ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ

ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

“НАЗАРИЙ ВА ТАТБИҚИЙ МЕХАНИКА” КАФЕДАРСИ

“Ёпишқоқ суюқликни ярим чексиз цилиндрик қувурдаги айланма ҳаракати”

мавзусидаги

БИТИРУВ МАЛАКАВИЙ ИШИ

Бажарди: Механика

йўналиши

битирувчиси Жалолов Ф.Б.

____

Илмий раҳбар:

асс. Рузматов М.И.

____

Битирув малакавий иши кафедрада дастлабки ҳимоядан ўтди

_____ сонли баённома «_____» _____________ 2014 йил

Тошкент – 2014

Мундарижа

Кириш

Суюқлик ва газларнинг айланма оқими ўзининг аэродинамик, термодинамик ва гидромеханик хусусиятлари эвазига замонавий техникада кенг қўлланилади, масалан улар суюқ ёқилғини сепиш, аэрозолларни ҳосил қилиш, деаэрация, совитиш ёки иситишда, суспензияларни ажратиш ва кўпгина бошқа соҳаларда ишлатилади. Иссиқлик энергетикаси, гидромашина қурилиш, кимёвий ва озиқ-овқат саноати, гидротехника ва кўпгина бошқа соҳаларда энергия, масса ва иссиқлик алмашиниш жараёнларини жадаллаштириш имконини берадиган уюрмалар ҳосил қилувчи қурилмаларни яратиш бўйича кўплаб олимлар иш олиб борганлар.

Амалиётда суюқлик ва газларнинг айланма оқимларни кенг қўлланиши туфайли бу муаммонинг назарий асосларини яратиш мухим аҳамиятга эга. Ҳозирги вақтга келиб айланма оқимларни қўллаш соҳасига қараб бир нечта илмий йўналишлар мавжуд. Улардан энг кўп ривожланганлари бу: турли двигателлларда ва энергетик қурилмаларда ишлатиладиган форсунка ва ёндиргичларнинг уюрмали назарияси, турли зичликка эга муҳитларни ажратишда қўлланиладиган гидроциклонлар ва сепараторлар назарияси, уюрмали иссиқлик алмашиш назариясидир.

Ёпишқоқ суюқлик ҳаракати масалаларини кўпгина машхур олимлар, жумладан, Пуазейл, Стокс, Даламбер, Ньютон, Л.Г.Лойцянский, Н.Е.Кочин, И.А. Кибель, И.В. Розе, Г.Ламб, Л.Д.Ландау, О.Рейнольдс, Е.М.Лифшиц, Ю.А.Гостинцев, Дж.К.Бэтчелор ва бошқ. ўрганганлар. Мазкур битирув малакавий ишда ёпишқоқ суюқликни цилиндрик қувурдаги ностационар айланма ҳаракатини ўрганамиз. Бунинг учун Навье-Стокс тенгламаларини цилиндрик координаталарда ёзиб оламиз, ҳамда оқимни ўққа симметриклиги ва ташқи кучларнинг йўқлигидан фойдаланамиз. Ёпишқоқ суюқликни сиқилмайдиган деб оламиз. Бу фаразлар ёрдамида ҳаракат тенгламаларини соддалаштирамиз. Ҳаракат тенгламаларини ўлчовсиз кўринишга келтириб, тезликни радиал ташкил этувчиси қолган иккитасидан анча кичик деб фараз қиламиз, ҳамда Озеен яқинлашишидан фойдаланамиз. Тенгламаларнинг ечимларини ўзгарувчиларни ажратиш усулидан фойдаланиб топамиз. Натижада ярим чексиз қувурда ёпишқоқ суюқлик заррачаларининг тезликлари тақсимоти олинади.

Иш кириш, уч параграф, хулоса, ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат, ишнинг биринчи параграфида ёпишқоқ суюқлик ҳақида умумий тушунчалар ва ҳаракат тенгламалари келтирилган.

Иккинчи параграфда ёпишқоқ суюқликни ярим чексиз коаксиал цилиндрик қувурдаги ҳаракати тенгламаларидан суюқлик заррачалари тезликларининг тақсимот қонунлари топилган. Бунда тенгламалар Озеен яқинлашишидан фойдаланиб чизиқлаштирилган ва автомодел ўзгарувчи киритилиб ечим топилган.

Учинчи параграфда эса олинган натижалар таҳлили ва тезликлар графиклари Рейнольдс сондарининг турли қийматлари учун келтирилган.

1. Ёпишқоқ суюқлик ҳаракат тенгламалари

Мазкур битирув малакавий ишда коаксиал цилиндрик қувурда (радиуслари R ва R_1, $R_1 < R$) сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликинг стационар ҳаракатини кўриб чиқамиз. Бунинг учун ташқи кучлар мавжуд бўлмаганда ёпишқоқ суюқлик ҳаракат тенгламалари - Навье-Стокс тенгламаларини ва узлуксизлик тенгламасини ёзиб оламиз [2]:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -gradp + \mu \Delta \vec{V} \qquad (1.1)$$

$$div\vec{V} = 0 \qquad (1.2)$$

бу ерда ρ - суюқлик зичлиги, μ - динамик ёпишқоқлик коэффициенти, $\vec{V}$ - тезлик вектори, p - босим. Биз ёпишқоқ суюқликни коаксиал цилиндрик қувурдаги ҳаракатини кўраётганимиз учун r, θ, z цилиндрик координаталар системасини киритиш қулай. У ҳолда сиқилмас ёпишқоқ суюқлик учун биз (1.1) ва (1.2) тенгламаларни цилиндрик координаталарда ёзиб оламиз [2]:

$$
\begin{gathered}
v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = \\
= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right) \\
v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} = \\
= -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}\right) \\
v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \\
= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)
\end{gathered}
\tag{1.3}
$$

$$
\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{1.4}
$$

бу ерда v_r, v_θ, v_z - тезлик векторининг ташкил этувчилари, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ - кинематик ёпишқоқлик коэффициенти.

Кучланиш тензори ташкил этувчилари ушбу кўринишда бўлади:

$$
\left.
\begin{aligned}
\sigma_r &= -p + 2\mu\frac{\partial v_r}{\partial r}, & \tau_{r\varphi} &= \mu\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\varphi}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \varphi}\right], \\
\sigma_\varphi &= -p + 2\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r}\right), & \tau_{\varphi z} &= \mu\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \varphi}\right), \\
\sigma_z &= -p + 2\mu\frac{\partial v_z}{\partial z}, & \tau_{rz} &= \mu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right).
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.38}
$$

(1.3) тенгламаларни ўлчовсиз кўринишда ёзиб оламиз. Бунинг учун қуйидагича белгилашлар қиламиз

$$
\text{€} = \frac{r}{R},\ \text{£} = \frac{z}{R},\ \tau = \frac{tV_0}{R}, u_r = \frac{v_r}{V_0}, u_\theta = \frac{v_\theta}{V_0},\ u_z = \frac{v_z}{V_0} \tag{1.5}
$$

бу ерда R -кувур радиуси, V_0 - суюқликнинг ўқ бўйлаб ўртача тезлиги. (1.5) алмаштиришларни (1.3) тенгламаларга қўйиб, ушбу тенгламалар системасини оламиз, бунда € ва £ ўзгарувчиларни кейинчалик ёзувларда қулайлик учун r ва z орқали ёзамиз

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} =$$

$$= -Eu \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right)$$

$$u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{u_r u_\theta}{r} =$$

$$= -Eu \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right) \tag{1.6}$$

$$u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} =$$

$$= -Eu \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{1.7}$$

бу ерда $\mathrm{Re} = \dfrac{V_0 R}{\nu}$ - Рейнольдс сони, $Eu = \dfrac{P_0}{\rho V_0^2}$ - Эйлер сони.

Кейинги параграфда (1.6) ва (1.7) тенгламаларни кўрилаётган масала учун ечимларини оламиз.

2. Ёпишқоқ суюқликни ярим чексиз коаксиал цилиндрик қувурдаги стационар ҳаракатида тезликлар тақсимотини аниқлаш

Ёпишқоқ суюқликнинг ярим чексиз коаксиал цилиндрик қувурдаги стационар айланма ҳаракатини кўриб чиқамиз. Суюқлик сиқилмас ва оқимни ламинар, ҳамда ўққа симметрик деб ҳисоблаймиз. У ҳолда (1.6) ҳаракат тенгламалари ва (1.7) узлуксизлик тенгламасини ушбу кўринишни олади:

$$u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}-\frac{u_\theta^2}{r}=-Eu\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}-\frac{u_r}{r^2}\right) \quad (2.1)$$

$$u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z}+\frac{u_r u_\theta}{r}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}-\frac{u_\theta}{r^2}\right) \quad (2.2)$$

$$u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=-Eu\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) \quad (2.3)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r u_r)}{\partial r}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0 \quad (2.4)$$

бу ерда u_r, u_θ, u_z - тезлик векторининг ўлчовсиз компоненталари, $\mathrm{Re}=\frac{V_0 R}{\nu}$ - Рейнольдс сони, $Eu=\frac{P_0}{\rho V_0^2}$ - Эйлер сони, R - қувур радиуси, ν - кинематик ёпишқоқлик коэффициенти.

(2.4) тенгламадан

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}=-\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r u_r)}{\partial r\partial z}$$

ни топамиз. Олинган тенгликни (2.3) тенгламага қўямиз:

$$u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=-Eu\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r u_r)}{\partial r\partial z}\right) \quad (2.3`)$$

Тезлик векторининг u_r радиал ташкил этувчисини u_θ тангенциал ва u_z ўқ бўйлаб ташкил этувчиларидан анча кичик деб фараз қиламиз, ҳамда $\partial^2 u_\theta/\partial z^2 << \partial^2 u_\theta/\partial r^2$ деб тангенциал тезликдан z координата бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилани ташлаб юборамиз, у ҳолда (2.1), (2.2) ва (2.3`) тенгламаларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{u_\theta^2}{r}=Eu\frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.5)$$

$$u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial r}-\frac{u_\theta}{r^2}\right) \quad (2.6)$$

$$u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -Eu \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \tag{2.7}$$

Масалани қуйидаги чегаравий шартларда ечамиз:

$z = 0$ да $u_\theta = u_0$

$z = \infty$ да $u_\theta = 0$ (2.8)

$r = 1$ ва $r = r_0$ $(r_0 = R_1 / R)$ да $u_z = 0$

Агар (2.6) ва (2.7) тенгламаларда Озеен яқинлашишидан фойдаланиб $u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}$ хадни $V_0 \frac{\partial u_z}{\partial z}$ ҳад билан ёки ўлчовсиз кўринишда $(V_0 = 1)$ $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ ҳад билан алмаштирсак, (2.6) тенгламадан u_θ тезлик ташкил этувчисини бевосита аниқлаш мумкин:

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial z} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} \right) \tag{2.9}$$

(2.5) тенгламадан z бўйича, (2.7) тенгламадан r бўйича ҳосила олиб, уларни бир-бирига қўшиб юборамиз:

$$2 \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial r} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \tag{2.10}$$

Шундай қилиб, u_θ, u_z тезлик ташкил этувчиларини аниқлаш учун (2.9) ва (2.10) тенгламаларга эгамиз. Бу тенгламаларда қуйидагича белгилашлар қиламиз

$$\Gamma = r u_\theta, \, \Phi = r \frac{\partial u_z}{\partial r} \tag{2.11}$$

Бу алмаштиришлардан сўнг (2.9) ва (2.10) тенгламалар қуйидаги кўринишга келади

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial z} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right) \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial u_\theta^2}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \tag{2.13}$$

Ҳосил бўлган тенгламаларнинг автомодел ечимларини қидирамиз. Бунинг учун янги автомодел ўзгарувчини киритамиз:

$$y = \frac{\mathrm{Re}\, r^2}{4z} \tag{2.14}$$

(2.12) ва (2.13) тенгламалардаги хусусий ҳосилаларни янги y ўзгарувчи бўйича ҳосила билан алмаштирамиз:

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{2\mathrm{Re}\, r}{4z} = \frac{2y}{r}, \frac{\partial y}{\partial z} = -\frac{\mathrm{Re}\, r^2}{4z^2} = -\frac{y}{z^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} = \frac{2\mathrm{Re}}{4z} = \frac{2y}{r^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{2y}{r}\frac{d}{dy},\ \frac{\partial}{\partial z} = -\frac{y}{z}\frac{d}{dy},\ \frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{4y^2}{r^2}\frac{d^2}{dy^2} + \frac{2y}{r^2}\frac{d}{dy} \tag{2.15}$$

(2.15) ифодалардан фойдаланиб, (2.12) ва (2.13) тенгламалани ушбу кўринишда ёзиб оламиз

$$\frac{d^2\Gamma}{d\, y^2} + \frac{d\,\Gamma}{d\, y} = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\, y^2} + \frac{d\,\Phi}{d\, y} = -\frac{d\, u_\theta^2}{d\, y} \tag{2.17}$$

Энди олинган тенгламаларнинг ечимларини топамиз. Аввал (2.16) тенгламанинг ечимини қидарамиз. Маълумки, бу тенгламанинг ечимини қуйидагича ёзиш мумкин

$$\Gamma = c_1 + c_2 e^{-y} \tag{2.18}$$

Агар (2.11) алмаштиришлардан фойдалансак

$$u_\theta = \frac{1}{r}\left(c_1 + c_2 e^{-y}\right)$$

ифодани оламиз, энди номаълум ўзгармасларни топиш учун (2.8) чегаравий шартлардан фойдаланамиз:

$$z = 0 \ \ (y = \infty) \text{ да } u_\theta = \frac{1}{r}c_1,\ c_1 = r u_0$$

$$z = \infty \ \ (y = 0) \text{ да } 0 = \left(c_1 + c_2\right)/r,\ c_2 = -c_1 = -r u_0$$

Демак, тезликнинг тангенциал ташкил этувчисини ушбу кўринишда ёзишимиз мумкин

$$u_\theta = u_0\left(1 - e^{-y}\right) \qquad (2.19)$$

Тезликнинг ўқ бўйлаб ташкил этувчисини аниқлаш учун (2.17) тенгламага (2.19) ифодани олиб бориб қўямиз ва (2.17) тенгламани бир марта y бўйича интеграллаймиз

$$\frac{d\Phi}{d\,y} + \Phi = c_3 - u_0^2\left(1 - e^{-y}\right)^2 \qquad (2.20)$$

Ҳосил бўлган тенгламанинг умумий ечимини топамиз, бунинг учун бу тенгламанинг бир жинсли қисмини ечимини топамиз

$$\Phi_\delta = c_4 e^{-y}.$$

(2.20) тенгламанинг хусусий ечимини номаълум параметрлар усулидан фойдаланиб топамиз:

$$\Phi_{\text{хус}} = \left(Ay^2 + By\right)e^{-y} + De^{-2y} + E$$

Бу ечимни (2.20) тенгламага олиб бориб қўямиз ва номаълум A, B, D, E параметрларни топамиз

$$A = 0, B = 2u_0^2, D = u_0^2,\ E = c_4 - u_0^2.$$

Демак (2.20) тенгламанинг умумий ечими ушбу кўринишда бўлар экан

$$\Phi = c_3 + c_4 e^{-y} - u_0^2\left[1 - 2ye^{-y} - e^{-2y}\right] \qquad (2.21)$$

Энди яна (2.11) ифодалар ёрдамида тезликнинг u_z ташкил этувчисини аниқлашга киришамиз

$$\Phi = r\frac{\partial u_z}{\partial r} = c_3 + c_4 e^{-y} - u_0^2\left[1 - 2ye^{-y} - e^{-2y}\right]$$

бу тенгликдан u_z ни топамиз

$$u_z = \left(c_3 - u_0^2\right)\ln r + c_4\frac{1}{2}Ei\left(-xr^2\right) - u_0^2\left(e^{-xr^2} - \frac{1}{2}Ei\left(-2xr^2\right)\right) + c_5 \qquad (2.22)$$

бу ерда $x = \frac{\mathrm{Re}}{4z}$, $Ei\left(-xr^2\right)$- интерал кўрсаткичли функция. Бу ифодадаги номаълумларни аниқлаш учун (2.8) чегаравий шартлардан фойладанамиз ва қўшимча шарт сифатида қувур кўндаланг кесими бўйича суюқлик сарфини ўзгармаслигидан фойдаланамиз

$$\int_{r_0}^{1} v_z 2\pi\, r dr = Q \tag{2.23}$$

Шундай қилиб, c_3, c_4, c_5 номаълумларни аниқлаш учун ушбу тенгламалар системасига эга бўламиз

$$c_4 \frac{1}{2} Ei(-x) - u_0^2 \left(e^{-x} - \frac{1}{2} Ei(-2x) \right) + c_5 = 0$$

$$\left(c_3 - u_0^2\right)\ln r_0 + c_4 \frac{1}{2} Ei\left(-xr_0^2\right) - u_0^2 \left(e^{-xr_0^2} - \frac{1}{2} Ei\left(-2xr_0^2\right) \right) + c_5 = 0 \tag{2.24}$$

$$\left(c_3 - u_0^2\right)\left(\frac{r_0^2 - 1}{2} - r_0^2 \ln r_0 \right) + c_4 \frac{1}{2x}\left[e^{-x} - e^{-xr_0^2} + xEi(-x) - xr_0^2 Ei\left(-xr_0^2\right) \right] +$$

$$+ \frac{u_0^2}{4x}\left(4e^{-x} - 4e^{-xr_0^2} + 2xEi(-2x) - 2xr_0^2 Ei\left(-2xr_0^2\right) + e^{-2x} - e^{-2xr_0^2} \right) + c_5\left(1 - r_0^2\right) = 1 - r_0^2$$

Равшанки (2.24) системадаги c_3, c_4, c_5 номаълумлар x ўзгарувчининг функциялари бўлади. Бу системанинг ечими ушбу кўринишга эга

$$\begin{aligned} q_1(x) &= c_3 = \\ q_2(x) &= c_4 = \\ q_3(x) &= c_5 = \end{aligned} \tag{2.25}$$

Топилган номаълумларни (2.22) ечимга олиб бориб қўямиз ва тезликнинг ўқ бўйлаб ташкил этувчисининг умумий кўринишини топамиз

$$u_z = \left(q_1(x) - u_0^2\right)\ln r + q_2(x)\frac{1}{2} Ei\left(-xr^2\right) + q_3(x) - u_0^2\left(e^{-xr^2} - \frac{1}{2} Ei\left(-2xr^2\right) \right) \tag{2.26}$$

бу ерда $q_1(x), q_2(x), q_3(x)$ функциялар (2.25) ифодалар билан аниқланади.

Тезликнинг радиал ташкил этувчисини (2.4) узлуксизлик тенгламасидан топишимиз мумкин:

$$u_r = -\frac{1}{r}\int r \frac{\partial u_z}{\partial z} dr \tag{2.27}$$

Демак, ёпишқоқ суюқликнинг ярим чексиз коаксиал қувурдага айланма оқими масаласида суюқлик заррачаларининг тезликлари (2.19), (2.26), (2.27) тенгликлар ёрдамида аниқланар экан.

3. Олинган тезликлар тақсимотининг ҳисоби

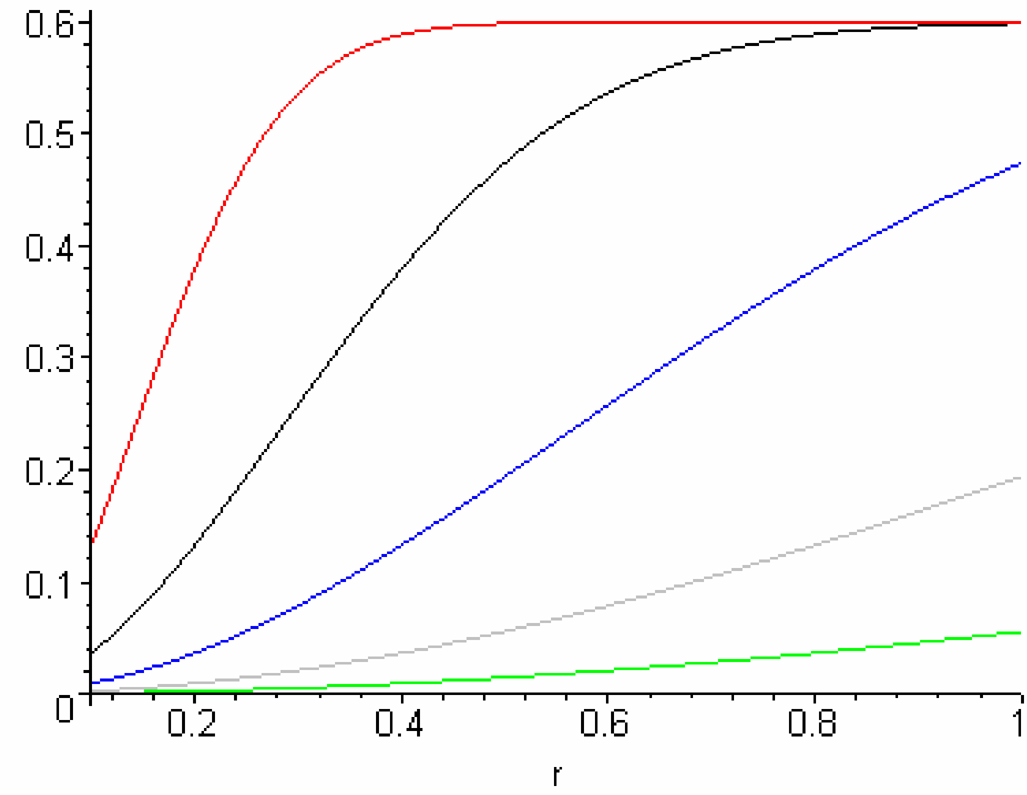
Аввалги параграфда олинган (2.19), (2.26), (2.27) тезликлар тақсимотининг ҳисобини бажарамиз. Биринчи навбатда тезликнинг тангенциал ташкил этувчисини таҳлил қиламиз. Бунинг учун (2.19) тенгликни қайтадан ёзамиз

$$u_\theta = u_0\left(1 - e^{-x r^2}\right)$$

Бу ифоданинг графигини чизиш учун Maple дастурлаш пакетидан фойдаланамиз. Ёпишқоқ суюқлик сифатида сув кўриб чиқамиз. Маълумки, сув учун $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-2}$ м^2/с. Биз ламинар ҳаракатни кўраётганимиз учун Рейнольдс сонининг Re_{kp} гача бўлган бир неча қийматида тезлик тангенциал ташкил этувчисининг графикларини қурамиз.

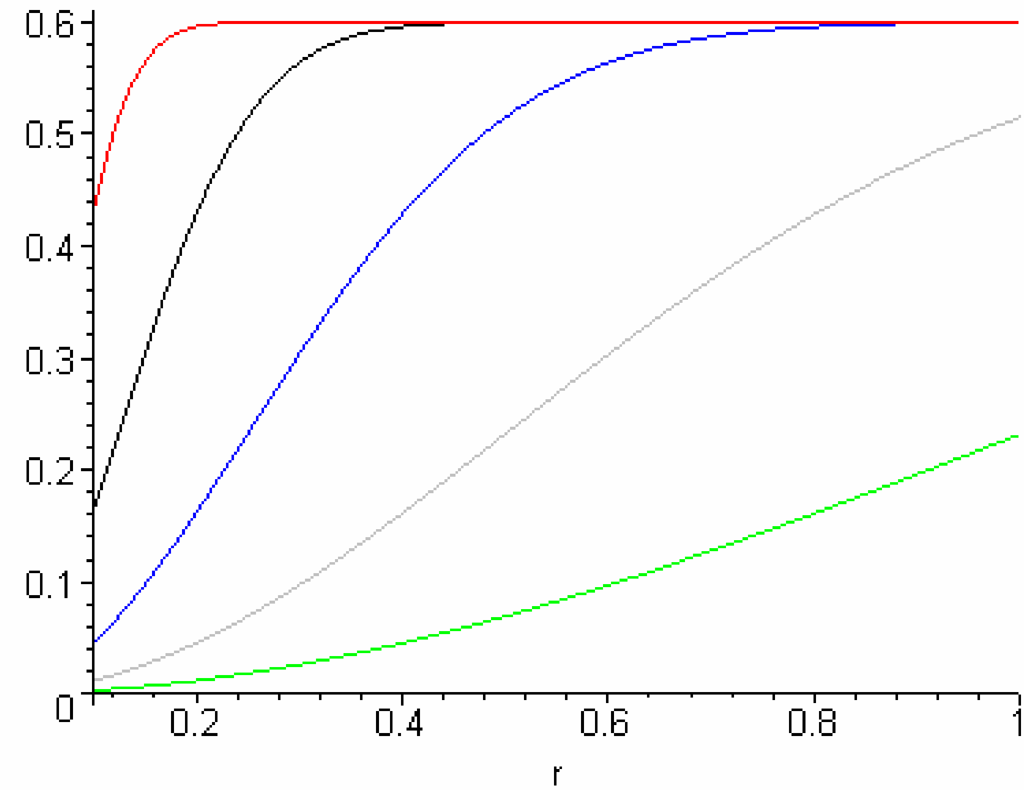
Қуйида Рейнольдс сонининг турли қийматлари учун қувурнинг турли кесимларда ($z = 1$; 4; 16) тангенциал тезликни r радиусга боғлиқ графикларини келтирамиз.

$\mathrm{Re} = 100$ да



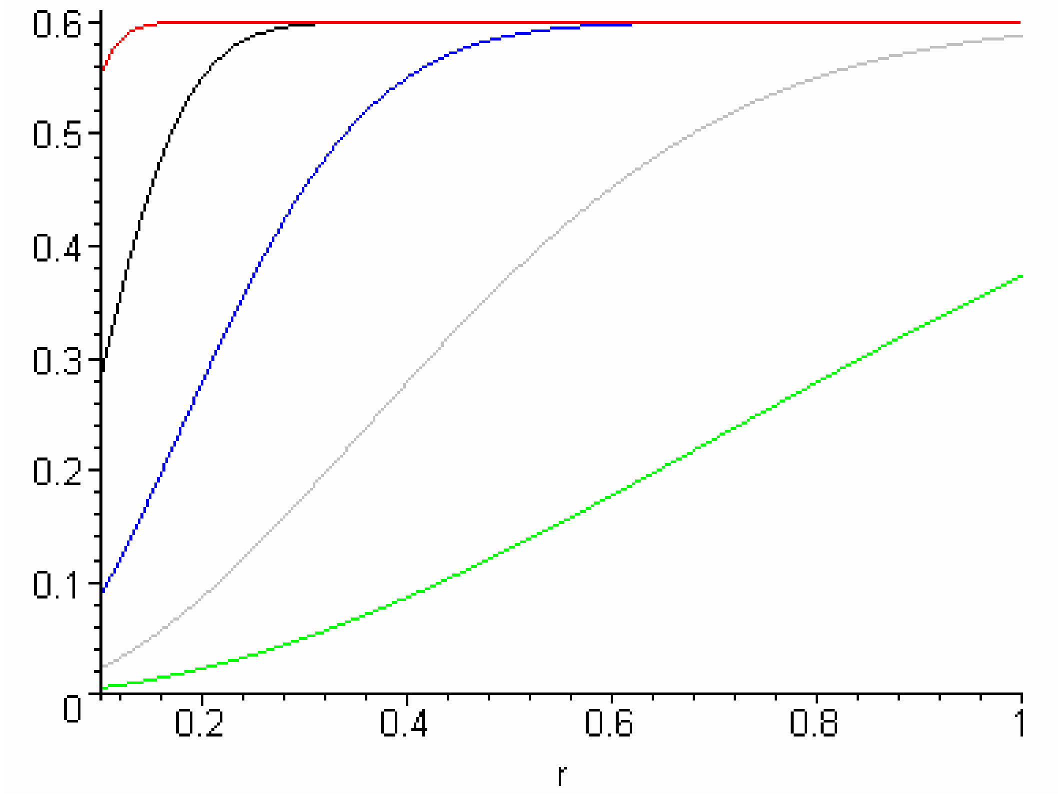
1-расм

$Re = 500$ да



2-расм

$Re = 1000$ да

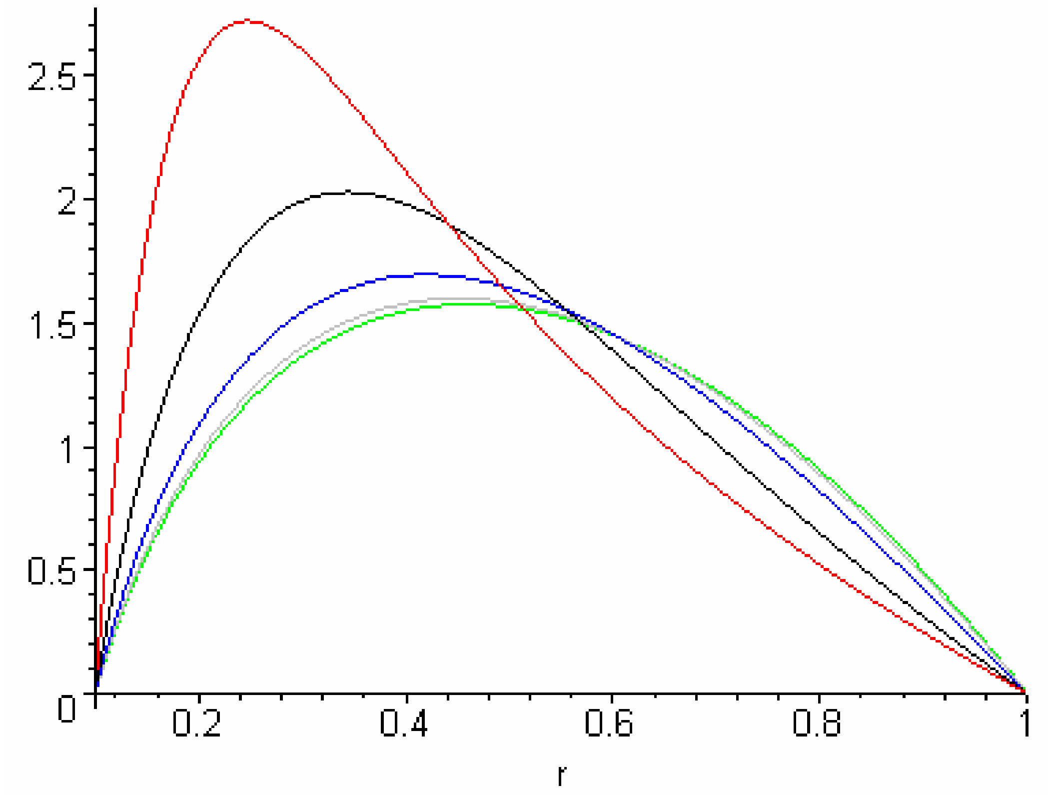


3-расм

1-3-расмлардан кўринадики, қувурнинг бошидан узоқлашган сари тезликнинг тангенциал ташкил этувчиси камайиб боради.

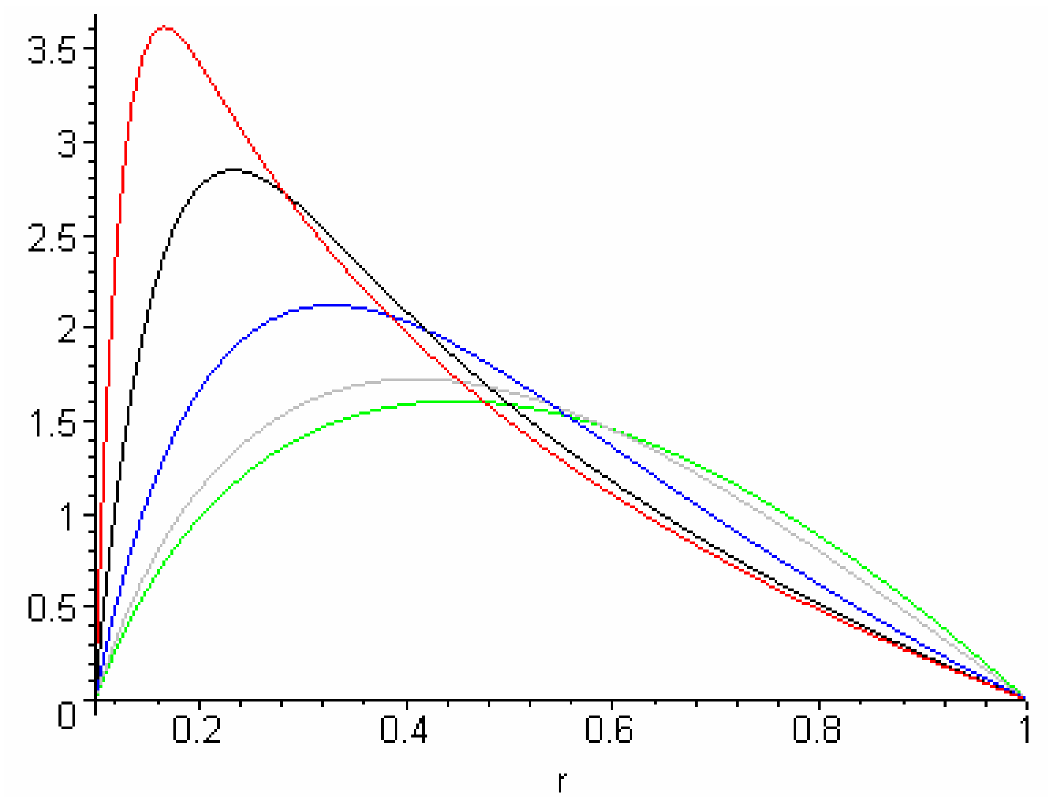
Энди (2.26) тенгликдан фойдаланиб тезликнинг ўқ бўйлаб ташкил этувчисини Рейнольдс сонининг турли қийматлари учун қувурнинг турли кесимларда ($z=1$; 4; 16) қувур радиусига боғлиқ графикларини келтирамиз.

$\mathrm{Re}=100$ да



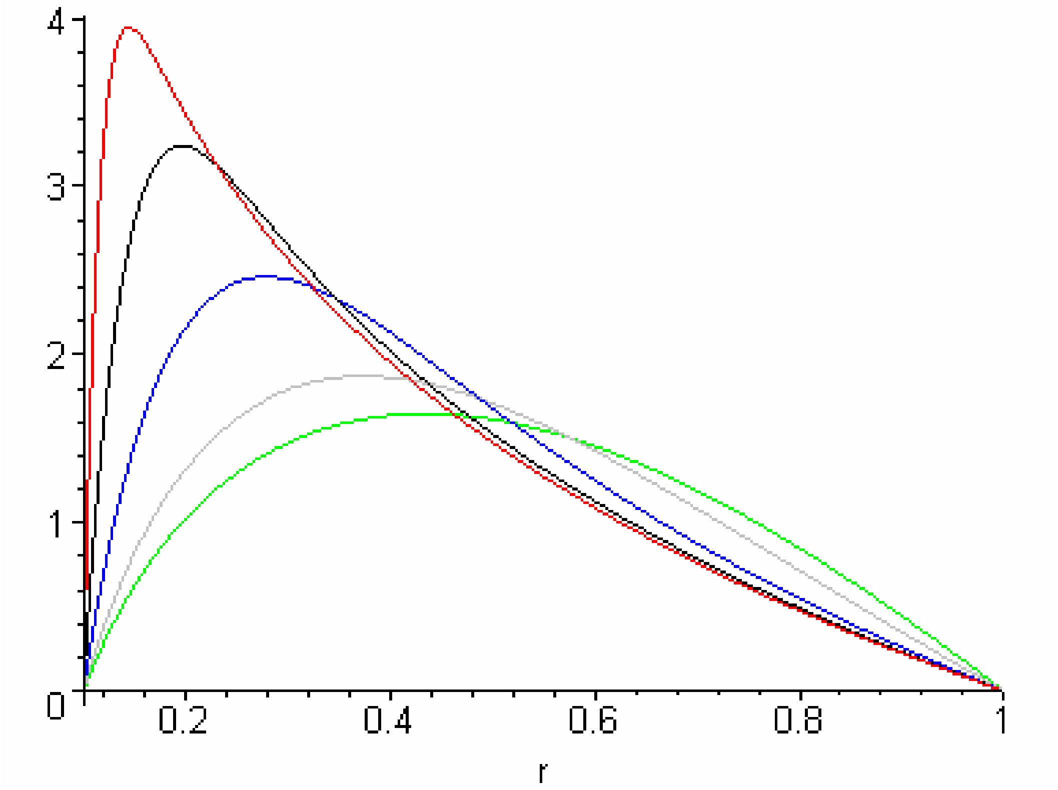
4-расм

$\mathrm{Re} = 500$ да



5-расм

$Re = 1000$ да



6-расм

4-6-расмдардан кўринадики, тезликнинг ўқ бўйлаб ташкил этувчиси ҳам қувур бошидан узоқлашгани сари камайиб борар экан. Рейнольдс сони ортаги сари тезликнинг қиймати ҳам ортиб бормоқда. Бу расмлардан кўринадики, қувур кўндаланг кесимининг ўрталарига бориб терли кесимларда ўқ тезликларнинг қийматлари бир-бирига яқин келади.

Хулоса

Ушбу битирув малакавий ишда сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликни ярим чексиз коаксиал қувурдаги стационар айланма ҳаракати масаласи кўриб чиқилган. Тезликнинг радиал, тангенциал ва ўқ бўйлаб ташкил этувчиларининг тақсимот қонунлари топилган. Қувурнинг бошидан узоқлашган сари айланма ҳаракатни сўниши аниқланган. Тезликнинг тангенциал ва ўқ бўйлаб ташкил этувчиларининг графиклари (турли Рейнольдс сонлари ва турли кесимлар учун) келтирилган.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. Н.Е. Кочин, И.А.Кибел, Н.В.Розе Теоретическая гидромеханика, ч.2. М.: ФМ, 1963, 727с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том I. М.: Наука, 1973, 492 с., Том II. М.: «Наука», 1973, 384 с.
3. Зуйков А.Л., Волшаник В.В. Аналитические исследования структуры закрученного потока вязкой жидкости, МГСУ, 2001, 66 с.
4. Хамидов А.А., Джумабаев Д.Х., Исанов Ш.Р., Рузматов М.И. Закрученный поток дисперсной смеси в полуограниченной цилиндрической трубе // Материалы VI Казахстанско–Российской международной научно - практической конференции, Астана, 2007.
5. Хамидов А.А., Рузматов М.И. Закрученный поток дисперсной смеси в полуограниченной коаксиальной цилиндрической трубе // Узб. журн. «Проблемы механики», 2012, №1, С.42-46.
6. Е.Янке, Ф. Эмде, Ф.Лёш Специальные функции. М.: Наука, 1964