

EKSIOPONENTSIAL BAHOLAR

Xaliqulov I.B, Mamadiyorov Z.X

Mazkur maqolada bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lib, matematik kutilmasi nolga teng va chekli dispersiyaga ega bo'lgan tasodifiy miqdorlar uchun quyi va yuqori baholar olinadi.

Faraz qilaylik $\{X_n; n = 1, 2, \dots\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin va quyidagi belgilashlarni kiritamiz.

$$S_n = \sum_{k=1}^n X_k, \quad \sigma_k^2 = MX_k^2, \quad B_n = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2,$$

$$q_n(x) = P\{S_n \geq x\}.$$

Umumiylikka halaqit bermasdan $\{H_n\}$ ketme-ketlikni kamaymaydigan deb olamiz.[3].

Lemma1. Agar $0 \leq xH_n \leq B_n$ bo'lsa, u vaqtda

$$P\{S_n \geq x\} \leq \exp \left\{ -\frac{x^2}{2B_n} \left(1 - \frac{xH_n}{2B_n} \right) \right\}. \quad (1)$$

Agar $xH_n \geq B_n$ bo'lsa, u vaqtda

$$P\{S_n \geq x\} \leq \exp \left\{ -\frac{x}{4H_n} \right\} \quad (2)$$

Isbot. Faraz qilaylik $t > 0$ va $tH_n \leq 1$ u vaqtda

$$|MX_n^k| \leq H_n^{k-2} \sigma_n^2$$

tengsizlikka ko'ra, ixtiyoriy $k \geq 2$ uchun quyidagiga ega bo'lamiz.

$$Me^{tX_n} = 1 + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{t^k}{k!} MX_n^k \leq 1 + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} \left(1 + \frac{t}{3} H_n + \frac{t^2 H_n^2}{2} + \dots \right) \leq$$

$$\leq 1 + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} (1 + \frac{t}{2} H_n) \leq \exp \left\{ \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} (1 + \frac{t}{2} H_n) \right\}.$$

$$Me^{tS_n} \leq \exp \left\{ \frac{t^2}{2} B_n (1 + \frac{t}{2} H_n) \right\}.$$

Haqiqatan

$$P\{S_n \leq x\} \leq e^{-tx} Me^{tS_n} \leq \exp \left\{ -tx + \frac{t^2}{2} B_n (1 + \frac{t}{2} H_n) \right\}$$

bu yerda $xH_n \leq B_n$ bo'lganda $t = \frac{x}{B_n}$ deb olsak, $xH_n \geq B_n$ bo'lganda $t = \frac{1}{M_n}$ deb olsak, (1) va (2) tengsizliklar kelib chiqadi.

Lemma2. Agar $x > 0$, $\frac{xH_n}{B_n} \rightarrow 0$ va $\frac{x^2}{B_n} \rightarrow \infty$, u vaqtda ixtiyoriy fiksirlangan $\mu > 0$ va hamma yetarli katta n lar uchun quyidagi tengsizlik o'rinli

$$P\{S_n \leq x\} \leq e^{-tx} Me^{tS_n} \leq \exp \left\{ -\frac{x^2}{2B_n} (1 + \mu) \right\} \quad (3)$$

Isbot. Ixtiyoriy $x \geq 0$ uchun $1 + x \geq e^{x(1-x)}$ bo'ladi.

Agar $0 \leq t + H_n \leq 1$ bo'lsa, u vaqtda

$$\begin{aligned} Me^{tX_n} &\geq 1 + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} \left(1 - \frac{t}{3} H_n - \frac{t^2 H_n^2}{12} - \dots \right) \geq \\ &\geq 1 + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} \left(1 - \frac{t}{2} H_n \right) \geq \exp \left\{ \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} \left(1 - \frac{t}{2} H_n - \frac{t^2 \sigma_n^2}{2} \right) \right\} \geq \\ &\geq \exp \left\{ \frac{t^2}{2} \sigma_n^2 (1 - tH_n) \right\}. \end{aligned}$$

Agar $t = \frac{x}{(1-\delta)B_n}$ deb olsak, bu yerda δ —kichik musbat son. U vaqtda $tH_n \rightarrow 0$, va ixtiyoriy fiksirlangan $\alpha > 0$ uchun quyidagi tengsizlik o'rinli.

$$Me^{tS_n} \geq \exp \left\{ \frac{t^2}{2} B_n (1 - \alpha) \right\} \quad (4)$$

yetarli katta n lar uchun. Keyin

$$Me^{tS_n} = - \int_{-\infty}^{\infty} e^{ty} dq_n(y) = t \int_{-\infty}^{\infty} e^{ty} q_n(y) dy = t \sum_{k=1}^5 J_k, \quad (5)$$

bu yerda $J_1, J_2, \dots, J_5$ integrallarni $e^{ty} q_n(y)$ bo'yicha

$$(-\infty, 0), (0, t(1 - \delta)B_n), (t(1 - \delta)B_n, t(1 + \delta)B_n),$$

$(t(1 + \delta)B_n, 8tB_n)$ va $(8tB_n, \infty)$ intervallar bo'yicha mos ravishda integrallab, yetarli katta n lar uchun (3) tengsizlikka kelimiz. Yuqorida keltirilgan natijalarni shartli bog'liq bo'lmagan tasodifiy miqdorlar uchun ham keltirish mumkin.[4].

Адабиётлар

1. И. И. Гихман, А.В. Скороход, М. И. Ядренко Теория вероятностей и математическая статистика, Изд-во “Вища школа” Киев 1988,-427 стр.
2. М. Лоев Теория вероятностей Изд-во, И, Л, Москва.1962, 719 стр.
3. В. В. Петров Суммы независимых случайных величин. –Москва. Наука, 1972, -414 стр.
4. Кучкаров Я. Х. Вероятностные распределения со значениями в прострaнствах измеримых функций. Ташкент. Фан, 1984, 176 стр.

Ilmiy rahbar: Xaliqulov I.B.