

BIOLOGIK JARAYONNING KECHIKKAN ARGUMENTLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASIGA KELTIRILADIGAN AMALIY MASALASINI MATLAB DASTURI YORDAMIDA SONLI YECHISH

Nurmamatov M.Q., Abdurashidov A.A. (SamDU magistrantlari)

Kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasiga olib kelingan ikki biologik «yirtqich – o'lja» turning dinamik ko'payishi haqidagi amaliy masala MATLAB dasturida sonli yechildi. Turlarning ko'payish tezligi va ularning fazoviy portreti chizilgan. Ushbu hisob algoritmi va natijalari turdosh masalalarni yechish imkonini beradi.

In this paper presented the numerical solution of the applied problem dynamic generation two biological form "predator - victim" reducing to differential equation system with retarder arguments by MATLAB program. The algorithm and obtained results in this work could be used for solving related applied problems.

Kalit so'zlar: kechikkan argument; differensial tenglama; boshlang'ich shart; optimal boshqaruv; model; algoritim; MATLAB dastur; biologik jarayon.

Kirish. Ko'pgina tabiiy jarayonlar kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasini yechishga olib kelinadi. Bunday sistemaning oddiy sistemadan farqi shundaki, bunda funksiyaning hosilasi yechimning oldingi vaqt momentlaridagi qiymatlaridan ham bog'liqligida. Ba'zi tabiiy jarayonlarning matematik modelini qurish avvaldan ma'lum deb, quyidagi bir qator biologik turning dinamik ko'payishi haqidagi «yirtqich – o'lja» modellarini, ularga oid jarayonlarning berilgan boshlang'ich shartlardagi oddiy differensial tenglamalar sistemasi (Koshi masalasi)ning yechimini matematik paketlar yordamida taqribiy topamiz [1].

Masalaning qo'yilishi. «Yirtqich – o'lja» turi bo'yicha o'zaro bog'langan ikki turning maxsus ko'payishlar soni x va y . Bu ko'payishning vaqt bo'yicha o'zgarishi ushbu

$$\begin{cases} x'(t) = ax(t) + bx(t)y(t), \\ y'(t) = cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases} \quad (1)$$

differensial tenglamalar sistemasi (Lotka-Volter modeli) bilan ifodalanadi, bunda

t – vaqt;

ax – o'ljalarning ko'payish tezligi;

bxy – o'ljalarning yirtqichlar bilan to'qnash kelish chastotasi hisobga olingandagi qirilishi tezligi;

cy – yirtqichlarning qirilish tezligi;

dxy – o'ljalar mavjud bo'lganda yirtqichlarning ko'payish tezligi.

Masalani berilgan a, b, c, d parametrlarda va $t = 0$ dagi x_0, y_0 boshlang'ich shartlarda yeching. Turlarning ko'payishlari tebranishlari qaytarilishini hisobga olib, shu oraliq uchun yechimni aniqlang. Bularga mos $x(t)$ va $y(x)$ yechim funksiyalarining grafiklarini hamda ularning fazoviy portretlarini chizing.

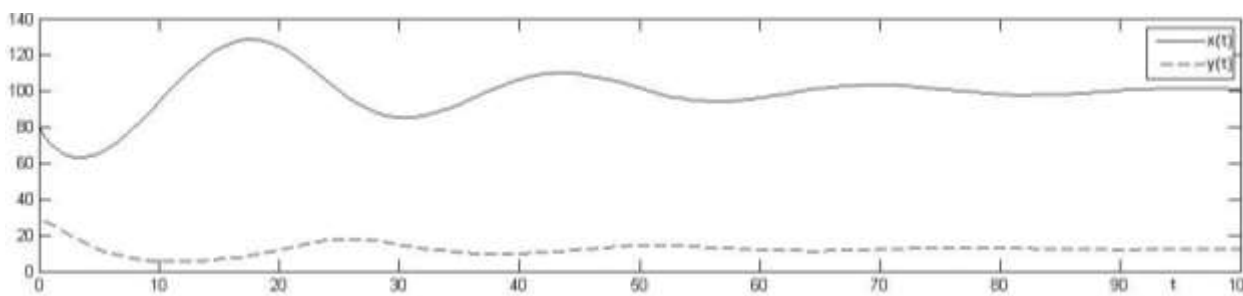
Xususiy hol. Xususan, ushbu

$$\begin{cases} x'(t) = ax(t)(1 - x(t)/m) + bx(t)y(t), \\ y'(t) = cy(t) + dx(t - \tau)y(t - \tau) \end{cases} \quad (2)$$

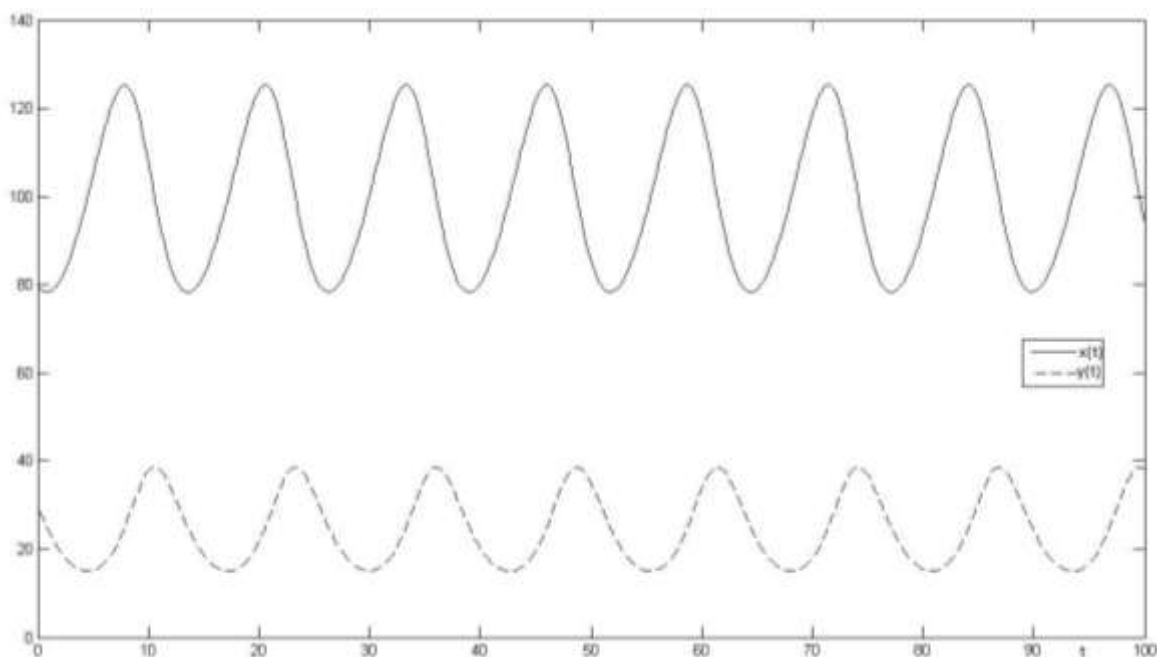
kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasi bilan berilgan modelning yechimini quyidagi boshlang'ich shartlarda toping: $x(0)=80$; $y(0)=30$, bunda parametrlarni $a=0.25$; $b=-0.01$; $c=-1.0$; $d=0.01$; $m=200$ deb oling.

Masalani MATLAB dasturida sonli yechish. MATLAB dasturning proseduralardan biri dde23 ushbu masalani sonli yechish imkonini beradi [1-3]. Bu proseduraning parametrlaridan biri isemty(z)=true (1) sistemani, aksinchasi esa (2) sistemani yechish imkonini beradi. Har ikkala masalaning $x(t)$ va $y(x)$ yechim funksiyalari grafiklari 1- va 2-rasmlarda tasvirlangan (bunda kechikkan argumentli oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun $\tau = 1$ deb olindi).

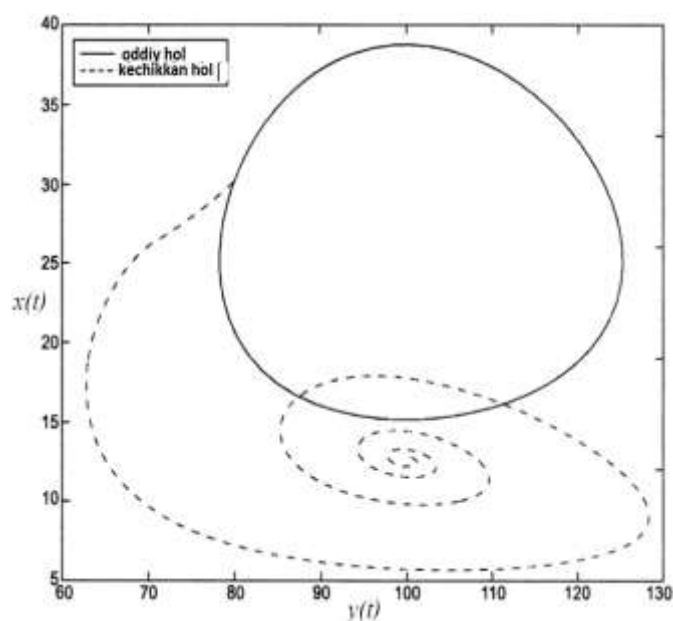
Oddiy differensial tenglamalar sistemasining fazoviy portreti sistemaning limitik sikliga mos keluvchi yopiq egri chiziqni, kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasiniki esa bu yechim xarakterining keskin o'zgarishiga olib keladi (3-rasm).



1-rasm. Kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasini (2) uchun $x(t)$ va $y(t)$ yechim funksiyalari grafiklari.



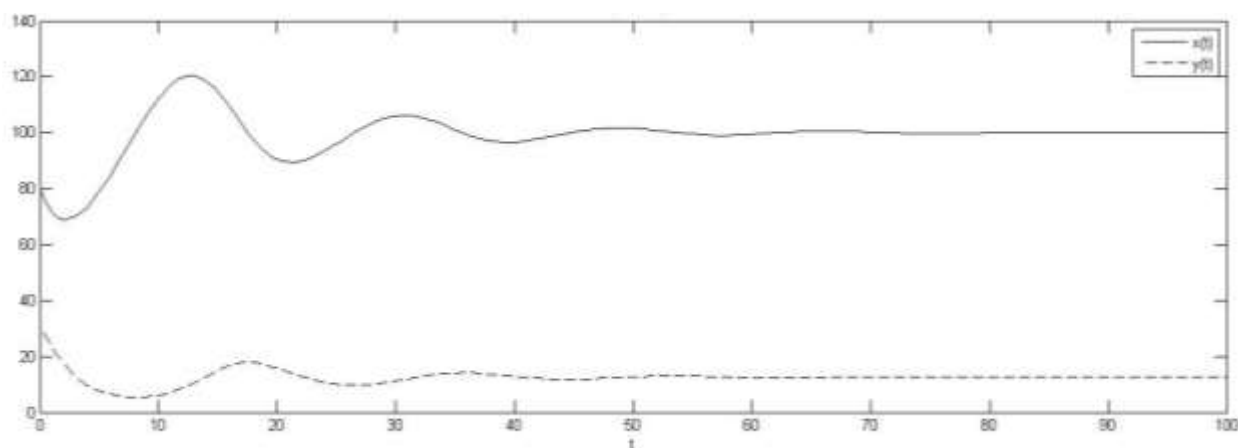
2-rasm. Oddiy differensial tenglamalar sistemasini (1) uchun $x(t)$ va $y(t)$ yechim funksiyalari grafiklari.



3-rasm. Oddiy differensial tenglamalar sistemasini (1) ning (uzluksiz chiziq) va kechikkan argumentli differensial tenglamalar sistemasini (2) ning (strixli chiziq) fazoviy portreti.

Bu hisoblashlarda τ parametrni har xil qilib olish (hatto juda kichik kechikuvchi argumentlarda ham) yakuniy natija xarakterining o'zgarishiga deyarli ta'sir qilmaydi. «O'lja»ning ko'payishi tezligini xarakter-

lovchi paramer $1-x(t)/m$ ni (2) sistemada hisobga olmaslik τ parametrning har xil qiymatlarida orbitaning o'zgarishiga olib keladi, (2) sistema uchun $\tau = 0$ da 4-rasmdagi natijaga kelimiz.



4-rasm. Oddiy differensial tenglamalar sistemasi ((2) da $\tau = 0$) uchun $x(t)$ va $y(t)$ yechim funksiyalari grafi-klari.

Xulosa. Shunday qilib, ko'payishi o'zaro ta'sir ostida bo'lgan ikki biologik «yirtqich – o'lja» turning dinamik ko'payishi haqidagi masalani ularning oziq-ovqat manbalari cheklangan va o'ljaning nochiziqli ko'payuvchi tur zichligi kam bo'lgan ichki kurashi sharoitida yechildi. Ushbu ishda keltirilgan algoritm, hisob dasturi va olingan natijalardan shu kabi turdosh (masalan, Bazikin modeli, Xolling-Tenner modeli va boshqa modellar asosida chiqarilgan) masalalarni yechishda samarali foydalanish mumkin [1].

Adabiyotlar

1. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 320 с.
2. Шампайн Л.Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: Учебное пособие./Пер с англ. М.А.Макарова. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 304 с. (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Matlab, Maple (Самоучитель).– М.: ИТ Пресс, 2006.– 496 с.

М.К.Нурмаматов, А.А.Абдурашидов ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ ЗАДАЧИ БИОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА, ПРОВОДЯЩЕЙСЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬ- НОМУ УРАВНЕНИЮ С ЗАПАЗДЫВАЮ- ЩИМИ АРГУМЕНТАМИ, С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ MATLAB

Прикладная задача динамического размножения двух биологических видов «хищник-жертва», приводящейся к системе дифференциальных уравнений с запаздывающими аргументами, решены с помощью программы MATLAB. Нарисованы графики размножения двух биологических видов и их фазовый портрет. Алгоритм и результаты данной работы позволяет решать родственных прикладных задач.

Ключевые слова: запаздывающий аргумент; дифференциальное уравнение; начальные условия; оптимальное управление; модель; алгоритм; MATLAB программа, биологический процесс.

М.К.Nurmamatov, A.A.Abdurashidov THE NUMERICAL SOLUTION BIOLOGICAL PROCESS PROBLEM REDUCING A DIFFER- ENTIAL EQUATION WITH RETARDER AR- GUMENT BY MATLAB PROGRAM

In this paper presented the numerical solution of the applied problem dynamic generation two biological form "predator - victim" reducing to differential equation system with retarder arguments by MATLAB program. Figure generation two biological form. The algorithm and obtained results in this work could be used for solving related applied problems.

Key words: retarder argument; differential equation; initial conditions; optimum control; model; algorithm; MATLAB program; biological process.