

4.Яхшибоев М.У., Газиев А., Яхшибоева Б.М. Связь односторонних шаровых потенциалов друг с другом помощью сингулярного оператора. «Замонавий ахборот-коммуникация технологиялари» илмий амалий конференция материллари. ТАТУ самарқанд филиали. Сасмарқанд-2014,30 апрел-2-май, 2 бет.

СВЯЗЬ ОДНОСТОРОННИХ ШАРОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ДРУГ С ДРУГОМ ПОМОЩЬЮ СИНГУЛЯРНОГО ОПЕРАТОРА

Яхшибоев М.У., Газиев А., Яхшибоева Б.М.

Самаркандский филиал Ташкентского Университета Информационных Технологий

Аннотация

Ушбу мақолада ишда радиал сингуляр оператор ёрдамида бир томонли шар потенциаллар бир-бири билан боғлиқлиги L_p фазода кўрсатилади.

Односторонние шаровые потенциалом, порядка α в шаровом слое $U(a, b)$, $0 \leq a \leq b \leq \infty$, определим равенством

$$(B_{a+}^{\alpha} \varphi)(x) = \gamma_{n,\alpha} \int_{a \leq |y| < |x|} \frac{(|x|^2 - |y|^2)^{\alpha}}{|x - y|^n} \varphi(y) dy, \quad |x| > a,$$

$$(B_{b-}^{\alpha} \varphi)(x) = \gamma_{n,\alpha} \int_{|x| < |y| < b} \frac{(|y|^2 - |x|^2)^{\alpha}}{|x - y|^n} \varphi(y) dy, \quad |x| < b,$$

где $\gamma_{n,\alpha} = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi^n} \Gamma(\alpha)}$. Обратные односторонним шаровым потенциалом порядка α ($0 < \alpha < 1$) и шаровом слое $U(a, b)$, $0 \leq a < b \leq \infty$, определим согласно равенством ([1], [2]):

$$(B_{a+}^{\alpha})^{-1} f = \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)(|x| - a^2)^{\alpha}} + \frac{2\alpha}{\Gamma(1-\alpha)\omega_{n-1}} \int_{a < |y| < |x|} \frac{\left(\frac{|x|}{|y|}\right)^{n-2} f(x) - f(y)}{(|x|^2 - |y|^2)^{\alpha} |x - y|^n} dy,$$

$$(B_{b-}^{\alpha})^{-1} f = \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)(|b|^2 - |x|^2)^{\alpha}} + \frac{2\alpha}{\Gamma(1-\alpha)\omega_{n-1}} \int_{|x| < |y| < b} \frac{f(x) - f(y)}{(|y|^2 - |x|^2)^{\alpha} |x - y|^n} dy.$$

Хороша известна связь между левосторонними и правосторонними дробными интегралами Римана – Лиувилля: интегралы первого типа выражаются через интегралы второго типа, и наоборот, с помощью сингулярных интегралов ([1], с 165 – 170).

В настоящей работе даётся распространение подобных связей на многотранный случай, т.е. устанавливается связь между односторонним шаровым потенциалом разных топов, с помощью сингулярных операторов, ядро которого является однородным степенным $-n$ и инвариантными относительно вращений.

Теорема. Пусть $0 < \alpha < 1, \varphi \in L_p(U(a,b), \omega^\lambda), 1 < p < \infty, \lambda < \frac{1}{p'}$

$\omega^\lambda = (|x|^2 - a^2)^\lambda$ для оператора B_{a+}^α , $\omega^\lambda = (b^2 - |x|^2)^\lambda$ для оператора B_{b-}^α . Тогда односторонним шаровым потенциалом $B_{a+}^\alpha, B_{b-}^\alpha$ и сингулярные операторы N_α^a, N_α^b связаны между собой соотношениями

$$B_{b-}^\alpha \varphi = \cos \alpha \pi \cdot B_{a+}^\alpha \varphi + \sin \alpha \pi \cdot B_{a+}^\alpha N_\alpha^a \varphi,$$

$$B_{a+}^\alpha \varphi = \cos \alpha \pi \cdot B_{b-}^\alpha \varphi - \sin \alpha \pi \cdot B_{b-}^\alpha N_\alpha^b \varphi,$$

где N_α^a, N_α^b - сингулярные операторы.

Литература

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: «Наука и техника», 1987, 688 с.
2. Самко С.Г., Яхшибоев М.У. Связи между односторонними шаровыми потенциалами через радиально сингулярные операторы. Ростов, 1992г. Деп. в ВИНТИ 16.01.92 № 172-В92.