О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Хайдаров А.Х,Элмуродов Р.Р

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

alisher_5869@rambler.ru

В данной статье приводятся доказательства о единственности решения одной обратной задачи для эллиптических уравнений.

Рассматривается линейный дифференциальный оператор

$$A = -\sum_{j,k=1}^{n} a^{jk}(x)\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{j=1}^{n} a^j(x)\frac{\partial}{\partial x_j} + a(x)$$

с коэффициентами a^{jk}, a^j $, a$ класса $C^{\lambda}(R^n)$ удовлетворяющий условию равномерной эллиптичности:

$$\sum_{j,k=1}^{n} a^{jk}(x)\xi_j\xi_k \ge \varepsilon_0|\xi|^2 \text{ для всех } \xi \in R^n \text{ и } x \in \Omega.$$

Пусть Ω' - область в R^{n-1} с границей $\partial\Omega'$ класса $C^{2+\lambda}$ и

$$\Omega = \{x = (x', x_n),\ x' \in \Omega',\ \gamma_1(x') < x_n < \gamma_0(x')\},$$

где γ_0, γ_1 -функции класса $C^{2+\lambda}(\overline{\Omega}')$, удовлетворяющие следующем условиям:

$$\gamma_1 < \gamma_0 \text{ на } \overline{\Omega}',\ \frac{\partial \gamma_\tau}{\partial x_j} = 0, \quad (\tau = 0, n) \text{ на } \partial\overline{\Omega}',\ j = 1, \ldots, n-1$$

Обозначим через Γ_0 часть $\partial\Omega$, являющуюся графиком γ_0.

Зафиксируем весовую функцию ρ класса, $C^{\lambda}(\Omega)$ такую, что

$$0 < \varepsilon_0 < \rho \text{ на } \Gamma_0,$$

Рассмотрим задачу об отыскании пары функций (u, q) удовлетворяющих следующим условиям:

$$\mathrm{Au} = \mathrm{pq} + \mathrm{f} \quad \text{на} \quad \Omega$$

$$\mathrm{u} = \mathrm{g} \text{ на } \partial\Omega, \quad \mathrm{u}_{x_n} = h \text{ на } \Gamma_0$$

Предположим, что коэффициенты a^{jn} при $j \le n-1$ удовлетворяют следующим условиям в угловых точках границы Ω'.

$$a^{jn}\left(x', \gamma_\tau(x')\right) = 0 \text{ на } \partial\Omega' \text{ для } \tau = 0, n$$

Теорема: Пусть весовая функция р удовлетворяет условиям:

$$\rho,\ \rho_{x_n} \in \left(\overline{\Omega}\right),\ \rho \ge 0,\ \ \rho \ge 0 \text{ на } \Omega$$

Если функции $\mathrm{u} \in \mathrm{C}^2(\Omega) \cap \mathrm{C}^1(\overline{\Omega})$, $\mathrm{q} \in \mathrm{C}(\overline{\Omega})$ являются решением следующем задачи

$$\mathrm{Au} = \mathrm{pq},\ \mathrm{q}_{x_n} = 0 \text{ на } \Omega,$$

$$\mathrm{u} = 0 \text{ на } \partial\Omega \ \ \mathrm{u}_{x_n} = 0 \text{ на } \Gamma_0 \text{ то } \mathrm{u} = 0 \text{ на } \Omega,\ \mathrm{q} = 0 \text{ на } \Omega'.$$

то доказательство проводится методом ортогональности П.С.Новикова.

Литература

1.Агмон С, Дуглис А., Ниренберг Л. Оценки решений эллиптических уравнений вблизи границы М: ИЛ. 1962.-205 с.

2.Бицадзе А.В. Об уравнениях смешанно-составного типа. В кн: Некоторые проблемы математики и механики (к 60-летию академика М.А. Лаврентьева) Новосибирск: Со АНСССР. 1961.-265с.

3.Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешено-составного типов. Ташкент: Фан 1979-238с.

4.Хайдаров А. Один класс обратных задач для эллиптических уравнений //Дифференциальные уравнения. 1987. Т-23. N7 C/1376-1383