

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**

Қўл ёзма ҳуқуқида

УДК 539.3

РИХСИЕВА БАРНО БАХТИЯРОВНА

**Ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ
жисмга зарбасига оид масала**

5A140302 - Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси

Магистр

академик даражасини олиш учун ёзилган

диссертация

Илмий раҳбар:

ф.-м.ф.д. Бегматов А.

МУНДАРИЖА

| | |
|---|-----------|
| Кириш | 3 |
| I-боб. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилишига оид масала | 10 |
| 1. Кўндаланг кесими ўзгармас ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласининг қўйилиши | 10 |
| 2. Асосий тенгламалар системасининг ўлчамсиз кўриниши | 13 |
| 3. Масаланинг тақрибий ечимини олиш учун оддий дифференциал тенгламаларга келтириш | 14 |
| I-боб бўйича хулоса | 20 |
| II-боб. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласининг сонли ечимлари | 21 |
| 1. Рунге-Кутта усули бўйича масала ечиш тартиби | 21 |
| 2. Тақрибий ечимларни Рунге-Кутта усулида аниқлаш | 25 |
| 3. Масаланинг ечимини чекли айирмалар усулида олиш | 32 |
| II-боб бўйича хулоса | 44 |
| III-боб. Ўзгарувчан кўндаланг кесимли ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши | 45 |
| 1. Масаланинг қўйилиши | 45 |
| 2. Асосий тенгламалар системасининг ўлчамсиз кўриниши | 48 |
| 3. Тақрибий ечимни танлаш асосида масалани Рунге-Кутта усулида ечишга келтириш | 50 |
| 4. Рунге-Кутта усулида сонли ечиш | 55 |
| 5. Чекли айирмалар усули ёрдамида масала ечимларини олиш | 60 |
| III-боб бўйича хулоса | 66 |
| Хулоса | 68 |
| Илова | 70 |
| Фойдаланилган адабиётлар рўйхати | 78 |

КИРИШ

Ҳозирги кунда дунё ҳамжамиятида Ўзбекистоннинг салоҳияти, унинг порлоқ келажаги ҳар томонлама тўлиқ эътироф этилмоқда ва очик тан олинмоқда. Бу ўринда техника ва технология, илмий янгиликларни айтиб ўтиш жоиздир. Президентимиз И. А. Каримов илм аҳлига муурожаатида шундай дейди: “Ўзбекистоннинг келажаги тўғрисида ўйлаганимизда, уни Фанлар Академиясиз тасаввур этиб бўлмайди. Академия эса миллат фахри, мамлакат обрў-эътиборининг рамзига айланиши керак.

Мамлакатимизнинг турли вилоятларида ҳар хил даражадаги илмий муассасалар фаолият кўрсатмоқда. Улар ўз минтакаларида мавжуд бўлган муаммоларни ўрганиш ва шу минтақа тараққиётига боғлиқ бўлган муассасаларни ҳал этиш билан шуғулланмоқда.

Академик фанни қанчалик ривожлантириши керак эканлигини барчамиз тушунамиз. Агар давлат ўз манфаатини кўзлаб, илму фан тараққиётининг аҳамиятини тўғри англаса, ўз бюджетидан керакли маблағни ажратиб бериши даркор.

Умуман Фанлар Академияси шундай бир даргоҳки, у ўзига нисбатан алоҳида ёндашувни талаб этади. Унга ишлаб чиқариш корхонаси эмас, илмий тафаккур, ихтирочилик ва яратувчиликнинг йирик маркази сифатида ёндашиш ҳамда ҳар бир олимнинг ўзига хос эҳтиёжидан келиб чиқиб муносабатда бўлиш тақозо этилади.

Мамлакат тараққиётида фундаментал фан муҳим ўрин тутаяди. Бу борада, яъни фундаментал фанни ривожлантириш учун Фанлар Академиясида яхшигина тажриба ва имкониятлар бор.

Агар фанни улкан бир дарахт деб тасаввур қилсак, тадқиқотлар унинг илдизини ташкил этади. Зеро, илдиз қанчалик бақувват, чуқур кетган бўлса, дарахт шунчалик барқ уриб яшнайдими, кўп ҳосил беради.

Мамлакатимизда фундаментал тадқиқотлар кўламини кенгайтириш, узоқни мўлжаллаб, олис истиқбол тараққиётини кўзлаб иш тутиш лозим. Фундаментал фанга умид билан қарашимиз, унга кенг йўл очиб беришимиз даркор. ” [1].

Биз ўз тақдиримизни ўз кўлимизга олиб, азалий кадриятларимизга суяниб, шу билан бирга, тараққий топган давлатлар тажрибасини ҳисобга олган ҳолда, мана шундай олижаноб интилишлар билан яшаётганимиз, халқимиз асрлар давомида орзиқиб кутган озод, эркин ва фаровон ҳаётни барпо этаётганимиз, бу йўлда эришаётган ютуқларимизни халқаро ҳамжамият тан олгани – бундай имкониятларнинг барчасини айнан мустақиллик берганини бугун ҳаммамиз чуқур англаймиз [2].

Айни дамда математик усуллар ёрдамида тадқиқ қилинаётган масалаларнинг қарийб тўртдан бир қисми эркин чегарали масалалар синфига тааллуқли. Масала қаралаётган соҳанинг чегараси тўла ёки қисман ўзгарувчан ва номаълум бўлгани сабабли эркин чегарали масалаларни ечиш ниҳоятда қийин бўлиб, назарий аҳамиятга ҳам эга бўлади. Мазкур масалаларда нафақат қаралаётган жараённи тавсифловчи функция (функциялар), балки қидирилаётган функцияларнинг аниқланиш соҳасини ҳам аниқлаш лозим бўлади. Эркин чегарали масалаларни тадқиқ қилиш машҳур Стефан масаласидан бошланиб, ҳозирга пайтда математика, механика ва бошқа соҳаларда кўплаб олимларнинг бу соҳадаги илмий ишлари мос илмий матбуотда эълон қилинган.

Деформацияланувчи қаттиқ жисм механикасида ҳам бир қатор механик жараёнлар эркин чегарали масалаларга келтирилади. Хусусан ёпишқоқ-пластик муҳитларда юз берадиган деформация жараёни ҳам шулар жумласидандир.

Ёпишқоқ-пластик материалдан ясалган стерженнинг бўйлама зарбавий юкланиши натижасида деформацияни аниқлаш масаласига оид биринчи экспериментлар ва назариялар сўнгги 100 йилликнинг биринчи ярмида юзага келди [3]. Мазкур диссертацияда ёпишқоқ-пластик

стерженнинг қаттиқ деворга урилиши натижасида стержен ички нукталарида ҳосил бўладиган деформациялар ўрганилиб, таҳлил этилади. Бу хусусидаги адабиётлардан маълумки, қўйилган масалани тадқиқ этишда ёпишқоқ-пластик стержен зарба натижасида икки соҳага ажралар экан: биринчи қисм қаттиқ соҳа (қаттиқ ҳолатдаги), иккинчи қисм эса ёпишқоқ-пластик соҳа (ёпишқоқ-пластик ҳолатдаги) [4]. Бу соҳаларни ажратувчи чегара ўзгарувчан бўлгани сабабли тадқиқ қилинаётган масала эркин чегарали масалалар синфига тааллуқли бўлади.

Қаттиқ ва ёпишқоқ-пластик соҳаларни ажратувчи чегара иссиқлик тарқалиш масалаларидаги фазавий ўтиш чегараси (фронти) аналогидир. Бундай масалаларни чекли айирмалар усулида ишлашнинг икки гуруҳи мавжуд: ҳисоб орқали усули [5] ва фазавий ўтиш чегарасидаги ажралган усул. Келтирилган иккинчи гуруҳ усулига адаптив тўрлар усули [6], фронтни тўғрилаш усули [7] ва тўр тугун нукталарига фронтни тутиш усули [6, 7] киради. Сўнгги усулни икки варианты мавжуд бўлиб, биринчи вариантда фазовий тўр олдиндан берилади. Сўнгра вақт қадами бўйича йиғиб чиқилади. Бунда фронт тўр тугун нукталарида қолиб кетади. Иккинчи вариантда эса вақт тўри олдиндан берилиб, фазовий тўр бўйича йиғилади. Фронтни тутиш усулида тўр тугун нукталарига 2 та асосий чегара қўйилади.

1. Усулни масала ечишда фақат битта фронт учун ишлатиш;
2. Фронт ҳолатини ўзгариши монотон хусусиятга эгаллиги.

Адабиётлар таҳлили.

[4] ишда ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга зарбаси натижасида стерженни икки соҳага (қаттиқ ва ёпишқоқ-пластик) ажратилиб, уларнинг ҳар биридаги ҳаракат тенгламаси олинган. Шунингдек икки соҳани ажратувчи чегара ўзгарувчан бўлгани сабабли бу тенглама ечимни олиш янада мураккабликка олиб келади. Буни эътиборга олган ҳолда бу ерда тақрибий-аналитик ечимни Карман-Польгаузен усулига кўра танлаб олиниб [8], чегаравий шартларни қаноатлантириши

текширилган. Тақрибий ечим тенгламани интеграл маънода каноатлантириши, яъни баланс муносабат бажарилиши талаб этилади. Айтиб ўтилганлардан фойдаланиб, чегаранинг ўзгариши ва ундаги тезликнинг ўзгаришлари тасвирланган графиклар келтирилган.

[9] ишда эса ёпишқоқ-пластик стерженнинг эластик зарба масаласи тадқиқ этилган. Эластик зарба туфайли стержен 3 соҳага (қаттиқ – ёпишқоқ-пластик – қаттиқ) ажратилиб, улардаги ҳаракат тенгламалари келтирилган. Бу мақолада олинган тенгламанинг ечими чекли айирмалар усулидан фойдаланган ҳолда сонли тарзда келтирилиб, графиклар чизилган. Шунингдек сонли натижа экспериментдан келиб чиққан натижалар билан солиштирилиб, деярли фарқ қилмаслиги ифодаланган. [4] даги масаладан фарқи бу ерда стержен кўндаланг кесим юзаси ўзгарувчан деб олинганлиги ва сонли ишланганлигидир.

Ёпишқоқ-пластик оқим ностационар масаласини аниқ (экспериментдан аниқланган) ва тақрибий ечимлари таҳлили А. Х. Мирзаджанзаденинг монографиясида келтирилган [10].

Ҳозирги кунда ёпишқоқ-пластик жисм ҳаракати масаласи тадқиқотчиларнинг диққатини тортган. Булар хусусида [11-12] ларда ҳам маълумотлар келтирилган.

[13] адабиётда эса тўр тенгламаларининг ечиш усуллари батафсил келтирилган бўлиб, диссертациянинг I бобида қўйилган масаланинг чекли айирмалар усулидаги ечимини олишда фойдаланилди. Яъни унда ҳайдаш усуллариининг вариантлари тўла очиб берилган.

[14, 15] да ҳисоблаш усуллари намуна ва мисоллар ёрдамида кўрсатиб ишланганлиги диққатни тартади. Мазкур диссертацияда қўйилган масалаларнинг тақрибий-аналитик ечимини танлаш асосида интеграл муносабатлардан келиб чиқадиган тенгламани ечишнинг Рунге-Кутта усулидан фойдаланилган.

Мавзунинг долзарблиги.

Деформацияланувчи қаттиқ жисм механикасида бир қатор механик жараёнлар эркин чегарали масалаларга келтиралади. Хусусан ёпишқоқ-пластик муҳитларда юз берадиган деформация жараёни шулар жумласидандир. Масала қаралаётган соҳанинг чегараси тўла ёки қисман ўзгарувчан ва номаълум бўлгани сабабли эркин чегарали масалаларни ечиш ниҳоятда қийин бўлиб, назарий аҳамиятга ҳам эга бўлади.

Тадқиқот объекти ва предмети.

Диссертациянинг тадқиқот объекти ва предмети сифатида кўндаланг кесими ўзгарувчан ёпишқоқ-пластик стержен олинади.

Ишнинг мақсад ва вазифалари.

Ёпишқоқ-пластик материалдан ясалган кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженнинг қаттиқ деворга зарбаси натижасида стержен ички нуқталарида содир бўладиган деформацияларни ўрганиш ва таҳлил қилишдан иборат.

Тадқиқотда қўлланилган услубларнинг қисқача тавсифи.

Тадқиқотда оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Рунге-Кутта усули ҳамда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларини ҳисоблашнинг чекли айирмалар усули, хусусан ҳайдаш усулларида фойдаланилди.

Тадқиқот натижаларининг назарий ва амалий аҳамияти.

Олинган натижалардан машина ва конструкцияларнинг ёпишқоқ-пластик материалдан ясалган стерженсимон деталларининг зарба таъсирида кучланганлик-деформацияланганлик ҳолатини аниқлашда фойдаланиш мумкин.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги.

1. Кўндаланг кесими ўзгармас стерженнинг зарбаси масаласи ечимининг аниқлик даражаси юқори бўлган усулда ишланганлиги (чекли айирмалар усули ва ечим учта ҳад аниқлиги) ва худди шу усулни ўзгарувчан кесимли стержен учун қўлланилганлиги.

2. Ҳар икки ҳолда ҳам чекли айирмалар усулини (1-ҳол учун ҳайдаш усули) қўллаб, керакли натижалар олинганлиги.

Диссертация таркибининг қисқача тавсифи.

Мазкур магистрлик диссертация иши кириш, учта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар ва иловалардан иборат. Кириш қисмида мавзуга оид адабиётлар шарҳи, диссертация мавзусининг долзарблилиги, ишнинг мақсади ва вазифалари, олинган натижаларнинг назарий ва илмий аҳамияти келтирилган.

I бобда ёпишқоқ-пластик деформацияланувчи стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг қўйилиши келтирилган. Стержен кесимлари учун текис кесимлар гипотезаси ўринли деб, ёпишқоқ-пластик стерженнинг зарба масаласи бир ўлчамли масалага келтирилиб, масаланинг қўйилиши берилган. Шунингдек ечилиши керак бўлган диффузия тенгламаси, бошланғич ва чегаравий шартлар ўлчамсиз кўринишда келтирилган. Қўйилган масаланинг тақрибий ечимини олиш учун чегаравий қатлам назариясида қўлланилган Карман-Польгаузен усулидан фойдаланиб, ёпишқоқ-пластик зарба масаласи Коши масаласига келтирилиши баён этилган.

II бобда ёпишқоқ-пластик деформацияланувчи стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг тақрибий ечимлари олинган. Аввал, I-бобда келтирилган масалани ечиш учун оддий дифференциал тенгламаларни тақрибий ечимларини олиш бўйича Рунге-Кутта усули, ҳамда диффузия масаласи учун чекли айирмалар усули тўғрисида маълумот келтирилиб, шу икки усуллардан фойдаланиб қўйилган масаланинг сонли ечимлари олинган. Ечимлар график тарзда келтирилди ва таҳлил этилган. Шунингдек, бу икки усулларда олинган ечимлар қиёсий солиштирилган.

III бобда кўндаланг кесими ўзгарувчан бўлган ёпишқоқ-пластик деформацияланувчан стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи кўрилган. Дастлаб масаланинг қўйилиши: бир жинсли бўлмаган

диффузия тенгламаси, бошланғич ва чегаравий шартлар; сўнгра тақрибий ечимни танлаш эвазига масалани оддий дифференциал тенгламалар системасига келтирилиб уни Рунге-Кутта усули орқали сонли ечимлари олинган. Шу билан бирга бобнинг сўнгги пунктида чекли айирмалар ёрдамида ҳам масаланинг сонли ечимлари олинган.

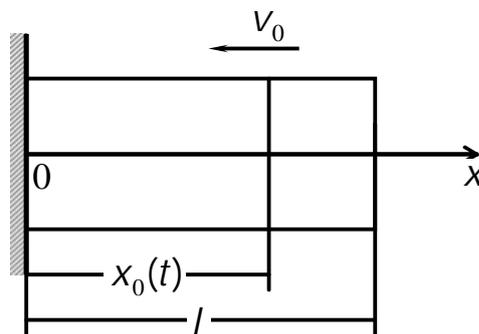
Диссертациянинг хулосасида бажарилган ишлар бўйича олинган натижа ва хулосалар, иловасида эса қўйилган масалаларни ечиш учун тузиб чиқилган дастурлар берилган.

I-боб. ЁПИШҚОҚ-ПЛАСТИК СТЕРЖЕННИНГ ҚАТТИҚ ДЕВОРГА УРИЛИШИГА ОИД МАСАЛА

Ушбу бобда ёпишқоқ-пластик деформацияланувчи стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг қўйилиши келтирилган. 1-пунктда стержен кесимлари учун текис кесимлар гипотезаси ўринли деб, ёпишқоқ-пластик стерженнинг зарба масаласи бир ўлчамли масалага келтирилиб, масаланинг қўйилиши берилган. Кейинги пунктда ечилиши керак бўлган диффузия тенгламаси, бошланғич ва чегаравий шартлар ўлчамсиз кўринишда келтирилган. Қўйилган масаланинг тақрибий ечимини олиш учун 3-пунктда чегаравий қатлам назариясида қўлланилган Карман-Польгаузен усулидан фойдаланиб, ёпишқоқ-пластик зарба масаласи Коши масаласига келтирилиши баён этилган.

1. Кўндаланг кесими ўзгармас ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласининг қўйилиши

Сиқилмас ёпишқоқ-пластик материалдан ясалган чекли l узунликдаги стержен ўз ўқи йўналиши бўйлаб v_0 тезлик билан ҳаракатланиб, вақтнинг $t=0$ онда абсолют қаттиқ деворга урилсин (1.1-расм).



1.1-расм

Бу ҳолда стержен ҳаракатини квази бир ўлчамли деб қабул қиламиз, яъни кучланиш, тезлик ва бошқа катталикларни стержен кўндаланг кесими

бўйича ўрталаштирилган деб ҳисоблаймиз. Шундай экан, кесим бўйича ўртача кучланиш σ ва деформация тезлиги $\partial v / \partial x$ орасидаги муносабат қуйидагича бўлади [4]:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\sigma + \sigma_0}{\mu}, & (|\sigma| \geq \sigma_0) \\ 0, & (|\sigma| \leq \sigma_0) \end{cases} \quad (1.1)$$

бу ерда $v(x, t)$ - стержен кўндаланг кесимининг t вақтдаги тезлиги, $\sigma_0 > 0$ - чегаравий кучланиш, μ - стержен материалнинг ёпишқоқлик коэффициенти, x координатани стержен ўқи бўйлаб ҳаракат йўналишига қарама-қарши йўналтирамиз. Бундай ҳолда стерженнинг барча нуқталарида $\sigma \leq 0$ бўлади.

Қаралаётган муҳитда (тезлик тарқалашида) эластик кўзғалишлар чексиз катта бўлади. Бундан кўринадики, бу муҳитда Юнг модули чексиз катта бўлиб, кўзғалиш бутун стержен бўйлаб тарқалади. Бу ҳолда ихтиёрий $t > 0$ вақт онда ҳаракат тезлиги стерженнинг барча нуқталарида v_0 дан фаркли бўлади. Шунинг натижасида стержен нуқталари ҳаракатига қараб уни 2 қисмга ажратиш мумкин:

1. $0 \leq x \leq x_0(t)$ - биринчи қисм – ёпишқоқ-пластик соҳа. Бу соҳада кучланиш модули σ_0 дан катта бўлади ва бу соҳада ёпишқоқ-пластик оқиш кузатилади.
2. $x_0(t) \leq x \leq l$ - иккинчи қисм – абсолют қаттиқ соҳа. Бу соҳада кучланиш модули σ_0 дан кичик бўлиб, стерженнинг бу соҳадаги ҳаракати абсолют қаттиқ жисм ҳаракати каби бўлади.

$x = x_0(t)$ - ёпишқоқ-пластик ва абсолют қаттиқ соҳалар орасидаги кўзгалувчи чегара ҳолати масалани ечиш давомида кучланиш ва тезлик узлуксизлигидан фойдаланиб аниқлаб борилади.

Стержен нуқталари ҳаракат тенграмаси қуйидагича бўлади:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad (1.2)$$

бу ерда ρ - стержен материалнинг зичлиги бўлиб, уни ўзгармас деб ҳисоблаймиз.

(1.1) муносабатга кўра ёпишқоқ-пластик соҳада тезлик диффузия тенгламасини қаноатлантиради:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad a^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (0 \leq x \leq x_0(t)); \quad (1.3)$$

абсолют қаттиқ соҳадаги тенглама эса

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (x_0(t) \leq x \leq l) \quad (1.4)$$

кўринишга келади. (1.4) тенгламани интеграллаб,

$$v = -v_0(t) \quad (x_0(t) \leq x \leq l) \quad (1.5)$$

ни оламиз. Бу ерда $v_0(t)$ - стерженнинг қаттиқ соҳасидаги нуқталар ҳаракат тезлиги бўлиб, ҳозирча номаълум функция ҳисобланади. Қаттиқ соҳанинг ҳаракат тенгламаси Ньютоннинг 2-қонунига мувофиқ қуйидагича бўлади:

$$M \frac{dv_0(t)}{dt} = \rho S_0 [l - x_0(t)] \frac{dv_0(t)}{dt} = \sigma [x_0(t) + 0, t] S_0, \quad (1.6)$$

бу ерда $M = \rho S_0 [l - x_0(t)]$ - стержен қаттиқ соҳасининг массаси, S_0 - стерженнинг кўндаланг кесими юзаси.

Кўзгалувчи $x = x_0(t)$ чегарада кучланиш узлуксизлигидан $\sigma [x_0(t) + 0, t] = \sigma_0$ ва (1.6) муносабат қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{dv_0(t)}{dt} = -\frac{\sigma_0}{\rho [l - x_0(t)]}. \quad (1.7)$$

Шунингдек, айнан шу чегарада тезлик ва кучланиш узлуксизлиги қуйидагича ифодаланади:

$$v[x_0(t), t] = -v_0(t), \quad \frac{\partial}{\partial x}(v[x_0(t), t]) = 0. \quad (1.8)$$

Чегаравий ва бошланғич шартлар қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} v(0, t) &= 0 & (t > 0); \\ v(x, 0) &= -v_0 & (0 < x \leq l); \\ v_0(0) &= v_0, & x_0(0) = 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Шундай қилиб, сиқилмас ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи (1.3), (1.7), (1.8) ва (1.9) ларни қаноатлантирувчи $v(x, t)$, $v_0(t)$ ва $x_0(t)$ функцияларни топиш масаласига олиб келинди.

2. Асосий тенгламалар системасининг ўлчамсиз кўриниши

Ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи топилиши лозим бўлган ўзгарувчан чегарали диффузия тенгламасини ечишга келтирилди. Шундай экан, қулайлик учун қатталикларни ўлчамсиз кўринишга келтирамыз. Қуйидагича белгилашлар киритамиз:

$$u(\xi, \tau) = -\frac{v(x, t)}{v_0}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \xi_0(\tau) = \frac{x_0(t)}{l}, \quad \tau = \frac{a^2 t}{l^2}, \quad u_0(\tau) = \frac{v_0(t)}{v_0}. \quad (1.10)$$

Ушбу (1.10) белгилашлардан фойдалансак, (1.3), (1.7)-(1.9) системада $u(\xi, \tau)$, $\xi_0(\tau)$ ва $u_0(\tau)$ номаълум функцияларни аниқлаш учун қуйидаги муносабатларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \quad (0 \leq \xi \leq \xi_0(t)); \quad (1.11)$$

$$\frac{du_0(\tau)}{d\tau} = -\frac{s}{1 - \xi_0(\tau)}; \quad (1.12)$$

$$u[\xi_0(\tau), \tau] = u_0(\tau), \quad \frac{\partial}{\partial \xi}(u[\xi_0(\tau), \tau]) = 0, \quad u(0, \tau) = 0 \quad (\tau > 0); \quad (1.13)$$

$$u(\xi, 0) = 1 \quad (0 < \xi \leq 1), \quad u_0(0) = 1, \quad \xi_0(0) = 0. \quad (1.14)$$

Бу ерда $s = \frac{\sigma_0 l}{\mu V_0}$ - Сен-Венан параметри бўлиб, харакатни тавсифловчи

параметрларнинг ўлчамсиз комбинацияси.

Шундай қилиб, 1.1 пунктда қўйилган масала (1.11)-(1.14) ларни каноатлантирувчи $u(\xi, \tau)$, $\xi_0(\tau)$ ва $u_0(\tau)$ функцияларни топишга келди.

3. Масаланинг тақрибий ечимини олиш учун оддий дифференциал тенгламаларга келтириш

(1.11)-(1.14) системанинг тақрибий ечимини чегаравий қатлам назариясида қўлланилган Карман-Польгаузен усули бўйича $u(\xi, \tau)$ функцияни қуйидаги кўринишда қидирамиз [8]:

$$u(\xi, \tau) = \begin{cases} a_0 + a_1 \frac{\xi}{\xi_0} + a_2 \frac{\xi^2}{\xi_0^2} + a_3 \frac{\xi^3}{\xi_0^3}, & (0 \leq \xi \leq \xi_0(\tau)) \\ u_0(\tau), & (\xi_0(\tau) \leq \xi \leq 1) \end{cases} \quad (1.15)$$

Бу ерда a_i ($i = \overline{0,3}$) ва ξ_0 номаълумлар τ вақтнинг функциялари, яъни $a_i = a_i(\tau)$ ($i = \overline{0,3}$) ва $\xi_0 = \xi_0(\tau)$.

Агар $u_0(\tau)$ ва $\xi_0(\tau)$ функциялар (1.13) шартнинг сўнгги иккитасини каноатлантирса, у ҳолда (1.15) функция (1.13) шартнинг барчасини каноатлантиради. (1.15) функция (1.11) тенгламани аниқ каноатлантирмаслиги равшан. Шунинг учун ҳам (1.15) бу тенгламани

интеграл маънода, яъни (1.11) тенгламани ёпишқоқ-пластик соҳа ($0 \leq \xi \leq \xi_0(\tau)$) бўйича интеграллашдан келиб чиққан интеграл муносабатларни қаноатлантириши талаб қилинади:

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} L u d\xi = 0, \quad L u = \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}, \quad (1.16)$$

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \xi L u d\xi = 0. \quad (1.17)$$

Ушбу муносабатларни қаноатлантириш учун (1.15) даги номаълум $a_i(\tau)$ функцияларни (1.13) шартлардан фойдаланиб топамиз. (1.13) нинг сўнгги шарти $u(0, \tau) = 0$ ($\tau > 0$) дан $a_0 = 0$ келиб чиқади, биринчи ва иккинчи шартларидан эса ушбу

$$u[\xi_0(\tau), \tau] = a_1(\tau) + a_2(\tau) + a_3(\tau) = u_0(\tau), \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_0(\tau)} &= \left(a_1(\tau) \frac{1}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{2\xi}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{3\xi^2}{\xi_0^3(\tau)} \right)_{\xi=\xi_0(\tau)} = \\ &= \frac{1}{\xi_0(\tau)} (a_1(\tau) + 2a_2(\tau) + 3a_3(\tau)) = 0 \end{aligned} \quad (1.19)$$

муносабатлар олинади. (1.18) ва (1.19) тенгламалардан $a_1(\tau)$ ва $a_2(\tau)$ функцияларни қуйидагича аниқлаб оламиз:

$$\left. \begin{aligned} a_1(\tau) &= 2u_0(\tau) + a_3(\tau), \\ a_2(\tau) &= -2a_3(\tau) - u_0(\tau). \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

Аввал (1.16) интегрални

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \frac{\partial u}{\partial \tau} d\xi = \left. \frac{\partial u}{\partial \xi} \right|_0^{\xi_0(\tau)} \quad (1.21)$$

тенглик кўринишда ёзиб оламиз. Энди (1.16) ни бўлаклаб интеграллаймиз. Ушбу (1.21) тенгликнинг чап томонини бўлаклаб интеграллаш амалини бажарамиз:

$$\begin{aligned}
\int_0^{\xi_0(\tau)} \frac{\partial u}{\partial \tau} d\xi &= \frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_0(\tau)} u d\xi - u[\xi_0(\tau), \tau] \frac{d\xi_0}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_0(\tau)} u(\xi, \tau) d\xi - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\
&= \frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_0(\tau)} \left(a_1(\tau) \frac{\xi}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{\xi^2}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{\xi^3}{\xi_0^3(\tau)} \right) d\xi - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \quad (1.22) \\
&= \frac{d}{d\tau} \left(a_1(\tau) \frac{\xi}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{\xi^2}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{\xi^3}{\xi_0^3(\tau)} \right) \Big|_0^{\xi_0(\tau)} - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\
&= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{a_1(\tau)}{2} + \frac{a_2(\tau)}{3} + \frac{a_3(\tau)}{4} \right) \xi_0(\tau) - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau}.
\end{aligned}$$

(1.20) ни (1.22) га қўйсақ, у ҳолда интеграл кўриниши

$$\begin{aligned}
\int_0^{\xi_0(\tau)} \frac{\partial u}{\partial \tau} d\xi &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{8u_0(\tau) + a_3(\tau)}{12} \right) \xi_0(\tau) - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\
&= \frac{1}{12} (8u_0(\tau) + a_3(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau} + \frac{1}{12} \left(8 \frac{du_0}{d\tau} + \frac{da_3}{d\tau} \right) \xi_0(\tau) - u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \quad (1.23) \\
&= \frac{1}{12} \left(8 \frac{du_0}{d\tau} + \frac{da_3}{d\tau} \right) \xi_0(\tau) + \frac{1}{12} (a_3(\tau) - 4u_0(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau}
\end{aligned}$$

бўлади. (1.21) нинг ўнг томони

$$\begin{aligned}
\int_0^{\xi_0(\tau)} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} d\xi &= - \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = - \left(a_1(\tau) \frac{1}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{2\xi}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{3\xi^2}{\xi_0^3(\tau)} \right)_{\xi=0} = \\
&= - \frac{a_1(\tau)}{\xi_0(\tau)} = - \frac{1}{\xi_0(\tau)} (2u_0(\tau) + a_3(\tau)) \quad (1.24)
\end{aligned}$$

эканлигидан, (1.21), яъни (1.16) дан куйидаги 1-интеграл муносабатни оламиз:

$$\frac{1}{12} \left(8 \frac{du_0}{d\tau} + \frac{da_3}{d\tau} \right) \xi_0(\tau) + \frac{1}{12} (a_3(\tau) - 4u_0(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau} = - \frac{1}{\xi_0(\tau)} (2u_0(\tau) + a_3(\tau)). \quad (1.25)$$

Энди (1.17) дан 2-интеграл муносабатни ҳосил қилайлик. Бунинг учун аввал (1.17) интегрални

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \frac{\partial U}{\partial \tau} d\xi = \int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} d\xi \quad (1.26)$$

тенглик кўринишида ёзиб оламиз. (1.26) тенгликнинг чап томонини бўлак-лаб интеграллаймиз:

$$\begin{aligned} \int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \frac{\partial U}{\partial \tau} d\xi &= \frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_0(\tau)} \xi U d\xi - \xi_0 u_0 \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\ &= \frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \left(a_1(\tau) \frac{\xi}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{\xi^2}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{\xi^3}{\xi_0^3(\tau)} \right) d\xi - \xi_0(\tau) u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\ &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{a_1(\tau)}{3} \frac{\xi^3}{\xi_0(\tau)} + \frac{a_2(\tau)}{4} \frac{\xi^4}{\xi_0^2(\tau)} + \frac{a_3(\tau)}{5} \frac{\xi^5}{\xi_0^3(\tau)} \right) \Bigg|_0^{\xi_0(\tau)} - \xi_0(\tau) u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\ &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{a_1(\tau)}{3} + \frac{a_2(\tau)}{4} + \frac{a_3(\tau)}{5} \right) \xi_0^2(\tau) - \xi_0(\tau) u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau}. \end{aligned}$$

Олинган муносабатга (1.20) ни қўлласак,

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{25u_0(\tau) + 2a_3(\tau)}{60} \right) \xi_0^2(\tau) - \xi_0(\tau) u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \\ = \frac{\xi_0^2(\tau)}{60} \left(25 \frac{du_0}{d\tau} + 2 \frac{da_3}{d\tau} \right) + \frac{\xi_0(\tau)}{30} (25u_0(\tau) + 2a_3(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau} - \xi_0(\tau) u_0(\tau) \frac{d\xi_0}{d\tau} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\xi_0^2(\tau)}{60} \left(25 \frac{du_0}{d\tau} + 2 \frac{da_3}{d\tau} \right) + \frac{\xi_0(\tau)}{30} (2a_3(\tau) - 5u_0(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau} \quad (1.27)$$

кўринишга келади. (1.26) нинг ўнг томони

$$\begin{aligned} \int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} d\xi &= -\xi \frac{\partial U}{\partial \xi} \Big|_0^{\xi_0(\tau)} - \int_0^{\xi_0(\tau)} \frac{\partial U}{\partial \tau} d\xi = \\ &= - \int_0^{\xi_0(\tau)} \left(a_1(\tau) \frac{1}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{2\xi}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{3\xi^2}{\xi_0^3(\tau)} \right) d\xi = \\ &= - \left(a_1(\tau) \frac{\xi}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \frac{\xi^2}{\xi_0^2(\tau)} + a_3(\tau) \frac{\xi^3}{\xi_0^3(\tau)} \right) \Big|_0^{\xi_0(\tau)} = -(a_1(\tau) + a_2(\tau) + a_3(\tau)) \end{aligned}$$

ёки (1.18) дан фойдалансак

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \xi \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} d\xi = -u_0(\tau) \quad (1.28)$$

кўринишга келади. (1.26) га кўра (1.27) ва (1.28) ларни тенглаштирсак, куйидаги 2-интеграл муносабатни оламиз:

$$\frac{\xi_0^2(\tau)}{60} \left(25 \frac{du_0}{d\tau} + 2 \frac{da_3}{d\tau} \right) + \frac{\xi_0(\tau)}{30} (2a_3(\tau) - 5u_0(\tau)) \frac{d\xi_0}{d\tau} = -u_0(\tau). \quad (1.29)$$

Энди (1.25) ни ξ_0 га кўпайтириб, (1.29) муносабатдан айирсак, $\frac{d\xi_0}{d\tau}$

га нисбатан ечилган дифференциал тенглама ҳосил қиламиз. Ҳосил қилинган тенглама ва (1.12) тенгламаларни қайта (1.29) муносабатга

кўйсак, $\frac{da_3}{d\tau}$ га нисбатан ечилган дифференциал тенгламани оламиз. Ушбу

икки дифференциал тенглама ва (1.12) ни куйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\begin{cases} \frac{dq}{d\tau} = \frac{2}{a_3 - u_0} \left(6(2a_3 - u_0) + 4,5q \frac{s}{1 - \sqrt{q}} \right), \\ \frac{du_0}{d\tau} = -\frac{s}{1 - \sqrt{q}}, \\ \frac{da_3}{d\tau} = \frac{1}{q} \left[-30u_0 - \frac{2a_3 - 5u_0}{a_3 - u_0} \left(6(2a_3 - u_0) + 4,5 \frac{qs}{1 - \sqrt{q}} \right) \right] + 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{q}}, \end{cases} \quad (1.30)$$

бу ерда учта номаълум $q = \xi_0^2(\tau)$, $a_3 = a_3(\tau)$, $u_0 = u_0(\tau)$ лар учун учта тенгламалар системаси. Бу тенгламалар учун бошланғич шартлар (1.14) нинг сўнгги икки шартларидан

$$q(0) = 0, \quad u_0(0) = 1 \quad (1.31)$$

формулалар билан берилган. Бироқ $a_3(0) = ?$. Ушбу $a_3(0)$ шартни аниқлайлик. Бунинг учун (1.25) га кўра ўринли бўлган

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{5}{12} u_0 + \frac{1}{30} a_3 \right) \xi_0^2 = -u_0 + \xi_0 u_0 \frac{d\xi_0}{d\tau},$$

тенгламани

$$\left(\frac{5}{12} u_0 + \frac{1}{30} a_3 \right) \xi_0^2 = - \int_0^\tau u_0 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^\tau u_0 \frac{d\xi_0^2}{d\tau} d\tau,$$

кўринишда ёзамиз. Бундан τ нинг кичик қийматларида ($\tau \approx 0$)

$u_0(\tau)|_{\tau \rightarrow 0} = 1$, $\xi_0^2|_{\tau \rightarrow 0} = 12\tau$ эканлигини эътиборга олсак, $\tau \rightarrow 0$ да

$$\left[\frac{5}{12} \cdot 1 + \frac{1}{30} a_3 \Big|_{\tau \rightarrow 0} \right] \cdot 12\tau = -\tau \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 12\tau$$

ёки $\frac{5}{12} + \frac{1}{30} a_3 \Big|_{\tau \rightarrow 0} = -\frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$ тенглик ўринли бўлади. Бундан

$a_3|_{\tau \rightarrow 0} = 0$, яъни

$$a_3(0) = 0. \quad (1.32)$$

Натижада, ўлчамсиз кўринишда қўйилган (1.11)-(1.14) масала Коши масаласини ечишга, яъни (1.30) тенгламалар системасини (1.31)-(1.32) шартларни қаноатлантирувчи ечимини топишга келтирилди.

I-боб бўйича хулоса

1. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг қўйилиши стержен ҳаракатчан номаълум чегара билан икки қисмга ажралиши ҳисобга олиниб берилди.
2. Қўйилган масаланинг тенглама ва шартлари ўлчамсиз параметрлар кўринишида ифодаланди.
3. Масаланинг тақрибий ечимини олиш учун чегаравий қатлам назариясида қўлланилган Карман-Польгаузен усулидан фойдаланиб, учта оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Коши масаласига келтирилди.

II-боб. ЁПИШҚОҚ-ПЛАСТИК СТЕРЖЕННИНГ ҚАТТИҚ ДЕВОРГА УРИЛИШИ МАСАЛАСИНИНГ СОНЛИ ЕЧИМЛАРИ

Ушбу бобда ёпишқоқ-пластик деформацияланувчи стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг тақрибий ечимлари олинган. Аввал, 1-бобда келтирилган масалани ечиш учун оддий дифференциал тенгламаларни тақрибий ечимларини олиш бўйича Рунге-Кутта усули, ҳамда диффузия масаласи учун чекли айирмалар усули тўғрисида маълумот келтирилди. Шу икки усуллардан фойдаланиб кўйилган масаланинг сонли ечимлари олинди. Ечимлар график тарзда келтирилди ва таҳлил этилди. Шунингдек, бу икки усулларда олинган ечимлар қиёсий солиштирилди.

1. Рунге-Кутта усули бўйича масала ечиш тартиби

Оддий дифференциал тенгламалар (1.29) системасининг (1.14) ва (1.30) шартларни қаноатлантирувчи ечимни аниқлаш масаласини кўрайлик. Изланаётган ечимларнинг $\tau = \tau_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) вақтдаги тақрибий қийматларини $q^n = q(\tau_n)$, $a_3^n = a_3(\tau_n)$ ва $u_0^n = u_0(\tau_n)$ деб белгилайлик. Рунге-Кутта усули бўйича кейинги $\tau = \tau_{n+1}$ ондаги ечимнинг тақрибий $q^{n+1} = q(\tau_{n+1})$, $a_3^{n+1} = a_3(\tau_{n+1})$ ва $u_0^{n+1} = u_0(\tau_{n+1})$ қийматлари куйидагича аниқланади [14]:

$$\begin{cases} q^{n+1} = q^n + \Delta q^n, & \Delta q^n = \frac{1}{6} (K_{q1}^{(n)} + 2K_{q2}^{(n)} + 2K_{q3}^{(n)} + K_{q4}^{(n)}); \\ a_3^{n+1} = a_3^n + \Delta a_3^n, & \Delta a_3^n = \frac{1}{6} (K_{a1}^{(n)} + 2K_{a2}^{(n)} + 2K_{a3}^{(n)} + K_{a4}^{(n)}); \\ u_0^{n+1} = u_0^n + \Delta u_0^n, & \Delta u_0^n = \frac{1}{6} (K_{u1}^{(n)} + 2K_{u2}^{(n)} + 2K_{u3}^{(n)} + K_{u4}^{(n)}); \end{cases} \quad (2.1)$$

Бу ерда

$$K_{q1}^{(n)} = \zeta f_1(q^n, a_3^n, u_0^n), \quad K_{a1}^{(n)} = \zeta f_2(q^n, a_3^n, u_0^n), \quad K_{u1}^{(n)} = \zeta f_3(q^n, a_3^n, u_0^n); \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^2}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{a^2}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{u^2}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right); \end{array} \right. \quad (2.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^3}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{a^3}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{u^3}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right); \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^4}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right), \\ K_{a^4}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right), \\ K_{u^4}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right); \end{array} \right. \quad (2.5)$$

$$f_1(q^n, a_3^n, u_0^n) = \frac{2}{a_3^n - u_0^n} \left(6(2a_3^n - u_0^n) + 4,5q^n \frac{s}{1 - \sqrt{q^n}} \right), \quad (2.6)$$

$$f_2(q^n, a_3^n, u_0^n) = -\frac{s}{1 - \sqrt{q^n}}, \quad (2.7)$$

$$f_3(q^n, a_3^n, u_0^n) = \frac{1}{q^n} \left[\begin{array}{l} -30u_0^n - \frac{2a_3^n - 5u_0^n}{a_3^n - u_0^n} \times \\ \times \left(6(2a_3^n - u_0^n) + 4,5 \frac{q^n s}{1 - \sqrt{q^n}} \right) \end{array} \right] + 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{q^n}}; \quad (2.8)$$

$$\zeta = \tau_{n+1} - \tau_n.$$

Тақрибий ечимларни аниқлаш тартиби (алгоритми) қуйидагича бўлади:

- 1) Изланаётган функцияларнинг бошланғич қийматлари ёзиб олинади:
 $q^0 = q(0), a_3^0 = a_3(0), u_0^0 = u_0(0);$
- 2) Вақт бўйича кейинги қадам танлаб олинади: $\zeta = \tau_1 - \tau_0$ ва (2.6)-(2.8) формулалардан 1) даги q^0, a_3^0, u_0^0 лардан фойдаланган ҳолда $f_1(q^0, a_3^0, u_0^0), f_2(q^0, a_3^0, u_0^0), f_3(q^0, a_3^0, u_0^0)$ нинг қийматлари аниқлаб олинади;
- 3) (2.2) формуладаги $K_{q1}^{(0)} = \zeta f_1(q^0, a_3^0, u_0^0), K_{a1}^{(0)} = \zeta f_2(q^0, a_3^0, u_0^0)$ ва $K_{u1}^{(0)} = \zeta f_3(q^0, a_3^0, u_0^0)$ нинг қийматлари 2) дан фойдаланган ҳолда ҳисобланади;
- 4) Топилган $K_{q1}^{(0)}, K_{a1}^{(0)}$ ва $K_{u1}^{(0)}$ лардан фойдаланиб, $q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}$ ва $u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}$ ларни аниқлаб оламиз;
- 5) (2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right),$
 $f_2\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right)$ ва $f_3\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right)$
 нинг қийматларини аниқлаб, (2.3) дан $K_{q2}^{(0)}, K_{a2}^{(0)}$ ва $K_{u2}^{(0)}$ лар ҳисоблаб чиқилади;
- 6) 4) ва 5) лар каби топилган $K_{q2}^{(0)}, K_{a2}^{(0)}$ ва $K_{u2}^{(0)}$ лардан фойдаланиб,
 $q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}$ ва $u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}$ ларни аниқлаб оламиз;
- 7) (2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right),$
 $f_2\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right)$ ва $f_3\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right)$

нинг қийматларини аниқлаб, (2.4) дан $K_{q3}^{(0)}$, $K_{a3}^{(0)}$ ва $K_{u3}^{(0)}$ лар ҳисоблаб чиқилади;

8) 4) ва 5) ёки 6) ва 7) лар каби топилган $K_{q3}^{(0)}$, $K_{a3}^{(0)}$ ва $K_{u3}^{(0)}$ лардан фойдаланиб, $q^0 + K_{q3}^{(0)}$, $a_3^0 + K_{a3}^{(0)}$ ва $u_0^0 + K_{u3}^{(0)}$ ларни аниқлаймиз;

9) (2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$, $f_2(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$ ва $f_3(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$ нинг қийматларини топган ҳолда, (2.5) дан $K_{q4}^{(0)}$, $K_{a4}^{(0)}$ ва $K_{u4}^{(0)}$ лар ҳисоблаб топилади;

10) (2.1) системанинг иккинчи қисмидаги формулалардан 3), 5), 7) ва 9) ларда аниқланган $K_{qi}^{(0)}$, $K_{ai}^{(0)}$ ва $K_{ui}^{(0)}$ лардан фойдаланган ҳолда Δq^0 , Δa_3^0 ва Δu_0^0 ларни ҳисоблаб чиқамиз;

11) Энди 10) да топилган Δq^0 , Δa_3^0 ва Δu_0^0 лар ёрдамида (2.1) системанинг биринчи қисмидан $q^1 = q^0 + \Delta q^0$, $a_3^1 = a_3^0 + \Delta a_3^0$ ва $u_0^1 = u_0^0 + \Delta u_0^0$ аниқланади;

12) Худди шундай тартибда, аниқланган q^1 , a_3^1 ва u_0^1 ларни бошланғич қиймат деб қабул қилиб, 1)-11) ҳисоблашларни давом эттирилади.

Таъкидлаб ўтамиз, ҳисоблаш қадамини бир қадамдан кейинги қадамга ўтганда ўзгартириш мумкин. Вақт қадами $\zeta = \tau_{n+1} - \tau_n$ ни тўғри танлаш учун қуйидагича иш юритилади:

$$\theta_q = \left| \frac{K_{q2}^{(n)} - K_{q3}^{(n)}}{K_{q1}^{(n)} - K_{q2}^{(n)}} \right|, \quad \theta_a = \left| \frac{K_{a2}^{(n)} - K_{a3}^{(n)}}{K_{a1}^{(n)} - K_{a2}^{(n)}} \right|, \quad \theta_u = \left| \frac{K_{u2}^{(n)} - K_{u3}^{(n)}}{K_{u1}^{(n)} - K_{u2}^{(n)}} \right|$$

ҳисоблаб борилади ва уларнинг қиймати $\varepsilon = 0,01$ дан ошмаслиги таъминланади. Акс ҳолда ζ қадамнинг қиймати камайтирилади. Рунге-Кутта усулини компьютерга киритилганда ζ ни автоматик тарзда аниқлаб олинади. Бунинг учун ҳар бир қадамда икки марта: дастлаб ζ ва кейин

$\zeta/2$ кадамлар учун ҳисобланади. Агар олинган натижалар ε_* аниқликда фарқ қилса, у ҳолда кейинги қадам учун ζ нинг қиймати икки марта орттирилади, акс ҳолда ярим $\zeta/2$ қадам олинади.

2. Тақрибий ечимларни Рунге-Кутта усулида аниқлаш

1-бобда қўйилган ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи (1.30) дифференциал тенгламалар системасини (1.31) ва (1.32) шартларни қаноатлантирувчи масалага келтирилди. Энди ушбу дифференциал тенгламалар системасини Рунге-Кутта усулидан фойдаланиб ечайлик [16]. Маълумки, ҳосил қилинган тенгламалар системасидаги $S = \frac{\sigma_0 l}{\mu V_0}$ Сен-Венан параметри ҳаракатни тавсифлаган параметр ва турли қийматларни қабул қилиши мумкин бўлганлиги сабабли, масалани сонли ечишда, яъни дастур тузишда S нинг турли қийматлари учун ечим олинишига эътибор берамиз.

Мазкур дастурни тузишда бошланғич шартларни тўғридан-тўғри қўйиш натижасида (1.30) нинг учинчи тенгламасида ёки (2.8) функцияни ҳисоблашда $\frac{0}{0}$ ноаниқликка келиб, ечим олиш имкони бўлмайди. Шу сабабли $q(\tau)$, $u_0(\tau)$, $a_3(\tau)$ номаълум функцияларнинг τ нинг кичик қийматларидаги асимптоталаридан фойдаланилади, яъни қуйидагича аниқланади: (1.30) нинг 1-тенгламасида $a_3 = 0$, $u_0 = 1$, $q = 0$ деб олинади:

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{2}{0-1}(6(0-1) + 4,5S \cdot 0) = 12$$

Демак, τ нинг нолга яқин қийматларида $q = 12\tau$ деб олиш мумкин. Бундан фойдаланган ҳолда (1.30) нинг 2-тенгламасидан

$$\frac{du_0}{d\tau} = -\frac{S}{1-\sqrt{q}} = -\frac{S}{1-\sqrt{12\tau}} \approx -S$$

ва бошланғич вақтдаги шартга мувофиқ $u_0 = 1 - s\tau$ эканлиги келиб чиқади. Ҳосил қилинган бу икки асимптотадан фойдалансак, (1.30) системанинг сўнггиси қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{da_3}{d\tau} = \frac{1}{q} \left[-30u_0 - \frac{2a_3 - 5u_0}{a_3 - u_0} \left(6(2a_3 - u_0) + 4,5 \frac{qs}{1 - \sqrt{q}} \right) \right] + 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{q}}$$

дан

$$\begin{aligned} \frac{da_3}{d\tau} &= \frac{1}{12\tau} \left[-30(1 - s\tau) - \frac{0 - 5(1 - s\tau)}{0 - (1 - s\tau)} \left(6(0 - 1 + s\tau) + 4,5 \frac{12\tau s}{1 - \sqrt{12\tau}} \right) \right] + \\ &+ 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{12\tau}} = \frac{1}{12\tau} \left[-30 + 30s\tau - 5 \left(-6 + 6s\tau + \frac{54\tau s}{1} \right) \right] + 12,5 \frac{s}{1} = \\ &= \frac{1}{12\tau} (-270s\tau) + 12,5s = -22,5s + 12,5s = 10s, \end{aligned}$$

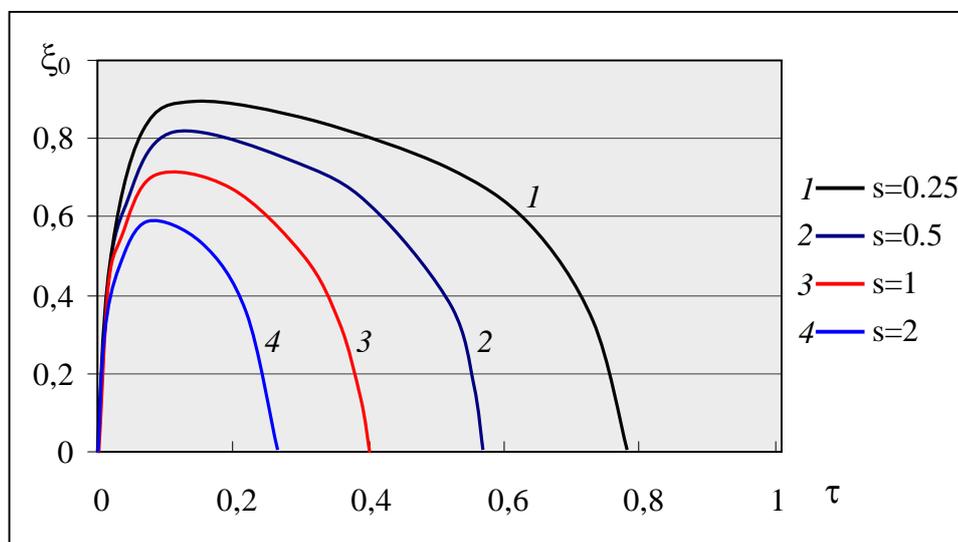
ва бундан $a_3 = -10s\tau$ ни оламиз.

Шундай қилиб, кичик τ лар учун қидирилаётган функциялар қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\begin{cases} q(\tau) = 12\tau, \\ u_0(\tau) = 1 - s\tau, \\ a_3(\tau) = -10s\tau. \end{cases} \quad (2.9)$$

Ушбу функциялардан (1.30) тенгламалар системасини сонли ечишнинг биринчи қадамида фойдаланилди. Вақтнинг кейинги қадамларида (1.30) ни (1.31)-(1.32) шартлар асосида 2.1-пунктда кўрсатилган усул бўйича алгоритм ва дастур (1-илова) тузиб сонли ечимлар олинди. Олинган ечимларни график кўринишда тасвирлайлик. Қуйида, 2.1-расмда, $s = \frac{\sigma_0 l}{\mu V_0}$ параметрнинг 0.25, 0.5, 1 ва 2 га тенг қийматлари учун ёпишқоқ-пластик чегаранинг зарбадан сўнг вақт ичида ўзгариши келтирилган. Ушбу расмдан кўришиб турибдики, стерженнинг қаттиқ деворга урилиши бошлангандан кейин дастлабки вақтларда ёпишқоқ-пластик соҳанинг

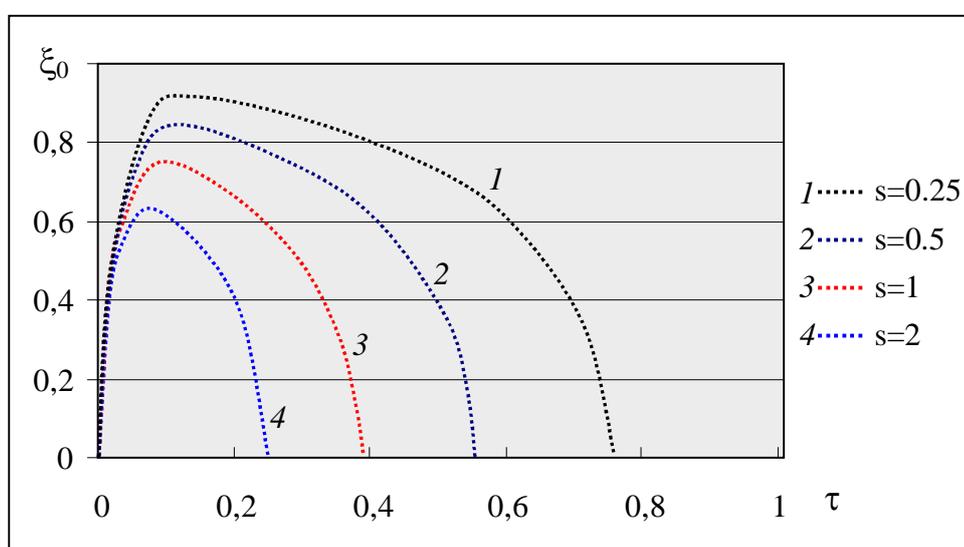
кенгайиши кузатилмоқда. Бирор τ вақтга етганда бу соҳанинг ўлчами (узунлиги) ξ_0 максимумга эришади ва сўнгра соҳанинг ўлчами камая боради. s параметрнинг қиймати ортган сари, яъни масаланинг бошқа параметрларини ўзгартирмаган ҳолда стерженнинг урилишдаги V_0 тезлигининг ёки ёпишқоқлик хусусиятини ифодаловчи μ параметрнинг камайиши ёпишқоқ-пластик соҳанинг максимал қийматининг камайишига олиб келади, ва аксинча, стержен катта тезликда деворга урилса, унинг ёпишқоқ-пластик деформацияланадиган қисми каттароқ бўлади.



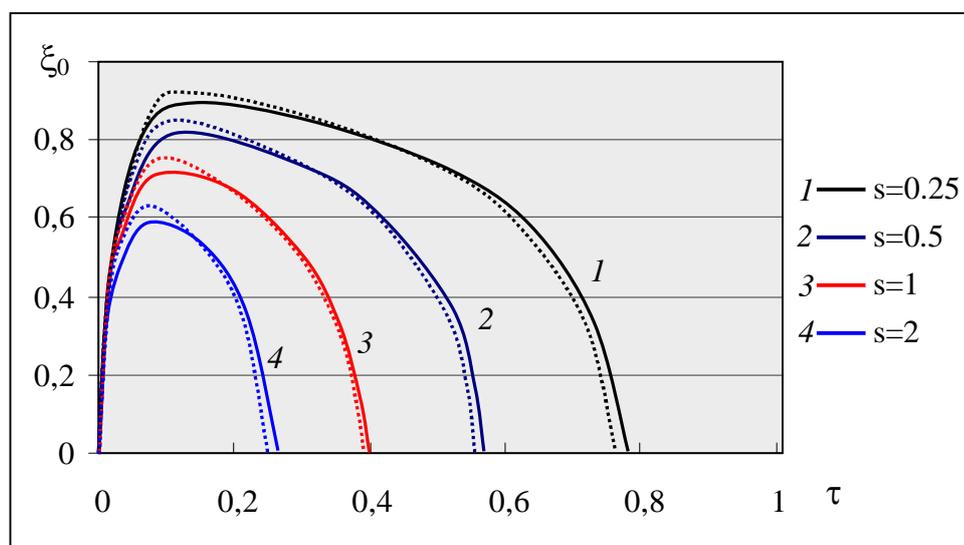
2.1-расм

Шунингдек, стерженнинг узунлиги ортганда (масаланинг бошқа параметрлари: тезлик ва ёпишқоқ-пластик деформацияланиш хусусияти ўзгармаганда) ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчами стержен узунлигига нисбатан олганда камайиши кузатилди. Зарбадан сўнг вақтнинг бирор $\tau = \tau_*$ қийматига етганда ξ_0 максимум қийматидан камая бориб нолга тенг бўлади, яъни ёпишқоқ-пластик соҳа йўқ бўлиб қолади. Ушбу ондан стерженнинг каттик соҳасининг тезликлари нолга тенг бўлишини, яъни стерженнинг ҳаракати тўла тўхташини англатади. 2.1-расмдан текширилган барча ҳолларда стерженнинг иккинчи – каттик соҳаси доимо

мавжуд бўлиб, шу соҳа урилиш натижасида ҳам деформацияланмай қолишини англаш мумкин. 2.2-расмда 2.1-расмга мос Г.И. Баренблат ва А.Ю. Ишлинскийлар [4] томонидан (1.15) формулада икки ҳадни ҳисобга олган ҳолда ечилган ушбу масаланинг тақрибий ечимининг графиги келтирилган (ушбу ечимни олиш дастури ишлаб чиқилган ва 2-иловада берилган). Мазкур 2.2-расм сифат жиҳатидан стерженнинг икки соҳасини ажратувчи чегаранинг вақт бўйича ўзгариши бир хил эканлигини билдиради.



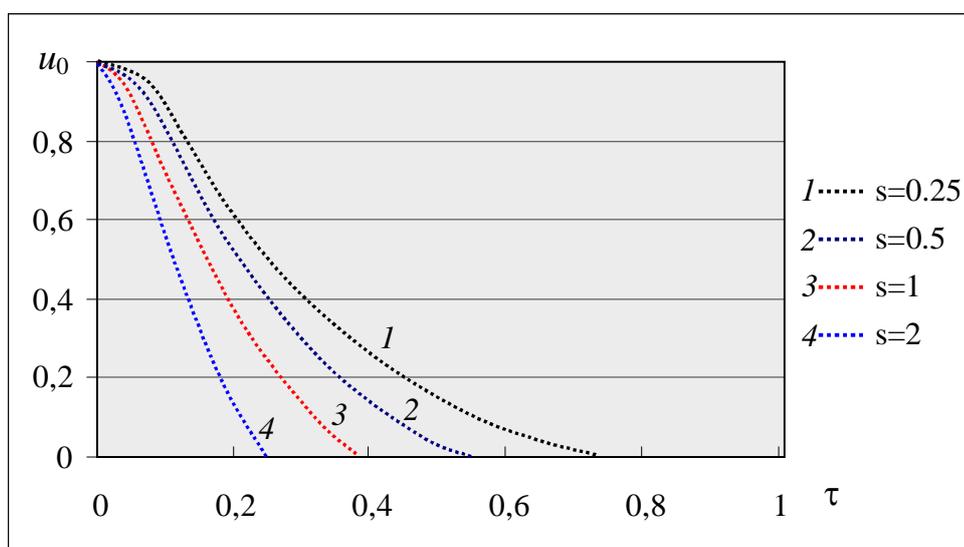
2.2-расм



2.3-расм

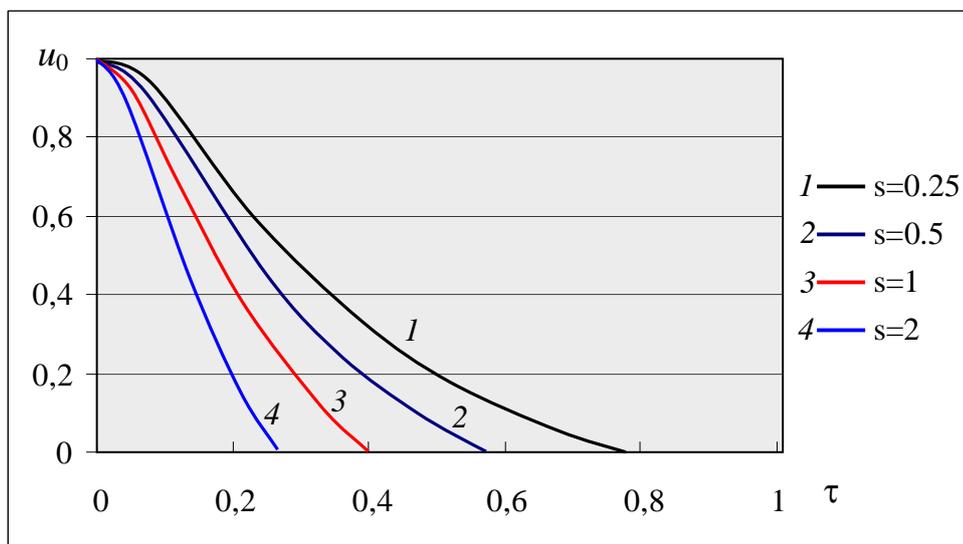
Мазкур диссертацияда тақрибий ечимни 3 та ҳадли (1.15) кўринишда излаб олинган ечим билан [4] да 2 ҳаддан олинган ечимнинг миқдорий жиҳатдан солиштириш графиги 2.3-расмда кўрсатилган. Ушбу расмда ξ_0 нинг вақт бўйича ўзгариши графиклари пунктир чизиқда берилганлари [4] га тегишли. Ечимларни таққослаш натижасида кўринадикки, (1.15) функциянинг сўнгги ҳадини ҳисобга олиш (туташ чизиқлар) ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қийматини бироз камайтирар экан, шу билан бирга стерженнинг урилишдан кейин ҳаракатининг тўхташ вақтини бироз оширишини кўрсатади.

2.4-2.6-расмларда s параметрнинг ҳар хил қийматларида стерженнинг деформацияланмайдиган ва ёпишқоқ-пластик чегарадаги кесим тезлигининг U_0 ўлчамсиз τ вақт бўйича ўзгариши келтирилган.

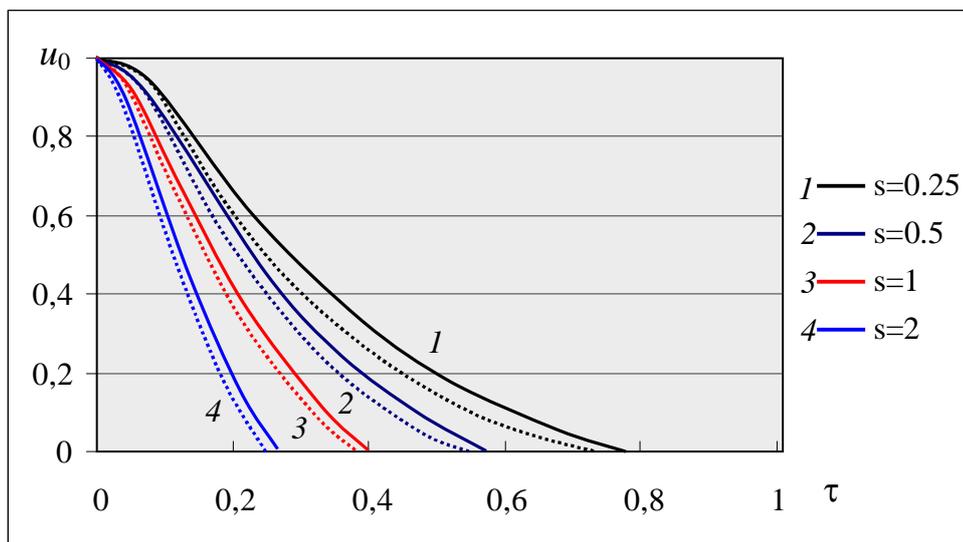


2.4-расм

2.4-расмдаги натижа (1.15) нинг сўнгги ҳадисиз [4] томонидан олинган, ечимни (1.15) бўйича олинган натижа 2.5-расмда кўрсатилган. Ушбу ечимларнинг сифат ва миқдор жиҳатдан таққослаш графиклари 2.6-расмда берилган (пунктир чизиқлар [4] га тегишли, туташ чизиқлар мазкур диссертацияда аниқланган).



2.5-расм



2.6-расм

Ушбу расмлардан кўриниб турибдики, стерженнинг қаттиқ деворга урилишидан сўнг масаланинг қўйилишига қараб унинг ёпишқоқ-пластик соҳа чегараси ва деформацияланмайдиган қисмининг тезлиги вақт ўтиши билан камая борар ва маълум вақтдан сўнг нолга тенг бўлар экан. s параметрнинг ортиши, яъни зарба тезлигининг камайиши ёки стержен узунлигининг ортиши u_0 тезликнинг вақт бўйича сўниш интенсивлигини оширар ва нолга тенг бўлиши вақтини камайтирар экан. (1.15) функциядаги сўнгги ҳад u_0 тезликни нолга тенг бўлиш муддатини бироз

оширар экан, яъни стержен ҳаракатдан тўхташи озгина кечроқ содир бўлар экан.

2.1-жадвал

| τ | ξ_0 лар фарқи, % | | | |
|--------|----------------------|-----------|---------|---------|
| | $s = 0.25$ | $s = 0.5$ | $s = 1$ | $s = 2$ |
| 0 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,01 | 0,35 | 0,70 | 1,40 | 2,83 |
| 0,02 | -0,36 | -0,82 | -2,28 | -12,71 |
| 0,03 | -0,79 | -1,51 | -2,98 | -18,29 |
| 0,04 | -1,36 | -2,40 | -3,97 | -14,99 |
| 0,05 | -2,02 | -3,29 | -4,84 | -11,23 |
| 0,06 | -2,72 | -4,05 | -5,38 | -9,01 |
| 0,07 | -3,36 | -4,55 | -5,56 | -7,54 |
| 0,08 | -3,75 | -4,71 | -5,44 | -6,37 |
| 0,09 | -3,75 | -4,58 | -5,13 | -5,37 |
| 0,1 | -3,42 | -4,24 | -4,72 | -4,49 |
| 0,11 | -2,96 | -3,83 | -4,28 | -3,70 |
| 0,12 | -2,52 | -3,41 | -3,86 | -2,97 |
| 0,13 | -2,15 | -3,02 | -3,47 | -2,26 |
| 0,14 | -1,86 | -2,69 | -3,11 | -1,55 |
| 0,15 | -1,63 | -2,40 | -2,78 | -0,79 |
| 0,16 | -1,44 | -2,15 | -2,47 | 0,07 |
| 0,17 | -1,30 | -1,94 | -2,18 | 1,11 |
| 0,18 | -1,18 | -1,76 | -1,89 | 1,26 |
| 0,19 | -1,07 | -1,59 | -1,60 | 1,61 |
| 0,2 | -0,98 | -1,44 | -1,29 | 1,84 |

2.1-жадвалда 2.3-расмда келтирилган таққослашга мос турли S лар учун ёпишқоқ-пластик соҳа чегарасининг вақт бўйича ўзгаришидаги

қийматларнинг фоизлардаги миқдорий солиштирилиши берилган. Бундан кўринадик, миқдорий жиҳатдан натижалар фарқи S нинг катта қийматларида бўлар экан. Жадвалдаги $S = 2$ даги ξ_0 ларнинг 18% фарқи фақат шу $\tau = 0.03$ ондаги қийматларининг фарқини аңлатади.

Диссертацияда ва [4] да аниқланган ξ_0 чегараларнинг максимал қийматлари ва стерженнинг тўлиқ тўхташ вақтларининг миқдор жиҳатдан фоизлардаги фарқи 2.2-жадвалда кўрсатилган.

2.2-жадвал

| | $s = 0.25$ | $s = 0.5$ | $s = 1$ | $s = 2$ |
|---|------------|-----------|---------|---------|
| Ўпишқоқ-пластик соҳа чегараси ξ_0 нинг максимал қийматлари фарқи, % | -2.35 | -3.60 | -4.89 | -6.91 |
| Стержен харакатининг тўлиқ тўхташ вақтлари τ ларнинг фарқи, % | 4,00 | 3,64 | 5,56 | 9,09 |

Ушбу жадвалдан масаланинг кўрилган ҳоллари учун (1.15) нинг сўнгги ҳадини ҳисобга олиш ўпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қийматини 2-7 % гача камайиши, стерженнинг ҳаракатдан тўлиқ тўхташига кетган вақт 4-9 % гача ошиши натижасини беради деган хулосага келиш мумкин.

3. Масаланинг ечимини чекли айирмалар усулида олиш

1.2-пунктда келтирилган масалани, яъни (1.11)-(1.14) хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларни чекли айирмалар усули ёрдамида сонли ечимларини олайлик. Бунинг учун ўпишқоқ-пластик соҳага тегишли (1.11) дифференциал тенгламани мос ξ_j ($j = 0, 1, 2, \dots, N$) тугун нуқталар ва τ_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) вақт онларида аниқланган $u_j^n = u(\xi_j, \tau_n)$ дискрет муносабатларни тузиб чиқамиз:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} \approx \frac{1}{\Delta \tau} (u_i^{n+1} - u_i^n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 \leq i \leq N,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \approx 2 \frac{h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})}, \quad h_i = \xi_{i+1} - \xi_i$$

муносабатлардан фойдалансак, $n = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 \leq i \leq N$ лар учун (1.11) дифференциал тенгламанинг ушбу дискрет аналогини

$$\frac{1}{\Delta \tau} (u_i^{n+1} - u_i^n) = 2 \frac{h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})}$$

оламиз. Бундан

$$-\frac{2\Delta\tau}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} [h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})] + u_i^{n+1} = u_i^n$$

ёки

$$-\frac{2\Delta\tau}{h_i (h_i + h_{i+1})} u_{i-1}^{n+1} + \left(\frac{2\Delta\tau}{h_i + h_{i+1}} + 1 \right) u_i^{n+1} - \frac{2\Delta\tau}{h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} u_{i+1}^{n+1} = u_i^n \quad (2.10)$$

хосил қиламиз. Вақтнинг ҳар бир қадами учун (2.10) муносабатдан $i = \overline{1, N}$ лар учун алгебраик тенламалар системасини тузиб оламиз. Қуйидагича белгилашлар киритайлик:

$$\frac{2\Delta\tau}{h_i (h_i + h_{i+1})} = a_i, \quad \frac{2\Delta\tau}{h_i + h_{i+1}} + 1 = c_i = a_i + a_{i+1} + 1, \quad \frac{2\Delta\tau}{h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} = a_{i+1},$$

$$u_i^{n+1} = y_i, \quad u_i^n = f_i.$$

У ҳолда ҳар бир вақт қадами учун (2.10) тенгламалар системаси

$$\begin{cases} y_0 - \chi_1 y_1 = \mu_1, & i = 0 \\ -a_i y_{i-1} + c_i y_i - a_{i+1} y_{i+1} = f_i, & 1 \leq i \leq N-1 \\ y_N - \chi_2 y_{N-1} = \mu_2, & i = N \end{cases} \quad (2.11)$$

кўринишга келади. Бу ерда $0 < a_i < \infty$, $|\chi_1| \leq 1$, $|\chi_2| \leq 1$.

Масаланинг бошланғич шарти – (1.14) нинг 1-шартига мувофиқ $u_i^0 = 0$, яъни вақтнинг 1-қадами учун $f_i = 0$ ($0 \leq i \leq N$). Стерженнинг деворга урилиш кесимидаги чегаравий шарт – (1.13) нинг сўнгги шартидан $u_0^{n+1} = 0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) ёки $y_0 = 0$ ни оламиз. Демак, (2.11) да $\chi_1 = 0$ ва $\mu_1 = 0$. (2.11) системадаги χ_2 ва μ_2 лар ёпишқоқ-пластик соҳанинг чегарасидаги тезликнинг қийматидан аниқланади. Бунинг учун вақтнинг ҳар бир қадамида ушбу $\xi_0^n = \xi_0(\tau_n)$ чегара ва шу чегаранинг айна ондаги тезлиги - $u[\xi_0(\tau_n), \tau_n] = u(\xi_0^n, \tau_n) = u_{0\xi}(\tau_n) = u_{0\xi}^n$ ларни топиш талаб қилинади. Ушбу масалани ечишда вақтнинг ҳар бир τ_n қадамида аввалги 2-пунктда Рунге-Кутта усули орқали аниқланган (2.1, 2.5-расмларда кўрсатилган) ξ_0^n ва $u_{0\xi}^n$ лардан фойдаланамиз. Демак, (2.11) системада $y_N = u_{0\xi}^{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) ёки $\chi_2 = 0$ ва $\mu_2 = u_{0\xi}^{n+1}$ қабул қилинади. Бундан кўришиб турибдики, ҳар бир қадамда μ_2 нинг қиймати ўзгариб борар экан. Шундай қилиб, (2.11) тенгламалар системаси учун

$$\chi_1 = 0, \mu_1 = 0, \chi_2 = 0, \mu_2 = u_{0\xi}^{n+1} \quad (2.12)$$

қабул қилинади.

(2.11) алгебраик тенгламалар системасига ҳайдаш усулининг оқимли вариантыни қўллаб [13], ҳар бир вақт қадами учун y_i , $i = \overline{0, N}$ ларнинг, яъни u_i^{n+1} , $i = \overline{0, N}$ ларнинг $\tau = \tau_{n+1}$ учун сон қийматларини топамиз. Ҳайдаш усулининг оқимли варианты одатда параметрлари ўзгарадиган диффузия масалаларида қўлланилади. Бизнинг масалада ҳам чегарадаги қиймат ҳар бир қадамда ўзгаради, бундан ташқари ечимни аниқлаш жараёнида диффузион оқимни - чегарани ҳам аниқлаш талаб этилади. Шундай қилиб, (2.11) системани ечайлик. Бунда ҳайдаш усулини қўллаш

шартлари: $|\chi_1| \leq 1$, $|\chi_2| \leq 1$ ва $c_i = a_i + a_{i+1} + d_i$, $0 < a_i < \infty$, $d_i = 1 > 0$
 $i = 1, 2, \dots, N-1$ ларда бажарилади.

(2.11) учун ўнг томондан “хайдаш” формулалари қуйидагича бўлади:

$$y_N = \frac{\mu_2 + \chi_2 \bar{\beta}_N}{1 - \chi_2 \bar{\alpha}_N}, \quad y_i = \bar{\alpha}_{i+1} y_{i+1} + \bar{\beta}_{i+1}, \quad i = N-1, N-2, \dots, 0; \quad (2.13)$$

Бу ерда

$$\bar{\alpha}_1 = \chi_1, \quad \bar{\alpha}_{i+1} = \frac{a_{i+1}}{a_{i+1} + d_i + a_i(1 - \bar{\alpha}_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad (2.14)$$

$$\bar{\beta}_i = \mu_1, \quad \bar{\beta}_{i+1} = (f_i + a_i \bar{\beta}_i) \frac{\bar{\alpha}_{i+1}}{a_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.15)$$

Янги номаълум функция киритамиз

$$w_i = -a_i(y_i - y_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.16)$$

ва (2.11) ни қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} y_0 - \chi_1 y_1 = \mu_1, & i = 0 \\ w_{i+1} - w_i + d_i y_i = f_i, & 1 \leq i \leq N-1 \\ -\chi_2 w_N + a_N(1 - \chi_2) y_N = a_N \mu_2, & i = N \end{cases} \quad (2.17)$$

(2.16) формуладан

$$y_i = y_{i+1} + \frac{1}{a_{i+1}} w_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

ни аниқлаймиз ва бу ифодани (2.13) га қўямиз. Натижада y_{i+1} ва w_{i+1} ларни боғловчи муносабатни ҳосил қиламиз:

$$w_{i+1} + a_{i+1}(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) y_{i+1} = a_{i+1} \bar{\beta}_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.18)$$

Қуйидагича

$$\alpha_i = a_i(1 - \bar{\alpha}_i), \quad \beta_i = \alpha_i \bar{\beta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

белгилаш киритсак, у ҳолда бу (2.18) муносабатни

$$w_i + \alpha_i y_i = \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.19)$$

кўринишга келтирамиз.

Таъкидлаш лозимки, (2.17) ва (2.19) тенгламалар $2N + 1$ та y_0, y_1, \dots, y_N ва w_1, w_2, \dots, w_N номаълумларга нисбатан $2N + 1$ та алгебраик тенгламалар системасини ҳосил қилади. Бу системанинг тузилиши шундайки, у y_0, y_1, \dots, y_N ва w_1, w_2, \dots, w_N номаълумларга нисбатан икки ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлмаган системаларга ажралади. Ушбу системаларни қуйидагича аниқлаймиз. (2.19) дан y_i ларни $y_i = (\beta_i - w_i)/\alpha_i, i = 1, 2, \dots, N$ топиб, (2.17) системанинг $i = 1, 2, \dots, N$ лари учун қўйиб чиқамиз. Натижада

$$\begin{cases} w_N = \frac{a_N [(1 - \chi_2)\beta_N - \alpha_N \mu_2]}{(1 - \chi_2)a_N + \alpha_N \chi_2}, \\ w_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + d_i} w_{i+1} + \frac{d_i \beta_i - \alpha_i f_i}{\alpha_i + d_i}, \quad i = N - 1, N - 2, \dots, 1 \end{cases} \quad (2.20)$$

кўринишга келади. Бу системадаги тенгламаларни кетма-кет ечиб, барча w_i ларни аниқлаб оламиз.

Энди y_i лар учун тенгламалар системани топайлик. Бунинг учун (2.19) дан w_i ларни $w_i = -\alpha_i y_i + \beta_i, i = 1, 2, \dots, N$ аниқлаб, (2.17) системанинг $i = 1, 2, \dots, N$ лари учун қўйиб чиқамиз:

$$\begin{cases} y_0 = \chi_1 y_1 + \mu_1, & i = 0 \\ y_i = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i + d_i} y_{i+1} + \frac{f_i - \beta_{i+1} + \beta_i}{\alpha_i + d_i}, & i = N - 1, N - 2, \dots, 1 \\ y_N = \frac{\chi_2 \beta_N + a_N \mu_2}{(1 - \chi_2)a_N + a_N \mu_2}, & i = N \end{cases} \quad (2.21)$$

кетма-кет y_i ларни аниқлайдиган тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

α_i ва β_i ларни аниқлайдиган рекуррент формулаларни топайлик.

(2.14) ва (2.15) дан фойдаланган ҳолда

$$\begin{cases} \alpha_1 = a_1(1 - \chi_1), \\ \alpha_{i+1} = a_{i+1}(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) = \frac{a_{i+1}[a_i(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) + d_i]}{a_{i+1} + d_i + a_i(1 - \bar{\alpha}_{i+1})} = \frac{a_{i+1}(\alpha_i + d_i)}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i}, \end{cases} \quad (2.22)$$

$i = 1, 2, \dots, N-1;$

ва

$$\begin{cases} \beta_1 = a_1\mu_1, \\ \beta_{i+1} = a_{i+1}\bar{\beta}_{i+1} = \frac{a_{i+1}(f_i + \beta_i)}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad (2.23)$$

ҳосил қиламиз.

Масаланинг чегаравий шартлари ва (2.22) формуладан $\alpha_i \geq 0$ эканлиги келиб чиқади. Бу ҳолда (2.20) формуладаги $\alpha_i/(\alpha_i + d_i)$ коэффициент бирдан ошмайди ва ўз навбатида W_i ларни ҳисоблаш алгоритмининг устуворлиги таъминланади. Сўнгра, $\alpha_i \geq 0$ ва $d_i > 0$ шартлардан $a_{i+1} < a_{i+1} + \alpha_i + d_i$ бажарилиши келиб чиқади. Бундан (2.22) га кўра $\alpha_{i+1} < \alpha_i + d_i$ тенгсизлик ўринли бўлади. Шунинг учун (2.21) формуладаги $\alpha_{i+1}/(\alpha_i + d_i)$ коэффициент доимо бирдан кичик бўлиб, Y_i ларни ҳисоблашдаги устуворлик бажарилади. Эслатиб ўтамиз, W_N ва Y_N лар учун ёзилган муносабатларнинг маҳражлари доимо нолдан катта бўлади.

Шундай қилиб, оқимли ҳайдаш усулининг алгоритми (2.20)-(2.23) лар билан ифодаланади. Келтирилган α_i ва β_i ларни аниқлайдиган рекуррент формулалар, шунингдек W_N ва Y_N учун ифодалар $a_{i+1} < 1$ бўлганда фойдаланилади. Агар $a_{i+1} \geq 1$ бўлса, у ҳолда (2.20)-(2.21) формулалардаги касрларнинг сурат ва маҳражларини a_{i+1} бўлгандан келиб чиқадиган

$$\alpha_{i+1} = \frac{\alpha_i + d_i}{1 + (\alpha_i + d_i)/a_{i+1}}, \quad \beta_{i+1} = \frac{f_i + \beta_i}{1 + (\alpha_i + d_i)/a_{i+1}},$$

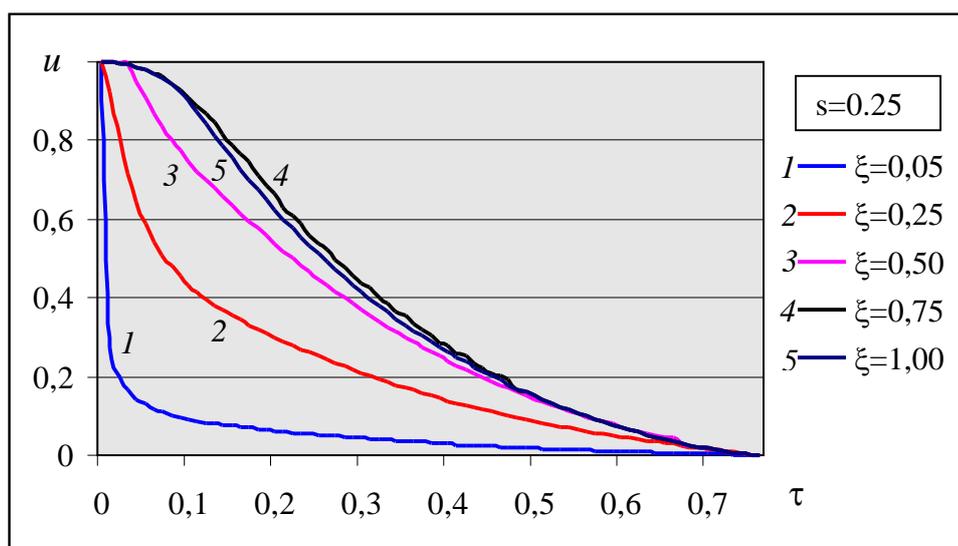
$$y_N = \frac{\chi_2 \beta_N / a_N + \mu_2}{1 - \chi_2 + \chi_2 \alpha_N / a_N}, \quad w_N = \frac{(1 - \chi_2) \beta_N - \alpha_N \mu_2}{1 - \chi_2 + \chi_2 \alpha_N / a_N}$$

формулалардан фойдаланилади.

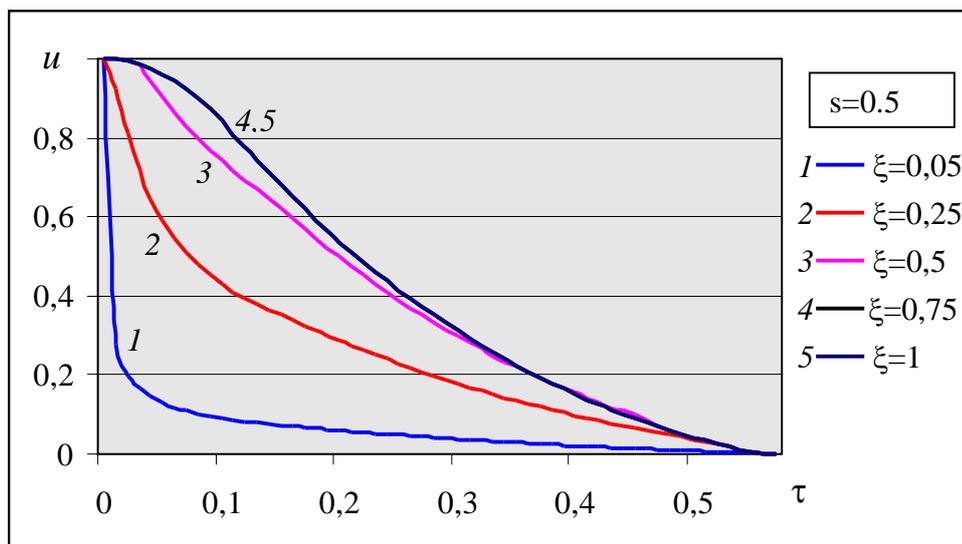
Энди (2.20)-(2.21) тенгламаларни ечишда бажариладиган арифметик амаллар сонини аниқлайлик. Компьютер орқали барча формулалар учун умумий бўлган ифодаларни бир марта ҳисобланиши эътиборга олинса, у ҳолда барча арифметик амаллар сони $21N + 1$ операциядан ортмайди. Бу оддий ҳайдаш усули орқали бажариладиган амаллар сонидан тахминан икки марта кўп ҳисобланади.

Ушбу келтирилган усул вақтнинг ҳар бир қадами учун такроран ҳисоблаб борилади. Тузилган алгоритмдан фойдаланган ҳолда дастур тузилди (3-илова) ва қўйилган масаланинг сонли ечимлари олинди.

Қуйидаги 2.7-2.10-расмларда стерженнинг $\xi = 0.05, 0.25, 0.5, 0.75$ ва эркин учидаги ($\xi = 1$) нуқталар тезликларининг вақт бўйича ўзгариши графиклари келтирилган.

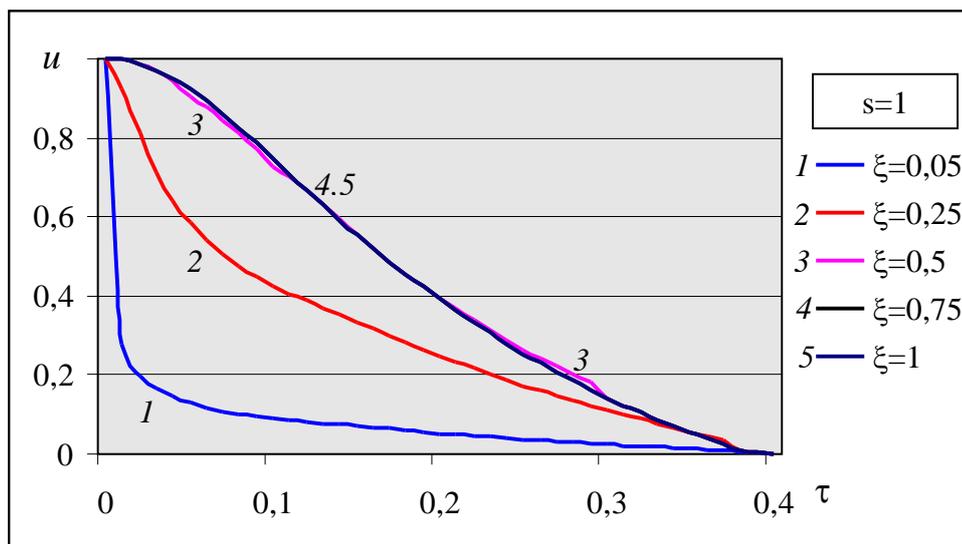


2.7-расм



2.8-расм

Текширилаётган нуқталар тезликлари дастлаб – стержен деворга урилишига қадар 1 га тенг. Урилиш бошлангандан сўнг бу тезликларнинг қийматлари камайиб нолга етиб боради. Графиклардан кўринадики, деворга урилиш кесимига яқин нуқталардаги ($\xi = 0.05$) тезликнинг қиймати дастлабки онларда кескин камаяди. Стерженнинг эркин учи ва унга яқин нуқталарнинг ($\xi = 1, 0.75$) тезликлари вақт ўтиши билан бир маромда (деярли чизиқли) нолгача камайиб боради. $s = 0.25$ бўлганда (2.7-расм) каралаётган нуқталар тезликлари вақт бўйича турлига камайиб боради. Стержен эркин учидаги $\xi = 1$ ва $\xi = 0.75$ нуқтадаги тезликлар вақтнинг 0.1 гача ва 0.5 дан катта қийматларида устма-уст тушади (бу нуқталар бир хил тезликда ҳаракатда бўлади): бу эса шу онларда нуқталар деформацияланмайдиган соҳага тегишли эканини билдиради. Вақтнинг тахминан 0.1 дан 0.5 оралиғида бу нуқталар тезликлари вақт бўйича устма-уст тушмаган, демак, $\xi = 0.75$ даги нуқта шу онларда ёпишқоқ-пластик соҳага тегишли экан. Буни 2.2-пунктда Рунге-Кутта усули орқали олинган ечимдан (2.1-расм) ҳам кузатиш мумкин.

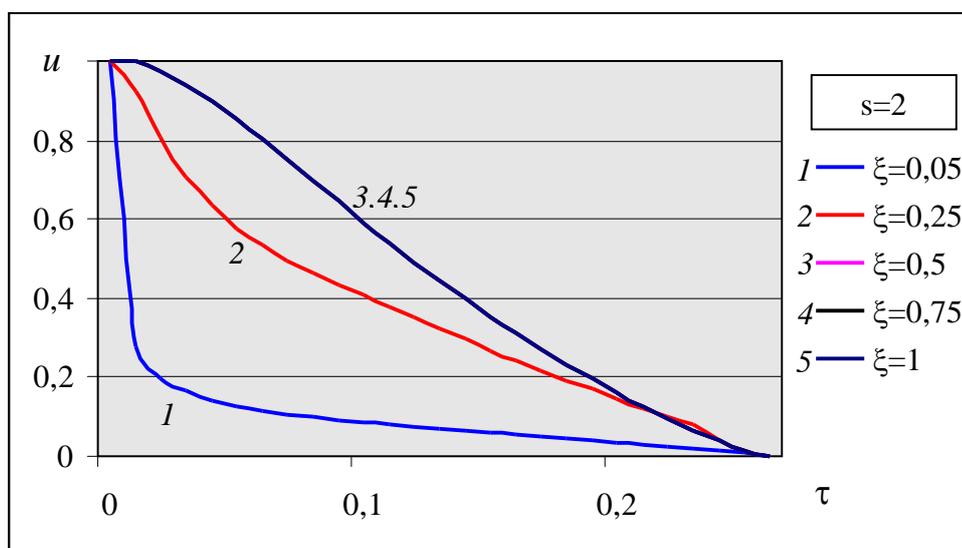


2.9-расм

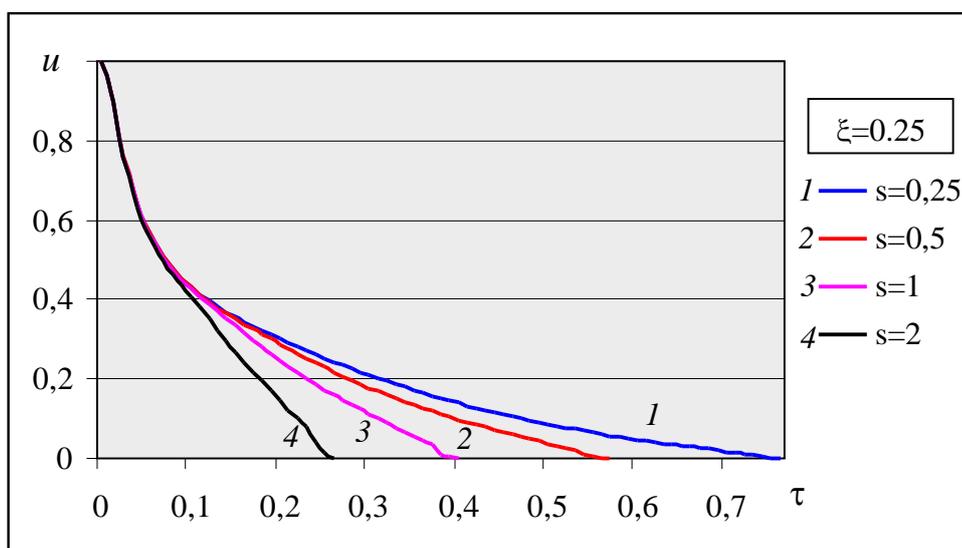
s параметрининг қиймати ортган сари стерженнинг ёпишқоқ-пластик соҳасининг камайиши ва деформацияланмайдиган соҳанинг ортиши 2.1-расмдан аниқланган. $s=0.5$ бўлганда (2.8-расм) стержен нуқталари тезликларининг нолга тенглашиши вақти $s=0.25$ (2.7-расм) бўлгандагига нисбатан кам, $s=1$ ва 2 (2.9-2.10-расм) ларга нисбатан каттароқ бўлади. $s=0.5$ да (2.8-расм) стержен эркин учидаги $\xi=1$ ва $\xi=0.75$ нуқтадаги тезликлар, $s=1$ ва 2 да (2.9-2.10-расмлар) $\xi=0.5$, 0.75 ва 1 даги нуқталар тезликлари бир хил бўлиши шу нуқталар урилиш жараёнида деформацияланмайдиган соҳага тегишли эканини ва ёпишқоқ-пластик соҳанинг чегараси бу нуқталарга умуман ($s=1$ да $\xi=0.5$ нуқтанинг маълум вақт онларидан ташқари) етиб келмаслигини англатади.

2.11-2.12-расмларда s нинг 0.25, 0.5, 1 ва 2 га тенг бўлгандаги қийматлари учун стерженнинг $\xi=0.25$ (2.11-расм) ва $\xi=0.5$ (2.12-расм) нуқталари тезликларининг вақт бўйича ўзгариши графиклари келтирилган. Қабул қилинган s нинг барча қийматлари учун $\xi=0.25$ даги нуқтанинг тезлиги дастлаб бир хил қийматда ўзгаради (2.11-расм). Вақт ўтиши билан тезликларнинг сўниш интенсивлиги s нинг қийматиغا мос турлича бўлади. s нинг катта қийматларида тезликнинг сўниш интенсивлиги катта

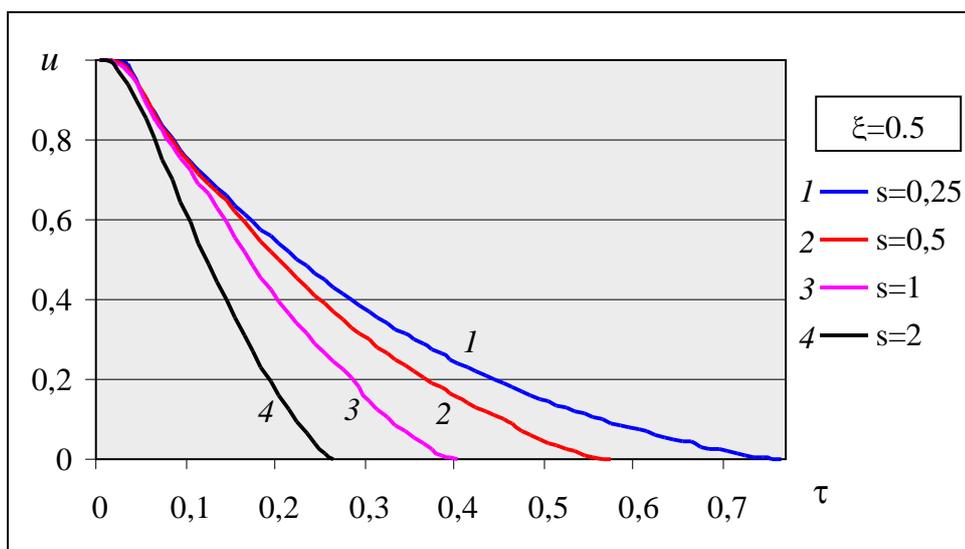
бўлиб, стержен нуқтасининг ҳаракати тўхташ вақти кичик бўлади. $\xi = 0.5$ даги нуқта тезлигининг ўзгариши (2.12-расм) ҳам $\xi = 0.25$ даги нуқтанинг тезлиги каби бўлади. Бу ерда S нинг катта қийматларида дастлабки вақтдан тезлик турлича (2.12-расм, $S = 2$) бўлиши кузатилади. Қаралаётган бу икки нуқталарнинг ҳаракатдан тўхташи S нинг қийматларига мос равишда бир вақтда содир бўлар экан.



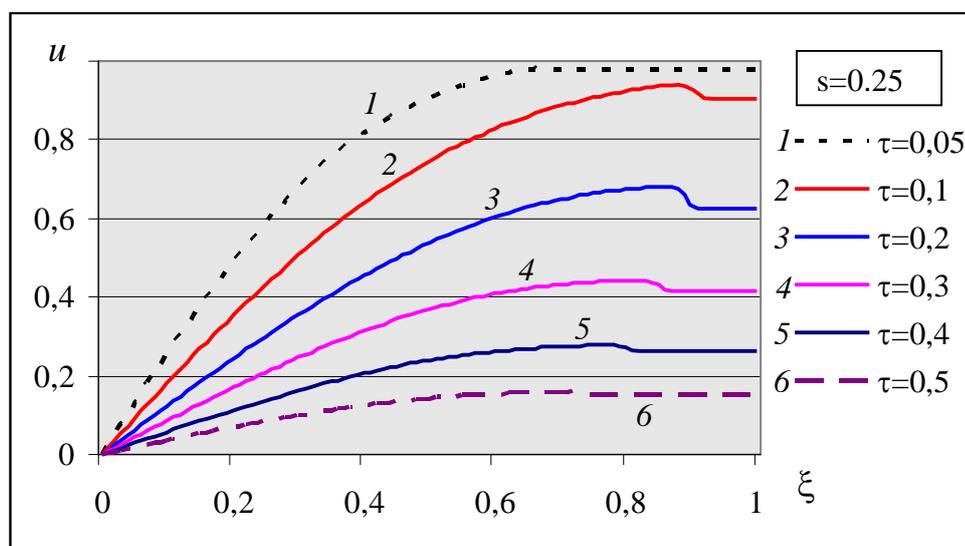
2.10-расм



2.11-расм



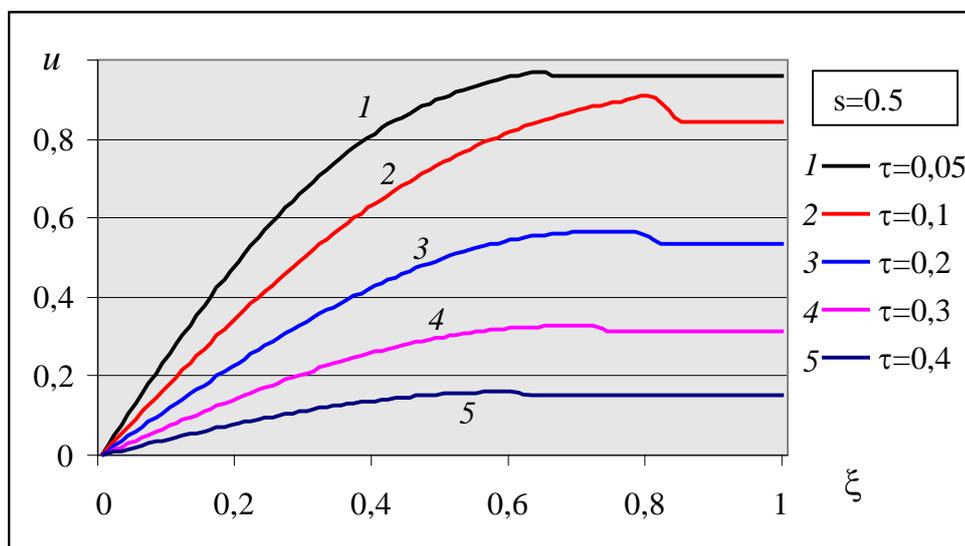
2.12-расм



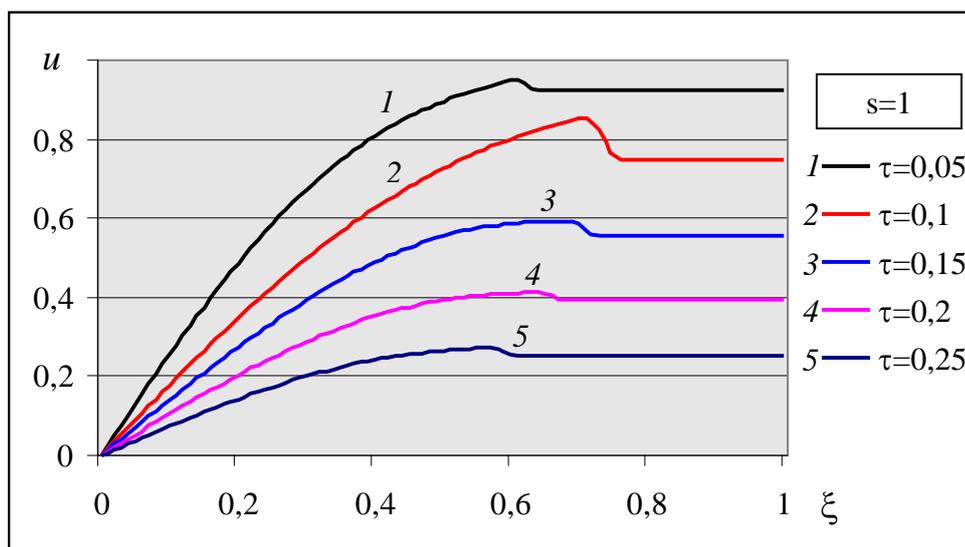
2.13-расм

2.13-2.16-расмларда $s=0.25$ (2.13-расм), $s=0.5$ (2.14-расм), $s=1$ (2.15-расм) ва $s=2$ (2.16-расм) қийматларини қабул қилганда τ вақтнинг фиксирланган турли қийматларига тенг ондаги стержен узунлиги бўйича тезликларнинг тақсимланиш графиклари берилган. Ушбу графикларда фиксирланган вақт ондаги тезликларнинг эгри чизик бўйича

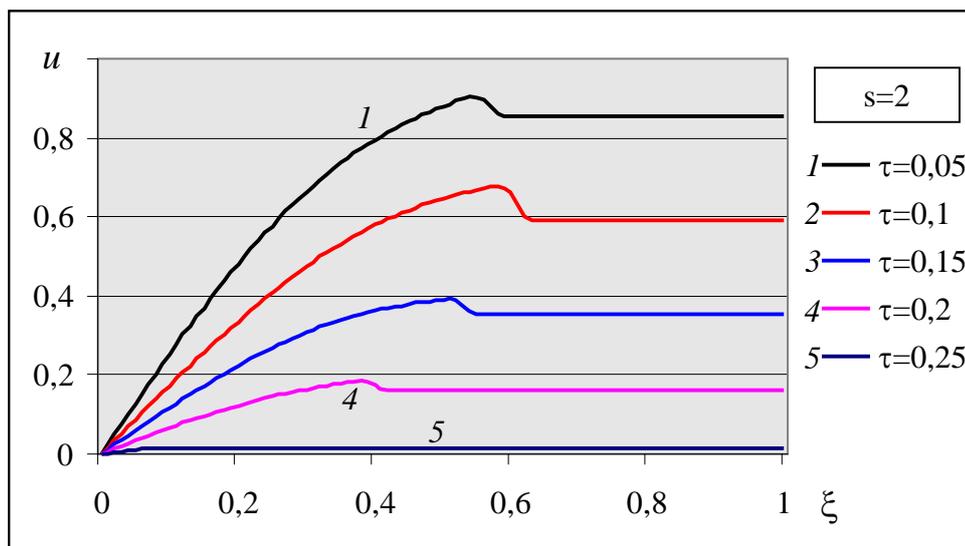
тақсимланиши шу нуқталарнинг ушбу онда ёпишқоқ-пластик соҳага, ўзгармас тўғри чизиқли тақсимланган қисмидаги нуқталар деформацияланмайдиган қаттиқ соҳага тегишли эканини билдиради.



2.14-расм



2.15-расм



2.16-расм

Шундай қилиб, ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласининг икки: интеграл муносабатларда Рунге-Кутта ва чекли айирмалар усули орқали олинган натижалари деярли бир хил бўлди.

II-боб бўйича хулоса

1. Аввалги бобда келтирилган масаланинг ечишда Рунге-Кутта усулини қўллаш, ҳамда чекли айирмалар усули орқали сонли ечимларни олиш алгоритмлар келтирилди. Ушбу алгоритмлардан фойдаланиб, масаланинг икки хил усулда сонли ечимларини олиш дастури ишлаб чиқилди.
2. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг сонли ечимлари олинди ва натижалар график кўринишда берилди.
3. Олинган натижалар таҳлил этилди. Таҳлил бўйича стержен деворга урилгач унинг ёпишқоқ-пластик деформацияланадиган соҳасининг ўлчами ортиб бориши, максимал қийматга эришиб, сўнг нолгача камайиши; маълум вақтдан сўнг стержен ҳаракати бутунлай тўхташи; стерженнинг деворга урилган учининг карама-қарши томонидан маълум қисми доимо деформацияланмай қолиши кузатилди.

II-боб. ЁПИШҚОҚ-ПЛАСТИК СТЕРЖЕННИНГ ҚАТТИҚ ДЕВОРГА УРИЛИШИ МАСАЛАСИНИНГ СОНЛИ ЕЧИМЛАРИ

Ушбу бобда ёпишқоқ-пластик деформацияланувчи стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг тақрибий ечимлари олинган. Аввал, 1-бобда келтирилган масалани ечиш учун оддий дифференциал тенгламаларни тақрибий ечимларини олиш бўйича Рунге-Кутта усули, ҳамда диффузия масаласи учун чекли айирмалар усули тўғрисида маълумот келтирилди. Шу икки усуллардан фойдаланиб кўйилган масаланинг сонли ечимлари олинди. Ечимлар график тарзда келтирилди ва таҳлил этилди. Шунингдек, бу икки усулларда олинган ечимлар қиёсий солиштирилди.

1. Рунге-Кутта усули бўйича масала ечиш тартиби

Оддий дифференциал тенгламалар (1.29) системасининг (1.14) ва (1.30) шартларни қаноатлантирувчи ечимни аниқлаш масаласини кўрайлик. Изланаётган ечимларнинг $\tau = \tau_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) вақтдаги тақрибий қийматларини $q^n = q(\tau_n)$, $a_3^n = a_3(\tau_n)$ ва $u_0^n = u_0(\tau_n)$ деб белгилайлик. Рунге-Кутта усули бўйича кейинги $\tau = \tau_{n+1}$ ондаги ечимнинг тақрибий $q^{n+1} = q(\tau_{n+1})$, $a_3^{n+1} = a_3(\tau_{n+1})$ ва $u_0^{n+1} = u_0(\tau_{n+1})$ қийматлари куйидагича аниқланади [14]:

$$\begin{cases} q^{n+1} = q^n + \Delta q^n, & \Delta q^n = \frac{1}{6} (K_{q1}^{(n)} + 2K_{q2}^{(n)} + 2K_{q3}^{(n)} + K_{q4}^{(n)}); \\ a_3^{n+1} = a_3^n + \Delta a_3^n, & \Delta a_3^n = \frac{1}{6} (K_{a1}^{(n)} + 2K_{a2}^{(n)} + 2K_{a3}^{(n)} + K_{a4}^{(n)}); \\ u_0^{n+1} = u_0^n + \Delta u_0^n, & \Delta u_0^n = \frac{1}{6} (K_{u1}^{(n)} + 2K_{u2}^{(n)} + 2K_{u3}^{(n)} + K_{u4}^{(n)}); \end{cases} \quad (2.1)$$

Бу ерда

$$K_{q1}^{(n)} = \zeta f_1(q^n, a_3^n, u_0^n), \quad K_{a1}^{(n)} = \zeta f_2(q^n, a_3^n, u_0^n), \quad K_{u1}^{(n)} = \zeta f_3(q^n, a_3^n, u_0^n); \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^2}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{a^2}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{u^2}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + \frac{K_{q^1}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^1}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^1}^{(n)}}{2} \right); \end{array} \right. \quad (2.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^3}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{a^3}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right), \\ K_{u^3}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + \frac{K_{q^2}^{(n)}}{2}, a_3^n + \frac{K_{a^2}^{(n)}}{2}, u_0^n + \frac{K_{u^2}^{(n)}}{2} \right); \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{q^4}^{(n)} = \zeta f_1 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right), \\ K_{a^4}^{(n)} = \zeta f_2 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right), \\ K_{u^4}^{(n)} = \zeta f_3 \left(q^n + K_{q^3}^{(n)}, a_3^n + K_{a^3}^{(n)}, u_0^n + K_{u^3}^{(n)} \right); \end{array} \right. \quad (2.5)$$

$$f_1(q^n, a_3^n, u_0^n) = \frac{2}{a_3^n - u_0^n} \left(6(2a_3^n - u_0^n) + 4,5q^n \frac{s}{1 - \sqrt{q^n}} \right), \quad (2.6)$$

$$f_2(q^n, a_3^n, u_0^n) = -\frac{s}{1 - \sqrt{q^n}}, \quad (2.7)$$

$$f_3(q^n, a_3^n, u_0^n) = \frac{1}{q^n} \left[\begin{array}{l} -30u_0^n - \frac{2a_3^n - 5u_0^n}{a_3^n - u_0^n} \times \\ \times \left(6(2a_3^n - u_0^n) + 4,5 \frac{q^n s}{1 - \sqrt{q^n}} \right) \end{array} \right] + 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{q^n}}; \quad (2.8)$$

$$\zeta = \tau_{n+1} - \tau_n.$$

Тақрибий ечимларни аниқлаш тартиби (алгоритми) қуйидагича бўлади:

13) Изланаётган функцияларнинг бошланғич қийматлари ёзиб олинади:

$$q^0 = q(0), a_3^0 = a_3(0), u_0^0 = u_0(0);$$

14) Вақт бўйича кейинги қадам танлаб олинади: $\zeta = \tau_1 - \tau_0$ ва (2.6)-(2.8)

формулалардан 1) даги q^0, a_3^0, u_0^0 лардан фойдаланган ҳолда $f_1(q^0, a_3^0, u_0^0)$, $f_2(q^0, a_3^0, u_0^0)$, $f_3(q^0, a_3^0, u_0^0)$ нинг қийматлари аниқлаб олинади;

15)(2.2) формуладаги $K_{q1}^{(0)} = \zeta f_1(q^0, a_3^0, u_0^0)$, $K_{a1}^{(0)} = \zeta f_2(q^0, a_3^0, u_0^0)$ ва $K_{u1}^{(0)} = \zeta f_3(q^0, a_3^0, u_0^0)$ нинг қийматлари 2) дан фойдаланган ҳолда ҳисобланади;

16) Топилган $K_{q1}^{(0)}$, $K_{a1}^{(0)}$ ва $K_{u1}^{(0)}$ лардан фойдаланиб, $q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}$, $a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}$ ва $u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}$ ларни аниқлаб оламиз;

17)(2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right)$,
 $f_2\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right)$ ва $f_3\left(q^0 + \frac{K_{q1}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a1}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u1}^{(0)}}{2}\right)$

нинг қийматларини аниқлаб, (2.3) дан $K_{q2}^{(0)}$, $K_{a2}^{(0)}$ ва $K_{u2}^{(0)}$ лар ҳисоблаб чиқилади;

18) 4) ва 5) лар каби топилган $K_{q2}^{(0)}$, $K_{a2}^{(0)}$ ва $K_{u2}^{(0)}$ лардан фойдаланиб,
 $q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}$, $a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}$ ва $u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}$ ларни аниқлаб оламиз;

19)(2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right)$,
 $f_2\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right)$ ва $f_3\left(q^0 + \frac{K_{q2}^{(0)}}{2}, a_3^0 + \frac{K_{a2}^{(0)}}{2}, u_0^0 + \frac{K_{u2}^{(0)}}{2}\right)$

нинг қийматларини аниқлаб, (2.4) дан $K_{q3}^{(0)}$, $K_{a3}^{(0)}$ ва $K_{u3}^{(0)}$ лар ҳисоблаб чиқилади;

20)4) ва 5) ёки 6) ва 7) лар каби топилган $K_{q3}^{(0)}$, $K_{a3}^{(0)}$ ва $K_{u3}^{(0)}$ лардан фойдаланиб, $q^0 + K_{q3}^{(0)}$, $a_3^0 + K_{a3}^{(0)}$ ва $u_0^0 + K_{u3}^{(0)}$ ларни аниқлаймиз;

21)(2.6)-(2.8) формулалар ёрдамида $f_1(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$, $f_2(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$ ва $f_3(q^0 + K_{q3}^{(0)}, a_3^0 + K_{a3}^{(0)}, u_0^0 + K_{u3}^{(0)})$ нинг қийматларини топган ҳолда, (2.5) дан $K_{q4}^{(0)}$, $K_{a4}^{(0)}$ ва $K_{u4}^{(0)}$ лар ҳисоблаб топилади;

22)(2.1) системанинг иккинчи қисмидаги формулалардан 3), 5), 7) ва 9) ларда аниқланган $K_{qi}^{(0)}$, $K_{ai}^{(0)}$ ва $K_{ui}^{(0)}$ лардан фойдаланган ҳолда Δq^0 , Δa_3^0 ва Δu_0^0 ларни ҳисоблаб чиқамиз;

23)Энди 10) да топилган Δq^0 , Δa_3^0 ва Δu_0^0 лар ёрдамида (2.1) системанинг биринчи қисмидан $q^1 = q^0 + \Delta q^0$, $a_3^1 = a_3^0 + \Delta a_3^0$ ва $u_0^1 = u_0^0 + \Delta u_0^0$ аниқланади;

24)Худди шундай тартибда, аниқланган q^1 , a_3^1 ва u_0^1 ларни бошланғич қиймат деб қабул қилиб, 1)-11) ҳисоблашларни давом эттирилади.

Таъкидлаб ўтамиз, ҳисоблаш қадамини бир қадамдан кейинги қадамга ўтганда ўзгартириш мумкин. Вақт қадами $\zeta = \tau_{n+1} - \tau_n$ ни тўғри танлаш учун қуйидагича иш юритилади:

$$\theta_q = \left| \frac{K_{q2}^{(n)} - K_{q3}^{(n)}}{K_{q1}^{(n)} - K_{q2}^{(n)}} \right|, \quad \theta_a = \left| \frac{K_{a2}^{(n)} - K_{a3}^{(n)}}{K_{a1}^{(n)} - K_{a2}^{(n)}} \right|, \quad \theta_u = \left| \frac{K_{u2}^{(n)} - K_{u3}^{(n)}}{K_{u1}^{(n)} - K_{u2}^{(n)}} \right|$$

ҳисоблаб борилади ва уларнинг қиймати $\varepsilon = 0,01$ дан ошмаслиги таъминланади. Акс ҳолда ζ қадамнинг қиймати камайтирилади. Рунге-Кутта усулини компьютерга киритилганда ζ ни автоматик тарзда аниқлаб олинади. Бунинг учун ҳар бир қадамда икки марта: дастлаб ζ ва кейин

$\zeta/2$ кадамлар учун ҳисобланади. Агар олинган натижалар ε_* аниқликда фарқ қилса, у ҳолда кейинги қадам учун ζ нинг қиймати икки марта орттирилади, акс ҳолда ярим $\zeta/2$ қадам олинади.

2. Тақрибий ечимларни Рунге-Кутта усулида аниқлаш

1-бобда қўйилган ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи (1.30) дифференциал тенгламалар системасини (1.31) ва (1.32) шартларни қаноатлантирувчи масалага келтирилди. Энди ушбу дифференциал тенгламалар системасини Рунге-Кутта усулидан фойдаланиб ечайлик [16]. Маълумки, ҳосил қилинган тенгламалар системасидаги $S = \frac{\sigma_0 l}{\mu V_0}$ Сен-Венан параметри ҳаракатни тавсифлаган параметр ва турли қийматларни қабул қилиши мумкин бўлганлиги сабабли, масалани сонли ечишда, яъни дастур тузишда S нинг турли қийматлари учун ечим олиншига эътибор берамиз.

Мазкур дастурни тузишда бошланғич шартларни тўғридан-тўғри қўйиш натижасида (1.30) нинг учинчи тенгламасида ёки (2.8) функцияни ҳисоблашда $\frac{0}{0}$ ноаниқликка келиб, ечим олиш имкони бўлмайди. Шу сабабли $q(\tau)$, $u_0(\tau)$, $a_3(\tau)$ номаълум функцияларнинг τ нинг кичик қийматларидаги асимптоталаридан фойдаланилади, яъни қуйидагича аниқланади: (1.30) нинг 1-тенгламасида $a_3 = 0$, $u_0 = 1$, $q = 0$ деб олинади:

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{2}{0-1} (6(0-1) + 4,5S \cdot 0) = 12$$

Демак, τ нинг нолга яқин қийматларида $q = 12\tau$ деб олиш мумкин. Бундан фойдаланган ҳолда (1.30) нинг 2-тенгламасидан

$$\frac{du_0}{d\tau} = -\frac{S}{1-\sqrt{q}} = -\frac{S}{1-\sqrt{12\tau}} \approx -S$$

ва бошланғич вақтдаги шартга мувофиқ $u_0 = 1 - s\tau$ эканлиги келиб чиқади. Ҳосил қилинган бу икки асимптотадан фойдалансак, (1.30) системанинг сўнггиси қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{da_3}{d\tau} = \frac{1}{q} \left[-30u_0 - \frac{2a_3 - 5u_0}{a_3 - u_0} \left(6(2a_3 - u_0) + 4,5 \frac{qs}{1 - \sqrt{q}} \right) \right] + 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{q}}$$

дан

$$\begin{aligned} \frac{da_3}{d\tau} &= \frac{1}{12\tau} \left[-30(1 - s\tau) - \frac{0 - 5(1 - s\tau)}{0 - (1 - s\tau)} \left(6(0 - 1 + s\tau) + 4,5 \frac{12\tau s}{1 - \sqrt{12\tau}} \right) \right] + \\ &+ 12,5 \frac{s}{1 - \sqrt{12\tau}} = \frac{1}{12\tau} \left[-30 + 30s\tau - 5 \left(-6 + 6s\tau + \frac{54\tau s}{1} \right) \right] + 12,5 \frac{s}{1} = \\ &= \frac{1}{12\tau} (-270s\tau) + 12,5s = -22,5s + 12,5s = 10s, \end{aligned}$$

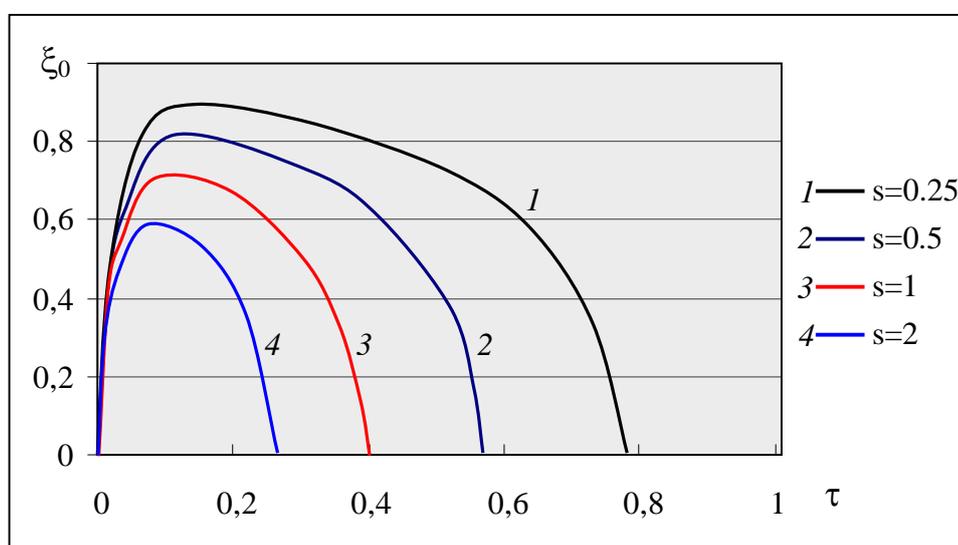
ва бундан $a_3 = -10s\tau$ ни оламиз.

Шундай қилиб, кичик τ лар учун қидирилаётган функциялар қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\begin{cases} q(\tau) = 12\tau, \\ u_0(\tau) = 1 - s\tau, \\ a_3(\tau) = -10s\tau. \end{cases} \quad (2.9)$$

Ушбу функциялардан (1.30) тенгламалар системасини сонли ечишнинг биринчи қадамида фойдаланилди. Вақтнинг кейинги қадамларида (1.30) ни (1.31)-(1.32) шартлар асосида 2.1-пунктда кўрсатилган усул бўйича алгоритм ва дастур (1-илова) тузиб сонли ечимлар олинди. Олинган ечимларни график кўринишда тасвирлайлик. Қуйида, 2.1-расмда, $s = \frac{\sigma_0 l}{\mu V_0}$ параметрнинг 0.25, 0.5, 1 ва 2 га тенг қийматлари учун ёпишқоқ-пластик чегаранинг зарбадан сўнг вақт ичида ўзгариши келтирилган. Ушбу расмдан кўришиб турибдики, стерженнинг қаттиқ деворга урилиши бошлангандан кейин дастлабки вақтларда ёпишқоқ-пластик соҳанинг

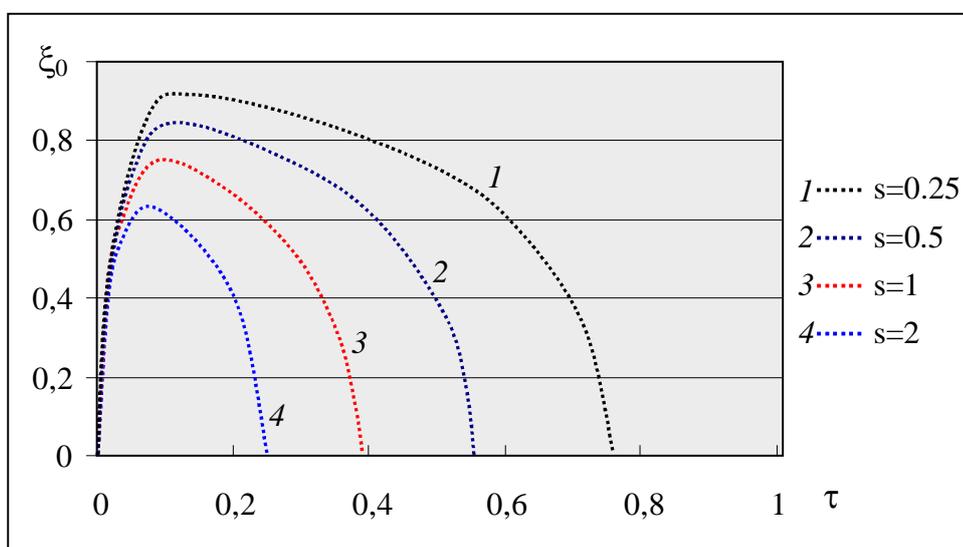
кенгайиши кузатилмоқда. Бирор τ вақтга етганда бу соҳанинг ўлчами (узунлиги) ξ_0 максимумга эришади ва сўнгра соҳанинг ўлчами камая боради. s параметрнинг қиймати ортган сари, яъни масаланинг бошқа параметрларини ўзгартирмаган ҳолда стерженнинг урилишдаги V_0 тезлигининг ёки ёпишқоқлик хусусиятини ифодаловчи μ параметрнинг камайиши ёпишқоқ-пластик соҳанинг максимал қийматининг камайишига олиб келади, ва аксинча, стержен катта тезликда деворга урилса, унинг ёпишқоқ-пластик деформацияланадиган қисми каттароқ бўлади.



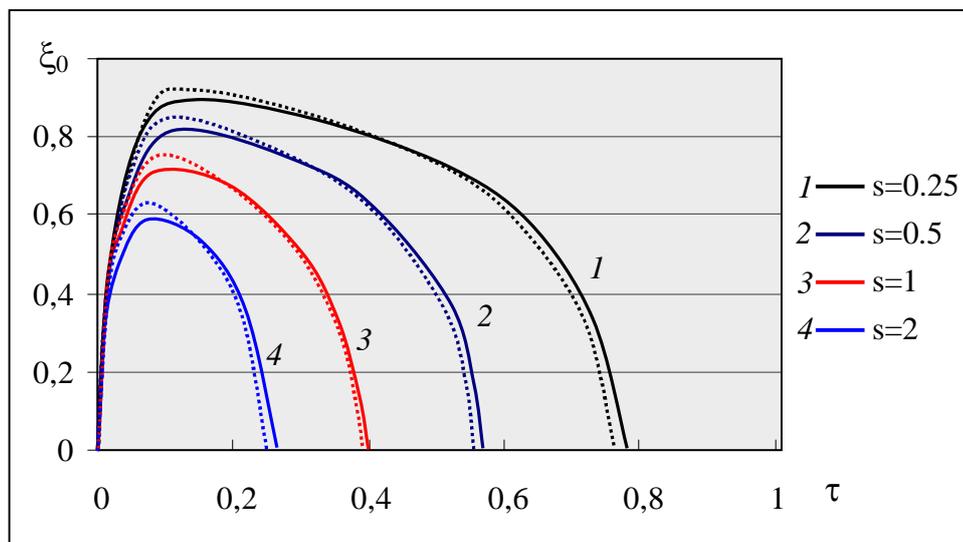
2.1-расм

Шунингдек, стерженнинг узунлиги ортганда (масаланинг бошқа параметрлари: тезлик ва ёпишқоқ-пластик деформацияланиш хусусияти ўзгармаганда) ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчами стержен узунлигига нисбатан олганда камайиши кузатилди. Зарбадан сўнг вақтнинг бирор $\tau = \tau_*$ қийматига етганда ξ_0 максимум қийматидан камая бориб нолга тенг бўлади, яъни ёпишқоқ-пластик соҳа йўқ бўлиб қолади. Ушбу ондан стерженнинг каттик соҳасининг тезликлари нолга тенг бўлишини, яъни стерженнинг ҳаракати тўла тўхташини англатади. 2.1-расмдан текширилган барча ҳолларда стерженнинг иккинчи – каттик соҳаси доимо

мавжуд бўлиб, шу соҳа урилиш натижасида ҳам деформацияланмай қолишини англаш мумкин. 2.2-расмда 2.1-расмга мос Г.И. Баренблат ва А.Ю. Ишлинскийлар [4] томонидан (1.15) формулада икки ҳадни ҳисобга олган ҳолда ечилган ушбу масаланинг тақрибий ечимининг графиги келтирилган (ушбу ечимни олиш дастури ишлаб чиқилган ва 2-иловада берилган). Мазкур 2.2-расм сифат жиҳатидан стерженнинг икки соҳасини ажратувчи чегаранинг вақт бўйича ўзгариши бир хил эканлигини билдиради.



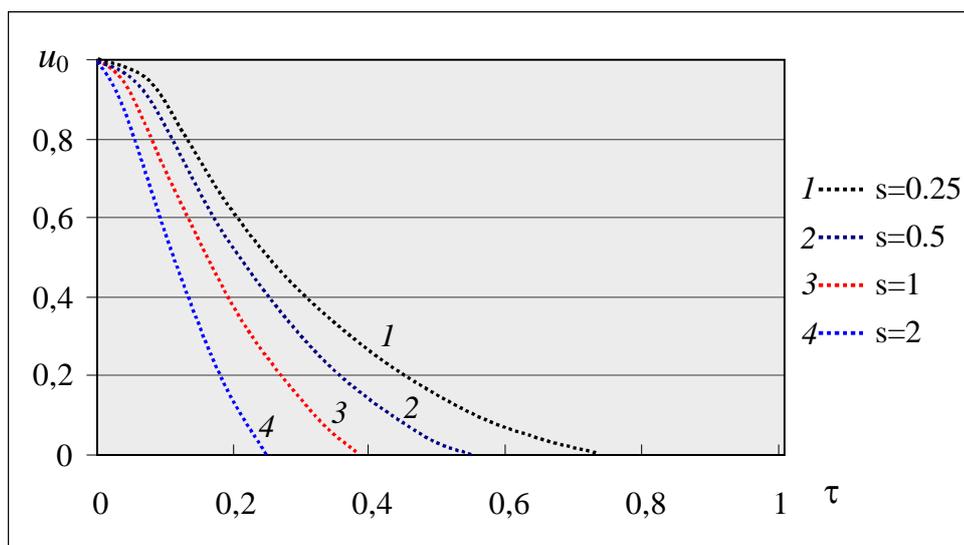
2.2-расм



2.3-расм

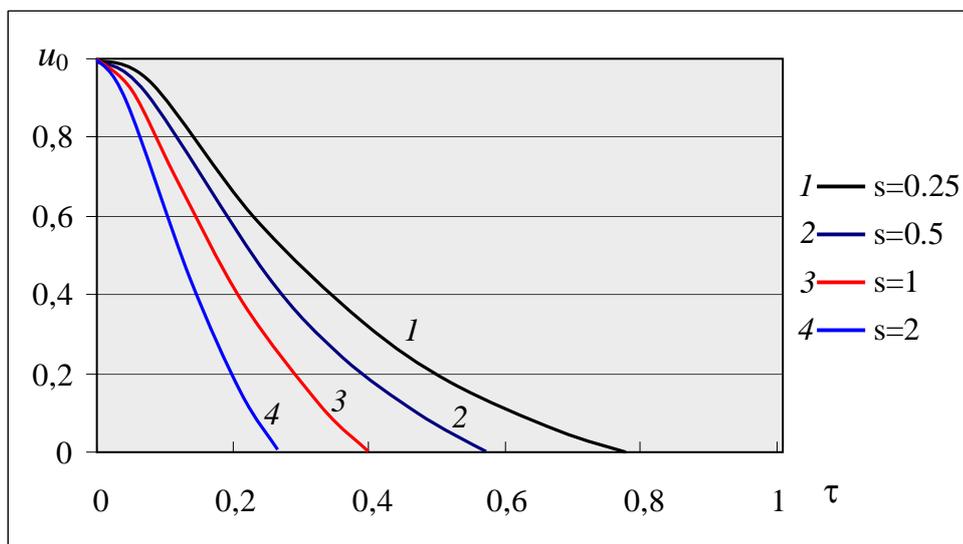
Мазкур диссертацияда тақрибий ечимни 3 та ҳадли (1.15) кўринишда излаб олинган ечим билан [4] да 2 ҳаддан олинган ечимнинг миқдорий жиҳатдан солиштириш графиги 2.3-расмда кўрсатилган. Ушбу расмда ξ_0 нинг вақт бўйича ўзгариши графиклари пунктир чизиқда берилганлари [4] га тегишли. Ечимларни таққослаш натижасида кўринадикки, (1.15) функциянинг сўнгги ҳадини ҳисобга олиш (туташ чизиқлар) ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қийматини бироз камайтирар экан, шу билан бирга стерженнинг урилишдан кейин ҳаракатининг тўхташ вақтини бироз оширишини кўрсатади.

2.4-2.6-расмларда S параметрнинг ҳар хил қийматларида стерженнинг деформацияланмайдиган ва ёпишқоқ-пластик чегарадаги кесим тезлигининг U_0 ўлчамсиз τ вақт бўйича ўзгариши келтирилган.

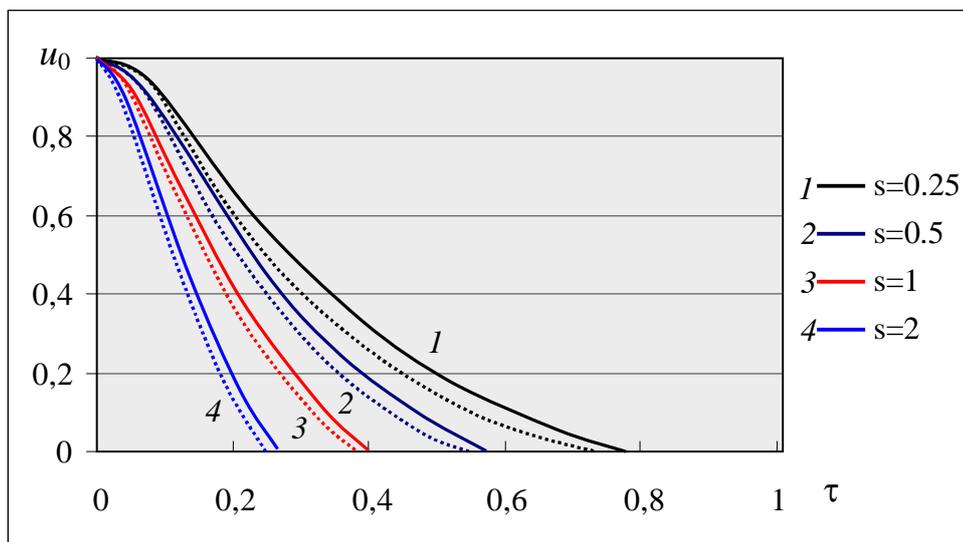


2.4-расм

2.4-расмдаги натижа (1.15) нинг сўнгги ҳадисиз [4] томонидан олинган, ечимни (1.15) бўйича олинган натижа 2.5-расмда кўрсатилган. Ушбу ечимларнинг сифат ва миқдор жиҳатдан таққослаш графиклари 2.6-расмда берилган (пунктир чизиқлар [4] га тегишли, туташ чизиқлар мазкур диссертацияда аниқланган).



2.5-расм



2.6-расм

Ушбу расмлардан кўришиб турибдики, стерженнинг қаттиқ деворга урилишидан сўнг масаланинг қўйилишига қараб унинг ёпишқоқ-пластик соҳа чегараси ва деформацияланмайдиган қисмининг тезлиги вақт ўтиши билан камая борар ва маълум вақтдан сўнг нолга тенг бўлар экан. s параметрнинг ортиши, яъни зарба тезлигининг камайиши ёки стержен узунлигининг ортиши u_0 тезликнинг вақт бўйича сўниш интенсивлигини оширар ва нолга тенг бўлиши вақтини камайтирар экан. (1.15) функциядаги сўнгги ҳад u_0 тезликни нолга тенг бўлиш муддатини бироз

оширар экан, яъни стержен ҳаракатдан тўхташи озгина кечроқ содир бўлар экан.

2.1-жадвал

| τ | ξ_0 лар фарқи, % | | | |
|--------|----------------------|-----------|---------|---------|
| | $s = 0.25$ | $s = 0.5$ | $s = 1$ | $s = 2$ |
| 0 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,01 | 0,35 | 0,70 | 1,40 | 2,83 |
| 0,02 | -0,36 | -0,82 | -2,28 | -12,71 |
| 0,03 | -0,79 | -1,51 | -2,98 | -18,29 |
| 0,04 | -1,36 | -2,40 | -3,97 | -14,99 |
| 0,05 | -2,02 | -3,29 | -4,84 | -11,23 |
| 0,06 | -2,72 | -4,05 | -5,38 | -9,01 |
| 0,07 | -3,36 | -4,55 | -5,56 | -7,54 |
| 0,08 | -3,75 | -4,71 | -5,44 | -6,37 |
| 0,09 | -3,75 | -4,58 | -5,13 | -5,37 |
| 0,1 | -3,42 | -4,24 | -4,72 | -4,49 |
| 0,11 | -2,96 | -3,83 | -4,28 | -3,70 |
| 0,12 | -2,52 | -3,41 | -3,86 | -2,97 |
| 0,13 | -2,15 | -3,02 | -3,47 | -2,26 |
| 0,14 | -1,86 | -2,69 | -3,11 | -1,55 |
| 0,15 | -1,63 | -2,40 | -2,78 | -0,79 |
| 0,16 | -1,44 | -2,15 | -2,47 | 0,07 |
| 0,17 | -1,30 | -1,94 | -2,18 | 1,11 |
| 0,18 | -1,18 | -1,76 | -1,89 | 1,26 |
| 0,19 | -1,07 | -1,59 | -1,60 | 1,61 |
| 0,2 | -0,98 | -1,44 | -1,29 | 1,84 |

2.1-жадвалда 2.3-расмда келтирилган таққослашга мос турли S лар учун ёпишқоқ-пластик соҳа чегарасининг вақт бўйича ўзгаришидаги

қийматларнинг фоизлардаги миқдорий солиштирилиши берилган. Бундан кўринадик, миқдорий жиҳатдан натижалар фарқи S нинг катта қийматларида бўлар экан. Жадвалдаги $S = 2$ даги ξ_0 ларнинг 18% фарқи фақат шу $\tau = 0.03$ ондаги қийматларининг фарқини англатади.

Диссертацияда ва [4] да аниқланган ξ_0 чегараларнинг максимал қийматлари ва стерженнинг тўлиқ тўхташ вақтларининг миқдор жиҳатдан фоизлардаги фарқи 2.2-жадвалда кўрсатилган.

2.2-жадвал

| | $s = 0.25$ | $s = 0.5$ | $s = 1$ | $s = 2$ |
|---|------------|-----------|---------|---------|
| Ёпишқоқ-пластик соҳа чегараси ξ_0 нинг максимал қийматлари фарқи, % | -2.35 | -3.60 | -4.89 | -6.91 |
| Стержен харакатининг тўлиқ тўхташ вақтлари τ ларнинг фарқи, % | 4,00 | 3,64 | 5,56 | 9,09 |

Ушбу жадвалдан масаланинг кўрилган ҳоллари учун (1.15) нинг сўнгги ҳадини ҳисобга олиш ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қийматини 2-7 % гача камайиши, стерженнинг ҳаракатдан тўлиқ тўхташига кетган вақт 4-9 % гача ошиши натижасини беради деган хулосага келиш мумкин.

3. Масаланинг ечимини чекли айирмалар усулида олиш

1.2-пунктда келтирилган масалани, яъни (1.11)-(1.14) хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларни чекли айирмалар усули ёрдамида сонли ечимларини олайлик. Бунинг учун ёпишқоқ-пластик соҳага тегишли (1.11) дифференциал тенгламани мос ξ_j ($j = 0, 1, 2, \dots, N$) тугун нуқталар ва τ_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) вақт онларида аниқланган $u_j^n = u(\xi_j, \tau_n)$ дискрет муносабатларни тузиб чиқамиз:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} \approx \frac{1}{\Delta \tau} (u_i^{n+1} - u_i^n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 \leq i \leq N,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \approx 2 \frac{h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})}, \quad h_i = \xi_{i+1} - \xi_i$$

муносабатлардан фойдалансак, $n = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 \leq i \leq N$ лар учун (1.11)

дифференциал тенгламанинг ушбу дискрет аналогини

$$\frac{1}{\Delta \tau} (u_i^{n+1} - u_i^n) = 2 \frac{h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})}$$

оламиз. Бундан

$$-\frac{2\Delta\tau}{h_i h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} [h_i (u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - h_{i+1} (u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})] + u_i^{n+1} = u_i^n$$

ёки

$$-\frac{2\Delta\tau}{h_i (h_i + h_{i+1})} u_{i-1}^{n+1} + \left(\frac{2\Delta\tau}{h_i + h_{i+1}} + 1 \right) u_i^{n+1} - \frac{2\Delta\tau}{h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} u_{i+1}^{n+1} = u_i^n \quad (2.10)$$

хосил қиламиз. Вақтнинг ҳар бир қадами учун (2.10) муносабатдан $i = \overline{1, N}$

лар учун алгебраик тенламалар системасини тузиб оламиз. Қуйидагича белгилашлар киритайлик:

$$\frac{2\Delta\tau}{h_i (h_i + h_{i+1})} = a_i, \quad \frac{2\Delta\tau}{h_i + h_{i+1}} + 1 = c_i = a_i + a_{i+1} + 1, \quad \frac{2\Delta\tau}{h_{i+1} (h_i + h_{i+1})} = a_{i+1},$$

$$u_i^{n+1} = y_i, \quad u_i^n = f_i.$$

У ҳолда ҳар бир вақт қадами учун (2.10) тенгламалар системаси

$$\begin{cases} y_0 - \chi_1 y_1 = \mu_1, & i = 0 \\ -a_i y_{i-1} + c_i y_i - a_{i+1} y_{i+1} = f_i, & 1 \leq i \leq N-1 \\ y_N - \chi_2 y_{N-1} = \mu_2, & i = N \end{cases} \quad (2.11)$$

кўринишга келади. Бу ерда $0 < a_i < \infty$, $|\chi_1| \leq 1$, $|\chi_2| \leq 1$.

Масаланинг бошланғич шарти – (1.14) нинг 1-шартига мувофиқ $u_i^0 = 0$, яъни вақтнинг 1-қадами учун $f_i = 0$ ($0 \leq i \leq N$). Стерженнинг деворга урилиш кесимидаги чегаравий шарт – (1.13) нинг сўнгги шартидан $u_0^{n+1} = 0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) ёки $y_0 = 0$ ни оламиз. Демак, (2.11) да $\chi_1 = 0$ ва $\mu_1 = 0$. (2.11) системадаги χ_2 ва μ_2 лар ёпишқоқ-пластик соҳанинг чегарасидаги тезликнинг қийматидан аниқланади. Бунинг учун вақтнинг ҳар бир қадамида ушбу $\xi_0^n = \xi_0(\tau_n)$ чегара ва шу чегаранинг айна ондаги тезлиги - $u[\xi_0(\tau_n), \tau_n] = u(\xi_0^n, \tau_n) = u_{0\xi}(\tau_n) = u_{0\xi}^n$ ларни топиш талаб қилинади. Ушбу масалани ечишда вақтнинг ҳар бир τ_n қадамида аввалги 2-пунктда Рунге-Кутта усули орқали аниқланган (2.1, 2.5-расмларда кўрсатилган) ξ_0^n ва $u_{0\xi}^n$ лардан фойдаланамиз. Демак, (2.11) системада $y_N = u_{0\xi}^{n+1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) ёки $\chi_2 = 0$ ва $\mu_2 = u_{0\xi}^{n+1}$ қабул қилинади. Бундан кўришиб турибдики, ҳар бир қадамда μ_2 нинг қиймати ўзгариб борар экан. Шундай қилиб, (2.11) тенгламалар системаси учун

$$\chi_1 = 0, \mu_1 = 0, \chi_2 = 0, \mu_2 = u_{0\xi}^{n+1} \quad (2.12)$$

қабул қилинади.

(2.11) алгебраик тенгламалар системасига ҳайдаш усулининг оқимли вариантыни қўллаб [13], ҳар бир вақт қадами учун y_i , $i = \overline{0, N}$ ларнинг, яъни u_i^{n+1} , $i = \overline{0, N}$ ларнинг $\tau = \tau_{n+1}$ учун сон қийматларини топамиз. Ҳайдаш усулининг оқимли варианты одатда параметрлари ўзгарадиган диффузия масалаларида қўлланилади. Бизнинг масалада ҳам чегарадаги қиймат ҳар бир қадамда ўзгаради, бундан ташқари ечимни аниқлаш жараёнида диффузион оқимни - чегарани ҳам аниқлаш талаб этилади. Шундай қилиб, (2.11) системани ечайлик. Бунда ҳайдаш усулини қўллаш

шартлари: $|\chi_1| \leq 1$, $|\chi_2| \leq 1$ ва $c_i = a_i + a_{i+1} + d_i$, $0 < a_i < \infty$, $d_i = 1 > 0$
 $i = 1, 2, \dots, N-1$ ларда бажарилади.

(2.11) учун ўнг томондан “хайдаш” формулалари қуйидагича бўлади:

$$y_N = \frac{\mu_2 + \chi_2 \bar{\beta}_N}{1 - \chi_2 \bar{\alpha}_N}, \quad y_i = \bar{\alpha}_{i+1} y_{i+1} + \bar{\beta}_{i+1}, \quad i = N-1, N-2, \dots, 0; \quad (2.13)$$

Бу ерда

$$\bar{\alpha}_1 = \chi_1, \quad \bar{\alpha}_{i+1} = \frac{a_{i+1}}{a_{i+1} + d_i + a_i(1 - \bar{\alpha}_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad (2.14)$$

$$\bar{\beta}_i = \mu_1, \quad \bar{\beta}_{i+1} = (f_i + a_i \bar{\beta}_i) \frac{\bar{\alpha}_{i+1}}{a_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.15)$$

Янги номаълум функция киритамиз

$$w_i = -a_i(y_i - y_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.16)$$

ва (2.11) ни қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} y_0 - \chi_1 y_1 = \mu_1, & i = 0 \\ w_{i+1} - w_i + d_i y_i = f_i, & 1 \leq i \leq N-1 \\ -\chi_2 w_N + a_N(1 - \chi_2) y_N = a_N \mu_2, & i = N \end{cases} \quad (2.17)$$

(2.16) формуладан

$$y_i = y_{i+1} + \frac{1}{a_{i+1}} w_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

ни аниқлаймиз ва бу ифодани (2.13) га қўямиз. Натижада y_{i+1} ва w_{i+1} ларни боғловчи муносабатни ҳосил қиламиз:

$$w_{i+1} + a_{i+1}(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) y_{i+1} = a_{i+1} \bar{\beta}_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.18)$$

Қуйидагича

$$\alpha_i = a_i(1 - \bar{\alpha}_i), \quad \beta_i = \alpha_i \bar{\beta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

белгилаш киритсак, у ҳолда бу (2.18) муносабатни

$$w_i + \alpha_i y_i = \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.19)$$

кўринишга келтирамиз.

Таъкидлаш лозимки, (2.17) ва (2.19) тенгламалар $2N + 1$ та y_0, y_1, \dots, y_N ва w_1, w_2, \dots, w_N номаълумларга нисбатан $2N + 1$ та алгебраик тенгламалар системасини ҳосил қилади. Бу системанинг тузилиши шундайки, у y_0, y_1, \dots, y_N ва w_1, w_2, \dots, w_N номаълумларга нисбатан икки ўзаро бир-бирига боғлиқ бўлмаган системаларга ажралади. Ушбу системаларни қуйидагича аниқлаймиз. (2.19) дан y_i ларни $y_i = (\beta_i - w_i)/\alpha_i, i = 1, 2, \dots, N$ топиб, (2.17) системанинг $i = 1, 2, \dots, N$ лари учун қўйиб чиқамиз. Натижада

$$\begin{cases} w_N = \frac{a_N [(1 - \chi_2)\beta_N - \alpha_N \mu_2]}{(1 - \chi_2)a_N + \alpha_N \chi_2}, \\ w_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + d_i} w_{i+1} + \frac{d_i \beta_i - \alpha_i f_i}{\alpha_i + d_i}, \quad i = N - 1, N - 2, \dots, 1 \end{cases} \quad (2.20)$$

кўринишга келади. Бу системадаги тенгламаларни кетма-кет ечиб, барча w_i ларни аниқлаб оламиз.

Энди y_i лар учун тенгламалар системани топайлик. Бунинг учун (2.19) дан w_i ларни $w_i = -\alpha_i y_i + \beta_i, i = 1, 2, \dots, N$ аниқлаб, (2.17) системанинг $i = 1, 2, \dots, N$ лари учун қўйиб чиқамиз:

$$\begin{cases} y_0 = \chi_1 y_1 + \mu_1, & i = 0 \\ y_i = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i + d_i} y_{i+1} + \frac{f_i - \beta_{i+1} + \beta_i}{\alpha_i + d_i}, & i = N - 1, N - 2, \dots, 1 \\ y_N = \frac{\chi_2 \beta_N + a_N \mu_2}{(1 - \chi_2)a_N + a_N \mu_2}, & i = N \end{cases} \quad (2.21)$$

кетма-кет y_i ларни аниқлайдиган тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

α_i ва β_i ларни аниқлайдиган рекуррент формулаларни топайлик.

(2.14) ва (2.15) дан фойдаланган ҳолда

$$\begin{cases} \alpha_1 = a_1(1 - \chi_1), \\ \alpha_{i+1} = a_{i+1}(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) = \frac{a_{i+1}[a_i(1 - \bar{\alpha}_{i+1}) + d_i]}{a_{i+1} + d_i + a_i(1 - \bar{\alpha}_{i+1})} = \frac{a_{i+1}(\alpha_i + d_i)}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i}, \end{cases} \quad (2.22)$$

$i = 1, 2, \dots, N-1;$

ва

$$\begin{cases} \beta_1 = a_1\mu_1, \\ \beta_{i+1} = a_{i+1}\bar{\beta}_{i+1} = \frac{a_{i+1}(f_i + \beta_i)}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i}, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad (2.23)$$

ҳосил қиламиз.

Масаланинг чегаравий шартлари ва (2.22) формуладан $\alpha_i \geq 0$ эканлиги келиб чиқади. Бу ҳолда (2.20) формуладаги $\alpha_i/(\alpha_i + d_i)$ коэффициент бирдан ошмайди ва ўз навбатида W_i ларни ҳисоблаш алгоритмининг устуворлиги таъминланади. Сўнгра, $\alpha_i \geq 0$ ва $d_i > 0$ шартлардан $a_{i+1} < a_{i+1} + \alpha_i + d_i$ бажарилиши келиб чиқади. Бундан (2.22) га кўра $\alpha_{i+1} < \alpha_i + d_i$ тенгсизлик ўринли бўлади. Шунинг учун (2.21) формуладаги $\alpha_{i+1}/(\alpha_i + d_i)$ коэффициент доимо бирдан кичик бўлиб, Y_i ларни ҳисоблашдаги устуворлик бажарилади. Эслатиб ўтамиз, W_N ва Y_N лар учун ёзилган муносабатларнинг маҳражлари доимо нолдан катта бўлади.

Шундай қилиб, оқимли ҳайдаш усулининг алгоритми (2.20)-(2.23) лар билан ифодаланади. Келтирилган α_i ва β_i ларни аниқлайдиган рекуррент формулалар, шунингдек W_N ва Y_N учун ифодалар $a_{i+1} < 1$ бўлганда фойдаланилади. Агар $a_{i+1} \geq 1$ бўлса, у ҳолда (2.20)-(2.21) формулалардаги касрларнинг сурат ва маҳражларини a_{i+1} бўлгандан келиб чиқадиган

$$\alpha_{i+1} = \frac{\alpha_i + d_i}{1 + (\alpha_i + d_i)/a_{i+1}}, \quad \beta_{i+1} = \frac{f_i + \beta_i}{1 + (\alpha_i + d_i)/a_{i+1}},$$

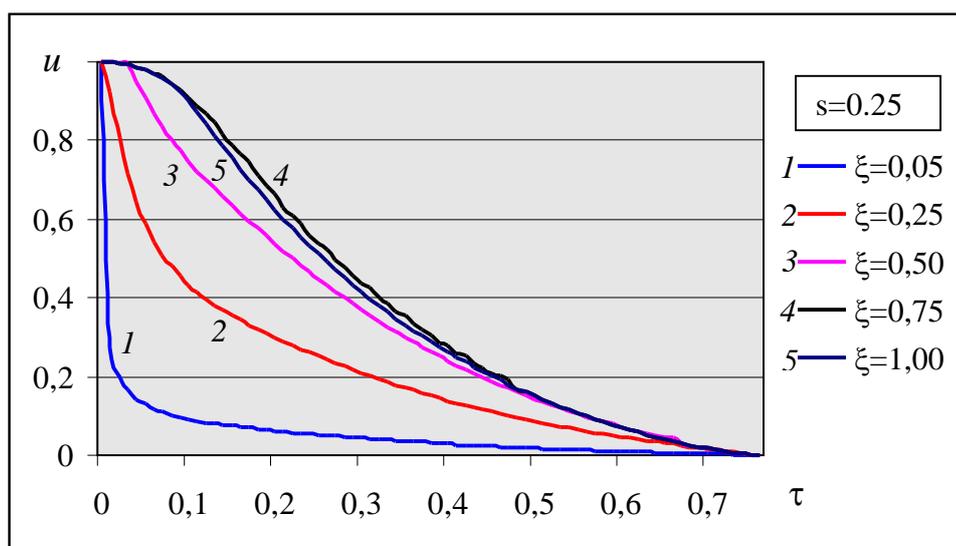
$$y_N = \frac{\chi_2 \beta_N / a_N + \mu_2}{1 - \chi_2 + \chi_2 \alpha_N / a_N}, \quad w_N = \frac{(1 - \chi_2) \beta_N - \alpha_N \mu_2}{1 - \chi_2 + \chi_2 \alpha_N / a_N}$$

формулалардан фойдаланилади.

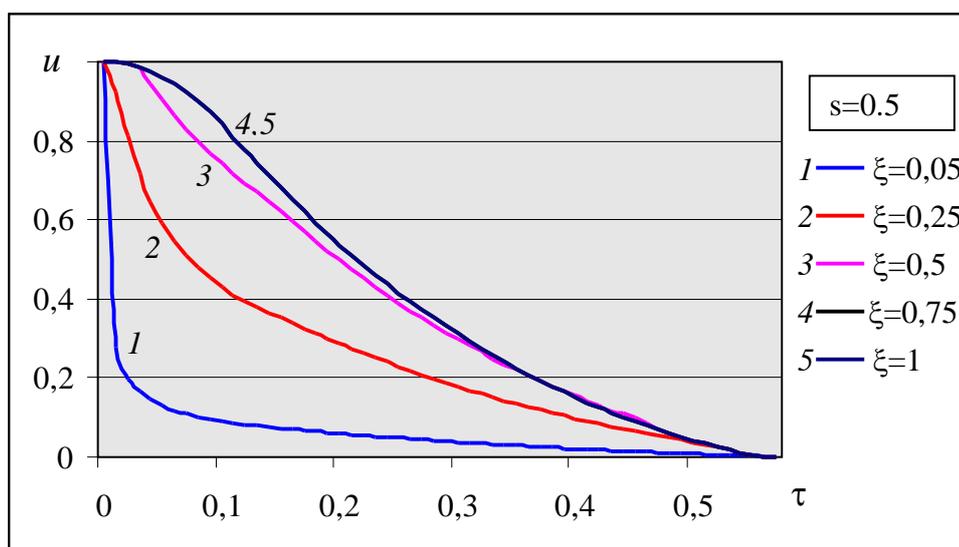
Энди (2.20)-(2.21) тенгламаларни ечишда бажариладиган арифметик амаллар сонини аниқлайлик. Компьютер орқали барча формулалар учун умумий бўлган ифодаларни бир марта ҳисобланиши эътиборга олинса, у ҳолда барча арифметик амаллар сони $21N + 1$ операциядан ортмайди. Бу оддий ҳайдаш усули орқали бажариладиган амаллар сонидан тахминан икки марта кўп ҳисобланади.

Ушбу келтирилган усул вақтнинг ҳар бир қадами учун такроран ҳисоблаб борилади. Тузилган алгоритмдан фойдаланган ҳолда дастур тузилди (3-илова) ва қўйилган масаланинг сонли ечимлари олинди.

Қуйидаги 2.7-2.10-расмларда стерженнинг $\xi = 0.05, 0.25, 0.5, 0.75$ ва эркин учидаги ($\xi = 1$) нуқталар тезликларининг вақт бўйича ўзгариши графиклари келтирилган.

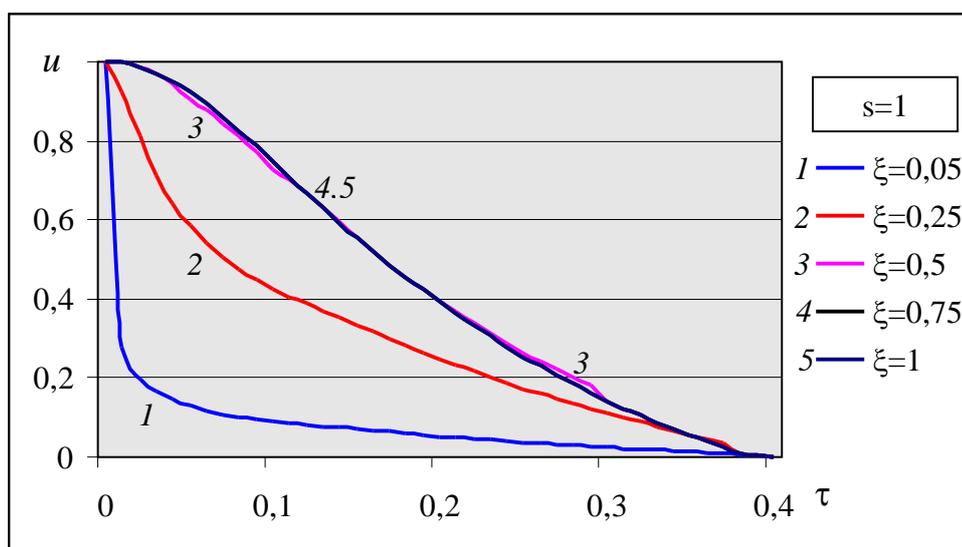


2.7-расм



2.8-расм

Текширилаётган нуқталар тезликлари дастлаб – стержен деворга урилишига қадар 1 га тенг. Урилиш бошлангандан сўнг бу тезликларнинг қийматлари камайиб нолга етиб боради. Графиклардан кўринадики, деворга урилиш кесимига яқин нуқталардаги ($\xi = 0,05$) тезликнинг қиймати дастлабки онларда кескин камаяди. Стерженнинг эркин учи ва унга яқин нуқталарнинг ($\xi = 1, 0,75$) тезликлари вақт ўтиши билан бир маромда (деярли чизиқли) нолгача камайиб боради. $s = 0,25$ бўлганда (2.7-расм) каралаётган нуқталар тезликлари вақт бўйича турлига камайиб боради. Стержен эркин учидаги $\xi = 1$ ва $\xi = 0,75$ нуқтадаги тезликлар вақтнинг 0,1 гача ва 0,5 дан катта қийматларида устма-уст тушади (бу нуқталар бир хил тезликда ҳаракатда бўлади): бу эса шу онларда нуқталар деформацияланмайдиган соҳага тегишли эканини билдиради. Вақтнинг тахминан 0,1 дан 0,5 оралиғида бу нуқталар тезликлари вақт бўйича устма-уст тушмаган, демак, $\xi = 0,75$ даги нуқта шу онларда ёпишқоқ-пластик соҳага тегишли экан. Буни 2.2-пунктда Рунге-Кутта усули орқали олинган ечимдан (2.1-расм) ҳам кузатиш мумкин.

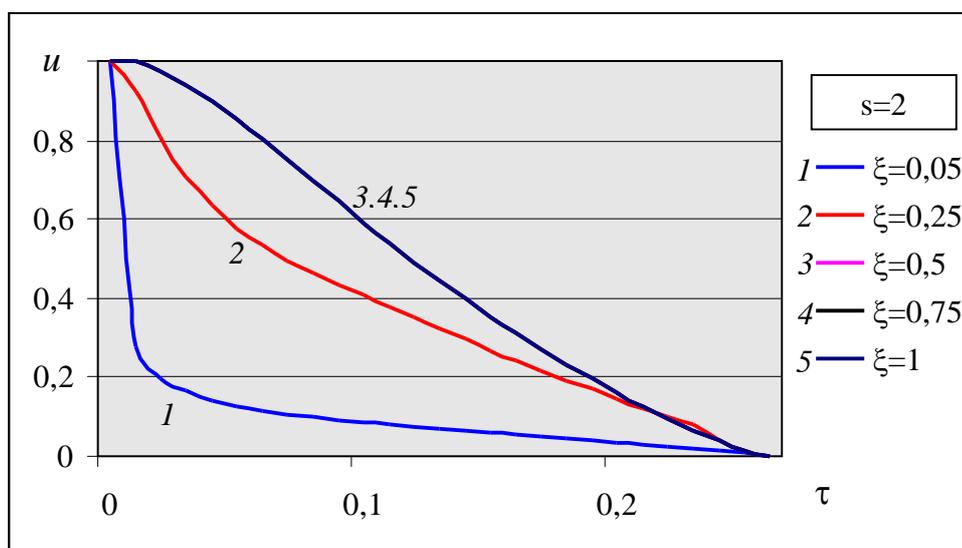


2.9-расм

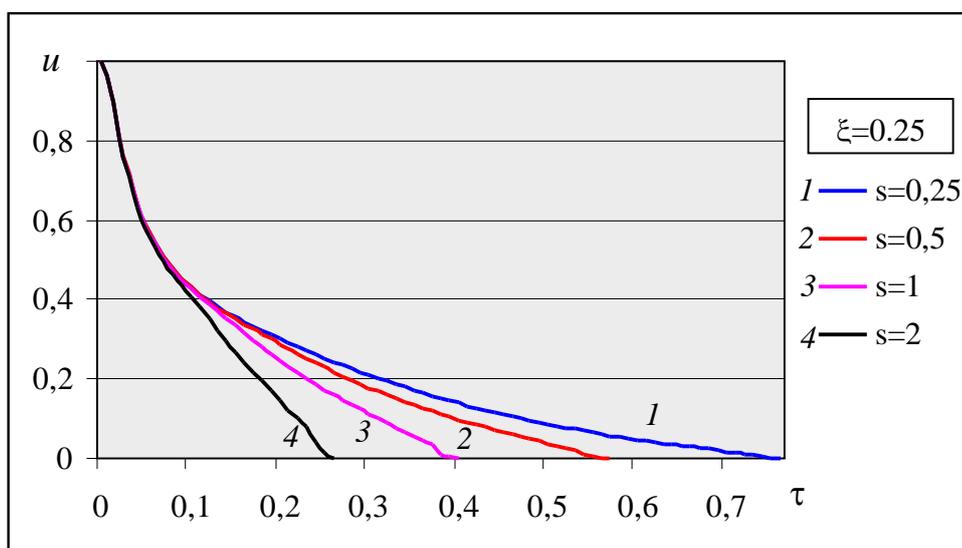
S параметрининг қиймати ортган сари стерженнинг ёпишқоқ-пластик соҳасининг камайиши ва деформацияланмайдиган соҳанинг ортиши 2.1-расмдан аниқланган. $S=0.5$ бўлганда (2.8-расм) стержен нуқталари тезликларининг нолга тенглашиши вақти $S=0.25$ (2.7-расм) бўлгандагига нисбатан кам, $S=1$ ва 2 (2.9-2.10-расм) ларга нисбатан каттароқ бўлади. $S=0.5$ да (2.8-расм) стержен эркин учидаги $\xi=1$ ва $\xi=0.75$ нуқтадаги тезликлар, $S=1$ ва 2 да (2.9-2.10-расмлар) $\xi=0.5$, 0.75 ва 1 даги нуқталар тезликлари бир хил бўлиши шу нуқталар урилиш жараёнида деформацияланмайдиган соҳага тегишли эканини ва ёпишқоқ-пластик соҳанинг чегараси бу нуқталарга умуман ($S=1$ да $\xi=0.5$ нуқтанинг маълум вақт онларидан ташқари) етиб келмаслигини англатади.

2.11-2.12-расмларда S нинг 0.25, 0.5, 1 ва 2 га тенг бўлгандаги қийматлари учун стерженнинг $\xi=0.25$ (2.11-расм) ва $\xi=0.5$ (2.12-расм) нуқталари тезликларининг вақт бўйича ўзгариши графиклари келтирилган. Қабул қилинган S нинг барча қийматлари учун $\xi=0.25$ даги нуқтанинг тезлиги дастлаб бир хил қийматда ўзгаради (2.11-расм). Вақт ўтиши билан тезликларнинг сўниш интенсивлиги S нинг қийматиغا мос турлича бўлади. S нинг катта қийматларида тезликнинг сўниш интенсивлиги катта

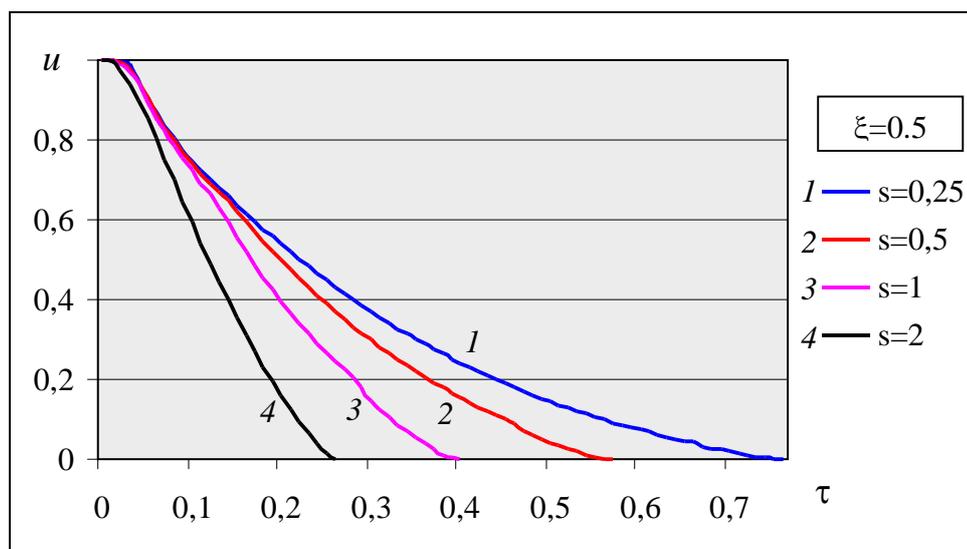
бўлиб, стержен нуқтасининг ҳаракати тўхташ вақти кичик бўлади. $\xi = 0.5$ даги нуқта тезлигининг ўзгариши (2.12-расм) ҳам $\xi = 0.25$ даги нуқтанинг тезлиги каби бўлади. Бу ерда S нинг катта қийматларида дастлабки вақтдан тезлик турлича (2.12-расм, $S = 2$) бўлиши кузатилади. Қаралаётган бу икки нуқталарнинг ҳаракатдан тўхташи S нинг қийматларига мос равишда бир вақтда содир бўлар экан.



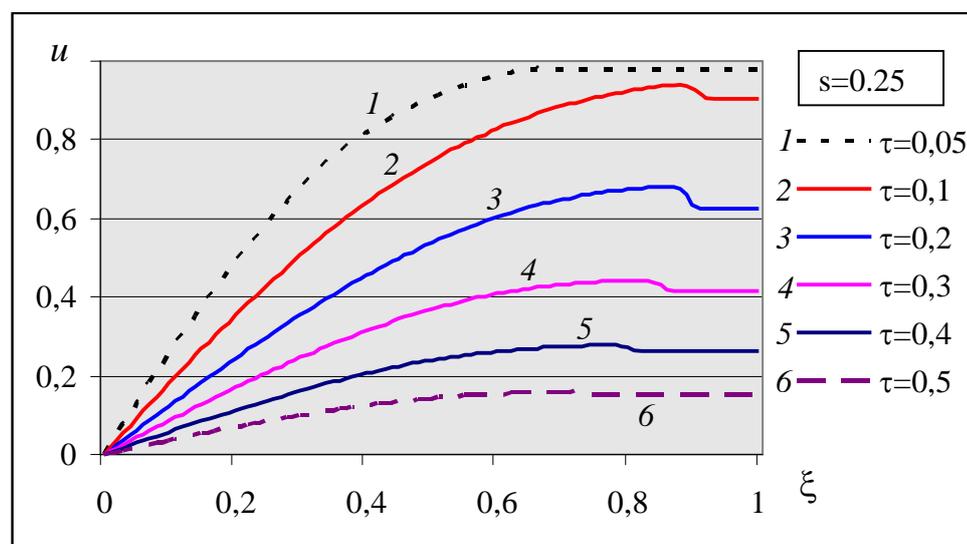
2.10-расм



2.11-расм



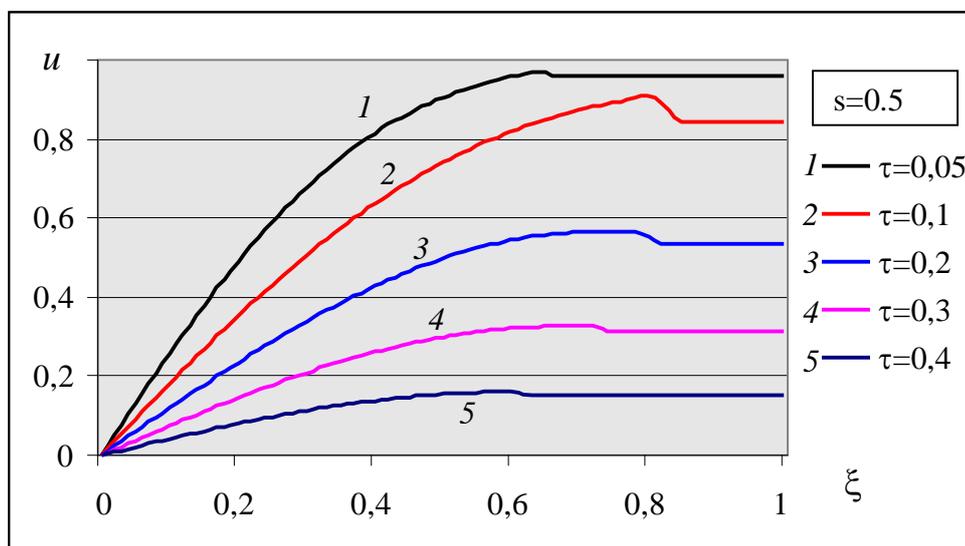
2.12-расм



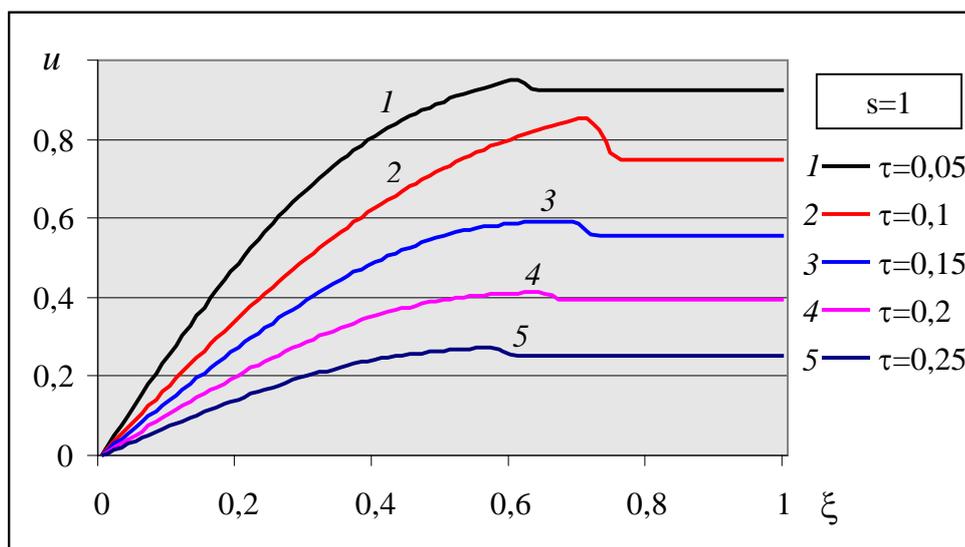
2.13-расм

2.13-2.16-расмларда $s=0.25$ (2.13-расм), $s=0.5$ (2.14-расм), $s=1$ (2.15-расм) ва $s=2$ (2.16-расм) қийматларини қабул қилганда τ вақтнинг фиксирланган турли қийматларига тенг ондаги стержен узунлиги бўйича тезликларнинг тақсимланиш графиклари берилган. Ушбу графикларда фиксирланган вақт ондаги тезликларнинг эгри чизик бўйича

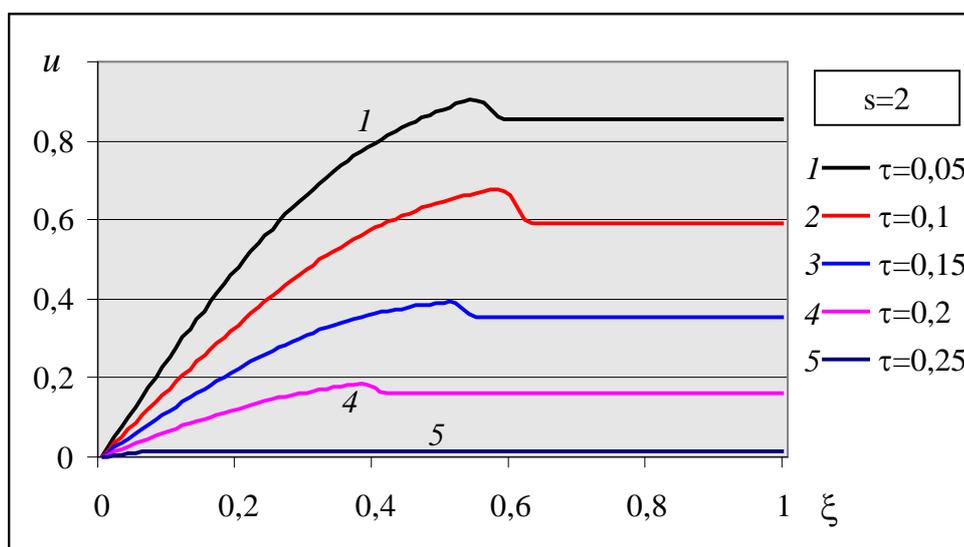
тақсимланиши шу нуқталарнинг ушбу онда ёпишқоқ-пластик соҳага, ўзгармас тўғри чизиқли тақсимланган қисмидаги нуқталар деформацияланмайдиган қаттиқ соҳага тегишли эканини билдиради.



2.14-расм



2.15-расм



2.16-расм

Шундай қилиб, ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласининг икки: интеграл муносабатларда Рунге-Кутта ва чекли айирмалар усули орқали олинган натижалари деярли бир хил бўлди.

II-боб бўйича хулоса

- Аввалги бобда келтирилган масаланинг ечишда Рунге-Кутта усулини қўллаш, ҳамда чекли айирмалар усули орқали сонли ечимларни олиш алгоритмлар келтирилди. Ушбу алгоритмлардан фойдаланиб, масаланинг икки хил усулда сонли ечимларини олиш дастури ишлаб чиқилди.
- Ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласининг сонли ечимлари олинди ва натижалар график кўринишда берилди.
- Олинган натижалар таҳлил этилди. Таҳлил бўйича стержен деворга урилгач унинг ёпишқоқ-пластик деформацияланадиган соҳасининг ўлчами ортиб бориши, максимал қийматга эришиб, сўнг нолгача камайиши; маълум вақтдан сўнг стержен ҳаракати бутунлай тўхташи; стерженнинг деворга урилган учининг карама-қарши томонидан маълум қисми доимо деформацияланмай қолиши кузатилди.

ХУЛОСА

1. Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикасига тегишли ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масаласи диффузия масаласига келтирилди. Бунда стерженнинг кўндаланг кесими ўзгарувчан бўлса, у ҳолда масала бир жинсли бўлмаган диффузия тенгламасига келиши кўрсатилди.
2. Кўйилган икки масала (ўзгармас ва ўзгарувчан кўндаланг кесимли стерженлар учун) ўлчамсиз кўринишда ёзилиб, Рунге-Кутта ва чекли айирмалар усуллари ёрдамида сонли ечимлари олинди. Масалаларни шу икки усулда ечиш тартиби ва JAVA тилида дастурлари ишлаб чиқилди.
3. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг абсолют қаттиқ деворга урилиши масалаларининг сонли ечимлари график кўринишда берилди ва тахлил этилди. Натижаларнинг тахлили бўйича қуйидагилар:
 - ёпишқоқ-пластик стержен деворга урилгач унинг ёпишқоқ-пластик деформацияланадиган соҳасининг ўлчами ортиб бориши, максимал қийматга эришиб, сўнг нолгача камайиши; маълум вақтдан сўнг стержен ҳаракати бутунлай тўхташи; стерженнинг деворга урилган учининг қарама-қарши томонидан маълум қисми доимо деформацияланмай қолиши кузатилди;
 - s параметрнинг қиймати ортган сари ёпишқоқ-пластик соҳанинг максимал ўлчами ва стерженнинг ҳаракатдан бутунлай тўхташ вақтини камайишига олиб келиши кўрсатилди;
 - стерженнинг деворга урилиш учидан эркин учи томон кўндаланг кесими юзаси чизиқли ортиб борадиган шакли учун зарба масаласида ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қиймати катталашиши ва стерженнинг ҳаракатдан тўлиқ тўхташ вақти эса камайиши аниқланди;
 - тақрибий ечимнинг учинчи ҳадини ҳисобга олиш ёпишқоқ-пластик соҳа ўлчамининг максимал қийматини 2-7 % гача камайиши, стерженнинг ҳаракатдан тўлиқ тўхташига кетган вақт 4-9 % гача ошиши натижасини берди;
 - стержен кўндаланг кесимининг юзаси узунлиги бўйича 20 % чизиқли ортиб бориши зарбадан сўнг унинг ҳаракатдан тўхташ вақтини 10% гача камайириши кўрсатилди.

ИЛОВА

1. Рунге-Кутта усулида тақрибий ечимни аниқлаш дастури

((1.15) функция бўйича)

```

import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.io.PrintWriter;
import java.util.Locale;
import java.util.Scanner;
public class RK1 {
    static int num = 101;
    static double[] x, y, z, m0, n0, l0;
    static double s, h, t, f1, f2, f3, m, n, l;
    static Scanner in;
    static PrintWriter out;
    public static void main(String[] args) throws Exception{
        Locale.setDefault(Locale.US);
        in = new Scanner(new File("kirish.in"));
        out = new PrintWriter("chiqish.out");
        x = new double [num];
        y = new double [num];
        z = new double [num];
        m0 = new double [4];
        n0 = new double [4];
        l0 = new double [4];
        s = in.nextDouble();
        h = in.nextDouble();
        t = in.nextDouble();
        x[0] = 12 * t;
        y[0] = 1 - s * t;
        z[0] = - 10 * s * t;
        for (int i = 0; i < 100; ++i) {
            m0[0] = h * func1(x[i], y[i], z[i]);
            n0[0] = h * func2(x[i]);
            l0[0] = h * func3(x[i], y[i], z[i]);
            m0[1] = h * func1(x[i] + m0[0] / 2, y[i] + n0[0] / 2, z[i] +
l0[0] / 2);
            n0[1] = h * func2(x[i] + m0[0] / 2);
            l0[1] = h * func3(x[i] + m0[0] / 2, y[i] + n0[0] / 2, z[i] + l0[0]
/ 2);
            m0[2] = h * func1(x[i] + m0[1] / 2, y[i] + n0[1] / 2, z[i] +
l0[1] / 2);
            n0[2] = h * func2(x[i] + m0[1] / 2);

```

```

    l0[2] = h * func3(x[i] + m0[1] / 2, y[i] + n0[1] / 2, z[i] + l0[1]
/ 2);
    m0[3] = h * func1(x[i] + m0[2], y[i] + n0[2], z[i] + l0[2]);
    n0[3] = h * func2(x[i] + m0[2]);
    l0[3] = h * func3(x[i] + m0[2], y[i] + n0[2], z[i] + l0[2]);
    x[i + 1] = x[i] + 1.0 / 6.0 * (m0[0] + 2 * m0[1] + 2 * m0[2] +
m0[3]);
    y[i + 1] = y[i] + 1.0 / 6.0 * (n0[0] + 2 * n0[1] + 2 * n0[2] +
n0[3]);
    z[i + 1] = z[i] + 1.0 / 6.0 * (l0[0] + 2 * l0[1] + 2 * l0[2] +
l0[3]);
    }
    out.println("x=");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(Math.sqrt(x[i]));
    out.println("y=");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(y[i]);
    out.println("z=");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(z[i]);
    out.close();
}
static double func1(double x, double y, double z) {
    return 2 / (y - z) * (6 * (y - 2 * z)
        - 4.5 * x * s / (1 - Math.sqrt(x)));
}
static double func2(double x) {
    return - s / (1 - Math.sqrt(x));
}
static double func3(double x, double y, double z) {
    return 1 / x * (- 30 * y + 6 * (2 * z - 5 * y) * (y - 2 * z) / (z - y))
        + (12.5 - 4.5 * (2 * z - 5 * y) / (z - y)) * s / (1 - Math.sqrt(x));
}
}
}

```

2. Рунге-Кутта усулида тақрибий ечимни аниқлаш дастури

((1.15) нинг сўнги ҳадисиз бўлган ҳол)

```

import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.io.PrintWriter;
import java.util.Locale;
import java.util.Scanner;
public class RK3 {
    static int num = 101;

```

```

static double[] x, y, m0, n0;
static double s, h, t, f1, f2, m, n;
static Scanner in;
static PrintWriter out;
public static void main(String[] args) throws Exception{
    Locale.setDefault(Locale.US);
    in = new Scanner(new File("kirishm.in"));
    out = new PrintWriter("chiqishm.out");
    x = new double [num];
    y = new double [num];
    m0 = new double [4];
    n0 = new double [4];
    s = in.nextDouble();
    h = in.nextDouble();
    t = in.nextDouble();
    x[0] = 0;
    y[0] = 1;
    for (int i = 0; i < 100; ++i) {
        m0[0] = h * func1(x[i], y[i]);
        n0[0] = h * func2(x[i]);
        m0[1] = h * func1(x[i] + m0[0] / 2, y[i] + n0[0] / 2);
        n0[1] = h * func2(x[i] + m0[0] / 2);
        m0[2] = h * func1(x[i] + m0[1] / 2, y[i] + n0[1] / 2);
        n0[2] = h * func2(x[i] + m0[1] / 2);
        m0[3] = h * func1(x[i] + m0[2], y[i] + n0[2]);
        n0[3] = h * func2(x[i] + m0[2]);
        x[i + 1] = x[i] + 1.0 / 6.0 * (m0[0] + 2 * m0[1] + 2 * m0[2] +
m0[3]);
        y[i + 1] = y[i] + 1.0 / 6.0 * (n0[0] + 2 * n0[1] + 2 * n0[2] +
n0[3]);
    }
    out.println("x=");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(Math.sqrt(x[i]));
    out.println("y=");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(y[i]);
    out.close();
}
static double func1(double x, double y) {
    return 12 - 4 * x * s / y / ( 1 - Math.sqrt(x));
}
static double func2(double x) {
    return - s / (1 - Math.sqrt(x));
}

```

}

3. Чекли айирмалар усулида сонли ечимни аниқлаш дастури

```

import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.io.PrintWriter;
import java.util.Locale;
import java.util.Scanner;
public class Yangi2 {
    static Scanner in;
    static PrintWriter out;
    static double[] u1, u2, u0, tmp;
    static double[][] res;
    static double dt, dx, s, eps = 0.001, mn = 250;
    public static void main(String[] args) throws Exception {
        Locale.setDefault(Locale.US);
        in = new Scanner(new File("dat.in"));
        out = new PrintWriter("dat3.out");
        int n = in.nextInt();
        res = new double[n + 1][101];
        s = in.nextDouble();
        u0 = new double [101];
        u1 = new double [101];
        u2 = new double [101];
        u0[0] = 0;
        u1[0] = 0;
        u2[0] = 0;
        for (int i = 1; i <= 100; ++i) {
            u0[i] = 1;
            u1[i] = 1;
            u2[i] = 1;
            res[0][i] = 1;
        }
        double t, x, u;
        int l;
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            t = in.nextDouble();
            x = in.nextDouble();
            u = in.nextDouble();
            l = (int) Math.round(x * 100);
            for (int j = Math.max(1, 1); j <= 100; ++j)
                u0[j] = u;
            if (i == 0) l = 100;
            for (int j = 0; j < 250; ++j) {

```

```

        for(int k = 1; k < l; ++k)
            u1[k] = u0[k] + 0.4 * (u0[k - 1] - 2 * u0[k] +
u0[k + 1]);

            tmp = u0;
            u0 = u1;
            u1 = tmp;
        }
        for (int j = 0; j <= 100; ++j)
            res[i + 1][j] = u0[j];
    }
    out.println("x = 0.05");
    for (int i = 0; i <= n; ++i)
        out.println(res[i][5]);
    for (int xx = 25; xx <= 100; xx += 25) {
        out.println("x = 0." + xx);
        for (int i = 0; i <= n; ++i)
            out.println(res[i][xx]);
    }
    /*
    int tt = (n - 1) / 4;
    for (int j = 1; j <= 3; ++j) {
        out.println("t = 0." + j * tt);
        for (int k = 0; k <= 100; ++k)
            out.println(res[j * tt][k]);
    } */
    out.println("t = 0.05");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[5][i]);
    out.println("t = 0.10");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[10][i]);
    out.println("t = 0.15");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[15][i]);
    out.println("t = 0.20");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[20][i]);
    out.println("t = 0.25");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[25][i]);
    out.close();
}
}

```

4. Чекли айирмалар усулида сонли ечимни аниқлаш дастури (

кўндаланг кесими ўзгарувчан стержен учун)

```

import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.io.PrintWriter;
import java.util.Locale;
import java.util.Scanner;
public class MKRperemen {
    static Scanner in;
    static PrintWriter out;
    static double[] u1, u2, u0, tmp;
    static double[][] res;
    static double dt = 0.00004, dx, ss, eps = 0.001, nn = 250;
    public static void main(String[] args) throws Exception {
        Locale.setDefault(Locale.US);
        in = new Scanner(new File("datp4.in"));
        out = new PrintWriter("datp4.out");
        int n = in.nextInt();
        res = new double[n + 1][101];
        ss = in.nextDouble();
        u0 = new double [101];
        u1 = new double [101];
        u2 = new double [101];
        u0[0] = 0;
        u1[0] = 0;
        u2[0] = 0;
        for (int i = 1; i <= 100; ++i) {
            u0[i] = 1;
            u1[i] = 1;
            u2[i] = 1;
            res[0][i] = 1;
        }
        double t, x, u, h0, a1, h, s = 0;
        int l;
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            t = in.nextDouble();
            x = in.nextDouble() + 0.0001;
            u = in.nextDouble() + 0.0001;
            l = (int) Math.round(x * 100);
            for (int j = Math.max(l, 1); j <= 100; ++j)
                u0[j] = u;
            if (i == 0) l = 100;
            for (int j = 0; j < 250; ++j) {
                if (i != 0) s += u / x * dt;
            }
        }
    }
}

```

```

//out.println(s);
for(int k = 1; k < l; ++k) {
    h0 = 1 + 0.2 * k * 0.01;
    h = h0 / (1 + 0.02 * s);
    a1 = 0.2 / (1 + 0.02 * s);
    u1[k] = u0[k] + 0.4 / h0 / (1 + 0.02 * s) * ((1 +
0.2 * (k + 1) * 0.01)
                                * (u0[k + 1] - u0[k]) - h0 * (u0[k] -
u0[k - 1])); //- a1 * ss / h0;
                                //u1[k] = u0[k] + 0.4 * h / h0 * (u0[k - 1] - 2 *
u0[k] + u0[k + 1]);
                                //+a1 / h0 * ((u0[k + 1] -u0[k - 1]) / 0.02 - ss);
}
tmp = u0;
u0 = u1;
u1 = tmp;
}
for (int j = 0; j <= 100; ++j)
    res[i + 1][j] = u0[j];
}
out.println("x = 0.05");
for (int i = 0; i <= n; ++i)
    out.println(res[i][5]);
for (int xx = 25; xx <= 100; xx += 25) {
    out.println("x = 0." + xx);
    for (int i = 0; i <= n; ++i)
        out.println(res[i][xx]);
}
/*
int tt = (n - 1) / 4;
for (int j = 1; j <= 3; ++j) {
    out.println("t = 0." + j * tt);
    for (int k = 0; k <= 100; ++k)
        out.println(res[j * tt][k]);
} */
out.println("t = 0.05");
for (int i = 0; i <= 100; ++i)
    out.println(res[5][i]);
out.println("t = 0.10");
for (int i = 0; i <= 100; ++i)
    out.println(res[10][i]);
out.println("t = 0.15");
for (int i = 0; i <= 100; ++i)
    out.println(res[15][i]);
out.println("t = 0.20");
for (int i = 0; i <= 100; ++i)

```

```
        out.println(res[20][i]);
    out.println("t = 0.25");
    for (int i = 0; i <= 100; ++i)
        out.println(res[25][i]);
    out.close();
}
}
```

**Фойдаланилган адабиётлар
РЎЙХАТИ**

1. Каримов И.А. Биздан озод ва обод ватан қолсин. –Т.: “Ўзбекистон”, 1996. -382б.
2. Каримов И.А. Юксак маънавият – енгилмас куч. –Т.: “Маънавият”, 2008. -174б.
3. Ильюшин А.А. Труды. Т.1 (1935-1945) /Составители Е.А. Ильюшина, Н.Р. Короткина. – М.: Физматлит, 2003. -352 с.
4. Баренблатт Г.И., Ишлинский А.Ю. Об ударе вязкопластического стержня о жесткую преграду // ПММ. – 1962. – Т.26, вып. 3 - С. 497-502.
5. Будак Б.М., Соловьева Е.Н., Успенский А.Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана // Журн. вычисл. мат. и мат. физ. – 1965. – Т. 5 , №5 – С. 828-840.
6. Дарьин Н.А., Мажукин В.И. Математическое моделирование задачи Стефана на адаптивной сетке // Дифференциальные уравнение. – 1987. –Т.23, №7. –С. 1154-1160.
7. Будак Б.М., Васильев Ф.П., Успенский А.Б. Разностный методы решения некоторых краевых задач типа Стефана // Численные методы в газовой динамике : Сб. работ ВЦ МГУ, вып. 4. –М.: Изд-во МГУ, 1965. –С. 139-183.
8. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 2, ГИТТЛ, М.: -Л., 1948.
9. Окулов Н.А. Упругий удар по вязкопластическому стержню // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т.4, № 2. – С. 96-109.
10. Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластических и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку, Азнефтеиздат, 1959.
11. Соколовский В.В. Одномерные нестационарные движения вязко-пластической среды // ПММ. -1949. – Т.13, вып.6.

- 12.Зверев И.Н. Распространение возмущений в вязко-упругом и вязко-пластическом стержне // ПММ. -1950. –Т. 14, вып. 3.
- 13.Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. –М.: Наука, 1978. -590 с.
- 14.Копченова Н. В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. –М.: Наука, 1972. -366 с.
- 15.Олдер Б, Фернбах С, Ротенберг М. Вычислительные методы в гидродинамике. –М.: Мир, 1967. -305 с.
- 16.Хусанова Б.Б. Ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга урилиши масаласига доир // “Математика, механика ва информатика фанларининг ривожиди истеъдодли ёшларнинг ўрни” илмий-амалий семинар тезислари тўплами. Т.: ЎзМУ, 2013. – Б.108.
- 17.Рихсиева Б.Б. Кўндаланг кесими ўзгарувчан ёпишқоқ-пластик стерженнинг қаттиқ деворга зарбасига оид масала // “Математика, механика ва информатика фанларининг ривожиди истеъдодли ёшларнинг ўрни” илмий-амалий семинар тезислари тўплами. Т.: ЎзМУ, 2014. – Б.125-127.