OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA’LIM VAZIRLIGI

Abu Rayxon Beruniy nomidagi
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

«Elektronika va avtomatika» fakulteti

“Informatika kafedrasi”

Kurs ishi

Mavzu: *Ko’phadlarni interpolyatsiya usulida hisoblash*

Bajardi: 46-13 gr. talabasi Shodiyev Z.

Tekshirdi: Karimova N.

Toshkent – 2013

Reja

I. Kirish.

1.Masalaning qo'yilishi.

II. Nazariy qism.

1.Nyuton va Lagranjning interpolyatsiyalash usullari.

2.Masalaning yechimi blok sxemasi.

3.Paskal dasturlash tilida qo'llash.

III. Xulosa.

IV. Foydalanilgan adabiyotlar.

KIRISH

Matematikadan biz ko'phadlarni hisoblashni turli hil usullarni o'rgandik.Shu berilgan ko'phadlarni dastur yo'li bilan yechishning bir necha usullari bor.
Shu bilan birga Lagranj va Nyuton usullarini ko'rib chiqamiz. Informatika fanining kelib chiqishi uning uch tarkibiy qismi algoritm, dastur va hisoblash vositalarining paydo bo'lishi va rivojlanishi bilan bog'liq. Kishilik jamiyatida hisoblash ishlari boshlangan davr dek qo'shish,ayirish kabi algaritm amallardan, keyinchalik esa ko'paytirish bo'lishdan foydalanilgan.Bu amallar o'sha davrga taalluqli bo'lgan algaritmlar asosida bajarilgan.hisoblash ishlari uchun zarur bo'lgan axborot hajmini oshishi ,qulning barmoqlaridan farqli o'laroq yangi turdagi hisoblash vositalarini yaratishda sabab bo'lgan.**XIX**- asr oxiri **XX**- asr boshlarida fanlarning yangi yo'nalishlari va yangi fanlar paydo bo'lishi ishlov berish uchun zarur bo'lgan axborot hajmini keskin oshib ketishiga olib keldi.**XX**- asr o'rtalarida yaratilgan axborotlarni avtomatik ishlov qurilmasi-elektr hisoblash mashinalari katta hajimdagi axborotni saqlab turish va katta tezlikda ishlov berishimkoniyatini tug'diradi. Buning natijasida murakkab ilmiy texnik masalalarni (atom energiyasi kosmosnio'zlashtirish ob-havoni boshorat qilish, …) yechish ularni tahlil qilish mumkin bo'lib qoldi .Demakqo'yilgan masalani to'g'ri yechish uchun zarur bilim va maxorat ,**EHM** tushunadigan dastur va EHMning o'zi bir butunning uch qismi o'rganishimiz kerak fanning tarkibidir. Berilgan ko'phadlarni ham huddi mana shu usullar asosida yechiladi.Bu usullar interpolyatsilash asosida yechiladi. Bu usullarda yechish algoritmlari bo'lib, ularni Turbo Pascal dasturlash tilida yecha olamiz. Ushbu kurs ishida interpolyatsiyani yechishning Lagranj va Nyuton usuliga to'xtalib o'tamiz. Va shu kurs ishimda men Lagranj va Nyuton usullarini o'rganaman va usullardan qaysi birida yechim aniqroq chiqishini ko'rsatib o'tishga harakat qilaman.

Paskal ancha murakkab va ko'p vaqt oladigan hisob ishlarini bajarishda mo'ljallangan tarkiblashtirilgan dasturlar tuzishda imkon beradi.Yana bir avzalligi shundan iboratki foydalanuvchi xatolikga yo'l qo'ymasligi uchun yoki xato yechib qo'ygan bo'lsa , tez tuzatib olish uchun dasturda ishlatilgan o'zgaruvchilar oldindan qaysi turga mansubligi belgilab qo'yilgan bo'ladi.Shu bilan birga dasturning barcha elementlari haqida ma'lumot tavsiflash bo'limida mujasamlashganbo'ladi operatorlar esa imkon darajasda kamaytirilgandir.

Masalaning qo'yilishi :

17-Variant:

Lagranj va Nyuton ko'phadlarni interpolyatsiya usulida hisoblang .

X_i	0.68	0.73	0.80	0.88	0.93	0.99
Y_i	0.80866	0.89492	1.02964	1.20966	1.34087	1.52368

F(0.774) nuqtadagi qiymatni hisoblang.

II Nazariy qism

INTERPOLYATSIYA

1.Masalaning qo'yilish : [a;b] kesmada n+1 ta nuqta berilgan

$$x_0, x_1, x_2 \; \ldots \ldots \ldots \ldots \; x_n$$

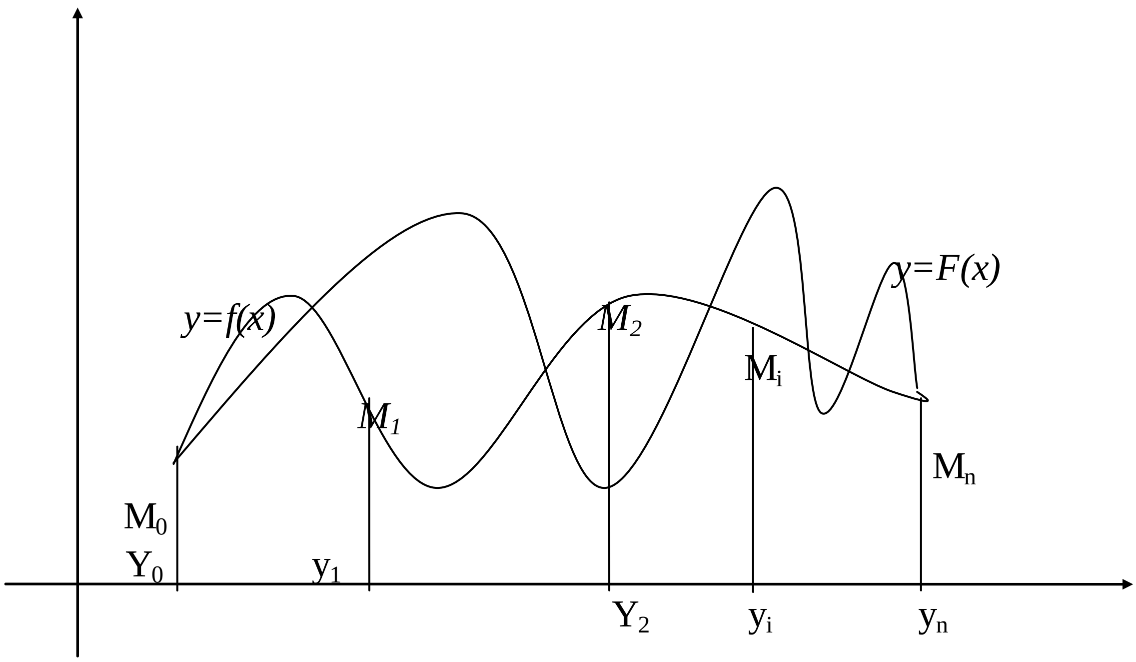
Bu nuqatalar interpolyatsiya tugunlari deb ataladi.Biror f(x) funksiyaning bu nuqtalardagi qiymati quyidagiga teng bo'ladi

$f(x_0)=y_0$, $f(x_1)=y_1$, $f(x_2)=y_2$, … ….. … $f(x_i)=y_i$, …. …. … $f(x_n)=y_n$

Malum sinfga tegishli bo'lgan va interpolyatsiya tugunlarda f(x) funksiya qabul qilgan qiymatlarni ya'ni :

$F(x_0)=y_0$, $F(x_1)=y_1$, $F(x_2)=y_2$, … … … $F(x_i)=y_i$, …. ….$F(x_n)=y_n$

Qiymatlarni qabul qiluvchi F(x) funksiyani (interpolyatsiyalanuvchi funlsiyani) yasash talab qilinsin .Geometrik nuqtai nazardan bu berilgan nuqtalarning quyidagi tizmasi orqali o'tuvchi biror malum turdagi y=F(x) egri chiziqni topishni anglatadi



$M_0=(x_0, y_0)$, $M_1=(x_1, y_1)$, $M_2=(x_2, y_2)$, … …. , $M_i=(x_i, y_i)$, … … $M_n=(x_n, y_n)$

Masalaning bunday umumiy qo'yilishi cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishi aytib o'tilgan nuqtalar orqali cheksiz ko'p egri chiziq o'tkazish mumkin ,yoki umuman yechimga ega bo;lmasligi mumkin.
Biroq,agar ixtiyoriy F(x) funksiya o'rniga quyidagi shartlarni qanotlantiruvchi n – darajali

$P_0(x_0)=y_0$, $P_1(x_1)=y_1$, $P_2(x_2)=y_2$, … …. , $P_i(x_i)=y_i$, … …. …. , $P_n(x_n)=y_n$
komponent izlansa bu masala bir qiymatli bo'lib qoladi.
Hosil qilinga interpolyatsiya funksiyalari odatda berilgan f(x) funksiyaning x argumentini interpolyatsiya tugunlaridan farqli qiymatlardagi qiymatlarini taqribiy hisoblash uchun qo'llaniladi.Bunday amal f(x) funksiyani interpolyatsiya (x э[x_0, x_n]) bo'lganda va ekstoropolyatsialash (x $\bar{э}$[x_0, x_n]) bo'lganda deb ataladi.

2. Chekli ayirmalar: Interpolyatsiya formulalarni tuzmish haqidagi masalaga o'tishdan oldin chekli ayirmalar tushunchasini tanishib chiqamiz:
Aytaylik: y=f(x) – berilgan funksiya, argumenti Δx ortirmasi – tayinlagan miqdori bo'lsin.
1 – Tarif :Ushbu

$$\Delta y=f(x+\Delta x) - f(x)$$

yirma y=f(x) funksiysaning birinchi chekli ayirmasi (yoki birinchli tartibli chekli ayirma deb) ataladi.
Yuqori tartibli chekli ayirma ham shunga o'xshash tariflanidi:

$\Delta^n y = \Delta(\Delta^{n-1} y)$, bu yerda n=1,2,3,… ……,

1-misol.Ikkinchi tartbili chekli ayirma hisoblang:
Yechish :Tarifga ko'ra quyidagiga ega bo'layliz:

$$\Delta^n y=\Delta(\Delta^{n-1}y) - \Delta(f(x+\Delta x) - f(x)) - y(x+\Delta x) + \Delta x) + f(x+\Delta x)) - f(x+\Delta x)- y(x+\Delta x)-f(x)] - y(x+\Delta x-f(x))- f(x+2\Delta x)-2 f(x+\Delta x)+f(x).$$

Shunday qilib ikkinchi tartibli chekli ayirmalar uchun quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$\Delta^n y =f(x+2\Delta x)-2f(x+\Delta x)+f(x)$$

Uchinchi tartibli chekli ayirmani ham shunga o'xshash hosil qilish mumkin:

$$\Delta^n y =f(x+3\Delta x) - 3f(x+2\Delta x) + 3f(x+\Delta x) + f(x) \quad \text{va xokazo.}$$

2.Misol. $P(x)=x^n$ funksiya uchun chekli ayirmani tuzing :bunda $\Delta x=1$ deb hiosoblang.
Yechish $P(x)=x^n$ ga egamoz,bundan

$$\Delta P(x)=P(x+\Delta x) - P(x) - (x+\Delta x)^n - x^n - (x+1)^n - x^3 - 3x^2 + 3x-1.$$

$$\Delta^2 P(x)=[3(x+\Delta x)^n + 3(x+\Delta x)+1] - [3x^n + 3x - 1] - [(3x+1)^n + 3(x+1)+1] - (3x^2 +3x+1)-6x+6) - 6 .$$

$$\Delta^3 P(x)=[6(x+\Delta x) +6] - [6x+6] - [6(x+1) +6] - (6x+6) - 6 .$$

$$\Delta^n P(x)=0 \text{ bunda } n>4 \text{ uchun}$$

Uchunchi darajali ko'pxadning tartibli chekli ayirmasi har doim x ga bog'liq bo'lmasligni takidlab o'tadi. Umumiy darajali ko'pxadlar uchun tartibi undan yuqori bo'lgan barcha chekli ayirmalar esa nolga teng. Va umuman quyidagi tasdiq o'rinli :

Teorema: Agar $P_n(x)$ n - darajali ko'phad bo'lsa, u holda uning n – darajali chekli ayirmasi o'zgarmas va u qiyidagiga teng.

$$\Delta^n P_n(x)=a_0\, n!(\Delta x)^n$$

Tartibi n dan katta barcha chekli ayirmalari esa nolga teng (bu yaerda Δx - o'zgarmas son a_0 - esa ko'phadni bosh elementi ,n – ko'phadni daraja ko'rsatkichi)

2 – tarifga. Δ ortirma simvoli y=f(x) funksiya uning quyidagi chekli ayirma funksiyasiga mos qo'yuvchi operator sifatida qarash mumkin:

$$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x),$$

Bu yerda Δx – o'zgarmas

Bu Δ operatorning asosiy xossalarini tekshirish

1) $\Delta(u+v)= \Delta u+ \Delta v$

2) $\Delta(Cu)=C\Delta v$, C – const.

3) $\Delta^m(\Delta^n y)= \Delta^{m+n} y$

Bu yerda y,u,v – funksiyalar ,m,n – nomanfiy sonlar,bunda $\Delta^k y=y$ deb faraz qilamiz.

3. Chekli ayirmalar jadvali. Teng masofalarda yotuvchi

$$x_0,x_1,x_2,\ldots\ldots\ldots\; x_i,\ldots\ldots\ldots\; x_n,\ldots\ldots\ldots$$

(bu yerda $x_1 - x_0 = x_2 - x_1=\ldots\ldots\ldots=h=const$, h ni qadam deb qaraymiz) nuqtalar uchun ushbu

$$y_0,y_1,y_2,\ldots\ldots\ldots\; y_i,\ldots\ldots\ldots\; y_n,\ldots\ldots\ldots$$

Javal qiymatlar bilan berilgan y=f(x) funklsiyani qaraymiz bunda

$$f(x_0)=y_0$$

$$f(x_1)=(x_0+h) = y_1$$

$$f(x_2)=f(x_2+2h) = y_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f(x_i)=f(x_0 + ih) = y_i$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Chekli ayirmalar quyidagi munosabatdlar bilan aniqlanadi:

$$\Delta y_n=y_1-y_0;\ \Delta^2 y_n=\Delta(\Delta y_1)= \Delta(y_1-y_0) = \Delta y_1 - \Delta y_0;$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta(\Delta^2 y_0) = \Delta(\Delta y_1-y_0) = \Delta^2 y_2 - \Delta^2 y_1$$

$$\Delta y_2 =y_2-y_1 =\Delta^2 y_2=\Delta(\Delta y_2) = \Delta(y_2-y_1) = \Delta y_2 - \Delta y_1$$

$$\Delta^2 y_1 = \Delta(\Delta^2 y_1) = \Delta(\Delta y_2-y_1) = \Delta^2 y_2 - \Delta^2 y_1$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta y_i = y_{i+1}-y_i\ \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i$$

Va hakozo $\Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_{i-1} - \Delta^{n-1} y_i$.

Turli tartibli chekli ayirmalarni ikki xil ko'rinishgi jadvallar shaklida joylashtirish qulay: ayirmalari gorizantal jadval (1 va 2 – jadvallar) va ayirmalari diognal jadvallar (3 - jadval).

dasturlash tilida qo'llash.

1 – jadval.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_1$
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_2$	$\Delta^4 y_2$
x_3	y_3	Δy_3	$\Delta^2 y_3$	$\Delta^3 y_3$	$\Delta^4 y_3$
x_4	y_4	Δy_4	$\Delta^2 y_4$	$\Delta^3 y_4$	$\Delta^4 y_4$

Jadvani to'ldirish n – chekli ayirmalar o'zgarmas bo'lib qolguncha yoki ular bir – biridan absolyut qiymatlar bo'yicha e dan ham songa farq qiluvchi davom ettiriladi, bu yerda e – berilgan aniqlik.

3 – misol. Ushbu

$$y = 2x^3 – 2x^2 + 3x – 1$$

Chekli ayirmalar jadvalini boshlang'ichi $x_0 = 0$ qiymat bo'yicha va qadami h=1 deb qabul qilib tuzing.

Yechish : $x_0=0$, $x_1=1$, $x_2 =2$ deb faraz qilib funksiyaning qiymatlarni topamiz $y_0=-1$, $y_1 =2$, $y_2 =13$.Berilgan funksiyani uchunchi darajali ko'pxad bo'lgani uchun uchunchi chekli ayirma o'zgarmas va $\Delta^3 y=2*3!\ h^2 =12$ ga teng ,yuqori tartibli barcha chekli ayirmalar esa nolga teng.Chekli ayirmalar jadvalini tuzamiz.

2 – jadval

x	Y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
0	-1	2-(-1)=3	11-3=8	11	0
1	2	13-2=11	20	11	0
2	13	31	32	11	
3	44	63	44		
4	107	107			
5	214				

Jadvalni bunda buyon to'ldirishni endi qo'shish yordamida amalga oshirish mumkin.

Tuzilgan jadvalni diognal shaklida ham yozish mumkin:

3 – jadval

x	Y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
0	-1	3			
1	2	11	8		
2	13	31	20	11	0
3	44	63	32	11	0
4	107	107	44	11	
5	214				

4. Umumlashgan daraja. Kelgusida bizga umumlashgan daraja kerak bo'ldi. Shu tushuncha bilan tanishishimizga x va h berilgan bo'lsin.

3.Tarif: x sonining umumlashgan n – darajasi deb birinchisi x gat eng bo'lib har bir keyingisi o'zidan oldingisidan n qadar kichik bo'lgan n ta ko'paytuvchining ko'paytmasiga aytiladi:

$$x^{[n]} = x(x-h)(x-2h)\ldots\ldots\ldots\ldots(x-(n-1)h).$$

bu yerda $x^{[n]}$ umumlashgan n – daraja $x^{[0]} = 1$ deb faraz qilamiz.

h=0 bo'lganda umumlashgan daraja odatdagi mos bo'ladi $x^{[n]} = x^n$

$\Delta x=h$ deb faraz qilib umumlashgan darajalar uchun chekli ayirmalarni hisoblaymiz:

Birinchi ayorma uchun quyidagiga egamiz $y= x^{[n]}$

$$\Delta y=\Delta x^{[n]} - (x+h)^{[n]} - x^{[n]} - (x+h)x(x-h)(x-2h)\ldots\ldots(x-(n-2)h - x(x-h)(x—2h)\ldots(x-(n-2)h(x-1)h) - x(x-h)(x-2h)\ldots\ldots\ldots(x-(n-2)h(x+h-x+(n-1)) - x^{[n-1]}nh.$$

ya'ni $\Delta x^{[n]} = nhx^{[n]}$

Nyuton ayirmasini hisoblab quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta^n x^{[n]} = \Delta(nhx^{[n-1]}) = nh\Delta x^{[n-1]} - nh(n-1)h_k 2^{[n-1]} - nh(n-1)h^{[n-1]} - n(n-1)h_k^{[n-2]} - n(n-1)h_k^{[n-k]}$$

ya'ni

$$\Delta^n x^{[n]} = n(n-1)h^{[n-1]}.$$

Amalarni takroran bajarib quydagiga ega natijani olamiz

$$\Delta^n x^{[n]} = h^t n(n-1)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(n-k+t)\,\Delta x^{[n-1]}$$

Xususan h=n bo'lganda $\Delta^n x^n = n!h^n$, $h>0$ bo'lganda $\Delta^n x^n = 0$ bo'ladi

5.Nyutonning birinchi interpolyatsiya formulasi: Aytaylik y=f(x) funksiyaning erkli o'zgaruvchilari teng uzoqlikda yotuvchi

$x_{0,}$ $x_{1,}$ x_2……………… x_n(bunda $x_1= x_0+h$, $x_2= x_1+2h$ …………… $x_n= x_{n-1}+nh$

va h – interpolyatsiya qadami) qiymatlari uchun ushbu

$$y_0, y_1, y_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y_n$$

Qiymatlari berilgan bo'lsin x_i nuqtalarni

$$y_i = P_n(x_i) \quad (i=\overline{0,n}) \quad (1.1)$$

Qiymatlarni qabul qiluvchi darajasi n dan katta bo'lgan $P_n(x_i)$ ko'phadni tanlash talab etiladi.

Shartni quyidagicha yozib olamiz:

$$\Delta^m P_n(x_0) = \Delta^m y_0 \quad (m=\overline{0,n}) \qquad (1.2)$$

Ko'phadni quyidagi ko'rinishda yozib izlaymiz

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) +$$
$$+ a_2(x - x_0)(x - x_1)(x - x_0) + \ldots + a_n(x - x_0)(x - x_1)$$
$$(x - x_2)(x - x_3)\ldots(x - x_{i-1})$$

Umumlashgan darajadan foydalanib bu ifodani quyidagich yozamiz

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0)^{[1]} + a_2(x - x_0)^{[2]} + a_2(x - x_0)^{[3]} +$$
$$+ \ldots. + a_2(x - x_0)^{[n]}. \qquad (1.3)$$

Masala $P_n(x)$ ko'phadning $a_0, a_2, a_3, \ldots. \ldots., a_n$ koeffitsientlarini topishdan iborat. (1.3) tenglikda $x = x_0$ deb faraz qilib quyidagiga ega bo'lmiz

$$P_n(x_0) = y_0 = a_o \text{ bunda } a_0 = y_0$$

a_1 koeffitsientni toppish uchun $P_n(x)$ ko'phadning birinchi chekli ayirmasini tuzamiz.

$$\Delta P_n(x) = a_1 h + a_1 2h(x - a_0)^{[1]} + 3\, a_1 h(x - a_0)^{[2]} +$$
$$+ \ldots + a_1 nh(x - a_0)^{[n-1]}$$

Bu yerda $x=x_0$ deb faraz qilib ,quyidagiga ega bo'lmiz:

$$\Delta^2 P_n(x_0) = \Delta^2 y_0 = a_2 2!\Delta^2 \text{ ,bunda } a_2 = \frac{\Delta y_0}{2! h^2}$$

Jarayoni ketma – ket takrorlab borib ,biz

$$a_i = \frac{\Delta^i y_0}{i! h^i} \quad (i=\overline{0,n})$$

shundan topamiz ,bu yerda $0!=1$ va $\Delta^0 y_0 = y_0$ deymiz.

$a_0, a_2, a_3, \ldots. \ldots., a_n$ koeffitsientlarni topillgan qiymatlarni (1.3) ifodaga qo'yib , Nyutonning interpolyatsiya ko'phadni hosil qilamiz

$$P_0(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1! h}(x - x_0)^{[1]} + \frac{\Delta y_0}{2! h^2}(x - x_0)^{[2]} + \ldots +$$
$$+ \frac{\Delta^n y_0}{n! \Delta^n}(x - x_0)^{[n]}$$

(1.4) ko'phad qo'yilgan masalaning talablari butunlay qanotlantiradi. Nyutonning (1.4) interpolyatsiya formulasini sodaroq ko'rish uchun y yangi q=$\frac{x-x_0}{n}$ kirtish bilan yuqoridagi soddalashtirilga ko'rinishda yoziladi.U holda

$$\frac{(x-x_0)^{[n]}}{n!}=\frac{x-x_n}{n}\ \frac{x-x_2-h}{n}\ \frac{x-x_n-2h}{n}\ \ldots\ \frac{x-x_n-h-i}{n}=$$

$$=q(q-1)(q-2)\ldots(q-i+1) \text{ bu yerda } i=\overline{0,n}$$

Bu yerda (1.4) gag a qo'yib ,quyidagiga ega bo'lamiz

$$P_n(x)=y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2!}\Delta y_0+\frac{q(q-1)(q-2)}{3!}\Delta y_0+\ldots+$$

$$+\frac{q(q-1)(q-2)\ldots(q-n-1)}{n!}\Delta y_0 \qquad (1.5)$$

bu yerda q=$\frac{x-x_0}{n}$ x_0 nuqtadan chiqib x nuqtaga yetguncha oraliqdagi qadamlar sonini ifodalaydi.(1.5) formula Nyutonning birinchi interpolyatsiya formulasidir. Bu formula funksifaning boshlang'ich x_0 qiymatni atrofida interpolyatsialashda qo'llaniladi ,bu yarda q – absolyut qiymati bo'yicha olingan son.

n=1bo'lganda chiziqli interpolyatsiya formulasini tuzamiz:

$$P_n(x)=y_n+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2}\Delta y_0$$

n=2 bo'lganda parabolik yoki kvadratik interpolyatsiyasini tuzilmasiga ega bo'lamiz

$$P_2(x)=y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2}\Delta^2 y_0$$

4 – misol.Jadvalda berilgan y=f(x) fuksiya uchun Nyutonni birinchi interpolyatsiya formulasini yozing:

X_i	0	1	2	3	4	5
y_i	5,2	8	10,4	12,8	14,0	15,2

Yechish: Chekli ayirmalar jadvalini tuzmiz

x	Y	Δy_0	Δy_1	Δy_3
0	5,2	2,8	-0.4	0
1	8	2,4	-0.4	0
2	10,4	2	-0.4	0
3	12,8	1,4	-0.4	
4	14,0	1,2		
5	15,2			

Jadvaldan foydalanib ,Nyutonning (1.5) formulasini tuzamiz:

$$P_n(x)=5,2+q*2.8+\frac{q(q-1)}{2}\ (-0.4),$$

Bu yerda $q=\frac{x-0}{1}=x$.Natijada quyidagiga ega bo'lamiz

$$P_n(x)=5,2+2,8x-\frac{x(x-1)}{2!}\ 0,4$$

Izlanayotgan funksiyani yakuniy ko'rinishni quyidagicha:

$$P_2(x)=5,2+2,8\,x-\ 0,2x^2$$

Eslatma:y=f(x) funksiya x nuqtadagi qiymatni taqribiy hisoblash uchun $y=P_n(x)$ deb faraz qilinadi,bu yerda x nuqta x_2 nuqtaga yaqin nuqta.

6.Nyutonning ikkkinchi interpolyatsiya formulasi. Nyutonning birinchi interpolyatsiya formulasi funksiyaning boshlang'ich x_0 nuqtaga yaqin nuqtalarda interpolyatsialshga qullay, lekin oxirgi x_n nuqtalar uchun esa noqulaydir.Bunday holllarda,Nyutonning ikkinchi interpolyatsiya formulasi qo'llaniladi.

Funsiyaning argumenting teng masoflarda yotuvchi

$$x_p,\ x_1=x_0+h;\ x_2=x_0+2h,\ \dots,\ x_p=x_p+nh.$$

(bu yerda h – interpolyatsiya qadami) qiymatlarni qabul qiluvchi quyidagi qiymatlari sistamasiga ega bo'lamiz.

$$y_1=f(x_0),\ y_2=f(x_1),\ \dots,\ y_{n=}\ f(x_n)$$

interpolyatsialanuvchi ko'phadni yozamiz:

$$P_n(x_0)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_{n-1})+\dots+\dots$$
$$\dots+a_n(x-x_n)(x-x_{n-1})(x-x_1)\ . \qquad (1.6)$$

Oldingi bandagiga o'xshash sonlarni taqribiy a_0 ,a_1 ,a_2 , … … ,a_n keffisiantlarni topamiz (1.6) ko'phadni topilgan koeffisiantlari bilan yakuniy yozilishi quyidagi ko'rinishga ega.

$$P_n(x)=a_0+a_1(x-x_1)+a_2(x-x_0)(x-x_1)+\dots$$
$$\dots+a_n(x-x_n)(x-x_{n-1})\dots(x-x_0) \qquad (1.7)$$

Yangi $q=\frac{x-x_n}{n}$ o'zgaruvchi kiritmiz va (1.4) formulani qayta yozamiz

$$P_n(x)=y_0+\frac{\Delta y_{n-1}}{1!}q+\frac{\Delta y_{n-2}}{2!}q(q+1)+\frac{\Delta y_{n-3}}{3!}q(q+1)(q+2)+\dots$$

$$+\frac{\Delta y_1}{1!}q(q+1)(q+2)+\dots\dots+(q+n-1). \qquad (1.8)$$

(1.8) formula Nyutonning ikkinchi interpolyatsiya ko'phadni ko'rinishi.
5 – misol. $y=\lg x$ funksiyaning qiymatlari jadvalda berilgan

x	1000	1010	1020	1030	1040	1050
y	3,00000	3,00432	3,00560	3,01283	3,01783	3,02119

lg 1044 ni toping.

Yechish. Chekli ayirmalar jadvalini tuzamiz

x	Y	Δy	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
1000	3,00000	0,00432	-0,00004	-0,00001	0,00001	-
1010	3,00432	0,00428	-0,00005	-0,00002	-0,00001	0,00002
1020	3,00560	0,00423	-0,00007	-0,00003		
1030	3,00883	0,00420	-0,00004			
1040	3,01783	0,00346				
1050	3,02119					

$$q=\frac{x-x_0}{h}=\frac{1044-1050}{10}=-0{,}6,$$

$$y\approx 3{,}02119+\frac{0{,}00416}{1!}(-0{,}6)-\frac{0{,}00004}{2!}(-0{,}6)(-0{,}6+1)-$$

$$0{,}00001\cdot\frac{(-0{,}6)\cdot(0{,}6+1)\cdot(-0{,}6+2)\cdot}{3!}-\dots\approx 3{,}01829$$

7. Lagranjning interpolyatsiya formulasi. Nyutonning interpolyatsiya formulasi faqat teng masofalarda yotuvchi interpolyatsion tugunlari holi uchun yaroqli. Ixtiyoriy oraliqda berilgan interpolyatsialash tugunlari uchun Lagranjning interpolyatsiya formulasi deb ataluvchi anchagina umumiyroq bo'ladigan formuladan foydalaniladi.

Aytaylik argumentning n+1 ta turli

$$x_0, x_1, x_2, x_3 \; \dots \dots, x_n$$

qiymatlari va f(x) funksiyasi uchun malum unga mos

$$f(x_0) = y_0 \; f(x_1) = y_1 \; f(x_2) = y_2, \dots \dots, f(x_n) = y_n$$

Qiymatlar berilgan berilgan bo'lsin.Darajasi n dan yuqori bo'lgan va berilgan x_i tugun nuqtalarda f(x) funksiya qabul qilgan qiymatlarga ega bo'lsa,yani

$$L_n(x_i) = x_i \; (i = \overline{0,n})$$

bo'lgan $L_n(x_i)$ ko'phadni topish talab etiladi,

Lagranjning izlanayotgan $L_n(x_i)$ ko'phadni keltirib chiqarganini qabulqilamiz

$$L_n(x_i) = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \frac{(x-x_0)\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)\cdot\ldots\cdot(x-x_{i-1})\cdot(x-x_i)\cdot\ldots\cdot(x-x_n)}{(x_j-x_0)\cdot(x_j-x_1)\cdot(x_j-x_2)\cdot\ldots\cdot(x_j-x_{i-1})\cdot(x_j-x_i)\cdot\ldots\cdot(x_j-x_n)}$$

(1.9)

Agar interpolyatsiyani tugunlari teng masofalarda yotsa u holda Lagranjning (1.9) interpolyatsiya formulasi Nyutonning interpolyatsiya formulasi bilan ustma – ust tushadi.

Xususan ,(1.9) formula

n=1 bo'lganda $L_i = y_0 \cdot \dfrac{x-x_1}{x_2-x_1} + y_1 \cdot \dfrac{x-x_2}{x_3-x_2}$;

n = 2 bo'lganda $L_i = y_0 \cdot \dfrac{(x-x_1)\cdot(x-x_2)}{(x_2-x_1)\cdot(x_3-x_2)} + y_1 \cdot \dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$ +

$+ \; y_2 \cdot \dfrac{(x-x_1)}{(x_2-x_0)} \dfrac{(x-x_2)}{(x_2-x_1)}$;

ko'rinishni oladi.

8.Lagranj koeffisientlarni hisoblash. (1.4) formulani soddalashtiramiz.Bunda belgilash kiritamiz:

$$\Pi_{n+1}(x) = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3), \dots, (x-x_n) \; ; \; (1.10)$$

Hosobini tuzamiz:

$$\Pi_{n+1}(x) = (x-x_0)(x-x_1), \dots, (x-x_i) + (x-x_1)(x-x_2), \dots, (x-x_n) +$$
$$+ (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2), \dots, (x-x_n) + \dots$$
$$+ (x-x_0)(x-x_1), \dots, (x-x_{i-1})(x-x_i), \dots, (x-x_n) +$$

$$+ \dots + (x - x_0)(x - x_1), \dots ,(x - x_{n-1});$$

Bu yerda $x = x_i$,$i = \overline{0,n}$ deb xisoblab,quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Pi_{n+1}(x_i) = (x_i - x_0)(x_i - x_1), \dots ,(x_i - x_{i-1})(x - - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n).$$

(1.10) va (1.11) ifodalarni (1.9) formulaga qo'yamiz :

$$L_i(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{\Pi_{n+1}(x)}{\Pi_{n+1}(x_i)(x - x_i)} \cdot y_i \quad (1.12)$$

(1.12) formuladagi y_i lar oldidagi koeffisientlar Lagranj koeffisientlari deb ataladi va quyidagich belgilanildi :

$$L_n^{[i]}(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{\Pi_{n+1}(x)}{\Pi_{n+1}(x_i)(x - x_i)}$$

Bunda Lagranjning (1.12) formulasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi :

$$L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} y_i \, L_n^{[i]}(x)$$

Lagranj formulalarni qo'llash uchun $x_i - x_n$ ayirmalar jadvalini tuzamiz :

0	0	1	2	3	i	n	D_i	Y_i	Y_i/D_i
0	$\underline{x - x_0}$	$x_1 - x_0$	$x_2 - x_0$	$\underline{x_3 - x_0}$	$x_i - x_0$	$\underline{x_n - x_0}$	D_0	y_0	y_0/D_0
1	$x_0 - x_1$	$\underline{x - x_1}$	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_1$	$x_i - x_1$	$x_n - x_1$	D_1	y_1	y_1/D_1
2	$x_0 - x_2$	$x_1 - x_2$	$\underline{x - x_2}$	$x_3 - x_2$	$x_i - x_2$	$x_n - x_2$	D_2	y_2	y_2/D_2
3	$x_0 - x_3$	$x_1 - x_3$	$x_2 - x_3$	$\underline{x - x_3}$	$x_i - x_3$	$x_n - x_3$	D_3	y_3	y_3/D_3
…	…	…	…	…	…	…	….	…	…
i	$x_0 - x_i$	$x_1 - x_i$	$x_2 - x_i$	$x_3 - x_i$	$\underline{x - x_i}$	$x_n - x_i$	D_i	y_i	y_i/D_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	$x_0 - x_n$	$x_1 - x_n$	$x_2 - x_n$	$x_1 - x_n$	$x_i - x_n$	$x - x_n$	D_n	y_n	y_n/D_n

Jadvaldagi $D_0, D_1, D_2, D_3, \dots , D_n$ – mos ravishdagi satrlar ko'paytmasi.

$D_i = (x_i - x_1)(x_i - x_2)(x_i - x_3) \dots (x - x_i) \dots (x_i - x_n)$

$\Pi_{n+1}(x)$ – ostiga chizilgan diognal ko'paytmasi.

$\Pi_{n+1}(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_i) \dots (x - x_n)$

Demak

$$L_n^{[i]}(x) = \frac{\Pi_{n+1}(x)}{D_i}, \ i = \overline{0,n}$$

va koeffsientlari topiladi

Demak,

$$L_n(x) = \Pi_{n+1}(x) \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{D_i},$$

bu yerda $\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{D_i} = S_{n+1}$ – jadvalning oxirgi ustunlari yig'indisi. Shunday qilib,

$$L_n(x) = \Pi_{n+1}(x)\, S_{n+1}.$$

6 – misol. f(x) funksiyaning qiymatlari jadvalda berilgan

X	81	85	87	88	89	90
Y	0,12346	0,11765	0,011494	0,011364	0,011236	0,011111

x_i	x_i-x_0	x_i-x_1	x_i-x_2	x_i-x_3	x_i-x_4	x_i-x_5	D_i	y_i	Y_i/D_i
81	$\underline{2}$	-4	-6	-7	-8	-9	-36287	0,12346	$-0,34026*10^{-6}$
85	4	$\underline{-1}$	-2	-3	-4	-5	-480	0,11765	$-0.2451*10^{-6}$
87	6	2	$\underline{-3}$	-1	-2	-3	216	0,011494	$-0,53219*10^{-6}$
88	7	3	1	$\underline{-4}$	-1	-2	-168	0,011364	$-0,67642*10^{-6}$
89	8	4	2	1	$\underline{-5}$	-1	320	0,011236	$-0,35112*10^{-6}$
90	9	5	3	2	1	$\underline{-6}$	-1620	0,011111	$-0,68582^{*}10^{-6}$

$f(84) = \Pi_n S_n = -1080(-1)0,36676\ 10^{-4} = 0,0112$

9. Interpolyatsiya formulalari xatoliklarni baholash. Biz $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ nuqtalarda berilgan $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ qiymatlarni qabul qiluvchi (bunda $y_0 = f(x_0), y_1 = f(x_1), \dots, y_n = f(x_n)$). f(x) funksiya uchun Lagranjning $L_n(x)$ interpolyatsiya ko'phadi tuzildi. Tuzilgan kko'phad qolgan nuqtalarda f(x) funksiyasini hosil qiladi, yani $R_n(x)=f(x)-L_n(x)$ qoldiq had qanchalik katta.

Bu savolga quyidagi teorema javob beradi:

Teorema:Agar y=f(x) funksiya o'zining (n+1) tartibi ((n+1) tartiblisi ham) barcha hosillari bilan birga uzluksiz bo'lsa,u holda Lagranjning qoldiq hadi quyidagiga teng bo'ladi.

$$R_n(x)=\frac{f^{n+1}\Pi}{n+1}\cdot \Pi_{n+1}(x)$$

Bu yerda f – x_0 va x nuqtalar orasida joylashgan nuqta.

$\Pi_{n+1}(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)\ \dots\ (x - x_i)\ \dots\ (x - x_n)$.

Agar (x_0 – x) kesmada M – yuza ($f^{n+1}(x)$) deb belgilasak,u holda Lagranjning interpolyatsiya formulasini ifodasini absolyut qiymati uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$|R_n(x)<\frac{M\cdot \Pi_{n+1}(x)}{n+1}|$$

Agar $x_0,x_1,x_2,\dots,x_n$ interpolyatsiya tugunlari teng masofalarda joylashgan va bunda $x_2=x_1 - h$ bo'lsa,u holda (1.12) formulada $\frac{x-x_0}{h}$ =h deb faraz qilib,Nyutonning birinchi formulasini qoldiq hadiga ega bo'lamiz.

$$R_n(x)=h^{n+1}\frac{q(q-1)\dots(q-n)}{(n+1)!}f^{n+1}\quad(\xi)$$

bu yerda $x_0<\xi<x_n$

Shunga o'xshash (1.13) formulada q=$\frac{x-x_0}{h}$ deb faraz qilib Nyutonning 2 – formulasini qoldiq hadiga ega bo;lamiz.

$$R_n(x)=h^{n+1}\frac{q(q+1)\dots(q+n)}{(n+1)!}f^{n+1}\quad(\xi)$$

Isbotlash mumkin agar inyerpolyatsiyakashda interpolyatsiyalash tugunlari x ning zarur qiymatlari atrofida yetarlicha zich joylashtirilsa,u holda interpolyatsiya formulasidan olingan qiymatlar,jadval malumotlar necha xonaga ega bo'lsa shuncha xona birligida aniqlikga ega bo'ladi.

Matematik hisoblashlar:

Berilgan variantdagi jadval uchun Lagranj formulasini qo'llaymiz.

x_i: 0.68,0.73,0.80,0.88,0.93,0.99

y_i: 0.80866,0.89492,1.02964,1.20966,1.34087,1.52386 x=0.774

1)

p=1

p=1*$\frac{x-x_2}{x_1-x_2} = \frac{0.526-0.41}{0.35-0.41} = -1.9333\ldots \approx -1.93$

p=-1.93*$\frac{x-x_3}{x_1-x_3} = 1.93 * \frac{0.526-0.47}{0.35-0.47} = 0.902$

p=0.902*$\frac{x-x_4}{x_1-x_4} = 0.902 * \frac{0.526-0.51}{0.35-0.51} = -0.0902$

p=-0.0902*$\frac{x-x_5}{x_1-x_5} = -0.0902 * \frac{0.526-0.56}{0.35-0.56} =$-0,01461

p=-0.01461*$\frac{x-x_6}{x_1-x_6} = -0.01461 * \frac{0.526-0.64}{0.35-0.64} =$-0,00574

l=l+p*y_1=0+(-0.00574)* 2.73951=-0,01573

2)

p=1

p=1*$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{0.526-0.35}{0.41-0.35} =$2,9333

....

l≈ 0.97746582...

Nyuton interpolyatsiyasi formulasi:

x_i: 0.68,0.73,0.80,0.88,0.93,0.99

y_i: 0.80866,0.89492,1.02964,1.20966,1.34087,1.52386

x=0.774

k=1 da

p=p*(x-x_{k-1})=1*(0.526-0.35)=0.176

i=0 da

$y_i = \frac{y_{i+1}-y_i}{x_{i+k}-x_i}$ bo'yicha

$y_0 = \frac{y_{0+1}-y_0}{x_{0+1}-x_0}$=-7.3118

. . .

$y_4 = \frac{y_{4+1}-y_4}{x_{4+1}-x_4} = 2.0985$

l=l+p*y_0 bo'lgani uchun

l=2.73951+0.176*(-7.3118)=1.452627

k=2 da

p=p*(x-x_{k-1})= p*(x-x_1)=0.176*(0.526-0.41)=0.020416

i=0 da

$y_i = \frac{y_{i+1}-y_i}{x_{i+k}-x_i}$ bo'yicha

$y_0 = \frac{y_{0+1}-y_0}{x_{0+1}-x_0}$=-3.9338819

. . .

l=1.452627+0.020416*(-3.9338819)=1.372313

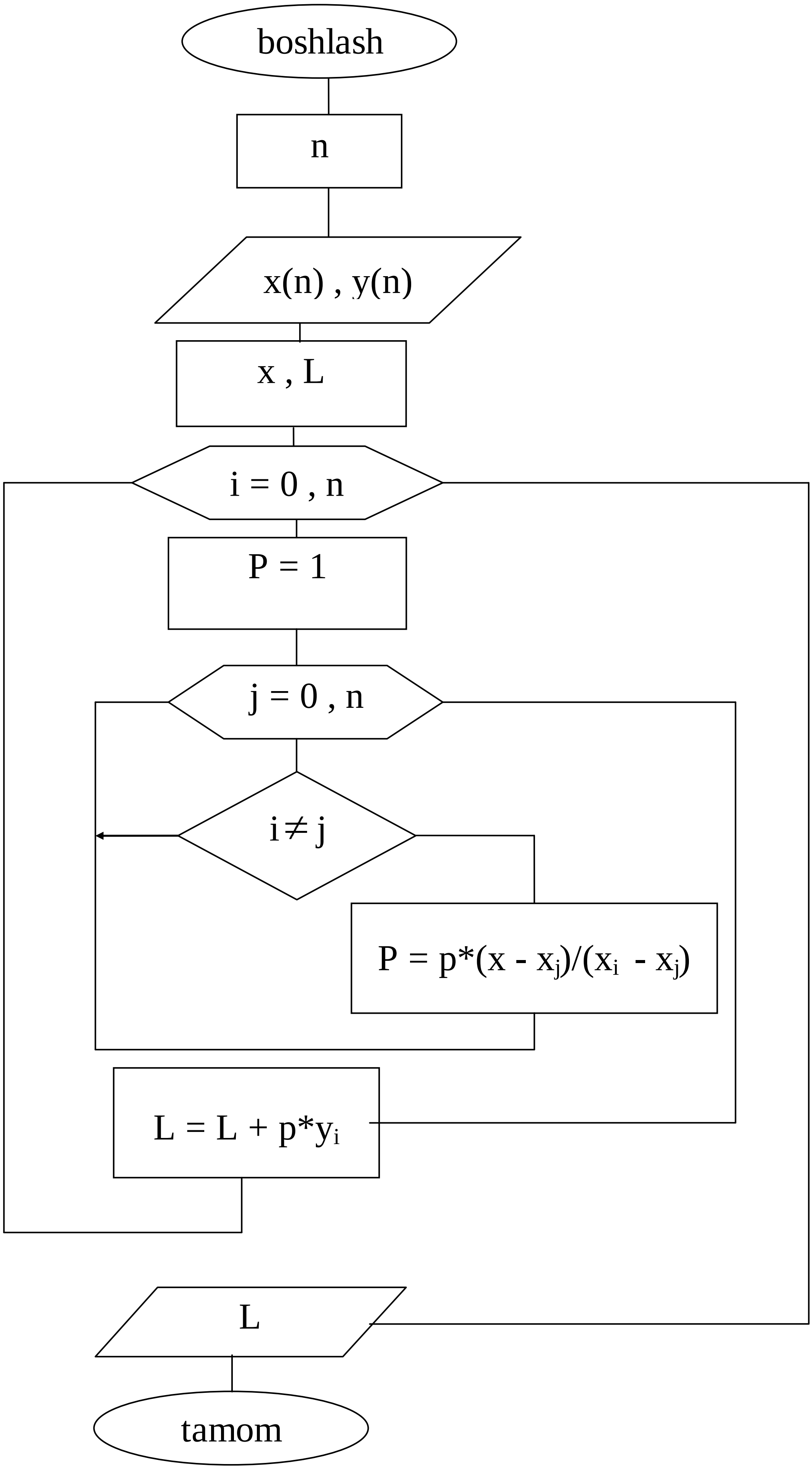
...

k= 5 da

l≈ 0.97746582…………

natijaga ega bo'lamiz

Lagranj usuli algoritmini blok – sxema ko’rinish.



Lagranj usulini C++ dasturlash tilidagi ifodasi.

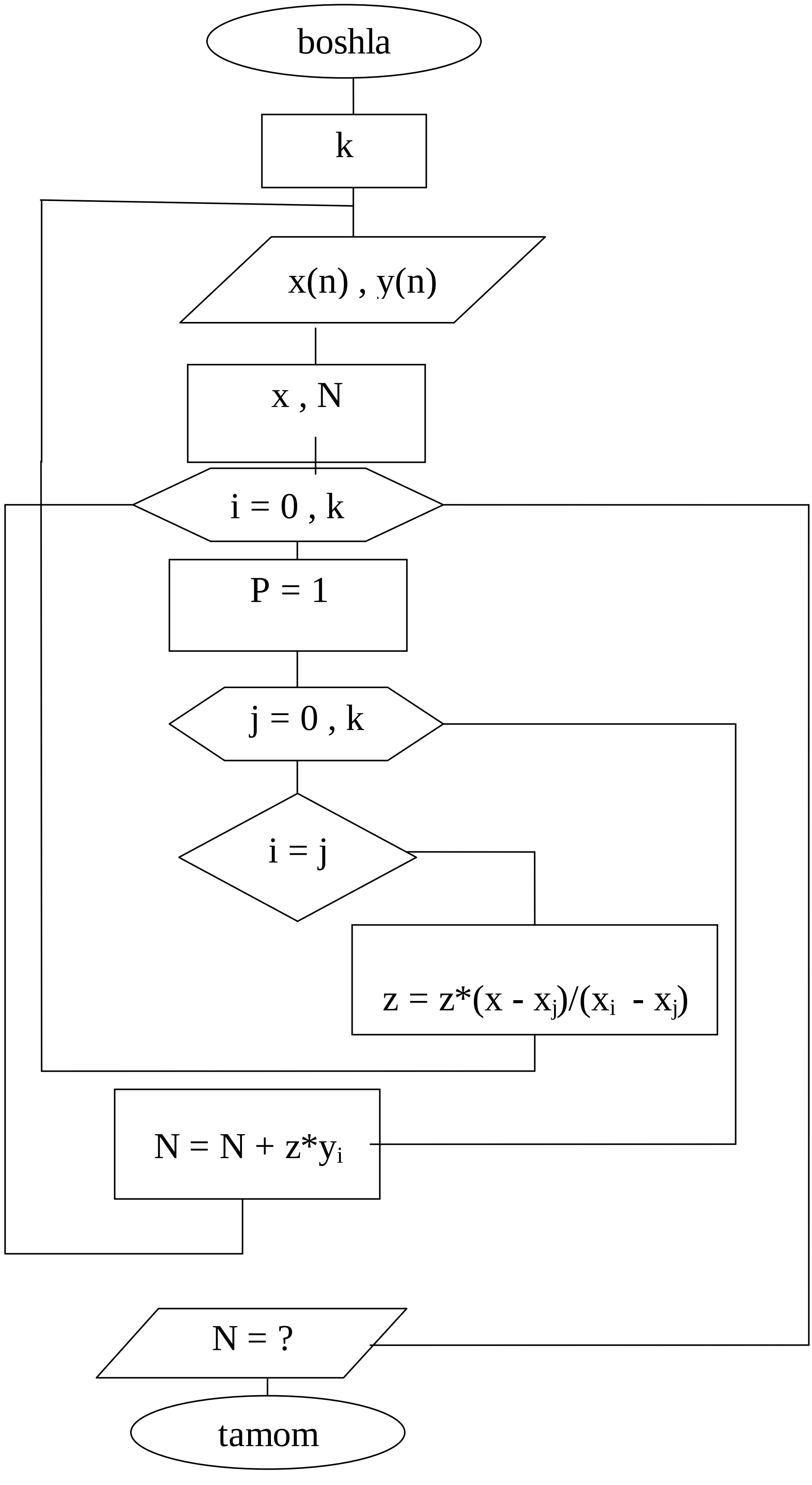
```
#include<iostream.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
int main()
{
 float  x1[6]= {0.68, 0.73, 0.80, 0.88, 0.93, 0.99},
        y1[6]= {0.80866, 0.89492, 1.02964, 1.20966, 1.34087, 1.52386};
 float x,l,p; short int i,j;      clrscr();
 cout<<"Interpolyatsilanuvchi son, x=";    cin>>x;  l=0;
 for (i=0; i<=5; i+=1)
 {  p=1;
 for (j=0; j<=5; j+=1)
 {  if (i!=j)
 p=p*(x-x1[j])/(x1[i]-x1[j]);
 }
 l=l+p*y1[i];
 }
 cout.precision(5);
 cout<<"Lagranj usulida Interpolyatsilangan  son y="<<l;
 getch();
}
```

```
#include<iostream.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
int main()
{
 float  x1[6]= {0.68, 0.73, 0.80, 0.88, 0.93, 0.99},
        y1[6]= {0.80866, 0.89492, 1.02964, 1.20966, 1.34087, 1.52386};
 float x,l,p; short int i,j;      clrscr();
 cout<<"Interpolyatsilanuvchi son, x=";    cin>>x;  l=0;
 for (i=0; i<=5; i+=1)
 {  p=1;
 for (j=0; j<=5; j+=1)
 {  if (i!=j)
 p=p*(x-x1[j])/(x1[i]-x1[j]);
 }
 l=l+p*y1[i];
 }
 cout.precision(5);
 cout<<"Lagranj usulida Interpolyatsilangan son y="<<l;
 getch();
}
```

Dasturning natijasi:

```
Interpolyatsilanuvchi son, x=0.774
Lagranj usulida Interpolyatsilangan son y=0.97746_
```

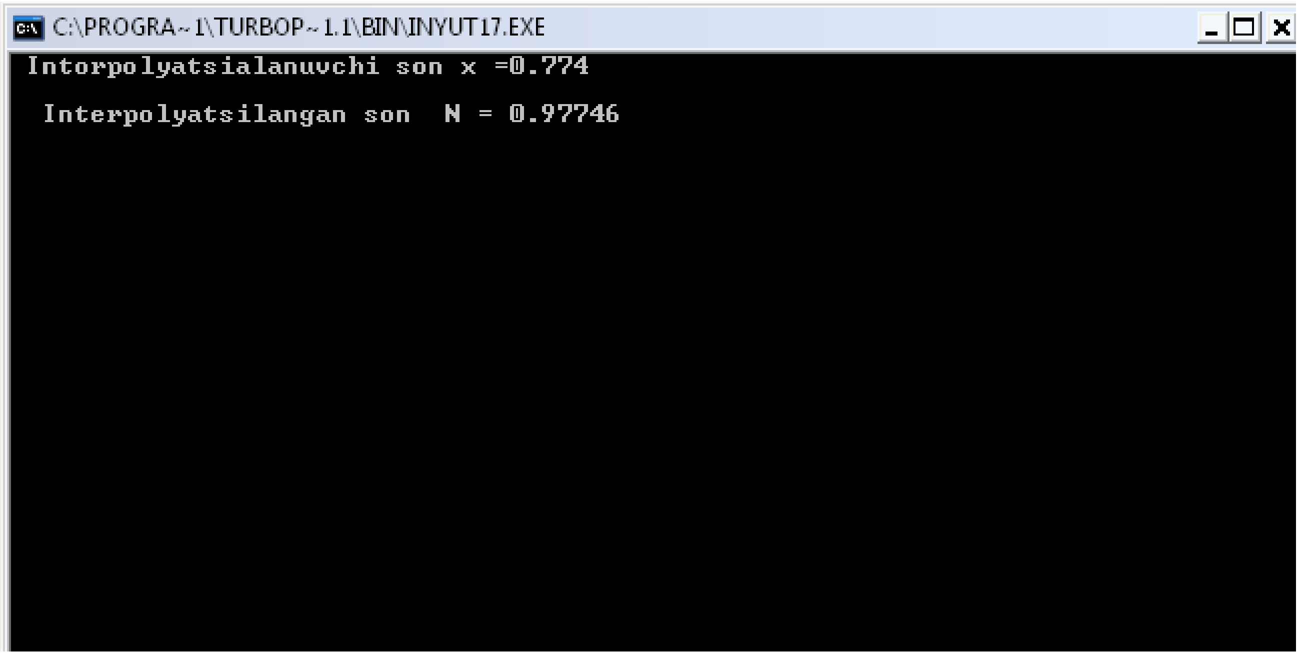
Nyuton usuli algoritmini blok – sxema ko'rinish.



Nyuton usulini C++ dasturlash tilidagi ifodasi.

```
#include<iostream.h>
#include<conio.h>
void main()
{
 float  x0[6]= {0.68, 0.73, 0.80, 0.88, 0.93, 0.99},
          y0[6]= {0.80866, 0.89492, 1.02964, 1.20966, 1.34087, 1.52386};
 float x,l,p;
short int i,j,n,k;
clrscr();
 cout<<"Interpolyatsilanuvchi son, x=";
 cin>>x;
l=y0[0];
 p=1;
n=5;
 for (k=1; k<=n; k+=1)
 {
p=p*(x-x0[k-1]);
 for (i=0; i<=n-k; i+=1)
{
  y0[i]=(y0[i+1]-y0[i])/(x0[i+k]-x0[i+k]-x0[i]);
}
 l=l+p*y0[0];
 }
 cout.precision(5);
 cout<<"Interpolyatsilangan son N="<<l;
 getch();
}
```

Dasturning natijasi:



Kurs ishi masalasi bo’yicha xulosa

Ushbu kurs ishimda men ko’phadlarni interpolyatsiya usulida yechishning Lagranj va Nyuton usullarni o’rgandim va amaliy ko’nikmalarga ega bo’ldim.

Berilgan qiymatlardagi ko’phadlarni paskal tilidan (interpolyatsiyani Lagranj usuli) natijalarim ko’phadlarni ayni shu oraliqda chiqqan natijasiga taqriban teng chiqdi. Lagranj va Nyuon usullari to’g’ri keltirib chiqarilganiga guvoh bo’ldim. Yana shuni takidlab o’tish kerakki Lagranj usulida chiqarilgan yechim Nyuton usulida chiqarilgan yechimdan aniqroq bo’ldi, chunki Lagranj usulida ko’phadlarni interpolyatsion tugunlari oralig’i funksiya qiymatini aniqligiga katta tasir qilmaydi.

Demak bizga samaraliroq bo’lgan Lagranj usulida keng ravishda dasturda qo’llasak o’zni talab darajasida oqlay oladi.

Nyuton usuli esa o’zaro teng oraliqdagi ko’phadlarni hisoblashda yaxshi foydasini beradi.

Paskal ancha murakkab va ko’p vaqt oladigan hisob ishlarini bajarishda mo’ljallangan tarkiblashtirilgan dasturlar tuzishda imkon beradi.Yana bir avzalligi shundan iboratki foydalanuvchi xatolikga yo’l qo’ymasligi uchun yoki xato yechib qo’ygan bo’lsa , tez tuzatib olish uchun dasturda ishlatilgan o’zgaruvchilar oldindan qaysi turga mansubligi belgilab qo’yilgan bo’ladi.Shu bilan birga dasturning barcha elementlari haqida ma’lumot tavsiflash bo’limida mujasamlashganbo’ladi operatorlar esa imkon darajasda kamaytirilgandir.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati.

1.Yo. U. Soatov “ Oliy matematika ” 2-tom, 5-tom.

2. T. X. Xolmatov “ Informatika ” darslik.

3. Л. И. Турчак “ Основны численных методов ”.

Москва << Наука >> 1987 год.

4. Internet saytlari:

www.google.uz

www.ref.uz

www.algolist.ru