

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

**SAQLANISH QONUNLARI VA FAZO – VAQT HOSSALARI
FANIDAN**

MA'RUZALAR MATNI

Hojiyeva S

NAVOIY-2014

1-mavzu. Saqlanish qonunlari va fazo – vaqt hossalari.(2 soat)

1.1. Ma’ruza mashg’ulotining o’qitish texnologiyasi

Vaqt – 2 soat	Talabalar soni: 70-75 nafar
O’quv mashg’ulotining shakli	Kirish, vizual ma’ruza
Ma’ruza mashg’ulotining rejasi	1) Energiyaning saqlanish qonuni. 2) Impulsning saqlanish qonuni. 3) Impuls momentining saqlanish qonuni.
<i>O’quv mashg’ulotining maqsadi:</i> Talabalarga Mexanik ish, quvvat va ularning birliklari, Konservativ hamda nokonservativ kuchlar haqida, Kinetik va potensial energiyalar, Energiyaning saqlanish qonuni to’g’risida mukammal bilim berishdir.	
<i>Pedagogik vazifalar:</i> -Mexanik ish va uning birligi haqida bilim berish. -Konservativ va nokonservativ kuchlar to’g’risida tushuncha berish. -Quvvat va uning birligi bilan tangishtirish. -Kinetik va potensial energiyalar haqida ma’lumot berish. -Energiyaning saqlanish qonuni haqidagi tasovvurlarini kengaytirish.	<i>O’quv faoliyatining natijalari:</i> Talaba: -Mexanik ish va uning birligi haqida bilim olish. -Konservativ va nokonservativ kuchlar to’g’risida tushunchaga ega bo’lish. – Ichki energiya nimadan iborat bo’lishini anglashi. – <i>Karno</i> siklini mohiyatini tushunishi. -Quvvat va uning birligi bilan chuqurroq tanishish. – Kinetik va potensial energiyalar haqida yetarli malumot olish. –Energiyaning saqlanish qonuni haqidagi tasovvurlarini yanada kengaytirish. – Fazo xossalariidan kelib chiqqan holda impulsni saqlanish qonunini ko’rsatish. – Vaqt birjinslilik hossasidan energiyaning saqlanishishi ko’rsatish.
O’qitish uslubi va texnikasi	Vizual ma’ruza, blits-so’rov, bayon qilish, “FSMU” , klaster,insert, “Qanday” texnikasi

O'qitish vositalari	Ma'ruzalar matni, proyektor, lar, grafik, organayzerlar.
O'qitish shakli	Jamoa, guruh va juftlikda ishlash.
O'qitish shart-sharoiti	Proyektor, kompyuter bilan jihozlangan auditoriya

1.2.Ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Bosqichlar, vaqti	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchi	talaba
1-bosqich. Kirish (10 min).	1.1.Mavzu, reja, uning maqsadi va o'quv faoliyatining natijalari ma'lum qilinadi (1-ilova).	1.1. Eshitadi, yozib oladi.
2-bosqich. Asosiy (60 min.)	2.1. Talabalar e'tiborini jalb etish va bilim darajalarini aniqlash uchun tez kor savol-javob o'tkazadi (2 -ilova) 2.2. O'qituvchi vizual materiallardan foydalangan holda ma'ruzani bayon etadi(3-,4-,5--ilovalar) 2.3. Talabalarga mavzuning asosiy tushunchalariga e'tibor qilishni va yozib olishlarini ta'kidlaydi.	2.1 Eshitadi. O'ylaydi, javob beradi. Javob beradi va to'g'ri javobni eshitadi 2.2.Ilovada berilgan ma'lumotlarni asosiy joylarini yozib oladilar. 2.3.E'tibor qaratadi, yozib oladi.
3-bosqich. YAkuniy (10 min.)	3.1. Mavzuga yakun yasaydi va talabalar e'tiborini asosiy masalalarga qaratadi. 3.2.Mustaqil ish uchun Ish,quvvat va energiyaning boshqa turlari haqida ma'lumotlar yig'ib kelish vazifa qilib beradi, baholaydi.(5-ilova)	3.1. Eshitadi, aniqlashtiradi. 3.2.Topshiriqni yozib oladi, baholar bilan tanishadi.

Vizual materiallar

1-ilova.

Mavzu: Saqlanish qonunlari va fazo – vaqt hossalari.

Reja:

- 1) Energiyaning saqlanish qonuni.
- 2) Impulsning saqlanish qonuni.
- 3) Impuls momentining saqlanish qonuni.

Darsning maqsadi: Talabalarga Mexanik ish, quvvat va ularning birliklari, Konservativ hamda nokonservativ kuchlar haqida, Kinetik va potensial energiyalar, Energiyaning saqlanish qonuni to'g'risida mukammal nazariy bilim.

O'quv faoliyatining natijalari:

- Konservativ va nokonservativ kuchlar to'g'risida tushunchaga ega bo'lish.
- Quvvat va uning birligi bilan chuqurroq tanishish.
- Kinetik va potensial energiyalar haqida yetarli malumot olish.
- Energiyaning saqlanish qonuni haqidagi tasovvurlarini yanada kengaytirish.

2-ilova.

Nazorat savollari.

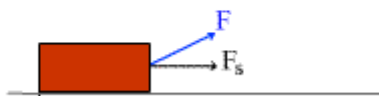
1. Ish deb nimaga aytiladi?
2. Konservativ kuchlar deb nimaga aytiladi?
3. Nokonservativ kuchlarga misollar keltiring.
4. Kuvvat nima? Birligi kanday ?
5. Kinetik energiya deb nimaga aytiladi ?
6. Potensial energiya deb nimaga aytiladi?
7. Lagranj funksiyasi orqali energiyaning ifodasi qanday yoziladi?
8. Lagranj funksiyasi orqali impuls uchun ifoda qanday yoziladi?

9. Lagranj funksiyasi orqali impuls momenti uchun ifoda qanday yoziladi?

3-ilova (asosiy qism).

Energiyaning kurinishini uzgarishi jismga kuch ta'siri natijasidir va ish bajarilishi bilan boglikdir. Allomalar ta'kidlaganidek "Ish - mikdoriy jixatdan xarakat formasini uzgarishini xarakterlaydi". Demak, ish xarakatni bir jismdan ikkinchi jismga uzatish ulchovidir yoki energiyani bir jismdan boshka jismga utish ulchovidir.

Aytaylik, jismga F doimiy kuch ta'sir etsin va natijada jism S masofaga kuchsin. U xolda bu kuchning ishi



$$A = F_s \cdot S = F \cdot S \cos \alpha \quad (1) \text{ buladi (chizma 23).}$$

Demak, F doimiy kuchning bajargan ish shu kuchni kuchish yunalishiga proyeksiyasi, F_s ni kuchish moduli S ga kupaytmasiga teng ekan. α - kuch F bilan kuchish S orasidagi burchak. Agar

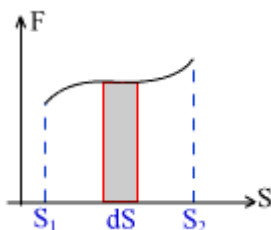
$$F = 1 \text{ N}, S = 1 \text{ m bulsa}$$

$$[A] = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J}$$

Kuyidagi xollar mavjud bulishi mumkin :

1. $\alpha < 90$, $\cos \alpha > 0$ bulib $A > 0$ buladi
2. $\alpha = 90$, $\cos \alpha = 0$ bulib $A = 0$ buladi
3. $\alpha > 90$, $\cos \alpha < 0$ bulib $A < 0$ buladi
4. $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$ bulib $A = FS$ buladi

Umumiy xolda jismga ta'sir etuvchi kuch F xam, kuchish S uzgaruvchan bulishi mumkin. Bunday xolda dS kuchish elementidan elementar ish xisoblanadi va summasi olinadi (chizma 24)



$$dA = F_s \cdot dS.$$

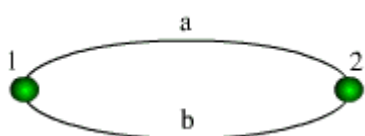
Bu ishlarni yigindisi

$$A_{12} = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot dS \quad (2)$$

bulib u shu egri chizik ostidagi yuzaga tengdir.

Agar jismga ta'sir etuvchi kuchni ishi jismni boshlangich va oxirgi xolatlarigagina boglik bulsa, bunday kuchlar konservativ (potensial) deb ataladi. Bunday kuchning ishi jismni boshlangich va keyingi xolatlari orasidagi trayektoriyaga va jismni xarakatlanishi konuniga boglik emasdir :

$$A_{1a2} = A_{1b2} = A_{12}$$



A_{1a2} - potensial kuchning jismni $1 \rightarrow a \rightarrow 2$ trayektoriya buyicha, A_{1b2} esa $1 \rightarrow b \rightarrow 2$ trayektoriya buyicha kuchgandagi ishlaridir.

Jismni xarakat yunalishini uzgarishi potensial kuchning belgisini karama-karshi yunalishiga uzgarishiga va ishni xam belgisini uzgarishiga olib keladi (chizma 25)

$$A_{2b1} = - A_{1b2}$$

SHuning uchun potensial kuchning $1a - 2b - 1a$ berk kontur buyicha bajargan ishi nolga teng buladi

$$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0 \quad (3)$$

Demak **1** va **2** xolatlar ixtiyoriy bulsa xam (3) xulosaga kelinadi.

SHunday kilib potensial kuchning jismni ixtiyoriy berk trayektoriya (**S**) buyicha kuchirishda bajargan ishi nolga teng buladi :

$$\oint_S F dS = 0 \quad (4)$$

1. Elastiklik kuchlari, gravitatsion (tortishish) kuchlari va boshka markaziy kuchlar potensial (konservativ) kuchlardir.
Bajargan ishi yulga boglik bulgan kuchlar nokonservativ kuchlar buladi : m-n, ishkalanish kuchlari, karshilik kuchlari. Ularning ishlari yulni ixtiyoriy kismida manfiy buladi va nolga teng bulmaydi.

Kuvvat- kuchning birlik vaktida bajargan ishidir.

$$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot \frac{dS}{dt} = F \cdot V$$

Agar

$$A = 1J, t = 1c \quad \text{balsa,} \quad [N] = 1J / 1s = 1 Vt$$

Mexanik energiya ikki xil buladi: Kinetik va potensial energiyalar. Jismning yoki jismlar sistemasining tulik energiyasi shu ikki tur energiyaning yigindisidan iboratdir. Jismning energiyasi uning ish bajara olish kobiliyatini xarakterlaydi. Boshkacha aytganda ish jismning energiyasini bir turdan ikkinchisiga utishda uzgarishini mikdoriy ulchovidir.

a) Kinetik energiya - kuch ta'sirida xarakatlanayotgan jismning energiyasidir. Kinetik energiyani uzgarishi bilan jismni tezligini v_1 dan v_2 gacha uzgartuvchi kuchning ishi orasidagi boglanishni topaylik.

$$dA = F_s \cdot dS = m \frac{dV}{dt} \cdot dS = mV \cdot dV$$

Integrallasak

$$A = \int_{V_1}^{V_2} mV dV = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}$$

Bu yerda $W_k = mv^2 / 2$ (4) jismni kinetik energiyasining matematik ifodasidir.

Demak, $A = W_2^k - W_1^k$ bulib natijali kuchning ishi jismning kinetik energiyasini uzgarishiga teng buladi : $dA = dW_k$ (5)

$W_k = mv^2 / 2 \cdot m / m = m^2 v^2 / 2m$ deb yozish mumkin yoki $W_k = P^2 / 2m$ buladi.

Demak, $W \sim A \sim P$ mutanosiblik urinli buladi.

Jismni kinetik energiyasi jism tula tuxtaguncha bajargan ishiga teng :

$$W_k \geq 0$$

b) Uzaro ta'sirlashuvchi jismlarning yoki bir jism kismmlarining joylanishlariga boglik bulgan energiya potensial energiya deyiladi. Potensial energiya kuch maydonlarini mavjudligi bilan uzviy boglangandir. Agar sistemaning xolati fakat konservativ kuchlar ta'sirida uzgarsa u xolda ish

sistemaning boshlangich va oxirgi xolatiga bog'lik buladi, yoki ish sistemani potensial energiyasini uzgarishi bilan aniklanadi.

Demak, konservativ kuchlarning ishi potensial energiyani kamayishiga tengdir. Bu xulosa elementar ish uchun

$$dA = - dW_p$$

Potensial energiyani juda anik xisoblash mumkin, shuning uchun xar bir konkret xolda sistemani eng kam potensial energiyali (xattoki $W_p = 0$) xolati tanlab olinadi va bunga nisbatan boshka ikkinchi xolatdagi potensial energiya xisoblanadi.

Demak, potensial energiya sistemani anik bir xolatdan ikkinchi (masalan, nolinch) xolatga utishida konservativ kuchlarning bajargan ishiga tengdir.

Masalan: m massali jism yerda h ga kutarilsa, $W_1^p = A_{1 \rightarrow 2} = mgh$ buladi.

Potensial energiyani xisoblashni universal formulasi yuk. Xar bir konkret xolda jismlarning uzaro joylashuvi va uzaro ta'sir xarakterini xisobga olish kerak.

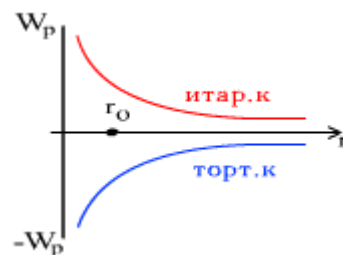
Masalan, jismga elastik kuchlar ta'sir kilganda W_p

$= k \cdot \Delta l^2 / 2$; jism tortishish maydonida

xarakatlanganda (chizma 26)

$$W_p = - \gamma \cdot M m / r$$

energiyaga ega buladi.



Jismlar orasidagi aloka kuchlari (tortishish, elektr kuchlari) ning potensial energiyasini xisoblashda nolinch satxini shunday tanlab olish kabul kilinganki, bunda ular orasidagi masofa $r = \infty$ da $W_p = 0$ buladi

Bunda itarishuvchi kuchlarni potensial energiyasi doimo musbat buladi. (Jismlar bir-biridan uzoklashishsa $A > 0$ bulib, W_p - potensial energiya $r \rightarrow + \infty$ da nolgacha kamayadi) Agar jismlar bir-biriga tortilsalar W_p manfiy ($r \rightarrow + \infty$ da W nolgacha kupayadi).

Jismni tula energiyasi

$$W = W_k + W_p \quad (6)$$

bulib, u moddiy maydondan aloxida mavjud bulmaydi.

Energiyani saklanish konuni - juda kup eksperimental tajribalarning umumlashgan natijasidir. Bu goya materiya va xarakatning saklanish konunining taklif kilgan *Lomonosovga* tegishli bo'lib, uning mikdoriy ifodasi *R.Mayer*,

G.Gelmgoislar tomonidan topilgan.

Berk cistema (jismlariga xech kandy tashki kuchlar ta'sir etmaydigan sistema) massalari $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots \mathbf{m}_n$ tezliklari $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots \mathbf{v}_n$ bulgan moddiy nuqtalardan tashkil topgan bulsin. Ular orasidagi o'zaro ta'sir konservativ kuchlar $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots \mathbf{f}_n$ bulsin. Fakat konservativ kuchlar ta'siri ostida bulgan sistemalar konservativ sistemalar deb ataladi. $\mathbf{F}$ tashki kuch xam konservativdir.

Nyuton II konuniga binoan xar bir moddiy nuqtani xarakat tenglamasi

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d\vec{V}_1}{dt} &= (\vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \dots + \vec{f}_{1n}) + \vec{F}_1 \\ m_2 \frac{d\vec{V}_2}{dt} &= (\vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{2n}) + \vec{F}_2 \\ &\dots\dots\dots \\ m_n \frac{d\vec{V}_n}{dt} &= (\vec{f}_{n1} + \vec{f}_{n3} + \dots + \vec{f}_{n,n-1}) + \vec{F}_n \end{aligned}$$

SHuning uchun moddiy nuqtalarni xar biri $d\mathbf{t}$ vakt ichida $d\mathbf{S}_1, d\mathbf{S}_2, \dots d\mathbf{S}_n$ elementar kuchishga ega buladi. U xolda

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d\vec{V}_1}{dt} \cdot d\mathbf{S}_1 &= (\vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \dots + \vec{f}_{1n}) d\mathbf{S}_1 + \vec{F}_1 d\mathbf{S}_1 \\ m_2 \frac{d\vec{V}_2}{dt} \cdot d\mathbf{S}_1 &= (\vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{2n}) d\mathbf{S}_2 + \vec{F}_2 d\mathbf{S}_2 \\ &\dots\dots\dots \\ m_n \frac{d\vec{V}_n}{dt} \cdot d\mathbf{S}_n &= (\vec{f}_{n1} + \vec{f}_{n3} + \dots + \vec{f}_{n,n-1}) d\mathbf{S}_n + \vec{F}_n d\mathbf{S}_n \end{aligned}$$

Bu yerda $\mathbf{V} = d\mathbf{S} / d\mathbf{t}$ ekanini xisobga olsak

$$\begin{aligned} m_1 \vec{V}_1 d\vec{V}_1 - (\vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \dots + \vec{f}_{1n}) d\mathbf{S}_1 &= \vec{F}_1 d\mathbf{S}_1 \\ m_2 \vec{V}_2 d\vec{V}_2 - (\vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \dots + \vec{f}_{2n}) d\mathbf{S}_2 &= \vec{F}_2 d\mathbf{S}_2 \\ &\dots\dots\dots \\ m_n \vec{V}_n d\vec{V}_n - (\vec{f}_{n1} + \vec{f}_{n3} + \dots + \vec{f}_{n,n-1}) d\mathbf{S}_n &= \vec{F}_n d\mathbf{S}_n \end{aligned}$$

буларни йигиндисини олсак

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i d\vec{V}_i - \sum_{i=1}^n (\vec{f}_{i1} + \vec{f}_{i2} + \dots + \vec{f}_{in}) d\mathbf{S}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i d\mathbf{S}_i$$

Bu yerda : 1) $\mathbf{MN}$ larning kinetik energiyasi

$$\sum_{i=1}^n m_i V_i dV_i = dW^k$$

2) sistemadagi konservativ kuchlarning dS_i kuchishda bajargan ishi esa

$$-\sum_{i=1}^n (\vec{f}_{i1} + \vec{f}_{i2} + \dots + \vec{f}_{in}) dS_i = dW^p \quad \text{эди}$$

3) Uchinchi ifoda $\sum \mathbf{F}_i d\mathbf{S} = d\mathbf{A}$ tashki kuchning ishi.
SHuning uchun

$$dW_k + dW_p = dA$$

Bundan $\mathbf{A} = \mathbf{W} = \mathbf{W}_k + \mathbf{W}_p = \text{const}$ (7) chikadi.

Bu mexanik energiyaning saklanish konunidir ya'ni oralarida fakat konservativ kuchlar ta'sir etadigan jismlarning berk sistemasini tula mexanik energiyasi uzgarmaydi. Demak, konservativ sistemalarda mexanik energiya boshka turdagi (issiklik, elektr, yoruglik va x.k.) energiyalarga aylanmasdan balki bir kurinishdan ikkinchi kurinishga ($\mathbf{W}_k \rightarrow \mathbf{W}_p$) aylanadi.

SHuning uchun (7) ni energiyaning aylanish va saklanish konuni deb xam aytiladi.

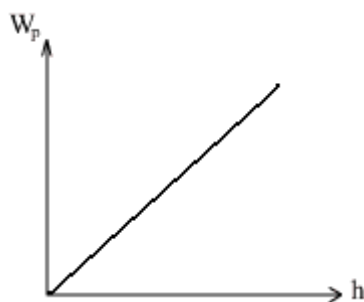
Tabiatda *nokonservativ sistemalar* xam mavjuddir. Moddiy nuktalari yoki jismlari orasida nokonservativ kuchlar (masalan : ishkalanish kuchlari) ta'siri seziladigan sistemalarni mexanik energiyasi kamaya boradi ya'ni u boshka turdagi energiyaga aylanadi. Bu protsess energiyaning dissipationasi (yoki sochilishi) deyiladi. Umuman olganda xamma real sistemalar *dissipativ* sistemalar kurinishida buladi.

$$dA = dA_{\text{tash}} + dA_{\text{dis}} = d(\mathbf{W}_k + \mathbf{W}_p)$$

VI. Mexanik sistemaning muvozanatlik shartlarining kurishda shu sistema masalan, MN, bir ulchovli xarakatda bulsin deb karaladi. Demak bunda **MN** potensial energiyasi fakat bitta uzgaruvchi (**x** koordinata) ni funksiyasi kurinishida buladi : $\mathbf{W}_p = \mathbf{W}_p(\mathbf{x})$

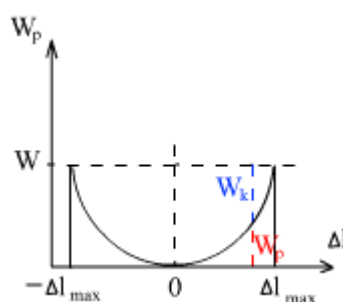
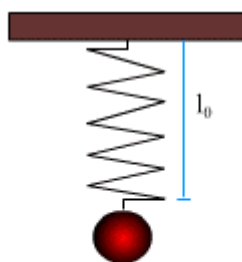
Potensial energiyaning argument **x** ga bogliklik grafigi "potensial egri chizigi" deyiladi.

Konservativ sistemalar uchun ba'zi misollarni kuraylik (chizma 27)



1. M massali jism yerdan h balandlikka kutarilsa potentsial energiya $W_p(h) = mgh$ bulib, uni grafigi tugri chizikdan iborat. Agar jismni tulik energiyasi W bulsa u xolda kinetik energiya $W_k = W - W_p$ bulib $h = h_{\max}$, da 0 ga teng buladi va bunda $W_p = W = mgh$. SHuning uchun (chizma 28)

$$\frac{mV^2}{2} = mgh_{\max} - mgh = mg(h_{\max} - h) \quad \text{yoki} \quad V = \sqrt{2g(h_{\max} - h)}$$



2. Elastik deformatsiyalangan jism (masalan, tebranayotganprujina) energiyasi

$$W_p = \frac{K \cdot \Delta l^2}{2}$$

ni grafigi parabola kurinishida buladi. Deformatsiya kattaligi Δl kancha ortsa $W_p(\Delta l)$ xam kupayadi. W tugri chizikli sistemaning tulik energiyasi bulib, u Δl absissaga paralel. Grafikdan kurinadiki Δl ortsa W_p kupayib, W_k kamayadi va $\Delta l_{\max}$ da $W_k = 0$ bulib, $W_p = W$ buladi. U xolda

$$\frac{K\Delta l_{\max}^2}{2} - \frac{K \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{mV^2}{2} \quad \text{ёки} \quad V = \sqrt{K - \frac{\Delta l_{\max}^2 - \Delta l^2}{m}}$$

- $\Delta l_{\max} < \Delta l < \Delta l_{\max}$ oralikda jism potentsial chukurlikda buladi, kupincha uni "potentsial barer" deb ataladi. $W_p \approx 0$ yoki W_p eng minimum bulgan xolatda jism

muvozanatlikda buladi (chizmalar 29, 30).

Vaqt birjinsli bo'lgani uchun berk sistemaning *Lagranj* funksiyasi vaqtga oshkor bog'liq bo'lmaydi. SHuning uchun *Larganj* funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan to'liq hosila kuo'idagi ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i, \quad \text{Lagranj tenglamalariga muvofiq} \quad \frac{\partial L}{\partial q_i} \text{ hosilalarni}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \text{larga almashtirsak} \quad \frac{dL}{dt} = \sum_i \dot{q}_i \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i = \sum_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) \text{ yoki}$$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L \right) = 0$. Bundan ko'rinadiki $E = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L$ saqlanuvchi katallik ekan. Uning nomi energiya. SHunday qilib energiyaning saqlanuvchi bo'lishligi vaqtni bir maromda oqishi ekan.

Boshqa bir saqlanish qonuni fazo birjinsliliği bilan bog'liq. Bu qonunga muvofiq berk sistemaning hossalari uning parallel ko'chishda o'zgarmasligidir. Bunga muvofiq ε cheksiz kichik masofaga siljishni ko'rib chiqsak va bunday siljishda Lagranj funksiyasi o'zgarmasligini talab etsak.

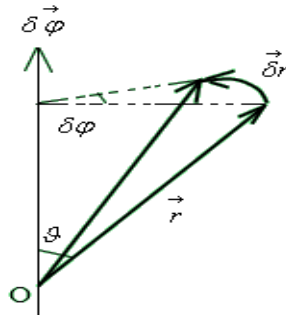
Parallel ko'chish deganda shunday ko'chishga aytiladiki, unda sistemaning barcha nuqtalari bir hil ε o'zgarmas vektorga siljisin, ya'ni ularning

radius vektorlari $\vec{r}_a = \vec{r}_a + \vec{\varepsilon}$. *Lagranj* funksiyasining bunday cheksiz kichik siljishdagi o'zgarishi $\delta L = \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \delta \vec{r}_a = \vec{\varepsilon} \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a}$, lekin ε ixtiyoriy va $\delta L = 0$.

Demak $\sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = 0$. *Lagranj* tenglamasiga binoan: $\sum_a \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = \frac{d}{dt} \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = 0$. Bu deganiki berk sistemada $\vec{P} = \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a}$ vektor katallik harakatda saqlanuvchi bo'lar ekan. $\vec{P}$ vektor sistemaning to'liq impulsı deyiladi. $\vec{P} = \sum_a m_a \vec{v}_a$. Impulsning uchala tashkil etuvchilari faqat tashqi maydon yo'qligida saqlanuvchi bo'ladi. Biroq ba'zi hollarda alohida tashkil etuvchilari maydon bor bo'lganda ham saqlanuvchi bo'ladi, buning uchun unda potensial energiya biror – bir dekart koordinataga bog'liq bo'lmasligi kerak. Masalan, z – o'qi bo'yicha yo'nalgan bir jinsli maydonda impulsning x, y – o'qlar bo'yicha impulsning komponentalari saqlanuvchi bo'ladi. Umumlashgan impuls $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ formula bo'yicha hisoblanadi.

Fazo izotropligi bilan bog'liq bo'lgan saqlanish qonuniga o'tsak. Izotropiya deganda, buralishda berk sistemaning mexanik hossalari o'zgarmasligiga aytiladi. SHunga ko'ra sistemaning cheksiz kichik buralishini ko'raylik, va talab qilamizki bunda uning *Lagranj* funksiyasi o'zgarmasin. $\delta \vec{\varphi}$ cheksiz kichik buralish vektorini kiritaylik, uning absolyut qiymati $\delta \varphi$ burchakka buralishga teng, yo'nalishi esa

buralish o'qi bilan mos tushadi (vint qoidasiga muvofiq ravishda). Kerakli hisoblashlarni biz bajargan edik (chiz.10):



$$r = |\vec{a}| \cdot \sin \vartheta, \vec{AB} = |\delta \vec{a}| = r \cdot \delta \varphi = |\vec{a}| \cdot \sin \vartheta \cdot \delta \varphi = \delta \varphi \cdot a \cdot \sin \vartheta, \text{ demak: } \delta \vec{a} = [\delta \vec{\varphi}, \vec{a}]. \text{ Qayta belgilasak: } \delta \vec{r} = [\delta \vec{\varphi}, \vec{r}], \text{ (chiz. 31).}$$

Mos ravishda tezlik vektori uchun: $\delta \vec{v} = [\delta \vec{\varphi}, \vec{v}]$.
Mazkur ifodalarni buralishda *Lagranj* funksiyasini o'zgarmaslik shartiga qo'yib $\delta L = \sum_a \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \delta \vec{r}_a + \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} \delta \vec{v}_a \right) = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = \vec{p}_a, \quad \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_a} = \vec{p}_a : \delta L = \sum_a (\vec{p}_a [\delta \vec{\varphi}, \vec{r}_a] + \vec{p}_a [\delta \vec{\varphi}, \vec{v}_a]) = 0$, yoki ko'paytuvchilarni siklik ravishda almashtirib va $\delta \vec{\varphi}$ yig'indi belgisi ostidan

$$\text{olib chiqsak: } \delta \vec{\varphi} \times \sum_a ([\vec{r}_a, \vec{p}_a] + [\vec{v}_a, \vec{p}_a]) = \delta \vec{\varphi} \times \frac{d}{dt} \sum_a [\vec{r}_a, \vec{p}_a] = 0,$$

$$\frac{d}{dt} \sum_a [\vec{r}_a, \vec{p}_a] = 0, \text{ ya'ni biz shunday hulosaga keldikki berk (yopik)}$$

sistema harakati vaqtida $\vec{M} = \sum_a [\vec{r}_a, \vec{p}_a]$ vektor katallik saqlanuvchi bo'lar ekan. Mazkur katallikni nomi impuls momenti deb aytiladi. SHunday qilib $\vec{M} = \sum_a [\vec{r}_a, \vec{p}_a] = \text{const}$ bo'lishligi isbotlandi.

Nazorat savollari.

1. Ish deb nimaga aytiladi?
2. Kuchning ishi kanday buladi ?
3. Uzgaruvchan kuchning bajargan ishi kanday buladi?
4. Konservativ (potensial) kuchlar deb nimaga aytiladi?
5. Nokonservativ kuchlarga misollar keltiring.
6. Statsionar maydonlar deb nimaga aytiladi?
7. Kuvvat nima? Birligi kanday ?
8. Kinetik energiya deb nimaga aytiladi ?
9. Potensial energiya deb nimaga aytiladi?
10. Potensial kuchlar maydoni kanday maydon ?
11. Energiyani saklanish konunini ayting.
12. Lagranj funksiyasi orqali energiyaning ifodasi qanday yoziladi?

13. Lagranj funksiyasi orqali impuls uchun ifoda qanday yoziladi?
14. Lagranj funksiyasi orqali impuls momenti uchun ifoda qanday yoziladi?

4-ilova

FSMU texnologiyasi bo'yicha jadvalni to'ldiring.

Savol	Mexanik ish, quvvut va energiya orasida qanday bog'liqlik bor?
(F) Fikringizni bayon eting	
(S) Fikringiz bayoniga sabab ko'rsating	
(M) Ko'rsatgan sababingizni isbotlovchi dalil keltiring	
(U) Fikringizni umumlashti-ring	

2-mavzu: Markaziy – simmetrik maydonda zarra harakati.(2 soat)

7.1. Ma'ruza mashg'ulotining o'qitish texnologiyasi

Vaqt – 2 soat	Talabalar soni: 70-75 nafar
O'quv mashg'ulotining shakli	Kirish, vizual ma'ruza
Ma'ruza mashg'ulotining rejasi	1) Markaziy maydonda zarra harakati. 2) Ikki jism masalasi. 3) Zarralarning sochilishi.
<i>O'quv mashg'ulotining maqsadi:</i> Talabalarni markaziy maydonda zarra harakati.Ikki jism masalasi. Zarralarning sochilishi bilan tanishtirishdan iborat.	
<i>Pedagogik vazifalar:</i> -Markaziy maydonda zarra impulsi bilan tanishtirish.	<i>O'quv faoliyatining natijalari:</i> Talaba: -Saqlanuvchi katalliklar bilan tanishish.

-Markaziy madandagi zarralar sistemasining impulsi haqida ma'lumot berish. Rezerford formulasini keltirib chiqarish.	– Tenglamalarni yechishni. -Sektorial tezlik formulasini keltirib chiqarishi. -Finit va infinit harakat turlarini trayektoriyalarini chizishni. -Zarraning maydonda sochilish kesimi tushunchasi bilan tanish bo'lishi kerak.
O'qitish uslubi va texnikasi	Vizual ma'ruza, blits-so'rov, bayon qilish, "FSMU" , klaster,insert, "Qanday" texnikasi
O'qitish vositalari	Ma'ruzalar matni, proyektor, lar, grafik, organayzerlar.
O'qitish shakli	Jamoa, guruh va juftlikda ishlash.
O'qitish shart-sharoiti	Proyektor, kompyuter bilan jihozlangan auditoriya

7.2. Ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Bosqichlar, vaqti	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchi	talaba
1-bosqich. Kirish (10 min).	1.1.Mavzu, reja, uning maqsadi va o'quv faoliyatining natijalari ma'lum qilinadi (1-ilova).	1.1. Eshitadi, yozib oladi.
2-bosqich. Asosiy (60 min.)	2.1. Talabalar e'tiborini jalb etish va bilim darajalarini aniqlash uchun tez kor savol-javob o'tkazadi (2 -ilova) 2.2. O'qituvchi vizual materiallardan foydalangan holda ma'ruzani bayon etadi(3-,4-illovalar) 2.3. Talabalarga mavzuning asosiy tushunchalariga e'tibor qilishni va yozib olishlarini ta'kidlaydi.	2.1Eshitadi. O'ylaydi, javob beradi. Javob beradi va to'g'ri javobni eshitadi 2.2.Ilovada berilgan ma'lumotlarni asosiy joylarini yozib oladilar. 2.3.E'tibor qaratadi, yozib oladi.

3-bosqich. YAkuniy (10 min.)	3.1. Mavzuga yakun yasaydi va talabalar e'tiborini asosiy masalalarga qaratadi. 3.2. Mustaqil ish uchun ellips kanonik tenglamasini keltirib chiqarish talab etiladi, unga doir hayotdan misollar topib kelish vazifa qilib beradi, baholaydi.(5-ilova)	3.1. Eshitadi, aniqlashtiradi. 3.2. Topshiriqni yozib oladi, baholar bilan tanishadi.
------------------------------------	--	--

Vizual materiallar

1-ilova.

Mavzu: Markaziy – simmetrik maydonda zarra harakati.

Reja:

1. Markaziy maydonda zarra harakati.
2. Ikki jism masalasi.
3. Zarralarning sochilishi.

Darsning maqsadi: Talabalarga markaziy maydonda zarra harakati. Ikki jism masalasi. Zarralarning sochilishi bilan tanishtirishdan iborat.

O'quv faoliyatining natijalari:

- Effektiv kesim tushunchasi bilan tanishtish.
- Jismlar sistemasining impulsi haqida ma'lumot olish.
- Impulsning saqlanish qonuni to'g'risida tushunchaga ega bo'lish.
- Finit va infinit harakat trayektoriyalarini chizishni bilish.
- Markaziy maydondagi zarraning harakat tenglamasini tuzishni bilishi.

2-ilova.

1. Sistemaning impulsi deb nimaga aytiladi?
2. Berk sistema deb nimaga aytiladi ?
3. Tashki kuchlar deb nimaga aytiladi ?

4. Ichki kuchlar deb nimaga aytiladi?
5. Effektiv kesim deb nimaga aytiladi?
6. Ellips deb nimaga aytiladi?
7. Markaziy maydonga misollar keltiring?
8. Markaziy maydondagi zarraning to'la mexanik energiyasi qanday yoziladi?

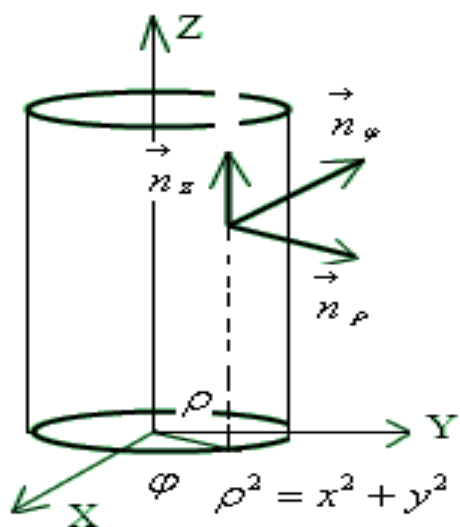
3-ilova (asosiy qism).

Moddiy nuqta markaziy – simmetrik maydonda harakatlanish vaqtida tashqi kuchlar potentsiali $U(x, y, z)$, faqat kuch markazidan (chiz. 32) o'tkazilgan $\vec{r}$ radius-vektorni absolyut qiymatiga bog'liq bo'ladi,

$$U = U(r), r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (8)$$

u holda, zarraga ta'sir etuvchi kuch, shu radius – vektor bo'ylab yo'nalgan bo'ladi, chunki

$$\vec{F} = -\nabla U = -\frac{\partial U}{\partial r} \nabla r = -\frac{\vec{r}}{r} \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (9)$$



va markaziy kuch deyiladi.

Markaziy kuchlar maydonida harakatlanayotgan zarraning impuls momenti $\vec{M}$ 6 –chu mavzuda ko'rsatilgandek o'zgarmasdir, ya'ni

$$\vec{M} = \sum_a [\vec{r}_a, \vec{p}_a] = const, \quad (10)$$

radius – vektor $\vec{r}$ va impuls $\vec{p}$ ikkalasi $\vec{M}$ vektorga $\perp$ bo'lgan o'zgarmas tekislikda yotadilar. Boshqacha aytganda, nuqta harakati kuch markazidan o'tuvchi yagona tekislikda sodir bo'ladi. Bunday harakatni tavsiflash uchun mahsus silindrik koordinatalar sistemasidan foydalangan ma'qul va $z = 0$ deb olish mumkin (chiz.32). Bunday vaziyatda ($z = 0, \dot{z} = 0$, va $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = r$) (8) potentsial uchun *Lagranj* funksiyasi $L = \frac{mv^2}{2} - U(\vec{r}, t) = \frac{m}{2} [\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2] - \frac{a}{r}$, a – konstanta manfiy yoki musbat bo'lishi mumkin, umumlashgan impuls

quyidagicha hisoblanadi: $P_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}$, $P_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi}$, φ – koordinata siklik bo'lgani uchun unga mos impuls o'zgarmas bo'ladi (11): $P_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi} = M = const$, (12) r – radial silindrik koordinata bo'yicha *Lagranj* tenglamasi esa $\frac{dP_r}{dt} = m\ddot{r} = \frac{\partial L}{\partial r} = mr\dot{\varphi}^2 - \frac{\partial U}{\partial r} \Rightarrow mr\dot{\varphi}^2 + \frac{a}{r^2}, a \leq 0$.

Markaziy maydonda harakatlanayotgan jismning (zarraning) energiyasi saqlanuvchidir. $E = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L = \frac{m}{2} [\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2] + \frac{a}{r} = const$ (13). Zarraning trayektoriyasining aniqlash uchun *Lagranj* tenglamalaridan ko'ra (12) va (13) munosabatlardan kelib chiqqan maqbul. Bu usul soddaroq, sabab *Lagranj* tenglamalarida koordinatalarning ikkinchi tartibli hosilalari qatnashadi (12) va (13) munosabatlarda esa koordinatalarning vaqt bo'yicha 1–chi tartibli hosilalari.

Mazkur munosabatlardan $\dot{\varphi}$ yo'qotsak (11) $E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{M^2}{2mr^2} + \frac{a}{r}$ munosabat

olamiz, bundan $\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{1}{m} \sqrt{2mE - \frac{2am}{r} - \frac{M^2}{r^2}}$. (12) - chi formuladan $\dot{\varphi}(t) =$

$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{m} \frac{M}{r^2}$. Oxirgi ikki tenglamadan dt yo'qotsak quyidagi munosabatga

kelamiz $d\varphi = \frac{(M/r^2) dr}{\sqrt{2mE - \frac{2am}{r} - \frac{M^2}{r^2}}} = \frac{(M/r^2) dr}{\sqrt{2mE + \left(\frac{am}{M}\right)^2 - \left(\frac{am}{M} + \frac{M}{r}\right)^2}}$ (13) munosabatga

kelamiz. Quyidagi belgilashlar kiritib

$$2mE + \left(\frac{am}{M}\right)^2 = b^2, \frac{am}{M} + \frac{M}{r} = u, \left(-\frac{M}{r^2} dr = du\right).$$

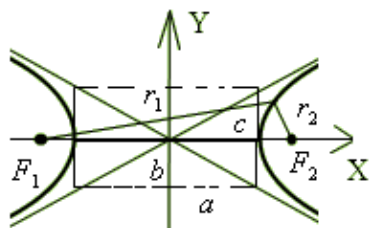
(13) - ni $\varphi = - \int \frac{du}{\sqrt{b^2 - u^2}} = \arccos \frac{u}{b} + \varphi_0$, $\varphi_0 = \varphi(0)$ –integrallash doimiysi.

Ilgarigi asosiy belgilarga kaytsak biz kutb koordinatalarda zarraning harakat trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz

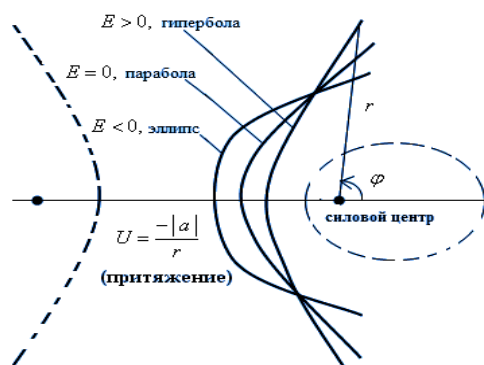
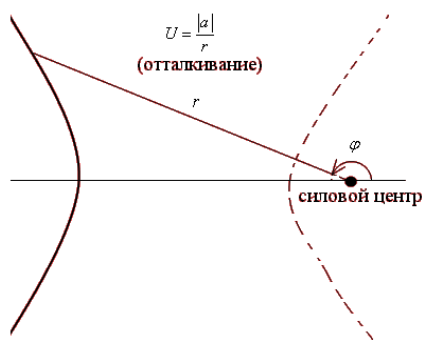
$$\varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi = \arccos \frac{\frac{am}{M} + \frac{M}{r}}{\sqrt{2mE + \left(\frac{am}{M}\right)^2}} = \arccos \frac{1 + \left(\frac{M^2}{am}\right) \left(\frac{1}{r}\right)}{\sqrt{1 + 2EM^2/ma^2}}.$$

Bu formuladan shu ko'rinadiki r – ning berilgan qiymatida $\varphi - \varphi_0$ farq ikkita ishora bilan farqlanuvchi qiymat qabul qilishi mumkin chunki: $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$. Bundan shunday hulosaga kelamizki mazkur formula tavsiflaydigan egri chiziq o'q bilan φ burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'ladi (chiz. 12).

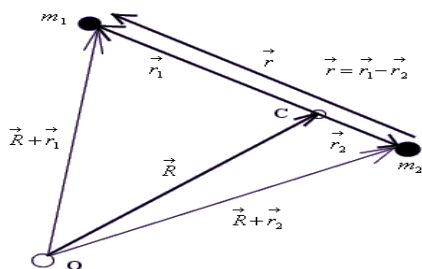
Bu egri chiziqqi xarakterini bilib olish uchun $\frac{M^2}{|a|m} = p$, $\sqrt{1 + 2EM^2/ma^2} \Rightarrow e$ belgilashlar kiritamiz. U holda trayektoriya tenglamasi quyidagicha yozi-ladi $\varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi = \arccos \frac{1 \pm p/e}{e}$, bundan $r = \mp \frac{p}{1 - e \cos(\varphi - \varphi_0)}$ (14) (yuqoridagi ishora itarilish holiga mos, pastigisi esa tortilishga mos keladi). (14) formula p – fokal parametrli va e – ekscentrisitetli konik kesimni tenglamasidir. Konik kesimlar mos ravishda ellips, giperbola va parabolani berishi mumkin.



Avvalam bor itarilish holni ko'rib chiqamiz ($a > 0$). Bu holda $U > 0$, chunki to'liq energiya manfiy bo'lishi mumkin emas. SHuning uchun $e > 1$. SHunday qilib, itarilishda zarraning trayektoriyasi giperbola bo'lishi mumkin holos (chiz.33), $|r_1 - r_2| = 2a$, F_1 va F_2 fokuslari, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ tenglamasi, va $b^2 = c^2 - a^2$. Agar $\varphi_0 = 0$ bo'lsa u holda $r = \frac{-p}{1 - e \cos \varphi}$, agar $\varphi_0 = \pi$ bo'ls $r = \frac{-p}{1 + e \cos \varphi}$ (chiz.33). Endi tortilish maydoniga murojat etsak ($a < 0$). Bu holda (14) formulada pastgi ishora olinadi. $\varphi_0 = 0$ bo'lsa $r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$, $\varphi_0 = \pi$ bo'lsa: $r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}$. Ellips, giperbola yoki parabola bo'lishligi e – ekscentrisitet qiymatiga bog'liq (chiz. 34).



Agar $1 + 2EM^2/ma^2 = 0$ bo'lsa, ya'ni $E = -ma^2/2M^2$, $e = 0$, va trayektoriya aylanadan iborat bo'ladi. Zarra cheksizlikka uzoqlashsa, uning harakati infinit bo'ladi, agar ellips yoki aylana bo'ylab harakat qilsa, uning trayektoriyasi finit (chegaralangan) bo'ladi. YUqoridagi natijalar va chizmalar o'z kuchini mikroduyo sohasida ham saqlab qoladi.



Ikki jism (zarra) masalasi. Mazkur masala klassik mexanikada nixoyatda katta ahamiyat kasb etadi. Quydagi m_1 va m_2 massali zarralardan iborat berk sistemani ko'raylik. Nyutonning 3-chi qonuniga muvofiq ular bir-biri bilan miqdor jihatdan teng va qarama qarshi yo'nalgan kuchlar bilan ta'sirlashadilar: $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$. Sistema olti erkinlik darajasidan iborat (chizma 35).

CHizma 35. C – nuqta sistemaning inersiya markazi. Inersiya markazi ta'rifiga ko'ra $m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = 0$ va $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$. Mazkur tenglamalarni $\vec{r}_1$ va $\vec{r}_2$ ga nisbatan yechsak quyidagi munosabatlarga kelamiz: $\vec{r}_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{r}$, $\vec{r}_2 = -\frac{m_1}{m_1+m_2}\vec{r}$.

Koordinata boshiga nisbatan zarralarning vaziyati $\vec{R} + \vec{r}_1$ va $\vec{R} + \vec{r}_2$ vektorlar orqali aniqlanadi. $m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = 0$ tenglama O – nuqtani C – inersiya markaziga ko'chirishga demakdir. Sistemani *Lagranj* funksiyasini yozaylik:

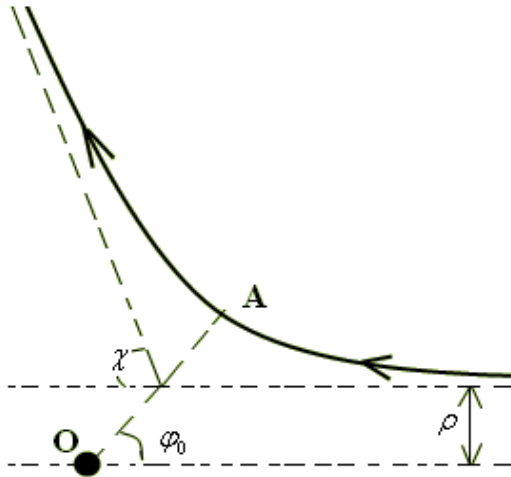
$$L = \frac{m_1}{2}(\dot{\vec{R}} + \dot{\vec{r}}_1)^2 + \frac{m_2}{2}(\dot{\vec{R}} + \dot{\vec{r}}_2)^2 - U(r). \quad (15)$$

Kvadratlarni ochib va $m_1\dot{\vec{r}}_1 + m_2\dot{\vec{r}}_2 = 0$ munosabatni inobatga olib $L = \frac{m_1+m_2}{2} \times \dot{\vec{R}}^2 + \frac{m_1}{2} \dot{\vec{r}}_1^2 + \frac{m_2}{2} \dot{\vec{r}}_2^2 - U(r) = \frac{m_1+m_2}{2} \dot{\vec{R}}^2 + \frac{\mu}{2} \dot{\vec{r}}^2 - U(r)$, $\mu = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ – keltirilgan massa. (15) funksiya ikkita mustaqil hadlarga ajraladi: $L = L(\dot{\vec{R}}) + L(\dot{\vec{r}}, \vec{r})$. Birinchisi sistemaning inersiya markazini harakatini tavsiflaydi, ikkinchisi – inersiya markaziga nisbatan zarralarning harakatini. (15) formula xarakteridan kelib chiqadiki $\vec{R}$ - koordinata siklik koordinata bo'lar ekan, ya'ni u *Lagranj* funksiyasida oshkor ravishda qatnashmaydi. Demak, $\vec{P}_R = (m_1 + m_2)\dot{\vec{R}} = \text{const}$ (darhaqiqat, buni oldindan ko'ra bilish mumkin edi, sistema berk bo'lgani uchun uning impulsi saqlanadi). Sistemaning inersiya markazi to'g'ri chiziqli bo'ylab tekis harakat qiladi yoki tinch holatda bo'ladi.

Zarralarning inersiya markaziga nisbatan harakati $L = \frac{\mu}{2} \dot{\vec{r}}^2 - U(r)$ funksiya bilan tavsiflanadi. Mazkur funksiyaning markaziy maydonda harakatlanayotgan μ massali zarrani *Lagranj* funksiyasi deb qarash mumkin. SHunday qilib ikki zarra masalasi bitta zarra harakat masalasiga keltirildi.

Zarralarning sochilishi. μ – effektiv massali zarraning biror kuch markazida sochilishi masalasini nazariy jihatdan ko'rib chiqaylik. Kuch markazi sistemaning massalar markazida joylashgan deb qaraymiz. Zarra $-\infty$ kelib tortilish (itarilish) markazida sochilib $+\infty$ ketadi. Zarraning kuch markazi bilan ta'sirlanish potentsial energiyasi $U(r)$. Kuch markazi qo'zg'almasdir.

Ma'lumki markaziy maydondagi harakatlanayotgan zarraning trayektoriyasi sochilish markaziga o'tkazilgan to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrikdir (36 chizmadagi OA). SHuning uchun orbita asimptotalari mazkur to'g'ri chiziqni teng burchaklar ostida kesib o'tadilar. Agar ush-bu burchaklarni φ_0 deb belgilasak, u holda zarraning chetlanish burchagi $-\chi$ (chizma 36) $\chi = |\pi - 2\varphi_0|$. φ_0 burchak esa (13) formulaga ko'ra



$$\varphi_0 = \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{\frac{M}{r^2} dr}{\sqrt{2m[E - U(r)] - \frac{M^2}{r^2}}}, \quad (16)$$

integral bilan aniqlanadi. $r_{min} = OA$ – radikal ostidagi ifodaning ildizidir.

Infiniit harakatda E va M evaziga boshqa – v_{∞} zarraning cheksizlikdagi tezligi va nishonga olish masofasi deb atalmish ρ larni kiritish qulay. Energiya va impuls momentini saqlanishiga asosan: $E_{OA} = E_{\infty} = \frac{mv_{\infty}^2}{2}$, $M_{OA} = M_{\infty} = mpv_{\infty}$, va (16) – chi formula

$$\varphi_0 = \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{(\rho/r^2) dr}{\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} - \frac{2U}{mv_{\infty}^2}}} \text{ ko'rinish oladi, va } \chi = |\pi - 2\varphi_0| \text{ formula bilan birga } \chi \text{ ni}$$

ρ ga bog'liqligini aniqlaydi.

Aksariyat hollarda bitta zarraning sochilishi bilan emas, balki zarralar yahlit dastasini sochilishi bilan ish ko'riladi. Sochuvchi markazga kelib tushuvchi zarralarning tezligi bir hil va v_{∞} teng. Dastadagi har hil zarralarning nishon masofasi har hil bo'ladi va mos ravishda ular har hil burchaklar ostida sochiladi. Vaqt birligida χ va $\chi + d\chi$ oraliqda sochiluvchi zarralarning sonini dN deb belgilaymiz. Biroq bunday yo'l tutish sochilish ja-rayonini tavsiflashda bir oz noqulaylik tug'diradi, chunki dN kelib tushayotgan dastaning zichligiga bog'liqdir

(unga proporsional). SHuning uchun $d\sigma = dN/n$, bunda n – vaqt birligida, dastaning bir birlik ko'ndalang kesimidan o'tayotgan zarralarning soni (biz odatga ko'ra, dastani o'zining kesimi bo'lab bir jinsli deb hisoblaymiz). Mazkur nisbat: dN/n yuza o'lchov birligiga ega va sochilishning effektiv kesimi deyiladi. U to'la to'kis sochuvchi maydonni ko'rinishi bilan aniqlanadi va sochilish jarayonining eng muhim xarakteristikalaridan biri hisoblanadi.

Matematik nuqtai nazardan kelib chiqqan holda χ va ρ – lar orasidagi bog'lanish o'zaro mutanosib deb hisoblaymiz: ya'ni, buni shunday tushunish kerakki, agarki sochilish burchagi nishon masofasining monotonn kamayuvchi funksiya bo'lsa. Bunday holda faqat $\rho(\chi)$ va $\rho(\chi) + d\rho(\chi)$ intervaliga tegishli bo'lgan nishon masofaga ega uchayotgan zarralargina χ va $\chi + d\chi$ orasidagi burchaklar intervaliga sochilishadi. Bunday zarralarning soni n ni ρ va $\rho + d\rho$ radiusli aylanalar orasida yotuvchi halqa yuzasiga ko'paytmasiga teng, ya'ni $dN = 2\pi\rho d\rho \cdot n$. SHuning uchun effektiv kesim $d\sigma = 2\pi\rho d\rho$.

Effektiv kesimni χ – sochilish burchagidan bog'liqligini topish uchun ohirgi ifodani $d\sigma = 2\pi\rho(\chi) \cdot |d\rho(\chi)/d\chi| \cdot d\chi$ ko'rinishda yozish yetarlidir.