

CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI KOMPYUTER ALGEBRASI DASTURLARI YORDAMIDA YECHISH USULLARI

*H.X.Ro'zimuradov (SamDU, dotsent,)
G'. U.Toshpo'latov (SamDU, magistrant)*

Ushbu ma'ruzaning maqsadi chiziqli algebraik tenglamalar sistemalarini (bundan keyin CHATS) yechimlarini har xil usullarini hisoblash qiyinchiliklari nuqtai nazaridan baholash va CHATSni yechish uchun kompyuterni qo'llash imkoniyatlarini ko'rsatishdan iborat.

Minglab amaliy masalalarning matematik modellari CHATS orqali ifodalanadi. (ayrim baholashlarga ko'ra amaliy masalalarning 75% dan ko'prog'i). CHATS ni yechish uchun ko'plab usullar va zamonaviy amaliy dasturlar paketlari mavjud, lekin ulardan unumli foydalanish uchun asosiy usullarni va algoritmlarni tushunish zarur, ya'ni qo'llanilayotgan usullarning afzalligi va kamchiliklarini tushunish kerak.

CHATSning ta'rifi

CHATS deb,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2,$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

ko'rinishidagi m ta chiziqli va n ta noma'lumdan iborat sistemaga aytiladi, bu yerda a_{ij} va b_i ($i=1, \dots, m$; $b=1, \dots, n$) –qandaydir berilgan sonlar, $x_1, \dots, x_n$ – noma'lumlar [1,5]. Yechish usullariga nisbatan CHATS quyidagi turlarga bo'linadi:

To'g'ri usullar:

- ◆ Gauss usuli;
- ◆ Gauss-Jordan usuli;
- ◆ Kramer usuli;
- ◆ Matritsaviy usul.

Iteratsion usullar:

- ◆ Oddiy iteratsiya usuli (Yakobi usuli);
- ◆ Gauss-Zeydel usuli;
- ◆ Relaksatsiya usuli

O'rta maktab matematika darslarida yuqoridagi usullardan Gauss usuli qo'shish usuli bilan nomlanadi, akademik litsey va kasb hunar kollejlarining matematikadan dasturida [1] Gauss usuli bilan bir vaqtda ikki va uch noma'lumli uchta tenglamalar sistemasi uchun Kramer usuli ham beriladi. Qolgan usullar asosan oliy o'quv yurtlarida beriladi. Biz berayotgan shaklda ushbu usullarni o'rta maktab algebra va analiz asoslari fanidan yuqori sinf o'quvchilari uchun ham tushunarli bo'ladi degan umiddamiz.

Kramer usulining kamchiliklari

Usulning hisoblashlar darajasining juda murakkabligidan iborat ($n \times n$ o'lchamli $n+1$ ta determinantni hisoblash kerak), shuning uchun bu usul noma'lumlar soni yetarlicha katta bo'lgan CHATSni yechishga qo'llanilmaydi. Bitta determinantni topish uchun ketgan vaqt, bitta sistemani Gauss usuli bilan yechishga ketgan vaqtga teng bo'ladi. Agar sistemaning bosh determinanti nolga teng bo'lsa, bu usulni qo'llab bo'lmaydi. Odatda bu usul sistemani qo'l bilan hisoblashda ham ishlatiladi, lekin nazariy hisoblashlarda asosan Gauss usuli ishlatiladi.

Gauss usuli

Gauss usuli ancha universal hisoblanadi, u tenglamalar va noma'lumlar soni yetarlicha katta bo'lgan sistemalar, tenglamaar va noma'lumlar sonlari bir xil bo'lmaganda ham, sistemaning bosh determinanti nolga teng bo'lganda ham qo'llaniladi. U tenglamalar

sistemasidan ketma-ket noma'lumlarni yo'qotish uchun ishlatiladi. Gauss usulining algoritmi ikki bosqichdan iborat.

Birinchi bosqichda to'g'ri yo'l amalga oshiriladi, oddiy ifodalashlar bilan sistema uchburchak shaklga olib kelinadi.

Ikkinchi bosqichda bazis elementlarini topish uchun teskari yo'l qo'llaniladi.

Gauss usulining afzalligi

- ◆ Boshqa usullarga nisbatan ixchamligi;
- ◆ Barcha tenglamalar sistemasiga qo'llanilishi;
- ◆ Sistema aniqlangan bo'lsa, algoritm oxirida yechim hosil bo'ladi;
- ◆ Eng ko'p chiziqli bog'lanmagan tenglamalarni topishni – ya'ni sistema matritsasi rangini topishga imkon yaratadi;
- ◆ Soddaligi, bir jinsliliigi va tayyor algoritmga egaligi bilan u kompyuterda hisoblash uchun ma'quldir.

Qo'llanilishi:

- ◆ Berilgan matritsaning teskarisini topish;
- ◆ Matritsaning rangini topish;
- ◆ Kompyuterda CHATSning yechimlarini topish.
- ◆ Yechim cheksiz ko'p bo'lgan hollarda barcha yechimlar chiziqli ifodalanadigan bazis yechimlarni topish uchun.

Yuqorida keltirilgan usul Gauss usuli deb aytilsa ham, u Gaussgacha ham ma'lum bo'lgan. Bu usul birinchi bo'lib, xitoyliklar tomonidan "Matematika 9-ta kitobda" nomli asarda keltirilgan. Unda 246 ta masalalar keltirilgan, an'anaviy sharq usulida yozilgan, ya'ni masala qo'yiladi, tayyor javob keltiriladi va uni yechish usuli ko'rsatiladi.

Gauss-Jordan usuli

Gauss usulining yanada yaxshilangani hisoblanadi.

Algoritm:

- ◆ CHapdan 1-ustun olinadi, unda hech bo'lmaganda 1 ta noldan farqli element mavjud;
- ◆ Agar birinchi element nol bo'lsa, birinchi satr birinchi elementi noldan farqli bo'lgan keyingi birorta satr bilan almashtiriladi;
- ◆ 1-satrning barcha elementlari tanlangan ustunning 1-elementiga bo'linadi;
- ◆ Qolgan satrlardan 1-elementga ko'paytirilgan holda 1-satr ayriladi, natijada har bir keyingi satrlarning 1-elementi nol bo'lishi ta'minlanadi;
- ◆ 1-satr va 1-ustunning birinchi elementidan boshqa elementlari nolda aylantirilgandan so'ng ushbu amaliyot ikkinchi satr uchun takrorlanadi;
- ◆ $n-1$ marta takrorlangandan so'ng, yuqorigi uchburchak matritsa olinadi;
- ◆ mos koeffitsiyentlar ko'paytirilib oxiridan oldingi satrdan oxirgi satr ayiriladi va oxirgi satrda 1 ta bosh element qolishi ta'minlanadi;
- ◆ oldingi amal keyingi satrlar uchun ham takrorlanadi. Natijada birlik matritsa hosil bo'ladi va ozod sonlar o'rnida yechim hosil bo'ladi.

CHATSni MS Excel muhitida yechish

Excelda matritsalar uchun quyidagi funksiyalar keltirilgan:

МОПРЕД– matritsaning determinantini topish;

МОБР – teskari matritsani topish uchun;

МЫМНОЖ – matritsalarini ko'paytirish uchun;

ТРАНСП – matritsani transponirlash uchun.

Algoritm:

- chiziqli tenglamalar sistemasi matritsa shaklida $AX = B$ yoziladi, bu yerda

A – sistemaning asosiy matritsasi;

B – ozod hadlar ustuni;

X – sistema yechimi ustuni;

Matritsali tenglama chap tomonidan A^{-1} ga ko'paytiriladi (A matritsaga teskari matritsa). Chunki, $A^{-1}A=E$, bunda $X = A^{-1}B$. Buning o'ng tomoni sistemaning yechimidir. Bu usulning qo'llanish sharti bo'lib, shart A matritsaning determinanti noldan farqligidadir.

Yechimni izlash

Iqtisodiyotning keng ko'lamdagi masalalari, sinflarida optimallashtirish masalalari qaratiladi. MS Excel optimallashtirish masalalarini yechish uchun qudratli vosita hisoblanadi. Bunday Nestroyka vositalari yordamida masalaning yechimlarini izlash (poisk) imkoniyati bo'ladi. CHATSni yechish masalalarini optimallashtirishga olib kelish mumkin.

Buning uchun tenglamalardan birini masalan, 1-ni olib maqsad funksiyasi kabi qarash, qolgan $n-1$ tasini esa xuddi cheklashlar sifatida qaratiladi.

Pascal ABS

Paskal – bu yuqori darajali dasturlash tili bo'lib, eng taniqlilardan biridir.

Pascal ABC tizimi Delphi Pascal tiliga asoslangan bo'lib, oddiy dastrulardan modulli dasturlashlarga ketma-ket o'tishni tavsiya etadi, bundan tashqari ob'ektga qaratilgan hodisalarga komponentli dasturlashlarga ham. Paskal tilida CHATS ni yechish uchun quyidagi dasturdan foydalanish mumkin.

uses crt;	for j:=1 to n do
type	write(a(i,j):7:3);
matrica=array[1..10,1..10] of real;	write(b(i):7:3);
vector=array[1..10] of real;	writeln;
var	end;
a:matrica;	For i:=1 to n-1 do
b,x:vector;	For j:=i+1 to n do begin
i,j,k,n:byte;	a(j,i):=-a(j,i)/a(1,1);
H:real;	for k:=i+1 to n do
begin	a(j,k):=a(j,k)+a(j,i)*a(i,j);
write('tenglamakar sonini kiriting');	b(j):=b(j)+a(j,i)*b(1);
readln(n);	end;
write('tenglamalarnin koeffisiyentlari');	x(n):=b(n)/a(n,n);
For i:=1 to n do	for i:=n-1 downto 1 do begin
For j:=1 to n do	H:=b(i);
read(a(i,j));	For j:=i+1 to n do
write('tenglamalar qismlarining vector-	H:=h-x(j)*a(I,j);
ustunlarini kiritish');	End,
for i:=1 to n do	For i:=1 to n do
read(b(1));	Writeln('Yechimlar x(' ,I,')=' ,x(j):7:3;
for i:=1 to n do begin	End.

MAPLE kompyuter algebrasi tizimi.

Maple-bu kompyuterda harfli va sonli hisoblashlarni bajaruvchi, 2000 dan ko'proq komandalarni o'z ichiga olgan va algebra, geometriya, matematik analiz, differensial tenglamalar, diskret matematika, fizika, statistika, matematik fizika masalalarini dastur tuzmasdan yechish imkoniyatini beruvchi matematik tizim (sistema)-paketdir. Aytish mumkinki, Maple bu yuqorida sanab o'tilgan sohalaridagi matematik masalalarni yechib beruvchi katta va qulay kalkulyatordir. Maple takomillashib bormoqda, hozir uning Maple 9.5, Maple 12-versiyalari keng tarqalgan [2-4].

Maple-simvulli va sonli hisoblashlarni tez va effektiv bajarish uchun mo'ljallangan hamda elektron xujjatlarni tayyorlash va grafik vizuallashtirish, interaktiv vositalariga ega bo'lgan kompyuter algebrasining yetakchi tizimlaridan biridir. Maple tizimidan jaxondagi 300dan ortiq eng katta universitetlarda o'quv jarayonida foydalanilmoqda va murakkab fizik jarayonlarni, tizimlarni va qurilmalarni modellashda keng qo'llanilmoqda. Hozirgi kunda faqat hisobga olingan, ushbu tizimdan foydalanuvchilarning soni 1mln dan ortiq.

O'zining jiddiy matematik hisoblarga yo'naltirilganligiga qaramasdan, Maple tizimi studentlar, o'qituvchilar, ilmiy xodimlar va shuningdek maktab o'quvchilari uchun ham qulay va tushunarli vositadir. Maple tizimi matematikani o'rganishda interaktiv vosita bo'lib xizmat qilishi mumkin. Maple tizimining interaktiv imkoniyatlari Tools>Assistants, Tools>Tutors menyusida joylashgan. Uning Calculus>Single-Variable, Calculus>Multi-Variable, Calculus>Linear Algebra bo'limlari borki, ular yordamida bir o'zgaruvchili, ko'p o'zgaruvchili funksiyalar, differensial tenglama, chiziqli algebraga oid ko'pgina masalalarni interaktiv usulda talabalarga o'rgatish mumkin.

Xulosalar

CHATSni yechishni har xil usullarini o'rganib, quyidagi xulosalarni qilish mumkin:

1. Kramer usuli eng qiyin usul hisoblanadi, xuddi yechimlarini qo'lda hisoblash kabi, MS Excelda hisoblanganda ham. Buni juda katta sonli tenglamalar sistemasiga qo'llash maqsadga muvofiq emas.
2. CHATSni Gauss-Jordan usulida yechish juda katta matematik qiyinchiliklarga olib keladi.
3. Microsoft Excel – CHATSni yechishda juda asqotadi. Microsoft Excel o'rta maktab informatika kursida o'quvchilarga yetarli darajada o'tilganligi uchun, undan CHATSni yechishda maktab, akademik litsey va kollejlarda talabalari ham foydalana oladilar.
4. Pascal ABCda CHATSni yechishda tezlik Microsoft Excelga nisbatan ancha yuqori bo'ladi. Lekin ushbu tilda dastur yaratish uchun o'quvchidan yetarli darajada Pascal ABCning operatorlari, komandalari va dasturlash qoidalarini bilish talab qilinadi. SHu sababli, bu tilda CHATSni yechish uchun o'quvchilar dastur tuzishga qiynalishadi.
5. CHATSni kompyuter algebrasi tizimlaridan MAPLEda yechilishi eng tez va qulay ekanligini ta'kidlash lozim. MAPLEdan foydalanish MS Exceldan foydalanishdan ko'p ham farq qilmaydi. Agar 3-4 darsda MAPLE dan foydalanish litsey talabalariga o'rgatilsa, ular bimalol ko'pgina matematik masalalarni ushbu dasturda yecha oladi degan umiddamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism. Akademik litseylar uchun darslik. - T.: 2010.
2. B. W. Char. Maple Learning Guide. Maple soft, a division of Waterloo Maple Inc. 2003
3. Savotchenko S.E., Kuzmicheva T.G. Metody resheniya matematicheskix zadach v *Maple*: Uchebnoye posobiye – Belgorod: Izd. Belaudit, 2001. – 116 s.
4. Monagan M.V. Maple 7 programming guide . Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2001.
5. Ro'zimuradov. H.X. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Uslubiy qo'llanma. – Samarqand, SamDU nashri, 2011, 24 bet.