О существовании собственных значений вне существенного спектра одной обобщенной модели Фридрихса

Латипов Шердор Мирзоевич Асадов Жасур Иннатович

Самаркандский государственный университет , Самарканд, Узбекистан

sherdorlatipov@mail.ru

В данной статье говорится о существовании собственных значений вне существенного спектра одной обобщенной модели Фридрихса

Пусть $\mathrm{H} = \mathrm{H}_0 \oplus \mathrm{H}_1$двухканальное гильбертово пространство, состоящее из одномерного гильбертова пространства$\mathrm{H}_0 = \mathrm{C}^1$(канал 1) и "ядерного" гильбертовапространства $\mathrm{H}_1 = \mathrm{L}^{2,\mathrm{e}}(\mathbb{T}^{\mathrm{d}})$чётных квадратично-интегрируемых функций на d- мерном $(\mathrm{d} \geq 1)$ торе $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ (канал 2).

Пусть E(k), $k = (k_1, \dots, k_d) \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}$- скалярный оператор, действующий в гильбертовом пространствеH_0 поформуле

$$\mathrm{E(k)f_0 = \varepsilon(k)f_0}, \quad \mathrm{f_0 \in H_0}$$

Где $\varepsilon(\mathrm{k}) = 4\sum_{i=1}^{d}(1+\cos\frac{k_i}{2})$

Оператор$\mathrm{H}_\mu(k), k \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}$,действуетвгильбертовом пространстве H_1по формуле

$$\mathrm{H}_\mu(k) = \varepsilon_k(q)f_1(q) + \mu\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} f_1(s)d\eta,$$

Где$\varepsilon_k(q) = 2\sum_{i=1}^{d}(1-\cos\frac{k_i}{2}\cos q_i), d\eta = d\eta(q)$ мераХаара, т.е.$d\eta = \frac{dq}{(2\pi)^d}$

Оператор$\mathrm{H}_\mu(k),\ k \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}, \gamma, \mu \in R$действует в гильбертовом пространствеHпо формуле

$$\mathrm{H}_{\gamma\mu}(k)\begin{pmatrix} f_0 \\ f_1(q)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(k)f_0 + C_\gamma^* f_1 \\ C_\gamma f_0 + (\mathrm{H}_\mu(k)f_1)(q)\end{pmatrix},$$

Где $C_\gamma^* f_1 = \gamma(f_1, 1)_{H_1}$ (соотв $C_\gamma f_0 = \gamma(f_0, 1)_{H_0}$) оператор рождения(соотв. уничтожения).

Для существенного спектра оператора $\mathrm{H}_{\gamma\mu}(k), k \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ верно равенство

$$\sigma_{ess}\left(\mathrm{H}_{\gamma\mu}(k)\right) = [\varepsilon_{min}(k), \varepsilon_{max}(k)],$$

Где

$$\varepsilon_{min}(k) = \min_{q \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}} \varepsilon_k(q) = 2\sum_{i=1}^{d}(1 - \cos\frac{k^{(i)}}{2}),$$

$$\varepsilon_{max}(k) = \max_{q \in \mathbb{T}^{\mathrm{d}}} \varepsilon_k(q) = 2\sum_{i=1}^{d}(1 + \cos\frac{k_i}{2}),$$

Теорема. *Предположим, чтоd=1,2и*$\gamma \in R,\ \mu \geq 0$

а)Пусть$\gamma \neq 0$ *и* $k \in \mathbb{T}^d$ *.Тогда оператор*$H_{\gamma\mu}(k)$*имеет два*

собственных значений $E_{\gamma\mu}^{(1)}(k)$*и*$E_{\gamma\mu}^{(2)}(k)$*вне существенного спектра. При этом эти собственные значения удовлетворяют следующим условиям:*

$$E_{\gamma\mu}^{(1)}(k) < \varepsilon_{min}(k) \leq \varepsilon_{max}(k) < \ \varepsilon(k) < E_{\gamma\mu}^{(2)}(k).$$

б)Пусть$\gamma \in R,\ \mu \geq 0$ и $k \in \mathbb{T}^d$ *.Тогда оператор*$H_{\gamma\mu}(k)$ *имеетсобственного значения на интервале*$[\ \varepsilon_{max}(k), \varepsilon(k))$

в)Пусть$\gamma = 0, \mu > 0$ и$k \in \mathbb{T}^d$ *Тогда оператор* $H_{\gamma\mu}(k)$ *имеет два собственных значений* $E_{\gamma\mu}^{(1)}(k)$ и $E_{\gamma\mu}^{(2)}(k) = \varepsilon(k)$ *вне существенного спектра. При этом эти собственные значенияудовлетворяют следующим условиям:*

$$E_{\gamma\mu}^{(1)}(k) < \varepsilon_{min}(k) \leq \varepsilon_{max}(k) < \ \varepsilon(k) = E_{\gamma\mu}^{(2)}(k).$$

Литература

1.A. К .Motovilov,W.Sandhas, V.B.Belyaev.Perturbation of a lattice spectral band by a nearby resonance, Journal of a Mathematical Physics, V.42, №6, 2490-2506

2.С.Н.Лакаев, Ш.М.Латипов. О существование и аналитичности

Собственных значений двухканальной молекулярно-резонансной модели,

ТМФ 169(2011) №3 стр. 1657-1666.

3. Рид М, Саймон Б. Методы современнойматематической физики. Т.IV: Анализ операторов. М. Мир, 1982.