart teng kuchli ko'rinishda quydagicha qayta yozilishi mumkin. $l(u)$, $l'(u)$, $\rho'(u)$ komplanar ya'ni

$$(l, l', \rho') = 0. \quad (1.5)$$

Bu shart biz ko'ramizki, $\rho(u)$ vektor funksiya (yo'naltiruvchi egri chiziqning radius – vektori) va $l(u)$ (yasovchining birlik vektori).(1.5) vektorlar tekisligi v ning ixtiyoriy qiymatida (1.2) vektorlarga parallel,ya'ni mos yasovchi orqali o'tuvchi urinma tekislikka parallel.

Misol.Minimal gelikoid deb hamma vaqt biror qo'zg'almas to'g'ri chiziq to'g'ri burchak sifatida kesib o'tib,bu o'q atrofida aylanadigan va u bo'ylab bir vaqtning o'zida burilish burchagiga propotsional burchak ajratilgan qo'zg'almas to'g'ri chiziq (yasovchi) yasatilgan chiziqsimon sirtga aylanadi.

Gelikoid yasovchidir demak,vint zinapoyasi izlariga o'tishda joylashgan.

Agar o'qini Z o'qi deb qabul qilish uchun sirtning yo'naltiruvchi chizig'i deb hisoblab

$$\rho(u) = \lambda u k$$

ko'rinishdayozish mumkin,bu yerda u parametr sifatida yasovchining boshlang'ich holatiga nisbattan burilish burchagi qabul qilingan, λ – propotsionallikning o'zgarmas koeffitsienti.Agar yasovchining

boshlang'ich holati x o'qi deb qabul qilingan bo'lsa u holda yo'nalishiga ko'rsatuvchi l vektor bizning holda

$$l(u) = i \cos u + j \sin u$$

bo'ladi.

1.2 §

Bo'yin nuqta

Biz odatda sirlarni berilgan nuqtaning chiksiz kichik atrofida o'rgandik. Lekin chiziqli sirt oddiy tuzilishga –to'g'ri chiziqli yasovchilardan iborat bo'lgani uchun, uni birdaniga butun yasovchi atrofida qarash mumkin. Boshqacha aytganda, biror u qiymatiga mos keluvchi ixtiyoriy yasovchini olish mumkin va $u + \Delta u$ qiymatga mos keluvchi va bizning chiziqsimon sirtini chizib birinchi yasovchiga intiladigan cheksiz yaqin yasovchi qaraladi (xech bo'lmaganda u yasovchiga yotishga uning biror qismida). Shunday qilib, biz ixtiyoriy cheksiz kichik yasovchilarning o'zaro joylashishini ko'rish lozim. $\rho(u)$, $l(u)$ qiymatlarni u ning berilgan qiymatida ρ , l deb orttirilgan $u + \Delta u$ qiymatida esa

$$\rho + \Delta \rho, \quad l + \Delta l$$

belgilaymiz. Avvalo u , $u + \Delta u$ yasovchilarga MM' umumiy perpindikulyarni topamiz. (111-rasm)

M nuqtaning radius vektorini (1.1) ga ko'ra $r = \rho + vl$ ko'rinishda yozish mumkin v nomalum va topilishi lozim. Shunga ko'ra M' nuqta radius vektori yoziladi, uni $r + \Delta r$ deb belgilaymiz

$$r + \Delta r = \rho + \Delta \rho + (v + \Delta v)(u + \Delta l)$$

bu yerda $v + \Delta v$ ham noma'lum. Ikkinchi tenglamadan birinchisini ayirib ravshanki, $\overline{MM'}$ bilan ustma – ust tushadigan Δr vektorni hisoblaymiz:

$$\overline{MM'} = \Delta r = \Delta \rho + v \Delta l + \Delta v(l + \Delta l)$$

$\overline{MM'}$ ikkita yasovchiga umumiy perpendikulyar bo'yiga yo'nalgani uchun l ga ham $l + \Delta l$ ga ham ajratilgan demak, ularning ayirmasi Δl ga ham. Demak,

$$\overline{MM'} l = 0, \quad \overline{MM'} \Delta l = 0.$$

skalyar ko'paytmalar ham nolga teng bo'ladi.

Bu tengliklarga $\overline{MM'}$ o'rniga uning ifodasini qo'yib mos ravishda

$$\Delta \rho l + v \Delta l l + \Delta v(l + \Delta l) = 0$$

bunda $l^2 = l$, va

$$\Delta \rho \Delta l + v \Delta l^2 + \Delta v(l \Delta l + \Delta l^2) = 0.$$

shuni olamiz.

Kelgusi uchun birinchi tenglamani Δu ga, ikkinchisini $-(\Delta u)^2$ ga hadma – had bo'lish qulay. $\frac{\Delta v}{\Delta u}$ ni w orqali belgilab

$$\begin{cases} \frac{\Delta \rho}{\Delta u} l + v \frac{\Delta l}{\Delta u} l + w(l + \Delta l) = 0 \\ \frac{\Delta \rho}{\Delta u} \frac{\Delta l}{\Delta u} + v \left(\frac{\Delta l}{\Delta u} \right)^2 + w \left(l \frac{\Delta l}{\Delta u} + \frac{\Delta l}{\Delta u} \Delta l \right) = 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

Biz ikkita v va w nomalumli ikkita tenglamaga ega bo'ldik, ulardan umuman olganda u larni topish mumkin, shundan so'ng M , M' nuqtalar, demak, $\overline{MM'}$ perpendikulyar aniqlanadi. Lekin $\overline{MM'} - u + \Delta u$ yasovchilarga umumiy perpendikulyar to'g'ri chiziq, ko'p jihatdan tasodifiy, chunki $\Delta u \rightarrow 0$ da u birinchisi bilan ustma – ust tushishiga intiluvchi ikkinchi yasovchi siljishi tufayli

harakatlanadi. Shuning uchun MM' o'rniga yetarlicha tabiiy ravishda har bir berilgan u yasovchi uchun to'la aniqlangan uning $\Delta u \rightarrow 0$ dagi limitik holatini qarash mumkin. Bunday limitik holat mavjudligini albatta isbotlash lozim. Lekin buning uchun silindirik sirtning qarashni ko'rib chiqish lozim.

Haqiqatdan silindirik sirtning yasovchilari parallel, ikkita yasovchisining umumiy perpendikulyari noaniq shuning uchun uning limitik holati haqida gapirish manoga ega emas. Yasovchilar parallelligini $l(u) = \text{const}$ va $l'(u) = 0$ shart bilan yozish mumkin. Silindirik sirtlarni yo'qotib, biz $l'(u) \neq 0$ deb faraz qilamiz. Albatta silindirik sirtida ba'zi yasovchilar uchun $l'(u)$ nolga aylanishi mumkin, lekin bunday yasovchilarni qaramaymiz. $\Delta u \rightarrow 0$ da (1.6) tenglamalar ko'effitsientlari topish qiyin bo'lmagan limitlarga intiladi. Faqat

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta u} \rightarrow \rho', \quad \frac{\Delta l}{\Delta u} \rightarrow l',$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta u} \rightarrow l' \cdot 0 = 0, \quad l \Delta l \rightarrow 0, \quad l \frac{\Delta l}{\Delta u} \rightarrow ll' = 0$$

larni hisobga olish lozim ($l'l$ ga perpendikulyar bo'lgani uchun).

(1.6) limitga o'tganda

$$\begin{cases} \rho' l + w = 0 \\ \rho' l' + v l'^2 = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

ko'rinishni oladi. Bu sistema determinant $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ l' & 0 \end{vmatrix} = -l'^2 \neq 0$.

Demak, (1.6) sistemada ham yetarlicha kichik Δu da determinant nolga teng emas va (1.6) sistema v, w yagona yechimga ega (ya'ni to'la aniqlangan MM' perpendikulyar mavjud).

Endi (1.6) sistemaning v, w yechimi limitda (1.7) sistemaning yechimiga intiladi, chunki v, w to'la aniqlangan sistema ko'effitsientlari orqali

ifodalanadi, (1.6) sistema koeffitsientlariga ega (1.7) sistemaning koefsintlariga intiladi (determinant nolga teng bo'lmaga limitga intiladi).

Shunday qilib,

$$v_{\Delta u \rightarrow 0} \rightarrow v_0, \quad w = \frac{\Delta v}{\Delta u_{\Delta u \rightarrow 0}} \rightarrow w_0.$$

bo'ladi. Bu yerda v_0, w_0 - (1.7) sistema yechimi, ya'ni

$$v_0 = -\frac{\rho' l'}{l'^2}, w_0 = -\rho' l. \quad (1.8)$$

$v - u$ yasovchidagi M koordinatasi bo'lgani uchun $v \rightarrow v_0 - M$ yasovchi bo'yicha v_0 koordinatasi M_0 limitik holatga intiladi.

Shunday qilib, MM' umumiy perpindikulyar M asosi $\Delta u \rightarrow 0$ da yasovchi bo'ylab M_0 ning limitik holatiga intiladi. M_0 nuqta u yasovchini bo'yin nuqtasi deb ataladi.

Bo'yin nuqta har bir yasovchida bu yasovchi atrofida chiziqsimon sirtning "eng tor joyini" qayd etadi. (1.6) ga ko'ra va (1.8) dan foydalanib bo'yin nuqtaning radius vektorini yozish qiyin emas.

$$r = \rho(u) - \frac{\rho'(u)l'(u)}{l'(u)^2} l(u) \quad (1.9)$$

MM' perpendikulyarning o'zining limitik holatiga kelsak, u $[l, l']$ vektorga parallel M_0 nuqta orqali o'tadi.

Haqiqatdan ham, yasovchilarning $l, l + \Delta l$ yo'naltiruvchi vektorlarga perpendikulyar. Demak,

$$\overline{MM'} \parallel [l, l + \Delta l] = [l, \Delta l].$$

O'ng qismini Δu ga bo'lib, $\overline{MM'} \llbracket l, \frac{\Delta l}{\Delta u} \rrbracket$ ni olamiz. Bu vektor yo'nalishi $\Delta u \rightarrow 0$ da $[l, l']$ limitga intiladi. Demak, perpendikulyar asosi M_0 nuqtaga intilganda uning yo'nalishi $[l, l']$ vektor yo'nalishiga iniladi.

1.3 §. Bo'yin chiziq.Yoyiluvchi sirt tuzilishi.

Shunday qilib, chiziqsimon sirtning har bir yasovchisida [$l'(u) \neq 0$] farazda bitta bo'yin nuqta bor. Buyin nuqtalar geometrik o'rni bo'yin chiziq (qayda qisilish chizig'i yoki striksimon chiziq) deb ataladi. Agar (1.9) tenglamada u o'zgaruvchi deb hisoblasak, u bo'yin nuqta radius vektorining u parametrga bog'liq ravishda o'zgarishini ko'rsatadi. Biz shunday qilib, bo'yin chiziqning parametrik tenglamasini olamiz. Bo'yin chiziqning geometrik manosi u chiziqsimon sirtning eng tor joyida bog'lashini ko'rsatadi.

Masalan, bir pallali aylanish gepirboloidi uchun

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

u ikki marta chiziqsimon sirt hisoblanadi (ikkita to'g'ri chiziqli yasovchi sistema), ikkala holda ham bo'yin chiziq uning XOY tekislik bilan kesishishi

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad z = 0$$

aylanasi bo'ladi. Bu misoldan ko'rinadiki, bo'yin chiziq yasovchilarni umuman olganda birinchi qarashda ko'rilganidek, to'g'ri burchak ostida kesib o'tmaydi. Shuni takidlaymizki, umumiy ko'rinishdagi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad a \neq b,$$

bir pallali gepirboloidi uchun bo'yin chiziq XOY tekisligi bilan kisishish chizig'i bo'lmaydi (u har bir to'g'ri chiziqli yasovchilar sistemasi uchun alohida bo'lgan 4-tartibli muhim egri chiziq bo'ladi).

Bo'yin chiziqni qulay o'rganish uchun uni $\rho = \rho(u)$ yo'naltiruvchi egri chiziq deb qabul qilamiz. U holda (1.9) formulada r radius vectori egri chiziq yo'naltiruvchisi

ρ radius vektori ustma – ust tushadi, shuning uchun ayriluvchi nolga aylanishi lozim. Bu demak,

$$\rho' l' = 0, \quad l' \perp \rho' \quad (1.10)$$

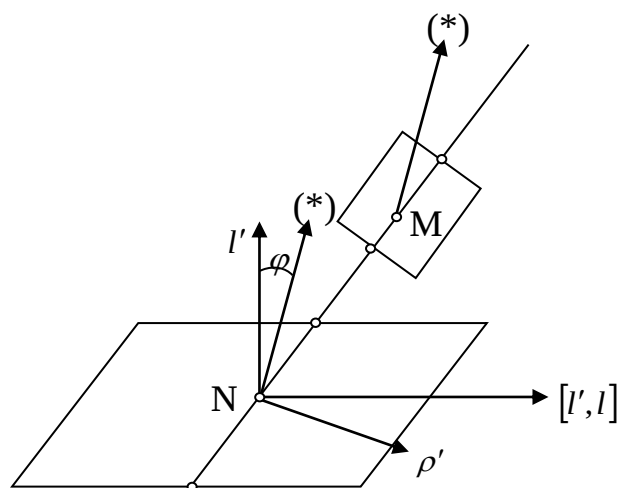
Ravshanki, bu shart yo'naltiruvchi bo'yin chiziq bilan ustma – ust tushisti uchun yetarli. Endi biz ikkita holni qarashimizga to'g'ri keladi.

1) Qiyshiq chiziqsimon sirt.vektorlar kollinar emas. N bo'yin nuqtada sirtga urinma tekislik yasovchi (yani vektor orqali) vabo'yin chiziqqa urinma $\rho'(u)$ urinma vektor (endi biz chizma-1da tasvirlangan yo'naltiruvchini bo'yin chiziq deb hisoblaymiz) orqali bo'ladi.

Lekin l' vektor l ga orthogonal va (1.10) ga ρ' ga ortogonal. Demak, l' vektor sirtga N bo'yin nuqtasidagi normal bo'yicha yo'nalgan.

Aksincha, agar sirtning nuqtasida normal l' vektorga yo'nalgan bo'lsa, u holda bu nuqta bo'yin nuqta bo'ladi.

Haqiqatdan, berilgan nuqta orqali qandaydir $\rho(u)$ yo'naltiruvchini o'tkazamiz, u holda normal l' vektor ρ' urinma vektorga ortogonal (1.10) shart bajariladi, demak (1.9) tenglama $r = \rho$ ni beradi, ya'ni r bo'yin nuqta berilgan ρ nuqta bilan ustma – ust tushadi.



chizma-4

Shunday qilib, N bo'yin nuqtada sirtga normal l' vektor orqali boradi. Sirtga normal biz N bo'yin nuqtadan yasovchi bo'ylab biror v masofaga M nuqtaga siljiganda qanday burilishini

ko'zathamiz. Ma'lumki, (1.3) ga ko'ra sirtga normal ushbu $[\rho', l] + v[l', l]$

vektor bo'yicha yo'nalgan boladi.

Lekin bizning holda ρ' , $l \perp l'$ shuning uchun $[\rho', l]$ vektor ko'paytma l' bo'yicha yo'nalgan va l' dan biror son ko'paytuvchi bilan farq qiladi

$$[\rho', l] = \rho l'. \quad (1.11)$$

Albatta ρ turli yasovchilar uchun turlicha qiymatlarga ega (ya'ni u ning funksiyasi hisoblanadi). Shunday qilib, M nuqtada sirtga normal

$$\rho l' + v[l', l] \quad (1.12)$$

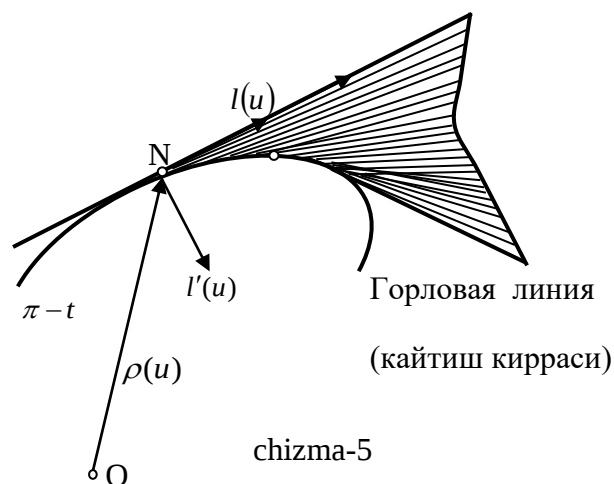
vektor bo'yicha yo'nalgan. l' va $[l', l]$ vektorlar o'zaro ortogonal va bir xil $[l']$ urinmaga ega. Shuning uchun (1.12) vektor l' vektor bilan hosil qilgan α burchak tangenisi (chizma-4) koefitsientlar nisbati bilan ifodalanadi:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{\rho} \quad (1.13)$$

Lekin (1.12) vector M nuqtada normal bo'yicha, $l' - N$ bo'yin nuqtadan normal bo'yicha yo'nalgan.

Shunday qilib, bo'yin nuqtadan yasovchi bo'ylab siljish paytida normalning burish burchagi tangensi bosib o'tilgan propotsional o'sib boradi. (1.13) birga miqdorlar ishoralari bilan olinadi. α burchak l' dan $[[l'], l]$ tomonga burilishida musbat deb hisoblanadi.

$v \rightarrow \pm\infty$ da $\alpha \rightarrow \pm\frac{\pi}{2}$ (agar $\rho > 0$ bo'lsa



chizma-5

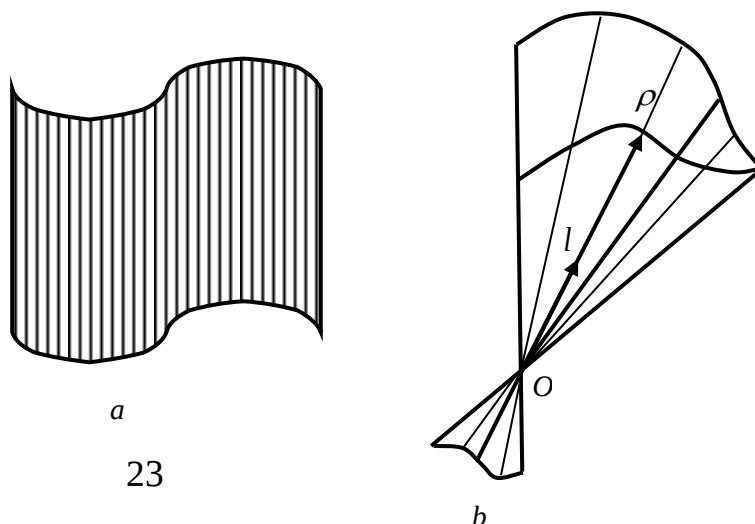
) yoki $\alpha \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}$ (agar $\rho < 0$ bo'lsa) ρ nol bo'lolmaydi, aks holda (1.11) ga ko'ra $[[\rho]', l] = 0$, $\rho' \parallel l$. bo'lar edi bu esa l , l' , ρ' vektorlar kollinarlik shartiga ziddir.

2) **Yoyiluvchi sirt.** l , ρ' , l' vektorlar kollinar. Bundan tashqari, (1.13) ga ko'ra $\rho' l' = 0$. Dastlab ikkala sirt ikkala sirt $\rho' = 0$ natijada bajariladigan holni qaraymiz. Bu $\rho(u) = \text{const}$ ni bildiradi, ya'ni bo'yin chiziq nuqtaga aylanadi. Turli yasovchilarda bo'yin nuqtalar ustma – ust tushadi. Biz barcha yasovchlariga umumiy bo'lgan konik sirtni olamiz. $\rho' \neq 0$ holga o'tamiz.

U holda $\rho' \perp l'$ (1.13) ga ko'ra. Bundan tashqari $l \perp l'$, chunki $||l|| = l$. Keyin barcha uchta vektor komplanar va ko'rgazmalilik uchun bir tekislikka joylashtirilishi mumkin. Natijada ρ' va l vektorlar, bitta vektorga ortogonal va o'zaro kollinar (chizma-5) $l \parallel \rho'$.

Yoyiluvchi sirtning yasovchisi $l(u)$ bo'yicha bo'yin chiziqqa urinma $\rho'(u)$ bo'ylab yo'nalgani uchun va ular N bo'yin nuqtadan o'tgani uchun ular ustma – ust tushishi lozim. Demak asosiy holda yoyiluvchi sirt o'z bo'yin chizig'iga urinmalarning urinmalarning geometrik o'rnidan iborat. Yoyiluvchi sirt bo'yin chizig'i uning qaytish qirrasi deb ataladi. Yoyiluvchi sirtta urinma tekislik, boshqa yasovchi bo'ylab o'zgarmas va N bo'yin nuqtada qaytish qirrasi tashuvch tekislik bilan ustma – ust tushadi.

Haqiqatdan, $l(u)$ vektor qaytish qirrasiga birlik urinma vektor qaytish qirrasi bosh normal bo'yicha yo'nalgan $l'(u)$ hosilaga ega. Shunday



qilib, N nuqtada quyilgan l , l' vektorlar tekisligi qaytish qirradi yoyiluvchi tekislik va shu bilan birga yoyiluvchi sirtning urinma tekisligi hamdir.

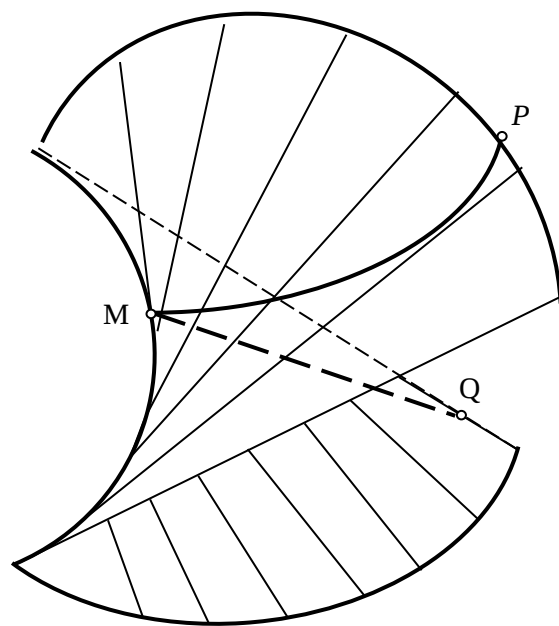
Biz silindirik sirt holini tekshirishda chiqargan edik. Lekin bu hol ham yoyiluvchi sirt holidir. Haqiqatdan, bu holda

$$l(u) = \text{const}, \quad l'(u) = 0$$

shuning uchun l , l' , ρ' vektorlar

komplanarlik $\rho = \rho(u)$, yo'naltiruvchini har qanday tanlaganda o'rinli (bu holda bo'yin chiziq mavjud emas).

Demak, har qanday yoyiluvchi sirt silindirik yoki konik yoki biror egri chiziqqa urinmalarning geometrik urindan iborat bo'ladi. Oxirgi hol asosiy birinchi ikkita hollar (114-chizma-7). Teskari teorema o'rinli. Silindirik, konik yoki ixtiyoriy egri chiziqqa urinmalar geometrik o'rini hisoblangan har qanday sirt yoyiluvchi sirt bo'ladi.



chizma-7

Silindirik sirtlarni isbotladik. Endi bizga ixtiyoriy kichik sirt, yani yasovchilari tasdiqlangan O nuqta orqali o'tuvchi chiziqsimon sirt berilgan bo'lsin. Agar O nuqtani koordinatalar boshi deb tanlasak, u holda sirtidagi ixtiyoriy nuqta radius vektori, xususan, $\rho(u)$ yo'naltiruvchi, ρ - radius vektori mos yasovchida yotadi va demak $l(u)$ vektorga kollenar bo'ladi:

$$\rho(u) = q(u)l(u),$$

bu yerda $q(u)$ skalyar koeffisient. Bundan

$$\rho'(u) = q'(u)l(u) + q(u)l'(u),$$

va demak, (1.5) komplanarlik talabi bajariladi. Nihoyat, ixtiyoriy egri chiziqqa urinmalar bilan hosil qilingan chiziqsimon sirt hamma vaqt birga yoyiluvchi sirtning beradi.

Haqiqatdan bu egri chiziq sifatida olish chiziqsimon sirtida

$$\rho = \rho(u)$$

yo'naltiruvchi egri chiziqni qabul qilamiz. Sirtning yasovchilari bu egri chiziqning har bir nuqtasida uning urinmalari bo'yicha yo'nalgan uchun $l(u)$ vektor hammasiga $\rho'(u)$ parallel va demak, (1.5) shart bajariladi. Biz yoyiluvchi sirtga ega bo'lamiz. Yoyiluvchi sirt o'zining qaytish qirrasini bilan ikki pallaga bo'linadi. Urinish nuqtasi qaytish qirrasini yasatganda unga urinma yoyiluvchi sirtning yasaydi bunda urinish nuqtasidan bir tomonda joylashgan yarim urinma bitta yarim pallani, ikkita yarim urinma – boshqasini yasaydi. Bu ikki palla qaytish qirrasini bo'yicha kesilgandik uning bo'ylab bir – biri bilan o'ziga xos yopishtirilgandek ya'ni ikkala palla qaytish qirrasiga bir tomondan yaqinlashganda (chizma-7) va ularda nol burchak ostida ya'ni bir – biriga urinib. Agar yoyiluvchi sirtning biror M nuqtada qaytish qirrasiga normal tekislik bilan kessak, u holda kesishda M da qaytish qirrasiga ega bo'lgan PMQ ko'rinishdagi egri chiziq hosil bo'ladi. M nuqtada uning normal tekislik bilan yoyiluvchi sirtning ikkita pallasi kesishishidan olingan PM va QM tarmoqlar uchrashdi. Albatta qaytish qirrasini nuqtalari yoyiluvchi sirt uchun maxsus hisoblanadi. Bu barcha tasdiqlarni tekshirish qo'shimcha hisoblashni talab etadi.

Shunday qilib, yoyiluvchi sirt barcha mumkin bo'lgan hollarini qamrab olindi: maxsus silindrik va konik sirtlar; va umumiy fazodosh qandaydir egri

chiziqqa urinmalar geometrik o'rni. Xususan bu egri chiziqni yassi olish mumkin, va u holda yoyiluvchi sirt tekislikda yotadi.

Endi yoyiluvchi sirt (hech bo'lmaganda ixtiyoriy oddiy nuqta atrofida) barcha egri chiziqlar uzunliklarini o'zgartirmasdan saqlovchi uzluksiz deformatsiyalar yo'li bilan tekislikka qo'yish mumkinligini isbotlaymiz. Boshqacha aytganda yoyiluvchi sirt bo'lagini qismasdan va chuzmasdan uni tekislik bo'lagiga aylantira olamiz. Bu bilan sirtning "yoyiluvchi" nomi tushunarli bo'ladi. Boshqa sirtlar bunday xossalarga ega emaslar;

Agar sfera sirti bo'lagini, juda kichik bo'lsa ham, agar qisish yoki chuzishni qo'llamasdan ham hech qachon tekislikka yoyish mumkin emas.

Isbotlash uchun yunaltiruvchi $\rho(u)$ egri sirtida qaytish qirrasini olamiz (silindrik va konik holida teorema deyarli ravshan) bunda u ni qaytish qirrasini bo'ylab yoy uzunligi deb hisoblaymiz. Yasovchilar urinmalar bilan ustma – ust tushganligi uchun $l(u)$ vektor birlik $t(u)$ urinma vektor bilan ustma – ust tushadi, (1.1) tenglama

$$r = \rho(u) + vt(u)$$

ko'rinishni oladi. Bundan

$$r_u = t, r_v = t + vkn$$

bu yerda $\rho'(u)t$ bilan $t'(u)$ esa Frene birinchi formulasi bo'yicha kn bilan almashtirilgan. Bundan birinchi kvadratik forma koeffitsientlari quydagicha hisoblanadi.

$$E = r_u^2 = 1 + v^2 k^2(u), F = r_u r_v = 1, G = r_v^2 = 1$$

Qaytish qirrasini fazoviy egri chiziq sirtida uzluksiz o'zgartirish maqsadida uning natural tenglamalariga kiruvchi funksiyalar ko'rinishini o'zgartiramiz

$$k = k(u) > 0, x = x(u)$$

Bizning maqsadlarga muvofiq $k(u)$ funksiya ko'rinishi o'zgartirmay qoldiramiz, $x(u)$ funksiya ko'rinishi $x(u)$ oxir oqibat aynan nolga teng bo'ladigan

$$x(u) = 0$$

Yani qaytish qirradi tekis egri chiziq aylanishi uchun uzluksiz o'zgartiramiz. Ko'rsatilgan deformatsiyada qaytish qirradi u bilan aniqlanadigan yoyiluvchi sirtga, oxir oqibat yassi sirtga (yassi qaytish qirradi uchun) uzluksiz deformatsiyalangan. Bunda biz dastlabki sirdagi har bir $M(u, v)$ nuqtani deformatsiyalangan sirdagi o'sha qiymatlarga ega u, v nuqtaga akslantiramiz. Endi tekislikni akslantirish (o'zaro bir qiymatligini faqat kichik extimol bilan kafolatlash mumkin) sirdagi egri chiziqlar uzunliklarining o'zgarmasligi bilan ro'y beradi. Lekin bu E, F, G ifodalardan birdaniga ko'rinadi, chunki $x(u)$ bu ifodalarga kirmaydi, $k(u)$ funksiyaning ko'rinishi o'zgarmaydi demak, E, F, G funksiyalar ko'rinishi u, v argumentlarga nisbatan oldingidagiday qoladi. Bundan sirdagi chiziq yoy uzunligi formulasi bo'yicha ifodalanuvchi sirdagi barcha egri chiziqlar uzunliklarida deformatsiyalar jarayonida o'zgarmay qoladi.

1.4 §.

Taqsimot parametri

Ixtiyoriy chiziqsimon sirtga

$$r = \rho(u) + vl(u)$$

qaytamiz. Silindrik sirt holini olib tashlaymiz va

$$l'(u) \neq 0$$

deb hisoblaymiz.

u parametrning berilgan qiymatidan cheksiz yaqin $u + \Delta u$ qiymatga o'tishda u yasovchi $u + \Delta u$ holatga (111 – rasm) biror $\Delta\varphi$ burchakka burilib va oldingi holatidan $\Delta\lambda = MM'$ masofaga siljib o'tadi. Bu ikkala miqdor chiksiz kichik lekin $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi}$ nisbat ma'lum limitga intiladi. Bu limit berilgan yasovchi atrofida chiziqsimon sirtning muhim geometrik xarakteristikasi hisoblanadi. U qo'pol aytganda dastlabki holatdan yasovchining qanday burilishi bu yasovchi uning sirt bo'ylab juda kichik siljishda burish burchagi birligiga to'g'ri siljishini ko'rsatadi.

Dastlab $\frac{\Delta\varphi}{|\Delta u|}$ nisbat limitini topamiz, bu yerda $\Delta\varphi$ burchakni musbat deb hisoblaymiz. $\Delta\varphi l'(u)$ birlik vektorning burilish burchagi bo'lgani uchun

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{|\Delta u|} = |l'(u)| \quad (1.14)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Endi ushbu aralash ko'paytmani tuzamiz.

$$(l, l + \Delta l, \overline{LL'}) = (l, l + \Delta l, \overline{MM'})$$

$\overline{LL'}$ va $\overline{MM'}$ ga almashtirdik, chunki bu vektorlar ayirmasi $\overline{M'L'} - \overline{ML}$ ga teng bunda $\overline{ML}$ l ga, birinchi ko'paytuvchiga kollenar, $\overline{M'L'}$ – aralash ko'paytma ikkinchi ko'paytuvchisi $l + \Delta l$ ga kollenar. Demak, bunday almashirishda aralash ko'paytma oldingi qiymatini saqlaydi, ya'ni l , $l + \Delta l$, $\overline{MM'}$ vektorlarga qurilgan paralallapiped hajmi $\Delta\lambda \sin\Delta\varphi$ ga teng, chunki $\overline{MM'}$ l va $l + \Delta l$ ga ortogonal l , $l + \Delta l$ vektorlar birlik vektorlar. $\Delta\lambda$ ga $(l, l + \Delta l, \overline{MM'})$ aralash ko'paytmasini berishga kelishib olamiz; u holda tenglikning o'ng tomonini $\Delta\lambda \sin\Delta\varphi$ ga almashtirish mumkin. Chap qismida ikkinchi ko'paytuvchidagi l ni tashlab yuboramiz (yani birinchi ko'paytuvchi bilan kollenar hadni) va $\overline{LL'}$ ni $\Delta\rho$ bilan almashtiramiz (111-rasm)

$$(l, \Delta l, \Delta\rho) = \Delta\lambda \sin\Delta\varphi$$

ni olamiz. Olingan tenglikni hadma – had $(\Delta u)^2$ ga bo'lamiz:

$$\left(l, \frac{\Delta l}{\Delta u}, \frac{\Delta\rho}{\Delta u}\right) = \frac{\Delta\lambda}{|\Delta u|} \cdot \frac{\sin\Delta\varphi}{|\Delta u|}.$$

Bundan

$$\frac{\Delta\lambda}{|\Delta u|} = \frac{\left(l, \frac{\Delta l}{\Delta u}, \frac{\Delta\rho}{\Delta u}\right)}{\frac{\sin\Delta\varphi}{|\Delta u|}} = \frac{\left(l, \frac{\Delta l}{\Delta u}, \frac{\Delta\rho}{\Delta u}\right)}{\frac{\Delta\varphi}{|\Delta u|} \cdot \frac{\sin\Delta\varphi}{|\Delta u|}}.$$

Oxirgi ifoda $\Delta u \rightarrow 0$ da ravshanki,

$$\frac{\Delta l}{\Delta u} \rightarrow l', \quad \frac{\Delta\rho}{\Delta u} \rightarrow \rho', \quad \frac{\sin\Delta\varphi}{\Delta\varphi} \rightarrow 1,$$

munosabatlardan hamda (1.14) munosabatdan foydalanib hisoblash oson

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\lambda}{|\Delta u|} = \frac{(l, l', \rho')}{|l'|}.$$

ni olamiz. Olingan tenglikni (1.14) hadma – had bo'lib

$$\frac{\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \square \Delta \lambda}{\Delta \varphi} = \frac{(l, l', \rho')}{|l'|^2} = \frac{(l, l', \rho')}{l'^2} \quad (1.15)$$

ni olamiz.

Shunday qilib,

$$\frac{\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \square \Delta \lambda}{\Delta \varphi}$$

mavjud va (1.15) formula bilan hisoblanadi. Bu limit chiziqsimon sirtning taqsimot parametri deb ataladi. Har bir yasovchi uchun u umuman olinganda o'z qiymatiga ega va u parametr funksiyasidan iborat.

Agar, xususan, sirt yoyiluvchi bo'lsa, u holda l , l' , ρ' komplanar va o'ng qismidagi aralash ko'paytma nolga aylanadi. Demak,

$$\frac{\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \square \Delta \lambda}{\Delta \varphi} = 0 \quad (1.16)$$

va $\Delta \lambda$ masofaga $\Delta \varphi$ burchakka nisbatan yuzalari tartibli cheksiz miqdor bo'ladi. (1.16) shartni faqat zarur, balki chiziqsimon sirt yoyiluvchi bo'lishi uchun yetarli, chunki (1.16) dan (1.15) ga ko'ra

$$(l, l', \rho') = 0,$$

bo'ladi. Shuning uchun l , l' , ρ' vektorlar komplanar vektorlar bo'ladi.

Shunday qilib, (1.16) shart ya'ni taqsimot parametrining nolga aylanishi chiziqsimon sirt yoyiluvchi bo'lishining zarur va yetarli shartidan iborat. Qiyshiq chiziqsimon sirt uchun taqsimot parametri noldan farqli. Bunda (1.11), (1.16) formulalardagi ρ koeffisient taqsimot parametrik bilan ustma – ust tushadi.

Haqiqatdan, (1.11) ga ko'ra $[\rho', l] = pl'$ tenglikning ikkala tomonini l' skalyar ko'paytirib

$$(l, l', \rho') = pl'^2$$

yoki

$$p = \frac{(l, l', \rho')}{l'^2} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta \lambda}{\Delta \varphi}$$

tengliklarni olamiz.

M' nuqtadan ikkinchisiga ikkita chiksiz kichik yasovchilardan (6-rasm) birinchi yasovchining M nuqtasi ikkiga aylanishini ko'zatib, biz $p > 0$ holda soat sterilkasiga qarshi va $p < 0$ aksincha bo'lishini ko'ramiz. Bu natija qaysi yasovchini birinchi va qaysini ikkinchi deb hisoblashimizga bog'liq emasligi juda muhim.

II – BOB. SIRTLAR OILASINING O'RAMASI

2.1 §. Bir parametrli sirtlar oilasi o'ramasi

Fazoda bitta C parametrga bog'liq sirtlar oilasini qaraymiz.

$$F(x, y, z) = 0 \quad (2.1)$$

har bir C parametrga qaralayotgan o'zgarishi sohasida (2.1) tenglama bilan aniqlanuvchi sirt to'g'ri keladi. (2.1) oila uchun tekislikdagi egri chiziqlar oilasi nazariyasiga o'xshash o'ramalar nazariyasini rivojlantirish mumkin.

O'rama deb, har bir nuqtasida oilaning sirtiga urinuvchi (bu nuqtaning har qanday atrofida u bilan ustma – ust tushmaydigan) sirtga aytiladi.

Faraz qilinadiki, fazoning qaralayotgan sohasida oilaning sirtlarida va o'ramalarida faqat oddiy nuqtalar mavjud, maxsus nuqtalar esa muhokamadan olib tashlangan.

O'rama tenglamasini (yoki uning qismining tenglamasini)

$$\varphi(x, y, z) = 0 \quad (2.2)$$

ko'rinishda izlaymiz, bunda (2.1) oilaning o'ramasi mavjud deb faraz qilamiz.

$M(x, y, z)$ - o'ramada olingan qandaydir nuqta bo'lsin. U holda o'rama tarifiga ko'ra bu nuqta oilaning sirtida yotadi, o'rama tekislik bu nuqtada ikkala sirt uchun umumiy bo'ladi. C - oilaning bu sirtga mos keluvchi parameter qiymati bo'lsin. U holda x, y, z koordinatalar birinchidan,

$$\varphi(x, y, z) = 0$$

o'rama tenglamaning, ikkinchidan C bilan birgalikda

$$F(x, y, z) = 0 \quad (2.3)$$

oilaning sirt tenglamasini qanoatlantiradi. Bu ikkala tenglik o'ramaning har bir nuqtasida o'rinli. Shuning uchun u $M(x, y, z)$ nuqtaning o'rama bo'ylab cheksiz kichik siljishda biz bu tengliklarni hadma – had differensiallash huquqiga egamiz:

$$\begin{cases} \varphi_x dx + \varphi_y dy + \varphi_z dz = 0 \\ F_x dx + F_y dy + F_z dz + F_c dC = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

ni olamiz, bu yerda dx, dy, dz, dC – cheksiz kichik siljishga mos keluvchi differensiallar. Ikkala sirt uchun $M(x, y, z)$ nuqtadagi urinma tekisliklar ustma – ust tushgani uchun normal ham umumiy va mos ravishda oila o'rmasi va sirtga normallar bo'yicha yo'nalgan gradiyentlar

$$\varphi_x i + \varphi_y j + \varphi_z k, \quad F_x i + F_y j + F_z k$$

parallel bo'lishi lozim. Boshqacha aytganda

$$F_x : \varphi_x = F_y : \varphi_y = F_z : \varphi_z$$

u holda (2.4) tenglamalarning birinchisidan

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$$

kelib chiqadi. Shuning uchun ikkinchi tenglamadan faqat $F_c dC = 0$ qoladi. Hech bo'maganda o'ramaning biror bo'lagida $dC \equiv 0$ bo'lgan holni qoldirib ketamiz, chunki u $M(x, y, z)$ nuqtaning o'rama bo'ylab harakatida C bitta va bitta qiymatni saqlab qolishini bildirgan edi, ya'ni o'rama bo'lak chegaralarida u urinishi lozim bo'lgan oila sirti bilan ustma – ust tushadi. Lekin bu o'ramaning to'g'riligiga ziddir. Shuning uchun biz $dC \neq 0$ deb hisoblashimiz lozim va demak

$$F_c = 0.$$

bo'lar ekan.

Shunday qilib, o'ramadagi har bir $M(x, y, z)$ nuqta va bu nuqta o'ramiga urinuvchi oila sirtiga mos keluvchi parametr

$$F(x, y, z, C) = 0, \quad F_c(x, y, z, C) = 0 \quad (2.5)$$

tenglamalar bilan bog'langan.

Endi biz tenglama shartini o'ramaga bog'liq bo'lmasdan qaraymiz. Bu yerda biz to'rtta miqdorni bog'lovchi ikkita tenglamaga ega bo'lganimiz uchun amaliy jihatdan x , y , z va C ularning ikkitasi funksiyasi kabi ifodalash yoki umumiy turda ikkita bog'liq bo'lmagan u , v ikkita parametrlar funksiyasi kabi qarash mumkin (hech bo'lmaganda x , y , z , C miqdorlarning yetarlicha cheksiz kichik sohasida). Agar bu mumkin bo'lsa u , v funksiya sifatida aniqlangan x , y , z bizga biror sirtni aniqlaydi, C esa u , v ning funksiyasi sifatida bu sirtning har bir nuqtasiga malum qiymat mos keldi. Olingan sirtni (yoki bunday barcha mumkin bo'lgan sirtlar sistemasini) diskriminant sirt deb ataymiz. Bu sirtning har bir nuqtasida va mos C ning qiymati uchun (2.5) tenglama to'g'riligi bajariladi. Agar diskriminant sirt maxsus nuqtalari bo'lsa, biz ularni qaramaymiz. Yuqorida aniqladikki, o'rama va unga mos keluvchi C ning qiymatlari uchun (2.5) tenglama o'rinli, shuning uchun bunday o'rama diskriminant sirtga yetishi kelib chiqadi.

Endi biz teskarisini isbotlaymiz, ya'ni diskriminant sirt o'ramadan iborat. Bu bilan ikkala sirtning to'liq aynanligi o'rnatildi. $M(x, y, z)$ – diskriminant sirtidagi qandaydir nuqta va C – parametrlarning mos qiymati bo'lsin. U holda (2.5) tenglik o'rinli, avvalo

$$F(x, y, z, C) = 0 \quad (2.6)$$

ya'ni C ning berilgan qiymatiga mos keluvchi oila sirti (uning qisqa (C) deb takidlaymiz) M nuqtadan o'tadi. U bu M nuqtada diskriminant sirtga urinishini ko'rsatamiz. Bu bilan bizning tasdiq isbotlanadi. M nuqtadan diskriminant sirt

bo'yicha siljitamiz(2.6) uning ixtiyoriy nuqtasida urinma bo'lgani uchun biz bu tenglikni differinsiallash funksiyasiga egamiz.

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz + F_c dC = 0$$

ni olamiz, bu yerda differensial diskriminant sirt bo'yicha cheksiz kichik siljishga to'g'ri keladi. Lekin x, y, z, C (2.5) tenglamalardan ikkinchisini qanoatlantirgani uchun, u holda $F_c = 0$ va biz

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0 \quad (2.7)$$

ni olamiz. Qisqa

$$\nabla F = F_x i + F_y j + F_z k$$

deb belgilaymiz, bu oila sirti normal bo'yicha yo'nalgan oila sirt tenglamasining chap qismi gradeynti. $M(x, y, z)$ nuqtada unga mos keluvchi C nuqtada olingan, va demak, (C) sirtga M nuqtada o'tkazilgan normal bo'yicha yo'nalgan. Diskriminant sirt sirt bo'yicjha qaralayotgan siljishda radius vector dr differensialini

$$dr = dx i + dy j + dz k$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bundan (2.7) ning chap qismini skalyar ko'paytma ko'rinishida yozish mumkin:

$$dr \nabla F = 0.$$

$dr - M$ nuqtadan diskriminant sirt bo'ylab siljishda radius vektor differensial bo'lgani uchun M nuqtada bu sirtga barcha urinmalar ∇F ga perpendikulyar yo'nalgan. Demak, ∇F vektor M nuqtada diskriminant sirt normal bo'yicha yo'nalgan. Bundan tashqari u o'ng M nuqtada (C) sirtga normal bo'yicha yo'nalgani uchun sirtga dr nuqta nuqtadagi normallar va urinma tekisliklar ustma

– ust tushadi. Bu demak, diskriminant sirt o'zining har bir oddiy qismida o'rama ham ekan.

Shunday qilib, o'rama sirt (2.5) diskriminant sirt bilan ustma – ust tushadi. Isbotlashda qarayotgan sohada oila sirtlarida va o'ramada faqat oddiy nuqtalar mavjudligi faraz muhim rol o'ynaydi. Bu ∇F , $\nabla \varphi$ argumintlarni noldan farqli deb faraz qildik, bu bilan isbotlashni amalga oshirib bo'lmas ekan.

O'ramani amaliy izlashda biz uning deskriminant sirt bilan ustma – ust tushishiga, ya'ni (2.5) tenglamada tanlaymiz. Albatta x , y , z , C lar ikkita bog'liq bo'lmagan parametrlar funksiyalari kabi ifodalash zarurati yo'q. Biz uchun bu ikkita tenglamadan C ni yo'qotib x , y , z jamlab koordinatalar orasidagi bitta tenglamani o'rama tenglamasi deb olsak ham bo'ladi. Oxirida yuqoridagi yasashlar bilan bog'liq yana bitta muhim tenglikni kiritish lozim. Shu paytgacha biz o'ramaga asoslandik va u bilan bog'liq ravishda oila sirtlarini qaradik.

Endi aksincha (C) oila sirti C ning tayinlangan qiymatida

$$F(x, y, z, C) = 0 \quad (2.8)$$

berilgan bo'lsin. Bizni bu sirtning o'rama urinadigan nuqtalari qiziqtiradi. Biz bilamizki, bu nuqtalar koordinatalari C parametrlarning mos qiymati bilan (2.5) tenglamalar bilan bog'langan. Demak, (x, y, z) nuqta C sirtida bo'lishini ifodalovchi (2.8) tenglamaga

$$F_C(x, y, z, C) = 0 \quad (2.9)$$

tenglamani qo'shish lozim. Hozir C tayinlangani uchun, ya'ni (C) sirt berilgani uchun, (2.8) va (2.9) tenglamalar faqat (x, y, z) ga qo'yilgan va bizga odatda (C) sirt ustida yotuvchi egri chiziqni aniqlaydi. Bu egri chiziq nuqtalari shu

bilan bir nuqtada yotadi va ularning barchasiga C ning tayinlangan qiymati mos keladi, ya'ni barcha bu nuqtalarda o'rama bitta (C) sirtga urinadi.

Oilaning berilgan sirtiga o'rama urinuvchi egri chiziq xarakteristikasi deyiladi.

(2.5) tenglamalar C ning tayinlangan qiymatida xarakteristikalar tenglamalarga aylanadi. Ravshanki, o'ramani xarakteristikalarining geometrik o'rni deb qarash

mumkin. Oilaning

sirtlaridan har biri

o'ramaga xarakteristika

bo'lib urinadi, ular jami

bo'lib o'ramani

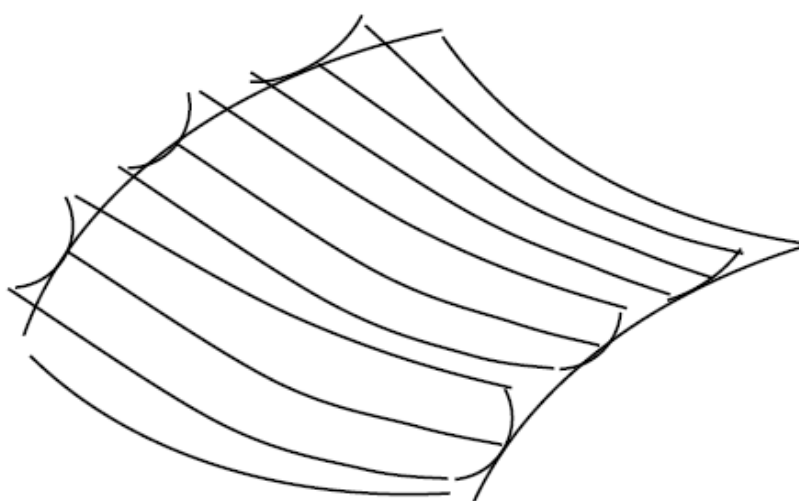
to'ldiradi (chizma-8).

Agar (C) va $(C + \Delta C)$

cheksiz yaqin sirtlar

kesishish chiziqlarining

$\Delta C \rightarrow 0$ da sda limit holati mavjud bo'lsa, bu (C) da yotuvchi xarakteristika bo'ladi.



169-chizma

2.2 §. Yoyiluvchi sirt tekisliklar oilasi o'ramasi sifatida

Endi sirt oilasi o'ramasining muhim xususiy holini o'rganamiz, ya'ni bu sirtlar tekisliklardan iborat. Bunday oila tenglamasi umumiy ko'rinishi

$$A(\alpha)x + B(\alpha)y + C(\alpha)z + D(\alpha) = 0 \quad (2.10)$$

dan, iborat bu yerda x, y, z – tekislikning joriy koordinatalari, A, B, C, D – uning oila ikkinchi parametrga bog'liq tenglamasi koeffitsientlari.

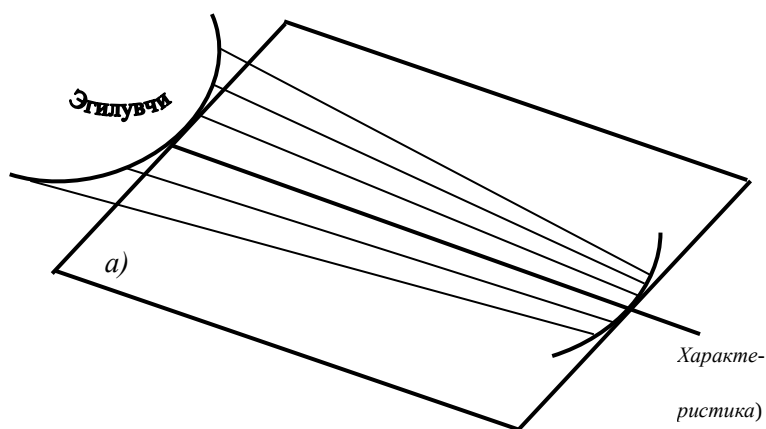
Oilaning berilgan tekislikda yotuvchi xarakteristikasini topamiz. Buning uchun (2.10) tenglamaga biz bilamizki, 5 – dagi ya'ni (2.10) ning gap qismini α – parametr bo'yicha differinsiallash bilan oilasi

$$A'(\alpha)x + B'(\alpha)y + C'(\alpha)z + D'(\alpha) = 0 \quad (2.11)$$

tenglamasini qushish lozim.

(2.10) va (2.11) tenglamalar birgalikda va bog'liq bo'lmagan deb hisoblaymiz.

U holda birgalikda berilgan oila oila tekisligida xarakteristika bo'lib xizmat qiluvchi to'g'ri chiziqni aniqlaydi. (chizma-9)



chizma-9

Shunday qilib, bizning holda xarakteristikalar – to'g'ri chiziqlar, o'ramasi esa ularning geometrik o'rnichiziqsimon sirtidan iborat. Bu chiziq nafaqat chiziqsimon balki, yoyiluvchi ham bo'ladi.

Haqiqatdan, xarakteristika bo'ylab, ya'ni o'zining to'g'ri chiziqli yasovchisi bo'ylab o'rama sirt oila sirtiga urinadi, ya'ni (2.10) oilaning birorta tekisligiga urinadi(chizma-9).

Shunday qilib, bu tekislikyasovchining barcha nuqtalarida umumiy urinma tekislik bo'lib xizmat qiladi, bizning o'rama oxirgi tarifiga ko'ra yoyiluvchi sirt bo'ladi.Aksincha, ixtiyoriy yoyiluvchi sirt bir parametri bir tekislik oilasining o'ramasidan iborat.Haqiqatdan, yoyiluvchi sirtning yasovchilari bir parametrga bog'liq.Berilgan yasovchi orqali bitta urinma tekislik (yasovchini barcha nuqtalarida sirtga urinuvchi) o'tgani uchun yoyiluvchi sirtga lozim bo'lgan urinma tekisliklar oilasi faqat bitta parametrga bog'liq (bundan farqli ixtiyoriy sirt uchun urinma tekisliklar oilasi ikkita parametrga bog'liq).

Natijada yoyiluvchi sirt har bir nuqtasida uzining o'rinma tekisliklarining bir parametr oilasidagi biror tekislikka urinadi, ya'ni bu oilasi uchun o'rama bo'ladi.

Shunday qilib, sirt yoyiluvchi bo'lishi uchun bir parametrli tekisliklar oilasining o'ramasi bo'lishi zarur va yetarli.

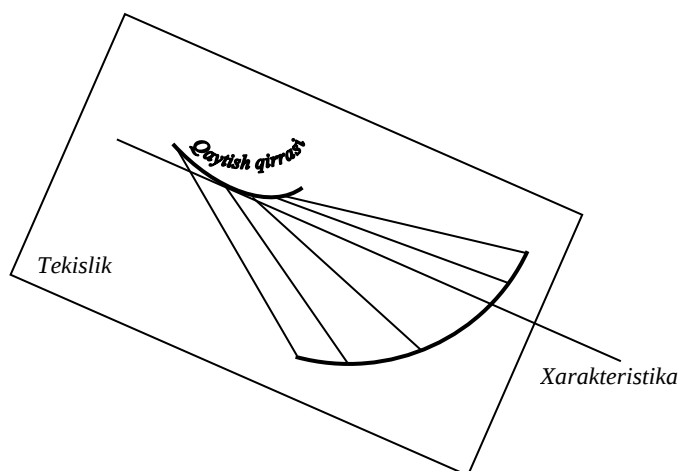
2.3 §. Tekisliklar oilasi o'ramasining qaytish qirrasini

Shunday qilib, yoyiluvchi sirlarga bir parametrli tekisliklar oilasi o'ramasi sifatida ta'rif berish mumkin.

Endi (2.10) tenglama bilan berilgan tekisliklar oilasini o'rganishni davom

ettiramiz. O'rama α ning mumkin

bo'lgan qiymatlarida (2.10), (2.11) tenglamalar bilan aniqlanuvchi to'g'ri chiziqlar (xarakteristikalar) geometrik o'rni sifatida izlanadi. Savol qo'yamiz, o'ramaning qaytish qirrasini, u agar mavjud bo'lsa qanday topish mumkin, yoki uagar u yo'q bo'lsa, uni qanday aniqlash mumkin. O'rama – silindirik yoki konus sirt bo'lganda, α ning har bir qiymati uchun o'zgarmas xarakteristikada, bu xarakteristika (yoyiluvchi sirt yasovchisi) qaytish qirrasiga urinadigan nuqtani belgilaymiz. (chizma-10)



chizma-10

Bu nuqtaning koordinatalari chiziqqa bizga noma'lum

$$x = x(\alpha), \quad y = y(\alpha), \quad z = z(\alpha) \quad (2.12)$$

funksiyalar bilan ifodalangan bo'lsin. U holda bu funksiyalar avvalo (2.10) va (2.11) tenglamalarni qanoatlantiradi, chunki α ning har bir qiymatida mos (2.12) nuqta mos xarakteristikada yotadi. Biz

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

ayniyatga ega bo'lamiz, bu yerda α argument barcha qaralayotgan miqdorlarda qisqalik uchun yoziladi.

Endi α ning har bir qiymatida radius vektor

$$r' = x'i + y'j + z'k$$

hosilasi qirra bo'ylab mos xarakteristika bo'yicha yo'nalgan deb qo'shimcha talab qo'yish mumkin va demak,

$$Ai + Bj + Ck$$

Vektorga perpendikulyar. Ikkinchidan (2.11) tekislikda va demak,

$$A'i + B'j + c'k$$

vektorga perpendikulyar.

Ravshanki, bu shartlar bilan xarakteristika yo'nalishi to'la aniqlanadi, r' vektor xarakteristikaga yo'nalgan bo'lishi uchun u yozilgan ikkita vektorga perpendikulyar bo'lishi zarur va yetarli. Buni r' vektorni yozilgan vektorlarning har biri bilan skalyar ko'paytmalarni nolga tenglab yozamiz:

$$\begin{cases} Ax' + By' + Cz' = 0 \\ A'x' + B'y' + C'z' = 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Demak, (2.12) funksiyaga quyilgan (2.13) va (2.14) shartlar (2.12) tenglamalar bilan aniqlanuvchi egri chiziq qaralayotgan tekisliklar oilasi o'ramasi uchun qaytish qirrasi bo'lishi uchun zarur va yetarli.

Haqiqatda, (2.13) α ning har bir qiymatida (2.12) egri chiziq nuqtasi mos xarakteristikada yotishini, (2.14) esa – bu xarakteristika (2.12) egri chiziq urinma bo'yicha yo'nalganlikni bildiradi, demak, bu urinma bilan ustma – ust tushadi. (2.13) va (2.14) shartlarni almashtirish mumkin emas. Chunki, (2.13) tenglamaning birinchisini α bo'yicha differensiallab

$$A'x + B'y + C'z + D' + Ax' + By' + Cz' = 0$$

tenglikni olamiz. (2.13) tenglamalardan ikkinchisini etiborga olib bu yerda birinchi to'rtta hadni tashlab yuborish mumkin.(2.14) tenglamalarda birinchisini olamiz, shunday qilib, mustaqil qiymatga ega emas va(2.13) natijasi kabi olinadi.

III – BOB. QALDIRG'OCH DUMI MAXSUSLIGI BILAN BOG'LANGAN TEBRANUVCHAN INTEGRALLAR

3.1 §. Gauss egriliklari nol bo'lgan giper sirtida aniqlangan Fu're almashtirishlarini baholash

Biz har bir oddiy nuqtasida gauss egriligi noldan farqli $S \subset R^n$ gepir sirtini qarab o'tamiz. dS orqali sirt o'lchovi belgilanadi va biz kompakt tashuvchili ψ silliq funksiya $d\mu = \psi(x)dS(x)$ o'lchovini tariflaymiz. Biz bu o'lchovda Furye almashtirishini tekis baholashga kelimiz. Biz sunuvchi sirt o'lchovida Furye almashtirishi $|\xi|^{-\frac{1}{n}}$ ga qaraganda tez kamayishini ko'rsatadi. Xususiyl holda o'ziga

xos gepir sirtida Furye almashtirishi $|\xi| \rightarrow \infty$ ketganda $O(|\xi|^{-\frac{1}{2}})$ tartibda kamayadi.

Natijaning tahlillari.

Faraz qilaylik $S \subset R^{n+1}$ silliq gepir sirt bo'lsin. ψ fiksirlanuvchi funksiya $C_0^\infty(S)$ sinfdagi va $dS - S$ ning sirt o'lchovi. Bilamizki, L^p – maksimal operator bahosi qaydagi S sirtida aniqlangan Furye almashtirishini xossasi bilan bog'langan bo'lib, tebranuvchi entigralning ko'rinishi

$$d\mu(\xi) = \int e^{i(\xi, x)} \psi(x) dS(x), \quad (3.1)$$

Bunda $d\mu = \psi(x)dS(x)$ sirtida kompakt tashuvchili o'lchov va $(x, \xi) - x$ va ξ larning skalyar ko'paytmasi. (3.1) tebranuvchi integral xossasi $|\xi| \rightarrow \infty$ da S sirtning geometric xossasi bilan bog'langan bo'lib va ξ vektor yo'nalishidan qattiy nazar qiyin bo'lishi mumkin.

Tebranuvchi integral baholash masalasi ko'p insonlar tomonidan qaralgan.

Takidlash lozimki, ko'p matematika – fizika masalalari (3.1) tebranuvchi integralni tekis bahosiga olib kelinadi. Eng muvofiq, (3.1) tebraluvchi integralni tekis bahosini, Rendol bir o'lchovli hol uchun va Varchinko, Karpushkinlar analitik geprt sirtning $n = 2$ holi uchun hosil qilishgan. Aniq bahoni Shulson ham ma'lum vaziyatda yo'nalgan qavariq gepir sirtning chekli turi uchun hosil qilgan. Biz maxsus hol uchun $d\mu(\xi)$ o'lchov xossasining masalasini qaraymiz, u holda $S \subset R^3$ gepir sirtning har bir oddiy nuqtasida gauss egriligi nolga aylanadi. Biloamizki, R^3 dagi gepir sirt umumiy holatda yoki silindrik yoki konusli yoki aylanuvchi sirt bo'ladi.

Faraz qilaylik, $\gamma: (R, 0) \rightarrow R^3$ yoyiluvchi sirt berilgan bo'lsin. Fazoda sistema koordinatalarini fiksirlab γ ni $x(t) = \llbracket x \rrbracket_1(t), x_2(t), x_3(t)$ ko'rinishida yozamiz. Aytiladi, γ – egri chiziq 0 nuqtada chekli deyiladi, agar vektorlar $x'(0), x''(0), \dots, x^{(k)}(0) \dots$ cheksiz son bo'lib, uch o'lchovli fazo bilan ustma-ust tushsa. Bu holda sistema koordinatalari va m, n, k natural sonlar ham hosil bo'lib, γ egri chiziqni

$$x_1(t) = t^m g_1(t), x_2(t) = t^{m+n} g_2(t), x_3(t) = t^{m+n+k} g_3(t)$$

ko'rinishda yozamiz, bunda g_1, g_2, g_3 lar $g_1(0) = g_2(0) = g_3(0)$ xossaga ega silliq funksiya. Uchta son $(m, n, m + n + k)$ afin sistema koordinatalarini tanlanishiga bog'liq emas va γ egri chiziq bo'yi deyiladi:

$$\gamma: \text{typ}(\gamma) = (m, n, m + n + k)$$

Eslatma 1: Agar egri chiziq uzunligi har qanday tekislikda ∞ tartibli urinishga ega bo'lmasa, u holda chekli turga ega.

Egrilik turi silliqatlanuvchi deyiladi, agar har qanday egrilik bilan aniqlangan yoyilgan gepir sirt shu holda deffiomorfna ekvivalent bo'lsa. Biz Furrye

almashtirish o'lchovini baholashni gauss egriligi nol gepir sirtida aniqlangan qaraymiz.

Bu holda chekli o'ziga xos yozuv mavjud. $(1, 2, 2 + k)$ sirt turi va $(2, 3, 4), (1, 3, 4), (3, 4, 5)$ sirt chiqarish.

Teorema 3.1: Faraz qilish, silliq egri chiziq γ quyidagi $(m, n, m + n + k)$ ko'rinishda bo'lsin. U holda U boshlang'ich koordinataning atrofi, ixtiyoriy funksiya $\psi \in C_0^\infty(U)$ da

$$|V(\xi)| \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{(1 + |\xi|)^\beta}$$

baholanadi, bunda $\beta = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{n}{n + k} \right\}$ va $\|\cdot\|_{C^1}$ - uzluksiz fazoda deffirinsiallanuvchi funksiyaning haqiqiy normasi. Bu yerda β optimal.

Natija 3.2: 1) Agar S yoyiluvchi gepir sirt $(1, 2, 2 + k) (k \geq 1)$ ko'rinishda bo'lsa, u holda I tebranuvchi integral quyidagi baholashga ega:

$$|V(\xi)| \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{(1 + |\xi|)^{\frac{1}{k+1}}}$$

2) Agar gepirsirt yoki $(1, 3, 5)$ tipda bo'lsa, har qanday $\psi \in C_0^\infty(R^3)$ funksiya uchun quyidagi tengsizlik bajariladi:

$$|V(\xi)| \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{(1 + |\xi|)^{\frac{1}{2}}}$$

Eslatma 2: $(2, 3, 4)$ va $(3, 4, 5)$ gepirt sirt holida h - balandlik funksiya fazosi Varchinko terminiga ko'ra 2 ga teng. Lekin $(1, 3, 4)$ holida $h = 3$ boshqa holda

$n = 4$ bo'ladi. Shunga ko'ra tebranuvchi integral $|\xi| \rightarrow \infty$ ketganda $O(|\xi|^{-\frac{1}{2}})$ tartibda kamayadi.

Keyingi paragrafda biz tebranuvchi integralni baholashni va qism to'plamlar tengligida lebeg o'lchovli yordamchi tasdiqlarni qaraymiz. Keyin biz bu natijalarni tebranuvchi integralni baholashga qo'llaymiz va Furiye almashtirishini baholashga kelamiz.

3.2 §. Silliqlik fazoda tebranuvchi integralni baholash

Biz tebranuvchi integralni quydagi ko'rinishda qaraymiz:

$$J(\lambda, s) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{i\lambda(y\rho(x,s) + g(x,s))} |y| a(x, y, s) dx dy$$

bunda $\rho(x, s)$ ko'phad quydagi ko'rinishga teng:

$$\rho(x, s) = x^{n+1} + s_1 x^{n-1} + \dots + s_{n-1} x + s_n$$

$g(x, s)$ - silliq funksiya va a - kompakt tashuvchili silliq funksiya.

Teorema 3.2: Faraz qilaylik, $U \times V$ atrof $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}$ dagi chegaralangan boshlang'ich koordinata bo'lsin. Har qanday $a \in C_0^\infty(U \times V)$ da doimiy C mavjud va quydagi baholashga ega:

$$|J(\lambda, s)| \leq \frac{C \|a(\cdot, s)\|_{C^1(U)}}{|\lambda|^{\frac{1}{n+1}}}$$

Agar g - analitik funksiya va yetarli kichik amplitudali silliq funksiya bo'lsa. 3.1 - teorema natijasiga ko'ra Karpushkinning analitik fazoda ikki karali

tebranuvchi integralning tekis bahosiga kelamiz. Biz amplitudali funksiyada oddiy isbotlashni keltiramiz.

Lemma-3.3: Har qanday $\lambda \neq 0$ va $s \in V \subset \mathbb{R}^n$ musbat son uchun C o'zgarmas mavjud bo'lib quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$I_1 = \int_{\{x: |\lambda \rho(x, s)| > 1\}} \frac{dx}{|\rho(x, s)|} \leq C |\lambda|^{\frac{n}{n+1}}$$

Isbot: Biz n bo'yicha induksiya usulida isbotlaymiz. Agar $n = 1$ holida quyidagi integralni qaraymiz:

$$\int_{\{x: |\lambda(x^2 + s_1)| > 1\}} \frac{dx}{|x^2 + s_1|}$$

Faraz qilaylik, $s_1 \geq 0$ bo'lsin. Unda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_{\{x: |\lambda(x^2 + s_1)| > 1\}} \frac{dx}{|x^2 + s_1|} \leq \int_{\{x: |\lambda x^2| > 1\}} \frac{dx}{x^2} = 2|\lambda|^{\frac{1}{2}}$$

Endi $s_1 < 0$ deylik. Bunda $x = |s_1|^{\frac{1}{2}}y$ almashtirishni olamiz va

$$\int_{\{x: |\lambda(x^2 + s_1)| > 1\}} \frac{dx}{|x^2 + s_1|} = \frac{1}{|s_1|^{\frac{1}{2}}} \int_{\{y: |\lambda s_1(y^2 - 1)| > 1\}} \frac{dy}{|y^2 - 1|}$$

ni hosil qilamiz.

Oldin $|\lambda s_1| < \frac{1}{3}$ bo'lgan holni qaraylik. Bu holda to'g'ridan-to'g'ri hisoblash quyidagini ko'rsatadi.

Faraz qilaylik, $\rho > 1$ bo'lsin. U holda oxirgi integral yuqoridagi $C|s_1|^{\frac{1}{2}}$ baholashga ega bo'ladi. Bu integralimiz uchun kerakli baholashga olib keladi.

Endi $|s_1| > 4$ holni qaraymiz. Bunda quydagi baholashni ko'rish mumkin.

Quyidagi tengsizlikga kelimiz:

Bunda $n = 1$ hol uchun 3.3-lemmani tasdiq holini hosil qilamiz. Biz $n \geq 2$ deb faraz qilamiz va lemma-3.3 tasdiqi $k \leq n - 1$ natural sonlar uchun bajariladi. Biz $k = n$ holi uchun isbot qilamiz.

Oldin ρ son uchun quydagi munosabatni kiritamiz:

$$\rho = \rho(s) = |s_1|^{\frac{n+1}{2}} + |s_2|^{\frac{n+1}{2}} + \dots + |s_n|^{\frac{n+1}{2}}$$

J_1 integralda $x = \rho^{\frac{1}{n+1}} y$ almashtirishni olamiz va

$$J_1 = \frac{1}{\rho^{\frac{n}{n+1}}} \int_{\{y: |\lambda \rho p(y, \xi)| > 1\}} \frac{dy}{|p(y, \xi)|}$$

ni hosil qilamiz, bunda $\xi_k = \frac{s_k}{\rho^{\frac{k+1}{n+1}}}, k = \overline{1, n}$ teng.

$\sum_{\xi \in \Sigma} = \{s \in R^n : \rho(s) = 1\}$ to'plamga kvazisfera deyiladi. U holda $\xi \in \sum_{\xi}$.

$\sum_{\xi}$ kompakt to'plam ekan, unda N musbat son mavjud va $\{|y| > N\} \times \sum_{\xi}$ to'plamda $\varphi(y, \xi)$ fumksiya aniqlangan, unda $p(y, \xi) = y^{n+1} \varphi(y, \xi)$ tenglik to'g'ri. Undan tashqari C_1, C_2 musbat sonlar va har qanday $(y, \xi) \in \{|y| > N\} \times \sum_{\xi}$ nuqtalar uchun $C_1 \leq \varphi(y, \xi) \leq C_2$ mavjud. Eslatib o'tamiz, agar ε yetarli darajada kichik musbat son bo'lgani uchun

$$\{y : |p(y, \xi)| > \varepsilon\} \subset \{|y| > N\} \times \sum_{\xi}$$

bajariladi. Agar ε yetarli darajada kichik musbat son bo'lsa, unda $|\lambda \rho| < \varepsilon$ holda quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\int_{\{y : |\lambda \rho p(y, \xi)| > 1\}} \frac{dy}{|p(y, \xi)|} \leq \int_{\{y : C_1 |\lambda \rho y^{n+1}| > 1\}} \frac{dy}{C_1 |y^{n+1}|} \leq C |\lambda \rho|^{\frac{n}{n+1}}$$

U holda I_1 integral uchun izlanayotgan bahoga ega bo'lamiz.

$$0 < \varepsilon < |\lambda \rho| < M$$

Endi biz holni qaraymiz, bu holda M – har qanday fiksirlanuvchi musbat son. Bu holda $C(M, n)$ musbat son mavjud va quyidagini qanoatlantiradi.

$$\int_{\{y : |\lambda \rho p(y, \xi)| > 1\}} \frac{dy}{|p(y, \xi)|} \leq C(M, n)$$

Natijada quyidagi baholashga kelamiz.

Endi faqat izlanayotgan $|\lambda\rho| > M$ holda baholashni isbotlash qoldi. Faraz qilaylik,

$\xi = \xi^0 \in \sum_{j=1}^l$ fiksirlanuvchi nuqta va $p(y, \xi)$ ko'phad $k_j \leq n-1, j = \overline{1, l}$ shartni qanoatlantiruvchi $k_1, k_2, \dots, k_l$ karali $y_1, y_2, \dots, y_l$ haqiqiy ildizga ega bo'lsin. Agar lemma-1 shartiga ko'ra haqiqiy ildizga ega bo'lmasa, unda ξ^0 nuqta bo'lagida bajariladi. Veyershtas-Malgranj teoremasiga ko'ra ξ^0 nuqtaning V atrofi va $y_1, y_2, \dots, y_l$ nuqtalarning $U_1, U_2, \dots, U_l$ atroflari mavjud. $U_j \times V$ uchun quyidagi faktorizatsiyaga egamiz:

$$p(y, \xi) = p_j(y, \xi) Q_j(y, \xi)$$

bunda $p_j(y, \xi) = (y - y_j)^{k_j} + \eta_1(\xi)(y - y_j)^{k_j-1} + \dots + \eta_{k_j}(\xi)$. Bu Q_j dagi analitik funksiya ξ^0 nuqtada nolga aylanadi. Haqiqiy analitik funksiya $(y, \xi) \in U_j \times V$ da $|Q_j(y, \xi)| \geq \delta > 0$ shartni qanoatlantiradi.

Biz ξ^0 nuqtaning V atrofini har qanday larda $p(y, \xi) \neq 0$ deb olish mumkin.

Shuning uchun ixtiyoriy $\xi \in V$ shunday C son mavjudki quyidagi tengsizlikni qanoatlantiradi:

$$\int_1(\mathbb{K}(\mathbb{R}(U_1(j=1) \cap U_j))) \equiv dy/|p(y, \xi)| \leq c$$

Boshqa tarafdin, induksiya metodidan quyidagiga egamiz.

$$\int_{U_j} \{y: |\lambda \rho p(y, \xi)| > 1\} \frac{dy}{|p(y, \xi)|} \leq \int_{U_j} \{y: |\lambda \delta \rho p_j(y, \xi)| > 1\} \frac{dy}{|\delta p_j(y, \xi)|} \leq C(\delta) |\lambda \rho|^{\frac{k_j}{k_j+1}} \leq C |\lambda \rho|^{\frac{n}{n+1}}$$

Bundan ixtiyoriy $\xi \in V$ da quyidagi baholashga kelamiz.

$\sum_{\mathbb{N}}$ kompakt to'plam ekanligidan kvazasferada oxirgi baholashga ega bo'ldik. Isbot bo'ldi.

Endi maxsus turdagi funksiyalar uchun lemma1 ni isbot qilamiz. Faraz qilaylik, $p(x, s_1, s_2)$ funksiyalar oilasi quyidagi tenglik bilan aniqlangan.

$$p(x, s_1, s_2) = x^{r_1} + s_1 x g_1(x^r) + s_2 x g_2(x^r)$$

U $\mathbf{R}_+$ to'plamda aniqlanga, $\mathbf{R}$ da chegaralangan $g_1(y), g_2(y)$ silliq funksiyalar $g_1(0) = g_2(0) = 1$ shartni qanoatlantiradi va r_1, r musbat son $r_1 > 0$.

Lemma 3.4: Har qanday $\lambda > 2$ va $s \in \{s: |s| < \delta\}$ lar uchun shunday δ va C musbat son mavjudki, quyidagi baholash o'rinli:

$$J = \int_{\{x \in \mathbf{R}_+ : \lambda |p(x, s_1, s_2)| > 1\}} \frac{dy}{|p(x, s_1, s_2)|} \leq C \lambda^\beta$$

bunda .

Isbot: Avval $\rho(s) = |s_1|^{\frac{r_1-1}{r_1}} + |s_2|$ kvazimasofa va $\sum_1 = \{s \in \mathbf{R}^2 : \rho(s) = 1\}$

kvazasferani kiritamiz. Biz $x = \rho^{\frac{1}{r_1}} y$ almashtirishni olib quyidagini hosil qilamiz.

$$J = \int_{\{y \in \mathbf{R}_+ : \lambda \rho p(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) > 1\}} \frac{dy}{|p(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)|}$$

bunda $\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = y^{r_1} + \sigma_1 y g_1(\rho^{\frac{r}{r_1}} y) + \sigma_2 g_2(\rho^{\frac{r}{r_1}} y^r)$, $\sigma_1 = s_1 \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}}$,

$\sigma_2 = \frac{s_2}{\rho}$, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$

Eslatma 3: $\sum_1^{\sigma \in \mathbb{N}} g_1, g_2$ chegaralangan funksiya ekanligidan, $N > 0$

musbat son va har qanday $y > N$ va $\sigma \in \sum_1^{\mathbb{N}}, \rho \in \mathbb{R}_+$ uchun $\varphi(y, \sigma, \rho)$ funksiya mavjud va quyidagi ayniyat bajariladi:

$$\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = y^{r_1} \varphi(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$$

Bundan tashqari φ funksiya uchun shunday c_1, c_2 musbat son mavjud va $c_1 \leq \varphi(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) \leq c_2$ tengsizlik hamma $(y, \sigma, \rho) \in (N, +\infty) \times \sum_1^{\mathbb{N}} \times \mathbb{R}$ nuqtalar uchun bajariladi.

Faraz qilaylik N fiksirlangan funksiya. U holda $\varepsilon > 0$ musbat songa egamiz va quyidagi bajariladi:

Endi $|\lambda| \rho < \varepsilon$ holni qaraymiz. U holda

$$J = \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \int_{\{y \in \mathbb{N}_+ : |\lambda \rho p(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)| > 1\}} \frac{dy}{|p(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)|} \leq \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \int_{\{y \in \mathbb{N}_+ : |\lambda| \rho y^{r_1} > 1\}} \frac{dy}{c_1 y^{r_1}} \leq c |\lambda|^{\frac{r_1-1}{r_1}}.$$

Agar M fiksirlanuvchi musbat son va $\varepsilon < \lambda \rho < M$ holda J integral uchun $c \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}}$ bahoga ega bo'lamiz. Bu bahodan quyidagiga kelamiz:

$$J \leq c |\lambda|^{\frac{r_1-1}{r_1}}$$

Endi $|\lambda| \rho > M$ holni qaraymiz, bunda M yetarli katta musbat son. Biz integralni ikkiga bo'lamiz.

$$J_1 = \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \int_{\left(N, \delta \rho^{-\frac{1}{r_1}}\right) \cap \left\{y : \left|\lambda \rho \tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)\right| > 1\right\}} \left| \tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) \right| dy$$

va

$$J_2 = \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \int_{(0,N) \cap \{y: |\lambda \rho \tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)| > 1\}} \frac{dy}{|\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)|}$$

Biz J integralni ikkita integral yig'indisida ifodalashimiz

mumkin: $J = J_1 + J_2$ Integral J_1 ni baholasak $c \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}}$ ga ega bo'lamiz. Bundan izlanayotgan tengsizlikka kelamiz. Δ musbat sonni olamiz va yangi integralni kiritamiz.

$$J_{21} = \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \int_{(0,\Delta) \cap \{y: \lambda \rho |\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)| > 1\}} \frac{dy}{|\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)|}$$

Endi $\sigma = \sigma^0 \in \sum_1$ ni fiksirlaymiz. Agar $\sigma_1^0 \neq 0$ bo'lsa, har qanday $(y, \sigma) \in (0, \Delta) \times V(\sigma^0)$ uchun $\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) \neq 0$ shart bajariluvchi shunday Δ va $V(\sigma^0)$ atrofni tanlashimiz mumkin. J_{21} integral ham $c \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}}$ bahoga ega.

Faraz qilaylik, $\sigma = \sigma^0 \in \sum_1$ kvazisferada fiksirlanuvchi nuqta va $\sigma_1^0 = 0$ bo'lsin. U holda $\rho(\sigma^0) = 1$ tenglikka ko'ra $\sigma_2^0 = \pm 1$ teng. Biz quydagicha almashtirish olamiz.

$$z = \frac{p(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)}{g_2\left(\rho^{\frac{r}{r_1}} y^r\right)}$$

Oxirgi kasr bosh va teskari koordinata atrofda uzluksiz differensiallanuvchi uzluksiz funksiya. U holda J_{21} integral uchun quyidagi baholashga kelamiz:

$$J_{21} \leq c \rho^{\frac{r_1-1}{r_1}} \log(\rho \lambda)$$

J_{21} integral uchun kerakli tengsizlikni hosil qildik.

Endi biz $[\Delta, N]$ to'plamda $\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$ funksiyani qaraymiz. Faraz qilaylik, $\sigma^0 \in \sum_1^{\infty}$ fiksirlanuvchi nuqta bo'lsin. Eslatib o'tamiz, bu funksiya kichik deformatsiya funksiyasi sifatida qarash mumkin.

$$\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_{2,0}) = y^{r_1} + \sigma_1^0 y + \sigma_1^0$$

Kichik atrofda ildizlari $[\Delta, N]$ to'plamga tegishli. $y^{r_1} + \sigma_1^0 y + \sigma_1^0$ funksiya bu integralda ikkitadan ko'p karrali ildizga ega emas. Shuning uchun biz $\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$ funksiyaga Veyershtrass – Malgranj teoremasini qo'llab, fatkorizatsiyaga egamiz.

$$\tilde{p}(y, \sigma_1, \sigma_2, \rho) = g(y, \sigma, \rho) p_2(y, \sigma, \rho)$$

Bunda $g(y, \sigma, \rho)$ funksiya silliq nolga aylanmaydi va $p_2(y, \sigma, \rho)$ funksiya y o'zgaruvchiga nisbatan 2-darajali ko'phad. Bu ko'phadni koeffisientlari $(\sigma, \rho^{\frac{r}{r_1}})$ o'zgaruvchiga nisbatan silliq funksiya.

Endi biz 3.4-lemmani qo'llab quyidagini hosil qilamiz.

$$J_2 - J_{2,1} \leq \frac{C |\lambda \rho|^{\frac{1}{r_1}}}{\rho^{\frac{r_1-1}{r_1}}} \leq C |\lambda|^{\beta}$$

Isbot bo'ldi.

Lemma 3.5: Shunday δ va C musbat son mavjud bo'lib, barcha $h > 0$ va $|\lambda| < \delta$ quyidagi baholash bajariladi:

$$\mu(\{x > 0 : |p(x, s_1, s_2)| < h\}) \leq C h^{\beta}$$

$$= \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{r_1} \right\}$$

Bunda $\mu(\{x > 0: |p(x, s_1, s_2)| < h\})$ to'plamning Lebig o'lchovi $\mu(\{x > 0: |p(x, s_1, s_2)| < h\})$ shunga teng.

Isboti analog usul bilan isbotlanadi.

Lemma 3.6: Faraz qilaylik, g_1, g_2, g_3 silliq funksiyalar $g_1(0) = g_2(0) = g_3(0) = 1$ shartni qanoatlantirsin. Shunday doimiy δ va C mavjud bo'lib, har bir $\eta \in S^2$ va $\lambda > 2$ sonlar uchun quyidagi baholash o'rinli.

$$\mu\left((0, \delta) \cap \left\{t: \left|\eta_3 t^{\frac{n+k}{n}} g_3\left(t^{\frac{1}{n}}\right) + \eta_2 t^{\frac{n+k}{n}} g_2\left(t^{\frac{1}{n}}\right) + \eta_1 t^{\frac{n+k}{n}} g_1\left(t^{\frac{1}{n}}\right)\right| < \lambda^{-1}\right\}\right) \leq C \lambda^{-\beta_1}$$

Bunda $\beta_1 = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{k}{k+n} \right\}$ va S^2 lar $\mathbb{R}^3$ dagi markazi koordinatada boshida bo'lgan birlik sfera.

Isboti 3.5-lemmadan kelib chiqadi.

Lemma 3.7: Faraz qilaylik, $F - I = [a, b]$ kesmada n marta uzluksiz differensiallanuvchi funksiya va ixtiyoriy $x \in I$ lar uchun $|f^{(n)}(x)| \geq 1$ tengsizlik bajarilsin. U holda doimiy $C(n)$ mavjud bo'lib quyidagi baholash o'rinli.

$$\mu(\{x \in I: |f(x)| < h\}) < C(n) h^{\frac{1}{n}}$$

3.1-Teoremaning isboti: 3.7-lemmaga asosan $s \in \mathbb{R}^3$ ga bog'liq bo'lmagan holda Lebeg o'lchovi $\{x: |\lambda p(x, s)| \leq 1\}$ to'plami $C(n) \lambda^{-\frac{1}{n+1}}$ o'lchovli baholanadi.

Shunga asosan $\int_{\mathcal{U}, s}$ tebranuvchi integral uchun 1- va 5-lemmani qo'llab quyidagiga ega bo'lamiz.

Endi tengsizlikni qo'llaymiz:

$$\sup \|a(x \dots s)\|_{C^1} \leq \|a(x \dots s)\|_{C^1(U)}$$

3.3-lemmaga asosan

$$\int_{\{x: |\lambda p(x, s)| > 1\}} \frac{\|a(x \dots s)\|_{C^1} dx}{|p(x, s)|} \leq \|a(x \dots s)\|_{C^1(U)} \int_{\{x: |\lambda p(x, s)| > 1\}} \frac{dx}{|p(x, s)|} \leq C(n) |\lambda|^{\frac{1}{n+1}} \|a(\dots s)\|_{C^1(U)}$$

tengsizlik hosil bo'ladi. Oxirgi tengsizlik 3.1-teoremani isbotlaydi.

3.3 §. Qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikning egriliklari

Bizga ma'lumki, sirtlarning maxsusliklarini o'rganish masalasi ancha murakkab. Ushbu maqolada biz shunday sirtlardan biri qaldirg'och dumi tipidagi sirtning to'la egriligini hisoblaymiz.

Ma'lumki, qaldirg'och dumi maxsusligi quydagideformatsiya bilan bog'langan

$$V_{abc}(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + c \quad (3.2)$$

bo'ladi. Endi bu deformatsiya diskriminant to'plamining maxsusmas nuqtasida to'la egriligini hisoblaymiz. Buning uchun avvalo (3.2) dan birinchi va ikkinchi tartibli hosilalar olib quydagi tenglamalar sistemasi tuzamiz:

$$\begin{cases} x^4 + ax^2 + bx + c = 0 \\ 4x^3 + 2ax + b = 0. \end{cases}$$

Bundan a, b, c larni (a, x) parametrlar orqali ifodalab,

$$\begin{cases} a = a \\ b = -4x^3 - 2ax \\ c = 3x^4 + ax^2 \end{cases} \quad (3.3)$$

hosil bo'lgan sirtning to'la egriligini hisoblaymiz. Differensial geometriya kursidan ma'lumki, to'la egrilik

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}$$

Formula bilan hisoblanar edi. Bunda

$$E = a_a'^2 + b_a'^2 + c_a'^2, \quad F = a_a' a_x' + b_a' b_x' + c_a' c_x', \quad G = a_x'^2 + b_x'^2 + c_x'^2$$

bo'lib,

$$L = \frac{1}{\sqrt{E \times G - F^2}} \begin{vmatrix} a'_{aa} & b'_{aa} & c'_{aa} \\ a'_a & b'_a & c'_a \\ a'_x & b'_x & c'_x \end{vmatrix}, \quad M = \frac{1}{\sqrt{E \times G - F^2}} \begin{vmatrix} a'_{ax} & b'_{ax} & c'_{ax} \\ a'_a & b'_a & c'_a \\ a'_x & b'_x & c'_x \end{vmatrix},$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{E \times G - F^2}} \begin{vmatrix} a'_{xx} & b'_{xx} & c'_{xx} \\ a'_a & b'_a & c'_a \\ a'_x & b'_x & c'_x \end{vmatrix}$$

bo'ladi. Endi (3.3) dagi a, b, c lardan xususiy hosilalar olsak

$$a'_a = 1 ; a'_{ax} = 0 ; a'_x = 0 ; a'_{xx} = 0 ; c'_a = x^2$$

$$b'_a = -2x ; b'_{ax} = -2 ; b'_x = -12x^2 - 2a ; b'_{xx} = -24x$$

$$c'_{ax} = 2x ; c'_x = 12x^3 + 2ax ; c'_{xx} = 36x^2 + 2a$$

hosil bo'ladi. Endi bulardan foydalanib E, F, G, L, M va N koefitsientlarni hisoblaymiz.

$$E = 1 + 4x^2 + x^4;$$

$$F = 12x^5 + 24x^3 + 4ax + 2ax^3$$

$$G = (-12x^2 - 2a)^2 + (12x^3 + 2ax)^2 ;$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2x & x^2 \\ 0 & -12x^2 - 2a & 12x^3 + 2ax \end{vmatrix} = 0;$$

$$M = \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \begin{vmatrix} 0 & -2 & 2x \\ 1 & -2x & x^2 \\ 0 & -12x^2 - 2a & 12x^3 + 2ax \end{vmatrix} =$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{EG - F^2}} \begin{vmatrix} 0 & -24x & 36x^2 + 2a \\ 1 & -2x & x^2 \\ 0 & -12x^2 - 2ax & 12x^3 + 2ax \end{vmatrix} =$$

$$= (-12x^2 - 2ax)(12x^3 + 2ax) + 24x(12x^3 + 2ax);$$

Yuqorida hisoblangan koeffitsientlarni foydalanib, (3.3) sirtning to'la egriligini hisoblaymiz:

$$K = \frac{0 \times N - 0}{EG - F^2} = 0$$

ekan. Demak $K \equiv 0$. Bundan esa sirt yoyiluvchiligi kelib chiqadi.

Teorema 3.8. Agar sirtning barcha nuqtalari parabolik tipda ya'ni $K \equiv 0$ bo'lsa, u holda bunday sirtlar yoyiluvchi sirt bo'ladi va aksincha.

3.4 §. Qaldirg'och dumi maxsusligi bilan bog'langan tebrabuvchan integralni tekis bahosi

Qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikni ifodalovchi sirt quyidagi tenglamalar bilan aniqlanadi.

$$\Sigma: \begin{cases} a = a \\ b = -4x^3 - 2ax \\ c = 3x^4 + ax^2 \end{cases}$$

Bu sirtning maxsus nuqtalari quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2x & -12x^2 - 2a \\ x^2 & 12x^3 + 2ax \end{pmatrix} \leq 1$$

ya'ni

$$\gamma_1: \begin{cases} a = -6x^2 \\ b = 8x^3 \\ c = -3x^4 \end{cases}$$

chiziq maxsus nuqtalar to'plamidan iborat. Bu nuqtalarda sirt qaytish tipidagi maxsusliklarga ega bo'ladi. Bundan tashqari sirt o'zi bilan o'zi kesishadigan maxsus nuqtalarga ham egadir. Bu nuqtalar to'plami

$$\gamma_2: \begin{cases} a = -2x^2 \\ b = 0 \\ c = x^4 \end{cases}$$

tenglamalar bilan aniqlanadi. Biz sirtning uning oddiy nuqtalarining atrofida qaraymiz, ya'ni $S = \Sigma \setminus \{\gamma_1 \cup \gamma_2\}$. Bu holda S sirt beshta o'zaro kesishmaydigan silliq komponentalardan tuzilgan bo'ladi. Bu komponentalarning chegaralari qaldirg'och dumi deb ataluvchi Σ sirtning maxsus nuqtalaridan iborat bo'ladi.

S sirtida yuza elementi quyidagicha topiladi:

$$dS = \sqrt{EG - F^2} da dx.$$

Bunda

$$E = a_a'^2 + b_a'^2 + c_a'^2, \quad F = a_a' a_x' + b_a' b_x' + c_a' c_x', \quad G = a_x'^2 + b_x'^2 + c_x'^2$$

$$E = 1 + 4x^2 + x^4;$$

$$F = 12x^5 + 24x^3 + 4ax + 2ax^3$$

$$G = (-12x^2 - 2a)^2 + (12x^3 + 2ax)^2 ;$$

Maxsus bo'lmagan nuqtalarida $\sqrt{EG - F^2} > 0$ tengsizlik bajariladi va sirt integrali orqali o'lchov kiritiladi.

Agar $f(a, b, c)$ S da aniqlangan uzluksiz funksiya bo'lsa,

$$(\mu, f) = \int f(a, -4x^3 - 2ax, 3x^4 + ax^2) \sqrt{EG - F^2} \times$$

$$\times \psi(a, -4x^3 - 2ax, 3x^4 + ax^2) da dx$$

Biz $\psi \in C_0^\infty(S)$ deb olamiz. Ya'ni $\psi(a, -4x^3 - 2ax, 3x^4 + ax^2)$ funksiya a va x ga nisbatan cheksiz marta differensiallanuvchi bo'lib, $\psi(a, b, c)(\gamma_1 \cup \gamma_2)$ chiziqning biror atrofida nolga teng. Bundan tashqari shunday $r > 0$ soni topiladiki, $|a| + |b| + |c| > r$ bo'lganda

$$\psi(a, b, c) = 0$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Boshqacha aytganda ψ ning havzasi S dagi kompakt to'plam bo'ladi.

S dagi uzluksiz f funksitaning havzasi deb,

$$\{(a, b, c) \in S \mid f(a, b, c) \neq 0\}$$

to'plamning yopig'iga aytiladi.

Agar $\psi \geq 0$ bo'lsa. U holda μ musbat borel o'lchovi bo'ladi, aks holda μ zaryad deb yuritiladi.

Malumki, zaryadning Furrye almashtirishi $\tilde{\mu}(\xi)$ argumentning analitik funksiyasi sifatida aniqlanishi mumkin. Bu analitik funksiya $\tilde{\mu}(\xi) = (\mu, e^{i(\xi, \cdot)})$ shaklida yozilishi mumkin. $\tilde{\mu}(\xi)$ chegaralangan $|\xi|$ larda C^∞ funksiya bo'ladi.

Biz $\tilde{\mu}(\xi)$ ni $|\xi|$ yetarlicha katta qiymatlarni qabul qilgan hollarni o'rganamiz. Aslida $\psi \in C_0^1(\mathbb{S})$ deb ham qarashimiz mumkin. $J = \mu(\xi)$ belgilashni kiritib va

$$\psi(a, -4x^3 - 2ax, 3x^4 + ax^2) \overline{NEG - F^2}$$

ni a va x ning funksiyasi sifatida qarab uni yana ψ orqali belgilaymiz.

Natijada biz

$$J = \int e^{i(\xi_1 a + \xi_2 (-4x^3 - 2ax) + \xi_3 (3x^4 + ax^2))} \psi(x, a) dx da \quad (3.4)$$

ko'rinishdagi tebranuvchi integralga kelimiz.

Bu integralning tekis bahosini qaraymiz, bu yerda $\psi(x, a)$ havzasi kompakt bo'lgan cheksiz silliq funksiya.

Asosiy natija quyidagi teorimadan iborat.

Teorema 3.9. Havzasi kompakt bo'lgan ixtiyoriy $\psi \in C^1$ funksiya bo'lganda (3.4) integral quyidagi tengsizlikni

$$|J| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{(1 + |\xi|)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.5)$$

qanoatlantiradi, bunda $C\xi$ va ψ ga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas son.

(3.5) tengsizlikni isbotlash uchun Van der Korput lemmasidan foydalanamiz.

Van der Korput lemmasi: Agar $F(x)$ haqiqiy qiymatli funksiya $[a, b]$ oralig'ida berilgan bo'lib, ixtiyoriy $x \in [a, b]$ nuqta uchun $|F^n(x)| \geq r$ ($n \geq 2$) tengsizlik bajarilsa, u holda

$$\left| \int_a^b e^{iF\omega} \psi(x) dx \right| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{n}}}$$

o'rinli, bu yerda $C = C(n)$ faqat n ga bog'liq biror son.

ξ ning vector uzunligini $|\xi| = r$ harfi bilan belgilaymiz. U holda $\xi = r\omega$ bo'ladi. Bu yerda

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ bo'lib, $\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = 1$ birlik vektor.

$$r\Phi = r(\omega_1 a + \omega_2 (-4x^3 - 2ax) + \omega_3 (3x^4 + ax^2))$$

belgilashni kiritamiz. Bu belgilash orqali (3.5) integral

$$J = \int e^{ir\Phi} \psi(x, a) dx da \quad (3.6)$$

shaklda yoziladi.

Biz (3.6) integralni baholaymiz. (3.5) bahoni isbotlash uchun $r = |\xi| > 1$ holda

$$|J| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{4}}} \quad (3.7)$$

tengsizlikni isbotlash yetarli.

1-hol: Faraz qilaylik shunday $\delta > 0$ son topilsinki, $|\omega_3| \geq \delta$ bo'lsin. U holda

$$\left| \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} \right| = |72\omega_3| \geq 72\delta > 0$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Shuning uchun (3.6) integralga x o'zgaruvchi bo'yicha Van der Korput lemmasini qo'llab, (3.7) tengsizlikni hosil qilamiz.

Endi $|\omega_3| < \delta$ holni qaraymiz. Bu yerda δ – yetarlicha kichik musbat son.

2-hol: Faraz qilaylik, $|\omega_2| > \delta_1$ bo'lsin va $|72\delta M| < 12\delta_1$ tengsizlik bajarilsin. Bunda $M\psi$ ning havzasini saqlovchi doiraning radiusi.

U holda quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\left| \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} \right| = |24\omega_2 + 72x\omega_3| \geq |24\omega_2| - |72M\omega_3| \geq 24\delta_1 - 12\delta_1 = 12\delta_1$$

Shuning uchun (3.5) integralga x o'zgaruvchi bo'yicha Van der Korput lemmasini qo'llab

$$|V| \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{2}}} \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{4}}}$$

tengsizlikni hosil qilamiz.

Endi $|\omega_2| < \delta_1 |\omega_3| < \delta$ bo'lgan holini qaraymiz. Bu yerda δ_1 va δ yetarlicha kichik musbat sonlar bo'lib,

$$|72\delta M| < 12\delta_2$$

shart bajariladi.

$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = 1$ bo'lgani uchun $|\omega_1| \geq \delta_2$ tengsizlik bajariladi.

Bundan tashqari

tengsizliklarni qanoatlantiruvchi δ va δ_1 sonlarni tanlaymiz. U holda

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial a} \right| &= |\omega_1 - 2x\omega_2 + x^2\omega_3| \geq \delta_2 - |2\omega_2 x| - x^2|\omega_3| \geq \delta_2 - |2\omega_2 M| - M^2|\omega_3| \\ &\geq \delta_2 - \frac{\delta_2}{4} - \frac{\delta_2}{4} = \frac{\delta_2}{2} \end{aligned}$$

Shuning uchun a bo'yicha bo'laklab integrallash formulasini qo'llab,

$$|V| \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{r} \leq \frac{c \|\psi\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{4}}}$$

tengsizlikni hosil qilamiz.

Bu natijalar teoremani isbotlaydi.

$\mathbb{K}(a)_0, x_0$) tayinlangan nuqta bo'lib ψ

$$(a_0, -4x_0^2 - 2a_0x_0, 3x_0^4 + a_0x_0^2)$$

nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan funksiya bo'lsin.

1– hol. $a_0 \neq 0$ u holda $x_0 \neq 0$, aks holda, ya'ni $x_0 = 0$ bo'lsa, $(0,0,0)$ nuqta

$\sum_{i=1}^n$ sirtning maxsus nuqtasi bo'lar edi.

Teorema 3.10: Agar $a_0 = 0$ va $x_0 \neq 0$ bo'lib, ψ funksiya $(0, -4x_0^{3,3x_0^4})$ nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan bo'lsa, u holda I integral uchun

$$|I| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Bundan tashqari agar $\xi_1 = 0, \xi_2 = \pm \frac{x_0}{\sqrt{1+x_0^2}} \lambda, \xi_3 = \pm \frac{\lambda}{\sqrt{1+x_0^2}}$ bo'lsa u holda, quyidagi asimtotik munosabat o'rinli bo'ladi.

$$I = \frac{\int \psi(x_0, a) da}{\lambda^{\frac{1}{2}}} + O\left(\frac{1}{\lambda^{\frac{3}{2}}}\right) \quad (\lambda \rightarrow +\infty).$$

3.6-teoremani isbotlash uchun Bujork lemmasi deb ataluvchi quyidagi lemmadan foydalanamiz.

Lemma 3.11: Agar Φ funksiya ko'phad C musbat soni topilib

$$C_1 \leq \sum_{j=1}^n |\Phi^{(j)}(\infty)|$$

tengsizlik ixtiyoriy $x \in [a, b]$ da bajarilsa u holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$$\left| \int_a^b \psi(x) e^{i\lambda_0 x} dx \right| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{\lambda^{\frac{1}{n}}}$$

Bu yerda C faqat C_1 soniga bog'liq bo'lgan o'zgarmas. Agar $|\omega_3|^2 + |\omega_2|^2 < \delta$ bo'lsa, u holda $\omega_1 > \sqrt{1-\delta^2}$ shart bajariladi. Shuning uchun δ yetarli kichik

son bo'lsa $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{a}} \neq 0$ bu bo'laklab integrallash formulasi izlanayotgan yechimni beradi.

Endi $\Phi(\omega, x)$ funksiyani qaraymiz. Bu holda

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -12(\omega_3 x^3 - \omega_2 x^2)$$

va

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -12(3\omega_3 x^2 - 2\omega_2 x)$$

teng. Bu munosabatdan kelib chiqadiki, ixtiyoriy $\omega \in S^2 \cap \{\omega_2^2 + \omega_3^2 \geq \delta\}$

$$\left| \frac{\partial \Phi(\omega, x_0)}{\partial \mathbf{x}} \right| + \left| \frac{\partial^2 \Phi(\omega, x_0)}{\partial x^2} \right| \neq 0$$

S^2 kompakt to'plami bo'lgani bois $\mathbb{K}(x)_{0,a}$ nuqtaning shunday atrofi va $\delta > 0$ soni topiladiki ixtiyoriy $\omega \in S^2 \cap \{\omega_2^2 + \omega_3^2 \geq \delta\}$ va $(x, a) \in U$ uchun

$$\left| \frac{\partial \Phi(\omega, x_0, \mathbf{a})}{\partial \mathbf{x}} \right| + \left| \frac{\partial^2 \Phi(\omega, x_0, \mathbf{a})}{\partial x^2} \right| \geq \delta > 0$$

tengsizlik bajariladi. Shuning uchun 2-lemmaga ko'ra

$$\left| \int e^{i\Phi(\omega, x, \cdot)} \psi(x, \cdot) dx \right| \leq \frac{C \|\psi(\cdot, a)\|_{C^1}}{r^{\frac{1}{2}}}$$

tengsizlikni hosil qilamiz. Buyerda C soni faqat δ soniga bog'liq bo'ladi.

Endi hosil bo'lgan oxirgi tengsizlikni a bo'yicha integrallab izlanayotgan yuqori bahoga kelamiz.

Nihoyat 2-teoremaning so'nggi natijasining isbotiga o'tamiz. Agar

$$\omega_1 = 0, \omega_2 = \pm \frac{x_a}{\sqrt{1+x_0^2}}, \omega_3 = \pm \frac{1}{\sqrt{1+x_0^2}}$$

bo'lsa, u holda $(x, 0)$ xosmas kritik nuqta bo'ladi. Ya'ni bu kritik nuqtada x o'zgaruvchi bo'yicha parametrga bog'liq Mors lemma sining shartlarib ajariladi. Shuning uchun biz x o'zgaruvchi bo'yicha statsionar faza usulini qo'llab

$$\int \psi(x, a) e^{i\lambda \Phi(\omega, x, a)} dx = \frac{C(a)\psi(x^0, a)}{\lambda^{\frac{1}{2}}} + O\left(\lambda^{-\frac{3}{2}}\right)$$

asimptotik munosabatga kelimiz. Bu yerda $C(a)a$ ga bog'liq silliq funksiya bo'lib, $C(a)$ o'zgarmasga yaqin funksiya bo'ladi. Bundan 2-teoremaning isboti kelib chiqadi. Statsionar faza usulini aniq qo'llab biz quyidagi natijaga kelimiz.

3.11-Natija: Agar $a_0 = 0$ va $x_0 \neq 0$ bo'lib, $\psi\left(0, -4x_0^{3,3x_0^4}\right)$ nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan bo'lib va $\psi\left(0, -4x_0^{3,3x_0^4}\right) \neq 0$ shartbajarilsa, u holda shunday $C > 0, \lambda_0$ soni topiladik ixtiyoriy $\lambda > \lambda_0$ da

$$\left| J\left(0, \pm \frac{x_0}{\sqrt{1+x_0^2}}\lambda, \pm \frac{\lambda}{\sqrt{1+x_0^2}}\right) \right| \geq \frac{C}{\lambda^{\frac{1}{2}}}$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

2-hol. Endi $a_0 \neq 0, x_0 = 0$ holni qaraymiz. Agar $\omega_1 \neq 0$ yoki $\omega_2 \neq 0$ bo'lsa, u holda $\Phi(\omega, x, a)$ kritik nuqtaga ega emas. Shuning uchun bo'laklab integrallash formulasini J integralni tez nolga intilishini ko'ramiz. Agar $\omega_1 = \omega_2 = 0$ bo'lsa, u holda $\omega_3 = \pm 1$ va $\frac{\partial^2 \Phi(\omega, 0, x_0)}{\partial x^2} = 2 a_0 \neq 0$ bo'ladi.

Bu holda biz quyidagi bahoga kelimiz:

$$|V| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}.$$

3-hol. Endi $a_0 \neq 0, x_0 \neq 0$ bo'lgan holni qarab chiqamiz. Shartga ko'rava .

Endi kritik nuqta uchun quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \omega_1 - 2x\omega_2 + \omega_3 x^2 = 0 \\ (12x^2 + 2a_0)\omega_3 - (12x^2 + 2a_0)\omega_2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$\omega_3 \neq 0$ aks holda oxirgi tenglamalar sistemasini maxsus nuqtalarda yechimga ega emas. $12x_0^2 + 2a_0 \neq 0$ bo'lgani uchun bu tenglamalar sistemasi quydagiga ekvivalent

$$\begin{cases} \omega_1 - 2x\omega_2 + \omega_3 x^2 = 0 \\ x\omega_3 - \omega_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_1 - x_0\omega_2 = 0 \\ x_0\omega_3 - \omega_2 = 0 \end{cases}$$

Yoki

$$\begin{cases} \omega_1 = x_0\omega_2 = x_0^2\omega_3 \\ \omega_2 = x_0\omega_3 \end{cases}$$

$\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 = 1$ bo'lgani uchun

$$\omega_3 = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 + x_0^2 + x_0^4}}, \omega_1 = \frac{\pm x_0^2}{\sqrt{1 + x_0^2 + x_0^4}}, \omega_2 = \frac{\pm x_0}{\sqrt{1 + x_0^2 + x_0^4}}$$

teng bo'ladi.

$$(36x_0^2 + 2a_0)\omega_3 - 24x_0\omega_2 \neq 0$$

chunki oxirgi tenglikni

$$(12x_0^2 + 2a_0)\omega_3 \neq 0$$

shaklda yozish mumkin.

$\omega_3 \neq 0$ va $12x_0^2 + 2a_0 \neq 0$ bo'lgani uchun bu (*) munosabat bajariladi. Shuning uchun bu holda ham agar ψ funksiya $(a_0, -4x_0^3 - 2a_0x_0, 3x_0^4 + a_0x_0^2)$ nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan bo'lsa u holda

$$|V| \leq \frac{C \|\psi\|_{C^1}}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Magistirlilik dissertatsiyasining so'ngi 4§ da so'ngi natijalar olingan

Xulosa

Egiluvchan, singulyar sirtlarning oddiy nuqtalarining atrofida mujassamlashgan silliq Borel o'lchovlarining cheksizdagi xarakterini o'rganish garmonik analiz va matematik fizikada muhim ahamiyatga ega, maksimal operatorlarning chegaralangan ishni o'rganishda va Furye almashtirishlarini nol o'lchovli to'plamlarda aniqlanishi muammolarni yechilishida asosiy qurol sifatida foydalanishi mumkin.

Bu kabi Furye almashtirishlarining cheksizdagi xarakteri o'rta egrilik nolining tartibi bilan to'liq aniqlanadi. Furye almashtirishlari tekis bahosi nolining n -tartibi bilan $O|\xi|^{-\frac{1}{n+2}}$ shaklda ifodalanadi. Bu baho optimal bo'lib, agar ξ bosh egriliklari nol bo'lgan nuqtalarning normal yo'nalishlarda cheksizga intilsa u holda $O|\xi|^{-\frac{1}{n+2}}$ tartib bilan Furye almashtirishlari quyidan baholanadi.

Qaldirg'och dumi tipidagi maxsuslikda Gaus egriligi aynan nolga teng bo'lib, bosh egriliklardan biri va o'rta egrilik noldan farqli bo'ladi. Bu holda oddiy nuqtaning yetarli kichik atrofida mujassamlashgan silliq Borel o'lchovlari Furye cheksizdagi assimtotikasi hisoblanishi mumkin.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. П
 .К.Рашевский. Курс дифференциальной геометрии. Издательство
 технико-теоретической литературы МОСКВА-1956.
2. П
 остон Тим, Стюарт Иен. Теория Катастроф и ее приложения. М:
 Мир.1980.

Stlin E.M. Harmonic analysis: Real – variable methods, orthogonality, and
oscillatoty Integrals. Princenton University Press, Princeton, NJ, 1993