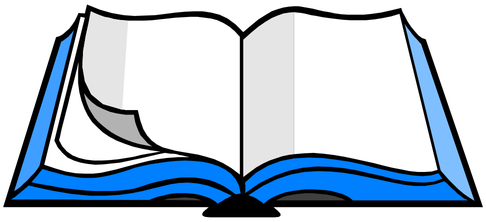
O'ZBEKISTON RESPUBLIRASI
XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI
"UMUMIY MATEMATIKA" KAFEDRASI



"Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika"

fanidan

MA'RUZA MATNI

1-mavzu: Elementar hodisalar fazosi. Hodisalar ustida amallar.

Asosiy savollar:

1.Elementar hodisalar. Elementar hodisalar fazosi.
2. Hodisaning turlari.
3. Hodisalar ustida amallar.

Tayanch tushunchalar: elementar hodisa, kompleks sharoit, to'la gruppa, bog'liq va bog'liqmas hodisalar, qarama-qarshi hodisalar.

1 - asosiy savol bayoni:

Ehtimollar nazariyasi fani matematika fanlari ichida yangi fanlardan hisoblanadi. Ehtimollar nazariyasi tushunchalari hosil bo'lishiga qimor o'yinlari asosiy sabab bo'ldi. Asoschilari: Kardano, Gyuygens, Paskal va boshqalar. XVI-XVIII asr matematik va filosoflari keyinchalik bu fanni Bernulli, Laplas, Gauss va boshqa olimlar rivojlantirdi va fan sifatida namoyon bo'lishiga katta hissa qo'shdi. Xozirgi zamon ehtimollar nazariyasi rivojiga Bernshteyn,Kolmogorov, Romanovskiy, Sarimsoqov, Sirojiddinov, Azlarov kabi olimlar o'z ulushlarini qo'shmoqdalar.

Ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchasi-bu hodisa va tajriba tushunchalaridir. Tajriba hodisani ma'lum bir S kompleks sharoitda vujudga keltiradi.

Misol 1.Tajriba tanga tashlash bo'lsin. U holda S kompleks sharoit, tanganing bir jinsliligi, simmetrikligi va tanga tashlanayotgan joyning tekis va qattiqligi bo'ladi. Tanga tashlashda tanganing «gerb» yoki "raqam" tushish hodisasidir.

Ta'rif 1. Tajriba o'tkazilayotganda ro'y berishi oldindan ma'lum bo'lmagan hodisa tasodifiy hodisa deyiladi.

Ta'rif 2. Tajribaning har qanday natijasi elementar hodisa deyiladi.

Ta'rif 3. Tajriba natijasida ro'y beradigan barcha elementar hodisalar, elementar hodisalar fazosi (E.X.F.) deyiladi. Odatda, E.X.F.ni U deb belgilanadi.

Misol 2. Kompleks sharoitda nishonga qarata 2ta o'q uzildi. SHu tajribada ro'y beradigan elementar hodisalar quyidagicha bo'ladi:

$e_1 - \{1 - \textit{тегади}\ ,\ 2 - \textit{тегади}\}$

$e_2 - \{1 - \textit{тегади}\ ,\ 2 - \textit{тегмайди}\}$

$e_3 - \{1 - \textit{тегмайди}\ ,\ 2 - \textit{тегади}\}$

$e_4 - \{1 - \textit{тегмайди}\ ,\ 2 - \textit{тегмайди}\}$

Demak, $U = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

SHunday qilib, har qanday tajriba, elementar hodisalar fazosini vujudga keltiradi. Bu hodisalar fazo elementlari, chekli, sinovli va katta kontinium quvvatga ega bo'lishi mumkin.

Nazorat topshiriqlari*:*

1.1 Elementar hodisa nima?
1.2 Elementar hodisalar fazosi nima?
1.3 Ehtimollar nazariyasi fanining asoschilari kimlar?
1.4 Kompleks sharoit qanday ta'riflanadi?
1.5 Muqarrar hodisa nima?
1.6 Mumkin bo'lmagan hodisa nima? Tasodifiy hodisa-chi?
1.6 Elementar hodisalar fazosi kontinuum quvvatga ega bo'lishi mumkinmi?
1.7.Kompleks sharoitda tanga ikki marta tashlanyapti.Elementar hodisalar fazosida nechta elementar hodisa bo'ladi?

A)2 V)3 S)4 D)5 ye)6.

2 - asosiy savolning bayoni:

YUqorida ko'rganimizdek, tasodifiy hodisalar elementar hodisalardan tashkil topgan bo'lar ekan.Elementar hodisalar soni qancha ko'p bo'lsa, shu tasodifiy hodisa ko'proq ro'y beradi. $A = \{e_1, e_2, e_3 .... e_n\}$ va $B = \{e_2, e_4, e_6, e_8, e_{10}\}$ bo'lsin. Ko'rinib turibdiki, A hodisa V hodisaga qaraganda ko'proq ro'y beradi.

Ta'rif 4. Biror tajriba natijasida har doim ro'y beradigan hodisa, muqarrar hodisa deyiladi. Muqarrar hodisa, elementar hodisalar fazosidagi barcha elementar hodisalarni o'z ichiga oladi. U- demak muqarrar hodisa ekan.

Ta'rif 5. Biror tajriba natijasida hech qachon ro'y bermaydigan hodisa, mumkin bo'lmagan (V) hodisa deyiladi.

Masalan: Kompleks sharoitda tanganing qirrasi bilan tushish hodisasi, mumkin bo'lmagan hodisaga misol bo'la oladi.

Bu bundan keyin, $U = \Omega, V = \varnothing$ deb belgilanadi.

Ta'rif 6. A hodisa ro'y berganda, ro'y bermaydigan hodisalar, A hodisaga qarama-qarshi hodisa deyiladi va $\overline{A}$ deb belgilanadi.

Masalan, juft son tushishini A hodisa deylik, u holda $\overline{A}$ hodisa toq son tushishi bo'ladi.

Nazorat uchun savollar:

2.1.Muqarrar hodisani ta'riflang
2.2.Qarama- qarshi hodisani ta'riflang.
2.3.Muqarrar va mumkin bo'lmagan hodisalar qanday belgilanadi?
2.4.Tanga 3 marta tashlanganda, hech bo'lmaganda ikki marta "gerb" tushish hodisasida nechta elementar hodisa bo'ladi?
A) 4 V) 5 S) 6 D) 7 ye)8
2.5. Teng imkoniyatli hodisalarni tushuntiring.
2.6. "Abituriyent"ning o'qishga kirishi qaysi hodisaga kiradi?

3-asosiy savol:

Biz bu mavzuda hodisalar ustida ayrim munosabatlarni ko'ramiz.

Ta'rif 7. A ro'y berganda V albatta ro'y bersa, A hodisa V hodisani ergashtaradi deyiladi va uni $A \subset B$ kabi belgilaymiz.

Ta'rif 8. A hodisa yoki B hodisa yoki A hodisa ham V hodisa ham birgalikda ro'y berganda ro'y beradigan hodisalar A va B hodisalar yig'indisi deyiladi va u $A \cup B$ yoki $A + B$ kabi belgilanadi.

Ta'rif 9. A va V hodisalar birgalikda ro'y berganda ro'y beradigan hodisa ularning ko'paytmasi deyiladi va $A \cdot B$ yoki $A \cap B$ kabi belgilanadi.

Ta'rif 10. A ro'y berib V ro'y bermaganda ro'y beradigan hodisa A va B hodisalar ayirmasi deyiladi va $A - B$ kabi belgilanadi.

Ta'rif 11. Agar $A \cap B \neq 0$ bo'lsa, A va V hodisalar birgalikda emas deyiladi.

Ta'rif 12. Agar $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n = \Omega$ bo'lsa, u holda, $A_1, A_2,...,$ A_n hodisalar to'la gruppa tashkil etadi deyiladi. SHu yerda agar $A_i \cap A_g = \varnothing, i \neq g$ bo'lsa, o'zaro birgalikda bo'lmagan to'la gruppa deyiladi.

1-masala. Kompleks sharoitda tanga ikki marta tashlanyapti. Elementar hodisalar fazosida nechta elementar hodisa bo'ladi?

Echish: Tangani ikki marta tashlaganda quyidagi elementar hodisalar ro'y beradi: (g,g), (g,r), (r,g), (r,r). Demak 4 ta elementar hodisa bo'lar ekan.

2-misol. $A = (1,2,3,4,5,6,7,8,9)$

$B = (2,4,6,8,10,12)$ bo'lsa: 1. $A \cup B = (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,12)$

2. $A \cap B = (2,4,6,8)$

3. $A / B = (1,3,5,7,9)$

O'quv honasida bajarish uchun misollar: [1].39-bet. 2, 3, 4-misollar.

Nazorat uchun savollar:

3.1. Ergashtiruvchi hodisalarga misol keltiring.

3.2. Hodisalarning yig'indisini tushuntiring.

3.3. To'la gruppa nima?

3.4. $(A \cup B)C = AC \cup BC$ tenglikni isbotlang.

3.5. $\overline{\overline{A} + \overline{B}} = AB$ tekshiring.

3.6. $(A \cup B) \setminus B = A \setminus AB = A\overline{B}$

3.7. $\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_1} = \bigcup_{i=1} \overline{A}_i$ tenglik to'g'rimi?

3.8.Ikkita shoshqoltoshni tashlaganda nechta elementar hodisa bo'ladi?

A)6 V)12 S)18 D)24 E)36

3.9. Kompleks sharoitda 3 ta simmetrik tanga tashlanganda nechta elementar hodisa mavjud.

A)2 V)3 S)8 D)6 E)4

3.1.1. Tanga 3 marta tashlanganda, hech bo'lmaganda ikki marta "gerb" tushish hodisasida nechta elementar hodisa bo'ladi?

A)4 V)5 S)6 D)7 E)8

Uyga vazifa uchun misollar:

[1].39-bet. 1-misol. g, d, ye.

Adabiyotlar::

1. S.X. Sirojiddinov, M.M. Mamatov. «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» T. «O'qituvchi»-1980y
2.B.V.Gnedenko "Kurs teorii veroyatnostey» M.Nauka. 1980.
3.Ejev «Kombinatorika".
4.V.E.Gmurman «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misollar".

Mavzu: Ehtimolning klassik ta'rifi. Kombinatorika elementlari. Ehtimolning boshqa ta'riflari.

Asosiy savollar:
1. Ehtimolning klassik ta'rifi.
2. Kombinatorika elementlari.
3. Ehtimolning geometrik va statistik ta'riflari.

Tayanch tushunchalar:klassik ta'rif, gruppalashlar, o'rinlashtirishlar, o'rinalmashtirishlar, chekli va cheksiz to'plamlar, nisbiy chastota.

1- savol bayoni:

Bizga o'tgan mavzudan ma'lumki, Ω – barcha mumkin bo'lgan elementar hodisalar fazosi edi. Agar Ω – chekli to'plam bo'lsa, ya'ni unga kiruvchi elementar hodisaning ro'y berish imkoniyati bir xil bo'lsa, uholda bu elementar hodisalar teng imkoniyatli hodisalar deyiladi. Masalan, kubikni tashlanganda 1,2,3,4,5,6 ochkolari tushush hodisalari teng imkoniyatlardir.

Bizga ma'lumki, biror A tasodifiy hodisa (bir necha) elementar hodisalarni oladi. U holda quyidagi ta'rif, ehtimol tushunchasini aniqlaydi.

Ta'rif. A tasodifiy hodisaning ehtimoli deb $\frac{m}{n}$ songa aytiladi va R(A) deb belgilanadi, ya'ni $P(A)=\frac{m}{n}$, bu yerda n-barcha elementar hodisalar soni , m- esa A hodisaga kiruvchi elementar hodisalar soni. Ehtimolning bu ta'rifi uning klassik ta'rifi deyiladi.

Misol. 2 ta kubik tashlanganda raqamlar yig'indisi 9ga teng bo'lish hodisasining ehtimoli topilsin.

Echish. Barcha elementar hodisalar soni 36ta, ular (1,1), (1,2), . . .,(1,6),(1,1), . . . ,(6,6) elementar hodisalar. A hodisaga kiruvchi elementar hodisalar (3,6), (4,5), (5,4), (6,3) demak, m=4. U holda $P(A)=\frac{4}{36}$. Klassik ta'rif bilan bevosita hisoblanadigan Mashqlarni [3] dan topish mumkin.

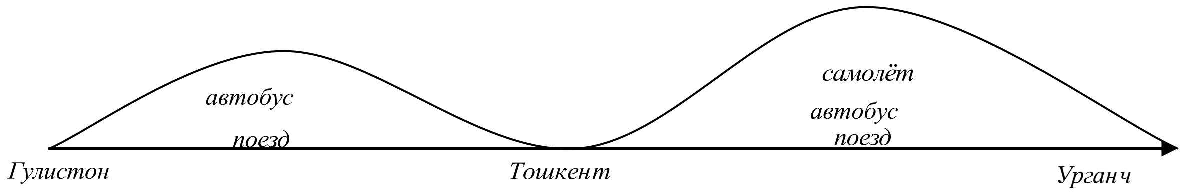
Nazorat uchun savollar:

1.1. Ikkita tangani baravar tashlanganda ro'y beradigan elementar hodisalar nechta?
1.2. Teng imkonichtli hodisa nima va unga misollar keltiring?
1.3. Ehtimol nima?
1.4. Uchta tanga baravar tashlanyapti, ikkitasini raqam tomoni bilan tushish hodisasining ehtimolini toping.
1.5. 100 ta lotoreyadan 10 tasiga bir so'mdan, 2 tasiga 25 so'mdan, 1 tasiga 50 so'm yutuq chiqdi. Aslida 1ta lotoreya bo'lsa, uning yutuq chiqmaslik ehtimolini toping.

2-savol bayoni:

Kombinatorika ehtimollar nazariyasing misol va mashqlarni yechishda juda ko'p qo'llanishini hisobga olgan holda, biz bu ma'ruzada yoritishni lozim topdik.

Misol. Gulistondan Urganchga borish. Faraz qilaylik, Gulistondan Urganchga borish uchun, avval Gulistondan Toshkentga avtobusda yoki poyezda, so'ngra, Toshkentdan Urganchga borish uchun avtobusda, poyezda va samolyotda borish imkoniyatlari bo'lsin. U holda Gulistondan Urganchga necha xil usul bilan borish mumkin?



Ko'rinib turibdiki, Gulistondan Toshkentga 2-xil usul bilan, Toshkentdan Urganchga 3 xil usul bilan borish mumkin.

U holda Gulistondan Urganchga quyidagi sxemada borish mumkin. $Г \to Т \to У$: (a,a), (a,p), (a,s), (p,a), (p,s) ya'ni 2*3=6 xil usul bilan borish mumkin ekan.

Bu bittadan tashlashni umumlashtiramiz. Faraz qilaylik, k -ta har xil gruppa bo'lib,1-sida n_1 , 2-sidan n_2 ,…, k -sidan n_k element mavjud bo'lsin. U holda bir gruppadan bitta tanlab k-elementli gruppa tashkil etish uchun $N = n_1 \cdot n_2 ... n_k$ (1) ta usul tanlash mumkin.

Endi misolni salgina boshqacharoq qo'yaamiz. Faraz qilaylik, n-elementli gruppa berigan bo'lib bitta element olib uni fiksirlaymiz va yana gruppani qaytarib bu protsessni davom ettiramiz. Bu usulni k marta takrorlab k- elementli gruppani tuzamiz. Bu usulda tanlashlar soni $N = n^k$ bo'ladi. Buning isboti $n_1 = n_2 = ... = n_k$ desak, (1) dan kelib chiqadi. Bu songa o'rin almashtirishlar soni deyiladi. Bu tajribani ham salgina o'zgartiramiz. YUqorida bayon etilgan gruppadan bitta element olib gruppaga qaytarmaymiz. 1-chi elementni n xil usul bilan, 2-chi elementni $n-1$ xil usul bilan, k -elementni $n-k+1$ xil usul bilan olish mumkin. U holda k - elementli gruppa hosil qilish uchun

$N = n(n-1)(n-2)...(n-m+1) = A_n^k$ xil usul bilan tanlash mumkin. Bu son o'rinlashtirish soni deyiladi. Agar $k = n$ bo'lsa, quyidagicha bo'ladi.

$A_n^n = n(n-1)(n-2).... 2 \cdot 1 = n!$.

Endi n - elementli gruppani k - elementli gruppachalarga ajratib chiqamiz. Bunday ajratishlar usuli

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

ta bo'lar ekan. YUqorida bayon etilgan kombinatorika elementlari ehtimollar nazariyasi mashqlarini yechishda keng qo'llaniladi.

Misol. Kartalar dastasidan (36 dona karta) tavakkaliga 4tasi olindi. SHular ichida bitta tuz karta bo'lish ehtimolini toping.

yechish: 36 dona kartadan 4 tasi S_{36}^4 xil usul bilan olish mumkin, ya'ni $n = C_{36}^4$ olingan 4ta kartaning bittasi tuz bo'lishi C_4^1 xil usul bilan, uchtasi boshqa karta bo'lishi esa C_{32}^3 usul bilan olish imkoniyati bor. Demak, $m = C_4^1 C_{32}^3$. SHunday qilib ehtimolning klassik ta'rifiga binoan $P = \frac{C_4^1 C_{32}^3}{C_{36}^4} \approx 0,3368$ bo'ladi.

Nazorat uchun savollar:

2.1.Tanlash usullarini qanday tushunasiz.
2.2.Asosiy teorema nima?
2.3. n -elementli to'plamning k - elementli to'plamostilar soni qanday hisoblanadi?
2.4.O'rin almashtirishlar nima?
2.5.O'rinlashtirish nima?
2.6.Bittadan tashlashlar sonini yozing.
2.7. 0,1,2,3,4 raqamlar nechta uch xonali son yozish mumkin?
A)40 V)48 S)54 D)64 E)125
2.8. O'rin almashrtirishlar sonini topish formulasini yozing.
2.9. O'rinlashtirishlar sonini yozing.
2.1.1. Gruppalashlar sonini yozing.
2.1.2 Konvertdagi 100 ta foto kartochka 10 tasini necha xil usul bilan olish mumkin.
2.1.3. sexda 6ta erkak va 4ta ayol ishchi ishlaydi. Tabel nomerlari bo'yicha tavakkaliga 7 kishi ajratilgan. Ajratilganlar orasida 3ta ayol bo'lishi ehtimolini toping.
A)0,5 V)0,85 S)0,55 D)0,65 E)0,7

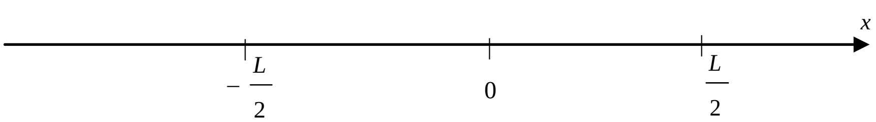
3-asosiy savolning bayoni:

Ehtimolning klassik ta'rifi bilan ehtimolni topish har doim ham mumkin bo'lavermaydi. CHunki, shunday tajribalar borki, bunday elementar hodisalar sonini ko'rsatishning imkoniyati yo'q.

Faraz qilaylik biror G soha berilgan bo'lib, bu biror G_1 o'z ichiga olsin. YA'ni $G_1 \subset G$ soxaga tavakkaliga tashlangan nuqta G_1 ga tushish ehtimolni topish talab etigan bo'lsin. Bu yerda barcha elementar hodisalar to'plami G to'plamning barcha nuqtalaridan iborat, ya'ni kontinium quvvatli. SHu sababli klassik ta'rifdan foydalana olmaymiz. Bunday masalalarni yechishda $P(A) = \frac{mes\ G_1}{mes\ G}$ formuladan foydalaniladi. Bu yerda «mes" to'plamning o'lchovini (uzunlik, yuza, xajm) bildiradi.

Misol. L uzunlikdagi kesmaga tavakkaliga nuqta tashlandi. Tashlangan nuqta kesmaning o'rtasidan ko'pi bilan l masofada yotish hodisasining ehtimolini toping.

Echish. L uzunlikdagi kesmaning o'rtasi sanoq boshi deb qabul qilamiz.



u holda yuqoridagi qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plamini $-l \le x \le l$ bo'ladi. Bu kesmaning uzunligi $2l$ ga teng. U holda izlanayotgan ehtimol $P = \frac{2l}{L}$ ga teng. Bu mavzuga doir ko'plab misollarni[2] dan topish mumkin. Bundan tashqari shunday tajribalar bo'ladiki, ulardan birorta A hodisaning ro'y berish yoki ro'y bermasligi ma'lum son atrofida turg'un bo'ladi. Agar r tajribalar soni v -shu tajribalarda A hodisaning ro'y berishlar soni desak, u holda $w(A) = \frac{v}{n}$, A hodisaning nisbiy chastotasi deyiladi. SHu nisbiy chastota A hodisaning ro'y

berish ehtimolini ham harekterlaydi. Bunday usulda aniqlangan ehtimol sistematik hodisaning statistik ehtimoli deyiladi.
Masalan.Pirson degan olim tangani 24 ming marta tashlab tajriba o'tkazgan. SHulardan 12012 martasida raqam tarafi tushgan.Bundan ko'rinadiki tanganing raqam tushish hodisasining statistik ehtimoli $\frac{12012}{24000}$ ga, ya'ni 0,5 ga yaqin.Bunday misollarni ko'plab keltirish mumkin. Har bir talaba bunday tajribalarni o'tkazib turish mumkin.

Nazorat uchun savollar:

3.1.Ehtimolning klassik ta'rifi kamchiliklari nimadan iborat?
3.2.Tajriba kesmada yoki tekislikda o'tkazilsa,klassik ta'rif bo'yicha ehtimolni topish mumkinmi?
3.3.Tajriba fazo bo'lsa-chi?
3.4.Ehtimolni tajribalar o'tkazish bilan aniqlash mumkinmi?
3.5.Mashxur «uchrashuv" haqidagi masala nima?
3.6.Pirson, Gyugens tajribalari nima?
3.7. «mes"ni tushuntiring.
3.8.Geometrik ta'rif bo'yicha ehtimolni topish.
3.9.Har biri 1 dan katta bo'lmagan 2 ta x va y musbat sonlar tavakkaliga olingan. $x+y$ yig'indisining 1 dan katta bo'lmaslik, xy ko'paytmasining 0,09 dan kichik bo'lmaslik ehtimolini toping.
3.1.1.Tangani 200 marta tashlab, undan gerb tarafini tushishini kuzating.
3.1.2Nisbiy chastota nima?
3.1.3.Nishonga 20 ta o'q uzilgan, shundan 18tasi tekkani qayd etilgan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping.
A)0,2 V)0,6 S)0,7 D)0,8 E) 0,9

Uyga vazifa.
[4]:№42-45 misollar.

Adabiyotlar::

1. S.X. Cirojiddinov, M.M.Mamatov «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" T."O'Qituvchi» 1980y.
2. B.V.Gnedenko "Kurs teorii veroyatnostey» M.Nauka. 1980.
3. Ejev «Kombinatorika".
4. V.E.Gmurman «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misollar".