

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY VA O'RTA MAHSUS TALIM
VAZIRLIGI
TOSHKENT KIMYO-TEHNOLOGIYALARI INSTITUTI**

**HISOBLASH USULLARINI ALGORITMLASH
(MA'RUZA MATNLARI)**

Toshkent - 2013

MUNDARIJA

1. Hisoblash matematikasi fani. Hisoblash usullari. Taq'ribiiy Hisoblashlar. Hisoblash hatoliklari	4
2. Ko'phad q'iymatini Gornor shemasi bilan Hisoblash. Algoritmlar. Taq'ribiy hisoblashlarda iteratsion tsikllardan foydalanish (q'atorlarni yig'indisini hisoblash). Algoritmlar.....	19
3. Algebraik va transtsendent tenglamalar echimlarini taq'ribiy usullar bilan topish. Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli. Algoritmlar.....	23
4. Vatarlar usuli. Urinmalar (Nyuton) usuli. Algoritmlar.....	30
5. Kombinatsiyalashtirilgan va iteratsiya usullari . Algoritmlar.....	36
6. Chiziq'li tenglamalar sistemasi echimlarini topishning Kramer usuli. Algoritmlar.....	39
7. Gauss usuli. Algoritmlar.....	48
8. Sonli differentsiallashtirish usullari. Differentsial tenglamalarni sonli usullar bilan taq'ribiy echimlarini topish.....	55
9. Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalarni Eyler usuli bilan echimini topish. Algoritmlar.....	59
10. Runge-Kutta usuli. Koshi masalasi echimini topish. Algoritmlar.....	64
11. Integrallarni hisoblashning sonli usullari. To'g'rito'rtburchak usuli. Algoritmlar.....	68
12. Trapetsiya usuli. Algoritmlar.....	72
13. Simpson usuli. Algoritmlar.....	75
14. Interpolyatsiya masalalari. Lagranj interpolyatsiya ko'phadi. Gauss interpolyatsiya ko'phadi. Algoritmlar.....	79
15. Tajriba natijalarini q'ayta ishlash. Eng kichik kvadratlar usuli.....	86
16. Regressiya tahlili. Asosiy tushunchalar.....	93
17. Juftlik korrelyatsiya. Korrelyatsiya koeffitsienti. Algoritmlar.....	
18. Ko'p faktorlik korrelyatsiya.....	108
FOYDALANILGAN ADABIËTLAR.....	118

Oziq'-ovq'at mahsulotlari texnologiyalari va kimyo sanoati sohasida ho sil bo'ladigan ko'p masalalari ma'lum matematik model bilan ifodalalanadilar. Bu modellardagi tenglamalar esa har doim ham aniq'echimga ega bo'lmaydilar. Shunday hollatlarda hisoblash matematikasi fanining hisoblash usullari e'ldamida, turli hil amaliy masalalarning modellari bo'lmish matematik masalalarni taq'ribiy echimlarini topish mumkin bo'ladi va mavjud bo'lgan algoritmlar asosida kompyuter dasturlarini tuzib natijalar olish va vsoblash esperimentlarini o'tkazish imkoniyati yaratiladi. Ushbu ma'ruza matnlari Oziq'-ovq'at mahsulotlari texnologiyalari fakulteti "Avomatlashtirish va boshq'aruv" ta'lim yo'nalishi bo'yicha tahsil o'la' tgan talabalarga mo'ljallangan.

Muallif: T.F.N. dotsent Imomov N.K.

Mas'ul muharrir: T.F.N. dotsent Fayzullaev S.F.

Taq'rizchilar:

Ma'ruza matnlari "Informatika, avtomatlashtirish va boshq'aruV" kafedrası majlisida ko'rib chiq'ildi va tasdiq'lashga tavsiya q'ilindi.

"..." 2013 yil - son ba'ennoma.

"Oziq'-ovq'at mahsulotlari texnologiyasi" fakultetining kengaytirilgan ilmiy-uslubiy kengashining "... " 2013 yil - son ba'ennomasi.

Toshkent kimyo-texnologiya institutining ilmiy-uslubiy kengashida muhokama q'ilindi va kutubhonaga topshirish uchun tavsiya q'ilindi.

"....." 2013 yil - son ba'ennoma.

HISOBLASH USULLARINI ALGORITMLASH

MA'RUZA - 1

Hisoblash matematikasi fani. Taq'ribiy Hisoblashlar. Hisoblash hatoliklari

Kirish

Hisoblash matematikasi (hisoblash usullari) fani turli hil amaliy masalalarning modellari bo'lmish matematik masalalarni taq'ribiy echish uchun sonli usullar yaratish bilan shug'ullanadi.

Amaliy masala bu biror voq'ea, jarayondir. Masalaning matematik modeli bu amaliy masalani matematik munosabatlar bilan bayon etib, tipik matematik masala sinfiga keltirishdir. Sinfidan echimi aniq' masala tanlanib, masalani echish uchun algoritm tanlanadi. Algoritm asosida kompyuter uchun dastur tuziladi. Dastur kompyuterda ishga tushirilib natija olinadi. Natija mavjud echim yoki ma'lumotlar bilan solishtiriladi, ular mos bo'lsa algoritm ham model ham q'anoatlanarli deb topiladi. Aks holda amaliy masala yana tekshirilib modelga tuzatishlar kiritiladi va hokazo. Bu jarayon echim etarli aniq'lik bilan topilguncha davom etadi.

Hisoblash eksperimenti amaliy masalani echishda nazariy matematika, hisoblash usullari, algoritmlar nazariyasi, dasturlash, echimning o'rnini yaq'q'ol tasvirlaydi.

Hisoblash matematikasi fani.

Matematik masalani echishda turli hil usullar ishlatilishi mumkin. Agar mumkin bo'lsa aniq' usullar, mumkin bo'lmasa taq'ribiy usullar ishlatiladi. Sonli usullar (hisoblash usullari) masala echishning eng kuchli vositalaridan biri hisoblanadi. Sodda hisoblash usullaridan biz ko'p foydalanamiz. Masalan, kvadrat ildiz chiq'arish. Shunday masalalar borki, murakkab hisoblashlarni talab q'iladi: ob-havoni bashorat q'ilish, kosmik kema harakati, ko'p yillik rejalarni yaratish . Ko'p hollarda hisoblashlarni tez bajarishga to'g'ri keladi. Masalan, sutkalik ob-haVo bashorati bir necha soatda hisoblanishi kerak, kosmik kema

traektoriyasi bir necha minutda hisoblanishi kerak va hokazo. Zamonaviy hisoblash usullari va EHM lar bunday imkoniyatlarga ega. Hisoblash usullari masalani echish uchun algoritm beradi. Algoritm asosida kompyuter uchun dastur tuziladi.

Algoritmni asoslash masalani to'g'ri echish uchun asos hisoblanadi. Lekin algoritmning bahosini amaliy hisoblashlar bajargandan keyin beriladi. Bir narsaga e'tibor berish kerak. Kompyuter bilan ishlayotgan foydalanuvchi o'z algoritmi, dasturini sinchiklab tekshirib chiq'ishi kerak. Aks holda Piter aytgandek: "Kompyuter hisoblovchining nochorligini ko'p marta oshiradi", degan hodisa ro'y berishi mumkin.

Murakkab masalalarni echish uchun, algoritmlar yaratish bilan shug'ullanuvchi matematikaning bo'limini amaliy matematika deyiladi. Amaliy matematikaning asosiy masalasi echimni berilgan aniq'lik bilan topishdir. Klassik matematika echimning mavjudligi, yagonaligi, hossalarni aniq'lash bilan shug'ullanadi

Taq'ribiy hisoblashlar **Hatoliklar nazariyasi. Absolyut va nisbiy hatolik.**

Taq'ribiy sonlar. Amaliy hisobda q'atnashuvchi sonlar u yoki bu kattaliklarning taq'ribiy q'iymatlari bo'lishi mumkin. Bunda kattalikning aniq' q'iymati – aniq' son va taq'ribiy q'iymati – taq'ribiy son deb ataladi. Faraz qilamiz A aniq' son (kattalikning aniq' q'iymati) va a taq'ribiy son (kattalikning taq'ribiy q'iymati) berilgan bo'lsin.

Ta'rif 1. a son taq'ribiy son deb aytiladiki, agarda A aniq sondan miqdoran hisoblashda farq'lansa. Agar $a < A$ bulsa, a son kami bilan A ga taq'ribiy son, agar $a > A$ bulsa, ortiq bilan taq'ribiy son deyiladi.

Ta'rif 2. a taq'ribiy son hatoligi deb A soni bilan uning taq'ribiy q'iymati a orasidagi farkiga aytiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$\Delta a = (A - a); \quad \delta a = \frac{A - a}{A}$$

Agar $A > a$ bo'lsa, u holda hatolik musbat: $\Delta a > 0$, agar $A < a$ bo'lsa, hatolik manfiy ya'ni $\Delta a < 0$ bo'ladi. A anik sonni topish uchun takribiy songa uning hatoligini q'o'shish kerak.

$$A = a + \Delta a$$

Ta'rif – 3. Hatolikning absolyut qiymatiga absolyut hatolik deb aytiladi.

$$\Delta = |A - a| \quad (1)$$

Bu erda ikkita hol farqlanadi.

- 1) A aniq son berilganda absolyut hatolik (1) formula yordamida oson topiladi.
- 2) A aniq son ko'pgina amaliy masalalarda noma'lum bo'ladi va biz (1) formula yordamida absolyut hatolikni aniqlay olmaymiz. Shu sababli chegaraviy absolyut hatolik tushunchasi kiritiladi.

Ta'rif – 4. Chgaravy absolyut hatolik deb absolyut hatolikdan kichik bulmagan, unga yaqin bulgan kichik musbat songa aytiladi Va $\Delta = |A - a| \leq \Delta_a$ kabi belgilanadi.

Bu tengsizlikdan A anik sonning chegarasini topish mumkin.

$$a - \Delta_a \leq A \leq a + \Delta_a$$

Ba'zi hollarda kiskalik uchun bu tengsizlikda $A = a \pm \Delta_a$ yoziladi.

Misol – 1. $a=3,14$ taqribiy sonning chegaraViy absolyut Hatosini toping.

Echilishi: quyidagilarga egamiz: $3,14 < \pi < 3,15$ $|a - \pi| < 0.01$ bundan $\Delta_a = 0.001$ ni olish mumkin. yoki bo'lmasa $3,14 < \pi < 3,142$ bo'lgan holda aniqroq hatolik

$$\Delta_a = 0.002$$

Ko'pgina amaliy masalalarda o'lchashlarning absolyut hatosi bir hil bo'lgani bilan ularni bir hil aniqliqda o'lchangan deb bo'lmaydi.

Masalan: Ikkita sterjenning uzunligini hisoblaganda olingan natijalar $l_1 = 100,8 \text{ sm} \pm 0,1 \text{ sm}$ Va $l_2 = 5,2 \text{ sm} \pm 0,1 \text{ sm}$ bo'ladi, lekin bularning chegaraviy absolyut hatoligi ustma-ust tushsada, birinchisining hatoligi ikkinchisidan yukori. Berilgan hatoliklarni anik hisoblashda absolyut hatolik yordamida yana bitta muhim tushuncha kiritamiz. Bu nisbiy hatolik tuunchasidir.

Ta’rif – 6. a takribiy sonning nisbiy hatoligi deb bir birlikka to’g’ri keluvchi absolyut hatoligiga aytiladi. $\delta = \frac{\Delta}{|A|}$ A anik son ($A \neq 0$).

Bu erdan $\Delta = |A|\delta$. Bu erda ham absolyut hatoligi kabi chegaraviy nisbiy hatolik tushunchasi kiritiladi.

Ta’rif – 7. a takribiy sonning chegaraviy nisbiy hatoligi deb sonning nisbiy hatoligidan kam bo’lmagan va unga yaqin barcha sonlarga aytiladi.

Bundan ko’rinadiki $\delta \leq \delta_a$ δ_a – chegaraviy nisbiy hatolik $\frac{\Delta}{|A|} \leq \delta_a$
bundan $\Delta \leq |A|\delta_a$

Bundan foydalnib, a sonning chegaraviy absolyut hatoligi sifatida $\Delta_a = |A|\delta_a$ ni kabul qilish mumkin.

Amaliy masalalarda $A \approx a$ olinib, yuqoridagi formula o’rnida odatda $\Delta_a = |a|\delta_a$ kullaniladi va chegaraviy nisbiy hatolikni bilib turib, aniq sonning chegarasini topishimiz mumkin.

Anik son $a(1 - \delta_a)$ Va $a(1 + \delta_a)$ sonlar orasida yotadi. Bu shartni kuyidagicha yozish mumkin. $A = a(1 \pm \delta_a)$ a – takribiy son, A - anik son va Δ_a – a takribiy sonning chegaraviy absolyut hatoligi bo’lsin. Kuyidagicha tanlab olamiz: $A > 0$, $a > 0$ Va $\Delta_a < a$ bo’lsin. U holda $\delta = \frac{\Delta}{A} \leq \frac{\Delta_a}{a - \Delta_a}$ bundan

kurinadiki, a sonning chegaraviy nisbiy hatoligi sifatida $\delta_a = \frac{\Delta_a}{a - \Delta_a}$ sonni olish mumkin. Bu orkali $\Delta = A\delta \leq (a + \Delta)\delta_a$ bo’lib, bundan $\Delta_a = \frac{a\delta_a}{1 - \delta_a}$ kelib chikadi.

Agar odatda $\Delta_a \leq a$ Va $\delta_a \leq 1$ bo’lsa, u holda quyidagicha $\delta_a \approx \frac{\Delta_a}{a}$, $\Delta_a \approx a\delta_a$ larni qabul qilish mumkin.

Misol : $\sqrt{10} \approx 3,16$ berilgan bo’lsin. Ma’lumki $3,16 < \sqrt{10} < 3,17$, demak absolyut hatolik $\Delta_a = 0,01$. Lekin aslida $3,16 < \sqrt{10} < 3,16228$ ekanligini hisobga

olsak, $\Delta_a = 0,00223$ yoki chegaraviy absolyut hatolik $\Delta = 0,003$ ekanligi ma'lum bo'ldi. Endi $\Delta = 0,00228$ deb q'abul q'ilsak, unda $\delta_a = 0,00228 / 3,16$. Bo'lish amalini bajarib, natijani yahlitlab topamiz: $\delta_a = 0,0008$ yoki $\delta_a = 0,08\%$. Nisbiy hatolik odatda % hisobida beriladi.

Misol: Jism o'lchanishida natija: $R = 23,4 \pm 0,2$ bo'ldi. Demak $\Delta_r = 0,2$ Va $\delta_r = 0,2 / 23,4$. Bo'lish natijasini yahlitlab $\delta_r = 0,009$ yoki $\delta_r = 0,9\%$ natijani olish mumkin.

Taq'ribiy sonning o'nli kasrlar ko'rinishdagi ifodasi. Q'iyimatli raq'am. Ishonchli q'iyimatli raq'am.

Ma'lumki, barcha a taqribiy sonlar chekli yoki cheksiz o'nli kasrlar shaklida ifodalanadi.

$$a = \alpha_m 10^m + \alpha_{m-1} 10^{m-1} + \alpha_{m-2} 10^{m-2} + \dots + \alpha_{m-n+1} 10^{m-n+1} + \dots \quad (1)$$

bu erda α_i – a takribiy sonning raqami hamda birinchi raqam $\alpha_m \neq 0$; m – qandaydir butun son.

Masalan: $3141,59\dots = 3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2} + \dots$

a taqribiy sonning yuqoridagi qo'rinishda ifodalangan har bir raqami o'zining qiymatiga Ega. Masalan: birinchi o'rinda turgan raqam 10^m ga teng, ikkinchi raqam 10^{m-1} va hokozo. Amaliy masalalarda takribiy sonlar bilan ishlaganda ko'pchilik hollarda chekli unli kasrlar bilan ifodalangan sonlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Masalan:

$$b = b_m 10^m + b_{m-1} 10^{m-1} + \dots + b_{m-n+1} 10^{m-n+1}, \quad (b_m \neq 0) \quad (2)$$

Barcha b_i rakamlar b takribiy sonning kiymatli rakami Hisoblanadi. Bunda bularning ba'zilari nolga teng bulib kolishi mumkin. b_m bundan mustasno. b takribiy sonning pozitsion ifodalanishida unli sistemada ayrim hollarda ortikcha nollar sonning boshida yoki ohirida katnashib koladi.

Masalan:

$$b = 7 \cdot 10^{-3} + 0 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-5} + 0 \cdot 10^{-6} = 0,007010$$

Bunday nollar qiymatli raqam hisoblanmaydi.

Ta’rif – 1.: Taqribiy sonning qiymatli rakami deganda uning unli kasrlar orqali ifodasida sonning boshida yoki ohirida kelgan noldan tashqari barcha raqamlariga aytiladi. Bunda 0 soni ikkita raqam orasida kelsa, qiymatli raqam hisoblanadi.

Masalan: 0,002080 sonida oldingi 3 ta nol qiymatli raqam emas, qolgan 2 ta nol qiymatli raqam hisoblanadi, chunki ulardan biri 2 Va 8 sonlari orasida ikkinchisi esa yozuvning ohirida kelgan. Yozuvning ohirida kelgan bitta nol qiymatli raqam hisoblanadi, chunki u keyingi raqamlarni yahlitlash natijasida hosil buladi.

Endi ishonchli qiymatli raqam tushinchasini kiritamiz.

Ta’rif – 2. : Takribiy sonning oldingi n ta rakami ishonchli hisoblanadi, agarda uning absolyut hatosi n qiymatli raqamning yarmidan oshmasa.

Ma’lumki, n -qiymatli raqam taqribiy sonni unli kasrlar ko’rinishida yozishda Hosil qilingan. a taqribiy son aniq son bulsa,

$$\Delta = |A - a| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$$

Ko’rinishda bo’ladi.

Bu erda oldingi n ta raqam $\alpha_m, \alpha_{m-1}, \alpha_{m-2}, \dots, \alpha_{m-n+1}$ ishonchli qiymatli raqamlar ekani kelib chiqadi.

Masalan: $A = 35,97$ aniq son Va $a = 36,00$ taqribiy son 3 ta ishonchli qiymatli qakami bo’lsa, u quyidagicha

$$|A - a| = 0,03 < \frac{1}{2} \cdot 0,1$$

Matematik jadvalda barcha ko’rsatilgan raqamlar ishonchli qiymatli raqamlardir. " n ta ishonchli qiymatli raqam" terminini faqatgina a taqribiy sonning oldingi n ta ishonchli qiymatli raqami ekanligi tushunilmaydi.

IzoH: Ba’zi hollarda a son A aniq songa n ta ishonchli qiymatli raqami bilan yakinlashadi deyiladi, buning ma’nosi a taqribiy sonning $\Delta = |A - a|$ absolyut hatosi uni o’nli kasrlar ko’rinishida yozgandagi n - qiymatli raqamidan oshmaydi.

Masalan: $A = 412,3567$ ga $a = 412,356$ 6 ta ishonchli qiymatli raqami bilan yaqinlashadi deyiladi, keng ma'noda ya'ni

$$\Delta = 0,0007 < 1 \cdot 10^{-3} \text{ bo'lsa.}$$

Sonlarni yahlitlash.

a taqribiy sonning aniq songa yaqinlashishida o'nli kasrlar yordamida yozilishi ko'rsatiladi. Ko'p hollarda sonning yahlitlashishi kuzatiladi. Buni yahlitlangan sonni a_1 orqali belgilaymiz. Bu oldingi sondan qiymatli raqamlarning kamligi bilan farqlanadi. a_1 sonni shunday tanlaymizki, yahlitlash hatosi $|a_1 - a|$ eng kichik bulsin.

Yahlitlash qoidalari:

Sonni n qiymatli raqamgacha yahlitlashda ma'lum koidalarga asoslanib, uning raqami o'ngdan olib tashlanadi. Bu qoidalar quyidagicha

- 1) agar sonning yahlitlash talab kilingan raqamlari 5 dan kichik bo'lsa, u holda bu raqamlar uzgarishsiz tashlab yuboriladi.
- 2) agar 5 dan katta bo'lsa, u holda ohirigi raqamga bir ko'shiladi.
- 3) agar 5 ga teng bo'lsa va bu raqamlar orasida nollar bo'lsa uzgartirilmasdan qoldiriladi. Agar u toq bo'lsa, bir birlik ko'shiladi, juft bo'lsa uzgarishsiz qoladi.

Bu yahlitlash qoidasi hisoblanadi.

Masalan: $\pi \approx 3,1415926535...$ sonni be shinchi, to'rtinchi va uchinchi qiymatli raqamlargacha yahlitlash natijasida quyidagi natijalarga ega bo'lamiz.

$$3,1416 \quad 3,142 \quad 3,14$$

va absolyut hatolari kamida

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-4}; \quad \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}; \quad \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}$$

a taqribiy sonning aniqligi uning qiymatli raqamlarining soniga bogliq emas, bu ishonchli qiymatlarning soniga bogliq buladi. Ba'zi hollarda taqribiy son ortiqcha ishonchsiz qiymatli raqamlarni o'nda saqlaydi, bu yahlitlashga olib keladi. Ohirgi natija bittadan ko'p ortiqcha qiymatli raqamlarga ega bo'lmasligi kerak.

Bu hollarda raqam mavhum deb aytiladi. Ba'zi hollarda juda ko'p yoki cheksiz ko'p qiymatli raqamga ega bo'lgan sonlarni yahlitlashga to'g'ri keladi. A aniq son n -qiymatli raqamgacha to'ldirib yahlitlanadi.

Bunday hollarda a taqribiy son n ta qiymatli raqamga ega bo'lib qoladi (tor ma'noda).

Agar a taqribiy son n ta qiymatli raqamga ega bo'lsa, uni n ta ishonchli qiymatli raqamgacha yahlitlab olingan yangi takribiy son n ta ishonchli qiymatli raqamga keng ma'noda ega bo'ladi. Bu holatda quyidagi tengsizlik o'rinli Hisoblanadi, ya'ni chegaraviy absolyut hato a ning absolyut hatosi bilan yahlitlashning absolyut hatosining yigindisidan kichik yoki teng.

$$|A - a_1| \leq |A - a| + |a - a_1|$$

Hisoblash hatoliklari. Yig'indining hatosi.

TEOREMA 1: Bir necha taqribiy sonlarning algebraik yigindisining absolyut hatosi bu sonlarning absolyut hatoliklari yigindisidan oshmaydi.

Isbot: $x_1, x_2, \dots, x_n$ lar berilgan takribiy sonlar bo'lsin. Bularning algebraik yigindisini qaraymiz.

$$u = \pm x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_n$$

absolyut hatolari yigindisi esa

$$\Delta u = \pm \Delta x_1 \pm \Delta x_2 \pm \dots \pm \Delta x_n$$

Bundan

$$|\Delta u| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n| \quad (1)$$

Natija: Algebraik yigindining chegaraviy absolyut hatosi sifatida Har bir qo'shiluvchining absolyut hatolarining yigindisini olish mumkin.

$$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n$$

(2) formuladan ko'rinadiki yigindining chegaraviy absolyut hatosi qo'shiluvchilarning chegaraviy absolyut hatosidan kichik bo'la olmaydi.

Bulardan kelib chiqadiki, aniqlikning qandaydir darajasida ba'zi qo'shiluvchilar aniqlanmay qoladi. Shuning uchun biz shu aniqlanmagan

qo'shiluvchilar hisobiga aniq yigindiga ega bo'lmaymiz. shuning uchun ham amaliy masalalarda taqribiy sonlarni qo'shish uchun qoidalar ishlab chiqilgan.

Qoida: Har hil absolyut aniqlikka ega bo'lgan sonlarni ko'shish uchun, bunda

- 1) Sonning o'nli kasrlar ko'rinishda ifodalab, olish va uni uzgarishsiz qoldirish.
- 2) Keyingi sonlarni shu birinchi son kabi yozib olish hamda bitta yoki ikkita o'nli sonni qoldirib, qolganlarini yahlitlash.
- 3) berilgan sonlarni ko'shib olish, bunda barcha raqamlar uzgarmasdan saqlanadi.
- 4) olingan natijani yana bir hona yahlitlash.

$u = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ yigindini yahlitlashda, ya'ni m - chi unli raqamigacha yahitlashda yigindining yahitlashning absolyut htosi hmma vkt

$$\Delta \leq n \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^m$$

dan oshmaydi. Yigindini yahitlashning hatosi aniq bo'ladi, agarda ko'shiluvchilarning hatoliklari kichik bulsa.

Misol. Berilgan taqribiy sonlarning yigindisini toping:

0,348; 0,1834; 345,5; 235,2; 11,75; 9,27; 0,0849; 0,0214; 0,000354

Bularning har birining barcha raqamlari ishonchli qiymatli (keng ma'noda)

Echish: 345,4 va 235,2 sonlarni etarlicha kichik aniqlikda bo'lamizki, ularning absolyut Hatosi 0,1 ga yakinlashsin. Kolgan sonlarni 0,01 aniklikgacha yahlitlash orakali kuyidagilarni olamiz.

$$\begin{array}{r} 345,4 \\ 235,2 \\ 11,75 \\ 9,27 \\ 0,35 \\ 0,18 \\ 0,08 \\ 0,02 \\ 0,00 \\ \hline 602,25 \end{array}$$

Olingan natijadan juft sonlarni 0,1 gacha yaHlitlash orkali yigindining takribiy kiymati 602,2 Ekanligini olamiz. natijaning to'la Hatosi Δ 3 ta ko'shiluvchidan iborat bo'ladi.

1) Berilgan sonlar yigindisining chegaraViy Hatosi.

$$\Delta_1 = 10^{-3} + 10^{-4} + 10^{-1} + 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-4} + 10^{-6} = 0,221301 \leq 0,222$$

2) Qo'shiluvchilar yindisining absolyut hatosi.

$$\Delta_2 = |-0,002 + 0,0034 + 0,0049 + 0,0014 + 0,000354| = 0,008054 < 0,009$$

3) Natijaning ohirgi yahlitlashdagi hatosi.

$$\Delta_3 = 0,050$$

$$\text{Bundan } \Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \leq 0,222 + 0,009 + 0,050 = 0,281 < 0,3$$

Demak, qaralayotgan yigindi: $602,27 \pm 0,3$

TEOREMA 2: Yigindining chegaraviy nisbiy hatosi qo'shiluvchilarning chegaraviy nisbiy hatosidan oshmaydi.

Isbot. $u = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, bu erda $x_i > 0$ ($i = \overline{1, n}$) A_i ($A_i > 0, i = \overline{1, n}$) orkali x_i qo'shiluvchilarning aniq qiymatini va A bilan u yigindining aniq qymatni belgilaymiz

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

U holda chegaravy nisbiy hto sifatida

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{A} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} \quad (4)$$

$\delta_{x_i} = \frac{\Delta_{x_i}}{A_i}$ ekanligidan $\Delta x_i = \delta_{x_i} \cdot A_i$. Buni (4) formulaga ko'shish orqali

$$\delta_u = \frac{A_1 \delta_{x_1} + A_2 \delta_{x_2} + \dots + A_n \delta_{x_n}}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

$\bar{\delta}$ bilan δ_{x_i} nisbiy hatoliklarning eng kattasini belgilaymiz. U holda

$$\delta_u \leq \frac{\bar{\delta}(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \bar{\delta}$$

Bundan $\delta_u \leq \bar{\delta}$ Va $\delta_u \leq \max(\delta_{x_1}, \dots, \delta_{x_n})$.

Ayirmaning Hatolari.

Ikkita taqribiy sonning $u = x_1 - x_2$ ayirmasini qaraymiz. yuqoridagi yigindining hatoliklari mavzusidagi (2) formuladan

$$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

Ayirmaning chegaraviy absolyut hatosi ayriluvchi va ayiruvchi sonlarning chegaraviy absolyut hatoliklari yigindisiga teng.

Bundan ayirmaning chegaraviy nisbiy hatosi

$$\delta_u = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{A} \quad (1)$$

bu erda $A = x_1$ Va x_2 sonlarning aniq absolyut qiymati

IzoH : Agar x_1 Va x_2 takribiy sonlar bir-biriga etarlicha yaqin bo'lib, kichik absolyut hatoliklarga ega hamda A son ham juda kichik bo'lsa, (1) formuladan bu holda chegaraviy nisbiy hato juda katta bo'lishini ko'rish mumkin. Bu erda aniqlikning yo'qolishi ko'rsatiladi.

Masalan: $x_1 = 47,132$ Va $x_2 = 47,111$ sonlarning ayirmasini hisoblaylik. Bu sonlarning Har biri beshta ishonchli qiymatli raqamga ega
 $u = 47,132 - 47,111 = 0,021$

Bu holda u ayirma faqatgina ikkitagina qiymatli raqamga ega buladi. OHirgi raqami mavhum. Ayirmaning chegaraviy absolyut hatosi

$$\Delta_u = 0,0005 + 0,0005 = 0,001$$

Ayirmaning chegaraviy nisbiy hatosi

$$\delta_{x_1} = \frac{0,0005}{47,132} \approx 0,00001$$

$$\delta_{x_2} = \frac{0,0005}{47,111} \approx 0,00001$$

$$\delta_{x_u} = \frac{0,001}{0,021} \approx 0,05$$

Ayirmaning chegaraviy nisbiy hatosi bu erda berilgan sonlarning nisbiy hatoliklaridan tahminan 5000 marta oshib ketadi.

Misol. $u = \sqrt{2,01} - \sqrt{2}$ (2) ayirmani uchta ishonchli qiymatli raqam yordamida toping. **Echish.**

$$\sqrt{2,01} = 1,411774469...$$

$$\sqrt{2} = 1,411421356...$$

Ekanligidan, bunda kutilayotgan natija

$$u = 0,00353 = 3,53 \cdot 10^{-3}$$

Bu natijani (2) ni quyidagi ko'rinishda yozib ham aniqlash mumkin.

$$u = \frac{0,01}{\sqrt{2,01} + \sqrt{2}} \quad \text{Va} \quad \sqrt{2,01} \quad \text{Va} \quad \sqrt{2} \quad \text{ildizlarni uchta ishonchli qiymatli raqami bilan}$$

olamiz. Hakikatan ham

$$u = \frac{0,01}{1,42 + 1,41} = \frac{0,01}{2,83} = 10^{-2} \cdot 3,53 \cdot 10^{-1} = 3,53 \cdot 10^{-3} = 3,53 \cdot 10^{-3}$$

Ko'paytmaning hatoliklari.

Teorema: Bir necha taqribiy sonlarning ko'paytmasining nisbiy hatosi noldan farqli hamda bu sonlar nisbiy hatolarining yigindisidan oshmaydi. **Isbot:**

$$u = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

Umumiylikka hilof qilmagan holda $x_1, \dots, x_n$ sonlar noldan farkli hamda

$$\ln u = \ln x_1 + \ln x_2 + \dots + \ln x_n$$

Bu erda

$$\Delta \ln x \approx d \ln x = \frac{\Delta x_n}{x}$$

taqribiy formulani qo'llash bilan

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2} + \dots + \frac{\Delta x_n}{x_n}$$

Ohirgi ifodani absolyut qiymatlarini baholab, quyidagiga ega bo'lamiz

$$\left| \frac{\Delta u}{u} \right| \leq \left| \frac{\Delta x_1}{x_1} \right| + \left| \frac{\Delta x_2}{x_2} \right| + \dots + \left| \frac{\Delta x_n}{x_n} \right|$$

Agar $A_i (i = \overline{1, n})$ x_i larning aniq qiymati bo'lsa Va $|x_i|$ x_i dan etarlicha katta

$$\text{taqribiy hisoblash orqali} \quad \left| \frac{\Delta x_i}{x_i} \right| \approx \left| \frac{\Delta x_i}{A_i} \right| = \delta_i$$

$$\left| \frac{\Delta u}{u} \right| = \delta$$

Bu erda $\delta_i - x_i$ ko'paytuvchilarning nisbiy hatoliklari, δ ko'paytmaning nisbiy hatoligi.

Bundan,
$$\delta \leq \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n \quad (1)$$

kelib chiqadi. (1) formula to'g'ri bo'ladi, agar x_i ko'paytuvchilar har hil bo'lsa.

Natija: Ko'paytmaning chegaraviy nisbiy hatosi ko'paytuvchilar chegaraviy nisbiy hatoliklari yigindisiga teng.

$$\delta_u = \delta_{x_1} + \delta_{x_2} + \dots + \delta_{x_n} \quad (2)$$

Agar u ning barcha ko'paytuvchilari etarlicha aniq bo'lsa, u holda (2) formuladan ko'rinadiki, ko'paytmaning chegaraviy nisbiy hatosi bu erda ko'paytuvchilarning chegaraviy nisbiy hatoliklari bilan ustma-ust tushadi va bir hil aniqlikda bo'ladi. Hususiy holda x_1 berilgan bo'lsa,

$\delta_u = \delta_{x_1}$ ga Ega bulamiz.

u ning chegaraviy nisbiy hatosi δ_u ni bilib absolyut hatosini quyidagi formula bilan topamiz.

$$\Delta_u = |u| \delta_u$$

Misol 1: $x_1 = 12,2$ Va $x_2 = 73,56$ takribiy sonlar ko'paytmasini toping. Bularning barcha raqamlari mavhum.

Echish: Δ_{x_1} Va Δ_{x_2}

Bundan

$$\delta_u = \frac{0,05}{12,2} + \frac{0,005}{73,56} = 0,0042$$

Bu erda ko'paytma $u = 897,432$ ham $\Delta_u = u \cdot \delta_u = 897 \cdot 0,004 = 3,6$

Bu erda u faqat ikkita ishonchli qiymatli raqamga ega va natija

$$u = 897 \pm 4$$

Bo'linmaning Hatoligi.

Agar $u = \frac{x}{y}$ bo'lsa, $\ln u = \ln x - \ln y$ va bundan

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\Delta x}{x} - \frac{\Delta y}{y}, \quad \left| \frac{\Delta u}{u} \right| = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{\Delta y}{y} \right|$$

Ohirgi formuladan ko'rinadiki, yuqoridagi teorema bo'linma uchun ham urinli ekan.

TEOREMA: Bo'linmaning nisbiy hatosi bulinuvchi va bo'linuvchilarning nisbiy hatolari yigindisidan oshmaydi.

Izoh:

Agar $u = \frac{x}{y}$ bulsa, u holda $\delta_u = \delta_x + \delta_y$

Misol: $u = 25,7 : 3,6$ ning ishonchli raqamlari sonini toping agarda yozilgan bo'linuvchi va buluvchilarning barcha raqamlari ishonchli bo'lsa.

Echish: $\delta_u = \frac{0,05}{25,7} + \frac{0,05}{3,6} = 0,002 + 0,014 = 0,016$

Demak, $u = 7,14$ va $\Delta u = 0,016 \cdot 7,14 = 0,11$. Bu erdan ko'rinadiki, u bo'linma keng ma'noda 2 ta ishonchli qiymat raqamga ega buladi. Demak., ohirgi natija $u = 7,14 \pm 0,11$

Bo'linmaning ishonchli qiymatli raqamlari.

x bulinuvchi y buluvchi kamida m ta ishonchli qiymatli raqamga ega bulsin. Agar α va β birinchi qiymatli raqamlar bulsa, u holda chegaraviy nisbiy hato sifatida quyidagi miqdor olinadi:

$$\delta_u = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \left(\frac{1}{10} \right)^{m-1}$$

Bu erdan quyidagi qoidalar ni o'lamiz:

- 1) Agar $\alpha \geq 2$ va $\beta \geq 2$ bo'lsa, u holda u bo'linma kamida $m-1$ ta ishonchli raqamlarga ega bo'ladi.
- 2) $\alpha = 1$ yoki $\beta = 1$ bo'lsa, u holda u aynan $m-2$ ta ishonchli raqamga ega bo'ladi.

Darajaning nisbiy hatosi.

$u = x^m$ (m natural son) bo'lsin, u holda $\ln u = m \ln x$, bundan

$$\left| \frac{\Delta u}{u} \right| = m \left| \frac{\Delta x}{x} \right|$$

Bu erdan ko'rinadiki $\delta_u = m\delta_x$

Demak, m – chi darajali sonning chegaraviy nisbiy hatosi sonning uzining chegaraviy nisbiy hatosidan m marta katta bo'ladi.

Ildizning nisbiy hatosi.

$u = \sqrt[m]{x}$ bulsin. U holda $u^m = x$ buladi. Bundan $\delta_u = \frac{1}{m}\delta_x$ m – chi darajali ildizning ostidagi sonning chegaraviy nisbiy hatosidan m marta kichik bo'ladi.

Misol: a kvadratning chegaraviy nisbiy hatosini uning tomoni nechta ishonchli qiymatli raqam bilan aniqlanishini toping, agarda uning yuzasi $S=12,34$ bo'lsa (0,01 aniqlikda).

Echish: $a = \sqrt{S} = 3,5128\dots$ bo'lsin.

$$\delta_s = \frac{0,01}{12,33} \approx 0,0008 \text{ bo'lsa, } \delta_a = \frac{1}{2} - \delta_s = 0,0004 \text{ ekanligidan}$$

$$\Delta_a = 3,5128 \cdot 0,0004 = 1,4 \cdot 10^{-3}$$

Bundan a son 4 ta ishonchli qiymatli raqamlarga ega buladi Va $a = 3,513$.

Tayanch so'zlar Va iboralar

Hisoblash matematikasi, taq'ribiy son, aniq' son, taq'ribiy hisoblash, hatolik, o'lchash hatoligi, hisoblash hatoligi, absolyut hatolik, nisbiy hatolik, yig'indi hatoligi, ayirma hatoligi, ko'paytma hatoligi, bo'linma hatoligi, daraja hatoligi.

Nazorat savollari

1. Hisoblash matematikasi fani haq'ida tushuncha bering
2. Taq'ribiy hisoblash iborasiga ta'rif bering
3. Hatoliklar. Hisoblash hatoligi va o'lchash hatoligi
4. Absolyut hatolik va nisbiy hatolik
5. Yahlitlash q'oidalari

MA'RUZA – 2

Ko'pHad q'iymatini Gorner sHemasi bilan Hisoblash. Algoritmlar. Taq'ribiy Hisoblashlarda iteratsion tsikllardan foydalanish (q'atorlarni yig'indisini Hisoblash). Algoritmlar

Ko'pHadlar berilishi. Iteratsion Hisoblash jarayoni.
Ko'pHadlarni Hisoblashni Gorner sHemasi.
Gorner sHemasini algoritmi Va dastur kodi

Ko'pHad q'iymatini Gorner sHemasi bilan Hisoblash.

n – darajali polinom berilgan bo'lsin

$$R(H) = a_0 X^n + a_1 X^{n-1} + \dots + a_{n-1} X + a_n \quad (1)$$

polinomning a_k koeffitsientlari haq'iq'iy bo'lsin ($k= 0,1,2, \dots, n$). Masala q'o'yilishi q'uyidagdan iboratdir: $H = \xi$ nuq'tada polinom q'iymatini topish kerak. ya'ni :

$$R(\xi) = a_0 \xi^n + a_1 \xi^{n-1} + \dots + a_{n-1} \xi + a_n \quad (2)$$

$R(\xi)$ sonini topish jarayonini q'uyidagicha keltiramiz, (2) – formulani q'uidagi holatga keltiramiz:

$$R(\xi) = (\dots(((a_0 \xi + a_1) \xi + a_2) \xi + a_3) \xi + \dots + a_{n-1}) \xi + a_n)$$

Bu tenglikdan ketma ket hisoblab :

$$\begin{aligned} b_0 &= a_0 \\ b_1 &= a_1 + b_0 \xi \\ b_2 &= a_2 + b_1 \xi \\ b_3 &= a_3 + b_2 \xi \\ b_4 &= a_4 + b_3 \xi \\ &\dots\dots\dots \\ b_n &= a_n + b_{n-1} \xi \end{aligned} \quad (3)$$

$b_n = R(\xi)$ larni topamiz.

$b_0 = a_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ sonlar, $R(H)$ polinomni $H - \xi$ bir hadga bo'lish natijasida hosil bo'lgan bo'linma $Q(x)$ polinomning koeffitsientlari ekanligini ko'rsatamiz. Faraz q'ilamizki

$$Q(x) = \beta_0 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \dots + \beta_{n-1} \quad (4)$$

va

$$R(H) = Q(x)(H - \xi) + \beta_n \quad (5)$$

Bezu teoremasi asosida bo'lish natijasida hosil bo'ladigan q'oldiq'

$\beta_n = R(\xi)$ teng bo'ladi. (4) va (5) – formulalardan q'uidagilarni hosil q'ilamiz:

$$R(H) = (\beta_0 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \dots + \beta_{n-1}) (x - \xi) + \beta_n$$

yoki q'avslarni ochib o'hshash hadlarni keltirib q'uyidagi holatga keltiramiz:

$$R(H) = (\beta_0 x^n + (\beta_1 - \beta_0 \xi) x^{n-1} + (\beta_2 - \beta_1 \xi) x^{n-2} + \dots + (\beta_{n-1} - \beta_{n-2} \xi) x + (\beta_n - \beta_{n-1} \xi))$$

tenglikni o'ng va chap tomonlaridagi H o'zgaruvchini bir hil darajalari oldidagi koeffitsientlarini solishtirib hosil q'ilamiz:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= a_0 \\ \beta_1 - \beta_0 \xi &= a_1 \\ \beta_2 - \beta_1 \xi &= a_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \beta_{n-1} - \beta_{n-2} \xi &= a_{n-1} \\ \beta_n - \beta_{n-1} \xi &= a_n \end{aligned}$$

bundan

$$\begin{aligned} \beta_0 &= a_0 = b_0 \\ \beta_1 &= a_1 + \beta_0 \xi = b_1 \\ \beta_2 &= a_2 + \beta_1 \xi = b_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \beta_{n-1} &= a_{n-1} + \beta_{n-2} \xi = b_{n-1} \\ \beta_n &= a_n + \beta_{n-1} \xi = b_n \end{aligned}$$

shu bilan yuq'orida q'abul q'ilgan tahminimiz isbotini topdi.

Shunday q'ilib (3) – formulalar yordamida bo'lish amalini bajarmasdan,

$Q(x)$ bo'linma koeffitsientlarini va q'oldiq' $R(\xi)$ ni topish mumkin. Ushbu hisoblarni Gorner shemasi deb ataladigan shema bo'yicha bajariladilar:

$$\frac{\begin{array}{c} a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad \dots \quad a_n \\ + \\ b_0 \, \xi \quad b_1 \, \xi \quad \dots \quad b_{n-1} \, \xi \end{array}}{b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n = P(\xi)} \quad \vdash \, \xi$$

Misol . $P(X) = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 7$ polinom q'iymatini $H=3$ da hisoblang:

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 2 \quad -5 \quad 7 \\
 + \qquad \qquad \qquad \text{\tiny L } 3 \\
 9 \quad 33 \quad 84 \\
 \hline
 3 \quad 11 \quad 28 \quad 91 = P(3)
 \end{array}$$

Gorner shemasi bo'yicha hisoblash algoritmini va Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodini keltiramiz:

$a(0), \dots, a(n)$ koefitsientlarga ega n – darajali ko'pHad berilgan bo'lsin. Bu ko'phadni Gorner shemasiga binoan berilgan nuq'tada hisoblash q'uyidagicha bajariladi. Polinomni R desak, unda R polinom Gorner shemasi bo'yicha $S=(\dots((a(0)*H+a(1))*H+a(2))*H+\dots)*H+a(n)$ ko'rinishga keltirilidi. Demak hisoblash jarayoni $P:=a(i)$ ni kerakli marotaba H ga ko'paytirishdan va $a(i)$ ni q'o'shishdan iborat bo'ladi.

Gorner shemasi bo'yicha polinom q'iymatini hisoblash uchun Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodini keltiramiz:

Bunda n polinom o'zgaruvchilarining darajasi, $a[i]$ – koeffitsientlari.

Program Gor; Const n=10;

Var a:array [1..n] of real;

P,x : real; I : integer;

```
begin    read(x);
```

```
for i:=1 to n do read(a [i]);
```

```

P:=a(0); for i:=1 to n do P:=P*x + a[i];
write ('P=', P)
end.

```

Tayanch so'zlar Va iboralar

Ko'pHad, ko'pHad darajasi, iteratsiya, iteratsion jarayon, GornersHemasi, q'oldiq', ko'pHad q'oldiq'lari.

Nazorat savollari

1. Ko'pHad nimalari bilan beriladi?
2. Ko'pHad darajasi q'anday aniqlanadi?
3. Ko'pHadlarni Hisoblashda iteratsion Hisoblash jarayoni nimadan iborat?
4. GornersHemasining aniqligi?
5. GornersHemasi bilan Hisoblashda ko'pHad q'oldiq'lari Hisoblanishi

MA'RUZA - 3

Algebraik Va transtsendent tenglamalar echimlarini taq'ribiy usullar bilan topish. Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli. Algoritmlar

Algebraik Va transtsendent tenglamalar echimlarini taq'ribiy usullar bilan topish.

CHiziq'li tenglamalar. CHiziq'siz tenglamalar.

Taq'ribiy echim tushunchasi

Taq'ribiy echim joylashgan oraliq'ni ajratishning analitik Va geometrik usullari.

Taq'ribiy echim maVjudlik sharti

Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli

Algoritmlar

1. Chiziq'siz tenglamalar haq'ida umumiy ma'lumotlar.

Odatda tenglamalarni ularda q'atnashayotgan noma'lumlarning q'aerda joylashganligiga q'arab turli sinflarga ajratiladi;

- *chiziq'li tenglamalar;*
- *kvadrat tenglamalar;*
- *kubik Va yuq'ori darajali tenglamalar;*
- *trigonometrik ko'rsatgichli, irratsional, logarifmik, darajali tenglamalar;*
- *VaH.z.*

CHiziq'li tenglamadan tashq'ari barcha sinflarga tegishli tenglamalarni q'isq'acha q'ilib chiziq'siz tenglamalar deb ataladi.

CHiziq'siz tenglamalarni echishning umumlashgan usuli maVjud Emas. Har bir sinfga tegishli tenglamalar o'ziga Hos usullar bilan echiladi. Hatto ba'zi bir o'ta chiziq'siz tenglamalarning echimlarini analitik usulda aniq'lash imkoniyati bo'lmasligi mumkin.

Hozirgi paytda chiziq'siz tenglamalarni echish uchun oldingi o'ringa sonli-taq'ribiy usullar chiq'ib oldi. Bu usullar o'zlarining umumlashgani, tenglamani etarli aniq'likda echa olishi bilan ajralib turadi. SHuning uchun chiziq'siz

tenglamalarni echishning sonli-taq'ribiy usullari uchun dastur ta'minotlarini yaratilishi muhim Va aktual masala hisoblanadi.

CHiziqli tenglamalardan na'munalar:

1. $x^3 - 3x^2 + 7x - 6 = 0$
2. $x^2 - \sin x = 0$
3. $\ln |7x| - \cos 6x = 0$
4. $e^{2x} - x = 0$

1. Matematikada tenglamalar chiziqli, algebraik, trigonometrik, ko'rsatkichli kabi guruhlariga bo'linadi. Oliy matematikada yana differentsial Va integral tenglamalar paydo bo'ladi. Nochiziqli tenglamalar turli amaliy masalalarni echishda o'z-o'zidan paydo bo'ladi. Masalan, klassik bo'lib ketgan berilgan burchakni uchga teng bo'lish masalasi ushbu formulaga asosan kubik tenglamaga olib keladi:

$$a = c \cos(x) = 4 \cos^3\left(\frac{x}{3}\right) - 3 \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Agar $\cos\left(\frac{x}{3}\right) = y$ desak q'uyidagi tenglamani olamiz:

$$4y^3 - 3y - a = 0.$$

u erda $a = \cos(x)$.

Ikkinchi masala sifatida berilgan b hajmli kubdan hajmi ikki marta katta kub topilsin degan masalani q'araylik. RaVshanki, kubning q'irrasini H desak q'uyidagi oddiy kubik tenglamaga kelamiz:

$$x^3 = 2b.$$

Uchinchi masala sifatida $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ sonini nimaligini bilmoq'chimiz. U holda ikki marta kVadratga ko'tarish ushbu tenglamaga olib keladi:

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0.$$

To'rtinchi misol sifatida, $X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0, X'(0) = 0, X'(l) + hX(l) = 0$, chegaraViy masalani q'araylik. RaVshanki, ushbu funktsiya $X = \cos(\lambda x)$ tenglamani Va birinchi chegara shartni q'anoatlantiradi. Ikkinchi chegara shart

q'anoatlanishi uchun $-\lambda \sin(\lambda l) + h \cos(\lambda l) = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}(\lambda l) = h / \lambda$, bo'lishi kerak. Yana nochiziq' tenglamaga keldik: $\operatorname{tg}(\lambda l) = h / \lambda$.

Bunday misollarni ko'pdan ko'p keltirish mumkin. Masalan, q'urilish mehanikasida ham chiziq'li iHtiyoriy no'malumli tenglamalar sistemasini Va iHtiyoriy darajadagi algebraik tenglamani hosil q'ilish mumkin.

Abel, Galua nazariyasidan ma'lumki 5 Va undan yuq'ori darajali tenglamalarning echimlarini formulalar yordamida aniq' topish mumkin emas. Boshq'a nochiziq' tenglamalar Va ularning sistemalari ham taq'ribiy echiladi.

Ba'zi bir ta'rif va teoremlarni keltiramiz. $y = f(x)$ funktsiya $[a, b]$ da aniq'langan Va uzluksiz bo'lsin. $f(x) = 0$ tenglikni q'anoatlantiruvchi $x \in [a, b]$ nuq'ta $f(x) = 0$ tenglamani echimi yoki ildizi deyiladi.

Teorema 1. Agar $f(x) \in C[a, b], f(a)f(b) < 0$ bo'lsa, $[a, b]$ da $f(x) = 0$ tenglamani hech bo'lmaganda bitta echimi bor. Agar $f(x) [a, b]$ da monoton bo'lsa (masalan, $\operatorname{sign} f(x) = \operatorname{const}$) bu echim yagona.

$f(x) = 0$ tenglama echimlarini topish 2 ta bosq'ichdan iborat bo'ladi.

1) ildizlarni ajratish, ya'ni ildizlar soni, ular joylashgan oraliq'larni aniq'lash;

2) ajratilgan ildizlarni oldindan berilgan aniq'lik bilan topish.

Ildizlarni ajratish uchun **grafik** yoki **analitik usul** (teorema (1.)) ishlatilishi mumkin. Grafik usulda $y = f(x)$ funktsiya grafigi chizilib ildiz joylashgan oraliq'lar topiladi. Analitik usulda shunday $[a_k, b_k]$ kesmalar topiladiki, $f(a_k)f(b_k) < 0$ bo'lsin.

Ajratilgan ildizlarni berilgan aniq'lik bilan topish uchun kesmani ikkiga bo'lish, iteratsiya, Nyuton usullaridan foydalaniladi.

2. Ildizlarni ajratish.

2.1. Geometrik usul.

Agar mumkin bo'lsa $y = f(x)$ funktsiya grafigi chiziladi. So'ng grafikdan ildizlar soni Va ular yotgan oraliq'lar aniq'lanadi. Agar $y = f(x)$ funktsiyaning grafigini chizish mumkin bo'lmasa $f(x) = 0$ tenglama EkViValent $f_1(x) = f_2(x)$

($f = f_1 - f_2$; f_1 Va f_2 -funktsiyalar) ko'rinishga keltiriladi Va $y_1 = f_1(x)$ Va $y_2 = f_2(x)$ funktsiyalar grafiklari chiziladi. RaVshanki, bu grafiklar kesishgan nuq'talarning abtsissalari tenglamaning echimlari bo'ladi.

Misol 1. $f(x) = x - \cos(x) = 0, x \in (-\infty, +\infty)$ tenglamaning ildizlari ajratilsin.

Echish. Tenglamani $x = \cos(x)$ ($f_1(x) = x, f_2(x) = \cos(x)$) ko'rinishga keltirib $y_1 = x, y_2 = \cos(x)$ funktsiyalar grafigini chizamiz. CHizmadan yagona ildiz $[0, \pi/2]$ kesmada yotganini ko'rish mumkin.

Misol 2. $x^4 - 4x + 1 = 0, x \in (-\infty, +\infty)$ tenglama ildizlari ajratilsin.

Echish. Tenglamani $x^4 = 4x - 1$ ko'rinishda yozib

$$\begin{cases} y_1 = x^4, \\ y_2 = 4x - 1 \end{cases} \text{ funktsiyalarning grafigini chizamiz.}$$

Tenglamaning ikkita haq'iq'iy ildizi bor: $x_1 \in [0, 1], x_2 \in [1, 2]$, chunki

$$f(0) = 1 > 0, f(1) = -2 < 0, f(2) = 9 > 0.$$

2.2. Analitik usul. Ildizlarni analitik usulda ajratish uchun asosan, 1.2.1 teoremadan foydalanamiz. Funktsiyaning aniq'lanish sohasini bo'laklarga bo'lamiz. Bu bo'laklardan chekkalarida ishoralari har Hil bo'lganlarini ajratamiz. Agar bu kesmada funksiya monoton bo'lsa ildiz yagona. Masalan, $f(x) = x - \cos x = 0$ tenglama uchun $f(0) = -1 < 0, f(\pi/2) = \frac{\pi}{2} > 0$ ya'ni $[0, \frac{\pi}{2}]$ da ildiz bor; $f'(x) = 1 + \sin > 0$ ligi uchun ildiz yagona.

$f(x) = x^4 - 4x + 1$ tenglama uchun $f(0) = 1 > 0, f(1) = -2 < 0, f(2) = 9 > 0$, ya'ni $[0, 1], [1, 2]$ kesmalarda ildizlar bor.

$f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x^3 - 1)$ hosila $[0, 1]$ da manfiy, $[1, 2]$ da musbatligi uchun $[0, 1], [1, 2]$ kesmalardagi ildizlar yagona.

Echish usullari:

1. Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli Va uning ishchi algoritmi

Endi chiziq'siz tenglamani taq'ribiy echishning oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usulini ishchi algoritmi bilan to'liq'roq' tanishib chiq'aylik.

(1) tenglamaning E aniq'likdagi (E-o'ta kichik son, echimni topish aniq'ligi) taq'ribiy-sonli echimini (a;b) oraliq'da topishni q'uyidagi algoritm bo'yicha tashkil q'ilamiz:

1. Berilgan (a;b) oraliq'ni o'rtasini aniq'laymiz.

$$C = \frac{a+b}{2}$$

2. Echimni [a;c] yoki [c;b] oraliq'daligini

$$f(a) \cdot f(c) < 0$$

shartidan foydalanib aniq'laymiz.

3. SHartni q'anoatlantiradigan oraliq'ni yangi oraliq' sifatida olamiz Va uni yana teng ikkiga bo'lib, yuq'oridagi amallarni yana takrorlaymiz.

4. Odatda tenglamaning taq'ribiy echimini birorta aniq'lik bilan topish so'raladi. Demak δ aniq'lik berilgan bo'lsa, oraliq'ni bo'lish jarayonining Har bir q'adamida $|b-a| < \delta$ shart bajarilishi tekshiriladi. SHart bajarilganda oraliq'ninig o'rta nuq'tasi H^* , δ aniq'lik bilan topilgan taq'ribiy echim sifatida q'abul q'ilinadi.

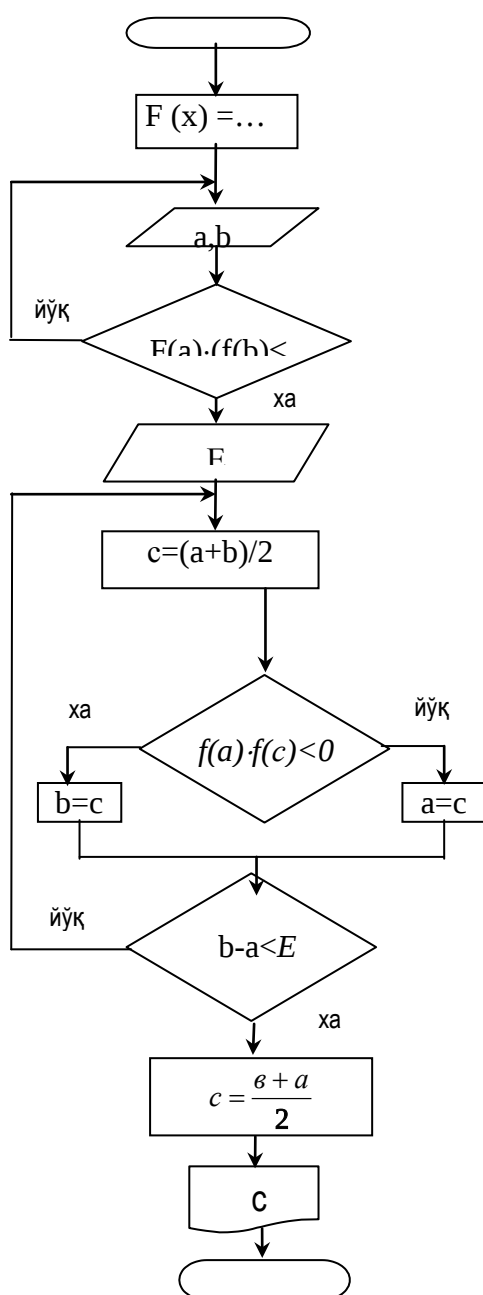
Hulosa q'ilib aytganda, biz tanlab olayotgan kesmalarda tenglamaning taq'ribiy ildizi yotadi. Demak, kesmalarni toraytirib borar Ekanmiz.

Natijada, q'andaydir q'adamdan so'ng tenglamaning aniq' yoki talab q'ilingan aniq'likdagi taq'ribiy ildizini hosil q'ilamiz

YAngi oraliq' uchun yuq'oridagi ishlarni q'ayta takrorlaymiz Va buni oraliq' uzunligi δ -dan kichik bo'lmaguncha daVom Ettiramiz. OHirgi oraliq'dagi iHtiyoriy nuq'tani tenglamaning taq'ribiy echimi sifatida q'abul q'ilish mumkin.

Tanishib chiq'q'an algoritm bo'yicha biror dasturlash tilida dastur tuzishdan aVVal masalani echish algoritmini blok-sHema orq'ali ifodalab olamiz.

**Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli algoritmini
B l o k - s H e m a bilan ifodalanishi**



Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usulini Pascal dasturlash tilida yozilgan dastur kodi

```
program ikkigabolish;
var a,b,x,eps,e,ra,rx,y:real;k:integer;
function f(x:real):real;
begin f:=x-cos(x);end;
function sign(x:real):integer;
begin sign:=0;
if x<0.0 then sign:=-1 else sign:=1;end;
begin
write('a,b,eps=?'); readln(a,b,eps);e:=b-a; ra:=f(a);x:=a;
repeat
k:=k+1;e:=e/2;rx:=f(x);y:=x+sign(ra*rx)*e;x:=y;
writeln('k,x,e=',k:2,' ',x:8:4,' ',e:8:4);
until e<eps;
end.
```

Tayanch so'zlar Va iboralar

CHiziq'li Va chiziq'siz tenglamalar, taq'ribiy echim, echim joylashgan oraliq', oraliq'da echim maVjudligining shartlari, oraliq'ni teng ikkiga bo'lish.

Nazariy saVollar:

1. CHiziq'siz tenglamaga ta'rif bering
2. Taq'ribiy echim Va aniq' echim farq'i nimada
3. Berilgan oraliq'da taq'ribiy echim maVjudligi q'anday aniq'lanadi
4. Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usulining moHiyati nimadan iborat

MA'RUZA – 4

Vatarlar usuli. Urinmalar (Nyuton) usuli. Algoritmlar

Algebraik Va transtsendent tenglamalar echimlarini taq'ribiy usullar bilan topish.

Vatarlar usuli Va algoritmi

Urinmalar (Nyuton) usuli Va algoritmi

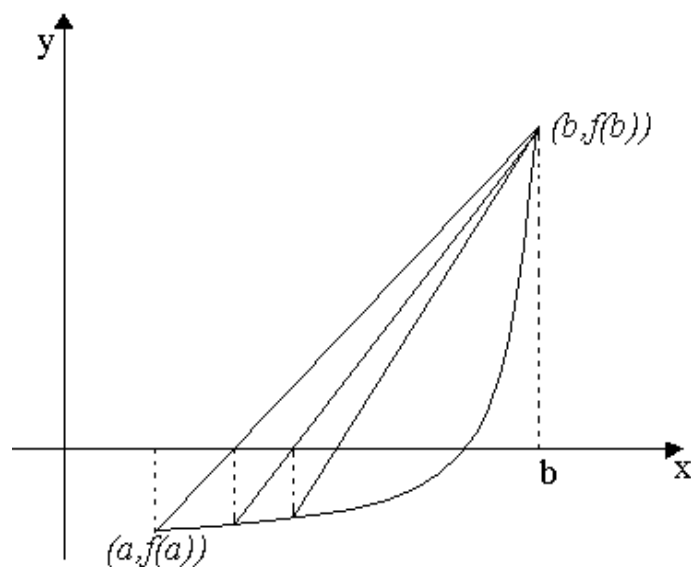
Algoritmlar Va dasturlar

Vatarlar usuli.

Bizga $f(x)=0$ (1) tenglama berilgan. Biror $[a,b]$ oralikda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2)

$[a,b]$ orlaikda $(a, f(a))$ Va $(b, f(b))$ nuqtalardan Vatar utkazamiz.

Rasm 6:



Abtsissa uki bilan kesishish nuktasi x_1 bilan belgilaymiz. Vatarning tenglamasini tuzish uchun ikki nuqtadan utuvchi tugri chizik tenglamasidan foydalanamiz.

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_0}$$

$$x_0 = a \quad x_1 = b$$

$$y_0 = f(a) \quad y_1 = f(b)$$

$$\frac{x - a}{b - a} = \frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} \quad (3)$$

Vatar bilan abtsissa uki ning kesishish nuqtasini topish uchun abtsissa uki ning tenglamasi $y=0$ bilan (3) ni sistema kilib echamiz:

$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$$

$a = x_0$ deb belgilasak,

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(b) - f(x_0)}(b - x_0)$$

x_2 nuqtani topish uchun $\forall (x_1, f(x_1)) \quad \forall (b, f(b))$ nuqtalardan Vatar utkazamiz.

Uning tenglamasi bilan $y=0$ deb x_2 ni topsak,

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f(b) - f(x_1)}(b - x_1)$$

Va hakazo shu protsessni davom kildirib,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)}(b - x_n) \quad (4)$$

(4) formulaga algebraik va trantsendent tenglamalarni Vatarlar usulida echish formulasi deyiladi.

$|x_{n+1} - x_n|$ kattalik ildizning anikligi deb aytiladi.

(4) jarayonni oldindan biror berilgan ε uchun $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ shart kanoatlantirishicha davom kildiriladi.

IV. Urinmalar usuli.

Bizga $f(x)=0$ (1) tenglama berilgan. Bunda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2) $[a, b]$ oralikda $(b, f(b))$ nuqtadan urinma utkazamiz.



$(b, f(b))$

Rasm 7

$(b, f(b))$ nuqtadan utuvchi urinma tenglamasini keltirib chikarish uchun $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ (3) dan foydalanamiz.

$$\begin{cases} y_0 = b, & y_0 = f(b) \\ y - f(b) = f'(b)(x - b) \\ y = 0 \end{cases}$$

Yuqoridagi sistemani echib, abtsissa uki bilan kesishish nuqtasini topamiz.

$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

$b = x_0$ deb belgilasak, $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

Huddi shuningdek, $(x_1, f(x_1))$ nuqtadan urinma utkazib, $y=0$ deb,

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \\ &\dots\dots\dots \\ x_{n+1} &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \end{aligned} \quad (4)$$

Bu formulaga algebraik Va trantsendet tenglamalarni urinmalar usulida echish formulasi deyiladi.

Protsessni $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ shartni kanoatlantirguncha davom kildiramiz.

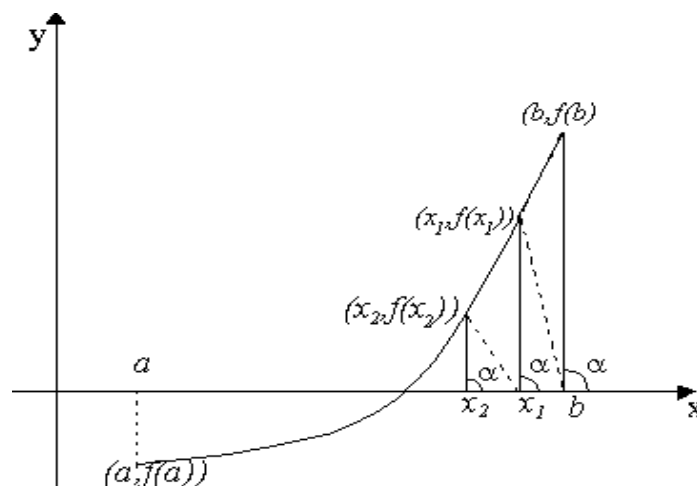
EHMLarda funktsiyalarning ayrim kiyamatlarini etarli darajada aniklikda Hisoblash uchun juda kup Vakt Hisoblashga tugri keladi.

Masalan: Bessel funktsiyasining nolga yakin kiyamatlarida ($x=0$). Bunday Hollarda (4) ning kurinishi urniga

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)} \quad (5)$$

Bu albatta urinmaning tenglamasi bulmaydi. Buning grafigi tubandagicha:

Rasm 8:



Urinma usuliga Nyuton usuli deb Ham aytiladi. (5) Ham Nyuton usulining bir kurinishi.

Urinmalar usulining ishchi algoritmi Va dasturi

Oraliq'ni teng ikkiga bo'lish usuli uzoq' Vaq't ishlasa, oddiy ketma-ketlik usulida Esa tenglamaning ko'rinishini o'zgartirishga to'g'ri keladi. Bunday kamchiliklardan urinmalar usuli Holidir. Bu usul kutilgan natijani agar boshlang'ich q'iymat to'g'ri tanlansa, juda tez aniq'lab beradi. Eng asosiysi x_0 boshlang'ich q'iymatni to'g'ri tanlashda. Echim yotgan (a, V) oraliq' bor deb Hisoblanib, q'iymati kiritiladi. a Va V nuq'talardan Vatar o'tkazamiz. Vatarga mos to'g'ri chiziq' tenglamasidan Vatarining H o'q'i bilan kesishish nuq'tasi s ni ifodasini topamiz.

$$c = a - f(a) \frac{b - a}{f(b) - f(a)}$$

q'uyidagi shartlardan foydalanib, boshlang'ich q'iymat sifatida a yoki V ni tanlab olish mumkin $f(a)f(c) < 0$ bo'lsa, $x_0 = a$

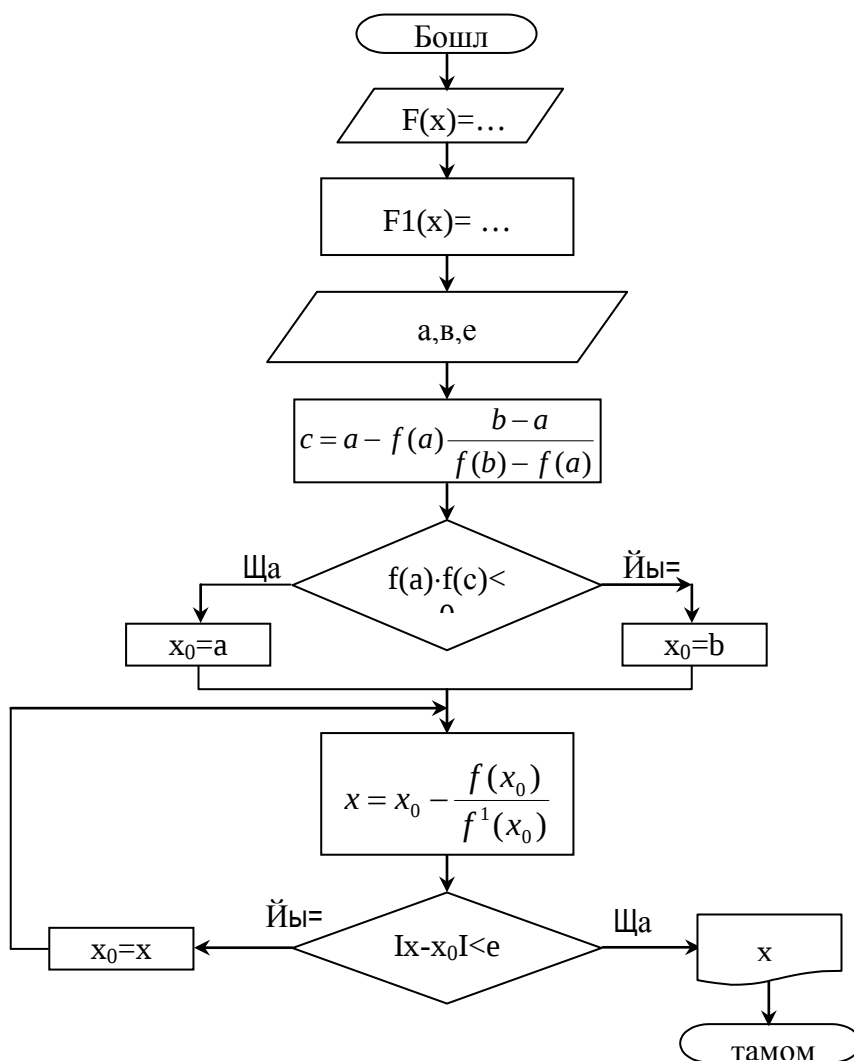
$$f(a)f(c) > 0 \text{ bo'lsa, } x_0 = V$$

Boshlang'ich q'iyamat aniq'langandan keyin shu nuq'tadan urinma o'tkaziladi. Urinmalar yordamida ketma-ket yaq'inlashishlarni amalga oshiramiz. Uning ishchi algoritmi biror nuq'tadan o'tuvchi urinmalar tenglamasi orq'ali aniq'lanadi:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Hisoblashlar Esa toki $|x_n - x_{n-1}| < E$ shart bajarilguncha davom ettiriladi. Bu erdagi H_0 – boshlang'ich q'iyamat.

Urinmalar usuli algoritmining blok-sHemasi



Algoritmining Pascal algoritmik tilidagi dasturi

Program Urinma;

Label L1;

Var / a,b,x, x0, eps,c : real;

Function F (x: real): real;

Begin F: = ... end;

Function F 1(x: real): real;

```

        Begin F 1: = ... end;
Begin
    writeln('a,b='); readln(a,b);
    writeln(' aniklikni kiriting'); readln( eps);
    c:=a-f(a)(b-a)/(f(a)-f(b));
    if f(a)*f(c)<0 then x0=a else x0=b;
L1 : x := x0-F(x0)/F1(x0);
    If abs(x-x0)>eps then begin x0: =x; goto L1; end;
    Writeln ('tenglama echimi= ',x,'anikligi=',f(x));
End.

```

Tayanch so'zlar Va iboralar

Vatar, urinma, chiziq'li Va chiziq'siz tenglamalar, taq'ribiy echim, echim joylashgan oraliq', Vatarlar usuli, Nyuton usuli.

Nazariy saVollar

1. Vatar Va urinma tushunchalariga ta'rif bering
2. Vatarlar usulini geometrik ma'nosi
3. Nyuton usulini geometrik ma'nosi
4. Vatarlar Va Nyuton usularini aniq'ligi

MA'RUZA – 5

Kombinatsiyalashtirilgan Va iteratsiya usullari

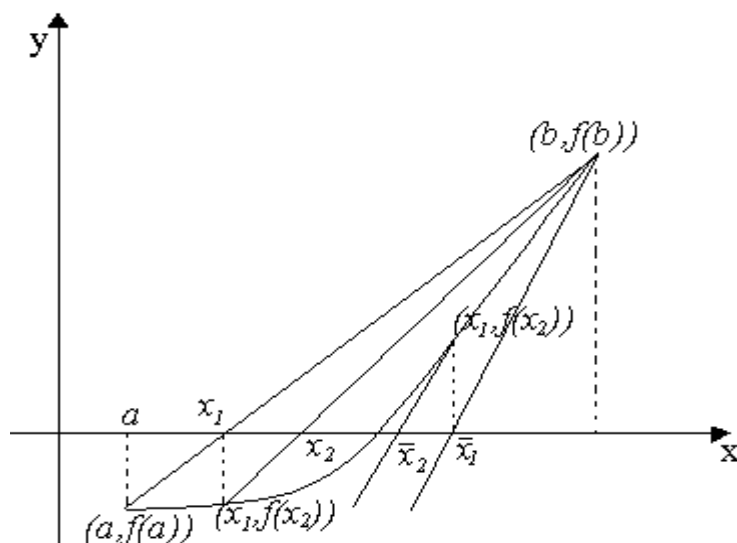
Algebraik Va transtsendent tenglamalar echimlarini taq'ribiy usullar bilan topish, Vatarlar usuli Va urinmalar usullari asosida tuzilgan kombinatsiyalashtirilgan usul . Algoritmlar Va Dasturlar.
Kombinatsiyalashtirilgan usul aniq'ligi.
Iteratsiya usuli.

$f(x)$ funktsiya $[a,b]$ kesmada aniq'langan Va uzluksiz bo'lsin Va uzluksiz funktsiya $f(x)$ uchun $f(x)=0$ tenglamani shu kesmada yagona ildizi bor bo'lsin, Hamda $[a,b]$ oralikda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2) shart bajarilsin. $f''(x)$ bilan $f'(x)$ ishoralari $[a,b]$ oraliq'da o'zgarmaydigan bo'lsin. Vatarlar usuli bilan urinmalar usulini birlashtirib q'o'llagan Holda, Har bosq'ichda $f(x)=0$ (1) tenglamani aniq' echimining q'iymatini kami bilan Va ko'pi bilan Hisoblab boramiz. Nazariy jiHatdan to'rt Hildagi Variantlarni ko'rib chiq'ish mumkin:

1. $f'(x) > 0$ Va $f''(x) > 0$,
 2. $f'(x) > 0$ Va $f''(x) < 0$
 3. $f'(x) < 0$ Va $f''(x) > 0$,
 4. $f'(x) < 0$ Va $f''(x) < 0$
- Biz 1- Variant bilan cheklanamiz (9-rasm).

Tenglama grafigining

Rasm 9:



$(a, f(a))$ Va $(b, f(b))$ nuktalaridan Vatar utkazamiz, abtsissa uki bilan kesishish nuqtasini x_1 bilan belgilaymiz.. So'ngra (Vatarlar usuli formulasidan foydalanib) $(b, f(b))$ nuktadan urinma utkazamiz. abtsissa uki bilan kesishish nuqtasini $\bar{x}_1$ bilan belgilaymiz. (Urinmalar formulasidan foydalanib).

$(x_1, f(x_1))$ Va $(\bar{x}_1, f(\bar{x}_1))$ Vatar utkazamiz, abtsissa uki bilan nuqtasini x_2 bilan belgilaymiz. $(\bar{x}_1, f(\bar{x}_1))$ nuktadan urinma utkazamiz. Uning abtsissa bilan kesishish nuqtasi $\bar{x}_2$ buladi. Va Hokazo shu jarayonni daVom Etamiz. Bu jarayonni $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ yoki $|\bar{x}_{n+1} - \bar{x}_n| \leq \varepsilon$ shartini bajarguncha daVom Ettiramiz.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(b) - f(x_0)} \cdot (b - x_0); \quad x_0 = a$$

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_0 - \frac{f(\bar{x}_0)}{f(b) - f(\bar{x}_0)} \cdot (b - \bar{x}_0); \quad \bar{x}_0 = b$$

.....

.....

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(\bar{x}_n) - f(x_n)} (\bar{x}_n - x_n) \\ \bar{x}_{n+1} = \bar{x}_n - \frac{f(\bar{x}_n)}{f'(x_n)} \end{cases}$$

YUkoridagi formula birlashtiriligan usulning formulasi Hisoblanadi Va echim sifatida ikkala usullar bilan oHirida olingan natijalarning o'rta arifmetik q'iymatini olish lozim bo'ladi.

Algebraik Va transtsendent tenglamalar taq'ribiy echimlarini topishning ketma-ket yaqinlashish usuli (iteratsiya)

$f(x)$ funktsiya $[a, b]$ kesmada aniq'langan Va uzluksiz bo'lsin Va uzluksiz funktsiya $f(x)$ uchun $f(x)=0$ tenglamani shu kesmada yagona ildizi bor bo'lsin, Hamda $[a, b]$ oralikda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2) shart bajarilsin. $f(x)=0$ tenglamani $x = \varphi(x)$ (2) ko'rinishga keltiramiz. Masalan: $f(x) = x + x \sin(x) + x^2 = 0$ tenglama uchun

$$\begin{aligned}
 x + x \sin x + x^2 \\
 x &= -\sin x \cdot x - x^2 = \varphi(x) \\
 x &= \sqrt{-(x + x \sin x)} = \varphi(x) \\
 x &= -\frac{x^2 - x}{\sin x} = \varphi(x)
 \end{aligned}$$

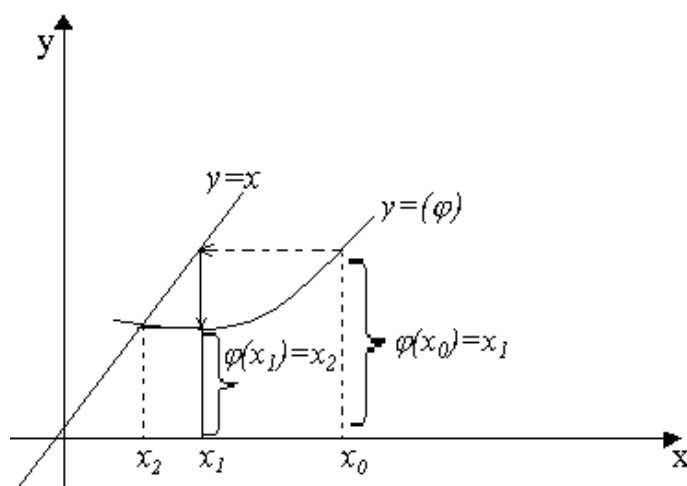
Ihtiyoriy x_0 ni olamiz. (2) dan foydalanib,

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \varphi(x_0) \\
 x_2 &= \varphi(x_1) \\
 &\dots \\
 x_{n+1} &= \varphi(x_n) \quad (3)
 \end{aligned}$$

ni topamiz.

Bu jarayon $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$ shartni kanoatlantirgunga kadar davom etiladi. Bu usuldan foydalanishdan avval (3) formula bilan ifodalangan iteratsion jarayon yaq'inlashishini etarli shartlarini aniq'lab olish kerak. Agar $\varphi(H)$ funktsiya $[a,b]$ oraliq'da aniq'langan va differentsiallanuvchi bo'lsa, hamda funktsiyaning barcha qiymatlari shu oraliq'ga tegishli bo'lsa, u holda $a < x < b$ uchun $|\varphi'(H)| < 1$ shart bajarilsa (3) iteratsion jarayon boshlang'ich qiymat $H_0 \in [a,b]$ ga bog'liq bo'lmagan holda yaq'inlashuvchi bo'ladi.

Rasm 10:



Iteratsiya yoki ketma-ket yaqinlashish usuli metodik jihatdan eng sodda va kulay usullardan biridir, urinma, Vatarlar usullari iteratsiya usulining bir kurinishlari Holos. Bular bir-biri bilan $\varphi(x)$ ni topish bilan fark kiladi.

Nazorat saVollari.

1. Iteratsiya usulining mohiyatini aytib bering.
2. Tenglama iteratsiya usulini q'o'llash uchun q'anday q'ilib ko'rinishga kelitiriladi.
3. Iteratsiya usulining yaq'inlashish shartini ma'nosini aytib bering.

MA'RUZA – 6

CHiziq'li tenglamalar sistemasi echimlarini topishning Kramer usuli. Algoritmlar.

CHiziq'li tenglamalar sistemasi echimlarini topishning Kramer usuli CHATS
Haq'ida tushuncha
CHiziq'li tenglamalar sistemasining echimi maVjudligi Va yagonaligi
Haq'ida teoremlar.
Kramer teoremasi.

CHiziq'li tenglamalar sistemasini Kramer usuli bilan echimlarini topish

1. CHiziq'li tenglamalar sistemasi Haq'ida tushuncha. Sistemaning echimi Iq'tisodiy masalalarning aksariyati bir necha noma'lumli (aytaylik m ta) chekli sondagi (aytaylik n ta) chiziq'li tenglamalarni o'z ichiga olgan Va ushbu tenglamalarning umumiy echimini topish masalasi q'o'yilgan q'uyidagi

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + ... + \mathbf{a}_{1m}\mathbf{x}_m = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + ... + \mathbf{a}_{2m}\mathbf{x}_m = \mathbf{b}_2 \\ \\ \mathbf{a}_{n1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{n2}\mathbf{x}_2 + ... + \mathbf{a}_{nm}\mathbf{x}_m = \mathbf{b}_n \end{cases} \quad (1)$$

chiziq'li tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Bu erda, a_{ik} – Haq'iq'iy sonlar bo'lib, sistemaning koeffitsientlari; b_i - Haq'iq'iy sonlar Esa uning ozod Hadlari deyiladi. Sistemaning (1) ko'rinishdagi shakliga ta noma'lumli n ta chiziq'li tenglamalar normal sistemasi deyiladi.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \quad - \text{ koEffitsientlar yoki asosiy}$$

matritsa,

$$(A | B) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} & b_n \end{pmatrix} \quad \text{kengaytirilgan matritsa deyiladi}$$

(1) sistemaning echimi yoki echimlari to'plami deb, uning Har bir tenglamasini sonli ayniyatga aylantiradigan mumkin bo'lgan barcha m ta Haq'iq'iy sonlarning tartiblangan $(H_1; H_2; \dots; H_m)$ tizimlari to'plamiga aytiladi.

Sistemani echish deganda – uning barcha echimlarini topish yoki echimga Ega Emasligini ko'rsatish tushuniladi.

CHiziq'li tenglamalar sistemasi echimga Ega bo'lsa - birgalikda, yagona echimga Ega bo'lsa - aniq', cheksiz ko'p echimga Ega bo'lsa - aniq'mas Va umuman echimi mavjud bo'lmasa – birgalikda bo'l-magan sistema deyiladi.

Tenglamalar sistemasining biror-bir tenglamasi zid (q'arama-q'arshi) tenglama bo'lsa, sistemaning o'zi Ham zid, ya'ni birgalikda bo'lmagan sistemani tashkil Etadi. Aynan teng echimlar to'plamiga Ega tenglamalar sistemalariga Esa teng kuchli (EkViValent) sistemalar deb ataladi.

2. CHiziq'li tenglamalar sistemasining echimi mavjudligi Va yagonaligi Haq'ida teoremlar.

(1) umumiy ko'rinishdagi chiziq'li tenglamalar sistemasining birgalikdalik Va aniq'lik masalasini q'uyidagi teorema ochib beradi.

Kroneker-Kapelli teoremasi. CHiziq'li tenglamalar sistemasi birgalikda bo'lishi uchun uning asosiy matritsasi rangining kengaytirilgan matritsasi rangiga teng bo'lishi zarur Va etarli.

$$3) \begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Berilgan sistemalar uch noma'lumli uchta chiziq'li tenglamalar sistemasi bo'lgani uchun, dastlab, Kramer teoremasini tatbiq' Etamiz:

$$1) \det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 27 \neq 0 \text{ bo'lgani uchun - sistema aniq'.$$

YAgona echim Kramer formulalari yordamida topiladi:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}}{27} = -\frac{81}{27} = -3, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 7 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{27} = \frac{54}{27} = 2,$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{27} = \frac{27}{27} = 1. \quad \text{Sistema echimi: } (-3; 2; 1).$$

$$2) \det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0. \text{ Kramer teoremasiga ko'ra, sistema yoki aniq' mas}$$

yoki birgalikdamas. Kroneker-Kapelli teoremasiga murojaat Etib, sistema kengaytirilgan matritsasi rangini Gauss algoritmi yorda-mida aniq'laymiz:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 4 & 5 & -3 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{array} \right) \square \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & -5 & 9 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{9}{2} \end{array} \right) \square \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

$\text{rang}(A) = 2 = 2 = \text{rang}(A | B) < 3$ (noma'lumlar soni) shartlar bajarilgani uchun sistema aniq'mas Va q'uyidagi sistemaga teng kuchli:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = x_3 + 7 \\ 4x_1 + 5x_2 = 3x_3 - 5 \\ x_3 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

OHirgi sistemani Kramer formulasi yordamida echish mumkin:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} x_3 + 7 & 1 \\ 3x_3 - 5 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = -\frac{x_3 + 20}{7}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & x_3 + 7 \\ 4 & 3x_3 - 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{5x_3 + 9}{7}.$$

Sistema echimi: $\left(-\frac{x_3 + 20}{7}; \frac{5x_3 + 9}{7}; x_3\right), x_3 \in \mathbb{R}.$

3) $\det A = 0$ bo'lgani uchun sistema yoki aniq'mas yoki birgalikdamas.

Sistema kengaytirilgan matritsasi rangini nollar yig'ib, Hisoblaymiz:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 4 & 5 & -3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right) \square \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & -5 & 10 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{9}{2} \end{array}\right) \square \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right)$$

$\text{rang}(A) = 2 < 3 = \text{rang}(A | B)$ munosabat o'rinli bo'lgani uchun sistema birgalikdamas.

3. Bir jinsli chiziq'li tenglamalar sistemasining nolmas echimlari mavjudlik shartlari.

Agar (1) sistema tenglamalari barcha ozod Hadlari nolga teng bo'lsa, chiziq'li tenglamalar sistemasi bir jinsli sistema deyiladi. Agarda tenglamalar ozod Hadlaridan Hech bo'lmaganda bittasi noldan farq'li bo'lsa, sistema bir jinsli bo'lmagan sistema deb ataladi.

matritsali tenglama ko'rinishida yozish mumkin. Bu erda, $A = (a_{ik})$ - asosiy matritsa, V – ozod Hadlar ustun matritsasi Va H - noma'lumlar ustun matritsasi.

Sistemaning asosiy matritsasi A maHsusmas bo'lib, A^{-1} uning tes-kari matritsasi bo'lsin. $A \cdot X = B$ tenglama ikkala q'ismini chapdan tes-kari A^{-1} matritsaga ko'paytiramiz Va

$$A^{-1} \cdot A = E, E \cdot X = X$$

tenglilarni E'tiborga olsak,

$$X = A^{-1} \cdot B \quad (1)$$

tenglamani olamiz. (1) tenglama tenglamalar sistemasi echimini matritsa shaklda yozish yoki sistemani teskari matritsa usulida echish formulasi deyiladi. SHnday q'ilib, sistemani teskari matritsa usulida echish uchun A kVadrat matritsa teskarisi A^{-1} q'uriladi Va u chapdan ozod Hadlar matritssi V ga ko'paytiriladi.

Masala. Q'uyida berilgan chiziq'li tenglamalar sistemalarini teskari matritsa usulida eching:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 = 7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -6 \\ -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = -8 \end{cases}$$

$$1) X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Sistema echimi: $(9; -5)$.

2) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ q'ism matritsa rangi sistema rangiga teng bo'lgani uchun sistema dastlabki ko'rinishini unga teng kuchli q'uyidagi shakli bilan almashtiramiz:

$$\begin{cases} x_1 - 4x_3 = -2x_2 + 2 \\ 3x_1 + x_3 = -6x_2 + 5 \end{cases}$$

YUq'oridagi sistemani matritsalar usulini q'o'llab echish mumkin:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2x_2 + 2 \\ -6x_2 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_2 + \frac{22}{13} \\ -\frac{1}{13} \end{pmatrix}.$$

Sistema aniq'las bo'lib, umumiy echim ko'rinishlaridan biri $(-2x_2 + \frac{22}{13}; x_2; -\frac{1}{13})$ shaklda yozilishi mumkin. Bu erda, $H_2 \in \mathbb{R}$.

3) Sistema asosiy matritsasi teskarisini Jordan usulida aniq'laymiz:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{16} & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{16} & \frac{7}{8} & \frac{11}{16} \end{array} \right)$$

Sistema yagona echimini teskari matritsa usuli formulasini q'o'llab, q'uramiz:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{16} & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{7}{8} & \frac{11}{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sistema echimi: $(-2; -1; 2)$.

Har bir usul kabi teskari matritsa usuli o'zining afzallik Va noq'ulaylik jiHatlarga Ega. Bir nechta asosiy matritsalar aynan teng Va biri-biridan faq'at ozod Hadlari ustuni bilan farq' q'iluVchi sistemalarni teskari matritsa usulida echgan maq'sadga muVofiq'. CHunki, bir marta q'urilgan teskari matritsa mos ozod Hadlari ustuniga ko'paytiriladi Va

natija olinaveradi. Usulning noq'ulay jiHati teskari matritsa q'urish jarayoni bilan bog'liq' bo'lib, ayniq'sa, $\det A$ nolga yaq'in bo'lganda ko'p Honali sonlar uctida Hisob-kitoblarni talab Etadi.

Tayanch so'zlar Va iboralar

CHATS, tenglamalar sistemasi, chiziq'li algebraik tenglamalar sistemasi, determinant, matritsa, teskari matritsa, Kramer usuli.

Nazorat saVollari

1. Kramer usulining mohiyatini aytib bering.
2. YUq'ori tartibli determinantlarini hisoblashni q'anday koidalarini bilasiz?
3. Kramer usuli bilan determinantni hisoblashni 2 tartibli determinantlarga keltirish g'oyasini aytib bering.
4. Teskari matritsani Gauss usuli bilan hisoblash g'oyasini aytib bering

48

$$D_3 = \det(A) = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}/a_{11} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}/a_{11} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_{21}/a_{11} & d_{22}^{(1)} & d_{23}^{(1)} \\ a_{31}/a_{11} & d_{32}^{(1)} & d_{33}^{(1)} \end{vmatrix} = a_{11} D_2.$$

Bu erda

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \end{vmatrix}, a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}a_{1j}/a_{11} = \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{i1} & a_{ij} \end{vmatrix}.$$

SHuning uchun, $a_{ij}^{(1)} = a_{11}a_{ij} - a_{i1}a_{1j}$ desak,

$$D_3 = a_{11} \begin{vmatrix} \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \\ \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \end{vmatrix},$$

ya'ni

$$D_3 = \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \end{vmatrix}, a_{ij}^{(1)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{i1} & a_{ij} \end{vmatrix}.$$

Huddi shu kabi, iHtiyoriy n uchun q'uyidagi munosabatlarni hosil q'ilamiz:

$$D_n = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{a_{21}}{a_{11}} & a_{22}^{(1)} & a_{2n}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{n1}}{a_{11}} & a_{n2}^{(1)} & a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = a_{11} D_{n-1}, \alpha_{ij}^{(1)} = \frac{1}{a_{11}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{i1} & a_{ij} \end{vmatrix} = a_{ij}^{(1)} / a_{11},$$

$$D_{n-1} = \begin{vmatrix} \alpha_{23}^{(1)} \dots \alpha_{2n}^{(1)} \\ \dots \\ \alpha_{n2}^{(1)} \dots \alpha_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{11}^{n-1}} \begin{vmatrix} a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \dots a_{2n}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \dots a_{3n}^{(1)} \\ \dots & \dots \\ a_{n2}^{(1)} & a_{n3}^{(1)} \dots a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix}$$

$$D_n = a_{11} D_{n-1} = \frac{1}{a_{11}^{n-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

yoki

$$D_n = a_{11} D_{n-1} = a_{11} a_{22}^{(1)} D_{n-1} = \dots = a_{11} a_{22}^{(1)} \dots a_{nn}^{(n-1)}, \quad (6)$$

Misollar 2.

$$1. \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -5 & -7 \end{vmatrix} = -18.$$

$$2. \quad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{1} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & -5 & -7 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 18 \end{vmatrix} = -18.$$

Ko'rsatilgan misollar algoritmini to'g'riligini bildiradi.

$A^{-1}=B$ teskari matritsani hisoblash uchun kengaytirilgan $Ax=E$ matritsaViylenglamani q'araymiz. Uni bitta matritsali bir necha o'ng tomonli chiziq'li tenglamalar sistemasini deb q'arash mumkin, o'ng tomonlar birlik Vektorlar. Unga Gauss usulini q'o'llab $EX=X=B=A^{-1}$ munosabatni olamiz. SHunday q'ilib, teskari matritsani hisoblash uchun A matritsa yoniga birlik matritsani yozib kengaytirilgan matritsa tuzish kerak Ekan, hosil bo'lgan kengaytirilgan matritsani Gauss usulidagi Elementar almashtirishlar yordamida A matritsa o'rnida birlik matritsa hosil q'ilinguncha o'zgartirish kerak Ekan. SHunda E matritsa o'rnida A ga teskari matritsa hosil bo'lar Ekan.

Misol 3.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, A^{-1} = ?.$$

Teskari matritsani kengaytirilgan matritsa orq'ali topamiz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -7 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & -7 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -7 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 7 & -5 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -7 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{18} & -\frac{7}{18} & -\frac{5}{18} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \end{bmatrix}$$

Bu erdan, teskari matritsani topamiz:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} & \frac{7}{18} \\ \frac{1}{18} & -\frac{7}{18} & -\frac{5}{18} \\ \frac{7}{18} & -\frac{5}{18} & \frac{1}{18} \end{bmatrix}.$$

CHiziq'li tenglamalar sistemasini Gauss usulida echimlarini topish uchun Paskal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodi. Dasturda tenglamalar sistemasini,

determinantni, hamda teskari matritsani bir paytda Gauss usuli bilan hisoblash keltiriladi.

```
Program ChAlTS; //'CHATS'
Type mat=array [1..10, 1..11] of real;
  Vec=array [1..10] of real;
Var i, n, j, k: integer;
S: real; a1, a, b, c: mat; p, x: vec;
Procedure vvod (n: integer; var a: mat);
  Var i, j: integer;
  Begin
    For i:=1 to n do
      For j:=1 to n+1 do
        begin write('a[' ,i:2,j:2,']='); readln(a[i,j]);
          a1[i,j]:=a[i,j]; b[i,j]:=a[i,j];
        end;
      end;
  end;
procedure det(n:integer;var a1:mat;var s:real);
var i,j,k,k1:integer;
  p,r:real;
begin p:=1.0;
  for k:=1 to n-1 do begin k1:=k+1;s:=a1[k,k];j:=k;
    for i:=k1 to n-1 do begin r:=a1[i,k];
      if abs(r)>abs(s) then begin s:=r; j:=i end;
    end;
    if s=0.0 then exit;
    if j<>k then begin p:=-p;
      for i:=k to n do begin
        r:=a1[k,i];a1[k,i]:=a1[j,i];a1[j,i]:=r end;
      end;
      for j:=k1 to n do a1[k,j]:=a1[k,j]/s;
      for i:=k1 to n do begin r:=a1[i,k];
        for j:=k1 to n do a1[i,j]:=a1[i,j]-a1[k,j]*r;
      end;
    end;
    p:=p*s;
  end;
  s:=p*a1[n,n];
end;
  procedure inv(n:integer;var b:mat;var s:real);
var i,j,k:integer;r:real;
begin
  for i:=1 to n do begin
    for j:=n+1 to 2*n do b[i,j]:=0;
    b[i,i+n]:=1;
  end;
```

```

for k:=1 to n do begin s:=b[k,k];j:=k;
for i:=k+1 to n do begin r:=b[i,k];
if abs(r)>abs(s) then begin s:=r; j:=i; end;
end;
if s=0.0 then exit;
if j<>k then for i:=k to 2*n do
begin
r:=b[k,i];b[k,i]:=b[j,i];b[j,i]:=r
end;
for j:=k+1 to 2*n do b[k,j]:=b[k,j]/s;
for i:=k+1 to n do begin r:=b[i,k];
for j:=k+1 to 2*n do b[i,j]:=b[i,j]-b[k,j]*r;
end;
end;
if s<>0.0 then
for j:=n+1 to 2*n do
for i:=n-1 downto 1 do begin r:=b[i,j];
for k:=i+1 to n do r:=r-b[k,j]*b[i,k];
b[i,j]:=r;
end;
end;
procedure gauss(n:integer; var a:mat;var x:vec; var s:real);
var i,j,k,l,k1,n1:integer;
r:real;
begin n1:=n+1;
for k:=1 to n do begin k1:=k+1;s:=a[k,k];j:=k;
for i:=k1 to n do begin r:=a[i,k];
if abs(r)>abs(s) then begin s:=r;j:=i end;end;
if s=0.0 then exit;
if j<>k then for i:=k to n1 do begin
r:=a[k,i];a[k,i]:=a[j,i];a[j,i]:=r end;
for j:=k1 to n1 do a[k,j]:=a[k,j]/s;
for i:=k1 to n do begin r:=a[i,k];
for j:=k1 to n1 do a[i,j]:=a[i,j]-a[k,j]*r;
end;
end;
if s<>0.0 then
for i:=n downto 1 do begin s:=a[i,n1];
for j:=i+1 to n do s:=s-a[i,j]*x[j];x[i]:=s
end;
end;
PROCEDURE sss;
begin writeln('CHATS elemenlarini kiriting') ;END;
procedure dd;
begin writeln('-----Javoblar-----');

```

```

END;
begin    sss;write('n=?');readln(n);
vvod(n,a); dd; gauss(n,a,x,s);
for i:=1 to n do write('x['i,']=',x[i]:6:4,' ');writeln;
det(n,a1,s);    writeln('det(a)='s:6:4); inv(n,b,s);
if s<>0.0 then for i:=1 to n do
for j:=n+1 to 2*n do writeln('a',i:2,(j-n):2,'=',b[i,j]:3:3)
else writeln('det=0');
readln;
end.

```

Dastur yordamida Eksperiment o'tkazamiz: n=3 deb chiziq'li sistema Elementlarini kiritamiz Va jaVob olamiz:

```

-----'CHATS elemenlarini kiriting'----- n=?3
a[ 1 1]=1; a[ 1 2]=2 ; a[ 1 3]=3 ;a[ 1 4]=6 ; a[ 2 1]=2 ;a[ 2 2]=1; a[ 2 3]=2;
a[ 2 4]=5; a[ 3 1]=2 ; a[ 3 2]=2 ; a[ 3 3]=3; a[ 3 4]=7 ;

```

-----Javoblar-----

```

x[1]=1.0000 x[2]=1.0000 x[3]=1.0000    det(a)=1.0000
a 1 1=-1.000; a 1 2=0.000 ; a 1 3=1.000 ; a 2 1=-2.000; a 2 2=-3.000 ; a 2 3=4.000;
a 3 1=2.000 ; a 3 2=2.000 ; a 3 3=-3.000

```

Ko'rinib turibdiki, bu erda $AH=B$ ko'rinishdagi ushbu sistema echilgan:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}, x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$$

Tayanch so'zlar Va iboralar

CHATS, tenglamalar sistemasi, chiziq'li algebraik tenglamalar sistemasi, determinant, matritsa, teskari matritsa, Kramer usuli.

Nazariy saVollar Va topshiriq'lar.

1. Gauss usulining mohiyatini aytib bering.
2. YUq'ori tartibli determinantlarini hisoblashni q'anday koidalarini bilasiz?
3. Gauss usuli bilan determinantni hisoblashni 2 tartibli determinantlarga keltirish g'oyasini aytib bering.

Sonli differentsiallashtirish usullari. Differentsial tenglamalarni sonli usullar bilan taʼribiy echimlarini topish.

Sonli differentsiallashtirish usullari.

Funktsiya differentsiali tushunchasi.

Funktsiyaning birinchi Va ikkinchi tartibli differentsiali.

Sonli differentsiallashtirish usullari.

Funktsiyaning chekli airmali Hosilalari.

1. Taq'ribiy differentsiallashtirish masalasi.

Biror $[a, b]$ kesmada

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \quad (1)$$

nuq'talar to'plami berilgan Va bu nuq'talarda q'andaydir $y = f(x)$ funktsiyaning $y_i = f(x_i), i = 0, 1, 2, \dots, n$ q'iymatlari berilgan.

Taq'ribiy differentsiallashtirish masalasida $D^{(r)} f(x) = f^{(r)}(x)$ hosilani, integrallashtirish masalasida

$$J(f) = \int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^n p_i f(\xi_i) \quad (2)$$

integralni topish talab q'ilinadi. Bu erda $p_i, \xi_i, i = 0, 1, \dots, n$ – ko'rsatkichlar Va tugun nuq'talar, yig'indi taq'ribiy integrallashtirish yoki kvadratura formulasi deb aytiladi.

Bu ikkala masalada ham $y = f(x)$ funktsiyaning analitik ko'rinishi biror cheksiz yig'indi yoki integral ko'rinishida berilgan bo'lganda ham Vujudga keladi. Gap shundaki, yig'indi Va integral bilan berilgan funktsiyaning q'iymatlarini hisoblash q'iyin bo'lganligi uchun uning q'iymati chekli sondagi, masalan, $\{x_i\}$ nuq'talarda hisoblangach q'olgan nuq'talarda hisoblash uchun yangi lekin soddaroq funktsiya q'uriladi.

Bu ikki masala ham bir Hil usulda echiladi. Masalan, interpolatsiya formulalari

$$N_n(f; x), L_n(f; x), S_n(f; x)$$

ko'rib, ($N_n(f; x)$ Nyuton, $L_n(f; x)$ - Lagranj interpolatsiya ko'phadlari)

$$f'(x) \approx I_n'(f; x), J(f) = J(I_n(f; x))$$

deb olinadi. Bunda quyidagi hatoliklarga yo'l q'o'yiladi:

$$r_n(f; x) = f'(x) - I_n'(f; x) \quad (3)$$

$$r_n(f) = \int_a^b [f(x) - I_n(f; x)] dx = \int_a^b R_n(f; x) dx \quad (4)$$

K biror funktsiyalar to'plami bo'lsin. Agar

$$r_n(f) = 0, \quad f \in K \quad (5)$$

bo'lsa taq'ribiy integrallashtirish formulasi K to'plamda aniq' deyiladi. (4) formuladan ko'rinadiki, taq'ribiy integrallashtirish formulasi $K = P_n - n$ - darajali ko'phadlar to'plamida aniq' Ekan.

Taq'ribiy integrallash formulasiga boshq'acha ham tus berish mumkin. $N_n(f; x)$ o'rnida $L_n(f; x)$ olsak

$$I(f) \approx I(L_n(f; x)) = \sum_{i=0}^n p_i f(x_i) \quad (6)$$

ni hosil q'ilishingiz mumkin, bu erda

$$p_i = \int_a^b l_i(x) dx; \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (7)$$

Demak, taq'ribiy integrallash formulasining jumladan taq'ribiy differentsiallashtirish formulasini (6) ko'rinishida olish mumkin, masalan,

$$D(f) = f'(x) = \sum_{i=0}^n c_i f(x_i), \quad c_i = c_i(x) = l_i'(x), \quad . \quad (8)$$

SHu tarzda taq'ribiy differentsiallashtirish formulalarini, chekli ayirmali hosilalar $f'(x_i)$, $f''(x_i)$ larning taq'ribiy q'iymatlarini belgilaydigan formulalarni topamiz. Bunda nuq'talar teng uzoq'likda joylashgan deb faraz q'ilinadi.

Nyuton interpolatsiya formulasidan foydalanish

$$N_2(f; x) = f(x_0) + (x - x_0) f[x_0; x_1] + (x - x_0)(x - x_1) f[x_0; x_1; x_2]$$

Formuladan

$$f'(x_0) \approx N_2'(f; x_0) = \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h} \stackrel{\text{def}}{=} f_{x,0}' \equiv \Lambda_{x,0}' f(x_0) \quad (9)$$

$$f(x_1) \approx N_2(f; x_1) = \frac{f_2 - f_0}{2h} \stackrel{\text{def}}{=} f_{x,1} \equiv \Lambda_{x,1}^0 f(x_0) \quad (10)$$

$$f'(x_2) \approx N_2'(f; x_2) = \frac{f_0 - 4f_1 + 3f_2}{2h} \stackrel{\text{def}}{=} f_{x,2}' \equiv \Lambda_{x,2}' f(x_0) \quad (11)$$

$$f''(x_1) \approx N_2''(f; x_1) = \frac{f_0 - 2f_1 + f_2}{h^2} \stackrel{\text{def}}{=} f_{xx,1} \equiv \Lambda_{xx,1} f(x_0) \quad (12)$$

formulalarni hosil q'ilamiz. Bu tengliklarda o'ng tomondagi uchinchi ustun hosilalarning taq'ribiy q'iymatlari, to'rtinchi Va beshinchi ustun Esa bu taq'ribiy q'iymatlarning shartli belgilarini ifodalaydi. Bundan keyin def ifoda ta'rif bo'yicha degan ma'noni anglatadi.

$r_2^1(f; x) = R_2^1(f; x)$ Ekanligidan

$$r_2(f; x_i) = f^{(3)}(\xi)/3![(x_i - x_1)(x_i - x_2) + (x_i - x_0)(x_i - x_2) + (x_i - x_0)(x_i - x_1)]$$

shuning uchun

$$f^i(x_0) = \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h} + \frac{f^{(3)}(\xi)}{3} h^2 = f_{x,0}' + O(h^2) \quad (13)$$

$$f^1(x_1) = \frac{f_2 - f_0}{2h} - \frac{f^{(3)}(\xi)}{3} h^2 = f_{x,1} + O(h^2) \quad (14)$$

$$f^1(x_2) = \frac{f_0 - 4f_1 + 3f_2}{2h} + \frac{f^{(3)}(\xi)}{3}h^2 = f_{x,2} + O(h^2) \quad (15)$$

Q'uyida ko'ramizki,

$$f^{(2)}(x_1) = \frac{f_0 - 2f_1 + f_2}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi)h^2}{12} = f_{xx,1} + O(h^2) = \Lambda_{xx} f(x_1) + O(h^2) \quad (16)$$

(9) - (12) formulalar taq'ribiy differentsiallash formulasi yoki chekli ayirmali hosilalar deyiladi. (13) - (16) bu formulalarning Hatoliklarini ko'rsatadi. (14) birinchi tartibli markaziy hosila, (16) ikkinchi tartibli markaziy hosila deyiladi. Uchinchi hosila cheklangan funktsiyalar sinfida bu hosilalarning Hatoliklari boshq'alarnikidan ikki marta kichikligi ko'rinib turibdi.

2. Teylor formulasidan foydalanish.

Faraz q'ilyalik, funktsiya formulalarda maVjud uzluksiz hosilalarga Ega bo'lsin. Buning uchun $f(x) \in C^p[a; b]$, $p \leq 4$, bo'lishi biz uchun etarli.

AVValo, $f(x) \in C^2[a; b]$ deylik. Teylor formulasiga asosan,

$$f(x_i \pm h) = f(x_i) \pm hf'(x_i) + \frac{h^2}{12} f''(\xi_i)$$

Bu erdan

$$\pm f'(x_i) = \frac{f(x_i \pm h) - f(x_i)}{h} - \frac{1}{12} f''(\xi_i)h.$$

Endi $f(x) \in C^n[a; b]$ bo'lsin, u holda

$$f(x_i \pm h) = f(x_i) \pm hf'(x_i) + \frac{h^2}{2} f''(x_i) \pm \frac{h^3}{3!} f'''(x_i) \pm \frac{h^4}{4!} f^{IV}(\xi_i)$$

bu tengliklarni q'o'shib

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i + h) - 2f(x_i) + f(x_i - h)}{h^2} - \frac{h^2}{12} \left[\frac{f^{IV}(\xi_1) + f^{IV}(\xi_2)}{2} \right]$$

formulaga kelamiz. $f^{IV}(x) \in C^4[a; b]$ ligidan

$$f^{IV}(\xi_1) + f^{IV}(\xi_2) = 2f^{IV}(\xi)$$

tenglikni q'anoatlantiruvchi ξ nuq'ta mavjud. SHu bois

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i - h) - 2f(x_i) + f(x_i + h)}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi)}{12}h^2 = \Lambda_{xx} f(x_i) + O(h^2) \quad (19)$$

(16) formula isbot buldi. (13), (15) formulalar ham q'uyidagicha umumlashtirilishi mumkin

$$f'(x) = \frac{1}{2h} [f(x - 2h) - 4f(x - h) + 3f(x)] + O(h^2) = f_{x,0} = \Lambda_x^r f(x) + O(h^2),$$

$$f'(x) = \frac{1}{2h} [-3f(x) + 4f(x + h) - f(x + 2h)] + O(h^2) = \Lambda_x^l f(x) + O(h^2)$$

Yaratilgan barcha formulalarni bitta jadvalga yozamiz:

N ^o	Hosila	Chekli ayirmali Hosila	SHartli belgisi	Q'oldig'i
1	$f'(x_i)$	$\frac{f(x_i+h) - f(x_i)}{h}$	$f_{x,i} = \Lambda_x^+ f(x_i)$	$-hf''(\xi)/2$
2	$f'(x_i)$	$\frac{f(x_i+h) - f(x_i)}{h}$	$f_{x,i} = \Lambda_x^- f(x_i)$	$hf''(\xi)/2$
3	$f'(x_i)$	$\frac{f(x_i+h) - f(x_i-h)}{2h}$	$f_{x,i} = \Lambda_x^0 f(x_i)$	$h^2 f'''(\xi)/6$
4	$f'(x_0)$	$\frac{-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)}{2h}$	$f_{x,0} = \Lambda_x^r f(x_0)$	$h^2 f'''(\xi)/3$
5	$f'(x_n)$	$\frac{f(x_{n-2}) - 4f(x_{n-1}) + 3f(x_n)}{2h}$	$f_{x,n} = \Lambda_x^l f(x_n)$	$-h^2 f'''(\xi)/3$
6	$f'(x_i)$	$\frac{f(x_{i-1}) - 2f(x_i) + f(x_{i+1}))}{h^2}$	$f_{x,i} = \Lambda_{xx} f(x_i)$	$-h^2 f^{IV}(\xi)/12$

Bu taq'ribiy differentsialash formulalari tenglamalarni chekli ayirmali shemalar yordamida taq'ribiy echishda muhim rol uynaydi.

Misol 1. $y' = f(x, y), y(a) = y_0, a \leq x \leq b$, Koshi masalasini q'araylik. $[a, b]$ kesmada $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, nuq'talar to'plamini kiritamiz.

$y'(x_i) = f(x_i, y(x_i)), y(x_0) = y_0, a \leq x \leq b, y'(x_i) = (y(x_{i+1}) - y(x_i))/(h) + r_h = f(x_i, y(x_i))$ deb olamiz. Cheksiz kichik hadlarni tashlab yuborib $y_i \approx y(x_i)$ q'iymatlarni topish uchun Eyler formulasiga kelamiz: $y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i), i = 0, 1, \dots, n-1$, Ko'rinib turibdiki $y(x_i) - y_i = O(h)$.

Tayanch so'zlar Va iboralar

Funktsiya differentsiali, sonli differentsiallash, chekli ayirma, birinchi tartibli chekli ayirma, markaziy chekli ayirma

Nazariy savollar

1. Birinchi tartibli markaziy chekli ayirmali hosila Va q'oldig'i nimaga teng.
2. Birinchi tartibli chap chekli ayirmali hosila Va q'oldig'i nimaga teng.
3. Birinchi tartibli o'ng chekli ayirmali hosila Va q'oldig'i nimaga teng.
4. Ikkinchi tartibli birinchi chap Va o'ng chekli ayirmali hosila Va q'oldig'i nimaga teng.
5. Ikkinchi tartibli markaziy chekli ayirmali hosila Va q'oldig'i nimaga teng.

MA'RUZA – 9

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalarni Eyler usuli bilan echimini topish. Algoritmlar.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalarga ta'rif.

Koshi masalasini q'o'yilishi

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglama uchun Koshi masalasini sonli usullar bilan echimlarini topish

Eyler usuli

Birinchi tartibli, oddiy differentsial tenglamalarni sonli taq'ribiy usullar bilan echimlarini topish.

1. Oddiy differentsial tenglamalarga oid nazariy ma'lumotlar.

Ma'lumki, ko'pincha amaliy masalalarni echishda, dastlab uning matematik modeli fizik, mehanik, kimyoViy Va boshq'a q'onuniyatlar asosida tuziladi. Matematik model asosan algebraik, differentsial, integral Va boshq'a tenglamalardan iborat bo'ladi. Oddiy differentsial tenglamalar Esa juda ko'p muhandislik masalalarini echishda uchraydi. Demak, differentsial tenglamalarning ma'lum shartlarni q'anoatlantiruvchi echimlarini topish katta ahamiyatga ega.

Differentsial tenglamalar ikkita asosiy sinfga bo'linadi: *oddiy differentsial* tenglamalar Va *Hususiy hosilali differentsial* tenglamalar.

Hususiy hosilali differentsial tenglamalarga keyinroq batafsil to'rtalamiz.

Oddiy differentsial tenglamalarda faq'at bir o'zgaruvchiga bog'liq funktsiya Va uning hosilalari q'atnashadi, ya'ni

$$f(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

(1) tenglamada q'atnashuvchi hosilalarning Eng yuq'ori tartibi differentsial tenglamalarning *tartibi* deyiladi. Agar tenglama izlanuvchi funktsiya Va uning hosilalariga nisbatan chiziq'li bo'lsa, uni *chiziq'li differentsial* tenglama deyiladi.

Differentsial tenglamaning *umumiy echimi* deb, uni ayniyatga aylantiruvchi x Va n ta $c_1, c_2, \dots, c_n$ o'zgaruvchilarga bog'liq ixtiyoriy funktsiyaga aytiladi. Masalan (1) tenglamaning umumiy echimi $y = \varphi(x, c_1, c_2, \dots, c_n)$ ko'rinishdagi funktsiyalardan iborat. Agar $c_1, c_2, \dots, c_n$ o'zgaruvchilarga muayyan q'iymatlar berilsa, umumiy echimdan Hususiy echim hosil q'ilinadi. Hususiy echimni topish uchun $c_1, c_2, \dots, c_n$ o'zgaruvchilarning mos q'iymatlarini aniqlash lozim. Buning uchun Esa echimni q'anoatlantiruvchi q'o'shimcha shartlarga Ega bo'lishimiz kerak. Agar differentsial tenglama n -tartibli bo'lsa, yagona Hususiy echimni topish uchun Huddi shuncha q'o'shimcha shartlar kerak. Hususan, 1-tartibli tenglama $f(x, y, y') = 0$ ning umumiy echimi $y = \varphi(x, c)$ dagi s o'zgaruvchini topish uchun 1 ta q'o'shimcha shartning berilishi kifoya.

q'o'shimcha shartlar berilishiga ko'ra differentsial tenglamalar uchun 2 Hil masala q'o'yiladi:

1) *Koshi masalasi*

2) CHegaraViy masala.

Agar q'o'shimcha shartlar bitta $x=x_0$ nuq'tada berilsa, differentsial tenglamani echish uchun q'o'yilgan masala *Koshi masalasi* deyiladi. Koshi masalasidagi q'o'shimcha shartlar *boshlang'ich shartlar*, $x=x_0$ nuq'ta Esa *boshlang'ich nuq'ta* deb ataladi. Oddiy differentsial tenglamalarni echishning chizma, analitik, taq'ribiy Va sonli echish usullari mavjud.

Analitik usullarda differentsial tenglamaning echimlari aniq' formulalar orq'ali aniqlanadi.

Taq'ribiy usullarda differentsial tenglama Va q'o'shimcha shartlar u yoki bu darajada soddalashtirilib, masala osonroq' masalaga keltiriladi.

Sonli usullarda Esa echim analitik shaklda Emas, balki sonlar jadVali ko'rinishida olinadi. Albatta bunda differentsial tenglamalar oldin diskret tenglamalar bilan almashtirib olinadi. Natijada sonli usullar Vositasida olingan echim ham taq'ribiy bo'ladi.

Umuman olganda, oddiy differentsial tenglamalarning echimlarini analitik usul yordamida topish imkoni juda kam bo'lganligi uchun, amalda ko'pincha ularni sonli usullar yordamida taq'ribiy hisoblanadi.

q'uyida shunday usullardan Eyler Va Runge-Kutta usullarini ko'rib chiq'amiz.

2. Eyler usulining ishchi algoritmi Va dastur ta'minoti.

Q'uyidagi birinchi tartibli differentsial tenglama uchun Koshi masalasini $y'=f(x,y)$ (2)

$[a,b]$ oraliq'dagi $H_0=a$ nuq'tada $y_0=y(x_0)$, boshlang'ich shartni q'anoatlantiruvchi echimini topish lozim .

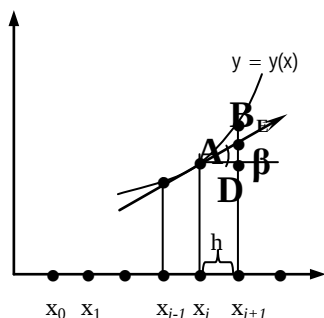
Koshi masalasini Eyler usuli yordamida echish uchun, dastlab differentsial tenglamaning echimi q'idiriladigan $[a,b]$ kesmani $x_1, x_2, \dots, x_n$ tugun nuq'talar bilan bo'laklarga bo'lamiz. Tugun nuq'talarning koordinatalari $x_{i+1}=a+(i+1)h$ ($i=0..n-1$) formula orq'ali aniqlanadi. Har bir tugunda $y(x_i)$ echimning q'iymatlarini chekli ayirmalar yordamida taq'ribiy y_i q'iymatlar bilan almashtiriladi.

(2) differentsial tenglamani H_i nuq'ta uchun yozib $y'(x_i) = f(x_i, y(x_i))$ olib, $y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h}$ chekli ayirmali formuladan foydalanamiz Va natijada q'uyidagi Eyler formulasiga Ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} y(x_{i+1}) = y(x_i) - h \cdot f(x_i, y(x_i)) \\ x_{i+1} = x_i + h, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Ma'lumki, $y=f(x)$ funktsiyaning $x=x_0$ nuq'ta atrofidagi Teylor q'atoriga yoyilmasidan boshidagi ikkita Had bilan chegaralanib, birinchi tartibli Hosila q'atnashgan Hadni aniq'lash natijasida q'uyidagi chekli ayirmali formulani Hosil q'ilish mumkin:

$$y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h} \quad (3)$$



Ushbu almashtirishning geometrik ma'nosi q'uyidagicha:
Hosilaning geometrik ma'nosiga ko'ra

$$y'(x_i) = \operatorname{tg} \beta = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{h}$$

(3) dan

$$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = \frac{BD}{h} = \frac{ED}{h} + \frac{BE}{h} = y'(x_i) + \frac{BE}{h}$$

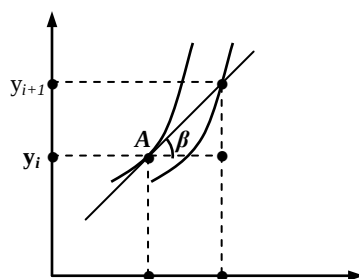
Demak, chekli ayirmalar formulasi Hosilaning asl q'iymatidan BE/h ga farq q'iladi, ya'ni BE q'ancha kichik bo'lsa, chekli ayirma y' Hosilaga shuncha yaq'in bo'ladi. Rasmdan $h \rightarrow 0$ da $BE \rightarrow 0$ Ekanini ko'rish mumkin. (2) Va (3) dan $y'_i = f(x_i, y_i)$ Ekanini Hisobga olib, q'uyidagini Hosil q'ilamiz:

$$y'_{i+1} \approx y_{i+1} + h \cdot f(x_i, y_i) \quad (4)$$

Hosil q'ilingan (4) formula Eyler usulining asosiy ishchi formulasi bo'lib, uning yordamida tugun nuq'talarga mos bo'lgan differentsial tenglamaning y_i Hususiy echimlarini topish mumkin. YUq'oridagi formuladan ko'rinib turibdiki, y_{i+1} echimni topish uchun y_i echimnigina bilish kifoya. Demak, Eyler usuli bir q'adamli usullar jumlasiga kiradi.

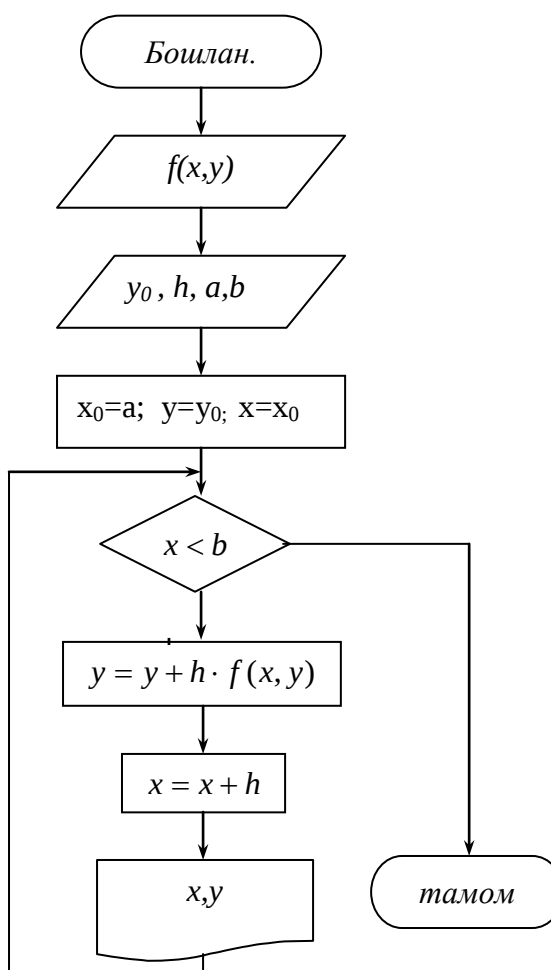
Eyler usulining *geometrik ma'nosi* q'uyidagicha:

A nuq'ta $x=x_i$ nuq'taga mos keltirilgan echim bo'lsin. Bu nuq'tadan integral chiziq'q'='a o'tkazilgan urinma x_{i+1} nuq'tada boshq'a integral chizig'ida y_{i+1} echimni aniq'laydi.



Urinmaning og'maligi $\beta \cdot y'_i = f(x_i, y_i)$ Hosila bilan aniq'lanadi. Demak, Eyler usulidagi yo'l q'o'yilgan asosiy Hatolik echimni bir integral chizig'idan boshq'asiga o'tkazib yuborishi bilan Harakterlanadi.

Eyler usulining algoritmini blok-sHemali ifodasi



Algoritmning Pascal dasturlash tilidagi matni:

```

Program Euler;
var a,b,x0,y0,x,y,h:real;
Function f(x,y:real):real;
Begin
f:=<funktsiya kurinishi>;
end;
  
```

```

Begin
Write('a,b='); readln(a,b);
Write('y0='); readln(y0);
x0:=a;
Write('h=');readln(h);
writeln('x0=',x0,' y0=', y0 );
x:=x0;y:=y0;
while x< b do
begin
y:=y+h*f(x,y);
Writeln('x=',x; ' y=',y);
x:=x+h; end; Readln; end.

```

Nazariy saVollar:

1. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglamaga ta'rif bering
2. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglama echimlarining geometrik ma'nosi
3. Koshi masalasining q'o'yilishi

Runge – Kutta usuli. Koshi masalasi echimini topish. Algoritmlar.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalar uchun Koshi masalasini q'o'yilishi. Runge-Kutta usuli.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglama uchun Koshi masalasini sonli usullar bilan echimlarini topish

Runge-Kutta usulining Algoritmi

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalar uchun Koshi masalasini q'o'yilishi. Runge-Kutta usuli.

Bir q'adamli oshkor usullarning boshq'a bir necha Hillari Ham majud bo'lib, ularning ichida amalda Eng ko'p ishlatiladigani Runge-Kutta usuli Hisoblanadi. Demak, q'uyidagi birinchi tartibli differentsial tenglama uchun Koshi masalasini $y'=f(x,y)$ (2) $[a,b]$ oraliq'dagi $H_0=a$ nuq'tada $y_0=y(x_0)$, boshlang'ich shartni q'anoatlantiruvchi echimini topish lozim .

Koshi masalasini Runge-Kutta usuli yordamida echish uchun, dastlab differentsial tenglamaning echimi q'idiriladigan $[a,b]$ kesmani $x_1, x_2, \dots, x_n$ tugun nuq'talar bilan bo'laklarga bo'lamiz. Tugun nuq'talarning koordinatalari $x_{i+1}=a+(i+1)h$ ($i=0..n-1$) formula orq'ali aniq'lanadi. Har bir tugunda $y(x_i)$ echimning q'iymatlarini chekli ayirmalar yordamida taq'ribiy y_i q'iymatlar bilan almashtiriladi.

(2) differentsial tenglamani H_i nuq'ta uchun yozib $y'(x_i) = f(x_i, y(x_i))$ olib, $y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h}$ chekli ayirmali formuladan foydalanamiz.

Runge-Kutta usulining shartiga ko'ra Har bir yangi x_{i+1} tugun nuq'tadagi y_{i+1} echimni topish uchun $f(x,y)$ funktsiyani 4 marta Har Hil argumentlar uchun Hisoblash kerak. Bu jiHatdan Runge-Kutta usuli Hisoblash uchun nisbatan ko'p

Vaq't talab q'iladi. Lekin Eyler usulidan ko'ra aniq'ligi yuq'ori bo'lganligi uchun, undan amalda keng foydalaniladi.

Usulning ishchi formulasi q'uyidagicha yoziladi:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3) \quad i = 0, 1, \dots$$

bu erda $k_0 = f(x_i, y_i)$;

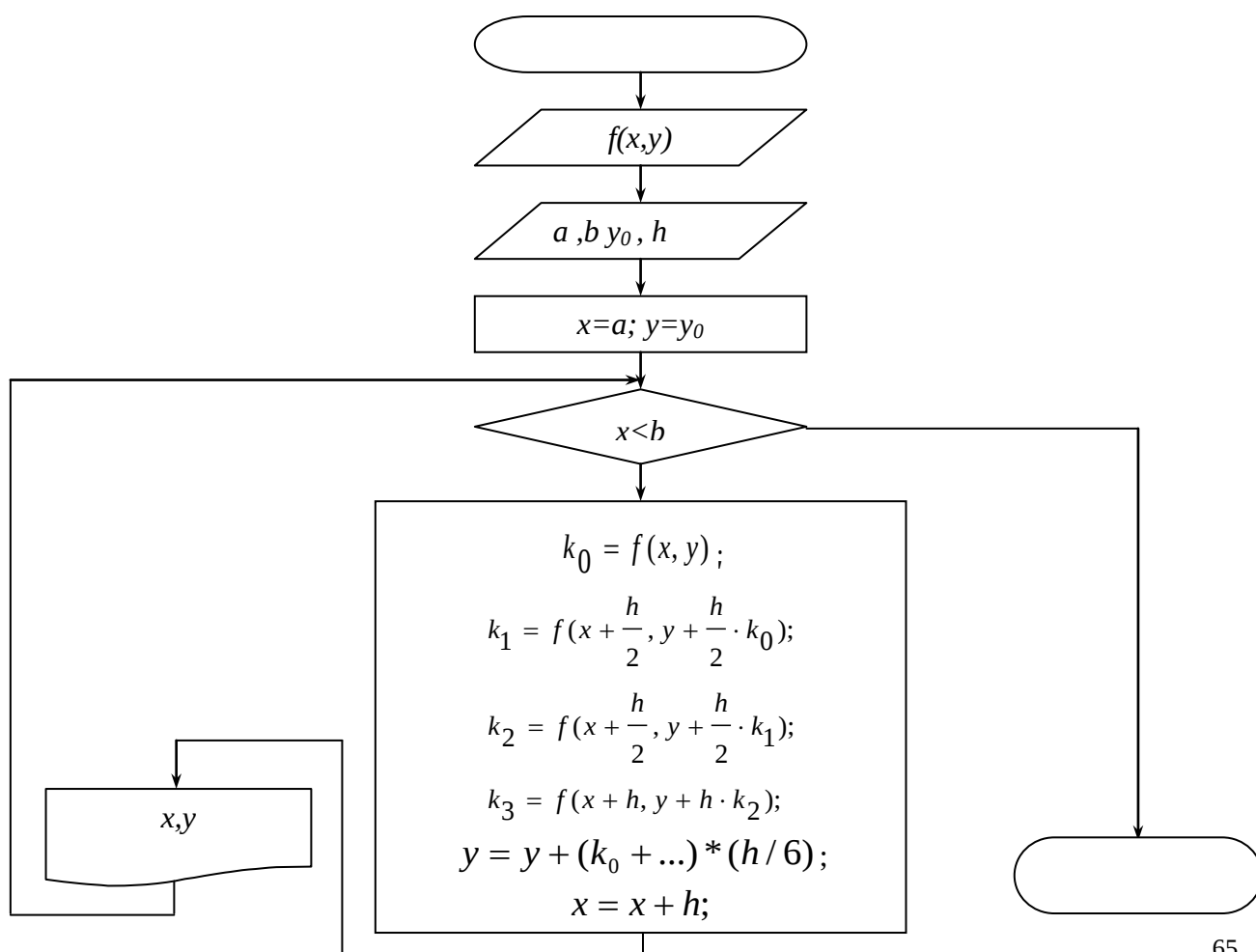
$$k_1 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_0\right);$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_1\right);$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i + h \cdot k_2);$$

Demak, formulalardan ko'rinib turibdiki, Eyler usuli birinchi tartibli Runge-Kutta usuliga mos keladi.

Runge-Kutta usulining algoritmini blok-sHemali ifodasi



Algoritmning Pascal dasturlash tilidagi matni:

```
Program R__kutta;  
var a,b,x0,y0,h,x,y,k0,k1,k2,k3:real;  
function f(x,y:real):real;  
begin  
    f:=. . .;  
end;
```

Begin

```
Write('a,b=');readln(a,b);  
  
Write('y0,h=');readln(y0,h);  
x:=a;y:=y0;  
while x<b do  
begin  
    k0:=f(x,y);  
    k1:=f(x+h/2,y+h*k0/2);  
    k2:=f(x+h/2,y+h*k1/2);  
    k3:=f(x+h,y+h*k2);  
y:=y+(k0+2*k1+2*k2+k3)*(h/6);  
x:=x+h;  
Writeln('x=',x,' y=',y );  
end;  
readln;  
end.
```

Tajriba ishidan olingan natijalar Va ularning taHlili.

YUq'orida ko'rib chiq'ilgan dasturlarning to'g'riligini Va usullarning aniq'lik darajasini tekshirish uchun bitta iHtiyoriy tenglama olamiz. Aniq' echimni analitik usulda Hisoblash q'ulay bo'lishi uchun q'uyidagi tenglamani ko'rib chiq'amiz.

$y' = \cos x$ tenglamani $[0,1]$ oraliq'da $h=0.1$ q'adam bilan $y(0)=1$ boshlang'ich shartni q'anoatlantiruvchi echimni topish kerak.

YUq'oridagi dasturlarga kerakli q'iymatlarni kiritamiz. $x_0 = 0$; $y_0 = 1$;

$f(x) = \cos x$; $a = 0$; $b = 1$; $h = 0.1$

$y' = \cos x$ uchun aniq' echim sifatida $y = \sin x + c$ ni olamiz. Boshlang'ich shartlarni q'o'ysak, $1 = \sin 0 + c = 1$ Demak, $y = \sin x + 1$.

Olingan natijalarga mos q'ymatlardan iborat jadVal tuzamiz.

x_i	<i>Eyler usuli uchun</i>	Runge-Kutta usuli uchun	Aniq' echim
0.1	1,1000	1,0998	1,0998
0.2	1,1995	1,1986	1,1986
0.3	1,2975	1,2955	1,2955
0.4	1,3930	1,3894	1,3894
0.5	1,4851	1,4794	1,4794
0.6	1,5729	1,5646	1,5466
0.7	1,6554	1,6442	1,6442
0.8	1,7319	1,7173	1,7173
0.9	1,8015	1,7833	1,7833
1	1,8637	1,8414	1,8414

Natijalardan ko'rinib turibdiki, Runge - Kutta usulidan olingan natijalar Eyler usulidan olingan natijalarga ko'ra aniq' echimga ancha yaq'indir.

Nazorat saVollari

1. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglama echimlarini Runge-Kutta usuli bilan topish
2. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglama echimlarini Runge-kutta usuli bilan topishni geometrik ma'nosi

Integral Hisoblashni sonli usullari. To'g'ri to'rtburchak usuli.

Aniq' integralni geometrik ma'nosi. Taq'ribiy echim tushunchasi

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashning ma'nosi.

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashda to'g'ri to'rtburchak formulasini

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashni to'g'ri to'rtburchak formulasida o'ngdan Va chapdan Hisoblash

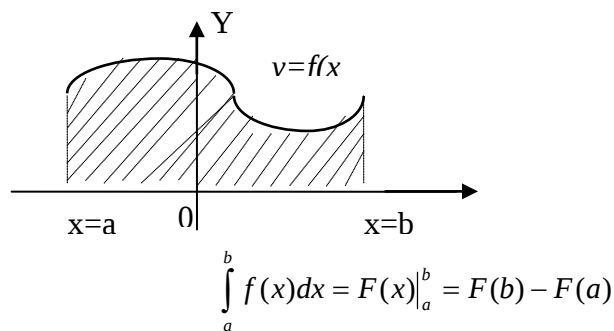
Ma'lumki, berilgan funktsiyaning xosilasini topish amali differentsiallash deb atalib, uning uchun boshlang'ich funktsiyani topishdan iborat teskari amal integrallash deb ataladi (lotincha-*integrare*-tiklash degan ma'noni bildiradi). Amalda ko'pgina funktsiyalarning boshlang'ich funktsiyalarini formulalar bilan xisoblash imkoni xamma Vaq't xam bo'la Vermaydi. SHuning uchun bu funktsiyalarning aniq' integrallarini ba'zan taq'ribiy usullar bilan xisoblash zaruriyati tug'iladi.

Aniq' integrallarni taq'ribiy xisoblash Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzi xaq'idagi masalaning geometrik echimi bilan uzviy bog'liq'dir. Q'uyidan oH o'q'dagi $[a, V]$ kesma bilan, yuq'oridan musbat q'iyimat q'abul q'iladigan $u=f(x)$ uzluksiz funktsiyaning grafigi bilan, yon tomonlardan $H=a$ Va $H=V$ to'g'ri chiziq'larning kesmalari bilan chegaralangan figurani Egri chiziq'li trapetsiya deyiladi. $[a, V]$ kesmani Esa Egri chiziq'li trapetsiyaning asoslari deyiladi. Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzini

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

bilan ifodalash mumkin. YUq'orida ta'kidlanganidek boshlang'ich funktsiyani integrallash q'oidalari Va formulalar yordamida xisoblash imkoni bo'lmaganda uni integral yig'indilar yordamida taq'riban xisoblanadi.

Aniq' integralni geometrik ma'nosi Egri chiziq' bilan H o'q'i Hosil q'ilgan Va q'uuda keltirilgan yuza bilan ifodalanadi. Aniq' integralni q'iyimati Nyuton-Leybnits formulasi bilan Hisoblanadi:



Aniq' integralni Hisoblash natijasi Har doim Ham aniq' formulalar bilan ifodalanaVermaydi. Bunday Holatlarda aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullaridan foydalanish kerak bo'ladi.

2. Aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullari. To'g'ri to'rtburchak usuli.

Integral tariHan Egri chiziq'lar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzini xisoblash munosabati bilan kelib chiq'q'an. Trapetsiyaning asosi bo'lgan $[a;b]$ kesmani $H_1, H_2, \dots, H_n$ nuq'talar bilan n ta kesmalarga bo'lamiz. U xolda bo'linish oralig'i uzunligi $h=(b-a)/n$ formula bilan ifodalanadi. $H_0=a$ desak, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq'talarni belgilab olamiz, bunda $i=1,2,3,\dots,n$. $x_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ nuq'talardan chegaraViy Egri chiziq' bilan kesishgunga q'adar Vertikal parallel to'g'ri chiziq'lar o'tkazamiz Va kesishish nuq'talarining ordinatalarini q'uyidagicha $u(H_1), u(H_2), \dots, u(H_i), \dots$ kabi belgilaymiz. Xar bir oraliq'dagi oordinatasi uzunligi $u(H_i)$ ga teng to'g'ri to'rtburchakning yuzalarini topamiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

n ta to'g'ri to'rtburchakning yuzini q'o'shamiz:

$$S = h \cdot (y(x_1) + y(x_2) + y(x_3) + \dots + y(x_n))$$

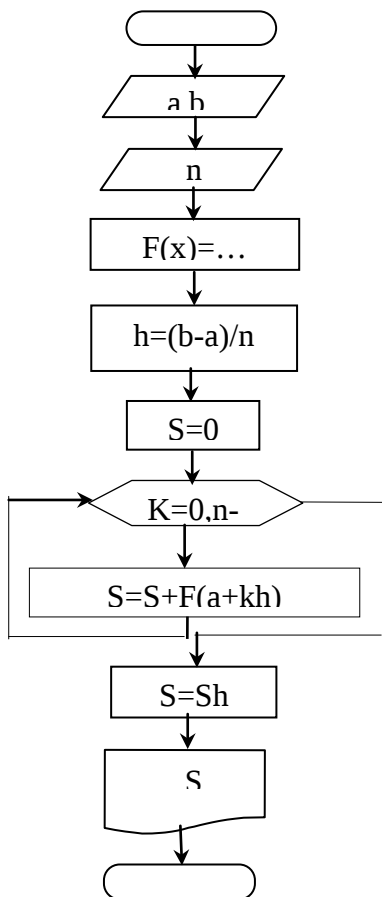
YUzalarni xisoblashda $k=1,2,\dots,n$ deb olsak, Vertikal to'g'ri chiziq'larga nisbatan o'ng tomondagi to'g'ri to'rtburchaklar olingani uchun o'ng to'g'ri to'rtburchaklar usulining formulasi kelib chiq'adi:

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx h[f(a) + f(a+h) + \dots + f(a+n \cdot h)] = h \cdot \sum_{k=1}^n f(a+kh) \quad i=0,1,2,\dots,n-1 \text{ deb}$$

olsak, Vertikal to'g'ri chiziq'larga nisbatan chap tomondagi to'g'ri to'rtburchaklar olingani uchun chap to'g'ri to'rtburchaklar usulining frmulasi kelib chiq'adi.

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h[f(a+h) + \dots + f(a+(i-1)h)] = h \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f(a+kh);$$

Aniq' integralni to'g'ri to'rtburchak usuli bilan Hisoblash algoritmini blok-sHemalar bilan ifodalanishi.



Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodi.

```

program Turtburchak ;
var a,b,s, h:real;
n,k:byte;
function F(x:real):real;
begin F:=.... end;
begin writeln ('a,b='); readln (a,b);
      writeln('n='); readln (n);
      h:=(b-a)/n;
      s:=0;
      for k:=0 to n-1 do
        s:=s+f(a+k*h);

      s:=s*h;
      writeln('integral q'iymati=',s);
end.
  
```

Nazorat saVollari

1. Aniq' integralning geometrik ma'nosi
2. Nyuton-Leybnits formulasi
3. To'g'ri to'rtburchak usulining geometrik ma'nosi
4. To'g'ri to'rtburchak usulida o'ngdan Va chapdan Hisoblash ma'nosi

MA'RUZA – 12

Trapetsiya usuli. Algoritmalar.

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashning ma'nosi.

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashda trapetsiya formulasi

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashni trapetsiya usulining geometrik ma'nosi

Algoritm. Dastur kodi

Aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullari

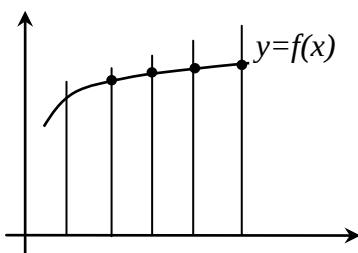
Integral tariqan Egri chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzini xisoblash munosabati bilan kelib chiq'q'an. Trapetsiyaning asosi bo'lgan $[a;b]$ kesmani $H_1, H_2, \dots, H_n$ nuq'talar bilan n ta kesmalarga bo'lamiz. U xolda bo'linish oralig'i uzunligi $h=(b-a)/n$ formula bilan ifodalanadi. $H_0=a$ desak, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq'talarni belgilab olamiz, bunda $i=1,2,3,\dots,n$. $x_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ nuq'talardan chegaraViy Egri chiziq' bilan kesishgunga q'adar Vertikal parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz Va kesishish nuq'talarining ordinatalarini quyidagicha $u(H_1), u(H_2), \dots, u(H_i), \dots$ kabi belgilaymiz. Xar bir oraliq'dagi oordinatasi uzunligi $u(H_i)$ ga teng to'g'ri to'rtburchakning yuzalarini topamiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashning trapetsiya usuli

Bu usulda xam to'g'ri to'rtburchaklar usulidagi kabi $[a,b]$ kesmani $a = x_0, x_1, \dots, x_n = b$ nuq'talar bilan n ta teng bo'lakka bo'lamiz. Xar bir tugun nuq'talar orasidagi masofa $h=(b-a)/n$ formula bilan aniq'lanadi.

$[a,b]$ kesmani bo'luVchi nuq'talardan chegaraViy Egri chiziq' bilan kesishgunga q'adar perpendikulyar o'tkazamiz. Egri chiziq' mos nuq'talarining ordinatalarini $y_0=f(x_0), y_1=f(x_1), \dots, y_{n-1}=f(x_{n-1}), y_n=f(x_n)$ deb xisoblab olamiz.



$$a=x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad b=x_n$$

Perpendikulyarlarning $y=f(x)$ chiziq' bilan kesishgan q'o'shni nuq'talarini Vatarlar bilan birlashtiramiz Va xosil q'ilingan xar bir to'g'ri chiziq'li trapetsiyalarning yuzini topamiz:

$$\frac{y_0 + y_1}{2} \cdot h; \quad \frac{y_1 + y_2}{2} \cdot h; \quad \dots \quad \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot h;$$

Barcha n ta trapetsiya yuzini q'o'shamiz

$$S = h \left[\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{y_n}{2} \right]$$

Demak. Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzi taq'riban q'uyidagiga teng

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right)$$

yoki $y_0=f(a)$, $y_n=f(b)$, $x_i=a+ih$ desak, trapetsiya usulining ishchi formulasi

$$S = \int_a^b f(x) dx = h \cdot \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f(a + kh) \right]$$

bo'ladi.

Aniq' integrallarni taq'ribiy xisoblashning barcha usullarida (a,b) integrallash oralig'ini bo'linishlar sonini (nni)orttirish tufayli Hatolik miq'dorini kamaytirish mumkin, chunki bo'linishlar natijasida xosil bo'lgan yuza q'anchalik kichik bo'lsa, formula orq'ali topayotgan figuraning yuzi Egri chiziq'li trapetsiyaning yuziga shunchalik yaq'in bo'ladi.

Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodi.

Program Trapetsia;

var a,b,h,S:real;

 n,k:byte;

function f(x:real):real;

 begin f:= end;

begin

 write('integrallash chegaralarini ,a,b=');

 readln(a,b);

 write(' bo'laklar soni , n=');

 readln(n);

 h:=(b-a)/N;

 s:=0;

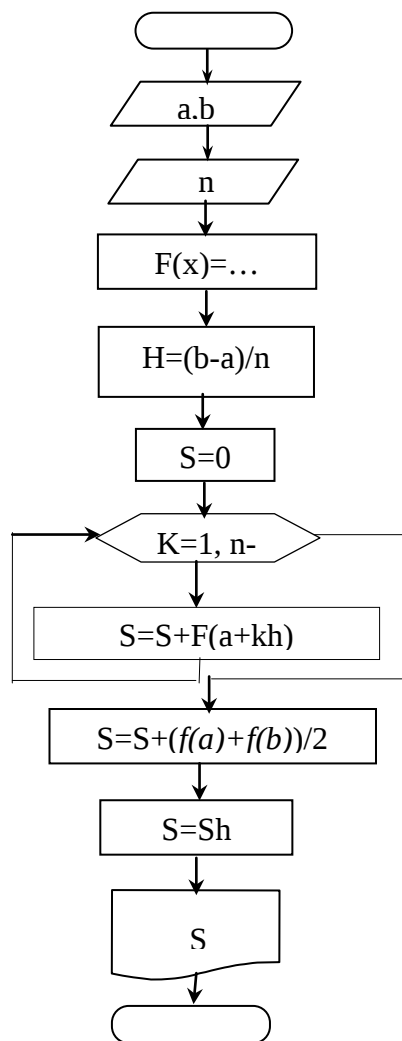
 for k:=1 to n-1 do

```

s:=s+f(a+k*h);
s:=s+(f(a)+f(b))/2;
s:=s*h;
writeln(' integral q'iymati , s=',s);
end.

```

Trapetsiya usuli algoritmini blok-sHemalar bilan ifodalanishi.



Nazorat saVollari

1. Aniq' integralni to'g'ri to'rtburchak usuli bilan Hisoblash formulasida Hisoblash Hatoligi
2. Aniq' integralni trapetsiya usuliningbilan Hisoblash formulasida Hisoblash Hatoligi.
3. To'g'ri to'rtburchak Va trapetsiya usullarining faq'lanishi

MA'RUZA – 13

Simpson usuli. Algoritmlar.

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashning ma'nosi.

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashda Simpson formulasi

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashni Simpson usulining geometrik ma'nosi

Algoritm. Dastur kodi

Aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullari

Integral tarihan Egri chiziq'lar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzini xisoblash munosabati bilan kelib chiq'q'an. Trapetsiyaning asosi bo'lgan $[a;b]$ kesmani $H_1, H_2, \dots, H_n$ nuq'talar bilan n ta kesmalarga bo'lamiz. U xolda bo'linish oralig'i uzunligi $h=(b-a)/n$ formula bilan ifodalanadi. $H_0=a$ desak, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq'talarni belgilab olamiz, bunda $i=1,2,3,\dots,n$. $x_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ nuq'talardan chegaraViy Egri chiziq' bilan kesishgunga q'adar Vertikal parallel to'g'ri chiziq'lar o'tkazamiz Va kesishish nuq'talarining ordinatalarini q'uyidagicha $u(H_1), u(H_2), \dots, u(H_i), \dots$ kabi belgilaymiz. Xar bir oraliq'dagi oordinatasi uzunligi $u(H_i)$ ga teng to'g'ri to'rtburchakning yuzalarini topamiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

Aniq' integralni taq'ribiy Hisoblashning Simpson usuli

Aniq' integral q'iymatini taq'ribiy Hisoblash usullari orasida Simpson usuli aniq'roq' natija olish imkoniyatini beradi. $[a,V]$ kesmani uzunligini $h=(b-a)/2n$ ga teng bo'lgan $2n$ ta juft bo'lakka $H_1, H_2, \dots, H_{2n-1}$ nuq'talar orq'ali ajratamiz. Bunda $[H_0, H_2], [H_2, H_4], \dots, [H_{2n-2}, H_{2n}]$ kesmalar Hosil bo'ladi. Bu erda $H_0=a, x_{2n}=b$ bo'ladi. Bu kesmalarning o'rtalari mos ravishda $H_1, H_3, \dots, H_{2n-1}$ nuq'talar bo'ladi. U xolda asosiy xisoblanuvchi integralni

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \dots + \int_{x_{2n-2}}^{x_{2n}} f(x)dx$$

integral yig'indiga ajratamiz.

Xar bir $[H_{2i}, H_{2i+2}]$ ($i=0$ dan $n-1$ gacha) kesmalarda (H_{2i}, Y_{2i}) , (H_{2i+1}, Y_{2i+1}) , (H_{2i+2}, Y_{2i+2}) nuq'talar orq'ali xamma Vaq't parabola o'tkazish mumkin, shu bilan birga bunday parabola $[H_{2i}, H_{2i+2}]$ kesmada faq'at bitta bo'ladi. YOrdamchi parabola bilan chegaralangan Egri chiziq'li trapetsiya yuzi taq'riban berilgan Egri chiziq'li trapetsiyaning yuziga teng, ya'ni

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} (Ax^2 + Bx + C)dx$$

Parabolaga tegishli xar uchta nuq'ta uchun yuq'oridagi tenglamani yozamiz:

$$\begin{cases} Ax_{2i}^2 + Bx_{2i} + C = y_{2i} \\ Ax_{2i+1} + Bx_{2i+1} + C = y_{2i+1} \\ Ax_{2i+2} + Bx_{2i+2} + C = y_{2i+2} \end{cases}$$

Xosil bo'lgan A,B,C noma'lumli uchta tenglamalar sistemasini echib, A,B,C larning q'iymatini integral ifodaga q'o'yib, integralni xisoblaymiz. Xar bir kesmalar uchun ularning q'iymatini q'o'shib, parabolalar usuliga mos formulani xosil q'ilamiz. Natijada q'uida keltirilgan formulaga Ega bo'lamiz:

$$S = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \left[f(a) + f(b) + 2 \cdot \sum_{k=1}^n f(a + (2k-1)h) + 4 \cdot \sum_{k=1}^n f(a + 2kh) \right];$$

bu erda $h=(b-a)/2n$.

Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur kodi.

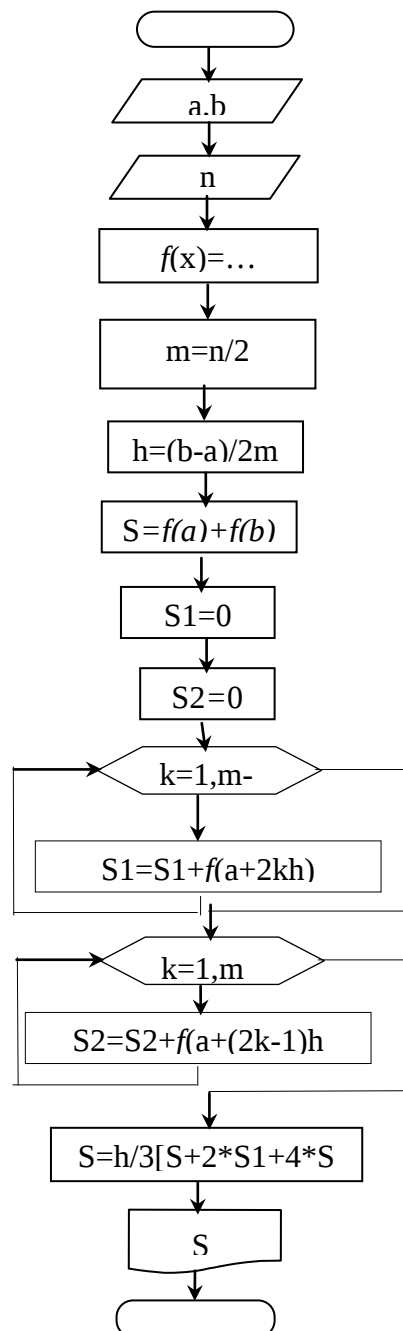
Program simpson ;
var a,b,h,s,s1,s2:real;

```

k,m,n:byte;
function f(x:real):real;
begin f:=... end;
begin
write('a,b integrallash chegaralari'); readln( a,b);
write('n='); readln(n);
m:=n*2; h:=(b-a)/m; s:=f(a)+f(b); s1:=0; s2:=0;
for k:=1 to m-1 do s1:=s1+f(a+2*k*h);
for k:=1 to m do s2:=s2+f(a+(2*k-1)*h);
s:=h/3*(s+2*s1+4*s2);
writeln('s=',s);
end.

```

Simpson usuli algoritmini blok-sHema bilan ifodalanishi.



5. Olingan natijalar Va ularning taxlili

Ishlab chiq'ilgan algoritmlarning Va yaratilgan dasturlarning to'g'riligini tekshirib ko'rish uchun q'uidagi test misolida berilgan integralni Hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 (x^3 + 2x^2 - x + 5)dx = \frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x \Big|_0^1 = \\ &= \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 5 = 5 + \frac{3+8}{12} - \frac{1}{2} = 5 + \frac{11}{12} - \frac{1}{2} = \\ &= 5 + \frac{11-6}{12} = 5 \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Integralning aniq q'iymati $5\frac{5}{12}$ yoki 5,41(6) ga teng.

Algoritmni ishlatish uchun integrallash chegaralarini aniq'lab integrallash oralig'ini 20 bo'lakka bo'lamiz:

a=0, b=1

n=20

Berilgan q'iymatlarni kiritib, yuq'orida keltirilgan algoritmlar asosida yaratilgan dastur kodlarini kompyuterga kiritamiz. Q'uidagi natijalarga Ega bo'lamiz:

- 1) To'g'ri to'rtburchak usuli bilan olingan natija: s=5,41566723
- 2) Trapetsiya usuli bilan olingan natija: s=5,4236673
- 3) Simpson usuli bilan olingan natija: s=5,4166666

Nazariy saVollar Va topshiriq'lar

1. CHap Va ung to'g'ri to'rtburchaklar formulasini yozing.
2. Markaziy to'g'ri turtburchaklar formulasini yozing.
3. Trapetsiya formulasini yozing.
4. Simpson formulasini yozing.

Interpolyatsiya masalalari. Lagranj interpolyatsiya ko'pHadi. Gauss interpolyatsiya ko'pHadi. Algoritmlar.

Interpolyatsiya masalalari. Interpolyatsiya masalasini q'o'ilishi
Gauss interpolyatsiya formulalari.
Lagranj interpolyatsiya formulalari yordamida ko'pHadi tuzish
Algoritmlar

Interpolyatsiya masalasini q'o'yilishi.

$U=f(X)$ funktsiya jadVal ko'rinishda berilgan bo'lsin:

H	H₀	H₁	...				H_n
U	U₀	U₁	...				U_n

$f(X)$ funktsiya $[a,b]$ oraliq'da aniq'langan bo'lib Va funktsiya q'iymatlari oraliq'ni $H_0, H_1 \dots H_n$ nuq'talarida ma'lum bo'lsin. Funktsiya q'iymatlarini $U_0, U_1, \dots U_n$ belgilaymiz Va $U_1 = f(X_1), U_2 = f(X_2), \dots U_n = f(X_n)$. Bunda $H_0, H_1 \dots H_n$ nuq'talar interpolyatsiya nuq'talari deb ataladi. Maq'sad, shunday ko'pHadi tuzish lozimki, uning interpolyatsiya nuq'talaridagi q'iymatlari shu nuq'talardagi funktsiya q'iymatlari bilan bir Hil bo'lishi kerak Va tuziladigan ko'pHadi darajasi interpolyatsiya nuq'talari sonidan bitta kam bo'lishi lozim. Demak jadVal ko'rinishida berilgan $U=f(X)$ funktsiya uchun Hosil bo'ladigan interpolyatsiyaloVchi formuladan, argumentning interpolyatsiya nuq'talaridan farq'lanadigan q'iymatlari uchun $f(X)$ ni Hisoblashda foydalanish mumkin.

Misol:

Harorat T ni Vaq't t bilan shunday bog'lanish formulasini topish kerakki, 0 dan 30 min. gacha bo'lgan iHtiyoriy Vaq't orasida T ni mos q'iymatini topish mumkin bo'lsin. T bilan t ni bog'lanishi q'uyidagi jadVal bilan berilgan:

t	0'	10'	20'	30'
T	60°	90°	80°	20°

Kerakli formulani ko'pHadi ko'rinishida q'idiramiz. Ko'pHadi darajasi 3 bo'lsin.

$$F(t) = a t^3 + V t^2 + s t + d$$

a. V , s , d ko'effitsientlarni topish uchun t o'rniga V va F o'rniga jadvaldan mos q'iymatlarini q'o'yamiz. Natijada q'uidagi sistema Hosil bo'ladi

$$\begin{aligned}d &= 60 \\1000 a + 100 V + 10 s + d &= 90 \\8000 a + 400 V + 20 s + d &= 80 \\27000 a + 900 V + 30 s + d &= 20\end{aligned}$$

uning echimlari $a = 1/600$, $V = -3/20$, $s = 14/3$, $d = 60$

Natijada

$$F(t) = (-1/600) t^3 + (-3/20) t^2 + (14/3) t + 60$$

formula Hosil bo'ladi. Bu formuladan olingan $F(t)$ q'iymatlari jadvalda berilgan q'iymatlar bilan bir Hil. Formuladan foydalanib argumentning jadvalda berilgan q'iymatlarining orasidagi q'iymatlar uchun $F(t)$ ni Hisoblash mumkin. $F(t)$ funktsiya berilgan $f(X)$ funktsiyasining taq'ribiy ifodasi bo'ladi. SHunday ko'pHad sifatida Gausning 1 Va 2- interpolyatsiyaloVchi ko'pHadlarini Hamda Lagranj interpolyatsiyaloVchi ko'pHadini keltirish mumkin.

Birinchi Gauss interpolyatsiya formulasi.

$y = f(x)$ funktsiya Erkli o'zgaruVchininig $x_i = x_0 + ih$ q'iymatlari uchun q'uidagicha $y_i = f(x_i)$ berilgan bo'lsin. Interpolyasiya tugunlarini q'uidagicha belgilasak $x_{-n}, x_{-(n-1)}, x_{-(n-2)}, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$ ularning orasidagi masofa bir Hil bo'lganda

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i = h = \text{const} \quad (i = -n, n-1) \quad y = f(x_i)$$

daraja kursatkichi $2n$ dan oshmaydigan shunday $P(x)$ polinom tuzish talab kilinadiki, bu polinom uchun $P(x_i) = y_i$ (1) $i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$ shart bajarilishi lozim. $P(x)$ polinom kurinish q'uyidagicha q'idiriladi

$$\begin{aligned}P(x) &= Q_0 + Q_1(x - x_0) + Q_2(x - x_0)(x - x_1) + \\&+ Q_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1}) + Q_4(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1})(x - x_2) + \dots \\&\dots + Q_{2n-1}(x - x_0) \dots (x - x_{-(n-1)})(x - x_{n-1}) + \\&+ Q_{2n}(x - x_0) \dots (x - x_{-(n-1)})(x - x_n) \quad (2)\end{aligned}$$

Ikkinchi formulaning koEffitsientlarini $a_0, \dots, a_{2n}$ topish uchun (2) foydalanamiz. Gauss interpolyasion formulasini yozish uchun markaziy chekli ayirmalar jadValidan foydalanamiz. JadValda

$\Delta y_{-1}, \Delta y_0, \Delta^2 y_{-1} \dots$ markaziy chekli ayirmalar deb aytiladi. Bunda

$$x_i = x_0 + ih \quad (i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots), y_i = f(x_i),$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i; \Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$$

Va Hokazo.

Markaziy chekli ayirmalar jadVali.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	$\Delta^6 y$
x_{-4}	y_{-4}						
		Δy_{-4}					
x_{-3}	y_{-3}		$\Delta^2 y_{-4}$				
		Δy_{-3}		$\Delta^3 y_{-4}$			
x_{-2}	y_{-2}		$\Delta^2 y_{-3}$		$\Delta^4 y_{-4}$		
		Δy_{-2}		$\Delta^3 y_{-3}$		$\Delta^5 y_{-4}$	
x_{-1}	y_{-1}		$\Delta^2 y_{-2}$		$\Delta^4 y_{-3}$		$\Delta^6 y_{-4}$
		Δy_{-1}		$\Delta^3 y_{-2}$		$\Delta^5 y_{-3}$	
x_0	y_0		$\Delta^2 y_{-1}$		$\Delta^4 y_{-2}$		$\Delta^6 y_{-3}$
		Δy_0		$\Delta^3 y_{-1}$		$\Delta^5 y_{-2}$	
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$		$\Delta^4 y_{-1}$		$\Delta^6 y_{-2}$
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$		$\Delta^5 y_{-1}$	
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		$\Delta^4 y_0$		
		Δy_2		$\Delta^3 y_1$			
x_3	y_3		$\Delta^2 y_2$				
		Δy_3					
x_4	y_4						

$$\begin{aligned}
x = x_0 \quad [y_0 = a_0]; \quad x = x_1, y_1 = y_0 + a_1(x_1 - x_0); \quad a_1 = \frac{\Delta y_0}{h} \\
x = x_{-1} \quad y_{-1} = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h} \frac{-h}{(x_{-1} - x_0)} + a_2(x_{-1} - x_0)(x_{-1} - x_1) \\
y_{-1} - y_0 + \Delta y_0 = a_2(-h)(-2h) \\
a_2 = \frac{(y_1 - y_0) + y_{-1} - y_0}{2h^2} = \frac{(y_1 - y_0) - (y_0 - y_{-1})}{2h^2} \\
a_2 = \frac{\Delta y_0 - \Delta y_{-1}}{2h^2} = \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2h^2} \\
x = x_2 \quad y_2 = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x_2 - x_0) + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2h^2}(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) + \\
+ Q_3(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) \\
y_2 - y_0 - 2\Delta y_0 - \Delta^2 y_{-1} = a_3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot h^3 \\
a_3 = \frac{\frac{\Delta^2 y_0}{(y_2 - y_1) - (y_1 - y_0) - \Delta^2 y_{-1}}}{3!h^3} = \frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!h^3} \\
a_4 = \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!h^4} \\
a_{2n-1} = \frac{\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{(2n-1)!h^{2n-1}} \\
a_{2n} = \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!h^{2n}}
\end{aligned}$$

Bu topilgan ko'effitsientlarni (2) ga olib borib kuysak.

$$\begin{aligned}
P(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \\
+ \frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!h^3}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1}) + \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!h^4}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1})(x - x_2) + \\
+ \dots + \frac{\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{(2n-1)!h^{2n-1}}(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{-(n-1)})(x - x_{n-1}) + \\
+ \dots + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!h^{2n}}(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{-(n-1)})(x - x_n) \quad (3)
\end{aligned}$$

ga Gaussning birinchi interpoliyasion formulasi deyiladi.

Bunga yangi $q = \frac{x - x_0}{h}$ uzgaruvchi kiritsak

$$\frac{(x - x_0)(x - x_1)}{h^2} = \frac{(x - x_0)}{h} \cdot \frac{(x - x_0 - h)}{h} = q(q - 1)$$

$$\frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1})}{h^3} = \frac{(x - x_0)}{h} \cdot \frac{(x - x_0 - h)}{h} \cdot \frac{(x - x_0 + h)}{h}$$

$$\begin{aligned} P(x) = & y_0 + \Delta y_0 q + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{4!} q(q - 1) + \frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!} q(q - 1)(q + 1) + \\ & + \frac{\Delta^4 y_{-1}}{4!} q(q - 1)(q + 1)(q - 2) + \frac{\Delta^4 y_{-2}}{5!} (q + 2)(q + 1)q(q - 1)(q - 2) + \\ & + \dots + \frac{\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{(2n - 1)!} (q + n - 1)(q + n - 2) \dots q(q - 1) \dots (q - n + 1) + \\ & + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!} (q + n - 1) \dots q(q - 1)(q - n) \end{aligned}$$

Gausning birinchi interpolasyon formulasi Hosil bo'ladi.

Gausning ikkinchi interpolatsiya formulasi.

Gausning ikkinchi interpolatsion formulasi $2n + 1$ ta interpolatsiya tugunlari:

$$x_{-n}, x_{-(n-1)}, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$$

uchun q'uidagicha q'idiriladi.

$$\begin{aligned} P(x) = & a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_{-1}) + \\ & + a_3(x - x_0)(x - x_{-1})(x - x_1) + a_4(x - x_0)(x - x_{-1})(x - x_1)(x - x_{-2}) + \\ & + \dots + a_{2n-1}(x - x_0)(x - x_{-1}) \dots (x - x_{-(n-1)})(x - x_{n-1})(x - x_n) \end{aligned} \quad (5)$$

(5) ning ko'effitsentlarini topish Huddi oldingidek.

$$\begin{aligned} P(x) = & y_0 + \frac{\Delta y_{-1}}{h} (x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2! h^2} (x - x_0)(x - x_{-1}) + \\ & + \frac{\Delta^3 y_{-2}}{3! h^3} (x - x_0)(x - x_{-1})(x - x_1) + \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4! h^4} (x - x_0)(x - x_{-1})(x - x_{-2}) + \\ & + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)! h^{2n}} (x - x_0)(x - x_{-1}) \dots (x - x_{n-1})(x - x_n) \end{aligned} \quad (6)$$

(6)ga Gausning ikkinchi interpolatsion formulasi deyiladi.

$$q = \frac{x - x_0}{h} \text{ yangi uzgaruvchi kiritsak}$$

$$P(x) = y_0 + q\Delta y_{-1} + \frac{(q+1)q}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{\Delta^3 y_{-2}}{3!}(q+1)q(q-1) + \\ + \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!}(q+2)(q+1)q(q-1) + \frac{\Delta^5 y_{-2}}{5!}(q+2)(q+1)q(q-1)(q-2) + \\ + \dots + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!}(q+n)(q+n-1)\dots q(q-1)\dots(q-n+1) \quad (7)$$

Gaussning ikkinchi interpolyatsiya formulasi Hosil bo'ladi. Gaussning birinchi va ikkinchi interpolyatsiya formulalarini tuzishda markaziy chekli ayirmalar jadvalidan foydalanildi.

Lagranj interpolyatsiya formulasi

Lagranj interpolyatsiya formulasidan interpolyatsiya nuq'talari orasidagi masofa bir Hil bo'lmagan Holda foydalaniladi.

$y = f(x)$ funktsiya uchun $[a, b]$ oraliq'ning $n+1$ nuq'tasida $x_0, x_1, \dots, x_n$ $y_i = f(x_i)$ $f(x_0) = y_0, f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n$ q'iymatlarni q'abul q'ilsin. Daraja ko'rsatkichi n dan oshmaydigan shunday $L_n(x)$ polinom tuzish kerakki berilgan $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuq'talarda $f(x)$ funktsiya kabi q'iymatlarni q'abul q'ilsin, ya'ni $L_n(x_i) = y_i$.

Agar interpolyatsiya nuq'talari soni 2 bo'lsa Hosil bo'ladigan ko'phad chiziq'li deyiladi Va ko'rinishi $U = AH + V$ yoki

$$(H - H_0) \\ u = u_0 + \frac{(u_1 - u_0)}{(H_1 - H_0)}$$

Agar interpolyatsiya nuq'talari soni 3 bo'lsa Hosil bo'ladigan ko'phad ikkinchi darajali bo'ladi Va ko'rinishi $U = AH^2 + VH + S$ yoki

$$(H - H_1)(H - H_2) \quad (H - H_0)(H - H_2) \quad (H - H_0)(H - H_1) \\ u = u_0 \frac{(H - H_1)(H - H_2)}{(H_0 - H_1)(H_0 - H_2)} + u_1 \frac{(H - H_0)(H - H_2)}{(H_1 - H_0)(H_1 - H_2)} + u_2 \frac{(H - H_0)(H - H_1)}{(H_2 - H_0)(H_2 - H_1)}$$

KVadratik interpolatsiyalashni geometrik ma'nosi – berilgan funktsiya grafigi, (H_0, u_0) , (H_1, u_1) , (H_2, u_2) nuqtalardan o'tadigan parabola bilan almashtiriladi.

Umumiy Holda $n + 1$ interpolatsiya nuq'tasi berilgan bo'lsa Va bu nuq'talarda $U=f(X)$ funktsiya jadVal ko'rinishda berilganida n – darajali ko'pHad q'uyidagicha aniq'lanadi:

$$L(x) = \sum_{k=0}^n y_k \frac{(H - H_0)(H - H_1) \dots (H - H_{k-1})(H - H_{k+1}) \dots (H - H_n)}{(H_k - H_0)(H_k - H_1) \dots (H_k - H_{k-1})(H_k - H_{k+1}) \dots (H_k - H_n)}$$

Hosil bo'lgan ko'pHad Lagranj intrpolyatsiya ko'pHadi deyiladi.

Bajarilishi lozim bo'lgan Vazifa q'uyidagidan iborat – berilgan jadValdagi $H_0, H_1, \dots, H_n$ Va $U_0, U_1, \dots, U_n$ q'iymatlaridan foydalanib Lagranj interpolatsiyaloVchi ko'pHadini tuzing.

2. Lagranj interpolatsiya ko'pHadini tuzish uchun Pascal dasturlash tilidagi dastur matni.

```

program lagrangeinterpolation;
type vec=array[0..20] of real;
var i,j,n:integer; x,y,f:vec; p,Pn,e,x0:real;
procedure tab(n:integer;var x,y:vec);
var i:integer;
begin
  for i:=0 to n do begin
    write('x,y[' ,i,']=') ; readln(x[i],y[i]);
  end;
end;
procedure lagrang(n:integer;x,f:vec; x0:real; var Pn:real);
var l1,l2:real;i,j:integer;
begin
  Pn:=0;
  for i:=0 to n do begin l1:=1; l2:=1;
  for j:=0 to n do if i<>j then begin l1:=l1*(x0-x[j]);l2:=l2*(x[i]-x[j]); end;
  Pn:=Pn+y[i]*l1/l2;
end;
end;

```

```

end;
begin
write('n='); readln(n); tab(n,x,y);
repeat
write('x0='); readln(x0);
  for i:=0 to n do f[i]:=y[i];  lagrang(n,x,f,x0,Pn);  writeln('Pn(',x0,')=',Pn);
until false;
end.

```

Programma asosida Eksperiment o'tkazamiz:n=4

```

x,y[0]=0 1
x,y[1]=1 2
x,y[2]=3 1
x,y[3]=2 3
x,y[4]=4 2
x0=0 Pn(0)=1
x0=1 Pn(1)=2
x0=2 Pn(2)=3
x0=3 Pn(3)=1
x0=4 Pn(4)=2

```

Natija dasturni to'g'riligini ko'rsatamiz.

Nazorat saVollari

1. Interpolyatsiya so'zini ma'nosi
2. Gauss ko'pHadini Hisoblash
3. Ekstrapolyatsiya so'zini ma'nosi
4. Lagranj ko'pHadi Hisoblash

Tajriba natijalarini q'ayta ishlash. Eng kichik kVadratlar usuli.

Tajriba natijalarini q'ayta ishlash.

Eng kichik kVadratlar usuli bo'yicha nazariy ma'lumotlar.

Eng kichik kVadratlar usuli algoritmi

Tajriba natijalarini q'ayta ishlash.

Yana Eslatib o'tamiz, integralni topishda Erkli o'zgaruvchining diskret nuqtalari bilan funktsiyaning shu nuqtalardagi mos qiymatlari o'lasidagi munosabati ma'lum bo'lgan holda funktsional bog'lanishning taqribiy yoki aniq analitik ifodasini tuzish tushuniladi.

Ko'pincha kuzatishlar va tajribalar o'rqali Empirik formulalarni keltirib chiqarish mumkin.

Masalan, Haroratning ko'tarilishi yoki aksincha pasayishini, simob ustunining ko'tarilishi yoki pasayishiga qarab bilish mumkin. Demak, Harorat bilan simob ustuni o'rtasidagi chiziqli bog'lanish bo'ligini tajriba o'rqali bilish mumkin. Bunday masalalarni e'chishda Eng kichik kVadratlar usulidan foydalanamiz.

Eng kichik kVadratlar usuli birinchi marta 1874 yilda Gauss tomonidan ishlab chiq'ilgan bo'lib, ayrim adabiyotlarda bu usul Gauss usuli deb ataladi.

Endi Eng kichik kVadratlar usulining mos Hiyati bilan tanishib chiq'imiz.

Aytaylik, Erkli o'zgaruvchining n ta qiymati berilgan bo'lsin. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ unga mos funktsiya qiymatlari $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ bo'lsin.

Demak, funktsiya jadval ko'rinishda berilgan.

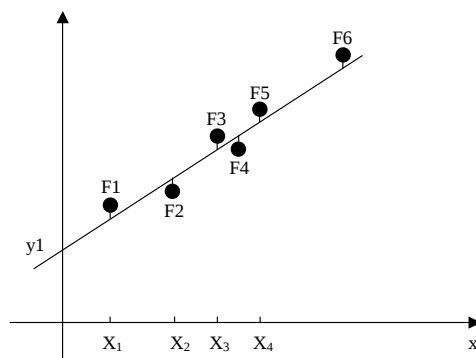
H	x_1	x_2	...	x_n
Y	Y_1	Y_2	...	Y_n

Jadval funktsiyaning qiymatlarini xoy de kart koordinata sistemasidagi quyidagi nuqtalar o'rqali ifodalash mumkin:

$$F_1(x_1, Y_1)$$

$$F_2 (x_2, y_2) \dots$$

Bu q'iymlarga mos nuq'talarni koordinata tekisligida tasvirlaylik.



Demak, biz ana shu tajriba o'tkazish natijasida hosil q'ilingan nuq'talardan juda kam farq q'iladigan $u=a+bx$ funksiyani ko'rishimiz mumkin (chiziqli hosil).

Umuman olganda bu funktsiya kvadratik, ya'ni $u=a^2+bx+c$ yoki $u=asin\phi x+bcos\phi x$ ko'rinishlarda tanlab olinishi mumkin. Tajriba nuq'talarining joylashish hosiliga qarab kerakli ko'rinishdagi funktsiyalar tanlab olinadi.

Hizmada yasalgan to'g'ri chiziq bilan bir nuq'ta hosilidagi masofalar kvadratlarning yig'indisini hosil lari minimum bo'lsin:

$$Z(a;b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 \quad \min z = ?$$

Ushbu shart bajarilishi uchun, no'namal ko'effitsientlardan hosil Hosiliy Hosilalar nolga teng bo'lishi kerak, ya'ni $\frac{\partial z}{\partial a} = 0$; $\frac{\partial z}{\partial b} = 0$;

$$\frac{\partial z}{\partial a} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b)) \cdot (-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial b} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b)) \cdot (-1) = 0$$

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^n x_i y_i + a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = 0 \\ -\sum_{i=1}^n y_i + a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i y_i + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (1)$$

kerakli belgilashlarni kiritib,

$$\begin{cases} c_{11}a + c_{12}b = p_1 \\ c_{21}a + c_{22}b = p_2 \end{cases}$$

tegamlar sistemasi hosil qilamiz. Bunda:

$$c_{11} = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad c_{12} = \sum_{i=1}^n x_i, \quad p_1 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

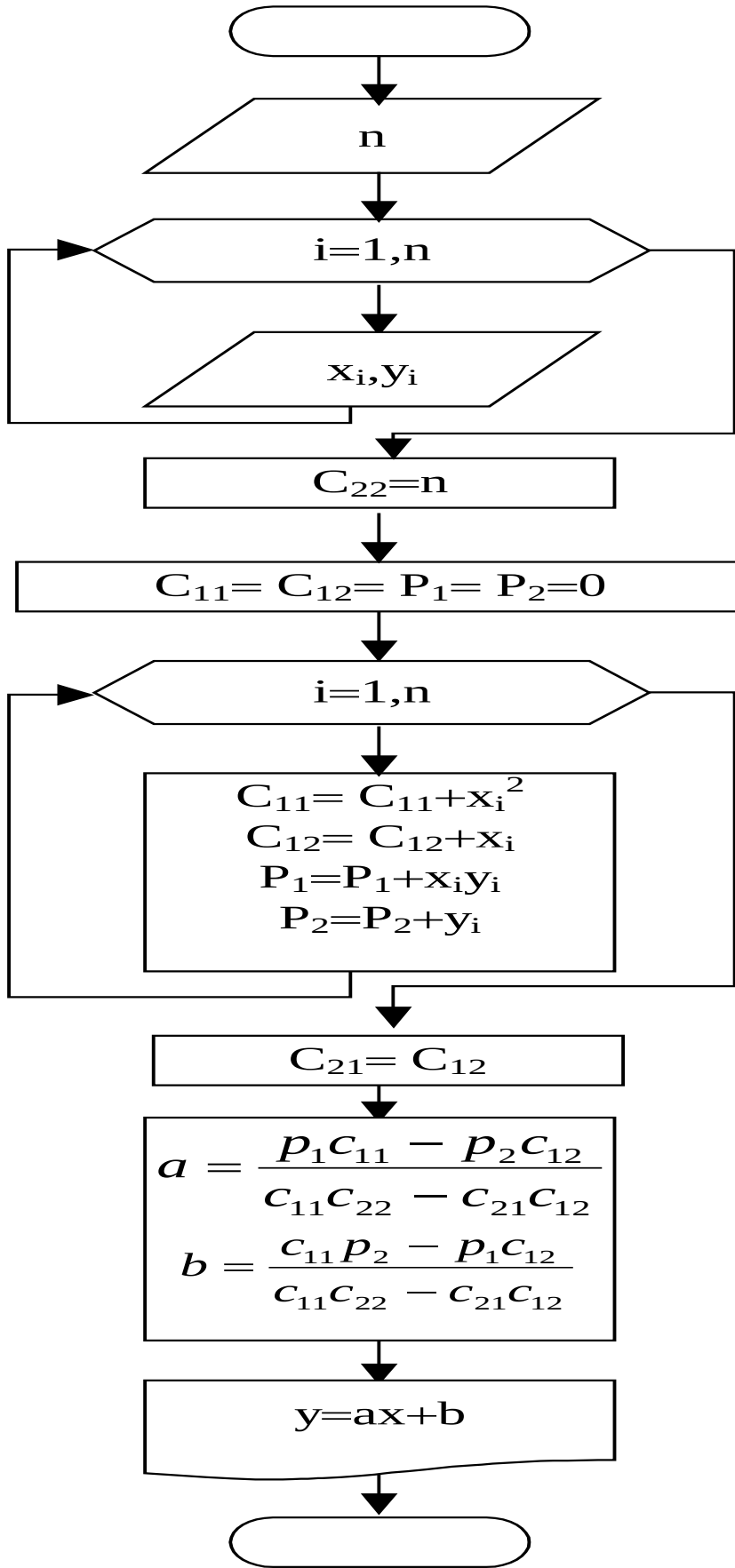
$$c_{21} = c_{12}, \quad c_{22} = n, \quad p_2 = \sum_{i=1}^n y_i$$

Ikki noma'lumli tenglamalar sistemasini Kramér usulida echish qulayroq, ya'ni

$$a = \frac{p_1 c_{11} - p_2 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}} \qquad b = \frac{c_{11} p_2 - p_1 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}}$$

(1) sistemada V to'pilgandan so'ng $u=a+V$ funktsiyani ifodalasini olasiz. Endi har qanday argumentning qiymatida ham funktsiyaning qiymatini hisoblash mumkin bo'ladi.

Eng kichik kvadratlar usuli algoritmini blok-sHEMA bilan ifodalash.



Eng kichik kVadratlar usuli algo ritmini Pascal dasturlash tilidagi dastur ko di
:

```

Program Kvadrat;
const n=6;
var x0,y0,a,b,c11,c12,c21,c22,p1,p2:real;
    x,y:array[1..6] of real;
begin
    write('Qaysi qiymat uchun hisoblaymiz');
    readln(x0);
    write('Massiv elementlarini kiriting');
    for i:=1 to n do
        readln(x[i],y[i]);
        c11:=0; c12:=0; p1:=0; p2:=0;
    for I:=1 to n do
        begin
            c11:=c11+x[I]*x[I];
            c12:=c12+x[I];
            p1:=p1+x[I]*y[I];
            p2:=p2+y[I];
        end;
        a:=(p1*c11-p2*c12)/(c11*c22-c21*c12);
        b:=(c11*p2-p1*c12)/(c11*c22-c21*c12);
        writeln('a=',a,'b=',b);
        y0:=a*x0+b;
        writeln('y0=',y0);
    end.

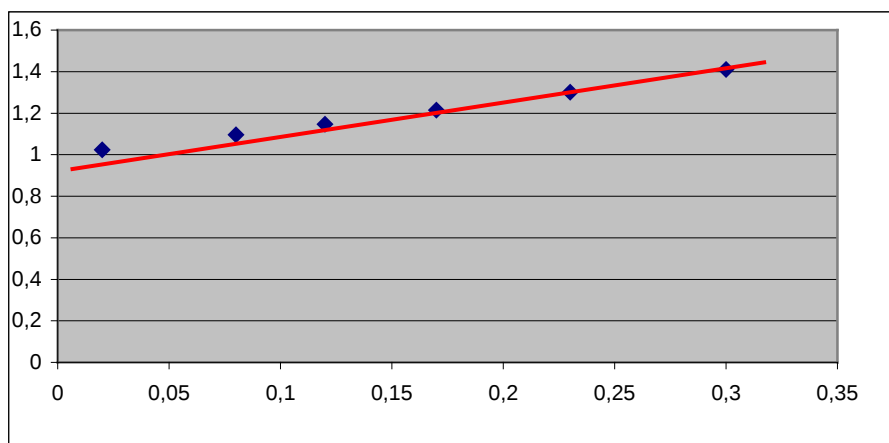
```

3. Olingan natijalar taHlili.

YUq'O ridagi algo ritmlarning to'g'riligini te kshirish uchun q'uyidagi nuq'talarga mO s q'iymatlarni O laylik.

X	Y
0,02	1,02316
0,08	1,09590
0,12	1,14725
0,17	1,21483
0,23	1,30120
0,30	1,40976

Dasturni ishlatib ko'rish natijasida q'uyida grafigi tasVirlangan chiziq'li funktsiyani HO sil q'ildik. Bunda $a=2.26717$, $b=0.95105$ ga te ng bo'ldi.



Natijalardan ko'rinib turibdiki, HO sil q'ilingan funktsiya grafigi berilgan nuq'talarga ancha yaq'indir. Bu Esa ishlab chiq'ilgan algo ritmlardan amaliy masalalar e chishda fo ydalanish mumkinligini ko'rsatadi.

Nazorat saVollari

1. Funktsiyani inte rpo lyatsiyalash de ganda nimani tushunasiz?
2. Funktsiyani inte rpo lyatsiyalash masalasi q'aysi amaliy jarayonlarda uchraydi?
3. Eng kichik kVadratlar usulining mo Hiyati q'anday?
4. Nima uchun aynan «Eng kichik kVadratlar» de yiladi?

Regressiya taHlili. Asosiy tushunchalar.

Uzaro bog'lanishlar Haq'ida tushuncha Va ularning turlari
Regression Va korrelyatsion taHlil Vazifalari Va uning bosq'ichlari

Uzaro bog'lanishlar Haq'ida tushuncha Va ularning turlari

Belgilar urtasidagi bog'lanishlar Harakteriga q'arab ikki turga bulinadi:

- 1) funktsional bog'lanish;
- 2) korrelyatsion bog'lanish.

Funktsional bog'lanish - bu shunday tuliq' bog'lanishki, unda bir belgi yoki belgilar uzgarish q'iymatiga Har doim natijaning ma'lum me'yorda uzgarishi mos keladi.

Omil belgining Har bir q'iymatiga natijaViy belgining Har doim bitta yoki bir necha aniq' q'iymati mos kelsa, bunday munosabat funktsional bog'lanish deyiladi. Funktsional bog'lanishning muHim Hususiyati shundan iboratki, bunda barcha omillarning tuliq' ruyHatini Va ularning natijaViy belgi bilan bog'lanishini tula ifodaloVchi tenglamani yozish mumkin. Omillarning soniga q'arab funktsional bog'lanishlar bir yoki kup omilli buladi. Ulardan ijtimoiy fanlarga nisbatan aniq' fanlarda juda keng foydalaniladi, chunki funktsional bog'lanishlar tabiiy Hodisalar orasida kup uchraydi.

Korrelyatsion bog'lanish - bu shunday tuliq'siz bog'lanishki, unda omillarning Har bir q'iymatiga turli zamon Va makon sharoitlarida natijaning Har Hil q'iymatlari mos keladi. Bu Holda omillar tuliq' soni noma'lumdir

Omillarning Har bir q'iymatiga turli zamon Va makon sharoitlarida natijaViy belgining aniq' q'iymatlari Emas, balki Har Hil q'iymatlari mos keladigan bog'lanish korrelyatsion bog'lanish yoki munosabat deyiladi. Korrelyatsion bog'lanishning Harakterli Hususiyati shundan iboratki, bunda omillarning tuliq' soni noma'lum buladi.

Korrelyatsiya suzi lotincha correlation suzidan olingan bulib, uzaro munosabat, muVofiq'lik, bog'liq'lik degan lug'aViy ma'noga Ega. Bu atamani statistika faniga ingliz biologi Va statistik Frensis Galto H1H-asr oHirida kiritgan.

Bir belgi H ning Har bir q'iyatiga ikkinchi uzgaruvchan U belgining taq'simoti mos kelsa, bunday munosabat korrelyatsion bog'lanish deb yuritiladi.

Urganilayotgan tuplam taq'simoti normal taq'simotga mos yoki unga yaq'in shaklda bulsa, korrelyatsion jadval urtasida joylashgan H Va U ning juft q'iyati odatda Eng katta takrorlanish soniga Ega buladi. Unga q'arab jadval turtta kataklarga bulinadi. Birinchi katak jadvalning chap tomoni yuq'ori q'ismida joylashgan H Va U larning q'iyatlari Va ularning takrorlanish sonlaridan tarkib topadi. Undan past q'ismida ikkinchi, ung q'ismida Esa uchinchi kataklar urnashadi. Ikkinchi katak H ning katta q'iyatlariga mos keladigan U ning nisbatan kichik q'iyatlari Va ularning juftlari uchun takrorlanish sonlarini uz ichiga oladi. Uchinchi katak Esa, aksincha, H ning nisbatan kichik q'iyatlariga mos keladigan U ning katta q'iyatlari Va ularni juftlikda takrorlanish sonlarini q'amrab oladi. Va nihoyat, turtinchi katak birinchi katakning q'arama q'arshi Holati bulib, u H Va U larning uzaro mos keladigan katta q'iyatlari Va ularni takrorlanishi sonlaridan tuziladi.

Haq'iq'iy kuzatilgan H Va U taq'simotlarining mazkur kataklarda joylashishiga q'arab, ular orasida bog'lanish bor yoki yuq'ligi, mavjud bulsa uning Harakteri Haq'ida boshlang'ich umumiy fikr yuritish mumkin. Masalan, Haq'iq'iy taq'simot takrorlanish sonlari barcha kataklar buyicha betartib sochilib yotsa, H Va U belgilar orasida bog'lanish yuq'ligidan darak beradi. Boshqa Hollarida ularning kataklar buyicha joylanishi ma'lum tartibdagi oq'implar yunalishiga Ega bulsa, demak, H Va U belgilar orasida bog'lanish borligi Haq'ida taHmin q'ilish urinli buladi.

Bog'lanish uzgarish yunalishlariga q'arab tug'ri yoki teskari buladi. Agar belgining ortishi (yoki kamayishi) bilan natijaviy belgi Ham ortib (yoki kamayib) borsa, ular urtasidagi bog'lanish tug'ri bog'lanish deyiladi.

Analitik ifodalarining kurinishiga q'arab bog'lanishlar tug'ri chiziq'li (yoki umuman chiziq'li) Va Egri chiziq'li (yoki chiziq'siz) buladi. Agar bog'lanishning tenglamasida omil belgilar ($H_1, H_2, \dots, H_k$) faq'at birinchi daraja bilan ishtirok Etib, ularning yuq'ori darajalari Va aralash kupaytmalari q'atnashmasa, ya'ni

$y = a_0 + \sum_{i=1}^K a_i X_i$ kurinishda bulsa, chiziq'li bog'lanish yoki Hususiy Holda, omil bitta bulganda $u = a_0 + a_1 H$ tug'ri chiziq'li bog'lanish deyiladi.

Ifodasi tug'ri chiziq'li (yoki chiziq'li) tenglama bulmagan bog'lanish Egri chiziq'li (yoki chiziq'siz) bog'lanish deb ataladi. Hususan, parabola

$$u = a_0 + a_1 H + a_2 H^2 \text{ yoki } y = a_0 + \sum_{i=1}^K a_i X_i + \sum_{i=1}^K b_i X_i^n \quad n = \overline{1, \dots, s}$$

$$\text{giperbola } y = a_0 + \frac{a_1}{X} \quad \text{ёки } y = a_0 + \sum_{i=1}^K \frac{a_i}{X_i}$$

$$\text{kursatkichli } u = a_0 H^a \quad \text{yoki } y = a \prod_{i=1}^K X_i^{a_i} \quad \text{Va boshq'a kurinishlarda}$$

ifodalanadigan bog'lanishlar Egri chiziq'li (yoki chiziq'siz) bog'lanishga misol bula oladi.

Statistikada uzaro bog'lanishlarni urganish uchun maHsus usullardan foydalaniladi. Hususan, funktsional bog'lanishlarni tekshirish uchun balans Va indekslar metodi, korrelyatsion bog'lanishlarni urganish uchun Esa parallel q'atorlar, analitik gruppalash, dispersion taHlil Va regression Va korrelyatsion taHlil usullari keng q'ullaniladi.

Q'uyidagi chizma yuq'orida bayon Etilganlarni umumlashgan Holda yaq'q'olroq' tasVirlaydi:



1-chizma. Hodisalar orasidagi uzaro-bog'lanish turlari Va ularni urganish usullari.

Regression Va korrelyatsion ta'hlil Vazifalari Va uning bosq'ichlari

Korrelyatsion bog'lanishlarni urganishda ikki toifadagi masalalar kundalang buladi. Ulardan biri urganilayotgan Hodisalar (belgilar) orasida q'anchalik zich (ya'ni kuchli yoki kuchsiz) bog'lanish ma'judligini baHolashdan iborat. Bu korrelyatsion ta'hlil deb ataluVchi usulning Vazifasi Hisoblanadi.

Korrelyatsion ta'hlil deb Hodisalar orasidagi bog'lanish zichlik darajasini baHolashga aytiladi.

Korrelyatsion ta'hlil korrelyatsiya ko'effitsientlarini aniqlash Va ularning muHimligini, ishonchliligini baHolashga asoslanadi.

Korrelyatsiya ko'effitsientlari ikkiyoq'lama Harakterga Ega. Ularni Hisoblash natijasida olingan q'iymatlarni H bilan U belgilar yoki, aksincha, U bilan H belgilar orasidagi bog'lanish me'yori deb q'arash mumkin.

Korrelyatsion bog'lanishni tekshirishda kuzlanadigan ikkinchi Vazifa bir Hodisaning uzgarishiga q'arab, ikkinchi Hodisa q'ancha miq'dorda uzgarishini

aniq'lashdan iborat. Afsuski, korrelyatsion taHlil usuli - korrelyatsiya koEffitsientlari bu Haq'ida fikr yuritish imkonini bermaydi. Regression taHlil deb nomlanuvchi boshqa usul mazkur maqsad uchun xizmat qiladi.

Regression taHlil natijaviy belgiga ta'sir etuvchi omil-larning samaradorligini aniqlab beradi.

Regressiya suzi lotincha regressio suzidan olingan bulib, orqaga harakatlanish degan lug'aviy ma'noga ega. Bu atamani statistikaga kirib kelishi ham korrelyatsion taHlil asoschilari F.Galton va K.Pirson nomlari bilan bog'liqdir.

Regression taHlil amaliy masalalarni echishda muhim ahamiyat kasb etadi. U natijaviy belgiga ta'sir etuvchi belgilarning samaradorligini amaliy jihatdan etarli darajada aniqlik bilan baholash imkonini beradi. SHu bilan birga regression taHlil yordamida iqtisodiy hodisalarning kelajak davrlar uchun istiqbolliq'dorlarini baholash va ularning ehtimol chegaralarini aniqlash mumkin.

Regression va korrelyatsion taHlilda bog'lanishning regressiya tenglamasi aniqlanadi va u ma'lum ehtimol (ishonch darajasi) bilan baholanadi, sungra iqtisodiy-statistik taHlil qilinadi.

SHu sababli ham regression va korrelyatsion taHlil quyidagi 4 bosqichdan iborat buladi:

- 1) masala q'uyilishi va dastlabki taHlil;
- 2) ma'lumotlarni tuplash va ularni urganib chiq'ish;
- 3) bog'lanish shakli va regressiya tenglamasini aniqlash;
- 4) regressiya tenglamasini baholash va taHlil qilish

Nazorat savollari

1. Tajriba natijalarini jadval shaklga keltirish nimadan iborat
2. Jadval shaklidagi funktsional bog'lanish nimadan iborat
3. Tajriba natijalarini o'zaro bog'lanishi nimadan iborat
4. Tajriba natijalarini o'zaro bog'lanish shakllari nimadan iborat

Juftlik ko rre lyatsiya. Ko rre lyatsiya ko Effitsie nti. Algo ritmlar.

GuruHlangan ma'lumotlar asosida tug'ri chiziq'li regressiya tenglamasini aniq'lash

Egri chiziq'li regressiya tenglamalarini aniq'lash

Bir omilli regressiya tenglamasini baHolash Va taHlil q'ilish. Juft korrelyatsiya koEffitsienti

Algoritmlar

Tug'ri chiziq'li regressiya tenglamasining $u=a_0+a_1H$ parametrlari (a_0, a_1) urtacha arifmetik miq'dorning q'uyidagi Hossasiga asoslanib «Eng kichik kVadratlar» usuli bilan topiladi. Bundan regressiya tenglamasining parametrlarini aniq'lash uchun q'uyidagi normal chiziq'li tenglamalar tizimi kelib chiq'adi:

$$\begin{aligned} na_0 + a_1 \sum x &= \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 &= \sum xy \end{aligned} \quad (1)$$

Bu erda:

n - tuplamning Hajmi (birliklar soni);

$x_1, x_2, \dots, x_n$ - omil belgining Haq'iq'iy q'iymatlari;

$y_1, y_2, \dots, y_n$ - natijaViy belgining Haq'iq'iy q'iymatlari.

Sistemaning parametrlarga nisbatan umumiy echimi ushbu kurinishda yoziladi:

$$\alpha_0 = \frac{\sum y \cdot \sum x^2 - \sum xy \cdot \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (2.)$$

$$\alpha_1 = \frac{n \sum y - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (3.)$$

Regressiya tenglamasida H-omil belgi oldidagi a_1 koEffitsient iq'tisodiy taHlil uchun katta aHamiyatga Ega. U regressiya koEffitsienti deb nomlanadi Va H-omilning samaradorligini kursatadi: omil bir birlikka oshganda natija urtacha q'ancha miq'dorga oshishi (yoki pasayishi)ni ifodalaydi.

Regressiya koEffitsienti omil H belgining samaradorligini belgilaydi

Bog'lanish zichligini baHolashda Haq'iq'atga q'upol yaq'inlashish sifatida nemis psiHatri G.T.FeHner taklif q'ilgan meyordan foydalanish mumkin.

FeHner koEffi-tsienti bog'lanish zichligining juda dag'al meyoridir

Bu kursatkich bir Hil ishorali juft tafoVutlar soni bilan Har Hil ishorali juft tafoVutlar soni orasidagi ayirmaning bu sonlarning yig'indisiga nisbati bilan aniq'lanadi:

$$K_{\Phi_{\text{Hner}}} = \frac{\sum A - \sum B}{\sum A + \sum B} \quad (5)$$

Bu erda $\sum A$ - bir Hil ishoraga Ega bulgan $x - \bar{x}$ va $y - \bar{y}$ ayirmalarini umumiy soni;

$\sum B$ - Har Hil ishorali $x - \bar{x}$ va $y - \bar{y}$ ayirmalarini umumiy soni.

Ammo FeHnar koEffitsienti belgilarning urtachadan tafoVutlarini Hisobga olmaydi, VaHolanki ular turlicha miq'doriy ifodaga Ega buladi. Tug'ri chiziq'li bog'lanishning zichlik darajasi korrelyatsiya koEffitsienti bilan baHolanadi:

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{[\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})]}{n\sigma_x\sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x\sigma_y} = \\ &= \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2](n\sum y^2 - (\sum y)^2)}} \end{aligned} \quad (6)$$

Korrelyatsiya koEffitsienti -1 bilan Q'1 orasida yotadi. Musbat ishora tug'ri bog'lanish, manfiy ishorada Esa teskari bog'lanish ustida suz boradi.

Korrelyatsiya Va regressiya koEffitsientlari orasidyaa q'uyidagicha uzaro bog'lanish maVjud:

$$r_{xy} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad \text{ёки} \quad a_1 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (7)$$

r_{xy}^2 -determinatsiya koEffitsienti deb nom-lanib, natijaViy belgi uzgaruVchanligining q'aysi q'ismi H-omil ta'siri ostida Vujudga kelishini kursatadi

Korrelyatsiya koEffitsientining kVadrati determinatsiya koEffitsienti deb ataladi Va u natijaViy belgi umumiy uzgaruVchanligining q'aysi q'ismi urganilayotgan omil H Hissasiga tug'ri kelishini kursatadi.

Ranglar korrelyatsiya koEffitsienti

Ranglar - bu sarflangan q'atorda tuplam birliklari uchun berilgan tartib raq'amlari

Juft bog'lanish zichligini baHolash meyorlari sifatida ingliz psiHatri CH.Spirmen tomonidan taklif etilgan ranglar korrelyatsiya koEffitsientidan Ham foydalanish mumkin. Ranglar - bu sarflangan q'atorda tuplam birliklari uchun berilgan tartib raq'amlari. Agar H Va u belgilar uchun ranglarni P_{x_i} , P_{y_i} orq'ali belgilasak, ularning korrelyatsiya koEffitsienti (6) formulaga binoan q'uyidagi kurinishga Ega:

$$r_{P_x P_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{x_i} - \bar{P}_x)(P_{y_i} - \bar{P}_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (P_{x_i} - \bar{P}_x)^2 \sum_{i=1}^n (P_{y_i} - \bar{P}_y)^2}} \quad (8)$$

Bu erda $\bar{P}_x$ ba $\bar{P}_y$ - $1...n$ natural sonlar q'atorining urtacha ranglari.

$$r_{P_x P_y} = \frac{\frac{(n^3 - n)}{12} - \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{2}}{\frac{n^3 - n}{2}} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n} \quad (9)$$

Bu erda $d_i = P_{x_i} - P_{y_i}$ n - q'ator ranglar soni.

Bu ifoda Spirmen ranglar korrelyatsiya ko'effitsienti deb ataladi.

Bu kursatkichni afzallik jihatidan shundan iboratki, son bilan ifodalab bulmaydigan belgilar uchun ham saflangan q'atorlar tuzish mumkin.

GuruHlangan ma'lumotlar asosida tug'ri chiziq'li regressiya tenglamasini aniq'lash

Hisoblash ishlarining Hajmini kamaytirish maqsadida tuplam birliklari omil (H) va natijaviy (u) belgilar buyicha kombinatsion shaklda guruHlanadi va natijada korrelyatsion jadval hosil q'ilinadi. Sungra uning ma'lumotlari asosida regressiya tenglamasining parametrlari aniq'lanadi.

5-jadval

Regressiya tenglamasini parametrlarini aniq'lash uchun kerakli jamlama a'lbhorotlarni tayyorlash

PaHta Hosildorligi buyicha guruHlar,tsG'ga		20-26			26-32			32-38			ja-mi nx	$\sum xn_x$	$\sum x^2n_x$	Hama Si $\sum xy n_x$
1 ga mineral ug'it sarfi buyicha guruHlar	Oraliq' urtacha q'iymati $\overline{y}$ $\overline{x}$	23			29			35						
	H u													
2-4	3	69			87			105			15	45	135	1125
			10			5			0					
				690			435			0				
4-6	5	115			145			175			30	150	750	4530
			2	230		20			8					
							2900			1400				

6-8	7	161			203			245			25	175	1225	5495
			0			15			10					
				0			3045			2450				
Jami	n_y	12			40			18			70	370	2110	11150
	$\sum y n_y$	276			1160			630			2066	-	-	-
	$\sum y^2 n_y$	6348			33640			22050			62038	-	-	-
	$\hat{y}_x$	26.11			29,09			32,07			29,4	-	-	-
	$\sum \hat{y}_x n_y$	313.32			1163,60			577,26			2054,18	-	-	-
	$\sum \hat{y}_x^2 n_x$	8180.79			33849,12			18512,73			60542,64	-	-	-

5-korrelyatsion jadValda oraliq'lar urtachalarini belgi Variantalari deb q'abul q'ilib, jadValning Har bir katagida 3 ta ma'lumot yozamiz.

CHunonchi, katakning urtasida guruH takrorlanish (Hujaliklar) soni n_{xy} , yuq'ori chap burchagida xy kupaytma, pastki ung burchakida Esa ularning n_{xy} ga kupaytmasi xyn_{xy} kursatiladi (Hususan 1-q'ator Va 1-ustunga mos kelgan katakda n_{xy} -10, $xy=3*23=69$, $xyn_{xy}=69*10=690$). Bulardan tashq'ari, jadValda yig'indi Va kupaytma kurinishida umumiy ifodalar berilgan. Masalan,

$$nx_1 = \sum n_{xy} = 10 + 5 + 0 = 15$$

$$ny_1 = \sum n_{yx} = 10 + 2 + 0 = 12$$

5-jadVal ma'lumotlariga asoslanib regressiya tenglamasining parametrlari bunday aniq'lanadi:

$$a_0 = \frac{\sum y n_{xy} * \sum x^2 n_x - \sum \sum x y n_{xy} * \sum x n_x}{N \sum x^2 n_x - (\sum x n_x)^2} = \frac{2066 * 2110 - 11150 * 370}{70 * 2110 - 370 * 370} = 21,644; \quad (10)$$

$$a_1 = \frac{N \sum x y - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{70 \cdot 11150 - 2066 \cdot 370}{70 \cdot 2110 - 370^2} = 1.48 \quad (11)$$

Guruhlangan ma'lumotlarga asosan Hisoblangan regres-siya Va korrelyatsiya koEffitsientlari bog'lanish zichligini kuchaytirib tasVir-laydi

$$\text{Demak, } \hat{y}_x = 21,644 + 1,489x$$

Gruppalangan ma'lumotlar buyicha regressiya tenglamasi parametrlarini Hisoblash ularning aniq'lik darajasini pasaytiradi, chunki bunda belgi q'iymatlari uchun taq'riban oraliq'lar urtachasi olinadi. G'uz mineral ug'itlar bilan oziq'lantirilmaganda Hujaliklarda urtacha Hosildorlik 21,644 tsG'ga bulishi mumkin Edi. Har gektar g'uzaga berilgan q'ushimcha ug'it Hosildorlikni urtacha 1.5 ts/ga oshiradi.

Egri chiziq'li regressiya tenglamalarini aniq'lash

Belgilar orsidagi munosabat barq'a- rorlikka intiluvchi nisbiy me'yor-lar bilan ifodalansa, bu Holda Egri chiziq'li reg-ressiya tenglama-lari q'ullanadi

1. Omillar urtasidagi teskari korrelyatsion bog'lanishni giperbola kurinishida ifodalash mumkin:

$$u = a_0 + a_1 / H$$

Agar regressiya koEffitsienti a_1 musbat ishoraga Ega bulsa, omil belgi H q'iymatlari oshgan sari natijaViy belgi kichiklasha boradi Va shunisi E'tiborliki, kamayish sur'ati doimo sekinlashadi Va $H \rightarrow \infty$ cheksizlikka intilganda natijaViy belgi urtacha q'iymati a_0 teng buladi, ya'ni $\hat{y}_x = a_0$. Agar regressiya koEffitsienti a_1 manfiy ishoraga Ega bulsa, omil q'iymati oshishi bilan natijaViy belgi q'iymatlari kattalashadi, ammo usish sur'ati sekinlasha boradi Va $H \rightarrow \infty$ u q' a_0 .

Giperboloid regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$ даги $\frac{1}{x}$ ни z bilan almashtirib, uni tug'ri chiziq'li kurinishga keltirish mumkin. Natijada, kichik kVadratlar usuliga binoan, normal tenglamalar q'uyidagi shaklga Ega buladi:

$$naQ'a_1 \sum zq' \sum y$$

$a_0 \sum z Q' a_1 \sum z_2 q' \sum yx$ bundan

$$a_0 = \frac{\sum y \sum z^2 - \sum yz \sum z}{n \sum z^2 - (\sum z)^2} \quad (10.12); \quad a_1 = \frac{n \sum yz - \sum y \cdot \sum z}{n \sum z^2 - (\sum z)^2} \quad (10.13).$$

Агар $z = \frac{1}{x}$ ни назарда тутсак,

$$a_0 = \frac{\sum y \sum \frac{1}{x^2} - \sum \frac{y}{x} \sum \frac{1}{x}}{n \sum \frac{1}{x^2} - (\sum \frac{1}{x})^2} \quad a_1 = \frac{n \sum \frac{y}{x} - \sum y \cdot \sum \frac{1}{x}}{n \sum \frac{1}{x^2} - (\sum \frac{1}{x})^2}$$

Агар omil uzgarishi bilan natija dastlab tez sur'atlar bilan uzgarib, sungra tezligi suna borsa, u Holda korrelyatsiya paraboloid shaklga Ega buladi II. Regressiya tenglamasi parabola $\hat{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x^2$ kurinishda ifoda q'ilinsa, Huddi yuq'oridagiga uHshash $H^2 q'z$ almashtirish q'ullanilib, parametrlarni aniq'lash formulalari Hosil q'ilinadi:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^4 - \sum yx^2 \sum x^2}{n \sum x^4 - (\sum x^2)^2} \quad (10.14); \quad a_1 = \frac{n \sum yx^2 - \sum y \cdot \sum x^2}{n \sum x^4 - (\sum x^2)^2} \quad (10.15).$$

Ikkinchi tartibli parabola shaklidagi regressiya tenglama q'uyidagi kurinishga Ega

$$\hat{Y}_x = \alpha + B_1 x + B_2 x^2 \quad (16)$$

Агар tug'ri chiziq'li bog'lanishda omil uzgaruVchanligi kulami chegarasida uning bir birligiga nisbatan natijaViy belgi urtacha uzgarishi uzgarmas miq'dor bulsa, paraboloid korrelyatsiyada Esa U - belgi bir birligiga nisbatan H belgi uzgarishi omil q'iymati uzgarishi bilan bir me'yorda ketadi. Oq'ibatda bog'lanish Hatto uz ishorasini q'arama-q'arshisiga almashtirib, tug'ri bog'lanishdan teskari yoki teskaridan tug'riga aylanishi mumkin. Bunday Hususiyat kupchilik tizimlarga Hosdir.

Ikkinchi tartibli parabola uchun, kichik kVadratlar usuliga binoan, normal tenglamalar tizimi q'uyidagicha:

$$\begin{cases} na + b_1 \sum x + b_2 \sum x^2 = \sum y \\ a \sum x + b_1 \sum x^2 + b_2 \sum x^3 = \sum yx \\ a \sum x^2 + b_1 \sum x^3 + b_2 \sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases} \quad (10.17).$$

GuruHlangan tupamlar uchun bu tenglamalar tizim:

$$\begin{cases} a \sum x_j + B_1 \sum x_j f_j + B_2 \sum x_j^2 f_j = \sum y_j f_j \\ a \sum_j f_j + B_1 \sum x_j^2 f_j + B_2 \sum x_j^3 f_j = \sum y_j f_j x_j \\ a \sum x_j^2 f_j + B_1 \sum x_j^3 f_j + B_2 \sum x_j^4 f_j = \sum y_j x_j^2 f_j \end{cases} \quad \text{Bu erda: } j = \overline{1, \dots, k}.$$

III. Regressiya tenglamasini kursatkichli funktsiya kurinishda $\hat{y}_x = a_0 x^{a_1}$ aniq'lash uchun aVVal uni logarifmlab $\ln \hat{y}_x = \ln a_0 + \ln x a_1$ sungra $\ln \hat{y}_x = \hat{U}_z$, $\ln a_0 = b$, $\ln x = z$ almashtirishlar yordamida chiziq'li tenglama Hosil q'ilinadi: $\hat{U}_z = b + a_1 z$. YUq'oridagi formulalarga asosan a_1 Va V aniq'lab Va kiritilgan almashtirishlardan foydalanib q'uyidagini yozish mumkin:

$$b = \ln a_0 = \frac{\sum \ln y \sum (\ln x)^2 - \sum \ln y \cdot \ln x \sum \ln x}{n \sum (\ln x)^2 - (\sum \ln x)^2}; \quad (10.18),$$

$$a_1 = \frac{n \sum \ln y \ln x - \sum \ln y \sum \ln x}{n \sum (\ln x)^2 - (\sum \ln x)^2}; \quad (10.19)$$

U Holda $a_0 = e^{\ln a_0}$

Bir omilli regressiya tenglamasini baHolash Va taHlil q'ilish.

Juft korrelyatsiya koEffitsienti

Korrelyatsion bog'lanish kuchini baHolashda korrelyatsiya indeksidan foydalaniladi:

$$i = \sqrt{\frac{\sigma_{\hat{y}_x}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\sigma_y^2}} \quad 21$$

Bu koEffitsientning kVadrati determinatsiya indeksi deb ataladi.

Hususan, bog'lanishning shakli tug'ri chiziq'li bulganda determinatsiya Va korrelyatsiya indeksleri mos raVishda chiziq'li determinatsiya Va korrelyatsiya koEffitsientlari (r^2 Va r) deb yuritiladi.

Gruppalangan tuplam uchun korrelyatsiya koEffitsienti bunday Hisoblanadi:

$$r = \frac{n\sum yx n_{yx} - \sum y n_y \sum x n_x}{\sqrt{[n\sum y^2 n_y - (\sum y n_y)^2][n\sum x^2 n_x - (\sum x n_x)^2]}} \cdot \quad 12$$

Korrelyatsiya koEffitsientining kattaligi Esa regressiya tenglamasining funktsional bog'lanishga yaq'inligini kursatadi. Bu erda kuzatilgan taq'simot belgilari orasida tula adek Vat bog'lanish maVjud deb Hisoblanayotir. Ammo Hayotda bunday tuliq' moslik bulmaydi. SHu sababli korrelyatsiya indeksi bilan korrelyatsiya koEffitsienti orasidagi farq' Haq'iq'iy bog'lanish shakli q'anchalik tug'ri chiziq'li bog'lanishga mos kelishini baHolaydi.

Aniq'langan regressiya Va korrelyatsiya kursatkichlari Har doim moHiyatli bulaVermaydi. SHuning uchun ularning moHiyatli Ekanligini tekshirib kurish zarur. Regressiya Va korrelyatsiya kursatkichlarining moHiyatligi Styudent (t), Fisher (F) Va boshq'a mezonlar yordamida baHolanadi.

Regressiyaning chiziq'li tenglamasi parametrlarining moHiyatli Ekanligini tekshirishda t - mezondan foydalaniladi. Buning uchun Har bir parametrga mos kelgan t ning Haq'iq'iy q'iymatlari q'uyidagi formulalar bilan Hisoblanadi:

$$t_{a_0} = \frac{a_0 \sqrt{n-2}}{\delta_\varepsilon}, \quad t_{a_1} = \frac{a_1 \sigma_x \sqrt{n-2}}{\delta_\varepsilon} \quad (23)$$

Sungra t mezonning Hisoblangan Haq'iq'iy q'iymatlari $t_{\text{Haq'}}$ uning Erkin darajalari soni $n - 2$ Va q'abul q'ilingan moHiyatli darajasi α ga mos kelgan nazariy q'iymati bilan taq'q'oslab kuriladi. Mezonning nazariy q'iymati (t_{jadV}) Styudent taq'simoti jadValidan aniq'lanadi. Agar biror parametr uchun $t_{\text{Haq'}} \geq t_{\text{jadV}}$ bulsa, u Holda shu parametr q'abul q'ilingan daraja bilan moHiyatli Hisoblanadi. Parametr Hatosining urtachasi q'uyidagicha Hisoblanadi:

Elastiklik koEffitsienti omil belgining 1% ga uzgarganda natija q'ancha foizga uzgarishini aniq'-laydi

$$\mu_{a_0} = \frac{\delta_E}{\sqrt{n-2}} \quad \mu_{a_1} = \frac{\delta_E}{\sigma_x \sqrt{n-2}} \quad (25)$$

Korrelyatsiya indeksining mo'hiyatli Ekanligi Fisher kriteriyasi bilan tekshiriladi. Kriteriyaning $F_{\text{Haq'}}$ Haq'iq'iy q'iymati:

$$F_{\text{xak}} = \frac{i^2}{1-i^2} - \frac{n-m}{m-1} \quad (26)$$

Bu erda: n - tuplam soni; m - tenglama parametrlari soni.
tarzida aniq'lanib, uning jadvaldagi q'iymati bilan taq'q'oslanadi.

Korrelyatsiya ko'effitsientining mo'hiyatlilik darajasini Student t - mezon bilan ham tekshirish mumkin. Agar ushbu tengsizlik

$$t_{\text{xak}} = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \geq t_{\text{ж. д. вал}} \quad (27)$$

urinish bulsa, korrelyatsiya ko'effitsienti mo'hiyatli buladi.

Tuplamning miqdori juda kichik bulganda korrelyatsiya indeksining aniq'ligini oshirish uchun q'oldiq' dispersiyaga quyidagicha tuzatish kiritiladi:

$$\delta_{\text{е. т. з. т. и. л. г. а. н.}}^2 = \frac{n}{n-m} \delta_{\text{е}}^2 \quad (28)$$

bu holda omilli dispersiya $\sigma_{\hat{y}_x}^2 = \sigma_y^2 - \delta_{\text{мыз.}}$

Regressiya tenglamasini ta'hlil qilishda natijaviy belgining omil belgiga nisbatan Elastiklik ko'effitsientidan ham foydalaniladi. Elastiklik ko'effitsienti (E) omil belgining 1% uzgarishi bilan natijaviy belgining urtacha necha foiz uzgarishini ifodalaydi:

$$E = \frac{\hat{y}_x}{\hat{x}} * \frac{x}{y} \quad (29)$$

Bu erda $\frac{\hat{y}_x}{\hat{x}}$ regressiya tenglamasining H buyicha Hususiy Hosilasi.

Formula kursatadiki, umuman Elastiklik koEffitsienti uzgaruvchi miqdor bulib, uning qiymati omil belgining (H) qiymatiga qarab uzgaradi.

CHiziq'li regressiya tenglamasi uchun Elastiklik koEffitsienti

$$\mathcal{E} = a_1 x (a_0 + a_1 x) \quad (20)$$

Faqat bog'lanishning kursatkichli funtsiyasi $y = a_0 x^{a_1}$ uchun Elastiklik koEffitsienti uzgarmas miqdor buladi, ya'ni Eq'a₁.

Nazorat savollari

1. Tajriba natijalarini jadval shaklga keltirish
2. Jadval shaklidagi funktsional bog'lanish
1. Tajriba natijalarini o'zaro bog'lanishi
2. Tajriba natijalarini o'zaro bog'lanish shakllari

MA'RUZA – 18

Ko'p faktorlik korrelyatsiya tushunchasi

Kup ulchoVli korrelyatsiya. tushunchasi
MuHim Va moHiyatli omillarni tanlash
Kup omilli chiziq'li regressiya tenglamasini aniq'lash
Algoritmlar

Kup ulchoVli korrelyatsiya. MuHim Va moHiyatli omillarni tanlash

Korrelyatsion bog'lanishning Hususiyati regressiya tenglamasida bir necha muHim Va moHiyatli omillar ishtirok Etishini taq'ozo q'iladi. SHuning uchun regressiya tenglamasiga kiritiladigan moHiyatli omillarni tanlash katta aHamiyatga Egadir.

Kup omilli regressiya tenglamasida uzaro kuchli chiziq'li korrelyatsion bog'langan omillar bir Vaq'tda ishtirok Etmasligi kerak. CHunki ular regressiya tenglamasida bir-birini ma'lum darajada takrorlab, natijada regressiya Va korrelyatsiya kursatkichlarining buzilishiga sababchi buladi. Demak, tanlangan omillar ichida uzaro kuchli chiziq'li korrelyatsion bog'lanishda bulgan omillardan ba'zilarini regressiya tenglamasiga kiritmaslik kerak.

Kup omilli chiziq'li regressiya tenglamasini aniq'lash

Kup omilli regressiyaning chiziq'li tenglamasi umumiy kurinishda q'uyidagicha yoziladi:

$$\hat{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = a_0 + \sum_{j=1}^k a_jx_j. \quad (31)$$

Bu erda:

$\hat{y}_{1,2,\dots,k}$ - natijaViy belgining uzgaruVchan urtacha miq'dori bulib, uning indeksleri regressiya tenglamasiga kiritilgan omillarning tartib sonlarini kursatadi;

a_0 - ozod Had;

a_j - regressiya koEffitsientlari.

Kup omilli regressiya tenglamasining parametrlari «Eng kichik kVadratlar» usuliga asoslanib Hosil q'ilinadigan ushbu normal tenglamalar sistemasining echimidir:

[illegible]

Normal tenglamalar tizimi chiziq'li algebraning biror usulini q'ullab echiladi. Va noma'lum Hadlar topiladi. Echishni SHEHMda bajarish uchun maHsus «Microstat», «Statgraphics» kabi amaliy dasturlar paketi yaratilgan.

Hususiyl regressiya koEffitsienti muayyan omilning natijaViy belgi Variatsiyasiga ta'sirini omillar uzaro bog'lanishidan «tozalangan» Holda ulchaydi, ammo tengla-maga kiritilmagan omillar bundan mustasnodir.

Ta'kidlab utish kerakki, Hususiy regressiya koEffitsienti a_j $j = \overline{1, \dots, K}$, juft regressiya koEffitsientidan farq'li ularoq', muayyan omilning natijaga ta'sirini uning Variatsiyasi bilan boshq'a tenglamada q'atnashayotgan omillar Variatsiyasi orasidagi bog'lanishni Hisobga olmagan Holda, undan «tozalangan» tarzda ulchaydi.

Hususiyy regressiya koEffitsientlari a_j nomli miq'dorlardir, ular turli ulchoV birliklarda ifodalanadi Va sifat (ma'no) jiHatidan Har Hil omillar ta'sirini ulchaydi. Demak, ular bir biri bilan taq'q'oslama Emas.

β standartlashgan regressiya kursatkich-lari taq'q'oslama nisbiy meyorlar, ularda ulchoV bir-liklari Va belqilar moHiyati maVHum-lashqandir

SHuning uchun standartlashtirilgan Hususiy regressiya koEffitsientlari yoki β - koEffitsientlar Hisoblanadi:

$$\beta_j = a_j \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_v} \quad (36)$$

H_j omilga tegishli β_j – koEffitsient muayyan omil Variatsiyasining natijaViy belgi U Variatsiyasiga ta’sirini regressiya tenglamada kuzlangan boshq’a omillar Variatsiyasidan chetlangan (tozalangan) Holda ulchoVchi nisbiy me’yor Hisoblanadi. natijada kup ulchoVli regressiya tenlamasi q’uyidagi shaklni oladi:

$$\hat{y}_x = a_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k = a_0 + \sum \beta_i x_i. \quad (37)$$

Agar natijaViy belgi Va omillar q'iymatlarini standartlashgan masshtabda
olsak:

$$\hat{u}_{1,z_j} = \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots + \beta_k z_k = \sum_{i=1}^k \beta_j z_j \quad (39)$$

Uz-uzidan raVshanki, mazkur tenglamaning β_j - koEffitsientlarini aniq'lash uchun q'uyidagi normal tenglamalar tizimini echish kerak:

[illegible]

Kup ulchoVli β - regressiya tenglamasi koEffitsientlarini natural q'iymatlarga (a_j) keltirish uchun (39) formuladagi standartlashtirilgan regressiya koEffitsientlaridan ularning natural q'iymatlari (a_j) ni q'uyidagiifodalarga asoslanib Hisoblash kerak.

$$a_j = \beta_j \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}} = \beta_j \frac{\sigma_{u_j}}{\sigma_{z_i}}; \quad a_0 = \bar{y} - \sum_{j=1}^k a_j \bar{x}_j$$

Hususiyy regressiya koEffitsientlari bilan Elastiklik koEffitsientlari urtasida q'uyidagi uzaro nisbat mavjud.

Ma'lumki, Elastiklik koEffitsenti

$$\vartheta_j = a_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}} \quad (40)$$

ifodaga teng. Agar (36) dan a_j aniq'lab, $a_j = \frac{\beta_j \sigma_y}{\sigma_{x_j}}$ (40)ga q'uysak

$$\vartheta_j = \frac{\beta_j \sigma_y}{\sigma_{x_j}} \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}} = \frac{\beta_j v_y}{v_{x_j}} \quad (41). \text{ Bu erda } V_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} \text{ - natijaViy belgi Variatsiya}$$

koEffitsienti, $V_{x_j} = \frac{\sigma_{x_j}}{\bar{x}_j}$ - $j = \overline{1, \dots, k}$ - omil Variatsiya koEffitsienti yoki

$$\beta_j = \frac{\vartheta_j V_{x_j}}{V_y} \quad (10.36a) \quad \text{ёки} \quad \frac{\beta_j}{\vartheta_j} = \frac{V_{x_j}}{V_y}.$$

Kup omilli regressiyaning chiziq'siz tenglamalarini aniq'lash

Bu tenglamalar turli chiziq'siz kup ulchoVli funktsiyalar shaklida tuziladi, parametrlari Esa kichik kVadratlar usuli yordamida aniq'lanadi.

Kup ulchoVli Va Hususiy korrelyatsiya koEffitsientlari

Kup omilli regressiya tenglamasini baHolash natijaViy belgi (u) bilan omillar ($H_1, H_2, \dots, H_k$) urtasidagi korrelyatsion bog'lanishning kuchini ulchash Va tenglamaga kiritilgan barcha omillarning moHiyatli yoki moHiyatsizligini aniq'lashdan iborat. Korrelyatsion bog'lanishning kuchini ulchashda natijaViy belgining umumiy (σ_0^2) omilli ($\sigma_{01\dots k}^2$) Va q'oldiq' $\delta_{0(12\dots k)}^2$ dispersiyalaridan foydalaniladi.

$\sigma_{012\dots k}^2$ - omillar dispersiyasi.

$\delta_{0(12\dots k)}^2$ - q'oldiq' dispersiya;

σ_0 - umumiy dispersiya.

Dispersiya σ ishoralaridagi nol «0» indeksi natijaViy belgini anglatadi (ya'ni u).

1,2,...,k q' j - Har bir urganilayotgan (tenglamaga kiritilgan) omilning tartib soni. Demak, $\sigma_{012,...,k}$ $j = \overline{1,2,...,k}$ omillar dispersiyasi. Q'oldiq' dispersiya nishonidagi q'aVs «uning ichida sanab utilgan omillardan tashq'ari» degan ma'noni bildiradi Va q'oldiq' dispersiyani omillar dispersiyasidan farq' q'ilish uchun ishlatiladi.

Regressiya tenglamasi korrelyatsion bog'lanishni yaHshi ifoda Etsa, natijaViy belgining Haq'iq'iy Va nazariy q'iymatlari (y_{Ba} $\hat{y}_x$) urtasidagi tafoVutlar kam, ya'ni q'oldiq' dispersiya kichik bulib, omillar dispersiyasi umumiy dispersiyaga yaq'inlashadi. SHuning uchun bu dispersiyaning umumiy dispersiyadagi salmog'i

$$R_{012,...,k}^2 = \frac{\sigma_{012,...,k}^2}{\sigma_0^2} \quad (42)$$

korrelyatsion bog'lanish kuchini Harakterlaydi. Mazkur nisbat kupulchoVli (omilli) determinatsiya koEffitsient deb ataladi.

Kup ulchoVli determinatsiya koEffitsientini kVadrat ildiz ostidan chiq'arish natijasida kupomilli korrelyatsiya koEffitsienti Hosil buladi, u urganilayotgan omillar bilan natijaViy belgi orasidagi bog'lanishning zichlik darajasini ifodalaydi:

$$R_{012,...,k} = \sqrt{\frac{\sigma_{012,...,k}^2}{\sigma_0^2}} \quad (43)$$

H_k omilning Hususiy determinatsiya koEffitsienti.

$$r_{yx_k(123...k-1)}^2 = \frac{\sigma_{012,...,k-1k}^2 - \sigma_{012,...,k-1}^2}{\sigma_0^2 - \sigma_{012,...,k-1}^2} \quad (48)$$

$\delta_{0(12...k)}^2$

Hususiy determinatsiya koEffitsienti yangi H_k omil kup ulchoVli regressiya tenglamasiga kiritilgandan sung uning natijaViy belgiga ta'sirini ulchoVchi shartli sof dispersiyaning shungacha shakllangan q'oldiq' dispersiyadagi Hissasini ulchaydi

Hususiyy determinatsiya koEffitsientini kVadrat ildiz ostidan chiq'arish natijasida Hususiyy korrelyatsiya koEffitsienti Hosil buladi:

$$r_{y \times_k (123 \dots k-1)} = \sqrt{\frac{\sigma_{012 \dots k-1k}^2 - \sigma_{012 \dots k-1}^2}{\sigma_0^2 - \sigma_{012 \dots k-1}^2}} \quad (49)$$

Barcha kuzatilayotgan omillarni Hisobga oluVchi tenglama uchun kup ulchoVli determinatsiya koEffitsienti:

$$R^2_{012 \dots m-1, m, m+1 \dots k} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}^{(i)}_{012 \dots m-1, m, m+1 \dots k} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} .$$

Bunda kup ulchoVli korrelyatsiya koEffitsienti

$$R_{012 \dots m-1, m, m+1 \dots k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}^{(i)}_{012 \dots m-1, m, m+1 \dots k} - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Kup ulchoVli regressiya tenglamalarini baHolash Va taHlil q'ilish

YUq'orida kup ulchoVli regressiya tenglamasini baHolash bilan bog'liq' bulgan birinchi masala-determinatsiya Va korrelyatsiya koEffitsientlarini aniq'lash usullarini kurib chiq'dik. Bunday baHolashning ikkinchi masalasi regressiya tenglamalarini echish natijalari Va korrelyatsiya koEffitsientlarini EHtimollik jiHatdan muHimligi, ishonchliligini aniq'lashdan iborat. Bu masala juft regressiya tenglamasi Va korrelyatsiya koEffitsientlarini baHolashdagi usullar (6-bulim) yordamida ya'ni t-Styudent Va F-Fisher mezonlaridan foydalanib echiladi.

$$t_j = \frac{\beta_j \sqrt{n-k-1}}{\sqrt{(1 - \sum \beta_j r_{0j}) C_{jj}}} \quad (51)$$

bu erda $j = \overline{1..k}$ k-omillar tartib raq'ami, n-tuplam Hajmi, k-omillar soni, r_{0j} -Har bir omilning juft korrelyatsiya koEffitsienti, «0»-natijaViy belgi indeksi (nishoni) c_{jj} -normal tenglamalar tizimidagi koEffitsientlardan tuzilgan matritsaga $B=(b_{ej})$ teskari bulgan matritsaning $V^{-1}=(S_{ej})$ diagonal Elementi.

Kup ulchoVli korrelyatsiya koEffitsientining urtacha Hatosi q'uyidagi formula buyicha aniq'lanadi:

$$\sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n - k - 1}} \quad (54)$$

Uning muHimligini aniq'lash uchun St'yudent t-mezonining Haq'iq'iy q'iymati Hisoblanadi Va t-taq'simotning jadValidagi kritik q'iymati bilan taq'q'oslanadi.

Kup ulchoVli korrelyatsiya koEffitsienti uchun t-mezon bu koEffitsientning Haq'iq'iy q'iymatini uning urtacha Hatosiga bulishi Hosilasidir.

$$t_R = \frac{R}{\sigma_R} = \frac{R \sqrt{n - k - 1}}{1 - R^2}. \quad (55)$$

Agar mazkur korrelyatsiya koEffitsientining q'iymati birga yaq'in bulsa, uning baHolari taq'simoti normal yoki St'yudent taq'simotidan farq q'iladi, chunki u bir soni bilan chegaralangan. Bunday Hollarda korrelyatsiya koEffitsientlarining muHimligi G'-Fisher mezon bilan baHolanadi:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} * \frac{n - k - 1}{k}. \quad (56)$$

Bu erda k - omillar soni, K q' $m-1$ m – regressiya tenglamasidagi Hadlar soni.

Bir Va kup omilli bog'lanish natijalarini tarkibiy q'ismlarga ajratish usullari

Juft regressiya ko'effitsientini sof omil samarasi bilan bir q'atorda omillarning uzaro bevosita va bilvosita ta'sirida Hosil bulgan samaralarga ajratish mumkin.

Kup ulchoqli korrelyatsiya umumiy natijasida ayrim omillar Hissasini ajratma determinatsiya ko'effitsientlari yordamida aniq'lash mumkin: $d_j^2 = r_{oj}\beta_j$

Regressiya tenglamasiga kiritilgan barcha omillar bilan natijaviy belgi Variatsiyasi orasidagi bog'lanish umumiy zichligini ta'riflovchi kursatkichdan tashq'ari Har bir omil bilan bog'lanish zichligini ulchovchi kursatkichlar Ham kerak. Hususiy korrelyatsiya ko'effitsientlari bu Vazifani bajarsa Ham, ammo ular Har Hil asoslarga - q'oldiq' dispersiyalarga nisbatan aniq'lanadi, bu 48, 49, 49a formulalardan yaq'q'ol kurinib turibdi. Umumiy korrelyatsiya natijasini omillar Hissasiga ajratish uchun Esa ayrim omillarning natijaviy belgi umumiy Variatsiyasiga ta'sirini bir-biridan ajratilgan Holda ulchovchi kursatkichlar kerak Va ular bir Hil asosga nisbatan Hisoblanishi lozim. Bunday kursatkichlar q'atoriga omilning ajratma determinatsiya ko'effitsientini kiritish mumkin. Bu kursatkich muayyan H_j omilning juft korrelyatsiya ko'effitsientini r_{yx_j} uning β - ko'effitsientiga kupaytmasidan Hosil buladi Va uni d_j^2 bilan belgilanadi:

$$d_j^2 = r_{oj}\beta_{ji} : \sum_{j=1}^k d_j^2 = R^2 \quad (61)$$

Omillarning ajratma determinatsiya ko'effitsientlari nuq'sonlardan Holi Emas. Bu kursatkichning asosiy kamchiligi shundan iboratki, u geterogen Hususiyatga Ega, ya'ni tuzilish jiHatdan Har Hil kursatkichlarni birlashtiradi: juft korrelyatsiya ko'effitsienti omilning «loyq'alangan» ta'sirini ifodalasa, β -

koEffitsient Esa uning shartli sof ta'sirini, ya'ni regressiya tenglamasiga kiritilgan boshka omillar ta'siridan «tozalangan» natijani ulchaydi.

β^2 - koEffitsientlar ayrim omillarning natija umumiy Variatsiyasidagi His-sasi aniq'roq' ulchay-di

Har biri aloHida olib q'aralgan omillarning natijaViy belgi «U» Variatsiyasiga ta'sir q'ilish jamlama ulchami ularning β_j^2 -koEffitsienti yig'indisi ya'ni $\sum_{j=1}^K \beta_j^2$ bilan ulchanadi, sistema samarasi Esa:

$$\eta_s = R^2 - \sum_{j=1}^K \beta_j^2$$

Nazorat saVollari

1. MuHim Va moHiyatli omillar tushunchasi
2. Ko'p omillar ichidan muHim Va moHiyatlilarini tanlash
3. Regressiya tushunchasi Va uning ma'nosi
4. Korrelyatsiya tushunchasi Va uning ma'nosi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. 1. Турчак Л.И. Основы численных методов.-М.:Наука, 1987-326 с.
2. AbdukodiroV A.A., FoziloV F.I., Umrzoq'oV T.I.HM Va dasturlash.-T.:O'zbekiston, 1996y, 256 bet.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.:Наука, 1973-Т. 1-632 с.
4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений - М.: Физматгиз, 1966.
5. F.B.BadaloV, G'. SHodmonoV. Matematik modellar Va muhandislik masalalarini sonli echish usullari.-T.:Fan,2000.-276 b.
- 6.A.AbduhamidoV, S.HudoynazaroV.Hisoblash usullaridan mashq'lar Va laboratoriya ishlari.T.:O'zbekiston,1995.
7. Boyzoq'oV A., Q'ayumoV SH. Hisoblash matematikasi asoslari. T.:TDIU,
8. Б.П.Демидович, И.А.Марон. Основы вычислительной математики. М.:Наука, 1970 г.