

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA-MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

Mirzo Ulug'bek nomidagi
O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

R E F E R A T

Mavzu: Ikkinchi tartibli chiziqlar

Bajardi: Xolbaev A.

Toshkent 2014

Reja;

- 1) Aylana;
- 2) Ellips;
- 3) Giperbola;
- 4) Parabola;
- 5) Ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamasi.

Biz sodda ikkinchi tartibli egri chiziqlar aylana, ellips, giperbola, parabolalar va ularning xossalarini keltiramiz.

Aylana

Ma'lumki, tekislikda berilgan (tayin) nuqtadan baravar uzoqlikda joylashgan nuqtalar (tekislik nuqtalari) to'plami aylana, berilgan nuqta esa aylana markazi deyiladi.

Endi aylananing tenglamasini keltirib chiqarish maqsadida tekislikda Dekart koordinatalar sistemasini va $M_0 = M_0(x_0, y_0)$ nuqtani olamiz. Ravshanki, bu nuqtadan r masofada $r > 0$ joylashgan nuqtalar (bunday nuqtalar to'plami aylana bo'ladi) o'zgaruvchi nuqtalar bo'ladi. Bunday nuqtalardan birini $M = M(x, y)$ deylik. $M_0(x_0, y_0)$ va $M(x, y)$ nuqtalar orasidagi masofa

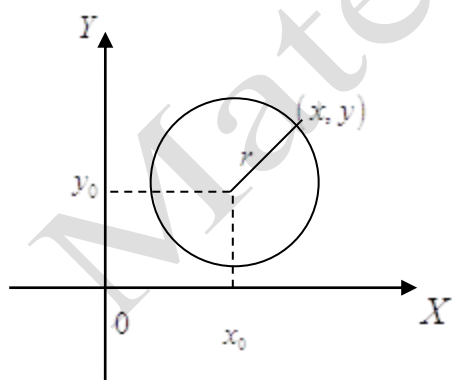
$$M_0M = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

bo'ladi.

Keyingi tenglikdan

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (1)$$

bo'lishi kelib chiqadi.



1-chizma

Shunday qilib, aylanada joylashgan o'zgaruvchi $M(x, y)$ nuqtaning koordinatalari x va y larni bog'lovchi tenglamaga keldik. Bu (1) tenglama aylananing sodda tenglamasi deyiladi, r esa aylana radiusi deyiladi.

Demak, aylananing tenglamasi markaz deb atalgan $M_0(x_0, y_0)$ nuqtaga hamda r radiusga bog'liq bo'lib, ular yordamida

aylananing tekislikdagi holati to'liq aniqlanadi.

Xususan, markazi koordinatalar boshida bo'lgan aylana tenglamasi quyidagicha

$$x^2 + y^2 = r^2$$

bo'ladi.

Masalan, markazi $(-1,2)$, radiusi 5 ga teng bo'lgan aylananing tenglamasi

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$$

bo'ladi.

Aylana bilan umumiy bitta $M(x_1, y_1)$ nuqtaga ega bo'lgan to'g'ri chiziq aylanaga o'tkazilgan urinma deyiladi.

Ushbu

$$x^2 + y^2 = r^2$$

aylananing x_1, y_1 nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning tenglamasi quyidagi

$$x_1x + y_1y - r^2 = 0 \quad (2)$$

ko'rinishga ega.

Masalan, ushbu $x^2 + y^2 = 8$ aylananing $(2,-2)$ nuqtasidan o'tuvchi urinmaning tenglamasi

$$2x + (-2)y - 8 = 0, \text{ ya'ni } x - y - 4 = 0$$

bo'ladi.

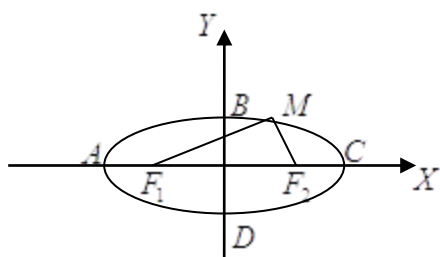
Ellips

Tekislikda ikkita tayin nuqtalarni olaylik. Tekislikning bu nuqtalargacha bo'lgan masofalari yig'indisi o'zgarmas songa teng bo'ladigan nuqtalari to'plami (nuqtalarning geometrik o'rni) ellips deyiladi.

Endi ellipsning tenglamasini keltirib chiqaramiz. Ta'rifda keltirilgan tayin nuqtalardan birini F_1 , ikkinchisini F_2 orqali belgilaymiz.

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasini quyidagicha quramiz:

F_1 va F_2 nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni abssissa o'qi (OX o'qi), $F_1 F_2$ kesmaning o'rtasidan o'tuvchi hamda abssissa o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni ordinata o'qi (OY o'qi) deb olamiz. (2-chizma)



2-chizma

Aytaylik, F_1 va F_2 nuqtalar orasidagi masofa $2c$ ga $c > 0$ teng bo'lsin. U holda bu nuqtalarning koordinatalari mos ravishda $-c, 0$ va $c, 0$ bo'ladi:

$$F_1 -c, 0, \quad F_2 c, 0.$$

Odatda, F_1 va F_2 nuqtalar ellipsning fokuslari deyiladi.

Ellipsda ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtani olaylik. Unda ellips ta'rifiga binoan $F_1 M$ va $F_2 M$ masofalar yig'indisi o'zgarmas songa teng bo'ladi. Bu o'zgarmas sonni $2a$ deylik $a > 0$.

Demak,

$$F_1 M + F_2 M = 2a. \quad (3)$$

Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan foydalanib topamiz:

$$F_1 M = \sqrt{(x - (-c))^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x + c)^2 + y^2},$$

$$F_2 M = \sqrt{(x - c)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}.$$

Unda (3) ga ko'ra

$$\sqrt{(x + c)^2 + y^2} + \sqrt{(x - c)^2 + y^2} = 2a$$

bo'ladi.

Bu tenglikni quyidagicha

$$\sqrt{(x + c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$$

yoziib, uning ikki tomonini kvadratga ko'tarsak, unda

$$(x + c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x - c)^2 + y^2} + (x - c)^2 + y^2$$

bo'ladi. Bunda esa

$$x^2 + 2cx + c^2 = 4a^2 + 4a\sqrt{x - c^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2$$

ya'ni

$$4cx - 4a^2 = -4a\sqrt{x - c^2 + y^2},$$

$$a^2 - cx = a\sqrt{x - c^2 + y^2}$$

bo'lishi kelib chiqadi. Keyingi tenglikning ikki tomonini kvadratga ko'tarish natijasida

$$a^2 - cx^2 = a^2 x - c^2 + y^2 ,$$

ya'ni

$$x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

hosil bo'ladi.

Ravshanki, $2a > 2c$ ya'ni $a > c$ bo'lganligi uchun $a^2 - c^2 > 0$ bo'ladi. Uni b^2 bilan belgilaymiz:

$$b^2 = a^2 - c^2.$$

Natijada

$$x^2 \cdot b^2 + y^2 a^2 = a^2 b^2$$

bo'lib, undan

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib ellipsdagi o'zgaruvchi M x, y nuqtaning koordinatalari x va y larni bog'lovchi tenglama hosil bo'ldi. Bu (4) tenglama ellipsning sodda tenglamasi deyiladi.

Ellips tenglamasi (4) da x ni $-x$ ga, y ni $-y$ ga almashtirilganda (4) tenglama o'zgarmaydi. Demak, ellips (yopiq egri chiziq) koordinata o'qlariga nisbat simmetrik joylashgan.

Agar (4) tenglamada $y = 0$ deyilsa, unda

$$x^2 = a^2, \quad x = \pm a$$

bo'ladi. Demak, ellips OX o'qini ikki $A -a, 0$, $C a, 0$ nuqtalarda kesadi.

Agar (4) tenglamada $x = 0$ deyilsa, unda

$$y^2 = b^2, \quad y = \pm b$$

bo'ladi. Demak, ellips OY o'qini ikki $B 0, b$, $D 0, -b$ nuqtalarda kesadi.

Odatda, $A -a, 0$, $B 0, b$, $C a, 0$, $D 0, -b$ nuqtalar ellipsning uchlari deyiladi. AC kesma ellipsning katta o'qi, BD kesma ellipsning kichik o'qi deyiladi.

Ravshanki, AC kesmaning uzunligi $2a$, BD kesma-ning uzunligi esa $2b$ ga teng. Demak, (4) tenglamada a ellips katta yarim o'qi, b esa kichik yarim o'qi bo'ladi.

Ushbu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

tenglama bilan berilgan ellipsni qaraylik. Bu ellipsning fokuslari orasidagi masofa $2c$ ga teng.

Ushbu

$$\varepsilon = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} \quad (5)$$

miqdor ellipsning ekssentrisiteti deyiladi. Ma'lumki, $a > c$. Demak, ellipsning ekssentrisiteti uchun

$$0 < \varepsilon < 1$$

bo'ladi. (agar $\varepsilon = 0$ bo'lsa, $c = 0$ bo'lib, ellips aylana bo'lib qoladi).

Ellipsning ekssentrisiteti ellipsning siqilish darajasini bildiradi. Haqiqatdan ham, (4) munosabatdan, $b^2 = a^2 - c^2$ bo'lishini e'tiborga olib topamiz:

$$\varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2,$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

Bu tenglikdan ko'rinadiki, ε ning ortib borishi bilan $\frac{b}{a}$ nisbat kamaya boradi,

binobarin ellips tortila boradi.

1-Misol. Katta o'qi 10 ga, eksseptrisiteti 0,8 ga teng bo'lgan ellipsning tenglamasi topilsin.

◀Shartga ko'ra $2a = 10$. Demak, $a = 5$. Ma'lumki ekssentrisitet

$$\varepsilon = \frac{c}{a}, \quad c = a \cdot \varepsilon.$$

Unda $c = 5 \cdot 0,8 = 4$ bo'ladi. $b^2 = a^2 - c^2$ bo'lishidan

$$b^2 = 25 - 16 = 9, \quad b = 3$$

ekanligi kelib chiqadi. Izlanayotgan ellipsning tenglamasi

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

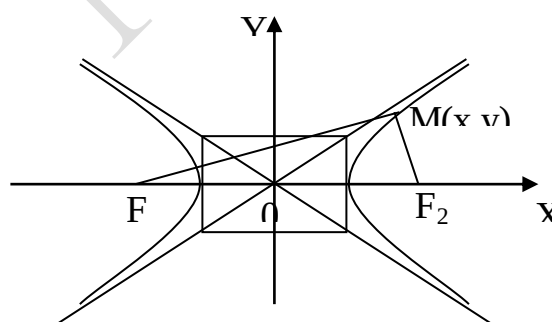
bo'ladi. ▶

Giperbola

Tekislikda ikkita tayin nuqtalarni olaylik. Tekislikning bu nuqtalargacha bo'lgan masofalari ayirmasi o'zgarmas songa teng bo'ladigan nuqtalar to'plami (nuqtalarning geometrik o'rni) giperbola deyiladi.

Endi giperbolaning tenglamasini keltirib chiqaramiz. Ta'rifda keltirilgan nuqtalarni F_1 va F_2 orqali belgilaymiz.

F_1 va F_2 nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni abssissa o'qi, F_1F_2 kesmaning o'rtasidan o'tuvchi hamda abssissa o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni ordinata o'qi deb koordinatalar sistemasini quramiz. (3-chizma)



3-chizma

Agar F_1 va F_2 nuqtalar orasidagi masofani $2c$ ($c > 0$) deyilsa, unda bu nuqtalarning koordinatalari mos ravishda $-c, 0$ va $c, 0$ bo'ladi:

$$F_1 -c, 0, \quad F_2 c, 0.$$

Bu F_1 va F_2 nuqtalar giperbolaning

fokuslari deyiladi.

Giperbolada ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtani olaylik. Unda giperbola ta'rifiga binoan F_1M va F_2M masofalar ayirmasi o'zgarmas songa (uni $2a$ deyilsa) teng bo'lib, $F_1M - F_2M = 2a$, $F_2M - F_1M = 2a$, umuman

$$F_1M - F_2M = \pm 2a$$

bo'ladi. Ravshanki,

$$F_1M = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}, \quad F_2M = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Demak,

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a.$$

Endi

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a$$

tenglikni (xuddi ellipsning tenglamasini keltirib chiqarishdagi qilingan ishlar kabi) ikki tomonini kvadratga ko'tarib, so'ng lozim bo'lgan soddalashtirishlarni bajarib, hosil bo'lgan tenglikni ya'na bir bor kvadratga ko'tarib, natijada

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (6)$$

tenglamaga kelimiz, bunda $b^2 = c^2 - a^2$, $a < c$.

Shunday qilib, giperboladagi o'zgaruvchi $M(x, y)$ nuqtaning koordinatalari x va y larni bog'lovchi tenglama hosil bo'ldi. Bu (6) tenglama giperbolaning sodda tenglamasi deyiladi.

Giperbola ham koordinata o'qlariga nisbatan simmetrik joylashgan, u 3-chizmada tasvirlangan. Giperbola ikki qismdan iborat bo'lib, bu qismlar uning shoxchalari deyiladi.

Agar (6) tenglamada $y = 0$ deyilsa, unda

$$x^2 = a^2, \quad x = \pm a$$

bo'ladi. Demak, giperbola OX o'qini $A -a,0$ va $B a,0$ nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalar giperbolaning uchlari deyiladi. Giperbola OY o'qi bilan kesishmaydi.

Ushbu

$$\varepsilon = \frac{c}{a}$$

miqdor giperbolaning eksentrisiteti deyiladi.

Agar $b^2 = c^2 - a^2$ bo'lishini e'tiborga olsak, unda

$$\varepsilon^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

bo'lib,

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\varepsilon^2 - 1}$$

bo'ladi.

Giperbolaning eksentrisiteti ham uning shaklini xarakterlaydigan miqdordir.

Giperbola tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ni y ga nisbatan echib

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2},$$

uni quyidagicha yozamiz:

$$y = \pm \frac{b}{a} x \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}.$$

Bu tenglikdan ko'rinadiki, x etarlicha katta bo'lganda, $\frac{a^2}{x^2}$ nisbat 0 ga yaqin bo'lib,

$$\sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}$$

miqdor 1 ga yaqin bo'ladi.

Natijada ushbu

$$y = \pm \frac{b}{a} x \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}} \approx \pm \frac{b}{a} x$$

munosabat hosil bo'ladi.

Demak, x etarlicha katta bo'lganda giperbola nuqtalarining ordinatalari ushbu

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

to'g'ri chiziqlar nuqtalarining ordinatalariga etarlicha yaqin bo'ladi. Bu

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

to'g'ri chiziqlar giperbolaning asimptotalari deyiladi (3-chizma)

2-Misol. Ushbu

$$16x^2 - 25y^2 = 400$$

giperbolaning fokuslari, eksentrisiteti va asimptotalari topilsin.

◀ Agar tenglamaning ikki tomonini 400 ga bo'lsak, unda giperbolaning tenglamasi quyidagi

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

ko'rinishga keladi.

Demak,

$$a^2 = 25, \quad b^2 = 16, \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41},$$

$$F_1 = F_1 - \sqrt{41}, 0, \quad F_2 = F_2 + \sqrt{41}, 0,$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{41}}{5}$$

asimptotalari esa

$$y = \frac{4}{5} x, \quad y = -\frac{4}{5} x$$

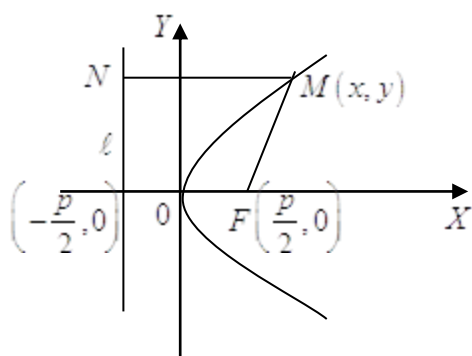
bo'ladi. ►

Parabola

Tekislikda tayin ℓ to'g'ri chiziq va bu to'g'ri chiziqda yotmagan tayin F nuqtani olaylik. Tekislikning ℓ to'g'ri chiziq hamda F nuqtadan baravar uzoqlikda bo'lgan nuqtalari to'plami (nuqtalarning geometrik o'rni) parabola deyiladi.

Endi parabolaning tenglamasini keltirib chiqaramiz.

F nuqtadan o'tuvchi va ℓ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni abssissa o'qi (OX o'qi), F nuqta va ℓ to'g'ri chiziq orasidagi kesmaning o'rtasidan o'tuvchi va abssissa o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni ordinata o'qi (OY o'qi) deb koordinatalar sistemasini quramiz (4-chizma).



4-chizma

F nuqta bilan ℓ to'g'ri chiziq orasidagi masofani p deylik. Unda F nuqtaning

koordinatasi $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

$$F = F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

bo'lib, ℓ to'g'ri chiziqning tenglamasi

$$x = -\frac{p}{2}$$

bo'ladi.

Bu $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ nuqta parabolaning fokusi, ℓ to'g'ri chiziq esa parabolaning direktrissasi deyiladi.

Parabolada ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtani olaylik. Unda parabola ta'rifiga binoan

$$NM = FM$$

bo'ladi. Ravshanki,

$$NM = x + \frac{p}{2}, \quad FM = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Demak,

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Bu tenglikning ikki tomonini kvadratga ko'tarib, so'ng lozim bo'lgan soddalashtirishlarni bajarib

$$y^2 = 2px \quad (7)$$

bo'lishini topamiz.

Shunday qilib, paraboladagi o'zgaruvchi $M(x, y)$ nuqtaning koordinatalari x va y larni bog'lovchi tenglama hosil bo'ladi. Bu (7) tenglama parabolaning sodda tenglamasi deyiladi.

Ravshanki, $x = 0$ da $y = 0$ bo'ladi. Demak, parabola koordinata boshidan o'tadi. Ayni paytda, uning tenglamasida y kvadratda qatnashgani uchun parabola OX o'qiga nisbatan simmetrik, x esa har doim musbat bo'lgani uchun parabola OY o'qining o'ng tomonida joylashgan bo'ladi (4-chizma).

3-Misol. Ushbu $A 1,2$ nuqtadan o'tuvchi parabola tenglamasi topilsin.

◀Modomiki izlanayotgan parabola $y^2 = 2px$ $A 1,2$ nuqtadan o'tishi lozim ekan, unda bu nuqtaning koordinatalari parabola tenglamasini qanoatlantiradi:

$$2^2 = 2p \cdot 1$$

Bu tenglamadan $p = 2$ ekani kelib chiqadi. Demak,

$$y^2 = 4x. \blacktriangleright$$

Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning umumiy tenglamasi

Aytaylik, ushbu

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (8)$$

tenglik tekislikdagi o'zgaruvchi N x, y nuqtaning x va y koordinatalari orasidagi bog'lanishni ifodalasin. Bunday nuqtalar to'plami (nuqtalarning geometrik o'rni) umuman aytganda egri chiziq bo'ladi. U ikkinchi tartibli egri chiziq, (8) tenglama esa ikkinchi tartibli egri chiziqning umumiy tenglamasi deyiladi.

Yuqorida keltirilgan ta'rifda "umuman aytganda" degan ibora ishlatildi. Bunday deyilishining boisi, (8) tenglamaga har doim ham tekislikda geometrik shakl mos kelavermasligida.

Masalan,

$$2x^2 + 9y^2 + 10 = 0,$$

ya'ni

$$2x^2 + 9y^2 = -10$$

tenglama tekislikda hech qanday shakilni ifodalamaydi.

Shunga o'xshash

$$2x^2 + 9y^2 = 0$$

tenglama tekislikda egri chiziqni emas, balki nuqtani ifodalaydi.

Endi (8) tenglama ba'zi ko'rinishlarida egri chiziqni ifodalashiga misollar keltiramiz.

4-misol. Ushbu

$$5x^2 + 7x - 11y + 6 = 0$$

tenglamani qaraylik.

◀ Ravshanki, bu tenglama (8) tenglamaning

$$A = 5, \quad B = 0, \quad C = 0, \quad D = 7, \quad E = -11, \quad F = 6$$

bo'lgan hususiy holi. Uni quyidagicha

$$11y = 5x^2 + 7x + 6,$$

ya'ni

$$y = \frac{5}{11}x^2 + \frac{7}{11}x + \frac{6}{11}$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Ravshanki,

$$y = \frac{5}{11} \left(x^2 + \frac{7}{5}x + \frac{6}{5} \right) = \frac{5}{11} \left(x + \frac{7}{5} \right)^2 - \frac{5}{11} \frac{19}{25} = \frac{5}{11} \left(x + \frac{7}{5} \right)^2 - \frac{19}{55}$$

koordinatalar sistemasidagi koordinatalar boshini ko'chirish natijasidan keyingi tenglama quyidagi

$$y_1 = px_1^2$$

ko'rinishga keladi. Bu parabola dir. ►

5-misol. Ushbu

$$4x^2 + 5y^2 + 20x - 30y + 8 = 0$$

tenglamani qaraylik.

◀ Ravshanki, bu tenglama (8) tenglamaning

$$A = 4, \quad B = 0, \quad C = 5, \quad D = 20, \quad E = -30, \quad F = 8$$

bo'lgan hususiy holi. Berilgan tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

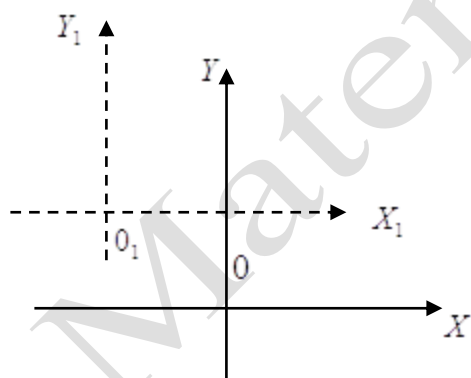
$$4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) + 5y^2 - 6y + 9 = 25 + 45 - 8,$$

ya'ni

$$4\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 5y^2 - 6y + 9 = 62.$$

Agar koordinatalar sistemasini parallel ko'chirish bilan uning koordinatalar

boshini $\left(-\frac{5}{2}; 3\right)$ nuqtaga ko'chirilsa, (5- chizma)



5- chizma

unda yangi $X_1O_1Y_1$ sistemada qarayotgan tenglama ushbu

$$4x_1^2 + 5y_1^2 = 62$$

ko'rinishga keladi. Keyingi tenglikni ikki tomonini 62 ga bo'lib topamiz:

$$\frac{4x_1^2}{62} + \frac{5y_1^2}{62} = 1.$$

Demak,

$$\frac{x_1^2}{\frac{31}{2}} + \frac{y_1^2}{\frac{62}{5}} = 1.$$

Bu ellipsoidir. ►

6-misol. Ushbu

$$2x^2 - 3y^2 + 4x + 12y - 16 = 0$$

tenglamani qaraylik.

◀ Ravshanki, bu tenglama (8) tenglamaning

$$A = 2, \quad B = 0, \quad C = -3, \quad D = 4, \quad E = 12, \quad F = -16$$

bo'lgan hususiy holi. Berilgan tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$2x^2 + 2x + 1 - 3y^2 - 4y + 4 - 6 = 0,$$

$$2x + 1^2 - 3y - 2^2 = 6. \quad (9)$$

Yuqoridagidek, koordinatalar boshini $-1, 2$ nuqtaga, koordinatalar o'qlarini esa parallel ko'chirish natijasida hosil bo'lgan yangi $X_1O_1Y_1$ koordinatalar sistemasida (9) tenglama ushbu

$$2x_1^2 - 3y_1^2 = 6$$

ko'rinishga keladi. Keyingi tenglikning ikki tomonini 6 ga bo'lib topamiz:

$$\frac{x_1^2}{3} - \frac{y_1^2}{2} = 1.$$

Bu tenglama giperbolani ifodalaydi. ►

Yuqorida keltirilgan ma'lumot va misollardan ko'rinadiki, ikkinchi tartibli egri chiziqning umumiy tenglamasi

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

qanday egri chiziqni ifodalashi (8) tenglamaning koeffitsientlariga bog'liq bo'ladi.

(8) tenglamadan bir muncha soddaroq bo'lgan

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (10)$$

tenglamani qaraylik.

Quyidagi tasdiq o'rinli bo'ladi:

agar (10) tenglamada

$$AC = 0$$

bo'lsa, (10) tenglama parabolani ifodalaydi;

agar (10) tenglamada

$$AC > 0$$

bo'lsa, (10) tenglama ellipsni ifodalaydi;

agar (10) tenglamada

$$AC < 0$$

bo'lsa, (10) tenglama giperbolani ifodalaydi.

Bu tasdiq yuqoridagi misollarda qo'llanilgan usul bilan isbotlanadi.

(8) tenglama koordinatalar sistemasini tanlash yo'li bilan, shu sistemada qaralayotgan quyidagi kanonik ko'rinishlardan bittasiga keltiriladi.

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (ellips);

2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$ (mavhum ellips);

3) $a^2x^2 + c^2y^2 = 0$ (ikki mavhum kesishuvchi chiziqlar);

4) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (giperbola);

5) $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ (ikki kesishuvchi chiziqlar);

6) $y^2 = 2px$ (parabola);

7) $y^2 - a^2 = 0$ (ikki parallel chiziqlar);

8) $y^2 + a^2 = 0$ (ikki parallel mavhum chiziqlar);

9) $y^2 = 0$ (ikki o'zaro ustma-ust tushuvchi chiziqlar).