II BOB

NISBIYLIK NAZARIYASI ELEMENTLARI

Biz fizikani klassik mexanikani o‘rganishdan boshlagan edik. Klassik mexanika tezliklari yorug‘likning vakuumdagi tezligidan juda kichik bo‘lgan makrojismlarning harakat qonunlarini o‘rganadi, deb qayd etilgan edi. Unda tezliklari yorug‘likning vakuumdagi tezligiga yaqin bo‘lgan jismlarning harakat qonunlari qanday bo‘ladi? Ular klassik fizika qonunlaridan farq qiladimi, yo‘qmi? Ushbu va yana tug‘iladigan bir qancha savollarga javob topish maqsadida, fizikaning eng qiziqarli bo‘limlaridan biri bo‘lgan, fazo, vaqt, materiya va harakat kabi tushunchalar haqidagi tasavvurlarni keskin o‘zgartirib yuborgan va 1905- yilda A.Eynshteyn tomonidan yaratilgan «Maxsus nisbiylik nazariyasi asoslari» bilan tanishishga kirishamiz .

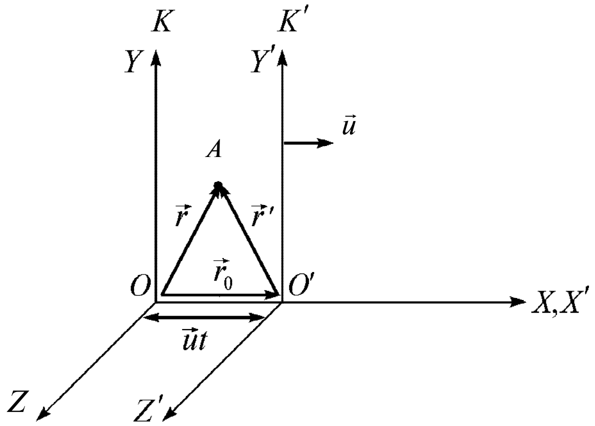
15-§. Nisbiylik nazariyasi asoslari

M a z m u n i: Galileyning nisbiylik prinsipi; koordinatalar uchun Galiley almashtirishlari; tezlik va tezlanishni almashtirish; klassik mexanikada invariant kattaliklar.

Galileyning nisbiylik prinsipi. Moddiy nuqtaning harakati makon va zamonda o‘rganiladi, bu vazifani esa dekart koordinata sistemasi va unga biriktirilgan soat majmuasi o‘taydi deb qayd etilgan edi. Agar sanoq sistemalari bir-biriga nisbatan tinch yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan va ularning birortasida Nyuton dinamikasi qonunlari o‘rinli bo‘lsa, unda bu sistemalar inersial sanoq sistemalari bo‘ladi.

Barcha inersial sanoq sistemalarida klassik dinamikaning qonunlari bir xil shaklga ega. Bu prinsip mexanikada *nisbiylik prinsipi* yoki Galileyning *nisbiylik prinsipi* deyiladi.

Koordinatalar uchun Galiley almashtirishlari. Ushbu prinsipning g‘oyasini tushunish uchun bir-biriga nisbatan $\vec{u}(\vec{u} = const)$ tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan K (o‘qlari x, y, z) va K' (o‘qlari x', y', z') koordinata sistemalarini qaraymiz. Soddalik uchun K' sistema K ga nisbatan x o‘qi bo‘ylab



31- rasm.

harakatlanayotgan holni ko'raylik (31- rasm). (Buning hech bir qiyinchiligi yo'q, chunki koordinata sistemalarini masalani yechish uchun qulay qilib tanlash bizning o'zimizga bog'liq). Vaqtni hisoblashni koordinata o'qlarining boshlari ustma-ust tushgan momentdan boshlaymiz. Biror t vaqt o'tgandan keyin sistemalar 31- rasmda ko'rsatilgandek joylashsin. Bu vaqt davomida K' sistema K ga nisbatan x o'qi yo'nalishida $\vec{r}_0 = \vec{u}t$ vektorga ko'chadi. Endi A nuqtaning har ikkala sistemadagi koordinatalari orasidagi bog'lanishni topaylik. 31- rasmdan ko'rinib turibdiki,

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0 = \vec{r}\,' + \vec{u}t. \qquad (15.1)$$

Tenglikni koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari yordamida yozamiz:

$$\begin{aligned} x &= x' + ut, \\ y &= y', \\ z &= z', \end{aligned} \qquad (15.2)$$

bu yerda harakat x o'qi yo'nalishida bo'lganligi uchun $u_x = u$, $u_y = 0$, $u_z = 0$ ekanligini e'tiborga oldik. Yozilgan tenglamalar *koordinatalar uchun Galiley almashtirishlari* deyiladi. Agar klassik mexanikada vaqtning o'tishi sanoq sistemasining harakatiga bog'liq emasligini e'tiborga olsak, unda yuqoridagi tenglamalarga $t = t'$ ni ham qo'shish mumkin. Unda Galiley almashtirishlari quyidagi ko'rinishni oladi. Shunday qilib, $K' \rightarrow K$ uchun

$$
\begin{aligned}
x &= x' + ut,\\
y &= y',\\
z &= z',\\
t &= t'.
\end{aligned}
\qquad (15.3)
$$

Tezlik va tezlanishni almashtirish. Moddiy nuqtaning bir sanoq sistemasidagi tezligi $\vec{v}'$ ni bilgan holda uning ikkinchi sanoq sistemasidagi tezligi $\vec{v}$ ni aniqlash muhim ahamiyatga ega bo'ladi. Masalan, $\vec{u}$ tezlik bilan harakatlanayotgan poyezd ichida $\vec{v}'$ tezlik bilan yurayotgan odamning vokzaldagi kuzatuvchiga nisbatan tezligi $\vec{v}$ quyidagicha aniqlanadi (I-qism, 3.6 ga qarang)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \qquad (15.4)$$

Bu ifoda klassik mexanikada tezliklarni qo'shish qoidasini ifodalaydi.

Shuningdek, A nuqtaning har ikkala sanoq sistemasidagi tezlanishi bir-biriga teng:

$$\vec{a} = \vec{a}'. \qquad (15.5)$$

Shunday qilib, agar K sistemada A nuqtaga hech qanday kuch ta'sir etmasa ($\vec{a} = 0$), unda K' sistemada ham unga hech qanday kuch ta'sir etmaydi $(\vec{a} = \vec{a}' = 0)$.

Klassik mexanikada invariant kattaliklar. Invariant so'zi lotincha bo'lib, *invariantis* — o'zgarmaydigan degan ma'noni anglatadi. Klassik mexanikada qanday kattaliklar bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o'tganda o'zgarmaydi? (15.5) munosabatning ko'rsatishicha: **bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o'tganda klassik dinamika tenglamalari o'zgarmaydi, ya'ni ular koordinatalar o'zgarishiga nisbatan invariantdir.**

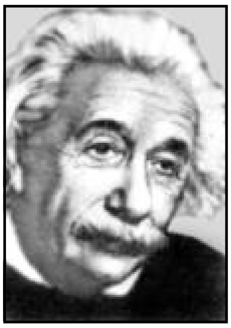
Demak, (15.5) ifoda mexanikada nisbiylik prinsipining isboti bo'lib, mexanik jarayonlar barcha inersial sanoq sistemalarida bir xilda ro'y berishini ko'rsatadi. Galiley iborasi bilan aytganda, inersial sanoq sistemasining ichida o'tkazilgan hech qanday mexanik tajriba uning tinch yoki to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotganligini aniqlashga imkon bermaydi. Misol uchun to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgan poyezd kupesida turib, derazadan nigoh tashlamaguncha, poyezdning tinch turganligi yoki harakat qilayotganligini aniqlay olmaymiz.

Shuningdek, klassik mexanikada vaqt $t = t'$ va kesmaning uzunligi $l = x_2 - x_1 = (x_2' + ut) - (x_1' + ut) = (x_2' - x_1') = l'$ invariant kattaliklardir.

Sinov savollari

1. Maxsus nisbiylik nazariyasida qanday harakat o‘rganiladi? 2. Inersial sanoq sistemasi deb qanday sistemalarga aytiladi? 3. Galileyning nisbiylik prinsipi deb nimaga aytiladi? 4. Koordinatalar uchun Galiley almashtirishlari. 5. Nima uchun harakat x o‘qi yo‘nalishida deb tanlab oldik? 6. Klassik mexanikada tezliklarni qo‘shish qoidasi. 7. Klassik mexanikada tezlanishni almashtirish qoidasi. 8. Agar K sistemada jismga kuch ta’sir etmasa, K' da ta’sir etadimi? 9. Invariant kattaliklar deb qanday kattaliklarga aytiladi? 10. Klassik mexanikada qanday kattaliklar invariant kattaliklar bo‘ladi? 11. Inersial sanoq sistemasi ichida o‘tkazilgan tajriba sistemaning tinch yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat holatida ekanligini aniqlashga imkon beradimi? 12. Klassik mexanikada yana qanday invariant kattaliklar bor?

16-§. Eynshteynning nisbiylik nazariyasi postulatlari



A. EYNSHTEYN
(1879 — 1955)

M a z m u n i : tezliklarni qo‘shish; A.Eynshteynning xulosasi; maxsus nisbiylik nazariyasining postulatlari.

Tezliklarni qo‘shish. Tezliklari yorug‘likning bo‘shliqdagi tezligidan juda kichik bo‘lgan ($v << c$) makrojismlarning harakatini ajoyib tarzda tushuntirib bera olgan Nyuton mexanikasi XIX asrning oxirlaridan boshlab ba’zi qiyinchiliklarga duch kela boshladi. Ularning eng oddiysi tezliklarni qo‘shish formulasi (15.4) da namoyon bo‘ldi. Agar yorug‘lik manbayi va uni qabul qiluvchi bir-birlariga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan bo‘lsa, unda o‘lchangan tezlik ularning bir-birlariga nisbatan harakatlariga bog‘liq bo‘lishi kerak. Misol uchun biz tomonga yorug‘lik tezligiga teng tezlik bilan ($u = c$) yaqinlashib kelayot-gan parovoz yoritgichidan chiqayotgan yorug‘likning ($v' = c$) bizga nisbatan tezligi (v) nimaga teng bo‘ladi? (15.4) ifodaga muvofiq

$$v = v' + u = c + c = 2c,$$

ya’ni yorug‘likning bizga nisbatan tezligi uning vakuumdagi tezligidan ikki marta katta bo‘lishi kerak. Tajribalar bu natijaning mutlaqo noto‘g‘riligini ko‘rsatdi.

A. Eynshteynning xulosasi. Mavjud muammoni hal etish haqida chuqur mulohaza yuritgan A. Eynshteyn shunday yangi mexanikani yaratmoq kerakki, uning qonunlari chegaraviy hol, ya’ni kichik tezliklar holida ($v << c$) klassik mexanika qonunlari bilan mos kelsin degan xulosaga keldi.

Fazo va vaqtning uyg‘unligi haqida yangicha tasavvurlar yuritish zarurligini tushungan A. Eynshteyn 1905- yilda «Harakatlanuvchi muhitning elektrodinamikasi» nomli ishini e’lon qildi. Ishda maxsus nisbiylik nazariyasining asoslari bayon qilingan edi. Maxsus so‘zi, nazariyada, faqatgina inersial sanoq sistemalarida ro‘y beradigan hodisalargagina qaralishini ta’kidlaydi. Shu bilan birga, maxsus nisbiylik nazariyasida fazo va vaqtning xususiyatlari: fazoning bir jinsliligi va izotropligi, vaqtning bir jinsliligi asos qilib olingan. Maxsus nisbiylik nazariyasini ko‘pincha relativistik nazariya, uning effektlarini esa relativistik effektlar ham deb atashadi.

Maxsus nisbiylik nazariyasining postulatlari. 1905- yilda A. Eynshteyn tomonidan yozilgan quyidagi ikkita postulat (isbotsiz qabul qilinadigan ta’kid) maxsus nisbiylik nazariyasining asosini tashkil qiladi:

I. Nisbiylik prinsipi. Inersial sanoq sistemasining ichida o‘tkazilgan hech qanday (mexanik, elektrik, optik bo‘lishidan qat’i nazar) tajriba ushbu sistema tinch yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotganligini aniqlashga imkon bermaydi; tabiatning barcha qonunlari bir inersial sanoq sistemasidan ikkinchisiga o‘tishga nisbatan invariantdir.

II. Yorug‘lik tezligining invariantlik prinsipi. Yorug‘likning vakuumdagi tezligi, yorug‘lik manbayining ham, kuzatuvchining ham harakat tezligiga bog‘liq emas va barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil.

Ushbu postulatlarga ba’zan *Eynshteyn postulatlari* ham deyiladi.

Sinov savollari

1.Klassik mexanikadagi tezliklarni qo‘shish formulasi yorug‘lik tezligiga yaqin tezliklar uchun o‘rinlimi? 2. A. Eynshteynning xulosasi. 3. U maxsus nisbiylik nazariyasini qachon e'lon qildi? 4. „Maxsus“ so'zi nimani anglatadi? 5. Relativistik nazariya deb qanday nazariyaga aytiladi? Relativistik effekt deb-chi? 6. Postulat so'zi nimani anglatadi? 7. Eynshteynning birinchi postulati? 8. Eynshteynning ikkinchi postulati.

17-§. Lorens almashtirishlari va ularning natijalari

M a z m u n i : koordinatalar uchun Lorens almashtirishlari; koordinatalar uchun Lorens almashtirishlaridan chiqadigan xulosalar; uzunlikning nisbiyligi; vaqt intervalining nisbiyligi; vaqt intervali nisbiyligining natijalari.

Koordinatalar uchun Lorens almashtirishlari. Istalgan K' inersial sanoq sistemasida ro'y bergan hodisaning koordinatalari (x', y', z', t') lar orqali shu voqeaning K sistemadagi koordinatalari (x, y, z, t) larni topish kerak bo'lsin. K' sistema K ga nisbatan x o'qi yo'nalishida $\vec{u} = \text{const}$ tezlik bilan harakatlanmoqda. Bu masala klassik mexanikada *Galiley almashtirishlari* (15.3) yordamida yechiladi.

Ammo (15.3) ifoda yorug'lik signali cheksiz katta tezlik bilan tarqaladi, degan mulohaza asosida hosil qilingan. Maxsus nisbiylik nazariyasida yorug'lik tezligi chekli ekanligi qayd etilgandan so'ng koordinatalar uchun yangi almashtirish formulalarini yozishga to'g'ri keldi. Bu formulalar koordinatalar uchun *Lorens almashtirishlari* deyiladi va ular quyidagi ko'rinishga ega. Almashtirishlar ularni yozgan niderlandiyalik fizik X. Lorens (1853 —1928) sharafiga shunday nomlangan:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \\ y = y'. \\ z = z'. \\ t = \dfrac{t' + \left(\dfrac{u}{c^2}\right)\cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{cases} \qquad (17.1)$$

Bu yerda $\beta = \frac{u}{c}$ belgilash kiritilgan. Klassik va relativistik mexanikadagi almashtirish formulalarini taqqoslash uchun ularni bitta jadvalda jamlaymiz.

3- jadval

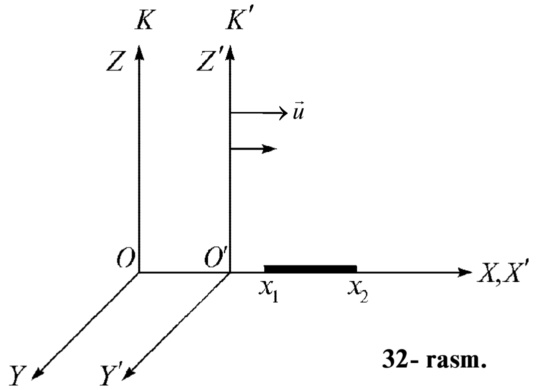
$K' \to K$ o'tish uchun	
Galiley almashtirishlari	Lorens almashtirishlari
$x = x' + ut$	$x = \dfrac{x' + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}$
$y = y'$	$y = y'$
$z = z'$	$z = z'$
$t = t'$	$t = \dfrac{t' + \left(\dfrac{u}{c^2}\right) \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Koordinatalar uchun Lorens almashtirishlaridan kelib chiqadigan xulosalar. Jadvalda keltirilgan Galiley va Lorens almashtirishlarini taqqoslab quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1) $u << c$ ($\beta \approx 0$) da Lorens almashtirishlari Galiley almashtirishlariga o'tadi, ya'ni maxsus nisbiylik nazariyasi klassik mexanikani inkor etmaydi, balki uni kichik tezliklar $u << c$ uchun xususiy hol sifatida e'tirof etadi;

2) Lorens almashtirishlarining ko'rsatishicha, u yorug'lik tezligi c ga teng ham, undan katta ham bo'lishi mumkin emas. Aks holda ildiz ostidagi ifoda nolga teng bo'lib qoladi. $u > c$ da esa u manfiy son bo'lib, Lorens almashtirishlari o'z ma'nosini yo'qotadi. Shuning uchun ham yorug'likning vakuumdagi tezligi eng katta tezlik va unga erishish mumkin emas deb e'tirof etiladi;

3) Galiley almashtirishlari uchun absolut hisoblangan vaqt oralig'i va masofa relativistik mexanikada bunday xususiyatini yo'qotadi. Boshqacha aytganda, klassik mexanikada ikkita voqea orasidagi masofa va ular orasidagi vaqt bir inersial sanoq sistemasidan boshqasiga o'tganda o'zgarmay qolsa, relativistik mexanikada bu qoida buziladi. Bunday xulosa chiqarishimizga sabab, koordinatani topish formulasida vaqt, vaqtni topish formulasida esa koordinataning ishtirok etayotganligidir. x ni topish formulasida t', t ni topish formulasida esa x' ishtirok etgan. Shunday qilib, Eynshteyn nazariyasi, uch o'lchamli fazo va unga qo'shilgan



32- rasm.

vaqtdan iborat koordinata sistemasida emas, balki fazo+vaqt-dan iborat to'rt o'lchamli fazoda o'rinlidir. Bu bilan relativistik mexanika fazo va vaqt orasida yangicha uyg'unlik mavjudligini ta'kidlaydi.

Uzunlikning nisbiyligi. K' sistemaga nisbatan tinch turgan, x' o'qi bo'ylab joylashgan tayoqchani qaraymiz. K' sistemada tayoqchaning uzunligi $l_0 = x'_2 — x'_1$ bo'ladi, bu yerda x'_1 va x'_2 — tayoqchaning K' sanoq sistemasida t' dagi koordinatalari, 0 indeks tayoqchaning K' sistemada tinch turishini ifodalaydi (32- rasm). Tayoqcha va K' sistema K sistemaga nisbatan u tezlik bilan harakatlanadi. K sistemada tayoqcha uzunligini aniqlaylik. Buning uchun t paytda tayoqchaning K sistemadagi uchlarining koordinatalari x_1 va x_2 larni o'lchash kerak. Ularning farqi $l = x_2 — x_1$ shu K sistemada tayoqcha uzunligini beradi. Lorens almashtirishlaridan foydalanib topamiz.

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

yoki

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{17.2}$$

Topilgan ifoda haqida mulohaza yuritish uchun maxrajdagi kattalikni baholaylik: $v < c$ bo'lganligi uchun $\frac{v}{c} < 1$ bo'ladi. Birdan kichik sonning kvadrati ham birdan kichik $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{v^2}{c^2} < 1$. Birdan undan kichik sonni ayirsak, natija ham birdan kichik bo'ladi: $1-\frac{v^2}{c^2}<1$. (Bu ifodaning nolga teng yoki noldan kichik bo'la olmasligi ma'lum.) Bu sondan kvadrat ildiz olinsa, natija ham birdan kichik bo'ladi:

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\sqrt{1-\beta^2}<1. \tag{17.3}$$

l ni birdan kichik songa bo'lsak (albatta, birdan kichik, noldan katta), natija bo'linuvchidan katta bo'lishi ma'lum. Demak, $\frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ifoda l dan kattaroq bo'lishi kerak. Bundan

$$l_0>l \tag{17.4}$$

bo'lar ekan. Shunday qilib, tayoqchaning o'zi tinch turgan sanoq sistemasi K' dagi uzunligi l_0, u harakatlanayotgan K sanoq sistemasidagi uzunligi l ga nisbatan kattaroq bo'lib chiqdi. Yoki go'yoki tayoqcha harakatlanayotgan sistemada uning uzunligi qisqargandek bo'ldi. Inersial sanoq sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan tayoqchaning uzunligi harakat yo'nalishi bo'ylab $\sqrt{1-\beta^2}$ marta qisqarar ekan. Bu qisqarish uzunlikning *Lorens qisqarishi* deyiladi. Harakat tezligi *u* qancha katta bo'lsa, qisqarish ham shuncha katta bo'ladi.

Demak, klassik fizikada absolut bo'lgan, ya'ni barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil bo'lgan tayoqcha uzunligi maxsus nisbiylik nazariyasida nisbiy, ya'ni turli inersial sanoq sistemalarida turlicha bo'lib chiqdi.

Vaqt intervalining nisbiyligi. K sistemada tinch turgan biror nuqtada (koordinatasi X) biror hodisa ro'y bersin. Hodisa t_1 vaqtda boshlanib, t_2 vaqtda tugasin (soatning hodisa boshlangan va tugagan vaqtdagi ko'rsatkichlari). Hodisaning davom etish intervali $t=t_2-t_1$ ga teng bo'ladi. Shu hodisa K' sistemada

$$t'=t_2'-t_1' \tag{17.5}$$

vaqt davom etadi. t va t' bir-biri bilan quyidagicha bog'langan;

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (17.6)$$

Oldingi banddagi mulohazalarimizga asosan (17.3) ni nazarga olsak $t' > t$ bo‘lishini ko‘ramiz. Demak, K sistemadagi soat yordamida hisoblangan t vaqt intervali K' sistemadagi soat bilan ish ko‘ruvchi kuzatuvchi nuqtayi nazaridan t ga nisbatan uzoqroq davom etadi. Boshqacha aytganda, inersial sanoq sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan soat tinch turgan soatga nisbatan sekinroq yuradi, ya’ni soat yurishi sekinlashadi.

Shunday qilib, klassik mexanikada absolut bo‘lgan vaqt intervali, maxsus nisbiylik nazariyasida nisbiy tushunchaga aylanadi.

Vaqt intervali nisbiyligining natijalari. Soat yurishining sekinlashuvi haqidagi relativistik effekt ma’lum bo‘lgandan so‘ng «egizaklar paradoksi» muammosi vujudga keldi (*paradoks* — g‘ayritabiiy fikrni anglatadi). Yerdan 500 yorug‘lik yili masofasida bo‘lgan yulduzga (yorug‘lik yulduzdan Yergacha 500 yilda yetib keladi) yorug‘lik tezligiga yaqin tezlik bilan $\sqrt{1-\beta^2} = 0,001$ fazoviy parvoz uyushtirilayotgan bo‘lsin. Yerdagi soat yordamida hisoblanganda bu parvoz $t = 1000$ yil davom etadi. Kosmonavt uchun esa $t = \sqrt{1-\beta^2} \cdot t' =$ 0,001 · 1000 yil = 1 yilgina davom etadi.

Agar sayohatga yangi tug‘ilgan egizaklardan biri uchib ketgan bo‘lsa, u atigi 1 yoshgina ulg‘aygan bir paytda ikkinchi egizak 1000 yil yashab qo‘yadi. Aslida nima bo‘ladi? Buni fizikani chuqurroq o‘rganib bilib olishingiz mumkin.

Sinov savollari

1. Koordinatalar uchun Galiley almashtirishlari. 2. Koordinatalar uchun Lorens almashtirishlari. 3. Qanday shartlarda Lorens almashtirishlari Galiley almashtirishlariga o‘tadi? 4. Yorug‘likning vakuumdagi tezligiga erishish mumkinmi? 5. Klassik mexanikada invariant bo‘lgan uzunlik va vaqt intervali relativistik mexanikada ham invariant bo‘ladimi? 6. Ularning invariant emasligini nimaga asoslanib aytish mumkin? 7. Eynshteyn nazariyasi qanday fazoda o‘rinli? 8. Tayoqcha o‘zining eng katta uzunligiga qaysi sanoq sistemasida ega bo‘ladi? 9. Uzunlikning Lorens qisqarishi deb nimaga aytiladi? 10. Tayoqchaning uzunligi sistemaning harakat tezligiga

bog‘liqmi? 11. Vaqt intervalining nisbiyligi. 12. Vaqt intervali qaysi sistemada eng kichik bo‘ladi? 13. Qachon soat yurishi sekinlashadi? 14. «Egizaklar parodoksi» ni bilasizmi?

18-§. Tezliklarni qo‘shishning relativistik formulasi

M a z m u n i: tezliklarni qo‘shish formulalari; tezliklarni qo‘shish formulalarining natijalari.

Tezliklarni qo‘shish formulalari. 16- § da klassik fizikadagi tezliklarni qo‘shish formulasi

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u} \tag{18.1}$$

yorug‘lik tezligiga yaqin tezliklar uchun tajribalar natijalari bilan mos kelmasligi haqida yozilgan edi. Bu yerda $\vec{v}$ va $\vec{v}'$ jismning K va K' inersial sanoq sistemalaridagi tezliklari, $\vec{u}$ — sistemalarining bir-birlariga nisbatan harakat tezliklari.

Lorens almashtirishlari yordamida topilgan tezliklarni qo‘shish formulasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \dfrac{u \cdot v'}{c^2}}. \tag{18.2}$$

Ushbu ifoda *tezliklarni qo‘shishning relativistik formulasi* deyiladi.

(18.2) formuladan ko‘rinib turibdiki, agar v, v' va u tezliklar yorug‘lik tezligidan juda kichik bo‘lsa,

$$\frac{u \cdot v'}{c^2} << 1$$

bo‘ladi va ifodaning maxraji birga teng bo‘lib, (18.2) ifoda klassik mexanikadagi tezliklarni qo‘shish formulasi (18.1) ga o‘tadi.

Tezliklarni qo‘shish formulasining natijasi. Tezliklarni qo‘shish uchun topilgan (18.2) ifoda klassik fizikadagi tezliklarni qo‘shish formulasining kamchiliklarini bartaraf qila oladimi? Buni tekshirib ko‘rish uchun 16- § da ko‘rgan misolimizga qaytaylik.

Ushbu misolga muvofiq $v' = u = c$ va v ni topamiz. (18.2) ga asosan

$$v = \frac{c + c}{1 + \frac{c \cdot c}{c^2}} = \frac{2c}{1 + 1} = c,$$

ya'ni poyezd yoritgichidan chiqayotgan yorug'likning tezligi c ga teng bo'lib qolaveradi. Demak, yorug'likning vakuumdagi tezligi $c = 3 \cdot 10^8$ m/s chegaraviy tezlik bo'lib, undan katta tezlikka erishish mumkin emas.

Sinov savollari

1. Tezliklarni qo'shishning relativistik formulasi. 2. Tezliklarni qo'shishning relativistik formulasi kichik tezliklarda klassik mexanikadagi tezliklarni qo'shish formulasiga o'tadimi? 3. Tezliklarni qo'shishning relativistik formulasi klassik mexanikadagi tezliklarni qo'shish formulasining muammolarini yecha oladimi? 4. Yorug'likning vakuumdagi tezligidan katta tezlikka erishish mumkinmi?

19-§. Relativistik massa. Massa va energiyaning bog'lanish qonuni

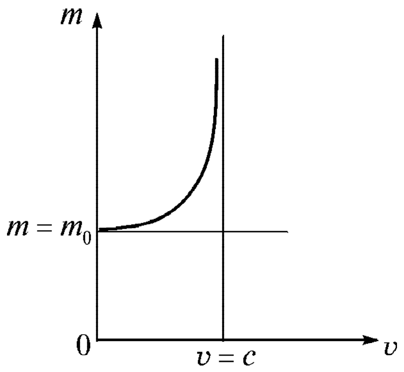
M a z m u n i : relativistik massa; relativistik impuls; massa va energiyaning bog'lanishi; kinetik energiya.

Relativistik massa. Klassik mexanika tasavvurlariga muvofiq massa o'zgarmas kattalikdir. Lekin 1901- yilda o'tkazilgan tajribalar harakatlanayotgan elektronning tezligi ortishi bilan massasi ham ortib borishini ko'rsatdi.

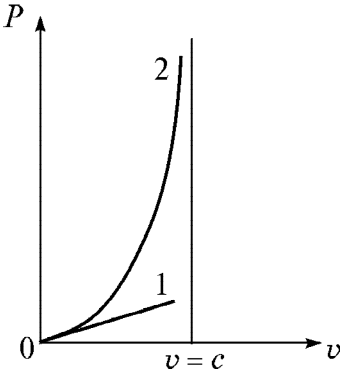
Harakatlanayotgan jism massasining uning harakat tezligiga bog'liqligi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \qquad (19.1)$$

Bu yerda: m — jismning harakatdagi massasi, m_0 — tinchlikdagi massasi, ya'ni jism tinch turgan sanoq sistemasiga nisbatan massasi, $\beta = \frac{v}{c}$, v — harakat tezligi. (19.1) dan ko'rinib turibdiki, $v << c$ da $\beta << 1$ va $m = m_0$ bo'ladi. Demak, jism massasining tezlikka bog'liqligi yorug'lik tezligiga yaqin tezliklardagina na-



33- rasm.



34- rasm.

moyon bo‘ladi. Massaning tezlikka bog‘liqligi 33- rasmda ko‘rsatilgan.

Klassik mexanikadagi kabi relativistik mexanikada ham massa inertlik o‘lchovidir. Relativistik dinamikada tezlik ortishi bilan inertlik ham ortadi, ya’ni tezlik qancha katta bo‘lsa, uni orttirish yanada qiyinlashadi. $v = c$ bo‘lganda esa massa cheksizlikka intiladi. Shuning uchun ham tinchlikdagi massasi nolga teng bo‘lmagan ($m_0 \neq 0$) birorta ham jism yorug‘likning vakuumdagi tezligiga teng bo‘lgan tezlik bilan harakatlana olmaydi. Bunday tezlik bilan harakatlanadigan faqatgina bitta zarra mavjud. U ham bo‘lsa tinchlikdagi massasi nolga teng bo‘lgan zarra — fotondir. Fotonlar vakuumda, doimo yorug‘lik tezligiga teng bo‘lgan tezlik bilan harakatlanadi.

Relativistik impuls. Relativistik impuls quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\vec{v}. \qquad (19.2)$$

Klassik mexanikada esa impuls

$$\vec{p} = m_0\vec{v} \qquad (19.3)$$

ifoda bilan aniqlangan edi. Ularning farqini ko‘rish uchun impulsning tezlikka bog‘liqlik grafigini chizamiz. 34- rasmdagi 2- chiziq (19.2) ifodaga muvofiq relativistik impulsning tezlikka bog‘liqligini, 1- chiziq esa (19.3) ga muvofiq klassik mexanikadagi impulsning tezlikka bog‘liqligini ifodalaydi. Ulardan ko‘rinib turibdiki, kichik tezliklarda $v << c$ impulslarning qiymatlari mos keladi.

Fazoning bir jinsliligi natijasida relativistik mexanikada ham relativistik impulsning saqlanish qonuni bajariladi: **yopiq sistemaning relativistik impulsi saqlanadi, ya'ni vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi.**

Massa va energiyaning bog'lanishi. Relativistik mexanikada tezlikning o'zgarishi massaning o'zgarishiga, bu esa, o'z navbatida, to'la energiyaning o'zgarishiga olib keladi. Demak, to'la energiya E va massa m orasida o'zaro bog'lanish mavjud. Bu bog'lanish tabiatning fundamental qonuni bo'lib, Eynshteyn tomonidan aniqlangan va quyidagi ko'rinishga ega:

$$E = mc^2. \tag{19.4}$$

Sistemaning to'la energiyasi uning massasining yorug'likning vakuumdagi tezligining kvadratiga ko'paytmasiga teng.

Yoki

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{19.5}$$

Istalgan jismga, u harakatdami (massasi m) yoki tinchlikdami (massasi m_0), ma'lum energiya mos keladi.

Agar jism tinch holatda bo'lsa, uning tinchlikdagi energiyasi

$$E_0 = m_0 c^2 \tag{19.6}$$

kabi aniqlanadi. Jismning tinchlikdagi energiyasi uning xususiy energiyasidir. Klassik mexanikada tinchlikdagi energiya E_0 hisobga olinmaydi, chunki $v = 0$ da tinchlikdagi jismning energiyasi nolga teng deb hisoblanadi.

Kinetik energiya. Relativistik mexanikada jismning to'la energiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$E = E_k + E_0. \tag{19.7}$$

Jismning kinetik energiyasi E_k esa uning harakatdagi energiyasi E va tinchlikdagi energiyasi E_0 ning farqi sifatida aniqlanadi:

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right). \tag{19.8}$$

$v << c$ da (19.8) formula kinetik energiyaning klassik mexanikadagi

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{2}$$

ifodasiga o‘tadi.

Vaqtning bir jinsliligining natijasida klassik mexanikadagi kabi, relativistik mexanikada ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi: **yopiq sistemaning to‘la energiyasi saqlanadi, ya’ni vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi.**

Sinov savollari

1. Klassik mexanikada massa o‘zgaradimi? 2. Relativistik mexanikadachi? 3. Harakatlanayotgan jismning massasi qanday o‘zgaradi? 4. Jism massasining tezlikka bog‘liqligi qachon namoyon bo‘ladi? 5. Massaning ortishini qanday tushuntirasiz? 6. Tinchlikdagi massasi noldan farqli bo‘lgan jism nima uchun yorug‘likning vakuumdagi tezligiga teng tezlik bilan harakatlana olmaydi? 7. Fotonlar qanday zarralar? 8. Relativistik impuls qanday aniqlanadi? 9. Relativistik impulsning saqlanish qonuni bajariladimi? 10. Relativistik va klassik impulslar qachon mos keladi? 11.Tezlikning o‘zgarishi energiyaning o‘zgarishiga olib keladimi? 12. Energiya va massa orasidagi bog‘lanish. 13. Jismning tinchlikdagi energiyasi nimaga teng? 14. Relativistik mexanikada jismning to‘la energiyasi nimaga teng? 15. Relativistik mexanikada jismning kinetik energiyasi nimaga teng?

Masala yechish namunalari

1- masala. $0{,}97c$ tezlikli elektron u tomonga qarab $0{,}5\,c$ tezlik bilan harakatlanayotgan protonga qarama-qarshi bormoqda. Ular harakatining nisbiy tezligi aniqlansin.

Berilgan:

$u_e = 0{,}97c$;
$u_p = 0{,}5c$.

$v = ?$

Yechish: Tezliklarni relativistik qo‘shish formulasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \dfrac{u \cdot v'}{c^2}}.$$

Berilgan masalada K sistemani elektronga biriktiramiz. Unda K' sistemaning K ga nisbatan tezligi $u = u_e$ ga teng bo‘ladi. Protonning K' sistemaga nisbatan tezligi $v' = u_p$ bo‘ladi. Bizdan esa protonning K sistemaga nisbatan tezligi v ni topish so'ralgan. Shunday qilib, berilganlardan va yorug'likning bo'shliqdagi tezligi $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ekanligidan foydalansak,

$$v = \frac{0,5c + 0,97c}{1 + \frac{0,5c + 0,97c}{c^2}} = 0,99c = 2,97 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

J a v o b . $v = 2,97 \cdot 10^8$ m/s.

2 - m a s a l a . Agar zarraning relativistik massasi tinchlikdagi massasidan uch marta katta bo'lsa, zarra qanday v tezlik bilan harakatlanadi?

Berilgan:

$$\frac{m}{m_0} = 3$$

$v = ?$

Yechish. Relativistik massa quyidagicha aniqlanadi:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Bu ifodadan v ni topib olamiz:

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{m}{m_0}\right)^2}}.$$

Berilganlarni va yorug'likning vakuumdagi tezligi $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ni hisobga olib topamiz:

$$v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{1}{3^2}} \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,83 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

J a v o b : $v = 2,83 \cdot 10^8$ m/s.

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Tayoqcha inersial sanoq sistemasiga nisbatan o'zgarmas tezlik bilan bo'ylama yo'nalishda harakatlanmoqda. Tezlikning qanday qiymatida tayoqchaning shu sistemadagi uzunligi tinch turgan tayoqcha uzunligidan bir foizga kam bo'ladi? ($v = 423000$ km/s.)

2. Fazoviy kema ichida, uchishgacha Yerdagi soat bilan tenglashtirilgan soat bor. Fazoviy kemaning tezligi 7,9 km/s

bo‘lsa, Yerdagi kuzatuvchi o‘z soati bilan 0,5 yilni o‘lchaganda, kemadagi soat qancha orqada qoladi. ($\tau = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$s.)

3. $0{,}6\,c$ tezlik bilan harakatlanayotgan elektronning relativistik impulsi aniqlansin. ($p = 2{,}05 \cdot 10^{-22}$ kg · m/s.)

4. $0{,}8\,c$ tezlik bilan harakatlanayotgan elektronning kinetik energiyasi aniqlansin. ($T = 0{,}34$ MeV.)

Test savollari

1. Bir sanoq sistemadan ikkinchisiga o‘tganda klassik dinamika tenglamalari o‘zgarmaydi, ya’ni ular koordinatalar o‘zgarishiga nisbatan invariantdir.
Bu qaysi prinsip?
A. Kuchlar ta’sirining mustaqilligi.
B. Galileyning nisbiylik prinsipi.
C. Lorens almashtirishlari nisbiyligi.
D. Eynshteyn nisbiyligi.
E. To‘g‘ri javob B va D.

2. Klassik mexanikadagi invariant kattaliklarni ko‘rsating:
A. Massa, tezlanish, kuch, vaqt.
B. Tezlik, trayektoriya, massa.
C. Tezlanish, kuch, massa, ko‘chish.
D. Tezlik, tezlanish, kuch massasi.
E. To‘g‘ri javob yo‘q.

3. Quyida keltirilgan ifodalardan uzunlikning nisbiyligi ifodasini ko‘rsating:

A. $l_0 = \dfrac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$. B. $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$. C. $l = \dfrac{l_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$

D. $l_0 = l \cdot \sqrt{1-\beta^2}$. E. To‘g‘ri javob A va B.

4. Relativistik mexanikada invariant bo‘lmagan kattaliklarni ko‘rsating:
A. Massa, vaqt, uzunlik.
B. Massa, vaqt, tezlik.
C. Vaqt, uzunlik, hajm, yuza.
D. Uzunlik, vaqt, bosim, kuch.
E. Barcha javoblar to‘g‘ri.

Bobning asosiy xulosalari

Galileyning nisbiylik prinsipi: *barcha inersial sanoq sistemalarida klassik dinamikaning qonunlari bir xil shaklga ega.*

Galiley almashtirishlari: $x=x+ut$; $y=y$; $z=z$; $t=t$; $v=v+u$.

Eynshteyn postulatlari. 1. Inersial sanoq sistemasining ichida o‘tkazilgan hech qanday tajriba ushbu sistema tinch yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotganini aniqlashga imkon bermaydi. 2. Yorug‘likning vakuumdagi tezligi, yorug‘lik manbayining ham, kuzatuvchining ham harakat tezligiga bog‘liq emas va barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil.

Koordinatalar uchun Lorens almashtirishlari:

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t + \left(\dfrac{u}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Tezliklar uchun Lorens almashtirishlari:

$$v = \frac{v' + u}{1 + \dfrac{u \cdot v'}{c^2}}.$$

Relativistik massa: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Relativistik impuls: $\vec{P} = m\vec{v} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \vec{v}$.

Massa va energiyaning bog‘lanishi. Sistemaning to‘la energiyasi uning massasining yorug‘likning vakuumdagi tezligi kvadratining ko‘paytmasiga teng:

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2 .$$

Jismning tinchlikdagi energiyasi.

$$E_0 = m_0 c^2.$$