

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ СУСПЕНЗИЙ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЯ «СТАРЕНИЯ»

Файзиев Б.М., Рустамов Ш.

*Самаркандский государственный университет, Узбекистан,
e-mail: fayziyevbm@mail.ru*

In the paper considered model of filtration of suspension in porous media. The dynamic factors in the washable part and “oldening” phenomena in the non-washable part are taken into account. The problem is numerically solved. The influences of these factors on filtration characteristics are analyzed.

В работе рассматриваются задачи фильтрации суспензии в пористой среде с учетом осаждения твердых частиц суспензии в поровом объеме и их освобождения. Для этого используем известную модель Е.В.Веницианова [1] и их модификации, предлагаемые здесь. В [1] после этапа «зарядки» фильтра начинается основной рабочий этап, где происходит как осаждение, так и отрыв ранее осажденных частиц с одновременным «старением» (уплотнением) осадка в неподвижной (пассивной) зоне.

Эффект «старения» завершается скачкообразно при достижении концентрации осадка до предельных значений, что не совсем физически корректно. Здесь предложено обобщение модели, устраняющее такое скачкообразное изменение в кинетике осадкообразования в пассивной зоне. На основе решения задач с использованием известной [1] и предлагаемой здесь моделей оценены характерные отличия решения.

Система уравнений фильтрования суспензий с заданным скоростным режимом, состоит из уравнения баланса и кинетики, которая в одномерном случае представляется в виде [1,2]

$$\begin{cases} m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \beta_a \left(c - \frac{\rho_a}{\rho_{a0}} c_0 \right), \\ \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = \beta_n(\rho_n) c, \end{cases} \quad (1)$$

где c – концентрация суспензии ($\text{м}^3/\text{м}^3$), v – скорость фильтрации ($\text{м}/\text{с}$), m_0 – пористость среды, ρ_a – концентрация осадка в активной зоне ($\text{м}^3/\text{м}^3$), ρ_n – концентрация осадка в пассивной зоне ($\text{м}^3/\text{м}^3$), ρ_{a0} – емкость активной зоне, β_a – коэффициент, характеризующий кинетику в активной зоне ($1/\text{с}$), β_n – коэффициент ($1/\text{с}$), связанный с эффектом уплотнения (старения) осадка и $\beta_n = \alpha(\rho_n)\beta_{n0}$, в [1,2] предложено

$$\alpha(\rho_n) = \begin{cases} 1 & \text{для} & \rho_n \leq \rho_{n1}, \\ \rho_{n1} / \rho_n & \text{для} & \rho_{n1} < \rho_n < \rho_{n0}, \\ 0 & \text{для} & \rho_n = \rho_{n0}, \end{cases} \quad (2)$$

где ρ_{n0} – емкость пассивной зоне, ρ_{n1} – значение ρ_n , при котором начинается «старения».

Из (2) видно, что начиная с $\rho_n = \rho_{n0}$ происходит мгновенное прекращение осадкообразования в пассивной зоне. Это, в общем, противоречий физической картине процесса. Поэтому есть необходимость изменения кинетики осадкообразования для того, чтобы сохранить непрерывность в его динамике. С этой целью предлагается следующий выбор коэффициента $\alpha(\rho_n)$:

$$\alpha(\rho_n) = \begin{cases} 1 & \text{для } \rho_n \leq \rho_{n1}, \\ f(\rho_n) & \text{для } \rho_{n1} \leq \rho_n \leq \rho_{n0}, \\ 0 & \text{для } \rho_n > \rho_{n0}, \end{cases} \quad (3)$$

где $f(\rho_n)$ функция, монотонно убывающая, характеризующая эффект «старения».

Эту функцию выбираем следующим образом:

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_n}, \quad (4)$$

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0} - \rho_{n1}} \left(\frac{\rho_{n0}}{\rho_n} - 1 \right), \quad (5)$$

$$f(\rho_n) = \frac{\exp(-\lambda\rho_n) - \exp(-\lambda\rho_{n0})}{\exp(-\lambda\rho_{n1}) - \exp(-\lambda\rho_{n0})}, \quad (6)$$

где $\lambda = \text{const}$ характеризует интенсивность «старения». В вышеуказанных выражениях $f(\rho_n)$ (4) соответствует случаю [1], а (5), (6) предлагаются здесь.

Систему уравнений (1) решаем при следующих начальных и граничных условиях

$$c(x,0) = 0, \quad \rho_a(x,0) = \rho_n(x,0) = 0, \quad c(0,t) = c_0 = \text{const}. \quad (7)$$

Для решения задачи (1) – (7) применим метод конечных разностей [3].

В качестве исходных параметров примем следующие числовые величины: $c_0 = 0,05 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $m_0 = 0,3$, $v_0 = 10^{-4} \text{ м/с}$, $\rho_0 = 0,1 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\rho_{n0} = 0,09 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\rho_{a0} = 0,01 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\beta_a = 0,001 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 1 приведены результаты расчетов для зависимости (5), а на рис. 2 сопоставительные графики, соответствующие различным ρ_{n1} . Из представленных графиков видно, что увеличение значений ρ_{n1} приводит к значительному увеличению ρ_n до определенных x . При этом возможна ситуация, когда значения ρ_n с определенных x может быть меньшими для больших значений ρ_{n1} . Такая ситуация характерна для начальных этапов фильтрации, когда ρ_n достигает ρ_{n0} и фронт ρ_n продвигается в глубь пласта. С определенных моментов далее эти явления исчезают. Такие же характерные особенности можно наблюдать и в профилях c/c_0 , ρ_a .

Сравнительные графики c/c_0 , ρ_a , ρ_n для двух зависимостей – (4), (5) приведены на рис. 3. Как видно из представленных данных для зависимости (5) характерно сглаживание профилей. При малых x для всего диапазона рассмотренных времен характерно отставание профилей ρ_n для (5) от соответствующих для (4). Это соответствующим образом отражается и на графиках c/c_0 , ρ_a .

Анализировалась динамика ρ_n в отдельно взятых точках (рис. 4) для различных ρ_{n1} . Как видно из рисунка, снижение порового значения начала старения приводит к замедлению в динамике ρ_n .

С достижением ρ_{n1} происходит изменение режима осаждения частиц в пассивной зоне. Это изменение режима в пористой среде образует фронт и продвигается во внутрь области фильтрования. Положение такого фронта для некоторых значений ρ_{n1} показано на рис. 5. Можно заметить более заметное прогрессирующее этого фронта при относительно малых ρ_{n1} .

Таким образом можно сделать такое заключение, что переход на непрерывный коэффициент $\lambda(\rho_n)$ приводит к сглаживанию решений. Это особо заметно для значений ρ_n , близких ρ_{n1} .

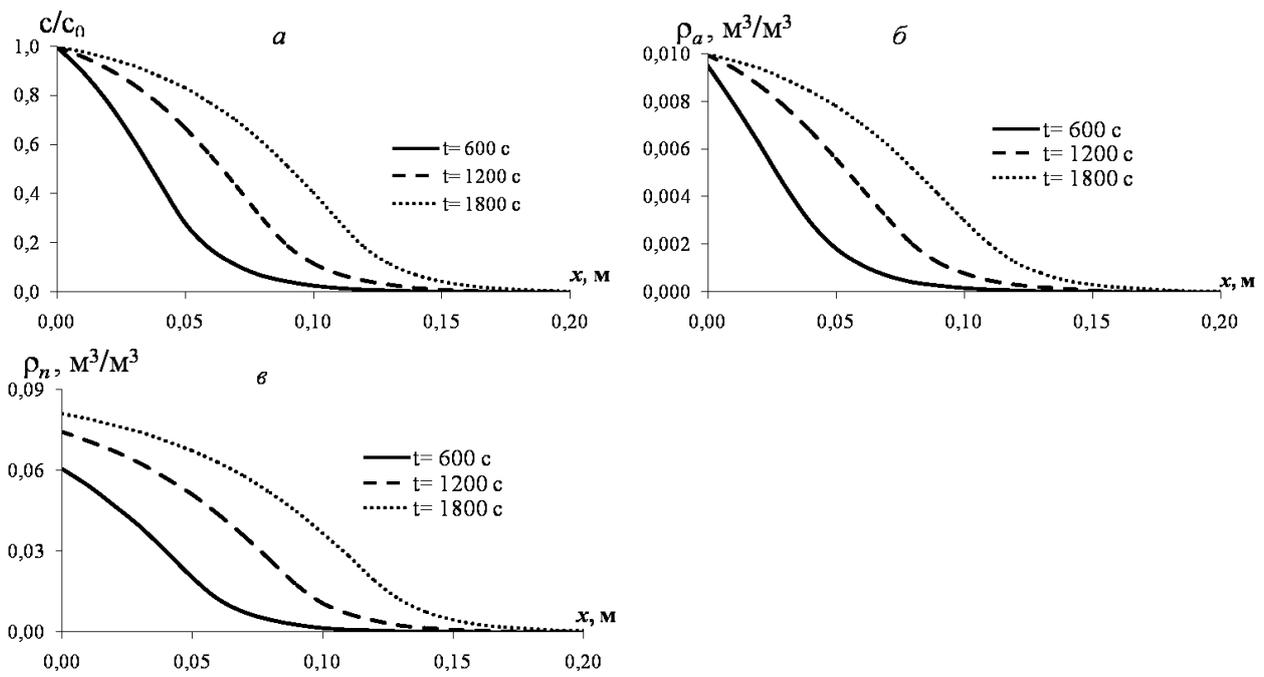


Рис 1. Профили изменения c/c_0 (а), ρ_a (б), ρ_n (в), при $\rho_{n1} = 0,02 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\beta_{n0} = 0,005 \text{ с}^{-1}$.

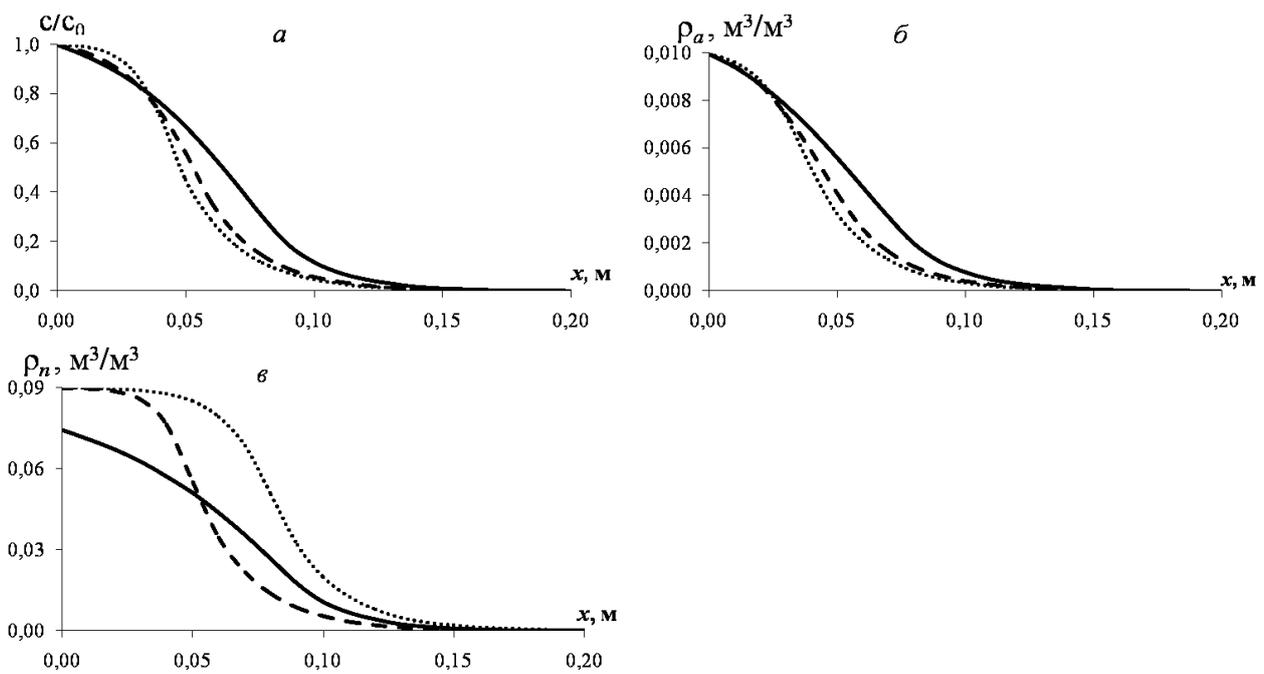


Рис 2. Профили изменения c/c_0 (а), ρ_a (б), ρ_n (в), при $t = 1200 \text{ с}$, $\beta_{n0} = 0,005 \text{ с}^{-1}$
 (— $\rho_{n1} = 0,02 \text{ м}^3/\text{м}^3$, --- $\rho_{n1} = 0,04 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\rho_{n1} = 0,06 \text{ м}^3/\text{м}^3$).

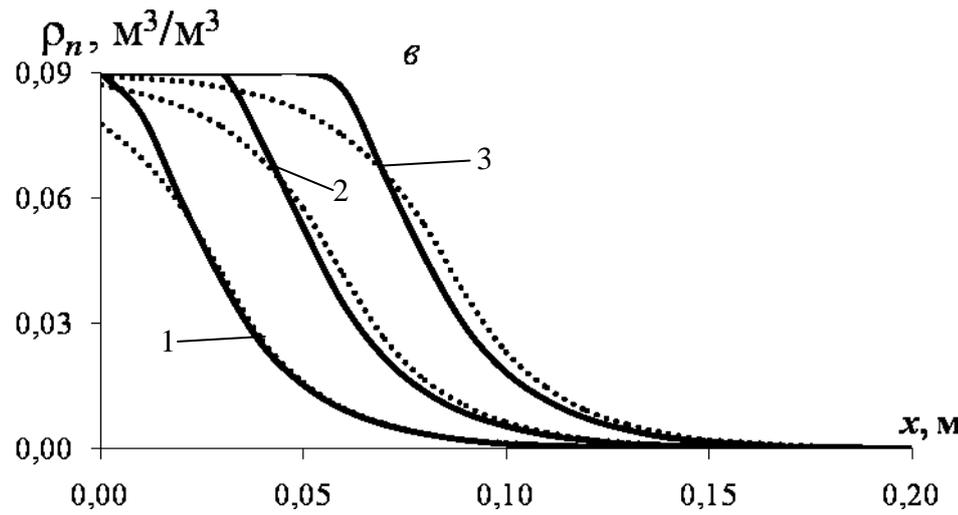
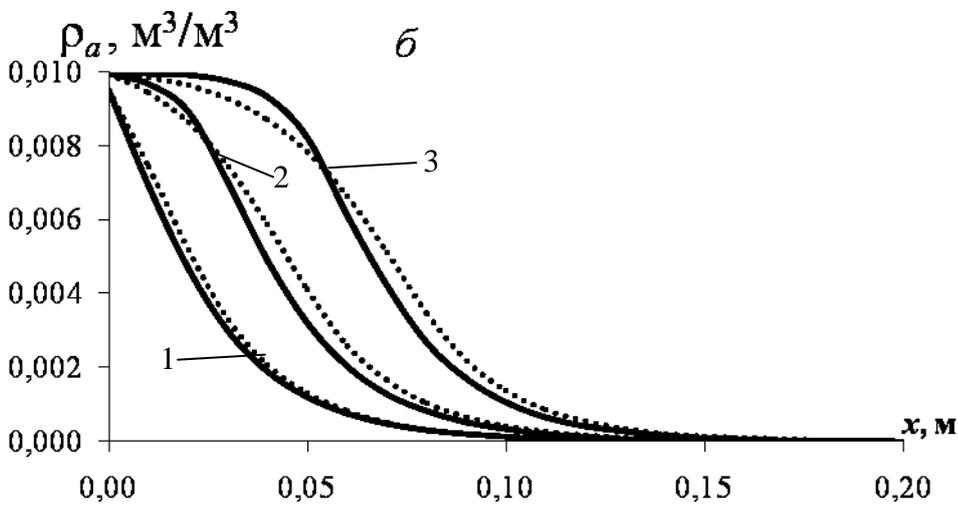
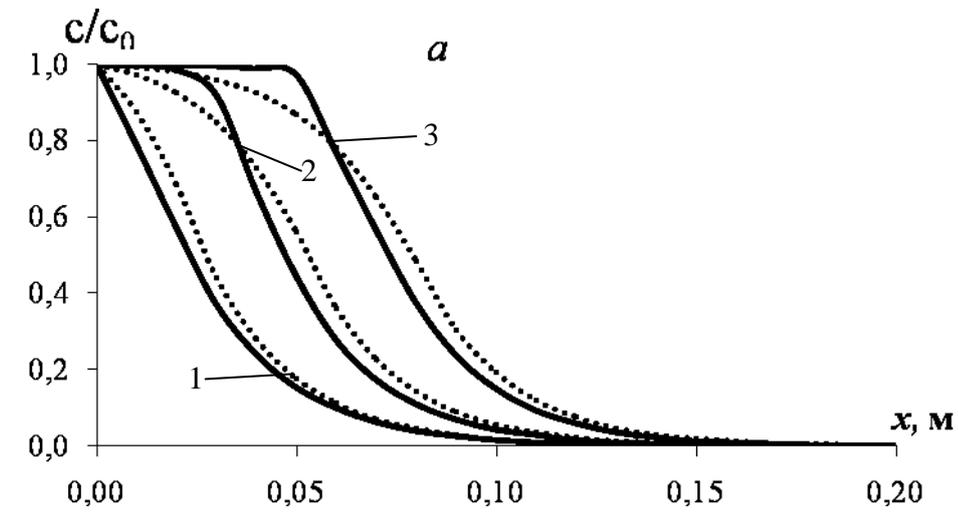


Рис 3. Профили изменения c/c_0 (а), ρ_a (б), ρ_n (в), при $\rho_{n1} = 0,04 \text{ м}^3/\text{м}^3$, $\beta_{n0} = 0,005 \text{ с}^{-1}$
 (— для (4), для (6)), 1- $t = 900 \text{ с}$, 2- $t = 1200 \text{ с}$, 3- $t = 1800 \text{ с}$.

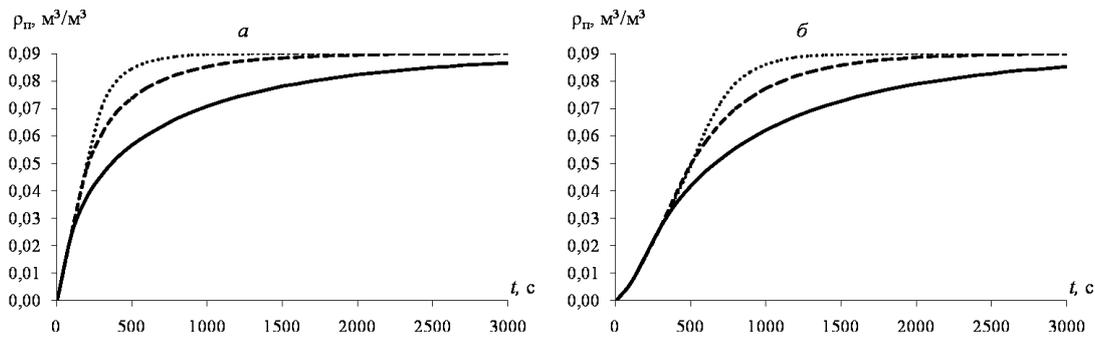


Рис 4. Профили изменения $\rho_{п}$ по времени в фиксированных точках (а) - $x = 0$ м, (б) - $x = 0,02$ м, (— $\rho_{п1} = 0,02$ м³/м³, - - - $\rho_{п1} = 0,04$ м³/м³, $\rho_{п1} = 0,06$ м³/м³).

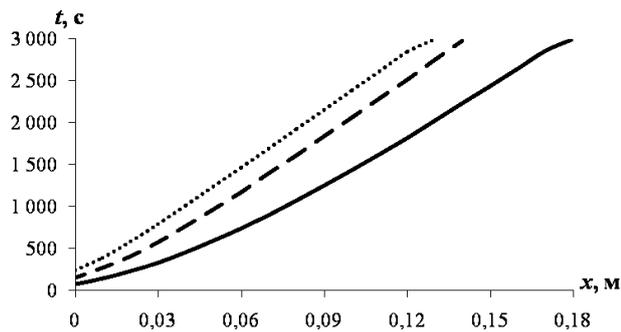


Рис 5. Время начала «старения», т.е. время равнения $\rho_{п}$ на $\rho_{п1}$ по координате при различных $\rho_{п1}$ (— $\rho_{п1} = 0,02$ м³/м³, - - - $\rho_{п1} = 0,04$ м³/м³, $\rho_{п1} = 0,06$ м³/м³).

Литература

1. Веницианов Е.В., Рубинштейн Р.Н. Динамика сорбции из жидких сред. – М.: Наука, 1983. – 237 с.
2. Веницианов Е.В., Сенявин М.М. Методы количественного описания и расчета фильтрационного осветления суспензий // Теорет. основы хим. технологии, 1980, 14, № 3, с. 405-417.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.