



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA

O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ZAHIRIDDIN MUHAMMAD BOBUR NOMIDAGI

ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

PEDAGOGIKA FAKULTETI

5141600 – BTSTI TA'LIM YO'NALISHI

4-KURS 1-GURUH TALABASI

DAVIDOVA DILNOZANING

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Mavzu: “Boshlang'ich sinflarda ulushlar va kasrlarga doir misol va masalalar yechish”

Ilmiy rahbar:

B.Mamadaliev

Andijon – 2013

Mundarija

Kirish	3
I bob. Boshlang'ich sinf o'quvchilarini ulushlar va kasrlar bilan tanishtirish metodikasi	6
1.1. Ulushlar bilan tanishtirish metodikasi.....	6
1.2. Kasr sonlarni o'rgatish metodikasi.....	15
II bob. Boshlang'ich sinflarda ulushlar va kasrlarga doir misol va masalalar yechish	27
2.1. Kesma va uning ulushlariga doir misol va masalalar yechish.....	27
2.2. Kasrlarga doir misol va masalalar yechish.....	31
III bob. O'nli kasrlarga doir misol va masalalar yechish	45
3.1. O'nli kasrlar va ular ustida amallar.....	45
3.2. Oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga almashtirish.....	49
3.3. Cheksiz davriy o'nli kasrlar.....	51
3.4. Misol va masalalar yechish.....	54
Xulosa	58
Foydalanilgan adabiyotlar	60

Kirish

Prezidentimiz I.A.Karimov shunday fikrlarni ayitgan edi, “Shunday kadrlarni yetishtirishimiz zarurki, ular o‘zining mustaqil fikriga ega, tafakkuri teran, mulohazali dunyoqarashi keng, erkin shaxs bo‘lishlari lozim”¹ degan edi.

Metodologik asosi. So‘nggi yillarda mamlakatimizda maktabda matematika o‘qitish, ayniqsa, boshlang‘ich ta‘lim tizimida o‘z ko‘lami va ahamiyati jihatidan nihoyatda katta bo‘lgan o‘zgarishlarni amalga oshirdi.

Maktab ta‘limi oldiga tamomila yangi maqsadlarning qo‘yilishi matematika o‘qitish mazmunining tubdan o‘zgarishiga olib kelmoqda. Matematika kursi mazmunida ham, darslik va qo‘llanmalardan foydalanish metodikasida ham rivojlanish bo‘lishini talab qiladi.

Boshlang‘ich sinf o‘quvchilarga matematikadan samarali ta‘lim berilishi uchun o‘qituvchi boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasini egallab, chuqur o‘zlashtirib olmog‘i zarur.

Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitishning tarbiyaviy maqsadi o‘z oldiga quyidagi vazifalarni qo‘yadi:

- a) o‘quvchilar matematika darsida olgan bilimlarini hayotda uchraydigan elementar masalalarini yechisga tadbiq qila olishga o‘rgatish
- b) matematika o‘qitishda texnik vosita va ko‘rgazmali qurollardan foydalanish malakalarini shakllantirish;
- c) o‘quvchilarni mustaqil ravishda matematik bilimlarni o‘rganishga o‘rgatish.

Ishning dolzablighi. Mazkur ish boshlang‘ich sinf oqituvchisining matematik tayyorgarligiga urg‘u berib bajarildi. Ishning dolzarbliligi

¹ Karimov I.A “Barkamol avlod-O‘zbekiston taraqqiyotining poydevori” T; “Sharq” 1997yil.

shundaki, ulushlar va kasrlarga doir masalalar yechish boshlang'ich sinf o'quvchisi ongini keng rivojlantiradi shuning uchun ulushlar va kasrlarga doir misol va masalalarga urg'u berildi.

Ishning ahamiyati. Juda ko'p hayoti masalalarni yechish narsalarning har hil ulushlarini xisoblashlarga keltirib yechiladi. Ulushlar va kasr sonlar tushunchalarini boshlang'ich sinf o'quvchilari biroz qiyinchilik bilan o'rganishadi ulushlar va kasr sonlar yuqori sinflarda ham o'rganiladi. Bu shuni ko'rsatadiki, boshlang'ich sinf o'qituvchilari ulushlarni va kasrlarni o'quvchilarga o'rgatishning xar hil usullarini yaxshi bilishlari kerak. Lekin shunga qaramasdan darsliklarda va metodik qo'llanmalarda ulushlarni va kasrlarni o'rgatishga doir materiallar bizningcha yetarli emas. Bu fikirlar bitiruv malakaviy ishi uchun tanlangan mavzuning hozirgi kunda ahamiyati katta ekanligini ko'rsatadi.

Ishning tatbiqiy sohalari. Bitiruv malakaviy ishdan boshlang'ich sinf o'qituvchilari, boshlang'ich ta'lim yo'nalishi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar, hamda matematika o'qitish metodikasi bilan qiziquvchilar foydalanishlari mumkin.

Tuzilishi. Mazkur bitiruv malakaviy ishi kirish, uchta bob va hulosasi qismlardan iborat bo'lib 60 sahifani tashkil qiladi.

Ishning kirish qismida ishning dolzarbligi uning ahamiyati, haqida fikr yuritilgan. Ishning I bobida ishning mazmunini ochib berishda kerak bo'ladigan asosiy tushunchalar ular orasidagi bog'lanishlar bu bog'lanishlarning hossalari yetarli darajada bayon qilingan. Ishning II bobida "Boshlang'ich sinflarda ulushlar va kasrlarga doir misol va masalalar yechish" yoritilgan bo'lib bu bobda ishning mazmuni misol va masalalar yordamida atroflicha ochib berilgan. Ishning III bobida kasrlarga oid misol va masalalar keltirilgan. Ishning xulosa qismida ishni yozish davomida

olingan eng umumiy natijalar, ishning qo'llanish sohalari haqida fikrlar bildirilgan.

I bob. Boshlang'ich sinf o'quvchilarini ulushlar va kasrlar bilan tanishtirish metodikasi.

1.1. Ulushlar bilan tanishtirish metodikasi.

O'quvchilarni kasrlar bilan tanishtirish dasturga binoan 4-sinfdan boshlanadi. Kasrlarning hosil bo'lishi, ularni taqqoslash, sonning ulushini topish va berilgan ulushiga ko'ra sonning o'zini topish bilan tanishadilar. 4-sinfda 1 ning ulushi va 1 necha ulushi, uning yozma ko'rinishi tasavvurlariga ega bo'ladilar. Kasr tushunchasi geometriyada kesma ulushi, miqdorlarning ulushi va boshqa geometrik shakllarning ulushlari bilan bevosita bog'langan.

Kasr tushunchasini hosil qilish har xil narsalarni teng bo'laklarga bo'lish, kesish, sindirish, maydalashdan kelib chiqadi deyiladi. Boshlang'ich sinfdan oldin, ya'ni maktabgacha yoshda kasr tushunchasining boshlang'ich tushunchalari berilgan. Masalan olma, tarvuz, bodring, non va boshqalarni bir necha bo'laklarga bo'lib ko'rgan va boshlang'ich tushunchalarni olgan. Shu maqsadda ulushlar bilan ularning yozilishi bilan tanishtirish, taqqoslashni o'rgatish sonining ulushlari yozilishi bilan tanishtirish, taqqoslashni o'rgatish, sonining ulushlari va ulushlari va ulushi bo'yicha sonini topishga doir masalalarni yechish ko'zda tutiladi. Aytib o'tilgan barcha masalalar ko'rgazmali qilib ochib beriladi.

Yuqorida ko'rdikki, 3-sinfda birning ulushlari ya'ni $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ va hokazo ulushlarga oid tasavvurlarni hosil qilishdan iborat. Kasrlarni o'rgatish ko'rgazma asosida tushuntiriladi. Bu ko'rgazmalarga meva, qovun, tarvuz, geometrik shakl, cho'p, qog'oz va boshqa atrofdagi narsalarni olish mumkin.

Ko'rgazmali tushuntirishda, masalan olmani teng ikkiga bo'lish yordamida kasr hosil qilinadi. Shunga mos olmani teng bo'lmagan ikki

bo'lakka bo'lib u yarim olma emasligini, demak, kasrni hosil qilmaslikni tushuntirish kerak. Faqat teng bo'lakka bo'lgandagina kasr son yoki butunning ulushi hosil bo'lishini mustahkam singdirish lozim².

Turli xil geometrik shakllar bilan ishlayotganda bu shakl yordamida ulushlarni hosil qiladilar hamda uning ba'zi hossalarni keltirib chiqaradilar. Masalan, kvadratni teng to'rt bo'lakka bo'lishda, uni ikkita yo'l bilan bo'lib, burchaklarining o'zaro tengligiga hamda tomonlarning ham o'zaro tengligiga asoslanib, shuningdek, kvadrat simmetriyasi haqida tasavvurlarga ega bo'ladilar.

Shuningdek, boshqa o'quvchilarga doirani, ba'zilarga to'g'ri to'rtburchakni to'rt bo'lakka bo'lish topshiriladi.

Bundan keyingi ish teng bo'laklarga bo'lingan ulushlardan bittasini, ikkitasini uchtasini olib ularni qanday sonlar bilan yozish mumkinligini o'qitiladi. Kasrlarni ikkidan bir uchdan bir, to'rttdan bir kabi o'qish va $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{4}$ larga narsalarni qanday bo'lib qancha qismi olinayotganligi orasidagi bog'lanishni hosil qilish lozim. Shu asosda surat va mahraj hamda kasr kabi yangi atamalar kiritmasdan o'qiladi. Lekin chiziq chizish, chiziqning pastida butunni nechaga bo'lgan son yuqorisiga necha ulushni olgan son yozilishi tushuntiriladi.

Agar berilgan obyekt (narsa, narsalar to'plami)ni bir necha teng bo'laklarga bo'lish mumkin bo'lsa, u holda bu bo'laklarning har biri obyekt (narsa, narsalar to'plami) ning ulushi (bo'lagi) deb ataladi. Ulush ikkita natural son va chiziqcha yordamida yoziladi. Masalan:

² Jumaev M.Ye. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005yil.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}$$

Chiziqcha orasidagi son obyekt nechta bo`lakka bo`linganligini, chiziqcha ustidagi son bunday bo`lakdan nechta ulush (bo`lak) olinganini bildiradi.

Masalan $\frac{1}{7}$ soni, obyekt 7 bo`lakka bo`linib, undan bir bo`lak olinganini bildiradi. Ulush bo`lak tushunchasini umumlashgani—kasr tushunchasiga ta`rif beraylik. Kasr (yoki kasr son) deb shunday natural sonlar juftiga, ulardan chiziqch ostida yozilgan obyekt nechta teng bo`lakka bo`linganligini, ikkinchisi, ya`ni chiziqcha ustiga yozilgani esa hosil bo`lgan ulushlardan nechtasi olinganini bildiradi³.

Masalan; $\frac{3}{4}, \frac{7}{12}, \frac{5}{9}, \frac{2}{21}$

Ulush va kasr sonning ta`riflarini taqqoslashdan, ulush tushunchasi kasr tushunchasining xususiy holi ekanligini sezamiz.

O`rta maktabning yuqori sinflarida (boshlang`ich sinflardan tashqari) kasr sonlarda “surat”, “maxraj” so`zlari ishlatiladi, masalan:  $\frac{3}{56}$  kasr sonida chiziqcha ostidagi 56 soniga kasrning maxraji, chiziqcha ustidagi 3 soniga esa kasrning surati deyiladi. Kasrlarning chiziqcha bilan yozuvi va ularning o`qilishi, masalan, “o`ndan uch”, “yettidan besh”.

³ Bikbaeva. N. U. Va boshqalar. 1 – 4 sinflar uchun “matematika” darsliklari. Toshkent. “O`qituvchi” 1996 – 1998 yil

Tarixdan ma'lumki, eramizdan avvalgi VIII asrda Hindistonda keyinchalik hozirgi O'zbekiston hududida va bundan keyingina u Yevropa (XII –XIII asrlar) hududlariga o'tgan. Ulushlar tushunchasini o'quvchilarga yetkazish uchun o'qituvchi ko'proq atrof muhitdagi o'quvchilar ko'p uchratadigan hayotiy misollarga tayanmog'i lozim. Masalan agar siz apelsin yoki mandarin po'stini archsangiz uning ichki qismi o'nta ulushga oson bo'linadi, shuningdek to'rt o'quvchi ovqatlanish uchun bitta nonni to'rtta ulushga qanday bo'lishi mumkin kabi sodda savollar orqali o'quvchilarga ulush va kasr tushunchalari har vaqt kerak bo'lishi asta-sekin tushuntiriladi. Ko'p hollarda ulushlarga ajratish duradgorlik, bog'dorchilik, chorvachilik kabi ko'plab sohalarda uchraydi. Ammo narsalarni har vaqt ham ulushlarga bo'lish mumkin bo'lavermaydi, masalan, piyolani teng ajratish mumkin emas, biroq olmani, kartoshkani, nonni, gazlamani va hakazolarni teng bo'laklarga bo'lish mumkin va u holda ulushlar haqida gapirish mumkin. Ulushlar bilan mehnat darsida, o'qituvchi rahbarligida applikasiya ishlarini o'tkazish vaqtida tanishtirish mumkun. Endi "Ulushlar bilan tanishtirish" darsidan parcha keltiramiz.

Darsning maqsadi: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ bilan ko'satmali tanishtirish, ulushlarni o'qish va yozishni o'rgatish, ulushlarni taqqoslashga o'rgatish.

Ko'rsatma qo'llanmalar: rangli qog'ozdan tayyorlangan, diametri 10 sm li 4 ta doira, rangli qog'ozdan tayyorlangan tomoni 10 sm bo'lgan 4 ta kvadrat, albom varog'i.

Darsning borishi: Bizda ikkita doira bor. Doirani bir xilligini qanday tekshiramiz. (Doirani ustma –ust qo'yamiz). Butun doirani

varoqqa yelimlab yopishtiramiz. Ikkinchi doirani ikkita teng bo`lakka bo`lamiz, ya`ni doiraning bo`laklari ustma-ust tushadigan qilib bo`lamiz. Doirani qirqamiz. Nechta bo`lak hosil bo`ladi. (Ikkita) bular qanday bo`laklar (teng). Har bir bo`lak doiraning yarmini olib yangi sonni yozishga o`tamiz. Gorizotal chiziqcha o`tkazamiz va bu chiziq doirani teng bo`laklarga bo`lganimizni bildiradi.

Chiziqch ostiga doirani nechta bo`lakka bo`lganimizni (2 ta) yozamiz, chiziqcha ustiga esa nech bo`lak olganimizni (1ta) yozamiz natijada  $\frac{1}{2}$  soni hosil bo`ladi.

Kasrlarni taqqoslash va ularning xossalari.

O`zaro teng bo`lgan uchta miqdorni, masalan, A1, A2 va A3 uzunliklarni olib, ulushlarni ham bitta o`lchov birligi – metr bilan o`lchaymiz.

Bu miqdorlar metrdan kichik deb faraz qilamiz. Bu holda ularning o`lchash uchun metrning, biz o`lchaydigan miqdorda butun son marta joylashadigan qandaydir bo`lagini olishga to`g`ri keladi. Faraz qilaylik A1 miqdorni o`lchash uchun metrning to`rtidan bir bo`lagini (choragini) oldin va A1 miqdorning uzunligi metrning $\frac{3}{4}$ bo`lagiga teng ekanligini aniqladik. Endi metrning har bir choragini 5 bo`lakka bo`lamiz, bu holda biz metrning yana ham maydaroq ulushlarini hosil qilamiz. Metrning  $\frac{1}{4}$  bo`lagida bunday ulushlardan beshta bo`ladi, demak, bir birlik ichida, yani 1 metrda bunday bo`laklardan $5 \cdot 4 = 20$ bo`ladi. Binobarin bu bo`laklar metrning yigirmadan bir bo`lagi bo`ladi. Metrning $\frac{3}{4}$ bo`lagida uning yigirmadan bir ulushlaridan

$5 \cdot 3 = 15$ ta bo'ladi.

$A_2 = A_1$ demak, A_2 uzunlik ham metrning bo'lagiga teng, lekin biz A_2 uzunlikni metrning yigirmadan bir ulushlari bilan o'lchasak, uning uzunligi metrning $\frac{15}{20}$ bo'lagiga teng ekanini topar edik.

Bir-biriga teng A_1 va A_2 uzunliklar bir xil o'lchov birligi (metr) bilan o'lchanganligidan, biz metrning $\frac{3}{4}$ bo'lagi uning $\frac{15}{20}$ bo'lagiga teng, yoki $\frac{3}{4}$ kasr bilan $\frac{15}{20}$ kasr bir-biriga teng degan xulosani chiqara olamiz.

Metrning choragini 25 bo'lakka bo'lib, biz metrning yana ham maydaroq bo'laklarini hosil qilamiz. Metrning $\frac{1}{4}$ bo'lagida bunday ulushlardan 25 ta bo'ladi. 1 metrda, ya'ni bir birlikda shunday ulushlardan $25 \cdot 4 = 100$ ta bo'ladi. Demak, bu bo'laklar metrning yuzdan bir ulushlari bo'ladi: metrning 3 ulushida bunday ulushlar $25 \cdot 3 = 75$ ta bo'ladi.

A_3 va A_1 lar metrning $\frac{3}{4}$ ulushiga teng. Agar biz A_3 uzunlikni metrning choragi bilan emas, balki, uning yuzdan bir bo'lagi bilan o'lchanadigan bo'lsak, uning uzunligi metrning $\frac{75}{100}$ ulushiga teng yoki $\frac{3}{4}$ $\frac{75}{100}$ kasriga teng degan xulosaga kelamiz.

Shuningdek, $\frac{15}{20}$ va $\frac{75}{100}$ kasrlarning tengligiga ham ishonch hosil qilish mumkin. Shunday qilib, agar ikkita kasr son bir xil

o'lchov birligi bilan o'lchangan teng miqdorlarni ifoda qilsa, bu kasr sonlar bir-biriga teng bo'ladi.

Bir-biriga teng bo'lgan sonlarni jufti-jufti bilan (ikkitadan) olib, ya'ni $\frac{3}{4}$ va $\frac{15}{20}$ bilan, $\frac{3}{4}$ ni $\frac{75}{100}$ bilan solishtirsak, bu teng kasrlarning har qaysi jufti bitta xossaga ega ekanligini ko'ramiz, ya'ni; birinchi kasr surati bilan birinchi kasr maxrajining ko'paytmasiga teng bo'ladi⁴.

$$\text{Chindan ham } 3 \cdot 20 = 15 \cdot 4; \quad 3 \cdot 100 = 75 \cdot 4; \quad 15 \cdot 100 = 75 \cdot 20.$$

Bu xossa bir-biriga teng bo'lgan hamma kasrlarga oiddir va shu sababli uni kasrlarning tengligi to'g'risidagi muxokamaning ta'rifi sifatida qabul qilinadi; agar birinchi kasr surati bilan ikkinchi kasr maxrajining ko'paytmasi ikkinchi kasr surati bilan birinchi kasr maxrajining ko'paytmasiga teng bo'lsa, bu kasrkar bir-biriga teng bo'ladi.

Masalan; agar $a \cdot b_1 = a_1 \cdot b$ bo'lsa, ulardan tuzilgan $\frac{a}{b}$ va $\frac{a_1}{b_1}$ kasrlar bir-biriga teng bo'ladi.

Bir-biriga teng bo'lgan kasrlarni jufti-jufti bilan (ikkitadan) olib, ya'ni $\frac{3}{4}$ ni $\frac{15}{20}$ bilan, $\frac{3}{4}$ ni $\frac{75}{100}$ bilan va $\frac{15}{20}$ ni $\frac{75}{100}$ bilan solishtirsak, bu teng kasrlarning har qaysi jufti bitta xossaga ega ekanligini ko'ramiz, ya'ni: birinchi kasr surati bilan ikkinchi kasr maxrajining ko'paytmasiga teng bo'ladi. Chindan ham bu xossa to'g'ri ko'rsatilgan.

1- natijada. Kasr sonlar tengliklari quyidagi xossaga ega.

⁴Jumaev M.Ye. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005yil.

a) refektivlik (qaytish) xossasi.

b) simmetriklik (almashtirish) xossasi.

v) tranzitivlik (ko`cherish) xossasi.

a) Refektivlik : $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, chunki $ab=ab$;

b) Simmetriklik : agar $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ bo`lsa,  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}$  bo`ladi, chunki, agar, $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ bo`lsa $ab_1=a_1b$, bundan $a_1b=ab_1$;

v) Tranzitivlik: agar, $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ va $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$ bo`lsa,  $\frac{a}{b} = \frac{a_2}{b_2}$  bo`ladi.

“Ulushlar” mavzusida shakllarni teng bo`laklarga bo`lish asosida ulushlarni taqqoslash ham tushuntiriladi. Masalan; o`qituvchi beshta bir xil to`g`ri to`rtburchakli qog`ozdan yo`lakchali qilib qirqishni taklif qiladi.

Bu yo`lakchaning birinchisini teng ikkiga, ikkinchisini teng to`rtga bo`lib ularni ustma-ust qo`yish asosida har bir teng bo`laklarni taqqoslaydi. Unda

$1\frac{1}{2} > 1\frac{1}{4}$; $1\frac{1}{4} > 1\frac{1}{8}$; $1\frac{1}{5} > 1\frac{1}{6}$ kabi ekanligiga ishonch hosil qiladilar.

3-sinfda soning ulushini topishni amaliy masalalardan boshlash kerak. Masalan, uzunligi 12 sm bo`lgan qog`oz bo`lakchani olib uni ikkiga buklash topshiriladi. Bo`lakchaning yarmi necha sm?

$$12:2=6 \text{ sm}$$

Endi bo'lakchani yana ikki buklab to'rt qismga bo'ladi. Bo'lakchanning qanday qismi hosil bo'ldi. va uning uzunligi qancha?

$$\text{Javob: } 12:4=3 \text{ sm } 1/4 \text{ qism}$$

Bu ish chizish yordamida ham o'lcab ko'riladi.

Masala. Kitob 80 bet o'quvchi uning $1/4$ qismini o'qidi. Necha bet kitob o'qilgan? 80betning $1/4$ qismi qancha $80:4=20$ bet,

1. Boshqa masalalarni yechayotganda chizmadan foydalanish yetarli: son kesma orqali tasvirlanadi, u berilgan sondagi teng bo'laklarga bo'linadi, ulushi belgilanadi. So'ngra yechishni og'zaki yoki yozma bajaradi.

Masalan, $1/2$ m da, $1/4$ m da, $1/5$ m da necha sm bor?

$1/2$ soatda, $1/5$ soatda , $1/6$ soatda necha minut bor?

Vaqt o'lchovlarini o'rganayotganda nima uchun "bir yarim " "chorak kam o'n " deb aytishlarini tushinishlari kerak. Aksincha sonning ulushiga qarab sonning o'zini topishga katta etibor beriladi.

Masalan, "TU-104" samalyot $1/3$ minutda 5 km uchadi, 1minutda necha km uchadi? $1/3$ qismi 5km bo'lgan son necha?

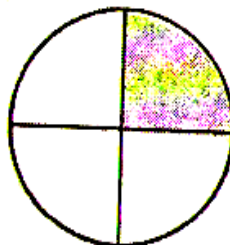
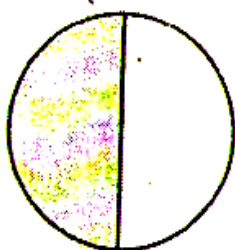
$$5 \cdot 3=15$$

2. Keyinchalik soning uning ulushi bo'yicha topishga doir masalalar bilan arashtirilib kiritiladi 3-sinfda ulushni va ulushga doir ulushga qarab sonni topishga doir faqat sodda masalalar, 4-sinfda esa murakkab masalalar yechdiriladi.

Ulush tushunchasiga olib keluvchi misollar bilan tanishamiz.

1. Doira chizing va uni teng ikki bo'lakka bo'ling. Bo'laklardan birini bo'yang. Siz doiraning qanday qismini (qanday bo'lagini, ulushini)

bo'yadingiz? Yana bir doira chizing va uni teng 4 ta bo-lakka bo'ling.



Bo'laklardan bittasini bo'yang. Bu gal doiraning to'rttdan bir qismini (ulushini) bo'yadingiz. To'rttdan uch qismi bo'yalmagan.

2. Dafbaringizga biror AB kesma chizing. Uning o'rtasini C nuqta bilan belgilang. Natijada AB kesma teng ikki bo'lakka ajratildi: $AC=CB$. Har bir bolak AB ning ikkidan bir qisniini (yarim) tashkil qiladi.

3. Nodira opa bitta butun tortni teng 8 bo'lakka bo'ldi. Shundan bir bo'lagini o'gliga berdi. o'gli tortning qanday ulushini oldi? No-dira opaning o'g'li tortning sakkizdan bir ulushini oldi.

Doirani, kesmani, kvadrat yoki to'g'ri to'rtburchakni bir butun deb qarash mumkin. Butunning teng bo'laklari ulushlar deyiladi. Odatda ikkidan bir ulush - yarim, to'rttdan bir ulush - chorak, sak-kizdan bir ulush esa nimchorak deb yuritiladi⁵.

1.2. Kasr sonlarni o'rgatish metodikasi.

⁵ Bikbaeva. N. U. Va boshqalar. 1 – 4 sinflar uchun “matematika” darsliklari. Toshkent. “O'qituvchi” 1996 – 1998 yil

“Ulushlar” mavzusiga asoslangan holda kasrlarning hosil bo’lish bilan 4-sinfda tanishtiriladi. Bu yerda ko’rgazmali qurol bilim berishning bosh mezoni bo’ladi. Narsalarni, shakllarni va boshqa atrofdagilarni teng bo’laklarga bo’lish va shu bo’laklarda bittasini , ikkitasini , uchtasini... olish masalasi, uni ifodalash va yozish asosiy vazifa bo’ladi. Bunda kasrdagi kasrning suratini mahraji kabi atamalar bilan tanishtiriladi.

Kasrlarni yozishni bajarishda quyidagi qoidaga amal qilish zarur. Chiziq ostida yozilgan son kasrning mahraji deyilib, butun narsa nechaga teng bo’lishini ifodalaydi. Kasrning ustiga yozilgan son kasrning surati deyilib teng qismlardan qanchasi olinganini boshlang’ich sinfda mahraji 10dan katta bo’lmagan kasrlar qaraladi. Bundan keyin kasrlarni maydaroq ulushlarga maydalash va yiriklashga doir masalalar qaraladi.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ yoki $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ larni tushuntirish uchun bir xilda yo’lakcha olamiz va birinchisini 4ta teng bo’lakka ikkinchisini 8ta teng bo’lakka bo’lib birinchisidan 3ta ulushni, ikkinchisidan 6ta ulushni olamiz. Bu ikkala yo’lakchadagi yuzalar tengligi ko’rinarli bo’ladi. Shuningdek, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ larni tushuntiriladi.

Sonning kasrini topishga doir masalalarni yechishda 3-sinfda o’rganilgan sonning ulushini topish masalasi asos bo’lib xizmat qiladi.

Masala. Uzunligi 10 sm bo’lgan kesma chizilgan, $\frac{3}{5}$ qismi necha smga teng?

Uzunligi 10 sm bo’lgan kesma chizadi va uning $\frac{1}{5}$ ulushi necha sm ekanligini 3-sinfdan biladi . $10:5=2$ sm so’ng kesmaning $\frac{3}{5}$ qismini topishda $2 \cdot 3=6$ sm ishni bajaradi, yoki birdaniga $10:5 \cdot 3=6$ sm deb bajarish ham mumkin.

Masala. Daftar 24 betlik, o'quvchi daftarning $\frac{5}{8}$ qismini to'ldiradi. Necha bet yozilmay qoldi? Masala shartining qisqacha yozuvi quyidagicha:

Bor edi--- 24 bet

Yozildi--- $\frac{5}{8}$ bet

Qoldi--- ?

Yechish: Masalani yechishda kesma tasviridan foydalanamiz. Kesmani 24 bet deb olib uni 8 ta teng bo'lakka bo'lamiz va uning 5 qismini ajratamiz.

1) $24:8 = 3$ bet

2) $3 \cdot 5 = 15$ bet

3) $24 - 15 = 9$ bet yozilmadi. Umumiy ifoda ko'rinishida $24 - 24:8 \cdot 5 = 9$ bet

4-sinf darsligida berilgan sonning kasrini topishga doir ba'zi masalalarni yechishda katta, murakkab ifodalar hosil bo'ladi. Bunday masalalarning yechimlarini amallarni bajarish yordamida ifodalash kerak bo'ladi.

Masalan, o'ramda 240 m sim bor edi. Shu simning $\frac{5}{8}$ qismi ishlatildi. Qolganidan necha metr ortiq sim ishlatilgan?

Yechimning ifoda ko'rinishidagi yozuvini quyidagicha bajaramiz:

1. $240 : 8 \cdot 5 = 150$ m

2. $240 - 150 = 90$ m

3. $150 - 90 = 60 \text{ m}$

Umumiy ifodasi $240 : 8 \cdot 5 - (240 - 240 \cdot 8 \cdot 5)$

Kasrlarni taqqoslashda teng to'g'ri to'rtburchaklarning tasvirlaridan ham foydalanish qulay. O'quvchilarga daftarlarida 16 sm ga, eni esa 1 sm ga teng to'g'ri to'rtburchak chizish topshiriladi. Bu bitta to'g'ri to'rtburchakka 1 sonini yozamiz. 1- to'g'ri to'rtburchak tagida shunday to'g'ri to'rtburchak chizing va uni teng ikkiga bo'ling. Qanday ulushlar hosil qildingiz (ikkidan bir, yarim ulushlar)?

Tagida shunday to'g'ri to'rtburchak chizing va uni teng to'rt bo'lakka bo'ling. Har bir bo'lak nima deb ataladi va qanday son bilan ifodalanadi? 1 butunda nechta chorak (to'rt dan bir) bor? Yarimda nechta chorak bor? Shu jarayon davom etiladi.

Kasr tushunchasini shakllantirish har xil predmetlarni teng qismlarga bo'lishdan boshlanadi, bu predmetlarning har birini biz bir butun deb qaraymiz. Abstrakt kasr tushunchasi, ko'rinishidan shu konkret bo'lishdan, sindirishdan, maydalashdan kelib chiqadi.

Bu boshlang'ich bosqichni o'quvchi bir necha yil ilgari bosib o'tgan. Maktabgacha yoshdayoq unga olmalar, pryaniklar va konfetlarni bo'lishga, bodringlarni kesishga to'g'ri kelgan edi va o'sha davrdayoq, ko'p marta butunning yarmi, choragi, uchdanbiri va boshqa ba'zi bir ulushlari haqida gapirilgan.

Bolalarning shaklni teng bo'laklarga bo'lish borasida to'plangan tasavvurlari va malakalari ularda butunning ulushlari tushunchasini tarkib toptirishda asosiy boshlang'ich tayanch bo'ladi.

Kasrlarni o'rganishda ko'rsatmalilik va ko'rgazma qurollar masalasi, ayniqsa, muhimdir. Kasrlarni o'rganishning bu bosqichida o'qitish to'la ko'rgazmali bo'lishi, ayniqsa zarur. Shuning uchun ulushlarning hosil bo'lish jarayonlari ko'rilyotganligi munosabati bilan iloji boricha ko'proq turli aniq predmetlar : olma, lenta va boshqa har xil geometric shakllarning modellarini teng bo'laklarga bo'lishga doir amaliy mashqlarni o'tkazish kerak.

Bolalarni ulushlar hosil bo'lishi bilan tanishtirishga doir birinchi darsni taxminan bunday boshlash mumkin :

“Bugun biz yangi sonlar bilan tanishamiz Mening qo'limdagi nima? (o'qituvchi olmani ko'rsatadi) Qaranglar men uni nima qilyapman (u olmani teng ikkiga bo'ladi) Har bir bo'lakni nima deb atash mumkin? ---Olmaning yarmi.

Buni-chi? (butun olmani ko'rsatadi) Bir butun olma nechta yarimta olmaga teng (ikkita).

Boshqa predmetlar bilan ish qilinganda ham o'quvchilar shunday mulohazalar yuritadilar.

Masalan, suvga to'ldirilgan stakan olinadi va suvning yarmi guldonga quyiladi, demak, stakanda yarim stakan suv qoladi. So'ngra ko'rsatmalilikni bunday tartibda qo'llash zarur: avval doira, kvadrat , so'ngra qog'oz, poloskalar, chiziqlar. Bunda predmetlarni teng bo'laklarga bo'lish bilan ham ish ko'rish kerak.

Masalan, doiraning bitta modelini ikkita teng bo'lakka, ikkinchisini umuman teng bo'lmagan ikkita bo'lakka bo'lish kerak . Bunday

topshiriqlarni bajarishda o'quvchilar doirani ikki bo'lakka bo'lishning usullaridan o'xshashlik va farqni aniqlay oladilar:

U holda ham, bu holda ham doira ikkiga bo'linadi, lekin birinchi holda ikkita teng bo'lmagan bo'lakka, ikkinchi holda esa ikkita teng bo'lakka bo'linadi va har bir bo'lak doiraning 5 qismini tashkil qiladi, deb aytiladi:

Geometrik shakllar to'plami bilan ishlanayotganda o'quvchilar bu shakllarning ko'p xossalarini qaytaradilar va yana ko'p xossalari bilan tanishadilar. Masalan, kvadratlarni teng to'rt bo'lakka bo'lishda o'quvchilar bu topshiriqni bajarishning ikkita usulni mavjudligini oson payqaydilar. Ular kvadrat tomonlari va burchaklari o'zaro tengligiga yana bir bor ishonch hosil qiladilar, kvadrat simmetriyasi haqida birinchi tasavvurga ega bo'ladilar.

Bu mashqlarni bajarishda doskaga chiqarilgan bitta yoki ikkita o'quvchigina qatnashib boshqa bolalar passiv kuzatuvchi bo'lib qolmasligi maqsadida sinfning barcha o'quvchilari faol ishtirok etishlari juda muhim. O'quvchilarning butun fikri-zikri shakllarni teng bo'laklarga bo'lish jarayoniga qaratilgan bo'lishi uchun har bir o'quvchiga qog'ozdan qirqilgan doiralar, to'g'ri to'rtburchaklarni tayyorlab qo'yish kerak .

Turli shakllarni teng bo'laklarga bo'lishda va bunday bo'laklarning bittasidan, ikkitasidan va chiziq ostiga ikkini, chiziq ustiga birni yozishadi. O'quvchilarning ulushlarni yozish bilan ulushlar mavzusining birinchi darsidayoq tanishtirish lozim.

Shakllarni teng bo'laklarga amaliy bo'lish asosida ulushlarni taqqoslash ham o'tkaziladi. O'qituvchi masalan, 5 ta bir xil to'g'ri to'rtburchakli tasma qirqishni taklif qiladi.

O'quvchilarda kerakli miqdorda to'g'ri to'rtburchakli tasmalar tayyor bo'lgandan keyin tasmalardan birini ikkita teng qismga ikkinchisini teng uch qismga, uchinchisini teng to'rt qismga, to'rtinchisini teng oltiga, beshinchisini teng sakkizga bo'lish taklif qilinadi. Bolalar ulushlardan eng katta yarim, eng kichigi esa sakkizdan bir ekanini, ya'ni masalan,

$$1/2 > 1/4; \quad 1/3 > 1/8; \quad 1/3 > 1/6;$$

va hokazo ekaniga ishonch hosil qilinadi. Shakllarni o'rganish kasr sonlarni belgilash uchun zarur bo'lgan atamalar va belgilarni kiritishga imkon beradi. Shunday qilib, kasrlarni hosil qilish jarayonini namoyish qilishda bolalar e'tiborini kasrlar o'z nomlarini qanday prinsipda olishlariga qaratish zarur. Kasr ulushlarining nomlari bilan predmet necha teng bo'lakka bo'linishi orasidagi bog'lanishni o'rganish zarur.

Bolalarni turli ulushlarning nomlari va hosil bo'lishi bilan tanishtirib bo'lgach, ularga har bir ulushni qanday belgilashni ko'rsatish zarur.

$$1/2; 1/4; 1/3; 1/5$$

va boshqa ko'rinishdagi yozuvlar bilan "surat" va "mahraj" atamalarini kiritmasdan tanishtiriladi. O'qituvchi ikkidan bir ulushni belgilashni talab qilsa, buning uchun o'quvchilar chiziq chizishadi .

Shunday qilib, o'quvchilar shakllarni teng bo'laklarga amaliy bo'lish yo'li bilan ulushlarni taqqoslaydilar. Ulushlarni amaliy taqqoslashda to'g'ri burchakli tasmalar bilan bir qatorda doiralarda ham, kvadratlardan ham, boshqa geometrik shakllardan ham foydalanish zarur. Turli ulushlarni faqat buklash yoki qirqish bilangina emas, balki bo'yash orqali ham hosil qilish mumkin.

Ikkinchi sinfdan o'quvchilarni sonning ulushini topishga doir masalalarni yechish bilan tanishtirish kerak. Kasrlarni hosil bo'lishi bilan

o'quvchilarni tanishtirish III sinfdan boshlanadi. Bunda ko'rgazmalilik masalasi va ko'rsatma qo'llanmalar masalasi juda muhimdir. Kasrlar hosil bo'lishining qaralishi munosabati bilan har xil aniq predmetlarni teng qismlarga bo'lishga doir amaliy mashqlar bajarilishi kerak.

Har xil shakllarni teng qismlarga va shunday qismlardan bittasini, ikkitasini va bundan ortiqlarini o'z ichiga oladigan shakllarning qaralishi zarur atamalarni va kasr sonlarni belgilash simbolikasini kiritish imkonini beradi.

Shunga o'xshash imkoni boricha har xil shakllardan foydalanib o'quvchilarni boshqa mahrajli kasrlar bilan tanishtiriladi.

Bolalarni kasrlar bilan tanishtirishning bu bosqichida kasrlarni maydaroq ulushlarga maydalash jarayonini ko'rish imkonini beradigan yagona usul geometrik interpitatsiyadir. Kasrni maydaroq ulushlarga maydalashni tasvirlashda doiralardan, kesmalardan , to'g'ri to'rtburchaklardan foydalanish kerak. Bu holda har qaysi katak $1/8$ ulushni tasvirlaydi. Ikkita katak $2/8$ ni yoki $1/4$ ni tashkil qiladi.

$2/8=1/4$ ekanini o'quvchilar chizmaga qarab bilishadi. Ustki to'rt to'rtburchakda sakkizdan oltini, pastki to'rt to'rtburchakda esa to'rttdan uchni shtrixlaymiz. Taqqoslash yo'li bilan mos to'g'ri to'rtburchaklar o'zaro teng ekaniga ishonch hosil qilamiz

Demak, $3/4=6/8$ yoki $6/8=3/4$

Sonning ulishini topishga doir masalalarni yechishda kasrning konkiret mazmuni ochiladi va mustahkamlanadi. Bunday masalalarni yechishga sonning bir ulishini topishga doir masalalarni yechish malakasi asos bo'ladi. Kasr tushunchasini shakllantirish har xil predmetlarni teng

qismlarga bo'lishdan boshlanadi, bu predraetlarning har birini biz bir butun deb qaraymiz. Abstrakt kasr tushunchasi, ko'rinishidan, shu konkret bo'lishdan, sindirishdan, maydalashdan, yoyishdan kelib chiqqan bo'lishi mumkin.

Bu boshlang'ich bosqichni o'quvchi bir necha yil ilgari bosib o'tgan. Maktabgacha yoshdayoq unga olmalar, pyraniklar va konfetlarni bo'lishga; qovun va tarvuzlarni, bodring, pomidorlarni kesishga to'g'ri kelgan edi va o'sha davrdayoq ko'p marta butunning yarmi, choragi, uchdan biri va boshqa ba'zi bir ulushlari haqida gapirilgan⁶.

Bolalarning shaklni teng bo'laklarga bo'lish borasida to'plagan tasavvurlari va malakalari ularda butunning ulushlari tushunchasini tarkib toptirishda asosiy boshlang'ich tayanch bo'ladi.

Kasrlarni o'rganishda ko'rsatmalilik va ko'rgazma qurollar masalasi, ayniqsa, muhimdir. Kasrlarni o'rganishning bu bosqichida o'qitish to'la ko'rgazmali bo'lishi, ayniqsa, zarur. Shuning uchun ulushlarning hosil bo'lish jarayoni ko'rilayotganligi munosabati bilan iloji boricha ko'proq turli aniq predmetlar: olma, lenta va boshqa har xil geometrik shakllarning modellarini teng bo'laklarga bo'lishga doir amaliy mashqlarni o'tkazish kerak.

Bolalarni ulushlar hosil bo'lishi bilan tanishtirishga doir birinchi darsni taxminan bunday boshlash mumkin:

"Bugun biz yangi sonlar bilan tanishamiz. Mening qo'limdagi nima? (o'qituvchi olmani ko'rsatadi.) Qaranglar, men uni nira"

⁶ Jumaev M.Ye. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005yil.

qilyapman? (U olmani teng ikki bo'lakka ajratadi.) Har bir bo'lakni nima deb atash mumkin? (Olmaning yarrai.) Buni-chi? (Butun olmani ko'rsatadi.) Bir butun olma nechta yarimta olmaga teng? (Ikkita).

Boshqa predmetlar bilan ish qilinganda ham o'quvchilar shunday mulohaza yuritadilar. Masalan, suvga to'ldirilgan stakan olinadi va suvning yarmi guldonga quyiladi, demak, stakanda yarim stakan suv qoladi. So'ngra ko'rsatmalilikni bunday tartibda qo'llash zarur: avval doira, kvadrat, so'ngra qog'oz, poloskalar, chiziqlar. Bunda predmetlarni teng bo'laklarga bo'lish bilan bir vaqtda ularni teng bo'lmagan bo'laklarga bo'lish bilan ham ish ko'rish kerak. Masalan, doiraning bitta modelini ikkita teng bo'lakka, ikkinchisini umuman teng bo'lmagan ikkita bo'lakka bo'lish kerak. Bunday topshiriqlarni bajarishda o'quvchilar doirani ikki bo'lakka bo'lish-ning usullaridan o'xshashlik va farqni aniqlay oladilar: u holda ham, bu holda ham doira ikkiga bo'linadi, lekin birinchi holda ikkita teng bo'lmagan bo'lakka, ikkinchi holda esa ikkita teng bo'lgan bo'lakka bo'linadi. Ikkinchi holda doira ikki bo'lakka bo'linadi va har bir bo'lak doiraning S qismini tashkil qiladi, deb aytiladi⁷.

Geometrik shakllar to'plami bilan ishlanayotganda o'quvchilar bu shakllarning ko'p xossalarini qaytaradilar va yana ko'p xossalari bilan tanishadilar. Masalan, kvadratlarni teng to'rt bo'lakka bo'lishda o'quvchilar bu topshiriqni bajarishning ikkita usuli mavjudligini oson payqaydilar. Ular kvadrat tomonlari va burchaklari o'zaro tengligiga yana bir bor ishonch hosil qiladilar, kvadrat simmetriyasi haqida birinchi tasavvurga ega bo'ladilar.

Bu mashqlarni bajarishda doskaga chiqarilgan bitta yoki ikkita o'quvchigina qatnashib boshqa bolalar passiv kuzatuvchi bo'lib qolmasligi

⁷ Haydarov B.Q, "Matematika 5" darslik. "Yangiyol servis" Toshkent 2011 yil.

maqsadida sinfning barcha o'quvchilari faol ishtirok etishlari juda muhim. o'quvchilarning butun fikr-zikri shakllarni teng bo'laklarga bo'lish jarayoniga qaratilgan bo'lishi uchun har bir o'quvchiga qog'ozdan qirqilgan doiralar, to'g'ri to'rtburchaklarni tayyorlab qo'yish kerak.

Shunday qilib, o'quvchilar shakllarni teng bo'laklarga amaliy bo'lish yo'li bilan ulushlarni taqqoslaydilar. Ulushlarni amaliy taqqoslashda to'g'ri burchakli tasmlar bilan bir qatorda doiralardan ham, kvadratlardan ham, boshqa geometrik shakllardan ham foydalanish zarur. Turli ulushlarni faqat buklash yoki qirqish bilangina emas, balki bo'yash orqali ham hosil qilish raumkin.

Ikkinchi sinfdan o'quvchilarni sonning ulushini topishga va ulushiga ko'ra sonning o'zini topishga doir masalalarni yechish bilan tanishtirish kerak.

Bolalarni sonning ulushini topishga doir masalalarni yechish bilan tanishtirishni amaliy ishdan boshlash kerak: bolalarga uzunligi 12 sra bo'lgan qog'oz bo'lakcha tarqatiladi va uni teng ikkiga bo'lish taklif qilinadi. Bo'lakchani yarmini o'lchash taklif qilinadi. Bo'lakcha necha santimetrdan iborat? (12 sm). Uning yarmi-chi? (6 sm). Endi tasmaning o'zini 4 ta teng bo'lakka bo'ling. Bo'lak-

chani — bo'lagi qanday bo'ladi? o'lchash yo'li bilan

4 "Tekshiring" kabi topshiriqlar beriladi.

Kasrlarning hosil bo'lishi bilan o'quvchilarni tanishtirish III sinfdan boshlanadi. Bunda ko'rgazmalilik masalasi va ko'rsatma-qo'llanmalar masalasi juda muhimdir. Kasrlar hosil bo'lishining qaralishi munosabati bilan har xil aniq predmetlarni teng qismlarga bo'lishga doir amaliy mashqlar bajarilishi kerak. Har xil shakllarni teng qismlarga bo'lish va shunday qismlardan bittasini, ikkitasini va bundan ortiqlarini o'z ichiga

oladigan shakllarning qaralishi zarur atamalarni va kasr sonlarni belgilash simbolikasini kiritish imkonini

beradi.

Shunga o'xshash, imkoni boricha har xil shakllardan foydalanib, o'quvchilarni boshqa maxrajli kasrlar bilan tanishtiriladi.

Bolalarni kasrlar bilan tanishtirishning bu bosqichida kasrlarni maydaroq ulushlarga maydalash jarayonini ko'rish va bunga teskari jarayonini ko'rish imkonini beradigan yagona usul geometrik interpretatsiyadir. Kasrni maydaroq ulushlarga maydalashni tasvir-lashda doiralardan, kesmalardan, to'g'ri to'rtburchaklardan foydalanish kerak⁸.

Misollar

- 1). Bir soat bir kunning qanday qismini tashkil etadi?
- 2). Bir minut bir soatning qanday qismini tashkil etadi?
- 3). Bir kun haftaning qanday qismini tashkil etadi?
- 4). Bir kun bir oyning qanday qismini tashkil etadi?
- 5). Bir oy yilning qanday qismini tashkil etadi?
- 6). 40 minutning beshdan bir ulushi necha minut?
- 7). 1 soatning 12 dan besh ulushi necha minut?
- 8). 1 kilometrning sakkizdan uch ulushi necha metr bo'ladi.

⁸ Jumaev M.Ye. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005yil.

II-Bob. Boshlang'ich sinflarda ulushlar va kasrlarga doir misol va masalalar yechish.

2.1. Kesma va uning ulushlariga doir misol va masalalar yechish.

Matematika aksariyat hollarda asosiy ikki masala—chekli to'plam elementlari sonini hisoblash va kattaliklarni o'lchashda qo'llaniladi. Chekli to'plam elementlarini hisoblashda javob natural son bilan ifodalanadi: to'rtta tarvuz, sakkizta mashina, 3 bo'lak gazmol. Bunda tarvuz massalari har xil bo'lishiga, gazmol bo'laklari turli uzunlikdaligiga, mashinalar har xil yuk ko'tara olishligiga e'tibor berilmaydi. Biroq bu bo'laklardagi gazmollar to'rtta odamga kastum tikishga yetish- yetmasligini aniqlash uchun har bir bo'lak gazmol uzunligini o'lchash kerak. Umuman, kattaliklarni o'lchash, ya'ni bu kattaliklarni o'lchovning birorta o'lchov birligi — metr, kilogramm va h.k. bilan taqqoslash va taqqoslash natijasini son bilan ifodalash inson faoliyatining turli sohalarida keng uchraydi.

Agar o'lchanayotgan kattalikni o'lchov birligiga «teng» (u yoki bu ma'noda) bir necha qismga (bo'lakka) bo'lish mumkin bo'lsa, o'lchov natijasi (yoki boshqacha, kattalik o'lchovi) natural son bilan ifodalanadi. Biroq ko'pincha o'lchov birligi o'lchanayotgan kattalikka butun son marta joylanmaydi. Shuning uchun kattalik o'lchovini ifodalashda natural sonlardan farqli sonlar kiritiladi va son tushunchasi kengaytiriladi. ,

Biz bu bobda sonlar to'plamining turli xillarini qaraymiz, bunda avval musbat ratsional sonlar to'plami Q , keyin musbat haqiqiy sonlar to'plami R_+ , va nihoyat, haqiqiy sonlar to'plami R qaraladi. Bunda sonlarning har bir ko'rinishi uchun qo'shish va ko'paytirish amallari ta'riflanadi, bu ta'riflarda

o'lchanayotgan kattaliklar va o'lchov birliklari ustida aniq amallarning qanday bajarilishi ifodalanadi.⁹

Bunday bog'liqlikning qandayligini bilish uchun kesmalar uzunliklarini o'lchaymiz.

Agar a kesma $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalar birlashmasidan iborat bo'lsa, a kesma $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarga bo'lingan (yoki shu kesmalardan tuzilgan) deyiladi. Shu bilan birga ulardan hech bir ik- kitasi umumiy ichki nuqtaga ega emas (ustma-ust tushmaydi), biroq umumiy uchlarga ega bo¹ lishi mumkin.

Agar a kesma $a_1, a_2, \dots, a_n$ kesmalarga bo'lingan bo'lsa, a kesma bu kesmalar yig'indisi deyiladi va bunday yoziladi¹⁰:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Biror e kesmani olamiz va uni birlik kesma yoki uzunlik o'lchovining birligi deymiz. Agar a kesmani har biri e birlik kesmaga teng bo'lgan, n ta kesmaga bo'lish mumkin bo'lsa, a kesma e kesmaga karrali deymiz va n sonni o'lchov yoki e birlik kesma- da a kesma uzunligining qiymati deyiladi. e birlik kesmada kesma o'lchovini $m_e(a)$ bilan belgilaymiz. Agar e birlik kesma belgilangan bo'lsa, $m_e(a)$ o'rniga $m(a)$ deb yozamiz va bu sonni soddagina qilib kesma uzunligi (uzunlik qiymati emas) deymiz. Shuni esda tutish zarurki, boshqa o'lchov birligiga o'tganda $m(a)$ son o'zgaradi, kesmaning o'zi

⁹ N.Hamedova, Z.Ibragimova, T.Tasetov, "Matematika". Iqbol turon Toshkent 2007 yil.

¹⁰ N.Hamedova, Z.Ibragimova, T.Tasetov, "Matematika". Iqbol turon Toshkent 2007 yil.

esa o'zgarishsiz qoladi. $m(a) = n$ desak, $a = ne$ deb yozamiz, uning ma'nosi: a kesma e kesmaga teng n ta kesmadan iborat. Ravshanki, e kesmani unga teng f kesmaga almashtirilsa, o'lchov o'zgarmaydi, $m_e(a) = m_f(a)$ (birorta kesmani ikkita turli chizg'ich bilan o'lchansa va bunda ikkala chizg'ich bir xil darajalangan bo'lsa, bir xil natija olinadi). Aksincha, agar $a = ne$ va $a = nf$ bo'lsa, $e = f$ bo'ladi. Demak, agar $a = ne$ va $a = me$ bo'lsa, $n = m$ bo'ladi (bitta kesma o'lchovning berilgan birligida turli o'lchovlarga ega bo'lmaydi).

Har bir e kesmaga e ga karrali bo'lgan kesmalarning Σ' to'plami mos keladi. Bunday kesmalarning har biriga e birlik kesmada uning uzunligi $m(a)$ natural sonni mos keltirdik. Agar a va b kesmalar teng bo'lsa, $m(a) = m(b)$ bo'ladi. Aksincha, agar $m(a) = m(b)$ bo'lsa, a va b kesmalar teng bo'ladi. Shunday qilib, 2 to'plamda « a va b kesmalar teng» va « a va b kesmalar o'lchovlari bir xil» muno-sabatlar bir xil xossalarga ega. Kesma o'lchovi ikkita muhim xossa — additivlik va multiplikativlik xossalari ega. Bu xossalarni ko'rib chiqamiz. a kesmani 2 ga tegishli bo'lgan ikkita b va c kesmaga ajratish mumkin, bunda $m(b) = p$ va $m(c) = q$. Unda butun kesma a bir-lik kesmaga teng $p + q$ ta qismga ajraladi, shuning uchun uning o'lchovi $p + q$ ga teng, ya'ni $m(a) = m(b) + m(c)$. Shunday qilib, biz kesmalar uzunliklarining quyidagi xossasini isbotladik.

a) Agar $a = b + c$ bo'lsa, a kesma uzunligi uning qismlari uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$m(a) = m(b) + m(c), \quad (1)$$

bunda, b va c kesmalar uzunliklari natural sonlar bilan ifodalanadi.

Qo'shish natijasi additio deyilgani uchun uzunlikning bu xossasi additivlik xossasi deyiladi.

Uzunlikning ikkinchi xossasi bir o'lchov birligidan ikkinchi o'lchov birligiga o'tish bilan bog'liq. Bilamizki, a kesmani metrlar bilan o'lchaganda p son hosil bo'lsa, o'sha kesmani santimetrlar bilan o'lchanganda 100 son hosil bo'ladi. Buni $m_2(a) = 100 \cdot m_1(a)$ tenglik ko'rinishida yozish mumkin, bunda $m_1(a)$ orqali a kesma uzunligini metrlar bilan o'lchagandagi qiymati, $m_2(a)$ — santimetrlar bilan o'lchagandagi qiymati, 100 soniberilgan o'lchov birligi yangi o'lchov birliklarining nechtasiga tengligini bildiradi (1 metrda necha santimetr).

Endi uzunlikning bir o'lchov birligidan ikkinchi o'lchov birligiga o'tishning umumiy ko'rinishini qaraymiz. e_1 va e_2 — ikkita o'lchov birligi bo'lsin, bunda e_1 birlik e_2 birlikdan n marta katta, ya'ni $e_1 = n \cdot e_2$, bunda n — natural son. a kesmani e_x o'lchov birligi bilan o'lchaganda pn son hosil bo'lsa (ya'ni, agar $a \cong (p \cdot n)e_1$, bo'lsa), u holda o'sha a kesmani e_2 bilan o'lchaganda pn son hosil bo'ladi (ya'ni, $a = (p \cdot n)e_1$). Haqiqatan, a kesma e_1 kesmaga teng p ta kesmadan iborat, p ta kesmaning har biri e_2 kesmaga teng n ta kesmadan iborat. Demak, a kesma e_2 kesmaga teng pn ta kesma bor, ya'ni $a = (p \cdot n)e_1$, $a = (p \cdot n)e_1$ va $\xi = ne_2$ bo'lgani uchun $p(ne_2) = (pn)e_2$ tenglikni isbotladik. e_1 birlik kesma uzunligi bilan o'lchangan a kesma uzunligini $m_1(a)$ orqali, e_2 birlik kesma uzunligi bilan o'lchangan shu kesmani $m_2(a)$ orqali belgilaymiz. U holda $m_1(a) = p$ va $m_2(a) = pn$ bo'ladi, e_1 kesma uzunligi bilan o'lchangan e_1 kesma uzunligi n ga tengligidan ($m_2(e_1) = n$), $m_2(a) = pn$ tenglikni bunday yozish mumkin:

$$m_2(a) = m_1(a) \cdot m_2(e_1). \quad (2)$$

Shunday qilib, biz kesma uzunligining quyidagi xossasini isbotladik.

b) Agar a kesma e_1 kesmaga karrali, e_1 kesma e_2 kesmaga karrali bo'lsa, a kesma e_2 kesmaga karrali bo'lib, (2) tenglik bajariladi¹¹.

(2) tenglikning o'ng qismida $m_1(a)$ va $m_2(e_1)$ lar ko'paytmasi turgani uchun b) xossa oichovning multiplikativligi deyiladi (lotincha multiplicatio «ko'paytirish» demakdir). Bu xossa natural sonlarni ko'paytirish amali bilan oichovning yangi birligiga o'tish orasidagi bog'liqligini ifodalaydi.

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

- 1- Kattaliklarni o'lchash natijasida son tushunchasi kengayishi sababini tushuntiring.
- 2- Yassi shakllar to'plamida « a va b shakllar teng» va « a va b shakllar yuzlari bir xil» munosabatlar ekvivalentmi?
- 3- Burchaklar to'plamida « a va b burchaklar teng» va « a va b burchaklar kattaliklari teng» munosabatlar ekvivalentmi?
- 4- Birlik kvadratlarga bo'linadigan shakllar yuzlari uchun additivlik va multiplikativlik xossalarini isbotlang.
- 5- Burchaklar kattaliklari uchun additivlik va multiplikativlik xossalarini isbotlang.

2.2. Kasrlarga doir misol va masalalar yechish.

0 kesma 3e kesmadan uzunroq, lekin 4e dan qisqaroq. Shuning uchun birlik kesmada uning uzunligini natural son bilan ifodalab bo'lmaydi. Biroq e kesmani 5 ta teng qismga bo'lib, ulardan birini yangi oichov birligi uchun tanlab olsak, o kesma uzunligi natural son

¹¹ N.Hamedova, Z.Ibragimova, T.Tasetov, "Matematika". Iqbol turon Toshkent 2007 yil.

18 bilan ifodalanadi — a kesma 18 ta birlik kesmadan iborat bo'lib, ulardan har biri birlik kesmaning beshdan bir qismini tashkil etadi.

Boshqa birorta kesma uzunligini natural son bilan ifodalash uchun dastlabki birlik kesmani 5 ta qismga emas, aytaylik, 38 ta yoki 217 ta qismga boiishga to'g'ri kelardi. Bunda birlik kesmani nechta qismga bo'lsak ham shunday kesmani topish mumkinki, uni o'lchash uchun birlik kesmani undan ham ko'p qismlarga boiishga to'g'ri keladi. Shuning uchun boshqacha yo'l tutish mumkin — uzunlikni har doim natural son bilan ifodalashga intilmasdan, bitta birlik kesmani saqlagan holda har gal uni necha qismga

boiayotganimizni ko'rsatish va oichanayotgan kesma nechta bunday qismlardan iboratligini ko'rsatish qulaydir. Yuqorida yozilgan holda o'lchash natijasi (18; 5) natural sonlar juftligidan iborat. Ko'pincha, bunday juftlik $\frac{18}{5}$ kasr ko'rinishida yoziladi.

Umumiy ko'rinishdagi kasrlar o'lchashlarda quyidagicha kelib chiqadi. e kesmaning n-ulushi deb shunday f kesmani aytamizki, unda $e = nf$ agar a kesma e birlik kesmaning n-ulushiga teng p ta kesmaning yig'indisi bo'lsa va $m(a) = \frac{p}{n}$ kabi yoziladi. Bunday holda

$a = \frac{p}{n}e$ kabi ham yoziladi va a kesma e birlik kesma bilan o

'Ichovdosh deyiladi. Ravshanki, $na = pe$ bo'lgandagina $m(a) = \frac{p}{n}$

bo'ladi. Bitta a kesmaning uzunligi berilgan e birlik kesmada turli kasr ko'rinishida ifodalanishi mumkin. Haqiqatan, $na = pe$ bo'lsa, har qanday m natural sonda $(nm)a = (pm)e$, shuning uchun a kesmaning

uzunligi $\frac{p}{n}$ kasr ko'rinishidagina emas, $\frac{pm}{mn}$ kasr ko'rinishida ham ifodalanadi. Quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema. $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ - kasrlar bitta a kesmaning uzunligini ifodalashi uchun $pq=nt$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarlidir. Haqiqatan, agar $m(a)=\frac{p}{n}$ va $m(a)=\frac{t}{q}$ bo'lsa, $na=pe$ va $qa=te$ bo'ladi. Ammo u holda $(nq)a=(pq)e$ va $(nq)a=(nt)e$, shuning uchun $(pq)e=(nt)e$. Bu tenglik $pq=nt$ bo'lgandagina o'rinli. Demak, $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlar bitta kesmaning uzunligini ifodalashi uchun $pq=nt$ shartning bajarilishi zarur ekan.

Aksincha, $pq=nt$ va $\frac{p}{n}$ kasr a kesmaning uzunligi, $\frac{t}{q}$ esa b kesmaning uzunligi bo'lsin. U holda $na=pe$ va $qb=te$. Bundan $(nq)a=(pq)e$ va $(nq)b=(nt)e$. $pq=nt$ bo'lgani uchun $(nq)a=(pq)b$ bo'ladi va bu tenglik a va b kesmalar teng bo'lgandagina o'rinli. $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlar teng kesmalar yoki, boshqacha aytganda, bitta kesmaning uzunligini ifodalashi uchun $pq=nt$ shartning bajarilishi yetarlidir.

Kelgusida $pq=nt$ bo'lgan ikki $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrni ekvivalent kasrlar deymiz. Ko'rib turibmizki, **ikki kasr bitta kesmaning uzunligini ifodalasagina bu kasrlar ekvivalent bo'lar ekan.**

Musbat ratsional sonlar.

Kesma uzunligi bitta son bilan ifodalangani uchun ekvivalent kasrlar bitta kasrning turlicha ko'rinishini ifodalaydi. Kasr ko'rinishida yozish mumkin bo'lgan sonlar musbat ratsional sonlar deyiladi.

Musbat ratsional sonlar deb ekvivalent kasrlar to'plamiga aytiladi. Shunday qilib, $\frac{1}{2}$ ham, $\frac{2}{4}$ ham, $\frac{3}{6}$ ham kasrlar majmuasi musbat ratsional sonlar emas. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \dots; \frac{n}{2n}; \dots\right\}$ kasrlar majmuasi musbat ratsional son bo'ladi. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ va h. k. shu sonning yozuvidir.

Kasr ko'rinishida berilgan musbat ratsional sonning yozuvlari orasidan surat va maxraji o'zaro tub bo'lgan yozuvni tanlash mumkin. Bunday kasrlar qisqarmas kasrlar deyiladi. Shunday qilib, quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Har qanday musbat ratsional son a (ya'ni, har qanday ekvivalent kasrlar to'plamlari) uchun surat va maxrajlari o'zaro tub bo'lgan bitta va faqat bitta kasr topiladi.

Haqiqatan, a sonni tasvirlovchi (ifodalovchi) bitta $\frac{p}{n}$ kasr mavjud bo'lsin. a son p va n sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi bo'lsin. U holda $p=p_1d$, $n=n_1d$ bo'lib, p_1 va n_1 lar o'zaro tub. $p_1n=n_1p=dp_1n_1$ bo'lgani uchun $\frac{p}{n}$ va $\frac{p_1}{n_1}$ kasrlar ekvivalent, $\frac{p_1}{n_1}$ kasr esa a sonidir. Demak, kasr a sonning qisqarmaydigan yozuvidir.

a son boshqa qisqarmaydigan yozuvga ega emasligini isbotlaymiz. Faraz qilaylik, $\frac{s}{t}$ kasr ham a son bo'lib, $\frac{p_1}{n_1}$ kasrdan farqli. U holda $sn_1=p_1t$; bu tenglikning chap qismi n_1 ga bo'lingani uchun o'ng qismi ham n_1 ga bo'linadi, $t=n_1q$ q son birdan farqli, aks holda $\frac{p_1}{n_1} = \frac{s}{t}$ lar bir xil bo'lar edi. Shunday qilib, $sn_1=p_1n_1q$ bo'lgani uchun $s=p_1q$.

Demak, s ham q ga bo'linadi va shuning uchun $\frac{s}{t}$ kasrni q ga qisqartirish mumkin. Shunday qilib, a sonning $\frac{p_1}{n_1}$ kasrdan farqli har qanday yozuvi qisqaruvchidir.

Agar t natural son va $a=te$ bo'lsa, istalgan natural son n uchun $na=(nt)e$. Bu esa a kesma uzunligini faqat natural son t bilan emas, balki $\frac{n}{n}$ ko'rinishdagi kasrlar bilan ham ifodalash mumkinligini ko'rsatadi. Boshqacha aytganda, natural son t

$$\left\{ \frac{t}{1}, \frac{2t}{2}, \dots, \frac{nt}{n}, \dots \right\}$$

ko'rinishdagi musbat ratsional son bilan bir xil ekan.

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. $\frac{p}{n} \sim \frac{s}{t}$ munosabat simmetriklik, refleksivlik va tranzitivlik xossalriga ega ekanligini isbotlang.

2. $\frac{84}{37}$ kastga ekvivalent va mahraji 11111 bo'lgan kasrni toping

3. Kasrlarni qisqartiring:

$$\frac{37}{999}, \frac{118}{413}, \frac{78}{650}, \frac{1415}{1981}, \frac{216}{62234}, \frac{17}{102}, \frac{34}{24352}.$$

4. Qisqarmas kasrlarni aniqlang:

$$\frac{15}{10}, \frac{12}{16}, \frac{51}{170}, \frac{35}{64}, \frac{3}{5}, \frac{94}{148}.$$

¹² N.Hamedova, Z.Ibragimova, T.Tasetov, "Matematika". Iqbol turon Toshkent 2007 yil.

Musbat ratsional sonlarni qo'shish.

Biz bu bandda musbat ratsional sonlarning Q_+ to'plamida qo'shish amalini ta'riflaymiz. Avval quyidagi tasdiqni isbotlaymiz:

Q_+ dan olingan har qanday ikki a va b sonni bir xil maxrajli kasrlar ko'rinishida ifodalash mumkin.

Haqiqatan, a son $\frac{p}{n}$ kasr, b son $\frac{t}{q}$ kasr ko'rinishida berilgan bo'lsin. U holda bu sonlarni bir xil maxrajli $\frac{pq}{nq}$ va $\frac{nt}{nq}$ kasrlar ko'rinishida yozish mumkin.

$\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlarni ularga ekvivalent va bir xil maxrajli kasrlarga almashtirish bitta maxrajga keltirish deyiladi. $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlarning eng kichik umumiy maxraji n va q sonlarning eng kichik umumiy karralisidir. Agar $\kappa = k(n, q)$ bo'lsa, $\kappa = nl=qm$, shuning uchun $\frac{p}{n}$ kasr

$\frac{pl}{nl} = \frac{pl}{k}$ kasrga $\frac{t}{q}$ esa $\frac{tm}{qm} = \frac{tm}{k}$ kasrga ekvivalent.

1-misol. $\frac{4}{35}$ va $\frac{11}{25}$ kasrlarni umumiy maxrajga keltiramiz. Bu kasrlarni $\frac{4 \cdot 15}{35 \cdot 15} = \frac{60}{525}$ va $\frac{11 \cdot 35}{15 \cdot 35} = \frac{385}{525}$ kasrlarga almashtirish mumkin; ko'pincha, 35 va 15 sonlarining eng kichik umumiy karralisi topiladi $k(35, 15) = 105$ keyin bu kasrlar $\frac{4 \cdot 3}{35 \cdot 3} = \frac{12}{105}$ va $\frac{11 \cdot 7}{15 \cdot 7} = \frac{77}{105}$ kasrlarga almashtiriladi, bunda $3 = 105 : 35$, $7 = 105 : 15$.

Kasrlarni bitta maxrajga keltirish mumkinligi quyidagini anglatadi: agar a va b kesmalar e birlik kesma bilan o'lchovdosh bo'lsa, bunda $a = \frac{p}{n}e, b = \frac{t}{q}e$, shunday f kesma mavjudki, unga a , b va e kesmalar karrali bo'ladi. Bunday kesmaga misol qilib e birlik kesmaning nq qismini (ulushini) olish mumkin. Bu f kesma a va b kesmalar o'lchovining umumiy birligi deyiladi. Bu kesmani yangi birlik kesma deb olsak, a va b kesmalar uzunliklari pq va tn natural sonlar bilan ifodalanadi. Shundan keyin bu kesmalar yig'indisi va ayirmasi uzunliklarini topish, bu kesmalardan qaysilari uzunroq ekanini bilish va h. k. lar qiyinlik qilmaydi.

a kesma uzunligi $\frac{p}{n}$ ga, b kesma $\frac{t}{q}$ ga teng bo'lib, c bu kesma yig'indisi bo'lsin. U holda $na=pe$, $nb=te$, shuning uchun $ne=n(a+b)=na+nb=pe+te=(p+t)e$. Bu esa c kesma uzunligi $\frac{p+t}{n}$ kasr orqali ifodalanishini ko'rsatadi. Demak, additivlik xossasining bajarilishini talab qilish uchun

$$\frac{p}{n} + \frac{t}{n} = \frac{p+t}{n}$$

deb olish kerak ekan. Buni quyidagi ta'rif bo'yicha qabul qilamiz:

a va b musbat ratsional sonlarni qo'shish uchun ularni bir xil maxrajli $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{n}$ kasrlar ko'rinishiga keltirish kerak; bu sonlar yig'indisi kasr ko'rinishiga keltiriladi (ya'ni o'sha maxrajli, surati esa qo'shilayotgan kasrlar suratlarining yig'indisiga teng kasrga keltiriladi). $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{n}$ kasrlarni ularga ekvivalent kasrlarga almashtirganda ham ekvivalent kasrga almashinishini tekshirish oson. Demak, Q dan olingan sonlar

yig'indisi ularning kasr ko'rinishida qanday yozilishiga bog'liq emas ekan.

Agar a va b sonlar turli maxrajli kasr ko'rinishida berilgan bo'lsa, avval bu kasrlarni bitta maxrajga keltirib, keyin yuqorida ifodalangan qoidani qo'llash kerak. 13 22

2-misol. $\frac{13}{60}$ va $\frac{22}{105}$ kasrlarni qo'shamiz. Eng kichik umumiy maxraj $K(60,105) = 420$. Demak,

$$\frac{13}{60} + \frac{22}{105} = \frac{13 \cdot 7}{60 \cdot 7} + \frac{22 \cdot 4}{105 \cdot 4} = \frac{91 + 88}{420} = \frac{179}{420}.$$

Umuman olganda $\frac{p}{n} + \frac{t}{q} = \frac{pq + tn}{nq}$

Kasrlarni qo'shishning xossalari. Ayirish.

Q_+ to'plamda qo'shish- ning ta'rifidan qo'shish amali kommutativlik, assotsiativlik va qisqaruvchanlik xossalari ega ekanligi kelib chiqadi: Q_+ dan olingan har qanday a, b, c sonlar uchun $a + b = b + a$ va $a + (b + c) = (a + b) + c$; $a + c = b + c$ dan $a = b$ kelib chiqadi. Undan tashqari Q_+ dan olingan har qanday a va b sonlar uchun $a + b \geq a$.

$a + b = b + a$ ni isbotlaymiz. a va b sonlarni $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{n}$ kasr ko'rinishida yozamiz. U holda, $a + b$ son $\frac{p+t}{n}$, $b + a$ esa $\frac{t+p}{n}$ kasrlar ko'rinishida yoziladi. p va t natural sonlar va N da qo'shish amali kommutativ bo'lgani uchun $p + t = t + p$, bunda $a + b = b + a$ ekanligi kelib chiqadi. Qolgan tasdiqlar ham shunga o'xshash isbotlanadi.

Shuni eslatib o'tamizki, yuqorida ta'riflangan qoida N dan olingan natural sonlarni qo'shishda o'sha natijani beradi.

Haqiqatan, p natural sonni $\frac{p}{1}$ ko'rinishda, t sonni $\frac{t}{1}$ ko'rinishda yozish mumkin, bu sonlar yig'indisi $\frac{p+t}{1}$ ga teng ya'ni $p + t$ natural songa teng.

Q_+ dagi a son Q_+ dagi b sondan katta bo'lsin, ya'ni Q_+ da shunday c son mavjudki, $a=b + c$ bo'ladi. Bunday holda $a>b$ kabi yoziladi. « $>$ » munosabat nosimmetrik, tranzitiv va chiziqli.

Agar a va b sonlar $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{n}$ bir xil maxrajli kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, $p > t$ bo'lgandagina $a > b$ bo'ladi. Agar bu sonlar $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{n}$ kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, $pq > nt$ bo'lgandagina $a > b$ bo'ladi.

Q_+ to'plamda tartib munosabati ikkita xossaga ega bo'lib, bu xossalarni N to'plamdagi natural sonlarning tartib munosabatidagi xossalardan farqlidir. Shuni eslatib o'tamizki, natural sonlar orasida eng kichik son 1 mavjud, undan tashqari natural sonlar to'plami diskret (uzuq) — har bir natural son uchun undan bevosita keyin keladigan son mavjud, Q_+ to'plam xususida boshqacha:

a) Q_+ to'plamda eng kichik son yo 'q;

b) Q_+ dagi turli ikki a va b sonlar orasida shu to'plamning cheksiz ko'p sonlari mavjud.

Avval Q_+ da eng kichik sonning yo'qligini isbotlaymiz. Haqiqatan, a shu Q_+ to'plamdan olingan birorta son bo'lsin. Uni $\frac{p}{n}$ kasr ko'rinishida yozish mumkin. U holda $\frac{p}{2n}$ kasr a dan kichik sonning yozuvidir.

Endi istalgan ikkita turli musbat ratsional a va b sonlarni olamiz. U sonlardan biri ikkinchisidan kichik, masalan, $a < b$ bo'lsin. a va b sonlarni $\frac{m}{n}$ va $\frac{p}{n}$ kasrlar bilan ifodalaymiz. $a < b$ bo'lgani uchun $m < p$.

$\frac{m+p}{2n}$ kasr ko'rinishidagi c sonni olaylik. $m < p$ bo'lgani uchun $2m < m+p < 2p$, shuning uchun $\frac{2m}{2n} < \frac{m+p}{2n} < \frac{2p}{2n}$, ya'ni $a < c < b$. Shunday qilib, Q_+ dagi istalgan

ikki son orasida Q_+ ga tegishli hech bo'lmaganda bitta c son mavjud. Keyin a va c orasida, c va b orasida ikki sonni tanlab olish mumkin. Bu jarayonni davom ettirib, a va b sonlar orasida Q_+ dan cheksiz ko'p turli sonlarni topish mumkin.

Shuni eslatamizki, Q_+ to'plamdagi sonlar orasida eng katta son yo'q;

$\frac{p}{n}$ kasr ko'rinishidagi har qanday a son uchun undan katta son, masalan, $\frac{p+1}{n}$ kasr son mavjud.

Endi Q_+ da ayirish amalini ta'riflaymiz. $a > b$ bo'lsin. U holda ta'rifga ko'ra $a = b + c$ bo'ladigan $c \in Q_+$ mavjud. c son bir qiymatli aniqlanganini isbotlaymiz. Haqiqatan, $a = b + d$ bo'lsin, bunda U holda $b + c = b + d$. Q_+ da qo'shishning qisqaruvchanligidan $c = d$ kelib chiqadi, bu esa c ning bir qiymatli aniqlanganligini bildiradi.

$a=b + c$ bo'ladigan $c \in Q_+$ mavjud bo'lsa, c son a va b sonlarning ayirmasi deyiladi va $a-b$ kabi belgilanadi. Ravshanki, agar a va b sonlar

$\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, $a-b$ ayirma $\frac{p-t}{n}$ kasr bilan

ifodalanadi. Agar a va b sonlar $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlar bilan berilgan bo'lsa, $a-$

b ayirma $\frac{pq-nt}{nq}$ kasr ko'rinishida bo'ladi. $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlarni $K(n,q)$

maxrajga keltirish mumkin. Masalan, $\frac{13}{20} - \frac{22}{105} = \frac{91-88}{420} = \frac{3}{420} = \frac{1}{140}$

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. Amallarni bajaring:

a) $10\frac{17}{80} + 2\frac{19}{48} + 1\frac{5}{32};$

b) $\frac{5}{44} + 5\frac{1}{3} + 4\frac{2}{11} + \frac{5}{66};$

c) $\left(20 - 19\frac{3}{4}\right) + \left(17\frac{3}{4} - 17\right) + \left(2\frac{1}{2} - \frac{17}{24}\right);$

d) $2\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \frac{2}{15}\right)$

e) $23\frac{1}{2} - \left(2\frac{3}{5} + 1\frac{7}{10} + 3\frac{2}{15}\right)$

Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish va bo'lish.

a kesma e_1 birlik kesma bilan, e_1 kesma e_2 kesma bilan o'lchovdosh bo'lsin, $a = \frac{p}{n}e_1, e_1 = \frac{t}{q}e_2$ ya'ni $na = pe_1, qe_1 = te_2$. U holda $(nq)a = (pt)e_1, (pq)e_1 = (pt)e_2$, shuning uchun $(nq)a = (pt)e_2$. Bu a kesmaning uzunligi e_2 birlik kesmada $\frac{pt}{nq}$ kasr bilan ifodalanishini, ya'ni $m_2(a)$ son $\frac{pt}{nq}$ kasr bilan ifodalanishini ko'rsatadi: $m_2(a) = \frac{pt}{nq}$.

Shartga ko'ra $m_1(a) = \frac{p}{n}, m_2(e_1) = \frac{t}{q}$ Shuning uchun $m_1(a) = m_1(a)m_2(e_1)$ multiplikativlik xossasining bajarilishi talab qilinsa, $\frac{pt}{nq} = \frac{p}{n} \cdot \frac{t}{q}$ tenglik bajarilishi kerak.

Shunday qilib, musbat ratsional sonlarni ko'paytirish qoidasini quydagicha ta'riflash mumkin:

T a ' r i f. $\frac{p}{n}$ kasr bilan ifodalangan a sonning $\frac{t}{q}$ kasr bilan ifodalangan b songa ko'paytmasi deb, $\frac{pt}{nq}$ kasr bilan ifodalanuvchi ab songa aytiladi (odatda, bunday deyiladi: ikki kasrning ko'paytmasi surati ko'paytuvchilar suratlarining ko'paytmasiga, maxraji ular maxrajlarning ko'paytmasiga teng kasrdan iborat). Masalan,

$$\frac{34}{87} \cdot \frac{15}{68} = \frac{34 \cdot 15}{87 \cdot 68} = \frac{5}{58}.$$

a va b sonlarni tasvirlovchi $\frac{p}{n}$ va $\frac{t}{q}$ kasrlar ularga ekvivalent $\frac{p_1}{n_1}$ va $\frac{t_1}{q_1}$

kasrlarga almashtirganda $\frac{pt}{nq}$ kasr o'ziga ekvivalent bo'lgan $\frac{p_1 t_1}{n_1 q_1}$

kasrga almashinishini tekshirish oson. Shuning uchun a va b sonlar

ko'paytmasi ularni tasvirlovchi kasrlarning qanday bo'lishiga bog'liq emas ekan.

Q_+ da ko'paytirish kommutativlik, assotsiativlik va qisqaruvchanlik xossalriga ega. Q_+ dagi ixtiyoriy a, b, c sonlar uchun $ab = ba$, $a(bc) = (ab)c$ o'rinli, $ac=be$ dan $a=b$ kelib chiqadi. Bu tasdiqni a, b, c sonlarni ularni tasvirlovchi kasrlar bilan almashtirib, oson isbotlash mumkin. Undan tashqari, Q_+ da ko'paytirish qo'shishga nisbatan distribute va monoton: Q_+ dagi ixtiyoriy uchta a, b, c sonlar uchun $a(b + c) = ab + ac$ o'rinli, $a > b$ dan $ac > be$ kelib chiqadi.

Birinchi ko'paytuvchi m natural son bo'lganda yuqorida berilgan ko'paytirish ta'rifi ko'paytirishning qo'shiluvchilari ikkinchi ko'paytuvchiga teng m ta qo'shiluvchining yig'indisiga teng degan ta'rifi bilan bir xil bo'ladi, ya'ni $ma = a + a + \dots + a$ (m marta).

Haqiqatan, m sonni $\frac{m}{1}$ kasr ko'rinishida yozish mumkin,

$\frac{m}{1} \cdot \frac{p}{q} = \frac{mp}{q} = \frac{p}{q} + \dots + \frac{p}{q}$ (m marta). Bundan, agar m va n natural sonlar

bo'lsa, ularning Q_+ dagi ko'paytmasi ularning N dagi ko'paytmasi bilan bir xil bo'ladi. Undan tashqari, har qanday $a \in Q_+$ uchun $1 \cdot a = a$, ya'ni 1 soni Q_+ da ko'paytirishga nisbatan neytraldir.

Q_+ da bo'lish amali ko'paytirishga teskari amal sifatida ta'riflanadi. Ayirish amalidan farqli ravishda bu amal musbat ratsional sonlarning barcha $(a : b)$ juftligi uchun ta'riflangan: Q_+ dan olingan ixtiyoriy a va b sonlar uchun shunday $c \in Q_+$ son topiladiki, uning uchun $a=bc$ bo'ladi.

Haqiqatan ham, agar a son $\frac{p}{n}$ kasr ko'rinishida, b son $\frac{t}{q}$ kasr

ko'rinishida berilgan bo'lsa, $c = \frac{pq}{nt}$ deb olish yetarlidir. U holda bc son

$\frac{p}{n}$ kasrga ekvivalent $\frac{pqt}{ntq}$ kasr ko'rinishida yoziladi, bu esa $bc=a$ dir.

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1) Ko'paytimani toping. a) $\frac{14}{5} \cdot \frac{5}{8}$, b) $\frac{11}{12} \cdot \frac{8}{9}$, c) $5\frac{4}{9} \cdot 2\frac{5}{98}$ d) $8\frac{12}{31} \cdot 9\frac{7}{9}$.

2) Amallarni bajaring.

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12}\right) \cdot 1\frac{9}{91}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + 1\frac{10}{17} \cdot \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{17}$

c) $\left(12\frac{1}{2} + 4\frac{1}{6}\right) : \left(7\frac{1}{2} - 4\frac{1}{6}\right)$

d) $\frac{17}{21} + 12\frac{31}{11} - 1\frac{1}{3}$.

III bob. O'nli kasrlarga doir misol va masalalar yechish.

3.1. O'nli kasrlar va ular ustida amallar.

Biz kasrlarning kelib chiqishi yangi o'lchov birligiga o'tish bilan bog'liqligini ko'rdik, kasr maxraji esa berilgan o'lchov birligi necha qismga (ulushga) bo'linganligini ko'rsatadi. Hozir dunyoning deyarli barcha mamlakatlarida birtiklarning metrik sistemasi amalda bo'lib, bu sistemada yangi birliklar boshlang'ich birliklarni yo 10, 100, 1000 va h. k. marta kamaytirish bilan, yoki 10, 100, 1000 va h. k. marta ko'paytirish bilan hosil qilinadi. Masalan, $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 1000000 \text{ mm}$, $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 1000000 \text{ g}$ va boshqalar. Shuning uchun amaliyotda maxraji 10 ning darajasi bo'lgan, ya'ni $\frac{m}{10^n}$ ko'rinishidagi kasrlar bilan ishlash juda qulaydir, bunda m va n — natural sonlar. Bunday kasrlar o'nli kasrlar deyiladi.

Suratning o'nli yozuvi $m = \overline{m_k \dots m_0}$ ko'rinishda, ya'ni $m = m_k \cdot 10^k + \dots + m_0$ ko'rinishda bo'lsin. U holda $n \leq k$ da darajalar ustida amallar qoidasiga ko'ra

$$\begin{aligned} \frac{m}{10^n} &= \frac{m_k \cdot 10^k + \dots + m_n \cdot 10^n + m_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + m_0}{10^n} = \\ &= m_k \cdot 10^{k-n} + \dots + m_n + \frac{m_{n-1}}{10} + \dots + \frac{m_0}{10^n} \end{aligned}$$

$m_k \cdot 10^{k-n} + \dots + m_n$ natural sonni M harfi bilan belgilaymiz, $\frac{m}{10^n}$ kasrni quyidagicha yozish qabul qilingan: $M, m_{n-1}, \dots, m_0$. Shunday qilib, $\frac{m}{10^n}$ kasrni yozishda $\overline{m}$ sonning o'nli yozuvidagi oxirgi m ta raqam

vergul bilan ajratiladi. Masalan, $\frac{571}{10^2} = 5,71$. Agar suratda o'nli raqamlar

n dan kam bo'lsa, ular oldiga $n + 1$ ta raqam hosil bo'lishi uchun shuncha 0 yoziladi, keyin verguldan keyin n ta raqam ajratiladi. Masalan,

$$\frac{32}{10^4} = \frac{00032}{10^4} = 0,0032$$

m , n , s natural sonlar qanday bo'lmasin, $\frac{m}{10^n}$ va $\frac{10^s m}{10^{n+s}}$ kasrlar ekvivalent. Haqiqatan, $m \cdot 10^{n+s} = 10^n \cdot 10^s \cdot m$.

$\frac{10^s m}{10^{n+s}}$ kasr yozuvini hosil qilish uchun $m_k \dots m_0$ 0... 0 (s ta nol) sonda o'ngdan $n=s$ ta raqamni vergul bilan ajratish kerak. Natijada M , $m_k \dots m_0$ va M , $m_k \dots m_0$ 0...0 kasrlar ekvivalent.

Shunday qilib, biz quyidagini isbotladik: agar M , $m_{n-1} \dots m_0$ o'nli kasrga o'ng tomondan istalganicha nol yozilsa ham berilgan kasrga ekvivalent o'nli kasr hosil bo'ladi. Bu xossa o'nli kasrlarni bitta maxrajga osongina keltirishga yordam beradi. Agar birinchi kasrda verguldan keyin n ta raqam, ikkinchisida p ta raqam bo'lsa (bunda $n < p$), bu kasrlarni bitta maxrajga keltirish uchun birinchi kasrning o'ng tomoniga $p-n$ ta nol yozish yetarli. U holda ikkala kasrda verguldan keyingi raqamlar soni bir xil bo'ladi, bu esa ular bitta maxrajga ega ekanligini bildiradi.

Bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish va ayirish uchun ular suratlari ustida mos amallar bajariladi. Bu esa o'nli kasrlarni qo'shish va ayirishni natural sonlar ustida amallar bajarishga keltiradi. Masalan,

$$\begin{aligned} 2,54 + 3,7126 &= 2,5400 + 3,7126 = \\ &= \frac{25400}{10000} + \frac{37126}{10000} = \frac{62526}{10000} = 6,2526 \end{aligned}$$

O'nli kasrlarni qo'shish qoidasi umumiy ko'rinishda bunday ifodalanadi:

Ikkita o'nli kasrni qo'shish uchun:

1) bu kasrlarda verguldan keyin o 'nli raqamlar sonini teng- lashtirish kerak, buning uchun zarur bo'lsa, bu kasrlardan biriga o 'ng tomondan bir nechta nol yoziladi;

2) hosil bo'lgan kasrlarda vergullarni tashlab yuborib, hosil bo 'lgan natural sonlar qo 'shiladi;

3) yig'indida qo'shiluvchilarning har birida nechta raqam aj- ratilgan bo 'lsa, shuncha raqam vergul bilan ajratiladi.

O'nli kasrlarni taqqoslash va ayirish qoidalari xuddi shunday chiqariladi. Masalan, ikkita o'nli kasrni taqqoslash uchun ularda verguldan keyingi o 'nli raqamlar sonini tenglashtirib, vergullar tushirib qoldiriladi va hosil bo'lgan natural sonlar taqqoslanadi: $4,62517 > 4,623$, chunki $4,623 = 4,62300$; $462517 > 462300$ bo'lgani uchun $4,62517 > 4,62300$.

Endi o'nli kasrlarni ko'paytirishni qaraymiz. $M, m_{n-1} \dots m_0$ va $P, p_{q-1} \dots p_0$ — o'nli kasrlar. Ularni $\frac{m}{10^n}$ va $\frac{p}{10^q}$ ko'rinishda yozish mumkin. Ammo $\frac{m}{10^n} \cdot \frac{p}{10^q} = \frac{mp}{10^{n+q}}$. Buni maxrajsiz yozish uchun mp natural sonning o'nli yozuvida $n + q$ ta oxirgi raqamni vergul bilan ajratish kerak. Bundan o'nli raqamlarni ko'paytirishning quyidagi qoidasini keltirib chiqaramiz.

Ikkita o'nli kasr ko'paytmasini topish uchun:

- a. bu kasrlar yozuvida vergullarni tashlab yuborish;
- b. hosil bo 'lgan ikkita natural son ko 'paytmasini topish;
- c. birinchi va ikkinchi ko'paytuvchilarda birgalikda nechta raqam vergul bilan ajratilgan bo 'lsa, ko 'paytmada oxiridan shuncha raqamni vergul bilan ajratish kerak (ya'ni agar birinchi ko'paytuvchida n ta raqam,

ikkinchisida q ta raqam ajratilgan bo'lsa, ko'paytmada nq ta raqam ajratiladi).

O'nli kasrlarni 10^p ko'rinishdagi songa ko'paytirish ancha oson bajariladi. Darajalar ustida amallar qoidalariga ko'ra;

$$\frac{m}{10^n} \cdot 10^p = \frac{10^p m}{10^n} = \frac{m}{10^{n-p}}$$

Shunday qilib, agar berilgan kasrda oxiridan n ta raqam vergul bilan ajratilgan bo'lsa, $\frac{m}{10^n} \cdot 10^p$ ni hosil qilish uchun oxiridan $n - p$ ta raqamnigina vergul bilan ajratish kerak, ya'ni vergulni o'ngga p ta raqamga surish kerak. Agar $\frac{m}{10^n}$ kasr yozuvida verguldan keyin p ta dan kam raqam bo'lsa, oldindan o'ng tomonga tegishli nollarni yozish kerak.

O'nli kasrlar tushunchasi bilan protsent (foiz) tushunchasi bir - biriga bog'liqdir. $\frac{1}{100}$ kasr bir protsent deyiladi. U 1% kabi belgilanadi, $p\%$

esa $\frac{p}{100}$ kasrni ifodalaydi. Protsentlar va promillar (ya'ni $p\% = \frac{p}{100}$) o'nli kasrlardan oldin keltirib chiqarilgan. Qarzlarni bo'yicha hisob-kitob qilish uchun 100 ta pul birligi hisobida kapitalning o'sishi aniqlangan. Bu jarayon protsent soni deb atalgan (pro vntuni — yuzga). Hozirgi vaqtda protsent tushunchasi turli sohalarda o'z tatbiqini topgan (iqtisodda, kimyoda, hisob-kitobda va h.k.).

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1.O'li kasrlar ustida bajariladigan amallar qanday xossalarga ega bo'ladi?

2. Amallarni bajaring:

1. $(1,6 : 1,28) + (1,5 : 0,24) + (1,1 : 0,08);$
2. $(1,14 + 0,76) : (1,14 - 0,76) + 0,54 : 0,012;$
- a. $1 : 2,5 + 1,44 : 3,6 + 3,6 : 1,44 \cdot (0,1 - 0,02);$
- b. $(0,45 : 0,9 + 0,9 : 0,45 + 1,5 : 3 + 0,242 : 0,11) : (2,3 - 1,26).$

3.2. Oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga almashtirish.

$\frac{8}{25}$ kasr $\frac{32}{100}$ kasrga ekvivalent va shuning uchun uni 0,32 ko'rinishda yozish mumkin. $\frac{m}{n}$ kasr qanday holatlarda o'nli kasrga ekvivalent bo'ladi?

$\frac{m}{n}$ qisqarmas kasr o'nli kasrga ekvivalent bo'lishi uchun $\frac{m}{n}$ kasr maxraji n ning tub ko'paytuvchilarga yoyilmasiga faqat 2 va 5 tub sonlarigina kirishi zarur va yetarlidir.

Haqiqatan, n ni tub ko'paytuvchilarga ajratilganda u $n = 2^r 5^s$ ko'rinishda bo'lsin va $r \geq s$ bo'lsin. U holda $\frac{m}{n}$ kasrning surat va maxrajini 5^{r-s} ga ko'paytirib,

$$\frac{m}{n} = \frac{m}{2^r 5^s} = \frac{5^{r-s} m}{2^r 5^s 5^{r-s}} = \frac{5^{r-s} m}{2^r 5^r}$$

ni hosil qilamiz. Ammo $2^r \cdot 5^r = 10^r$, shuning uchun

$$\frac{m}{n} = \frac{5^{r-s} m}{10^r}$$

Demak, $\frac{m}{n}$ kasr o'nli kasrga ekvivalent ekan.

Aksincha, qisqarmas $\frac{m}{n}$ kasr $\frac{a}{10^r}$ kasrga ekvivalent bo'lsin, ya'ni $10^r m = an$. Agar n ning tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 2 va 5 dan farqli p tub son bo'lsa, $10^r m$ songa bo'linar edi. Ammo 10^r ning tub ko'paytuvchilarga yoyilmasida 2 va 5 sonlari bo'lgani uchun 10^r son p songa bo'linmaydi. U holda m son p ga bo'linar va $\frac{m}{n}$ kasrni shartga zid ravishda p ga qisqartirish mumkin bo'lar edi. Hosil bo'lgan ziddiyatlik n ni 2 va 5 dan farqli tub ko'paytuvchilarga ajratish mumkin emasligini ko'rsatadi.

1.misol. $250 = 2 \cdot 5^3$ bo'lgani uchun $\frac{191}{250}$ kasr $\frac{191}{250} = \frac{2^2 \cdot 191}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{764}{1000} = 0,764$ o'nli kasrga ekvivalent ekan.

2.misol. $\frac{9}{14}$ kasr qisqarmas, $14 = 2 \cdot 7$. Maxraj yoyilmasiga 2 va 5 dan farqli 7 ko'paytuvchi kiritilgani uchun bu kasrni o'nli kasrga aylantirib bo'lmaydi.

3.misol. $\frac{195}{260}$ kasr maxrajining yoyilmasiga 2 va 5 dan farqli 13 kiradi.

Ammo bu kasr qisqaruvchi. Uni 65 ga qisqartirib, $\frac{3}{4}$ kasrni hosil qilamiz, bu kasrni $\frac{3}{4} = 0,75$ o'nli kasrga aylantirish mumkin.

SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. Quyidagi kasrlardan qaysilarini chekli o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin:

a) $\frac{17}{640}$; b) $\frac{42}{875}$; d) $\frac{52}{75}$; e) $\frac{385}{308}$.

2. Quyidagi kasrlarni chekli o'nli kasrlarga aylantirig.

a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{19}{40}$; d) $\frac{11}{13}$.

3. Quyidagi o'nli kasrlarni qisqarmas oddiy kasr ko'rinishida yozing:

a) 0,0125; b) 0,625; d) 0,01375; e) 0,24543

3.3. Cheksiz davriy o'nli kasrlar.

$\frac{3}{4}$ kasrni chekli o'nli kasrga aylantirib bo'lmaydi. Ammo 1 ni 3 ga bo'lib, $0,3 < \frac{1}{3} < 0,4$ ni hosil qilamiz. Yana davom ettirib, $0,33 < \frac{1}{3} < 0,34$, $0,333 < \frac{1}{3} < 0,334$ va h. k. larni topamiz. Umuman, har qanday n uchun

$$\underbrace{0,33\dots3}_n < \frac{1}{3} < \underbrace{0,33\dots4}_n$$

tengsizliklarning cheksiz to'plamini yozmaslik uchun $\frac{1}{3}$ kasrga cheksiz o'nli kasr $0,333\dots3$ mos keladi deyiladi. Bu esa, agar cheksiz kasrda birorta raqamdan boshlab hamma raqamlar tushirib qoldirilsa, $\frac{1}{3}$ dan kichik son hosil bo'lishini, agar hosil bo'lgan sonda oxirgi raqamni bittaga orttirilsa, $\frac{1}{3}$ dan katta son hosil bo'lishini anglatadi.

Chekli o'nli kasrlarni cheksiz kasrlar ko'rinishida ham yozish mumkin, bunda faqat ularning o'ng tomoniga nollar ketma-ketligi yoziladi: $0,25 = 0,25000\dots0\dots$. Bunda birorta raqamdan boshlab hamma raqamlar tushirib qoldirilsa, $0,25$ dan katta bo'lmagan son hosil bo'ladi (masalan, verguldan keyin faqat bitta raqam qoldirilsa,

0,25 dan kichik 0,2 son hosil bo'ladi, agar verguldan keyin uchta raqam qoldirilsa, 0,25 ga teng 0,250 hosil bo'ladi). Agar tashlab yuborilgandan keyin qolgan oxirgi raqamni bittaga orttirilsa, 0,25 dan katta son hosil bo'ladi (masalan, 0,3 yoki 0,251).

Ko'rib turibmizki, har bir musbat ratsional sonni cheksiz o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin ekan. Bunda hosil bo'lgan o'nli kasrlar davriy bo'ladi. Bu esa biror joydan boshlab bitta raqamning yoki raqamlar guruhining cheksiz marta takrorlanishi demakdir.

Masalan, $\frac{3}{11}$ soni 0,272727..27.. cheksiz o'nli kasr ko'rinishida, $\frac{8}{25}$ son 0,1454545.. 45.. cheksiz o'nli kasr ko'rinishida ifodalanadi. Qisqalik uchun bu kasrlardan birinchisi 0,(27) ko'rinishida, ikkinchisi 0,1(45) ko'rinishida yoziladi. Qavs ichiga takrorlanuvchi sonlarga guruhi yoziladi va u kasrning davri deyiladi. Ammo 0,(27) o'rniga 0,2(72) deb ham yozish mumkin, bunday yozuv uzunroqdir.

Davrning paydo bo'lishi sababi quyidagichadir: $\frac{m}{n}$ qisqarmas kasr ko'rinishidagi a sonni cheksiz o'nli kasrga aylantirish kerak bo'lsin. Buning uchun m natural sonni n natural songa bo'lishi kerak. Bunda n dan kichik qoldiqlar, ya'ni 0, 1, ..., n - 1 sonlar hosil bo'ladi. Agar qoldiqlardan aqalli bittasi nolga teng bo'lsa, bo'lish natijasida chekli o'nli kasr hosil bo'ladi (yoki nollar ketma- ketligi bilan tugaydigan cheksiz o'nli kasr hosil bo'ladi). Agar qoldiqlar noldan farqli bo'lsa, bo'lish hech tugamaydi, ammo turli qoldiqlar miqdori chekli n ta bo'lgani uchun biror qadamdan boshlab birorta qoldiq takrorlanadi va shundan keyin bo'linmada raqamlar takrorlana boshlaydi.

Agar qisqarmas kasr maxrajini tub ko'paytuvchilarga yoyilmasiga almashtirganda, bu yoyilmasida 2 yoki 5 qatnashmasa, u holda sof

davriy kasr, ya'ni davri verguldan keyin darhol boshlanadigan kasr hosil bo'ladi. Agar maxraj yoyilmasiga 2 yoki 5 ko'paytuvchi kirs, davriy kasr aralash davriy kasr deyiladi — vergul bilan davr boshining orasida bir necha raqam bo'ladi (2 va 5 ko'paytuvchilar daraja ko'rsatkichining eng kattasi necha bo'lsa, shuncha raqam bo'ladi). Masalan, agar $n = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$ bo'lsa, vergul bilan davr boshining orasida uchta raqam bo'ladi.

Quyida biz har bir cheksiz o'nli kasrga biror kasr son mos kelishini ko'rsatamiz, bunda cheksiz o'nli kasrlar ustida amallar chekli o'nli kasrlarda bajarilgandek bajariladi. Bundan foydalanib, har qanday davriy (sof yoki aralash) kasrni $\frac{m}{n}$ kasr ko'rinishida yozish mumkinligini ko'rsatamiz.

$0,(24)$, ya'ni $0,242424 \dots 24 \dots$ davriy kasr berilgan bo'lsin. Unga mos sonni a bilan belgilaymiz. Agar vergulni o'ng tomon ikki raqamga sursak, a son 100 marta kattalashadi va quyidagini hosil qilamiz: $100a = 24,242424 \dots 24 \dots$, ya'ni $100a = 24 + 0,242424 \dots 24 \dots = 24 + a$. $100a = 24 + a$ tenglamani yechamiz: $a = \frac{24}{99}$ ya'ni $a = \frac{8}{33}$, 24 soni bir vaqtning o'zida $\frac{24}{99}$ kasrning surati va $0,(24)$ kasrning davridir.

Har qanday sof davriy o'nli kasr ham oddiy kasrga xuddi shunday almashtiriladi.

Sof davriy o'nli kasrni oddiy kasrga almashtirganda surati davrga teng, maxraji esa kasr davrida nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan iborat kasr hosil bo'ladi:

$$0,35 = \frac{35}{99}; \quad 0,(489) = \frac{489}{999} = \frac{163}{333} = \frac{163}{333} \text{ va h.k.}$$

Aralash davriy o'nli kasrni oddiy kasrga almashtirish qoidasi shunga o'xshash keltirib chiqariladi.

Agar bu kasrning butun qismi nolga teng bo'lsa, surati ikkinchi davrgacha bo'lgan raqamlar bilan yozilgan sondan birinchi davrgacha bo'lgan raqamlar bilan yozilgan sonning ayirmasiga teng maxraji davrda nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan va birinchi davrgacha nechta raqam bo'lsa, shuncha nollardan iborat kasr hosil bo'ladi. Masalan,

$$0,7(61) = \frac{761-7}{990} = \frac{754}{990} = \frac{377}{495}.$$

3.4. Misol va masalalar yechish.

1. Mashina yo'lining $\frac{2}{3}$ qismini bosib o'tdi. Agar yo'lining uzunligi 120 km bo'lsa mashina necha kilometr yurgan.

2. Anvar bilan Kamol birgalashib olma terishyapti. Anvar va Kamol birgalashib 90kg olma terishgan. Anvar barcha terilgan olmalarning $\frac{1}{3}$ qismini, Kamol esa barcha terilgan olmalarning $\frac{2}{3}$ qismini tergan bo'lsa. Anvar va Kamol qanchadan olma terishgan.

3. Kasrlar ustida qo'shish va ayirish amalini bajaring.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$. Yechish. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}; \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$.

c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}; \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$. Yechish. c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{15}{18} - \frac{6}{18} = \frac{15-6}{18} = \frac{9}{18}$

d) $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}; \frac{3}{5} - \frac{2}{7}$.

4. Kasrlar ustida ko'paytirish va bo'losh amalini bajaring.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$. Yechish. a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8}; \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9}$.

c) $\frac{4}{5} : \frac{16}{25}; \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$. Yechish. c) $\frac{4}{5} : \frac{16}{25} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{16} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{5}{4}$

d) $8\frac{1}{5} : 4\frac{1}{2}; \frac{11}{3} : \frac{33}{9}$

1. Oddiy kasrlarni cheksiz o'nli kasrlarga aylantiring:

a) $\frac{3}{7}; \frac{2}{5}$

b) $\frac{4}{35}; \frac{5}{37}$

d) $\frac{17}{24}; \frac{11}{13}$

e) $\frac{36}{77}; \frac{12}{17}$

1. Umumiy mahrajga keltiring.

a). $\frac{1}{2}$ va $\frac{1}{3}$; b). $\frac{1}{5}$ va $\frac{1}{2}$

2. Davriy o'nli kasrlarni oddiy kasrlarga aylantiring:

a) $0,(31)$; $0,(11)$. Yechish. a) $0,(31) = \frac{31-0}{99} = \frac{31}{99}$

b) $2,(75)$; $1,1(2)$. Yechish. b) $2,(75) = \frac{275-2}{99} = \frac{273}{99}$

d) $0,34(9)$; $0,12(21)$

e) $0,27(15)$; $0,1(213)$

3. Hisoblang:

a) $0,5(6)+0,(8)$;

b) $3,2(62)-1,(15)$;

d) $(0,(6)-0,(45)) \cdot 0,(33)$;

c) $(0,(12)-0(7)):0,5(12)$;

e) $(1,(01)+2,(11)) \cdot 1,0(11)$;

f) $2,(142)-2,01(13)$.

Yechish. e)

$$1) 1_{,(01)} = \frac{101-1}{99} = \frac{100}{99}, \quad 2) 2_{,(11)} = \frac{211-2}{99} = \frac{209}{99}, \quad 3) \frac{100}{99} + \frac{209}{99} = \frac{209+100}{99} = \frac{309}{99} = \frac{103}{33},$$

$$1,0(11) = \frac{1011-10}{990} = \frac{1001}{990}, \quad 4) \frac{1001}{990} \cdot \frac{103}{99} = \frac{1001 \cdot 103}{990 \cdot 99} = \frac{103103}{98010}.$$

Xulosa.

Xulosa qilib aytganda kasrlarning hosil bo'lish bilan 4-sinfda tanishtiriladi. Bu yerda ko'rgazmali qurol bilim berishning bosh mezon bo'ladi. Narsalarni, shakllarni va boshqa atrofdagilarni teng bo'laklarga bo'lish va shu bo'laklarda bittasini, ikkitasini, uchtasini olish masalasi, uni ifodalash va yozish asosiy vazifa bo'ladi. Bunda kasrdagi kasrning suratini mahraji kabi atamalar bilan tanishtiriladi.

Shuningdek berilgan ob'ekt (narsa, narsalar to'plami)ni bir necha teng bo'laklarga bo'lish mumkin bo'lsa, u holda bu bo'laklarning har biri obyekt (narsa, narsalar to'plami) ning ulushi (bo'lagi) deb ataladi. Ulush ikkita natural son va chiziqcha yordamida yoziladi

Kasrlarni yozishni bajarishda quyidagi qoidaga amal qilish zarur. Chiziq ostida yozilgan son kasrning mahraji deyilib, butun narsa nechaga teng bo'lishini ifodalaydi. Kasrning ustiga yozilgan son kasrning surati deyilib teng qismlardan qanchasi olinganini boshlang'ich sinflarda mahraji 10dan katta bo'lmagan kasrlar qaraladi. Bundan keyin kasrlarni maydaroq ulushlarga maydalash va yiriklashga doir masalalar qaraladi. Mana shu o'rganishlar natijasida bola fikrlash qobiliyati rivojlanadi.

Maktabning boshlang'ich sinflarida bolalar matematika sohasida dasturda nazarda tutilgan bilimlar, uquvlar va ko'nikmalarning ma'lum xajmini ongli ravishda va mustahkam egallab olishlari haqida gap borganda yuqorida aytib o'tilgan mulohazalarni hisobga olish kerak.

O'quvchilarning bilim faoliyatini rivojlantirishda o'qituvchi ijodkor bo'lishi kerak. Qancha ko'p izlansa, qancha ijod qilsa, dars davomida turli metodlarni qo'llay bilsa elimentar matematika va oily matematika kurslarining nazariy asoslarini chuqur bilgan holda darslarni boshlang'ich sinflarda matematika o'qitishning eng zamonaviy usullardan foydalanilgan

holda tashkil eta olsa shundagina haqiqiy o'qiyuvchi nomiga sazovor bo'ladi. Shularni e'tiborga olib, biz mazkur bitiruv malakaviy ishimizda kasrlar va ulushlarga doir misol va masalalar yechish misollar yordamida atroflicha ko'rib chiqdik. Ishni yozish davomida shunday xulosaga keldik. Boshlang'ich matematika kursining o'zagi hisoblangan kasr va ulushni mukammal o'rganishning ahamiyati beqiyosdir.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Karimov I.A. "Yuksak ma'naviyat-engilmas kuch" T; "Ma'naviyat" 2008yil.
2. Karimov I.A "Barkamol avlod-O'zbekiston taraqqiyotining poydevori" T; "Sharq" 1997yil.
3. Karimov I.A "Barkamol avlod orzusi" T; "O'zbekiston" 1999yil.
4. Bikbaeva N.U. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi Toshkent "O'qituvchi" 1996yil
5. "Xalq ta'limi", "Boshlang'ich ta'lim" jurnallari, 2010-2011yil.
6. Bikbaeva. N. U. Va boshqalar. 1 – 4 sinflar uchun "matematika" darsliklari. Toshkent. "O'qituvchi" 1996 – 1998 yil
7. Bikbaeva. N. U. Va boshqalar. 1 – 4 sinflar uchun "matematika" darsliklari. Toshkent. "O'qituvchi" 1996 – 2000 yil
8. Jumaev M.Ye. "Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi" Toshkent 2005yil.
9. Jumaev M.Ye. matematika o'qitish metodikasidan praktikum. Toshkent "O'qituvchi" 2004 yil
10. Kamoldinov M, Xolmatov R, Zokirova B. Boshlang'ich sinf o'quvchilari va amaliyotchilar uchun matematikadan dars ishlanmalari. Toshkent. "Talqin" 2003 – yil
11. Levenberg L.Sh. Boshlang'ich sinflarda matematika o'qitish metodikasi Toshkent "O'qituvchi" 1985 yil

12. Oliy ta'lim tizimida boshlang'ich sinf o'quvchilarini tayyorlash istiqbollari. Respublika ilmiy - amaliy konferensiyasi materiallari. Toshkent 2003 yil
13. Uzliksiz ta'lim tizimida matematika fanini o'qitishni takomillashtirish masalalari. Respublika ilmiy anjumani materiallari. Andijon. 2006 yil
14. "Xalq ta'limi", "Boshlang'ich ta'lim" jumallari, 2000 – 2007 yil sonlari
15. N.Hamedova, Z.Ibragimova, T.Tasetov, "Matematika". Iqbol turon Toshkent 2007 yil.
16. Haydarov B.Q, "Matematika 5" darslik. "Yangiyol servis" Toshkent 2011 yil.
17. WWW.edu.uz
18. WWW.Ziyonet.uz
19. WWW.adu.uz