

MUNDARIJA

KIRISH.	Bet 2
1. ODDIY DIFFERENTIAL TENGLAMALARNI TAQRIBIY ECHIMLARINI TOPISH USULLARI.	3
1.1. Differentsial tenglama haqida dastlabki ma'lumotlar. Masalaning qo'yilishi.	4
2. ODDIY DIFFERENTIAL TENGLAMALARNING TAQRIBIY ECHIMLARINI TOPISHNING SONLI USULLARI	5
2.1. Eyler usuli	6
2.2. Eyler usuli bilan hisoblash algoritmi	13
2. 2.3. Runge -Kutta usuli	8
2.4. Runge-Kutta usuli bilan hisoblash algoritmi	15
Kurs loyixasini bajarish uchun beriladigan vazifa	
1-ILOVA	
2-ILOVA	
ADABIYOTLAR RO'YXATI	

					KURS ISHI			
					Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalar uchun [0;1] intervalda berilgan Koshi masalasining taqribiy echimlarini Eyler va Runge-Kutta usullari bilan hisoblash. $Y' = x^2 \sin y + x^2 \cos y + 0,1; \quad y_0 = 0,4$	Adad	Massa	Masshtab
O'zb	Varaq	Hujjat	Imzo	Sana				
Bajardi		Eshboboyev J.						
Tekshirdi		Akramov A.A.						
T.kont.						Varaq 1	Varaqlar 30	
Rahbar		Akramov A.A.			Informatika, avtomatlashtirish va boshqaruv kafedresi	TKTi OOMTF 38-13 AB		
Nor.kon								
Tasdiq.								

1. KIRISH

EHM (kompyuter) ni paydo bo'lishi jamiyat rivojlanishida inqilobiy o'zgarishlarga sabab bo'ldiki, inson axborotni yig'ish, saqlash va ishlov berish bilan bog'lik bo'lgan aqliy mehnatni avtomatlashtirish imkonini beradi. Bu xildagi jarayonlarni avtomatlashtirish iktisodiy-tashkiliy tuzumlarga, texnologik jarayonlarni boshqarishga, loyihalar tuzish, ilmiy izlanishlar, o'qish-o'rganish va boshqa sohalarga kirib bordi. Shunday qilib ilmiy-texnik rivojlanishning asosiy yo'nalishi paydo bo'ldi.

Kiritish-chiqarish kurilmalari bilan ta'minlangan kompyuterlar katta hajmdagi axborotlarni yig'ib, xotirada saklab turish va kerak bo'lganda katta tezlikda kerakli axborotni berish mumkin.

Axborot texnologiyasi deganda, hajmi oshib borayotgan axborot oqimini yig'ish, saqlab turish va uzatishni kompyuterlar yordamida amalga oshiradigan usullarni majmuasi tushuniladi. Ushbu usullarni turli ko'rinishda ishlatilishi insonga zarur axborotlarni olish uchun kompyuter bilan mulokatda bo'lishni taqazo etadi.

Axborotni qayta ishlashni yanga texnologiyasi yordami bilan shu kunda jahonning turli burchaklaridagi kitobxonalaridan foydalanish, ilmiy anjumanlarda qatnashish, turli mutaxassislardan maslahatlar olish, fikr almashinish va boshqa ishlar amalga oshiriladi. Shu kunda jamiyat rivojiga yordam berish uchun kompyuter, insonga esa shaxsiy kompyuterlar beriladiki, u moddiy va ma'naviy boyliklar ishlab chiqishni turli sohalariga faol kirib bormoqda.

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						3
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

2. NAZARIY KISM

ODDIY DIFFERENTIAL TENGLAMALARNI TAQRIBIY ECHIMLARINI TOPISH USULLARI.

Differentsial tenglama haqida dastlabki ma'lumotlar.

DIFFERENTIAL TENGLAMALAR

Agar tenglamada noma'lum funksiya xosila yoki differensial ostida qatnashsa, bunday tenglama differensial tenglama deyiladi.

Agar differensial tenglamada noma'lum funksiya faqat bir o'zgaruvchiga bog'lik bo'lsa, bunday tenglama oddiy differensial tenglama

deyiladi.

Masalan:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{3}(1-2y); \quad y' = \frac{x^4}{2}; \quad \frac{dy}{dt} = t^2 - 1; \quad \sqrt{2} \frac{d^2 y}{dx^2} = x^2 + 1; \quad xdy = 3dx$$

Agar differensial tenglamadagi noma'lum funksiya ikki yoki undan ortiq uzgaruvchilarga bog'lik bulsa, bunday tenglama xususiy xosilali

differensial tenglama deyiladi. Masalan:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(x, y, z)$$

Differensial tenglamaning tartibi deb, shu tenglamada qatnashuvchi hosilaning (differensialning) eng yuqori tartibiga aytiladi. Masalan:

$$\frac{dz}{dx} = 5(z-1); \quad (u')^3 = x^2 + 2$$

birinchi tartibli tenglamalar,

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 5\left(\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\right), \quad \frac{d^4 T}{dt^4} = 1 - (l^t + 2)$$

esa 4- tartibli differensial tenglamalardir.

Mavzularda faqat oddiy differensial tenglamalarni ko'rib chiqamiz. n - tartibli oddiy differensial tenglamaning umumiy ko'rinishi

$$\text{quyidagicha:} \quad F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

					TKTI-OOMTФ-2014-38-13 АБ	Лист
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		4

bu erda x - erkli o'zgaruvchi; u - noma'lum funksiya, $y', y'', \dots, y^{(n)}$ - noma'lum funksiyaning xosilalari. (1) ni ko'p xollarda quyidagi kurinishda yozish mumkin:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) \quad (2)$$

(2) ning echimi (yoki integrali) deb uni qanoatlantiruvchi shunday $y = \varphi(x)$ funksiya aytiladiki, $\varphi(x)$ ni (2) ga quyganda u ayniyatga aylanadi.

Oddiy differensial tenglama echimining grafigi uning integral egri chizig'i deyiladi.

n -tartibli differensial tenglamaning echimida n ta erkli uzgarmas son qatnashadi. Bu o'zgarmas sonlarni uz ichiga olgan echim umumiy echim deyiladi. Umumiy echimning grafik kurinishi integral egri chiziqlar dastasini ifodalaydi. Umumiy echimda qatnashuvchi erkli uzgarmaslarning aniq son qiymatlari ma'lum bo'lsa umumiy echimdan xususiy echimni ajratib olish mumkin.

Umumiy echimga kiruvchi erkli uzgarmaslar masalaning boshlang'ich shartlaridan aniqlanadi. Bunda masala quyidagicha qo'yiladi: (2) differensial tenglamaning shunday echimi $y = \varphi(x)$ ni topish kerakki, bu echim erkli uzgaruvchi x ning berilgan qiymati $x=x_0$ da quyidagi qushimcha shartlarni qanoatlantirsin:

$$x = x_0 \text{ da } y = y_0, \quad y' = y'_0, \quad y'' = y''_0, \dots, y^{(n-1)} = y^{(n-1)}_0 \quad (3)$$

(3)shartlar boshlang'ich shartlar deyiladi, $x_0, y_0, y'_0, y''_0, \dots, y^{(n-1)}_0$ - sonlar esa echimning boshlang'ich qiymatlari deyiladi. Boshlang'ich shartlar (3) yordamida umumiy echimdan xususiy echimni ajratib olinadi.

. KOSHI MASALASI

$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$ differensial tenglamaning echimini $x = x_0$ da $y = y_0, y' = y'_0, y'' = y''_0, \dots, y^{(n-1)} = y^{(n-1)}_0$ boshlang'ich shartlar asosida topishga Koshi masalasi deyiladi. Birinchi tartibli differensial tenglama ($n=1$) uchun Koshi masalasi

quyidagichadir: boshlang'ich shart $x=x_0$ da $y=y_0$ ni qanoatlantiruvchi differensial

					TKTI-OOMTФ-2014-38-13 АБ	Лист
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		5

tenglamaning echimi topilsin. Birinchi tartibli

differential uchun Koshi masalasining geometrik ma'nosi shundaki, umumiy echimdan (egri chiziqlar dastasidan) kordinatalari $x=x_0$,

$y=y_0$ bo'lgan nuqtadan utuvchi integral egri chiziq ajratib olinadi. Agar $f(x, y)$ biror

$R_{[a,b]} = \{ |x - x_0| < a; |y - y_0| < b \}$ soxada uzluksiz bo'lib, shu soxada Lipshits sharti

$|f(x, \bar{y}) - f(x, y)| \leq N |\bar{y} - y|$ bajarilsa, u xolda Koshi masalasi $y(x_0)=y_0$ shartni

bajaruvchi yagona echimga egadir (bunda N - Lipshits doimiysi uchraydigan kupdan

- kup masalalarda aniq echimni topishning iloji bulmaydi. Shuning uchun differential

tenglamalarni echishda taqribiy usullar muxim rol uynaydi. Bu usullar echimlar qay

tarzda ifodalanishlariga qarab quyidagi guruxlarga bulinadilar:

1. Analitik usullar. Bu taqribiy usullarda echim analitik (formula) ko'rinishda chiqadi.

2. Grafik usullar. Bu xollarda echimlar grafik kurinishlarda ifodalanadi.

3. Raqamli usullar. Bunda echim jadval ko'rinishida olinadi.

xisoblash matematikasida mazkur uch guruxga kiruvchi bir qancha usullar ishlab chiqilgan. Bu usullarning bir-birlariga nisbatan

muayyan kamchiliklari va ustunliklari mavjud. Muhandislik masalalarini echishda

shularni xisobga olgan holda u yoki bu usulni tanlab

olish lozim bo'ladi.

Koshi masalasi: $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$

differential tenglamaning $[a, b]$ kesmada aniqlangan va $y(x_0) = y_0$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi taqribiy echimi topilsin.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= f_1(x, y, z) \\ \frac{dz}{dx} &= f_2(x, y, z) \end{aligned} \right\},$$

$$y(x_0) = y_0, z(x_0) = z_0,$$

taqribiy qiymatlar $y(x_i) \approx y_i, z(x_i) \approx z_i$ uchun yaqinlashishlar quyidagi formulalar

bo'yicha topiladi.

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		6

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \Delta y_i = hf(x_i, y_i, z_i) \\ z_{i+1} = z_i + \Delta z_i, \Delta z_i = hf(x_i, y_i, z_i) \end{array} \right\} \quad \text{bunda } i=0,1,2,\dots, n$$

KETMA-KET YAQINLASHISH USULI (PIKAR ALGORITMI)

Pikar algoritmi analitik usullardan bo'lib amaliy masalalarni echishda qo'llaniladi.

Faraz kilaylik, $y' = f(x, y)$ (4)

differensial tenglamaning ung tomoni $\{ |x - x_0| \leq a; |y - y_0| \leq b \}$ turtburchakda uzluksiz va u bo'yicha uzluksiz xususiy xosilaga ega bo'lsin. (13.7) tenglamaning $x=x_0$ da $y(x_0) = y_0$ (5)

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi echimi topilsin. (4)

dan $y' = \frac{dy}{dx} = f(x, y)$; $dy = f(x, y)dx$ bu ifodaning ikkala tomonini x_0 dan x gacha

integrallasak, $\int_{x_0}^x dy = \int_{x_0}^x f(x, y)dx$

Bundan (5) xisobga olinsa,

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y)dx \quad (6)$$

(6) da noma'lum funksiya integral ifodasi ostida qatnashganligi tufayli u integral tenglama deb ataladi. (6) da $f(x, u)$ funksiyadagi y o'rniga

uning ma'lum qiymati y_0 ni quyib birinchi yaqinlashish buyicha

echimni topamiz: $y_1(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y_0)dx$ (7)

endi(6) dagi $f(x, y)$ funksiyadagi y urniga uning ma'lum qiymati y_1 ni qo'ysak ikkinchi yaqinlashish buyicha echim $y_2(x)$ ni topamiz:

$$y_2(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y_1)dx \quad (8)$$

Ushbu jarayonni davom ettirsak,

(9)

$$y_1(x), y_2(x), y_3(x), \dots, y_n(x) \quad (10)$$

Demak, differensial tenglamalarni echishda ushbu teoremaning shartlari bajarilsa (ya'ni (10) yaqinlashuvchi bo'lsa), Pikar usulini qullash mumkin. Agar (10) uzoqlashuvchi bulsa, bu usulning ma'nosi bo'lmaydi.

integral ostidagi funksiyalar elementar funksiyalar orqali ifodalanmaydi. Amaliy masalalarni echishda echimlarni formula kurinishida emas, balki jadval kurinishida olish qulay buladi. Differensial tenglamalarni raqamli usullar bilan echganda echimlar jadval kurinishida olinadi. Amaliy masalalarni echishda kup qullaniladigan Eyler va Rungi-Kutta usullarini kurib chiqamiz

Eyler usuli. Quyidagi

$$y' = f(x, y) \quad (11)$$

birinchi tartibli differensial tenglamaning $[a, b]$ kesmada boshlang'ich shart $x=x_0$ bo'lgan hol uchun $y=y_0$ ni qanoatlantiruvchi echimi topilishi lozim bo'lsin. $[a, b]$ kesmani $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ nuqtalar bilan n ta teng bulakchalarga ajratamiz; bunda $x_i = x_0 + ih$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$), $h = \frac{b-a}{n}$ - kadam

(1.1) tenglamani $[a, b]$ kesmaga tegishli bulgan biror $[x_k, x_{k+1}]$ kesmada integrallasak,

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y) dx = \int_{x_k}^{x_{k+1}} y' dx = y(x) \Big|_{x_k}^{x_{k+1}} = y(x_{k+1}) - y(x_k) = y_{k+1} - y_k$$

$$y_{k+1} = y_k + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y) dx \quad (12)$$

Bu erda integral ostidagi funksiyani $x=x_0$ nuqtada boshlang'ich uzgarmas qiymatiga teng deb qabul qilinsa, quyidagini xosil qilamiz:

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x, y) dx = f(x_k, y_k) \cdot x \Big|_{x_k}^{x_{k+1}} = f(x_k, y_k) \cdot (x_{k+1} - x_k) = y'_k \cdot h$$

U xolda (1.2) dan $y_{k+1} = y_k + y'_k h$ (13)

$y_{k+1} - y_k = \Delta y_k$ ya'ni $y'_k h = \Delta y_k$ deb belgilasak,

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k \quad (14)$$

Ushbu jarayonni $[a, b]$ ga tegishli bo'lgan har bir kesmacha uchun takrorlab, (1.1) ning echimini ifodalovchi jadvalini tuzamiz. eyler usulining geometrik ma'nosi shundayki, bunda (1.1) ning echimini ifodalovchi integral egri chiziq siniq chiziqlar bilan almashtiriladi

quyidagi tizim
$$\begin{cases} y' = f_1(x, y, z) \\ z' = f_2(x, y, z) \end{cases} \quad (15)$$

uchun $x=x_0$ da $y=y_0, z=z_0$ (16)

boshlang'ich shart berilgan. (15) ning taqribiy echimlari quyidagi formulalar orqali topiladi:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i, \quad z_{i+1} = z_i + \Delta z_i$$

bu yerda

$$\Delta y_i = hf_1(x_i, y_i, z_i); \quad \Delta z_i = hf_2(x_i, y_i, z_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

RUNGE-KUTTA USULI

Runge - Kutta usuli ko'p jihatdan Eyler usuliga o'xshash, ammo aniqlik darajasi eyler usuliga nisbatan yuqori bulgan usullardan biridir. Runge-Kutta usuli bilan amaliy masalalarni echish juda qulay. Chunki, bu usul orqali noma'lum funksiyaning x_{i+1} dagi qiymatini topish uchun uning x_i dagi qiymati aniq bo'lishi etarlidir. Runge-Kutta usuli uning aniqlash darajasiga ko'ra bir necha turlarga bo'linadi. Shulardan amaliyotda eng kup qullaniladigani to'rtinchi daraja aniqlikdagi Runge-Kutta usulidir. Birinchi tartibli $y=f(x,y)$ differensial tenglama uchun $x=x_i$ ($i=0,1,2,\dots,n$) $y=y_i$ ma'lum bulsin. Bu erda yi boshlang'ich shart ma'nosida bo'lmasligi xam bu erda

(17)

$$\begin{aligned} Q_1^{(i)} &= hf(x_i, y_i), \\ Q_2^{(i)} &= hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_1^{(i)}}{2}\right), \\ Q_3^{(i)} &= hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{Q_2^{(i)}}{2}\right), \\ Q_4^{(i)} &= hf(x_i + h, y_i + Q_3^{(i)}), \end{aligned} \quad (18)$$

$i=0,1,2,\dots,n-1$, $h = \frac{b-a}{n}$ - integrallash qadami.

Tenglamaning echimi qidirilayotgan $[a,b]$ kesma $x_i = x_0 + ih$ ($i=0,1,2,\dots,n$) nuqtalar bilan uzaro teng n ta bulakka bulingan. i ning xar bir qiymati uchun (17) va (18) dagi amallarni bajaramiz va noma'lum funksiya y ning qiymatlarini (tenglamaning echimini) quyidagi formuladan

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						10
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

topamiz:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

Oddiy differentsial tenglama uchun qo'yilgan Koshi masalasini taqribiy echishning Adams usuli.

1. Takribiy echim xatoligini baxolashning Runge printsipli.
2. Sistema uchun Adams usuli.

Differentsial tenglamaning ung tomoni murakkab kurinishda bulgan xolda bu tenglama echimini RUNGE-KUTTA usulida topish qiyinchilik tug'diradi. Bunday xollarda ADAMS usulini qullash qulaydir. Chunki bu usulda tenglamaning ung tomonida turgan funksiya ko'p marta xisoblanmaydi.

$[a, b]$ kesmada

$$y' = f(x, y), \quad (20)$$

tenglamaning

$$y(x_0) = y_0 \quad (21)$$

boshlangich shartni bajaruvchi taqribiy echimini topish talab qilinadi. $[a, b]$ kesmani

$x_i = x_0 + ih, (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ nuqtalar bilan

n ta teng bulakka bulamiz. $[x_i, x_{i+1}]$ kesmadagi (1) differentsial

tenglamani integrallaymiz.

$$y_{i+1} = y_i + \int_{x_i}^{x_{i+1}} y' dx, \quad (22)$$

$$\Delta y_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y' dx$$

y' ni xisoblash uchun Nyutonning 2-interpolyatsion formulasini qo'llaymiz.

$$y' = y'_i + t \Delta y'_{i-1} + \frac{t(t+1)}{2} \Delta^2 y'_{i-2} + \frac{t(t+1)(t+2)}{3!} \Delta^3 y'_{i-3}. \quad (23)$$

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		11

Bu erda 3-tartibli chekli ayirmalar bilan chegaralanildi.

$$t = \frac{x - x_i}{h}, h = \frac{b - a}{n} \text{ yoki}$$

$$y' = y'_i + t\Delta y'_{i-1} + \frac{t^2 + t}{2}\Delta^2 y'_{i-2} + \frac{t^3 + 3t^2 + 2t}{6}\Delta^3 y'_{i-3}. \quad (23)$$

(23)ni(22)ga quyamiz va $dx=hdt$ ekanligini ehtiborga olsak,

$$\Delta y_i = h \int_0^1 (y'_i + ty'_{i-1} + \frac{t^2 + t}{2}\Delta^2 y'_{i-2} + \frac{t^3 + 3t^2 + 2t}{6}\Delta^3 y'_{i-3}) dt =$$

$$hy'_i + \frac{1}{2}\Delta(hy'_{i-1}) + \frac{5}{12}\Delta^2(hy'_{i-2}) + \frac{3}{8}\Delta^3(hy'_{i-3}) \quad (24)$$

xosil qilamiz. $q_i = y'_i h = hf(x_i, y_i), (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ deb belgilaymiz

U xolda

$$\Delta^m q_i = \Delta^m(y'_i, h); \quad (25)$$

$$\Delta y_i = q_i + \frac{1}{2}\Delta q_{i-1} + \frac{5}{12}\Delta^2 q_{i-2} + \frac{3}{8}\Delta^3 q_{i-3} \quad (26)$$

buladi. $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$ (25) formula bo'yicha (20)-(21) masala echimini topamiz

.(25)-(26) Adamsning ekstrapolyatsion formulasi deyiladi

(25) -(26) formulalarni qo'llash uchun boshlangich kesma deb ataluvchi

y_0, y_1, y_2, y_3 qiymatlar zarur buladi. Bu qiymatlar odatda RUNGE-KUTTA usuli

bilan topiladi. y_0, y_1, y_2, y_3 larni bilgan xolda

$$q_0 = hy'_0 = hf(x_0, y_0), q_1 = hf(x_1, y_1);$$

$$q_2 = hy'_2 = hf(x_2, y_2), q_3 = hy'_3 = hf(x_3, y_3) \quad (27)$$

qiymatlar aniqlanadi. So'ngra quyidagi xisoblash jadvalini tuziladi:

i	x_i	y_i	Δy_i	$y'_i = f(x_i, y_i)$	$q_i = hy'_i$	Δq_i	$\Delta^2 q_i$	$\Delta^3 q_i$		
Ўлч.	варақ	хужжат №	имзо	Сана	ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ					Лист
										12

0	x_0	y_0		$f(x_0, y_0)$	q_0	Δq_0	$\Delta^2 q_0$	$\Delta^3 q_0$
1	x_1	y_1		$f(x_1, y_1)$	q_1	Δq_1	$\Delta^2 q_1$	
2	x_2	y_2		$f(x_2, y_2)$	q_2	Δq_2		
3	x_3	y_3	Δy_3	$f(x_3, y_3)$	q_3	Δq_3		
4	x_4	y_4						
5	x_5							
6	x_6							

Bu jadvaldagi $q_3, \Delta q_2, \Delta^2 q_1, \Delta^3 q_0$ diagonal elementlardan foydalanib (25) formula yordamida $n=3$ da

$$\Delta y_3 = q_3 + \frac{1}{2} \Delta q_2 + \frac{5}{12} \Delta^2 q_1 + \frac{3}{8} \Delta^3 q_0 \text{ topiladi va (26) formula yordamida}$$

$y_4 = y_3 + \Delta y_3$ xisoblanadi. Sungra x_4 va y_4 dan foydalanib

$f(x_4, y_4), q_4, \Delta q_3, \Delta^2 q_2, \Delta^3 q_1$ lar xisoblanadi. Bulardan foydalanib

$$\Delta y_4 = q_4 + \frac{1}{2} \Delta q_3 + \frac{5}{12} \Delta^2 q_2 + \frac{3}{8} \Delta^3 q_1 \quad y_5 = y_4 + \Delta y_4 \text{ topiladi va xokazo}$$

Xatolikni baxolash uchun RUNGE printsiptini qullanadi

1) h qadam bilan differentsial tenglama echimi topiladi.

2) $H=2h$ qadam bilan differentsial tenglama yangi echimi xisoblanadi.

3) xatolik quyidagi formula bilan topiladi.

$$\varepsilon = \frac{\tilde{y}_n - \tilde{y}_{2n}}{2^m - 1} \quad (28)$$

bu erda $\tilde{y}_{2n} - h$ qadam bilan topilgan, $\tilde{y}_n$ esa $2h$ qadam bilan topilgan taqribiy qiymat. (25)-(26) formulalar uchun qadam $h^4 < \varepsilon$ tengsizlikdan aniqlanadi. Bu erda ε berilgan aniqlik.

MISOL: $y' = y - x$ differentsial tenglamani $y(0)=1,5$ shartni

qanoatlantiruvchi echimining $x=1,5$ dagi qiymatini 0,01 aniqliqda Adams usuli

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						13
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

bilan xisoblang.

ECHISH: h qadamni $h^4 < 0,01$ tengsizlikdan aniqlaymiz. $h=0,25$,

$x_0 = 0, y_0 = 1,5, y_1$ ba y_2, y_3 qiymatlarni RUNGE –KUTTA usuli bilan topamiz. $y_1 = 1,8920, y_2 = 2,3243, y_3 = 2,8084$ bu qiymatlardan foydalanib, quyidagi asosiy va yordamchi xisoblash jadvallarini tuzamiz:

ASOSIY JADVAL

i	x_i	y_i	Δy_i	$y_i = f(x_i, y_i)$	$q_i = hy'_i$	Δq_i	$\Delta^2 q_i$	$\Delta^3 q_i$
0	0,00	1,5000		1,5000	0,3750	0,0355	0,0101	0,0028
1	0,25	1,8920		1,6420	0,4105	0,0456	0,0129	0,0037
2	0,50	2,3243		1,8243	0,4561	0,0585	0,0166	0,0047
3	0,75	2,8084	0,5504	2,0584	0,5146	0,0751	0,0213	
4	1,00	3,3588	0,6365	2,3588	0,5897	0,0964		
5	1,25	3,9944	0,7450	2,7444	0,6861			
6	1,50	4,7394						

YORDAMCHI JADVAL

I	q_i	$\frac{1}{2}\Delta q_{i-1}$	$\frac{5}{12}\Delta^2 q_{i-2}$	$\frac{3}{8}\Delta^3 q_{i-3}$	Δy_i
3	0,5146	0,0293	0,0054	0,0011	0,5504
4	0,5897	0,0376	0,0069	0,0014	0,6356
5	0,6961	0,0482	0,0089	0,0018	0,7450

JAVOB: $y(1,5)=4,7394 \approx 4,74$

ADAMS usulini yuqori tartibli differentsial tenglama va differentsial tenglamalar sistemasini echish uchun xam qullash mumkin.

$$\left. \begin{aligned} y' &= f(x, y, z) \\ z' &= f_2(x, y, z) \end{aligned} \right\}, (2,10) \quad \left. \begin{aligned} y(x_0) &= y_0 \\ z(x_0) &= z_0 \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

Differentsial tenglamalar sistemasi uchun Adamsning ekstrapolyatsion formulasi kurinishi quyidagicha buladi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_i &= P_i + \frac{1}{2} \Delta P_{i-1} + \frac{5}{12} \Delta^2 P_{i-2} + \frac{3}{8} \Delta^3 P_{i-3} \\ \Delta z_i &= g_i + \frac{1}{2} \Delta g_{i-1} + \frac{5}{12} \Delta^2 g_{i-2} + \frac{3}{8} \Delta^3 g_{i-3} \end{aligned} \right\}, \quad (30)$$

$$P_i = hy'_i = hf_1(x_i, y_i, z_i), g_i = hz'_i = hf_2(x_i, y_i, z_i),$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i,$$

$$z_{i+1} = z_i + \Delta z_i.$$

3. PASKAL ALGORITMIK TILDA DASTUR TUZISH

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Eyler usuli bilan hisoblash uchun PASCAL dasturlash tilidagi dastur kodi va yechimi :

```
program Eyiler;
    //Uses crt;
    var a, b, h, x, y0, y, y1, F : real; n : integer;
    begin //clrscr;
        writeln('oralikni chap chegarasi - a ');
        write('a=');read(a);
        writeln('oralikning ung chegarasi - b ');
        write('b=');read(b);
        writeln (noma'lum funksiyaning bosh qiymati – y0 ni kiriting');
        write('y0=');readln ( y0 );
        writeln ('qadamlar soni - n ni kiriting');
        write('n=');read( n );
        h:= (b-a)/n;
        x:=a; y:=y0;
        while x<=b do begin
            F:= x*x*sin(y)+x*x*cos(y)+0.1; // tenglamani o'ng tomonini kiriting
            y1:=y + h*F;
            writeln('x=',x,' y1=',y1);
            x:=x+h;
            y:=y1;
        end;
    end.
```

Delphi 7

Pascal ABC

Файл Правка Вид Программа Сервис Помощь

•Program1.pas

```

program Eyler;
//Uses
var a,b,x,h,y0,y,y1,F:real; n:integer;
begin//clrscr
writeln('oraliq chap chegarasi-a');
write('a=');read(a);
writeln('oraliq ung chegarasi-b');
write('b=');read(b);
writeln('nomalum funksiyaning bosh qiymati y0 ni kiriting');write('y0=');readln(y0);
writeln('qadamlar soni -n ni ririting');
write('n=');read(n);
h:=(b-a)/n;
x:=a; y:=y0;
while x<=b do begin
F:=x*x*sin(y)+y*y+x*x*x-1; //tenglamaning ung tomonini kiriting
y1:=y+h*F;
writeln('x=',x,' y1=',y1:3:2);
x:=x+h;
y:=y1;
end;

```

```

n=10
x=0 y1=0.32
x=0.1 y1=0.23
x=0.2 y1=0.13
x=0.3 y1=0.04
x=0.4 y1=-0.05
x=0.5 y1=-0.14
x=0.6 y1=-0.22
x=0.7 y1=-0.30
x=0.8 y1=-0.35
x=0.9 y1=-0.40
x=1 y1=-0.42

```

пуск Pascal ABC Delphi 7 Jalol .doc [Режим отр... EN 22:21

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Runge-Kutta usuli bilan hisoblash uchun PASCAL dasturlash tilidagi dastur kodi va yechimi:

```

program RungeKutta; // Uses crt;

label 1;

var a,b,h,x,y0,y,y1,k1,k2,k3,k4,k:real; n:integer;

function F(x,y : real) : real ;
begin
F:=x*x*sin(y)+x*x*cos(y)+0.1; // tenglamani o'ng tomonini kiriting
end ;

begin // clrscr;

writeln('oraliqni chap chegarasi - a ' o'ng chegarasi- b ni' kiriting');
read(a,b);

writeln (noma'lum funktsiyaning bosh qiymati – y0 ni kiriting');
readln ( y0 );

writeln ('bo'linishlar soni - n ni kiriting');
read( n ); h:= (b-a)/n;

x:=a; y:=y0;
1:k1:=h*F(x,y);
k2:=h*F(x+h/2,y+k1/2);
k3:=h*F(x+h/2,y+k2/2);
k4:=h*F(x+h,y+k3);
k:=(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
y1:=y+k;
writeln('x=',x, ' ', 'Y=', y1:3:2);

if x < b then
begin
x:=x+h; y:=y1; goto 1
end;

```

Pascal ABC

Файл Правка Вид Программа Сервис Помощь

Program1.pas

```

program RungeKutta; // Uses crt;
label 1;
var a,b,h,x,y0,y,y1,k1,k2,k3,k4,k:real; n:integer;
function F(x,y : real) : real ;
begin
F:=x*x*sin(y)+x*x*cos(y)+0.1; // tenglamani o'ng tomonini kiriting
end ;
begin // clrscr;
writeln('oraliqni chap chegarasi - a ','ung chegarasi- b');
read(a,b);
writeln('nomalun funktsiyaning bosh qiymati - y0 ni kiriting');
readln ( y0 );
writeln('bolinishlar soni - n ni kiriting');
read( n ); h:= (b-a)/n;
x:=a; y:=y0;
1:k1:=h*F(x,y);
k2:=h*F(x+h/2,y+k1/2);
k3:=h*F(x+h/2,y+k2/2);
k4:=h*F(x+h,y+k3);
k:=(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
y1:=y+k;
writeln('x=',x, ' ', 'Y=', y1:3:2);
if x < b then
begin
x:=x+h; y:=y1; goto 1
end;

```

10
x=0 Y=0.41
x=0.1 Y=0.42
x=0.2 Y=0.44
x=0.3 Y=0.47
x=0.4 Y=0.51
x=0.5 Y=0.56
x=0.6 Y=0.63

Строка: 25 Столбец: 101 SEDAYA NOCH_JAMIK :: MP3 :: 44 kHz, 160 kbps, (

пуск Jolol.doc [Режим огр... BURCAK SHTA.doc [P... Pascal ABC EN 23:30

3. DELPHI ALGORITMIK TILDA DASTUR TUZISH

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Eyler usuli bilan hisoblash uchun DELPHI dasturlash tilidagi dastur kodi va yechimi :

```
unit Unit1;
```

```
interface
```

```
uses
```

```
Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,  
Dialogs, StdCtrls;
```

```
type
```

```
TForm1 = class(TForm)
```

```
Edit1: TEdit;
```

```
Edit2: TEdit;
```

```
Edit3: TEdit;
```

```
Edit4: TEdit;
```

```
Memo1: TMemo;
```

```
Button1: TButton;
```

```
procedure Button1Click(Sender: TObject);
```

```
private
```

```
{ Private declarations }
```

```
public
```

```
{ Public declarations }
```

```
end;
```

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						20
Ўлч.	варақ	хужжат №	имзо	Сана		

var

Form1: TForm1;

implementation

{ \$R *.dfm }

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);

var a, b, h, x, y0, y, y1, F : real; n : integer;

begin

a:=StrToFloat(edit1.Text);

b:=StrToFloat(edit2.Text);

y0:=StrToFloat(edit3.Text);

n:=StrToInt(Edit4.Text);

h:= (b-a)/n;

x:=a; y:=y0;

while x<=b do begin

F:= x*x*sin(y)+x*x*cos(y)+0.1; // tenglamani o'ng tomonini kiriting

y1:=y + h*F;

Memo1.Lines.Add('x='+FloatToStr(x) +' y1='+FloatToStr(y1));

x:=x+h; y:=y1;

end; end;end.

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						21
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

Form1

Ok

Chap chegara a= 0

Ung chegara b= 1

y0= 0.4

Qadamlar soni n= 10

x=0 y1=0.41
 x=0.1 y1=0.421315730150801
 x=0.2 y1=0.436601782654063
 x=0.3 y1=0.458563289715649
 x=0.4 y1=0.489992884575092
 x=0.5 y1=0.533816780007017
 x=0.6 y1=0.593125766771335
 x=0.7 y1=0.671145273342385
 x=0.8 y1=0.771064839609918
 x=0.9 y1=0.89560437141532
 x=1 y1=1.04616778646146

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Runge-Kutta usuli bilan hisoblash uchun DELPHI dasturlash tilidagi dastur kodi va yechimi:

```
unit Unit1;
```

```
interface
```

```
uses
```

```
Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,  
Dialogs, StdCtrls;
```

```
type
```

```
TForm1 = class(TForm)
```

```
  Memo1: TMemo;
```

```
  Button1: TButton;
```

```
  Edit1: TEdit;
```

```
  Label1: TLabel;
```

```
  Label2: TLabel;
```

```

Edit2: TEdit;
Edit3: TEdit;
Label3: TLabel;
Edit4: TEdit;
Label4: TLabel;
procedure Button1Click(Sender: TObject);
private
    { Private declarations }
public
    { Public declarations }
end;

var
    Form1: TForm1;

implementation

{$R *.dfm}

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var a,b,h,x,y0,y,y1,k1,k2,k3,k4,k:real; n:integer;
    label 1;
    function F(x,y : real) : real ;
    begin
        F:=x*x*sin(y)+x*x*cos(y)+0.1;
    end ;
    begin
        a:=StrToFloat(Edit1.Text);
        b:=StrToFloat(Edit2.Text);
        y0:=StrToFloat(Edit3.Text);

```

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						23
Үлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

```

n:=StrToInt(Edit4.Text);
h:=(b-a)/n;
x:=a; y:=y0;
1:k1:=h*F(x,y);
k2:=h*F(x+h/2,y+k1/2);
k3:=h*F(x+h/2,y+k2/2);
k4:=h*F(x+h,y+k3);
k:=(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
y1:=y+k;
Memo1.Lines.Add('x='+FloatToStr(x) +' y1='+FloatToStr(y1));
if x < b then
begin
x:=x+h; y:=y1; goto 1
end;

end;

end.

```

Form1

Ok

Chap chegara a= 0

Ung chegara b= 1

y0= 0.4

Qadamlar soni n= 10

```

x=0 y1=0.410438177425085
x=0.1 y1=0.423517828129536
x=0.2 y1=0.441925138833032
x=0.3 y1=0.468426826458675
x=0.4 y1=0.505914432437779
x=0.5 y1=0.557436924506271
x=0.6 y1=0.626177357989827
x=0.7 y1=0.715296429249651
x=0.8 y1=0.827527139050142
x=0.9 y1=0.964392928096781
x=1 y1=1.12501994816218
x=1.1 y1=1.3048341557599

```

4 Excel dasturida yechim olish va girafik yaratish

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Eyler usuli bilan hisoblash uchun EXCEL dasturida dastur yechimi va grafigi:

Excel dasturida bu differentsial tenglamani yechishda Eyler usulidan foydalanamiz. $[0,1]$ oraliqda berilgan $Y = x^2 * \sin(y) + x^2 * \cos(y) + 0.1$ $y_0 = 0,4$ dif tenglamani yechishda Eyler usulidan foydalanib

$$y' = y_0 + F * h$$

$$x = x_0 + i * h$$

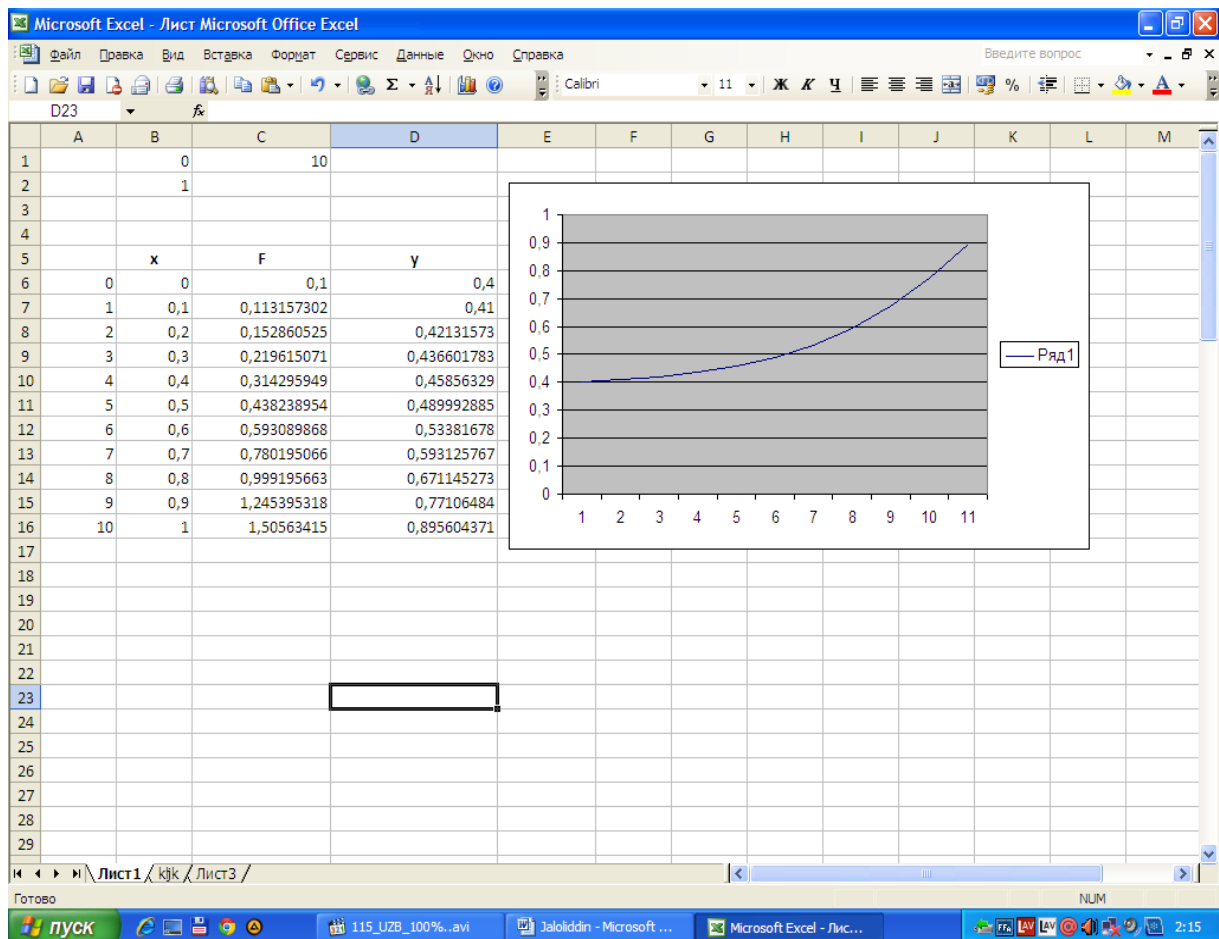
$$h = \frac{b-a}{n} \quad \text{larni kiritamiz. Bunda } n \text{ qadamlar soni } 10 \text{ ga teng}$$

endi **b1 b2** yacheykalarga $[0,1]$ oralikni **c1** ga esa **n** ni kiritamiz **a6** yacheykadan boshlab x ning 10 ta intervalini olamiz keyin esa **b6** dan boshlab x ning formulasi

$$x = x_0 + i * h, \quad \text{ni kiritamiz. So'ngra } \mathbf{c6} \text{ yacheykaga}$$

$F = x^2 * \sin(y) + x^2 * \cos(y) + 0.1$ kiritamiz bunda x ning boshlang'ich qiymati nolga teng bulgani uchun $F=0,1$ buladi. Undan kiyin esa **d7** yacheykaga $y = y_0 + F * h$, formulani kiritamiz va natijani olamiz. Barcha formulani

kiritgandan keyin kataklarni 10 ta yacheyka tortamiz va barcha natijani olamiz. Natija yordamida vstavka bulimidan diagrammani tanlab tenglama girafigini chizamiz.



Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamani sonli echimini Runge-Kutta usuli bilan hisoblash uchun Excel dasturlash tilidagi dastur kodi va yechimi:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	a		0	10	h		0,1								
2	b		1												
3	i	x	F	Y1	k1	k2	k3	k4	k						
4		0	0	0,1	0,4	0,01	0,01032828	0,0103278	0,011316	0,010438					
5		1	0,1	0,11316	0,410438										
6		2	0,2	0,152869	0,421754										
7		3	0,3	0,219634	0,437041										
8		4	0,4	0,314328	0,459004										
9		5	0,5	0,438285	0,490437										
10		6	0,6	0,593147	0,534266										
11		7	0,7	0,780255	0,59358										
12		8	0,8	0,999243	0,671606										
13		9	0,9	1,245403	0,77153										
14		10	1	1,505562	0,89607										

Xulosa

Bizning kurs ishimizning vazifasi ham fanning kuplab masalalarini, jumladan $y' = f(x, y)$ kurinishdagi oddiy differensial tenglamalarning taqribiy echimlarini topish va shu maqsadda sonli usullarni qo'llash, hamda hisoblash jarayonini kompyuterda amalga oshirish uchun PASCAL, DELPHI, EXCEL dasturlarida tuzilgan dastur kodidan foydalanishga bag'ishlangan. Bu kurs ishimizda Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalar uchun $[0;1]$ intervalda berilgan Koshi masalasining taqribiy echimlarini Eyler va Runge-Kutta usullari bilan uch xil dasturda hisobladik. Bizga berilgan ushbu $Y = x^2 * \sin(y) + x^2 * \cos(y) + 0.1$ $y_0 = 0,4$ differensia tenglamani yechishda Eyler, Runge - Kutta usulidan foydalanib topish berildi.

Runge - Kutta usuli ko'p jihatdan Eyler usuliga o'xshash, ammo aniqlik darajasi Eyler usuliga nisbatan yuqori bulgan usullardan biridir.

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						28
Ўлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Тошкент Ўқитув, 2000. Иор с
2. Кров В. И., Бобков В.В., Монастырний П.И.
Вычислительные методы высшей математики.
1,2-том Минск, Высш. школ 1972, 1975.
3. Ба мар с
методы. — М., Наука. 1989.

Internet resurslari:

1. <http://www.intuit.ru>
2. <http://www.tuit.uz>
3. <http://www.ictcountcil.gov.ru>
4. <http://www.ziyonet.uz>
5. <http://www.kasu.uz>

					ТКТИ-ООМТФ-2014-38-13 АБ	Лист
						30
Ұлч.	варақ	хужжат№	имзо	Сана		