

УДК 532.546

### ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИИ В ДВУХЗОННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ ПРЕДЕЛЬНОГО СУФФОЗИОННОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Жаманкулова Ф.Э.

**Аннотация:** В работе исследован процесс фильтрации суспензии и переноса вещества в пористой среде, состоящей из двух зон с подвижной и неподвижной жидкостью. Поставленная задача решена методом конечных разностей и определены поля концентрации взвешенных частиц в жидкости в обеих зонах, концентрации осевшей массы, градиента давления в зоне с подвижной жидкостью

**Ключевые слова:** диффузия, фильтрация, перенос вещества, пористая среда, суспензия, кольматация, суффозия

Изучение процесса переноса неоднородных жидкостей в макроскопически неоднородной пористой среде имеет большое значение в различных областях техники и технологии. Процесс переноса веществ в двухзонной пористой среде с подвижной и неподвижной жидкостью впервые изучен в [1], далее в [2, 3].

В [4, 5] исследованы задачи кольматационно-суффозионной фильтрации неоднородных жидкостей в двумерной пористой среде. Система уравнений фильтрации суспензии в зоне с подвижной жидкостью состоит из конвективно-диффузионного уравнения с учетом явлений кольматации и суффозии, уравнения кинетики процесса кольматации и суффозии, предложенного в [6]. Для определения скорости фильтрации использован обобщенный закон Дарси. В [7] система уравнений кольматационно-суффозионной фильтрации в зоне с подвижной жидкостью, включающая обобщенное уравнение баланса вещества Ю.М. Шехтмана [8], кинетическое уравнение осаждения массы в порах, предложенное в [9], обобщенное уравнение фильтрации (закон Дарси) для неоднородных жидкостей, где коэффициент фильтрации зависит от степени заполнения пор. В зоне с неподвижной жидкостью принимается классическое диффузионное уравнение.

При решении задачи кольматационно-суффозионной фильтрации в двухзонной среде с точечным источником в [10] учтен предельный суффозионный градиента давления (ПСГД), который введен в [11].

Здесь исследуется задача фильтрации в двухзонной среде на основе обобщенного уравнения баланса вещества Ю.М.Шехтмана, уравнения кинетики, учитывающего ПСГД и обобщенного уравнения фильтрации в зоне с подвижной жидкостью. А в зоне с неподвижной жидкостью используется диффузионное уравнение.

Пусть область исследования задачи состоит из двух частей:  $R^+ \{0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq h\}$  и  $R^- \{0 \leq x < \infty, -\infty < y \leq 0\}$  (Рис.1). В области  $R^+$  жидкость подвижна, а в  $R^-$  – неподвижна. Первоначально области  $R^+$  и  $R^-$  заполнены жидкостью без частиц. В область  $R^+$  начиная с  $t > 0$  через границу  $x = 0, 0 \leq y \leq h$  поступает жидкость с концентрацией твердых частиц  $\delta_0 = \text{const}$ . Продольный и поперечный коэффициенты диффузии обозначим через  $D_1$  и  $D_2$ , соответственно.

Пусть жидкость движется в области  $R^+$  параллельно оси  $0x$  со скоростью фильтрации  $v_0 = \text{const}$ . Тогда коэффициент  $D_1$  нужно рассматривать как коэффициент гидродинамической дисперсии

$$D_1 = D_0 + \lambda \frac{v_0}{m}, \quad (1)$$

где  $D_0 = \text{const}$ ,  $\lambda = \text{const}$  – коэффициент рассеивания,  $v_0/m$  – физическая скорость движения жидкости.

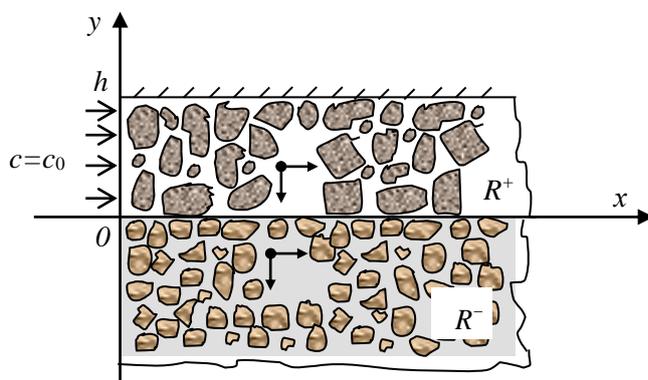


Рис.1. Схема кольматационно-суффозионного переноса вещества в двумерной области

Верхняя граница области  $R^+$  непроницаема для жидкости и частиц. В  $R^+$  по мере продвижения взвешенных частиц в глубь области происходит их осаждение (кольматация), частичный их срыв из захваченного (осажденного) состояния и дальнейший перенос в другие поры (суффозия). Процесс кольматационно-суффозионного переноса вещества в области  $R^+$  можно описать уравнениями

$$q(t) \frac{\partial \delta}{\partial x} = [m_0 \delta - m_0(1 - \varepsilon)] \frac{\partial \zeta}{\partial t} - m_0(1 - \zeta) \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( D_0 + \frac{\lambda v_0}{m} \right) \frac{\partial \delta}{\partial x} \right] + D_2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\omega_0}{1 + \gamma |\nabla p|} \delta - \omega_1 (|\nabla p| - |\nabla p_c|) \zeta & \text{если } |\nabla p| > |\nabla p_c|, \\ \frac{\omega_0}{1 + \gamma |\nabla p|} \delta & \text{если } |\nabla p| \leq |\nabla p_c|, \end{cases} \quad (3)$$

$$v_0 = K(m) (|\nabla p| - |\nabla p_0|), \quad K(m) = k_0 m = k_0 m_0 (1 - \zeta(1 - \varepsilon)), \quad (4)$$

где  $\zeta$  – насыщенность осевшими частицами в рыхлом теле;  $\delta$  – объемная концентрация твердого взвешенного вещества в движущейся смеси;  $m_0$ ,  $m$  – первоначальная и текущая пористости среды;  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  – параметры, характеризующие интенсивность кольматации и суффозии, соответственно;  $\nabla p$  – градиент давления;  $\nabla p_0$  – предельный градиент давления по потоку;  $|\nabla p_c|$  – модуль параметра ПСГД,  $q(t)$  – суммарный расход жидкой и твердой фаз через единичную площадь поперечного сечения пористой среды;  $\gamma$  – параметр, характеризующий интенсивность влияния  $\nabla p$  на кольматацию;  $v$  – скорость фильтрации,  $\varepsilon$  – пористость осевшей массы.

В области  $R^-$  происходит только диффузионный перенос вещества. Учитывая плохую проницаемость этой области предположим, что процесс переноса вещества происходит с некоторым эффективным коэффициентом диффузии  $D_3$ , отличающимся от молекулярного коэффициента диффузии  $D_0$ . Кроме того, в этой области поперечным коэффициентом диффузии, что характеризует перенос вещества в направлении  $x$ , пренебрегаем. Тогда процесс переноса вещества в  $R^-$  можно описать обычным уравнением диффузии

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = D_3 \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2}, \quad (x, y) \in R^-. \quad (5)$$

Через общую границу областей  $R^+$  и  $R^-$  происходит перенос массы вещества (частиц). В  $R^+$  когда  $x \rightarrow \infty$ , и в  $R^-$  когда  $y \rightarrow -\infty$  считаем, что потоки вещества отсутствуют. Это по сути дела означает, что рассматривается такой начальный этап распространения примеси по пласту, когда концентрационные профили еще не достигают границу  $x \rightarrow \infty$  в  $R^+$  и  $y \rightarrow -\infty$  в  $R^-$ . На общей границе областей  $R^+$  и  $R^-$ , т.е. на  $y = 0$ , потребуем непрерывность изменения концентрации и потока вещества. При сформулированных ограничениях начальные и граничные условия задачи имеют вид:

$$\delta = 0 \text{ в } R^+ \cup R^- \text{ при } t = 0, \quad (6)$$

$$\zeta = 0 \text{ в } R^+ \text{ при } t = 0, \quad (7)$$

$$\delta = \delta_0, \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq h, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = 0, \quad x = \infty, \quad 0 \leq y \leq h, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial y} = 0, \quad y = h, \quad 0 \leq x < \infty, \quad (10)$$

$$\delta|_{y=+0} = \delta|_{y=0}, \quad (11)$$

$$D_2 \frac{\partial \delta}{\partial y} \Big|_{y=+0} = D_3 \frac{\partial \delta}{\partial y} \Big|_{y=+0}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial y} = 0, \quad y = -\infty, \quad 0 \leq x < \infty. \quad (13)$$

В данной постановке концентрация вещества в  $R^+ \cup R^-$  является функцией  $\delta = \delta(t, x, y)$ .

Задача (2) - (13) решена методом конечных разностей [12]. Алгоритм численного решения задачи осуществляется как в [4, 5, 7, 10].

На рис.2 приведены поверхности  $\delta/\delta_0$ ,  $\zeta$ ,  $|\nabla p|$ . Из рис.2а видно, что на поле  $\delta/\delta_0$  влияние  $|\nabla p_c|$  не очень заметно. Это подтверждает ранее обнаруженный эффект [10], где слабое влияние  $|\nabla p_c|$  на  $\delta/\delta_0$  было объяснено диффузионным размытием поля концентрации. Как в случае  $|\nabla p_c| = 0$  [7], при увеличении эффектов суффозии и уменьшении кольматации зона продвижения профилей  $\delta/\delta_0$  заметно расширяется в направлении движения жидкости и переноса вещества в среде. Механизм такого явления объяснен в [7]. Градиенты концентрации, возникающие на  $y = 0$  приводят к образованию потока частиц из  $R^+$  в  $R^-$ .

На рис.2б показаны поверхности насыщенности осевшей массой. За счет переноса частиц через  $y = 0$  вблизи этой границы можно заметить уменьшение значений  $\zeta$  по сравнению с областями с относительно большим  $y$ . В отличие от результатов с  $|\nabla p_c| = 0$  [7], можно заметить существенное увеличение значений  $\zeta$ . Так, если при  $|\nabla p_c| = 0$  максимальное значение  $\zeta$  было равно  $\sim 0,0089$ , то в данном случае имеем 0,1216. В настоящем случае действие  $|\nabla p_c|$  проявляется еще и в виде резкого уменьшения  $\zeta$  на фронте возникновения суффозии. Поверхности текущих  $|\nabla p|$  показаны на рис.2в. Динамика  $|\nabla p|$  в целом похожа на динамику  $\zeta$ . Действие  $|\nabla p_c|$  отражается на резком изменении  $|\nabla p|$  при переходе суффозионного фронта. Сами значения  $|\nabla p|$  также значительно увеличиваются. Увеличение  $|\nabla p|$  при  $|\nabla p_c| \neq 0$  и тех же остальных параметрах, что при  $|\nabla p_c| = 0$ ,

показывает на рост фильтрационного сопротивления среды при учете ПСГД. Задержка появления суффозии в кинетическом уравнении, таким образом, приводит к существенному росту фильтрационного сопротивления среды.

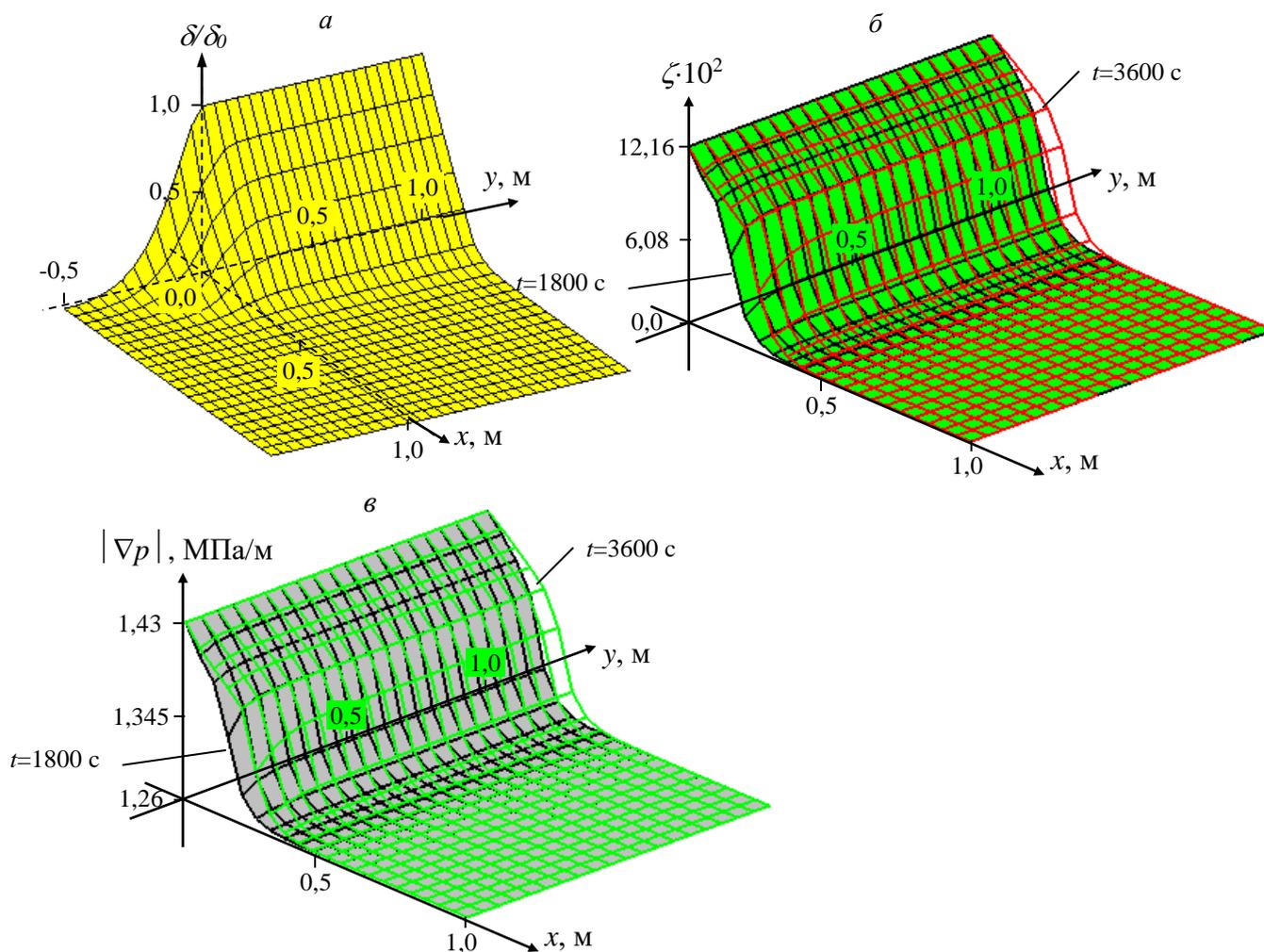


Рис. 2. Поверхности  $\delta/\delta_0$  при  $t=3600$  с (а),  $\zeta$  в  $R^+$  (б),  $\nabla p$  в  $R^+$  (в) при  $D_0=10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $D_2=10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с;  $D_3=5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $\omega_0=0,05$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_1=0,05$  м/(МПа·с);  $\delta_0=0,01$ ;  $|\nabla p_c|=1,35$  МПа/м.

### Литература

1. Coats K. H. and Smith B. D. Dead-end pore volume and dispersion in porous media // Soc. Pet. Eng. J. 1964. No. 4. Pp. 73 - 84.
2. Van Genuchten M. and Wierenga P. J. Mass transfer studies in sorbing porous media. 1. Analytical Solution // Soil Sci. Soc. Am. J. 1976. No. 40. Pp. 473 - 479.
3. Baker L. E. Effects of dispersion and dead-end pore volume in miscible flooding // Soc. Pet. Eng. J. 1977. No. 17. Pp. 219 - 227.
4. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М. Кольматационно-суффозионная фильтрация в пористой среде с подвижной и неподвижной жидкостями // Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80. № 1. С. 46 - 53.
5. Khuzhayorov B.Kh., Makhmudov J.M. Flow of Suspensions in 2D Porous Media with Mobile and Immobile Liquid Zones // Journal of Porous Media. 2010. Vol. 13. No. 5. P. 423 -437.

6. Хужаёров Б.Х. Влияние коагуляции и суффозии на фильтрацию суспензий // Инженерно-физический журнал, 1990. Т. 58. № 2. С. 244-250.
7. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Жаманкулова Ф.Э. Фильтрация суспензии в пористой среде с подвижной и неподвижной жидкостью // Узб.журнал “Проблемы механики”. 2013. № 2. С. 44-47.
8. Шехтман Ю.М. Фильтрация малоцентрированных суспензий. М.: Изд-во АН СССР, 1961. - 212 с.
9. Хужаёров Б.Х. Модель фильтрации суспензий с учётом коагуляции и суффозии // Инженерно-физический журнал, 1992. Т. 63. № 1. С. 72-79.
10. Махмудов Ж.М. Задача фильтрации суспензии и переноса вещества в двухзонной пористой среде с учетом предельного суффозионного градиента давления // Узб.журнал “Проблемы механики”. 2013. № 2. С. 23-27.
11. Хужаёров Б.Х. Модель фильтрации суспензий, учитывающая суффозию и коагуляцию // Математические модели и численные методы нелинейных колебаний. Тр. СамГУ. Самарканд, 1990. С. 78 - 81.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

**Xo'jayorov B.X., Maxmudov J.M.,  
Jamanqulova F.E.**

**IKKI ZONALI G'OVAK MUHITDA  
CHEGARAVIY SUFFOZION BOSIM  
GRADIYENTINI HISOBGA OLGANDA  
SUSPENZIYA SIZISHI MASALASI**

Maqolada harakatdagi va harakatsiz suyuqliklar bilan to'yingan qismlardan tashkil topgan g'ovak muhitda suspenziyaning sizishi va modda ko'chishi jarayoni tadqiq etilgan. Qo'yilgan masala chekli ayirmalar usuli bilan yechilib, ikkala zonadagi konsentrasiya, harakatdagi suyuqlik bilan to'yingan qismda g'ovaklarga cho'kkan modda konsentrasiyasi, bosim gradiyenti maydonlari aniqlandi.

**Kalit so'zlar:** diffuziya, sizish, modda ko'chishi, g'ovak muhit, suspenziya, kolmatasiya, suffoziya

**Khuzhayorov B.Kh., Makhmudov J.M.,  
Jamankulova F.E.**

**A SUSPENSION FILTRATION PROBLEM IN  
A TWO ZONES POROUS MEDIUM WITH  
LIMITING SUFFUSION PRESSURE  
GRADIENT**

In the paper a filtration of suspension and mass transport in a porous medium which consists of two zones with mobile and immobile liquids is considered. The problem is solved by using the finite difference method. Fields of concentration in both zones, concentration of deposited mass, pressure gradient in mobile liquid zone are determined.

**Key words:** diffusion, filtration, mass transport, porous media, suspension, colmatation, suffusion

УДК 532.546

**РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ ПРИ  
УПРУГОМ РЕЖИМЕ**

**Б.Х.Хужаёров, Э.Ч.Холияров, М.Т.Шодмонкулов**

**Аннотация:** В работе численно решена граничная обратная задача фильтрации жидкости в пористых средах при упругом режиме. Для решения задачи применены маршевые методы. Используются две регуляризирующие процедуры, позволяющие получить устойчивые решения. Показано, что с увеличением расстояния между точкой измерения «начальных данных» и границей области, возмущения начальных данных устойчивость решения ухудшается.

**Ключевые слова:** обратная задача, регуляризация, упругий режим, устойчивость решения, фильтрация жидкости

Методы решения граничных обратных задач для уравнений параболического типа хорошо исследованы в работах [1-4]. В [1,2] задачи решены прямыми численными методами, а в [3,4] использованы различные формы метода квазиобращения.

В данной работе решена граничная обратная задача упругого режима фильтрации жидкости с применением маршевых методов [2]. Теория упругого режима фильтрации жидкости сформулированы в работах [5,6].

Пористая среда считается однородным объектом  $[0, \infty)$ . На  $x = \infty$  граничные условия известны. В точке  $x = d$ ,  $d \in (0, \infty)$  заданы значения давления жидкости, т.е. «исходные данные» –  $f(t)$ . Известно также начальное распределение давления  $p(x,0) = p_0$ ,  $p_0 = \text{const}$ . Данная подстановка может быть интерпретирована как определение характерных параметров в нефтедобывающей скважине ДС (Рис. 1) на основе данных, полученных на наблюдательной скважине – НС. Задача сводится к определению поля давления в области  $(0, d)$  и ДС ( $x = 0$ ) на основе измерений давления в НС ( $x = d$ ).

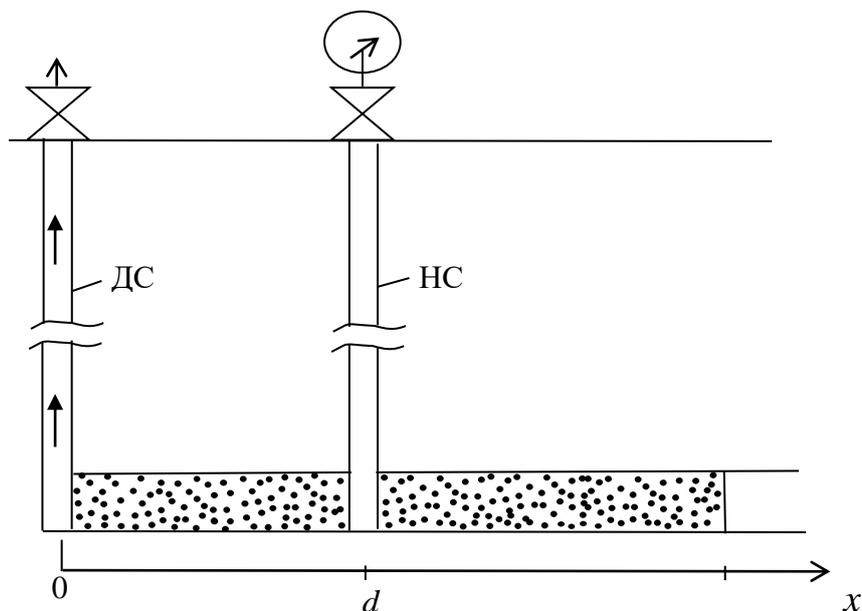


Рис. 1. Схема расположения добывающей и наблюдательной скважин (ДС, НС).

Таким образом обратная задача ставится следующим образом.

Дано уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad t \in (0, t_m], \quad 0 < x < \infty, \quad (1)$$

и дополнительные условия

$$p(x,0) = p_0, \quad (2)$$

$$p(d,t) = f(t), \quad t \in [0, t_m], \quad (3)$$

$$p(\infty,t) = p_0, \quad t \in [0, t_m], \quad (4)$$

где  $p$  – текущее давление, МПа,  $t$  – время,  $x$  – координата,  $\chi$  – коэффициент пьезопроводности,  $t_m$  – время, в течение которого исследуется процесс.

Требуется найти давление жидкости в ДС.

Для того, чтобы подготовить исходные данные для решения обратной задачи, т.е.  $f(t)$  в (3), сначала решим прямую задачу для (1) на  $[0, \infty)$ . При этом граничное условие имеет вид

$$w(0, t) = w_0 = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad w_0 = \text{const}, \quad t \in [0, t_m], \quad (5)$$

где  $w$  – скорость фильтрации,  $k$  – проницаемость пласта,  $\mu$  – вязкость жидкости.

Для решения прямой задачи (1), (2), (4), (5) применим метод конечных разностей [7]. В области  $D = D_1 \cup D_2 = \{0 \leq x \leq d, 0 \leq t \leq t_m\} \cup \{d \leq x < \infty, 0 \leq t \leq t_m\}$  вводим сетку  $w_{ht} = \{(x_i, t_j), x_i = ih, x_n = d, t_j = j\tau, h = L/I, \tau = t_m/J, i = 0, 1, \dots, n, n+1, \dots, I, j = 0, 1, \dots, J\}$ , где  $L$  – некоторая характерная длина пласта, которая принимается так, чтобы граница возмущенной зоны не доходила до  $x = L$ . Сеточную функцию давления, соответствующую точке  $(x_i, t_j)$ , обозначим через  $p_i^j$ .

Уравнение (1) на сетке  $w_{ht}$  аппроксимируется неявной конечноразностной схемой с точностью  $O(\tau + h^2)$ , что приводит к системе линейных уравнений

$$Ap_{i-1}^{j+1} - Cp_i^{j+1} + Bp_{i+1}^{j+1} = -p_i^j, \quad i = 1, 2, \dots, I-1, \quad (6)$$

где  $A = \frac{\chi\tau}{h^2}, \quad B = \frac{\chi\tau}{h^2}, \quad C = 1 + 2\frac{\chi\tau}{h^2}$ .

Аппроксимируем условия (2), (4), (5)

$$p_i^0 = p_0, \quad (7)$$

$$w_0 = -\frac{k}{\mu} \frac{p_1^{j+1} - p_0^{j+1}}{h}, \quad (8)$$

$$p_i^{j+1} = p_0, \quad (9)$$

Система (6) при (7) - (9) решена методом прогонки [7].

В качестве исходных данных для обратной задачи принимаются значения давления в точке  $d$ , т.е.  $f(t_j) = p_n^j$ . Чтобы оценить влияние ошибок в исходных данных на решение обратной задачи функцию  $f(t)$  «зашумляем» следующим образом

$$f^\delta(t) = f(t) + 2\delta \left( \sigma(t) - \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

где  $\delta$  – погрешность,  $\sigma(t)$  – равномерно распределенная случайная величина на отрезке  $[0, 1]$ .

Теперь решим прямую задачу (1), (3), (4) с  $f(t) = f^\delta(t)$ . Зная  $p_i^{j+1}$  в области  $D_2$ , можно продолжить решение в область  $D_1$ . Для этого можно применить разные маршевые методы продвижения по пространственной координате [2].

Для решения обратной задачи в области  $D_1$  в [8] использована чисто неявная разностная аппроксимация (Т – образный четырех-точечный шаблон, метод Де Суза) (Рис. 2). Тогда  $p_{i-1}^{j+1}$  можно определить используя уравнение (1)

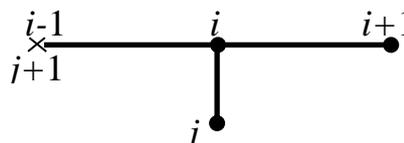


Рис.2. Шаблон схемы (11), ● – узлы сетки с известными значениями давления; × – узел с искомым значениям давления

$$p_{i-1}^{j+1} = \left( 2 + \frac{h^2}{\chi\tau} \right) p_i^{j+1} - p_{i+1}^{j+1} - \frac{h^2}{\chi\tau} p_i^j, \tag{11}$$

$$i = n, n-1, \dots, 1, \quad j = 1, 2, \dots, J.$$

Значения  $p_0^{j+1}$  дает нам искомое граничное условие.

В [9] используется перекрестная разностная схема

$$p_{i-1}^j = -\frac{h^2}{2\chi\tau_1} p_i^{j-1} + 2p_i^j + \frac{h^2}{2\chi\tau_1} p_i^{j+1} - p_{i+1}^j, \quad j = 1, 2, \dots, J. \tag{12}$$

Вычислительный шаблон для уравнений (12) показан на рис 3. Эта разностная схема для прямых задач всегда неустойчива, но для обратных задач может быть она пригодной [2]. Хотя схема (12) справедлива и при  $j = 1$ , в [9] предложена замена центральной по времени разностной производной на правую разностную. Тогда решение для  $p_{i-1}^1$  имеет вид

$$p_{i-1}^1 = \left( 2 - \frac{h^2}{\chi\tau} \right) p_i^1 - p_{i+1}^1 + \frac{h^2}{\chi\tau} p_i^2. \tag{13}$$

Уравнения (13) при  $j = J$  непринимимо. При  $j = J$  в [9] использован Г – шаблон (Рис. 3).

Тогда решение для  $p_{i-1}^J$  записывается в виде

$$p_{i-1}^J = \left( 2 + \frac{h^2}{\chi\tau_1} \right) p_i^J - \frac{h^2}{\chi\tau_1} p_i^{J-1} - p_{i+1}^J. \tag{14}$$

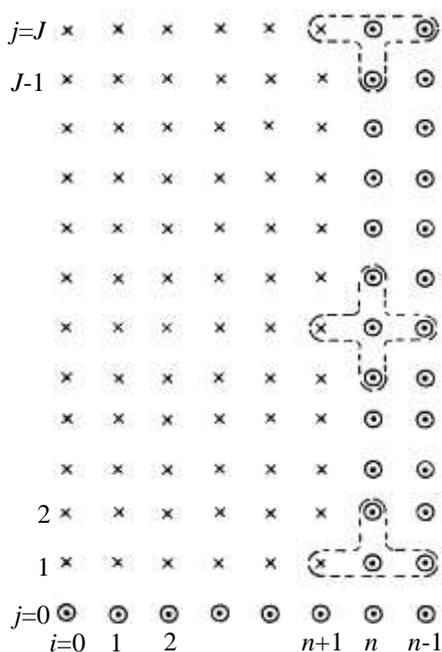


Рис. 3. Пространственно-временная сетка для (12)

В расчетах использованы следующие исходные данные:  $k = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ,  $\chi = 0,1 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $w_0 = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ ,  $p_0 = 25 \text{ МПа}$ ,  $\mu = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Результаты расчетов при различном уровне погрешностей в исходных данных показаны на рис. 4-6. При  $\delta = 0$  полученные кривые имеют относительно устойчивый характер (рис. 4а,б). С увеличением расстояния  $d$  в методе Де Суза возникает неустойчивость решения, но в методе Хензел-Хиллза и получено устойчивое решение (рис. 4 в). Здесь устранения неустойчивости применяем метод шаговой регуляризации, что дает условно устойчивое решение, где осцилляции решения значительно уменьшаются.

На рис. 5 представлены результаты решения задачи для возмущенных значений входных данных. Случайные возмущения исходных данных приводят к существенной неустойчивости решения при использовании метода Де Суза (рис. 5а), но метод Хензел-Хиллза даёт более устойчивое решение при одновременном использовании метода шаговой регуляризации и сглаживания исходных данных. Одновременное применение двух регуляризующих процедур позволяет получить относительно устойчивое решение обратной задачи. На рис. 6 представлено решение задачи

при увеличении возмущения исходных данных, применении шаговой регуляризации и сглаживания исходных данных. Из этих результатов видно, что использование метода Хензел-Хиллза предпочтительнее, чем метода Де Суза.

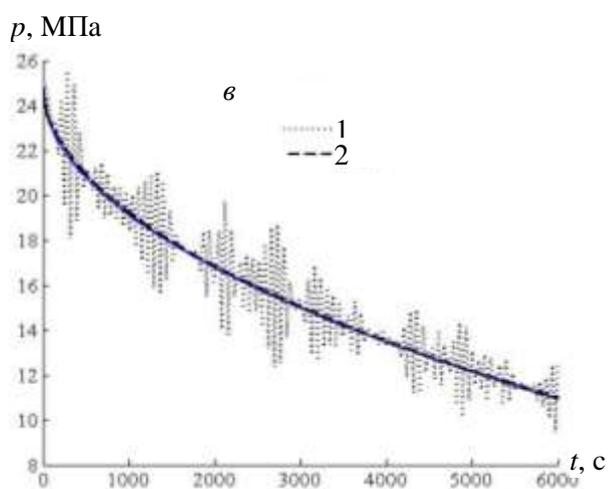
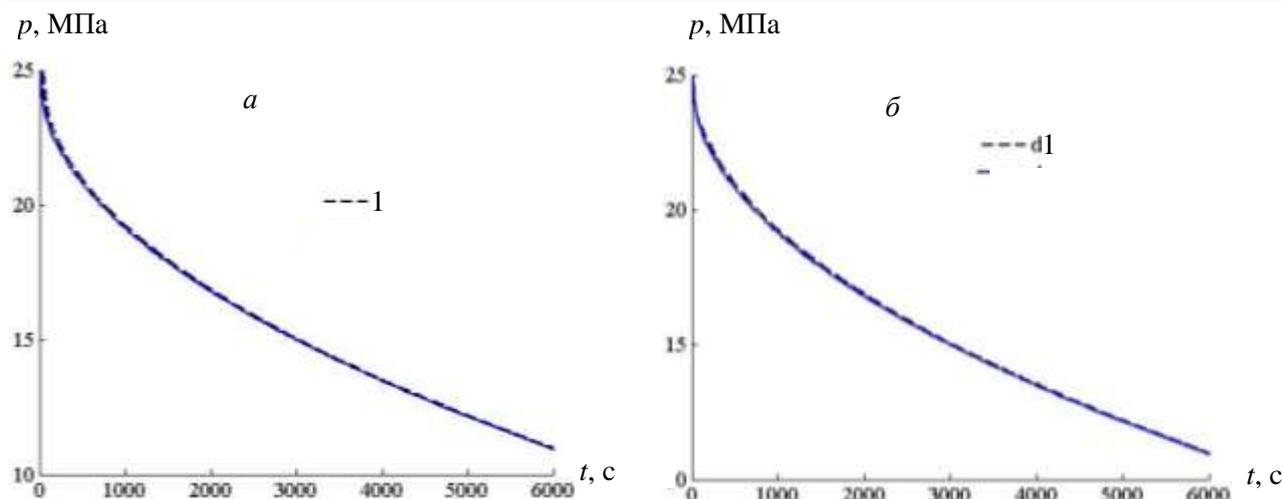


Рис. 4. Результаты решения обратной задачи для невозмущенных ( $\delta=0$ ) значений  $f(t)$  (при  $\delta=0$ ) (сплошная кривая – действительное решение): а) методом Де Суза,  $d=40$  м; б) методом Хензел-Хиллза,  $d=40$  м; в) методами Де Суза (1) и Хензел-Хиллза (2) при  $d=48$  м

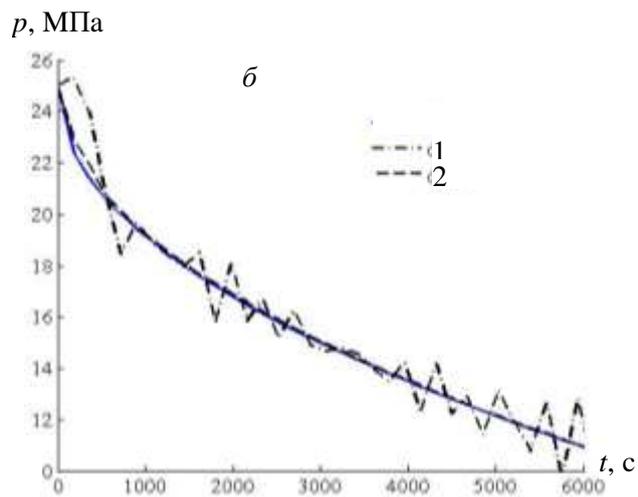
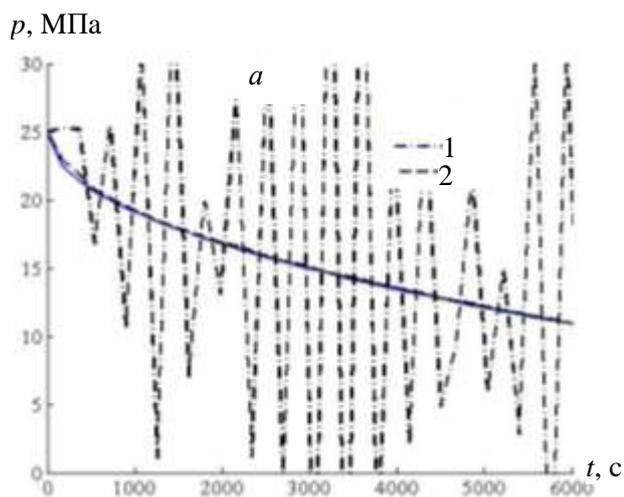


Рис. 5. Результаты решения обратной задачи для возмущенных значений  $f(t)$  при  $\tau_1=5\tau$ , при  $\delta=0,0001$  (сплошная кривая – действительное решение): а) негладкими исходными данными; б) сглаженными исходными данными; 1 – решение методом Де Суза, 2 – решение методом Хензел-Хиллза

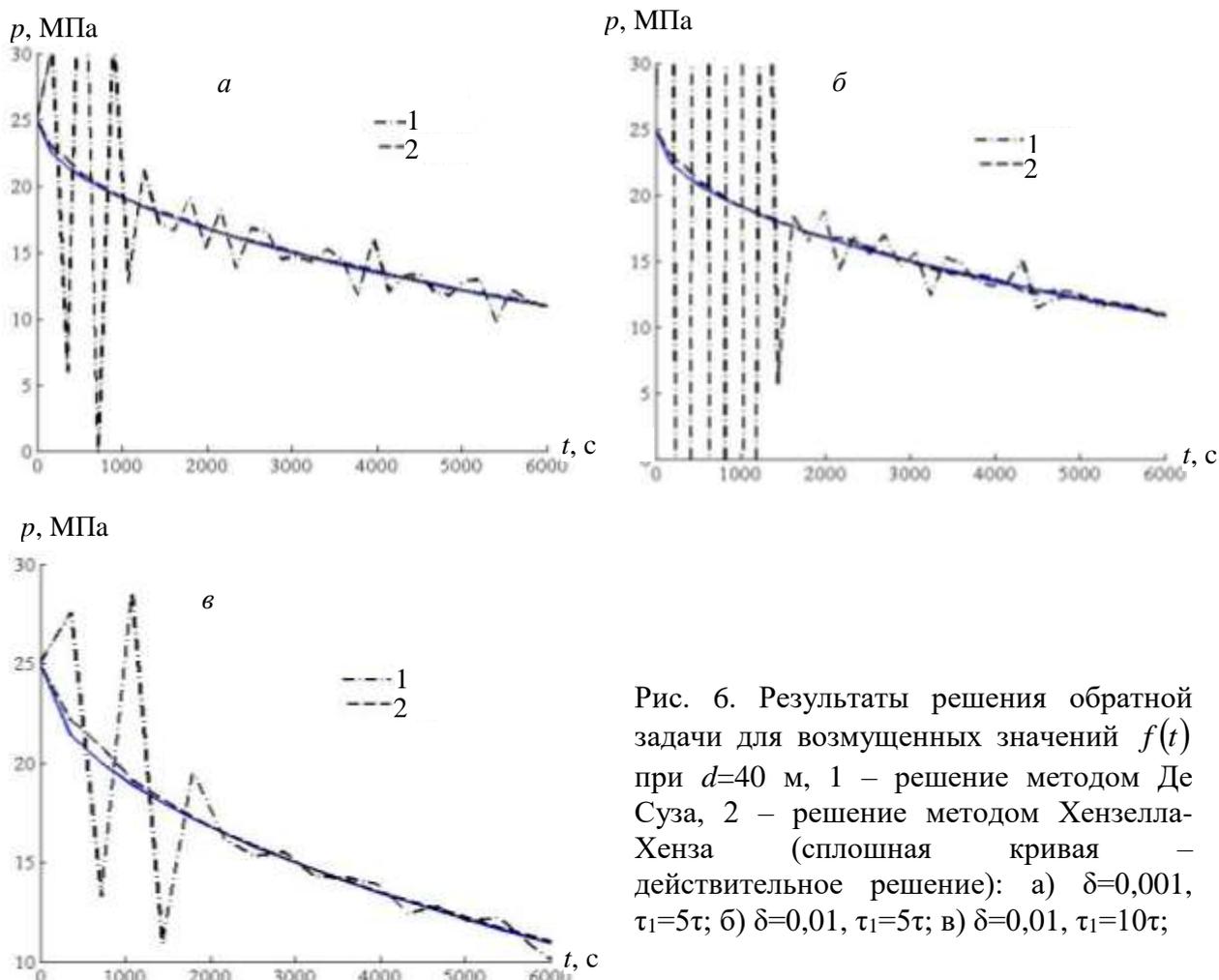


Рис. 6. Результаты решения обратной задачи для возмущенных значений  $f(t)$  при  $d=40$  м, 1 – решение методом Де Суза, 2 – решение методом Хензелла-Хенза (сплошная кривая – действительное решение): а)  $\delta=0,001$ ,  $\tau_1=5\tau$ ; б)  $\delta=0,01$ ,  $\tau_1=5\tau$ ; в)  $\delta=0,01$ ,  $\tau_1=10\tau$ ;

### Литература

1. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена.- М.: Машиностроение, 1988.-280 с.
2. Бек Дж., Блакуэлл Б., Сент-Клэр Ч. мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. – М.:Мир.-312 с.
3. Латгес Р., Лионс Ж. -Л. Метод квазиобращения и его приложения. –М.: Мир, 1970.-336 с.
4. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. –М.:ЛКИ, 2007. -480 с.
5. Щелкачев В.Н. Основные уравнение движения жидкости в упругой пористой среде// Докл. АН СССР. Т.52. №2. 1946. С. 103-106.
6. Щелкачев В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: Монография: В 2 ч. — М.: Нефть и газ, 1995.Ч. 1. – 586 с., Ч. 2. – 493 с.
7. Самарский А. А: Теория разностных схем. –М.: Наука, 1989.-616 с.
8. D` Souza, N., Numerical Solution of One – Dimen Sional Inverse Transient Heat Conduction by Finite Difference method, ASME Paper No. 75- WA|HT-81, presented at Winter annual Meeting, Houston, TX, Nov. 30-Dec. 4, 1975.
9. Hills, R. G. and Hensel, E. C., SMICC, the Space Marching Inverse Conduction Code, SAN 84-1563, Sandia National Laboratory, Albuquerque, NM, 1985.

**B.X.Xo‘jayorov, E.Ch.Xoliyarov,  
M.T.Shodmonqulov**  
**ELASTIK REJIMIDA SUYUQLIKLAR  
SIZISHINING CHEGARAVIY TESKARI  
MASALASINI YECHISH**

Maqolada g‘ovak muhitlarda elastik rejim uchun suyuqliklar sizishining chegaraviy teskari masalasi qaralgan. Teskari masalani yechish uchun marsh usullari qo‘llangan. Turg‘un yechim olish uchun ikkita regularizatsiyalovchi algoritm qo‘llangan. Soha chegarasiga nisbatan «boshlang‘ich ma‘lumotlarni» o‘lchash masofasi oshishi bilan va toyilishli boshlang‘ich ma‘lumotlarda yechim turg‘unligi kamayishi ko‘rsatilgan.

**Kalit so‘zlar:** elastik rejim, regularlashtirish, suyuqlik sizishi, teskari masala, yechim turg‘unligi

**B.Kh.Khuzhayorov, E.Ch.Kholiyarov,  
M.T.Shodmonkulov**  
**SOLVUTION OF AN BOUNDARY INVERSE  
PROBLEM AT ELASTIC REGIME OF  
FILTRATION**

In the paper an inverse boundary problem for elastic regime of liquid’s filtration in porous media is numerically solved. To solve the problem march methods are applied. To obtain stable solutions two regularization procedures are used. It is shown that with increasing of distance between the data test location and the boundary of the area, roughness of the «initial data» the stability of the solution decreases.

**Key words:** elastic regime, regularization, filtration of a liquid, inverse problem, stability of solution