

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**TOSHKENT TO'QIMACHILIK VA YENGIL SANOAT
INSTITUTI**

**“Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish
va boshqarish”
kafedrası**

**“TIZIMLAR NAZARIYASI ASOSLARI”
fanidan ma`ruzalar matni**

Toshkent – 2015

Ushbu uslubiy qo'llama 53110000 – “Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish (to'qimachilik, yengil va paxta sanoati)” yo'nalishi bakalavrlari uchun “Tizimlar nazariyasi asoslari” fanidan ma'ruza matnidir. Ma'ruza matni asosida talabalar fan bo'yicha nazariy ma'lumotlarni olish bilan birga amaliy mustaqil islarini bajarish uchun asosiy ko'nikmalar hosil qilishadi.

Uslubiy qo'llama – “Tizimlar nazariyasi asoslari” fanining o'quv dasturi asosida tuzilgan.

Tuzuvchilar: t.f.n., qots. Xalmatov D.A.
ass. Xushnazarova D.R.

Taqrizchilar: ToshDTU, “Boshqarishda axborot texnologiyalari” kafedrası dotsenti Siddiqov I.X.

TTESI, “Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish” kafedrası dosenti Qaxxarov A.A.

TTESI ilmiy – uslubiy kengashida tasdiqlangan

Bayonnoma № _____ “ _____ ” _____ 2015 y.

TTYESI kseroksida “ _____ ” nusxada ko'paytirilgan.

1 – Mavzu

Asosiy tushunchalar. Tizim tushunchasining umumiy ta'riflari

Reja:

1. Kirish
2. Tizim haqida tushuncha.

Darsning maqsadi: Talabalarga fanning maqsad va vazifalarini, tizim haqidagi umumiy tushuncha va ta'riflarni, texnik tizimlar haqidagi tushunchalarni o'rgatish.

Tayanch iboralar: Tizim, avtomatik boshqarish tizimi, tizim elementlari.

1. Kirish

“Tizimlar nazariyasi asoslari” fanining maqsadi: Zamonaviy texnik analiz va sintez olib borish usullarini o'rgatishdir. Asosiy diqqat boshqarish tizimlarini o'rganish hamda zamonaviy boshqarish nazariyasida paydo bo'luvchi turli xil matematik masalalarni yechish usullariga qaratilgan.

Fanning vazifasi – matematikaning maxsus boblari haqida asosiy tushuncha, ta'riflarni, optimizatsiyalash usullarini, to'g'ri chiziqli differensial tenglamalarni matrisa funksiyalari orqali to'g'ri chiziqli hamda dinamik dasturlash usullarini o'zlashtirishdir.

“Tizimlar nazariyasi asoslari” fani “Avtomatik boshqarish nazariyasi”, “Avtomatlashtirish va boshqarish tizimlari”, “Boshqarish tizimlarini komp'yuterli modellashtirish”, “Raqamli avtomatlashtirish va boshqarish tizimlari” va boshqa fanlarni o'rganishda asos bo'lib xizmat qiladi.

“Tizimlar nazariyasi asoslari” fani ishlab chiqarishda erishilgan muvaffaqiyatlar, hamda yutuqlar mamlakatimizning iqtisodiyoti va madaniyatini rivojlantirish, shuningdek, aholining turmush farovonligini oshirish uchun ahamiyatga ega bo'lgan sanoatni yaratish uchun asos bo'lmoqda. O'z navbatida tizimlar nazariyasi asoslari ishlab chiqarish samaradorligini mutassil oshirish, mahsulot sifatini yuqori darajaga ko'tarish, xarajatlarni kamaytirish, mehnat sharoitlarini yaxshilash va ishlab chiqarishda xavfsizlik texnikasini ta'minlash uchun xizmat qiladigan asosiy omil hisoblanadi.

Tizimlar nazariyasi asoslarini o'rganish va tadbqiq etishdan kutilgan maqsadga erishish uchun texnologik jarayonlar va texnologik agregatlar avtomatlashtirish prinsiplari va imkoniyatlariga to'la amal qilgan holda tayyorlangan bo'lishi kerak. Shuning uchun ushbu fan umumkasbiy fan hisoblanib, ishlab chiqarish texnologik tizimining ajralmas bo'g'inidir.

Ma'lumki kundalik xayotimizga, ishlab chiqarishga, turli tuman zamonaviy texnik uskuna va qurilmalar, ularning o'zaro funksional bog'langan murakkab Tizimlari tez suratlar bilan kirib kelmoqda. Bunday tizimlarni yaratilishi va ishlab chiqarishga tadbqiq etish bir necha murakkab ilmiy izlanish, loyixalash, konstruktorlik hamda tajriba ishlari natijasida amalga oshirilmoqda.

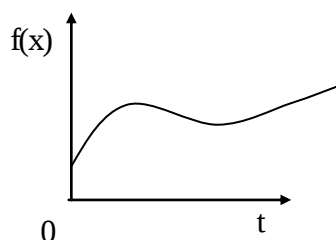
Yuqorida sanalgan masalalarni hal etishni avvalo ushbu yaratilayotgan tizimdan matematik jihatdan mukammal ifodalanishi zarur bo'ladi. Faqat shu holdagina mavjud matematik amallar, usullar yordamida bunday murakkab tizimlarni yaratish imkoniga ega bo'lamiz.

«Tizimlar nazariyasi asoslari» fanining asosiy maqsadi texnik tizimlarni matematik jihatini aniq ifodalash, usullarni o'rgatish, tizimlarning dinamik va statik xususiyatlarini aniqlashda matematik asoslarini o'rgatishdan iboratdir. Texnik tizimlar ishlash prinsipiga ko'ra 3ta katta guruhga bo'linadi:

1. Uzlüksiz tizimlar.
2. Uzlukli tizimlar.
3. Uzlüksiz- uzlukli tizimlar.

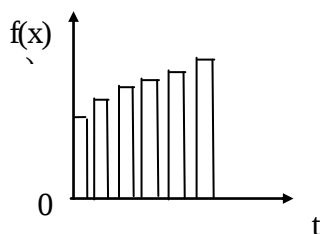
Tizimlarni tadqiq qilish jarayonida asosan signallar bilan ishlanadi. Bunda ularga berilayotgan yoki olinayotgan signallar turli xil ko'rinishlarda bo'lishi mumkin.

Masalan: Uzlüksiz ko'rinishdagi signal.



Bunga misol qilib haroratni o'lchovchi termoparadan olinayotgan signalni olish mumkin.

1.1-rasm. Uzlüksiz ko'rinishdagi signal



Bunga modem orqali internetga ulanishni misol qilish mumkin. Bunda ma'lumotlar analog ko'rinishdan diskret ko'rinishga aylantiriladi.

1.2-rasm. Uzlukli ko'rinishdagi signal.

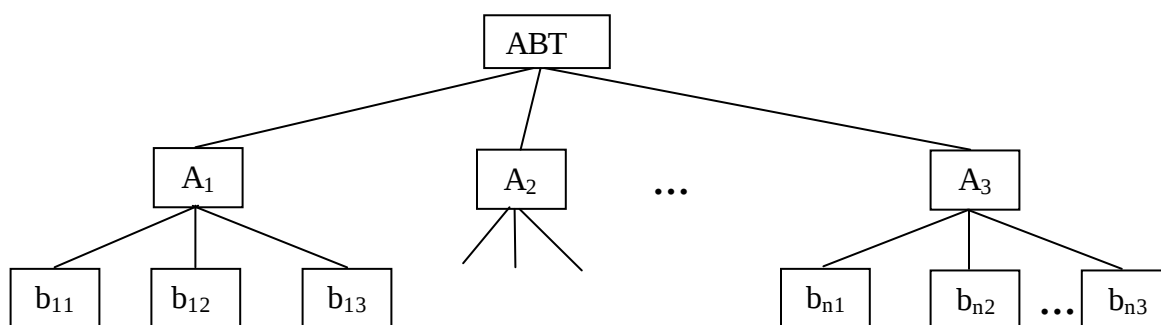
Ushbu kurs davomida yuqorida sanalgan tizimlarni tahlil qilishning matematik asoslarini o'rganib chiqamiz.

2. Tizim haqida tushuncha.

Tizim deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi harakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi. **Masalan:** Quyosh tizimi, qon aylanish tizimi, samolyotni boshqarish tizimi va hokazo.

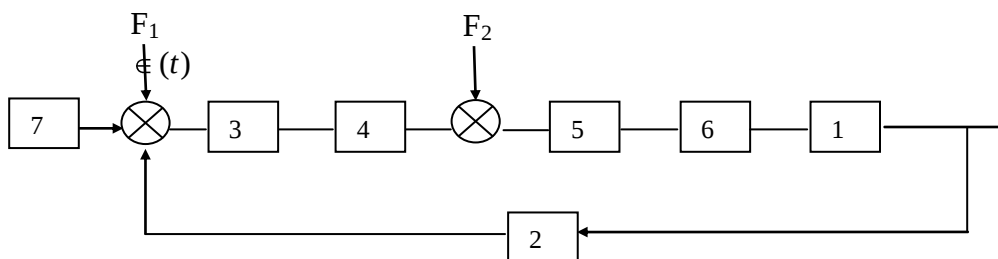
Texnik tizimlarga misol qilib, texnologik amal bajaradigan yoki informatsion texnik vazifalarni bajara oladigan tugal bog'liqlik va ta'sirda bo'luvchi texnik qurilmalar uskunalar to'plamini keltirish mumkin. **Masalan:** Gazmol to'qish stanogi, mexanik parmalash, matolarni bo'yash uskunolari va hokazo.

Texnik tizimlar orasida avtomatik boshqarish tizimlari o'ziga xos bo'lgan tizimlardan iboratdir. Umumiy holda avtomatik boshqarish tizimlarini ko'p satxli element va amallar to'plami ko'rinishida shakllash mumkin. Bunday qurilmadan ko'rinib turibdiki avtomatik boshqarish tizimi mustaqil ravishda faoliyat ko'rsata oladigan lekin funksional jihatdan o'zaro bog'liqlik va ta'sirida bo'lgan bir necha qurilmalar to'plamidan iborat ekan. Ushbu qurilmalar o'z navbatida alohida-alohida ishlaydigan ammo, o'zaro bog'liq bo'lgan nisbatan sodda elementlar to'plamidan iboratdir.



1.3-rasm. Avtomatik boshqarish tizimini umumiy ko'rinishi.

Bunga misol qilib, paxtani quritish jarayonining avtomatik boshqarish tizimini keltirish mumkin.



1.4-rasm. Paxtani quritish jarayonining avtomatik boshqaruvchi tizimi.

1 – Quritish jarayoni, (Boshqarish ob'yekti); 2 – Termopara (O'lchovchi qurilma); 3 – Kuchaytiruvchi qurilma; 4 – Korrektlovchi qurilma; 5 – Bajaruvchi qurilma; 6 – Rostlovchi organ; 7 – Topshiriq.

Nazorat savollari.

1. Fanning maqsad va vazifalari nimadan iborat?
2. Tizim deb nimaga aytiladi?
3. Avtomatik boshqarish tizimlari deganda nimani tushunasiz?
4. Texnik tizimlarga misol keltiring.
5. To'qimachilik sanoatidagi biror jarayonni avtomatik boshqaruvchi tizimini tasvirlang.

2 – Mavzu

To'plamlar nazariyasi va uning elementlari. To'plamlarning berilish usullari.

Reja:

1. To'plam tushunchasi va ularning berilish usullari.
2. Predikatlar va kvantorlar.

Darsning maqsadi: Talabalarga to'plam haqida tushunchalar berish, to'plam elementlari, predikatlar va kvantorlar haqida ma'lumotlar berish, to'plamlarning berilish usullarini tushuntirish.

Tayanch iboralar: To'plam, predikat, kvantor, universal to'plam, chekli to'plam, cheksiz to'plam.

1. To'plam tushunchasi va ularning berilish usullari.

Tizimning xossalarini o'rganish, ularni tadqiq qilish va boshqarish uchun avvalo ularning tarkibi, tuzilishi va faoliyatini biror bir matematik munosabat shaklida ifodalab olish talab qilinadi. Tizimning tarkibi va uning faoliyatini ifodalash uchun to'plamlar nazariyasi tushunchasidan foydalaniladi.

To'plam eng muhim matematik tushunchalardan biridir. Bu tushuncha matematika faniga to'plamlar nazariyasining asoschisi bo'lgan nemis matematigi Georg Kantor (1845-1918) tomonidan kiritilgan.

Ta'rifsiz qabul qilingan tushunchalar boshlang'ich tushunchalar deyiladi.

O'rta maktab matematika kursidagi asosiy tushunchalar: nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, ikki nuqta orasidagi masofa va to'plam.

To'plam boshlang'ich tushuncha hisoblanib, misollar yordamida tushuntiriladi. To'plamlar lotin va grek alifbosining bosh harflari bilan belgilanadi.

To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi. To'plamlarni quyidagicha tasvirlash mumkin:

1. $S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ - elementlari kam bo'lgan holat

2. $S = \{x_i | i = \overline{1, n}\}$ - elementlari ko'p bo'lgan holat

To'plamni tashkil qiluvchi ob'ektlar **to'plamning elementlari** deyiladi. To'plamlar elementlari lotin alifbosining kichik harflari bilan belgilanadi. To'plam elementlari 2 ta katta qavslar $\{\}$ orasiga olish yordamida beriladi. To'plam elementlari bir-biridan $(,)$ bilan ajratiladi. (1 – usul). To'plam elementlari ko'p bo'lsa, 2 – usullardan foydalaniladi. 3 – usulda to'plam elementlarining xususiyatlarini matematik ifodalash shaklida berish yoki so'z bilan qayd etishga asoslangan. Masalan:

$$S = \{x | x - \text{butun}\}$$

$$A = \{x | x - \text{alochi}\}$$

$$S = \{x | 2x^2 - x + 1 = 0\} \otimes$$

$$S = \{x | x \in \mathbb{N} \wedge 0 < x \leq 7\}$$

$$S = \{x | 2x^2 + 3x - 1 = 0\}$$

Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam **bo'sh to'plam** deyiladi va $\emptyset$ bilan belgilanadi.

To`plamni elementlarini sanash mumkin bo`lsa bunday to`plam **chekli to`plam** deyiladi, sanash mumkin bo`lmasa **cheksiz to`plam** deyiladi.

2.1-misol:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ chekli to`plam

$N = \{2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ cheksiz to`plam

To`plam va uning elementlari orasida tegishli va tegishli emas munosabatlari mavjuddir. To`plamlar berilganda $N = \{2, 3, \dots\} \in N, \frac{1}{2} \in N, \frac{1}{2} \notin N$ ko`rinishlarda bo`lishi mumkin.

Agar A to`plamning barcha elementlari  $B$  to`plamga tegishli bo`lsa u holda  $A$  to`plam B to`plamning **qism to`plami** (to`plam ostisi) deyiladi va quyidagicha belgilanadi: $A \subseteq B$

2.2-misol: $N \subset Z$ (Z – butunsonlar), $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

A to`plam  $B$  to`plamning qism to`plami va  $B$  to`plam A to`plamning qism to`plami bo`lsa, u holda  $A$  va  $B$  to`plamlar **teng to`plamlar** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A = B; A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B \quad (2.1)$$

$$AB \Leftrightarrow \begin{cases} A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B \\ B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x \in B \Rightarrow x \in A \end{cases} \quad (2.2)$$

Hech qanday to`plamning to`plam ostisi bo`lmaydigan yoki uning uchun barcha to`plamlar qism to`plam bo`lgan to`plam **universal to`plam** deyiladi va quyidagicha belgilanadi: $U = \{A, B, C\}$.

2. Predikatlar va kvantorlar.

To`plamlar ustida turli amallarni bajarishda predikat tushunchasidan foydalaniladi. Tarkibida erkli o`zgaruvchilar qatnashib, bu o`zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo`lgan qiymatlarida mulohazaga aylanadigan darak gapga, **predikat** deyiladi.

x ob`ektning biror  $P$  xossaga ega bo`lishi $P(x)$ kabi belgilanib, $P(x)$ **bir o`rinli predikat** deb yuritiladi.

2.3-misol:

a). $P(x)$: “ x — tub son” ko`rinishdagi predikat berilgan bo`lsin. Bunday holda $P(x)$ bir noma'lumli funksiyani ifodalab, uning aniqlanish sohasi natural sonlar to`plami  $N$  dan, qiymatlari sohasi mulohazalar to`plamidan iborat bo`lib, har bir mulohazaning qiymatlari sohasi esa ikki elementli  $\{0, 1\}$  to`plamdan iborat. Bu funksiya qiymatlarining jadval ko`rinishi quyidagichadir:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(x)$	0	1	1	0	1	0	1	0

b). $E(x)$: “ x — juft son” kabi predikat berilgan boʻlsin. Uning rostlik jadvali

x	1	2	3	4	5	6	7
$E(x)$	0	1	0	1	0	1	0

koʻrinishda boʻladi.

Yuqoridagi ikkita misoldan quyidagi fikrlarni ayta olamiz.

1. Predikatlar mulohaza emas, lekin x ning biror toʻplamga tegishli aniq qiymatlarida u mulohazaga aylanadi.

2. Agar M qandaydir obʼektlar toʻplami boʻlsa, bu toʻplamdagi predikat-xossa deganda biz shu M toʻplamda rost yoki yolgʻon qiymatni qabul qiluvchi bir argumentli funksiyani tushunamiz.

M toʻplamning $P(x)$ predikatni rost mulohazaga aylantiruvchi qism toʻplamiga $P(x)$ predikatning *rostlik sohasi* deyiladi.

Agar $P(x)$ predikat M toʻplamning barcha elementlarida rost (yolgʻon) qiymatni qabul qilsa, $P(x)$ predikat M toʻplamda *aynan rost (aynan yolgʻon)* deyiladi.

$K(A_1, \dots, A_k; a_1, \dots, a_m; x_1, \dots, x_s; P_1, \dots, P_r)$ formula ($P_1, \dots, P_r$) predikatlar T toʻplamda kamida bitta usulda aniqlanganda, $(x_1, \dots, x_s)$ predmet oʻz-garuvchilar T toʻplam elementlari bilan kamida bitta usulda almashtirilganda hamda $(A_1, \dots, A_k)$ propozitsional oʻz-garuvchilar qiymatlarining kamida bitta tizimida 1 qiymat qabul qilsa, u holda K formula T toʻplamda *bajariluvchi* deyiladi. K formula ixtiyoriy T toʻplamda bajariluvchi boʻlsa, u holda u bajariluvchi formula deyiladi.

1, 2, 3 oʻrinli predikatlar mos ravishda unar, binar, ternar *predikatlar* deyiladi. Nol oʻrinli predikat oʻzgarmas mulohazani ifodalaydi.

Predikatlardan mulohaza hosil qilishning yana ikkita usuli mavjud. Buning uchun quyidagi misolni koʻrib chiqamiz:

$$x \in N \text{ boʻlganda}$$

$$P(x) \rightarrow "x^2 - 3x + 2 = 0" \quad (1)$$

boʻlsin. Agar (1) predikatni barcha $x \in N$ lar uchun qaraydigan boʻlsak, u yolgʻon mulohaza boʻlib, baʼzi bir $x \in N$ lar uchun esa rost mulohaza boʻladi.

Biror M toʻplamning “barcha x elementlari uchun” degan jumla qisqacha $\forall x \in M$, “baʼzi bir x elementlar uchun” degan jumla esa $\exists x \in M$ orqali belgilanib, ular mos ravishda *umumiylilik* va *mavjudlik kvantorlari* deb yuritiladi.

$$(\forall x \in A) f(x) \quad (2)$$

(qisqacha: $(\forall x \in A) f(x)$) belgi “ A toʻplamning barcha x elementlari uchun $f(x)$ predikat rost”,

$$(\exists x \in A) f(x) \quad (3)$$

(qisqacha: $(\exists x \in A) f(x)$) belgi esa “ A to`plamning shunday  $x$  elementi mavjudki, bu element uchun  $f(x)$  predikat rost» deb o`qiladi.

(2) va (3) mulohazalar odatda kvantorli mulohazalar deyiladi. $f(x)$ predikat A to`plamning barcha elementlari uchun rost bo`lgandagina (2) mulohaza rost qiymatga ega, $f(x)$ predikat aynan yolg`on yoki bajariluvchi bo`lganda, (2) mulohaza yolg`on, ya`ni $\forall x f(x)$ yolg`on bo`ladi.

$f(x)$ predikat A to`plamning barcha elementlari uchun aynan yolg`on bo`lgandagina  $\exists x f(x)$  yolg`on bo`ladi.

2.4-misol: Z to`plamda $f(x; y)$; “ x son y dan kichik” degan predikat vositasi bilan tuzilgan $\forall x \exists y (x; y)$ mulohaza istalgan x ni olganda ham shunday y topiladiki, ular uchun “ $x < y$ ” degan mulohaza aynan rost, chunki istalgan x uchun $y = x + 1$ deb olsak, $x < y$ tengsizlik bajariladi.

Nazorat savollari.

1. To`plam deb nimaga aytiladi?
2. To`plam elementlari deganda nimani tushunasiz?
3. Teng to`plamlar deb qanday to`plamlarga aytiladi?
4. Qism to`plam nima? Misollar bilan tushuntiring.
5. Universal to`plam nima? Misollar bilan tushuntiring.
6. Predikat va kvantor tushunchasiga izoh bering.
7. Umumiylik va mavjudlik kvantorlarining farqini tushuntiring.
8. Predikatning rostlik sohasi deganda nimani tushunasiz?

3 – Mavzu

Turli masalalarni yechishda to`plamlar nazariyasidan foydalanish.

Reja:

1. To`plamlar ustida bajariladigan amallar.
2. Amallarning Eyler-Venn diagrammalari.
3. To`plamlarning algebraik ayniyatlari.

Darsning maqsadi: Talabalarga turli masalalarni yechishda to`plamalardan foydalanish, ular ustida bajariladigan amallar, to`plamlarning algebraik ayniyatlarini o`rgatish, amaliy misol va masalalarni yechishda ayniyatlarning tadbiqini tushuntirish.

Tayanch iboralar: Birlashma, kesishma, to`ldirma, ayirma, simmetrik ayirma, Eyler-Venn diagrammalari, kommutativlik, distributivlik, idempotentlik, De-Morgan qonuni.

1. To`plamlar ustida bajariladigan amallar.

Turli xil masalalarni yechishda to`plamlardan foydalanish uchun uning ustida bajariladigan amallarni bilish zarur. Umumiy holda to`plamlar ustida quyidagi amallar bajariladi:

1. Birlashma (yig`indi).

A va B to`plamlarning kamida bittasiga tegishli bo`lgan barcha elementlar to`plami  $A$  va  $B$  **to`plamlarning birlashmasi** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\} \quad (3.1)$$

3.1-misol: $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $B = \{6,2,8,9,10,11,12\}$ $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

2. Kesishma (ko`paytma).

A va B to`plamlarning barcha umumiy elementlaridan tuzilgan yangi to`plam shu **to`plamlarning kesishmasi** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\} \quad (3.2)$$

3.2-misol: $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $B = \{6,2,8,9,10,11,12\}$ $A \cap B = \{6,2,8,9\}$

3. Ayirma.

A to`plamning  $B$  to`plamga kirmagan barcha elementlaridan tuzilgan yangi to`plam  $A$  va  $B$  **to`plamlarning ayirmasi** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A \setminus B = \{x \in A \wedge x \notin B\} \quad (3.3)$$

3.3-misol: $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $B = \{6,2,8,9,10,11,12\}$ $A \setminus B = \{1,2,3,4,5,7\}$;
 $B \setminus A = \{10,11,12\}$

4. To`plamlarning to`ldirmasi.

Agar $B \subseteq A$ bo`lganda  $A \setminus B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$  bo`lsa, u holda B to`plamning  $A$  to`plamgacha **to`ldirmasi** deyiladi.

5. To`plamlarning simmetrik ayirmasi.

A va B to`plamlarning **simmetrik ayirmasi** deb birining ikkinchisiga tegishli bo`lmagan elementlaridan tuzilgan yangi to`plamga aytiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \quad (3.4)$$

6. To`plamlarning bo`linishi.

M to'plam berilgan bo'lsin. $S = \{x_1, x_2, x_n\}$ to'plami M to'plamining bo'linishi deyiladi, agarda quyidagi shrtlar bajarilsa:

1. S to'plamdan ixtiyoriy x_i to'plami $M - x_i \subset M$ bo'lsa;
2. Ixtiyoriy x_i, x_j to'plamlar kesishmasa, ya'ni ularning kesishmasi $\emptyset$ hosil qilsa;
3. Barcha x_i to'plamining yig'indisi M to'plamga tegishli bo'lsa, $\bigcup_{i=1}^n x_i \subseteq M$.

7. To'plam to'ldiruvchisi.

To'plam **to'ldiruvchisi** deb, shunday $\bar{A}$ to'plamga aytiladiki, uning barcha elementlari universal to'plamga tegishli bo'lib, A to'plamning o'ziga esa tegishli emas.

$$\bar{A} \nmid x \in U \quad \text{ba} \quad x \notin A \quad (3.5)$$

Bundan quyidagicha xulosa keladiki

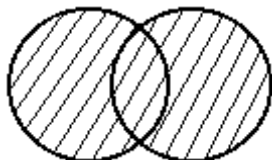
$$A \cap \bar{A} = \emptyset \quad \text{kesishmasi}$$

$$A \cup \bar{A} = U \quad \text{birlashmasi}$$

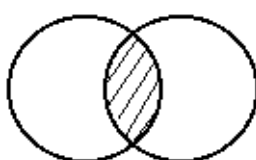
2. Amallarning Eyler-Venn diagrammalari.

Yuqorida ko'rib o'tgan amallarimizni Eyler-Venn diagrammalari orqali quyidagicha tasvirlaymiz.

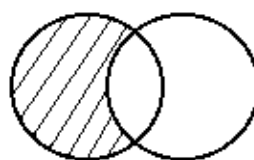
1. $A \cup B$



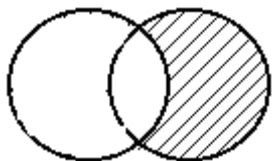
2. $A \cap B$



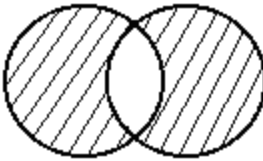
3. $A \setminus B$



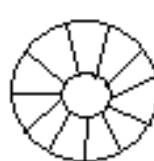
4. $B \setminus A$



5. $A \Delta B$



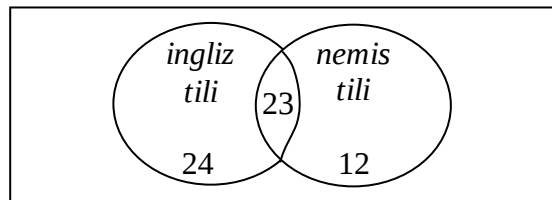
6. $\bar{B} = A \setminus B$



3.1-rasm. Eyler-Venn diagrammalari

3.4-misol: “Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqarish” yo'nalishining 1 kursida 75ta talaba o'qiydi. Ulardan 47 tasi maktabda ingliz tilini, 35tasi nemis tilini, 23tasi har ikkala tilni o'rgangan. Kurs talabalaridan nechitasi ikkala tilni ham bilmaydi?

Bu masalani yechish uchun Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanamiz. To'g'ri to'rtburchak sifatida 1 kurs talabalarini to'plamini olamiz. Bu yerda ikkita to'plam kesishmasi 23ta elementdan iborat bo'lgani uchun faqat ingliz tilini o'rganganlar soni $47 - 23 = 24$ ta va nihoyat har ikkala tilni bilmaydiganlar soni esa $75 - (24 + 23 + 12) = 16$ tadan iborat.



3.2-rasm. Eyler-Venn diagrammasiga misol

3. To'plamlarning algebraik ayniyatlari.

Yuqoridagi amallar asosida to'plamlarning turli algebraik munosabatini hosil qilish mumkin. Undan tashqari algebraik munosabatni hosil qilishda to'plamlarning algebraik ayniyatlaridan ham foydalaniladi. Bular quyidagilar:

1. **Kommutativlik** (o'rin almashish) qonuniga bo'ysunadi:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

2. **Assotsiativlik** (guruhlanish) qonuniga bo'ysunadi:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

3. **Distributivlik** (tarqatish) qonuniga bo'ysunadi:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4. **De -Morgan** qonuniga bo'ysinadi:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$$

5. **Idempotentlik** qonuniga bo'ysunadi:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

6. $A \cup U = U$

7. $A \cap U = A$

8. **Yutilish** qonuniga bo'ysunadi:

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Nazorat savollari.

1. To'plamlar ustida qanday amallar bajariladi?

2. To'plamlarning bo'linishi deganda nimani tushunasiz?
3. To'plam to'ldiruvchisini tushuntiring.
4. To'plamlar ustida bajariladigan amallarni Eyler-Venn diagrammalari orqali tasvirlang.
5. To'plamlarda qanday xossalalar o'rinli?

4 – Mavzu

Tartiblangan to'plamlar. To'plamlar nazariyasining xossalari.

Reja:

1. Tartiblangan to'plam to'g'risida tushuncha.
2. To'plamlarni to'g'ridan to'g'ri ko'paytirish.
3. Mos kelishlilik. Munosabat va akslantirish

Darsning maqsadi: Talabalarga tartiblangan to'plam, kartej va uning proyeksiyalari, to'plamlarni to'g'ridan to'g'ri ko'paytirish, moslik, to'plamlarda munosabat tushunchasi, akslantirish va funksiya to'g'risidagi tushunchalar va ta'riflarni berish, mavzuni misollar bilan mustahkamlash.

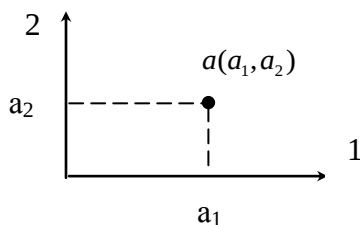
Tayanch iboralar: Kartej, kartej proyeksiyasi, Dekart ko'paytma, akslantirish, funksiya, funksional akslantirish, operator.

1. Tartiblangan to'plam to'g'risida tushuncha.

Tartiblangan to'plam deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir. Ushbu to'plamning elementlari **kartej** deb ataladi. Demak, **kartej** bu kichik qavslar orasiga olingan hamda muhim o'z o'rniga ega bo'lgan elementlar to'plamidir. Boshqacha qilib aytganda shartli ravishda tartiblashtirilgan o'rinlarini almashtirib bo'lmaydigan to'plamga **kartej** deb ataladi va quyidagicha belgilanadi. **M:** $A=(a_1, a_2, a_3)$ - korteji uzunligi 3 ga teng.

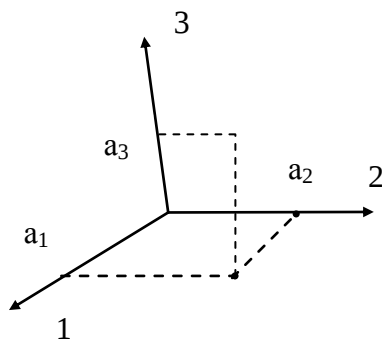
Kartejda umuman elementlar bo'lmasa **nollik kartej**, bitta element bo'lsa **birlik kartej**, n ta element bo'lsa **n -lik kartej** deb ataladi.

Ikkilik kartej nuqtaning tekislikdagi holatini bildiradi, ya'ni:



4.1-rasm. Ikkilik kartej nuqtaning tekislikdagi holati

Uchlik kartej o'ltichovli fazodagi nuqtaning xolatini ifodalaydi.



4.2-rasm. Uchlik kartej o'lchovli fazodagi nuqtaning xolati

Kartejlarning proyeksiyalari mavjud bo'lib, ular o'qqa nisbatan quyidagicha formuladan aniqlanadi.

$$\Pi_{p_i}(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = a_i \quad i = \overline{1, n} \quad (4.1)$$

Masalan:

$$\begin{aligned} \Pi_{p_1}(a_1, a_2) &= a_1 \\ \Pi_{p_2}(a_2, a_3) &= a_2 \end{aligned}$$

Bunda, tekislikka nisbatan proyeksiyasi – kartej, o'qqa nisbatan proyeksiyasi elementdir.

Tekislikka nisbatan proyeksiyani quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Pi_{p_{1\dots e}}(a_1, a_2, \dots, a_n) = (a_1, \dots, a_e) \quad (4.2)$$

Masalan:

$$\begin{aligned} \Pi_{p_{1,2}}(a_1, a_2, a_3) &= (a_1, a_2) \\ \Pi_{p_{2,3}}(a_1, a_2, a_3) &= (a_2, a_3) \end{aligned}$$

4.1-misol: M to'plam elementlari bir xil uzunlikdagi kartejlardan tashkil topgan bo'lsin.

$$M = \{(a, b, c), (x, x, x), (1, 3, 1)\}$$

$$\text{U holda } \Pi_{p_1} M = (a, x, 1) \quad \Pi_{p_{2,3}} M = \{(b, c), (x, x), (3, 1)\}$$

Bundan ko'rinib turibdiki, agar bir xil uzunlikdagi kartejlardan iborat bo'lgan to'plam berilgan bo'lsa, ularning bitta proyeksiyasi kartej hosil qiladi, bir nechta proyeksiyasi esa kartejlardan iborat bo'lgan to'plam hosil qiladi.

2. To'plamlarni to'g'ridan-to'g'ri ko'paytirish.

Ikki to'plam A va B to'plamlar berilgan bo'lsin.

Birinchi komponenti A to'plamdan, ikkinchi komponenti B to'plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to'plami A va B to'plamlarning **dekart (to'g'ri) ko'paytmasi** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$A \times B = \{(x; y) | x \in A \wedge y \in B\} \quad (4.3)$$

4.2-misol:

$$A = \{1, 2, 3\} \wedge B = \{a; b\}; A \times B = \{(1; a), (1; b), (2; a), (2; b), (3; a), (3; b)\}$$

Ushbu misoldan $B \times A$ ni ham ko'rib chiqamiz:

$$B \times A = \{(a; 1), (a; 2), (a; 3), (b; 1), (b; 2), (b; 3)\}$$

Bundan ko'rinib turibdiki, $A \times B \neq B \times A$. Demak, ushbu holda kommutativlik qoidasi o'rinli emas.

Ammo, to'plamlar soni ko'p bo'lgandagi holatda distributivlik qoidasi o'rinli bo'ladi.

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C \quad (4.4)$$

Bir nechta to'plamning to'g'ridan to'g'ri ko'paytmasi deb kartejlardan iborat bo'lgan to'plamga aytiladi.

Agar A va B to'plamlar mos ravishda m ta va n ta elementli to'plamlar bo'lsa, ularning $A \times B$ to'g'ri ko'paytmasi mn ta juftliklardan iborat bo'ladi. Dekart ko'paytma tushunchasini istalgan chekli sondagi to'plamlar uchun kiritish mumkin.

Istalgan $A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlar berilgan bo'lsa, $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ dekart ko'paytmaning istalgan W qism to'plami $A_1, A_2, \dots, A_n$ to'plamlar elementlari orasida aniqlangan n o'rinli **moslik**, n ga esa shu W moslikning **rangi** deyiladi.

Xususiyl holda, ya'ni $A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$ bo'lganda W moslik A to'plamda aniqlangan munosabat deb yuritiladi. W munosabat A^n dekart ko'paytmaning har bir elementiga A to'plamning bitta elementini mos qo'yadi. Bu yerda $A^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_1 \in A, x_2 \in A, \dots, x_n \in A\}$ bo'lib, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ uzunligi n ga teng kortejdir.

3. Mos kelishlilik. Munosabat va akslantirish

X va Y to'plamlar berilgan bo'lsin. Agar ushbu to'plamdagi qandaydir $x \in X$ bo'lsa, element bilan $y \in Y$ elementlar mos holda juftlik hosil qilsa u holda X va Y to'plamlar orasida mos kelishlikni o'rnatish mumkin.

Mos kelishlikni ifodalash uchun quyidagi belgilash qabul qilingan:

$$Q \subseteq X \cdot Y \quad (x, y) \in X \cdot Y$$

bo'lsa, u holda q mos kelishlikni tartiblangan uch to'plamga teng bo'lgan holda qarash mumkin, ya'ni:

$$q = (X, Y, Q)$$

Bu yerda: X – mos kelishlikni jo'natish sohasi, Y – mos kelishlikni qabul qilish sohasi, Q – mos kelishlikni grafigi deyiladi.

Masalan: $X = \{x: 0 \leq x \leq 10\}$, $x \in R$, bu yerda R – haqiqiy sonlar, $Y = \{a, b, c, d, e\}$.

Bunda X va Y to'plamlar orasida quyidagi mos kelishlik bo'lishi mumkin.

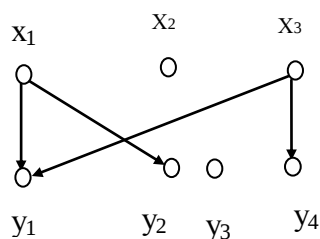
$$Q = \{(1, a), (5, a), (2, b), (5, d)\}$$

Misoldan ko'rinib turibdiki X va Y elementlarining barchasi mos kelishlikda ishtrok etishlari shart emas.

Munosabat deb shunday uchlikka aytiladiki, bunda quyidagi uchlik mavjud bo'lsa, q mos kelishlik tartiblangan uch to'plamga teng bo'ladi.

$$q = (X, Y, Q), \quad X \cap Y \neq \emptyset, \quad Q = X * Y.$$

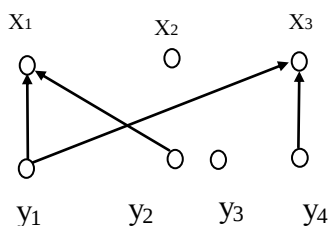
4.3-misol:



$$Q = X \cdot Y = \langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle, \langle x_3, y_4 \rangle$$

4.3-rasm. Munosabatning grafik tarzda ifodalanishi

Xuddi shu singari teskari munosabat xam bo'lishi mumkin:



$$Q = X \cdot Y = \langle y_1, x_1 \rangle, \langle y_2, x_2 \rangle, \langle y_4, x_3 \rangle$$

$$q^{-1} = (Y, X, Q^{-1})$$

4.4-rasm. Teskari munosabat grafik tarzda ifodalanishi

Agar q munosabatda ixtiyoriy $\forall x_i \in X$ element uchun shunday $y_j \in Y$ element mavjud bo'lsakim ular orasida quyidagi (x_i, y_j) mos kelishlik aniqlangan bo'lsa u holda bunday munosabatga **akslantirish** deb ataladi va Γ harfi bilan belgilanadi.

Masalan: $\Gamma: X \rightarrow Y$

Agar X va Y to'plamlar orasidagi akslantirish $(\Gamma: X \rightarrow Y)$ bir qiymatli aniqlangan bo'lsa yoki $X \neq \emptyset \wedge Y \neq \emptyset$ to'plamlar berilganda X to'plamning har bir elementiga $\forall x \in X$ biror f qonun qoida asosida Y to'plamning $y \in Y$ yagona y elementi mos qo'yilsa, u holda bunday moslik **funksiya** deb ataladi va quyidagicha belgilanadi:

$$f: X \rightarrow Y \vee X \rightarrow Y \vee Y = f(x)$$

Bunda Y -funksiya (obraz).

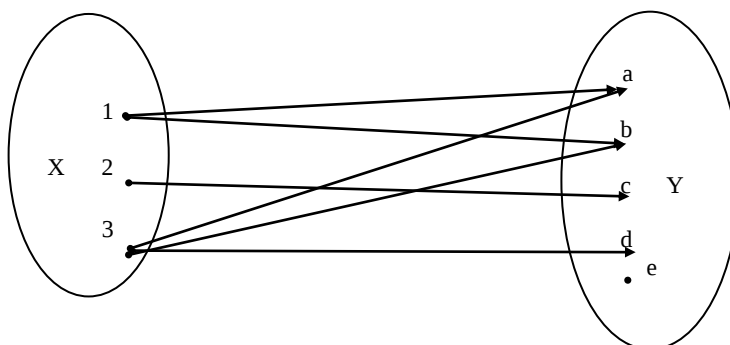
4.4-misol: 1) $X = \{1, 2, 3\}$ va $Y = \{a, b, c, d, e\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin. Ushbu to'plamlarni to'g'ri va teskari yo'nalish bo'yicha akslantirish quyidagicha bajariladi:

$$\text{To'g'ri yo'nalish bo'yicha: } \Gamma_1 = \{a, b\}$$

$$\Gamma_2 = \{c\}$$

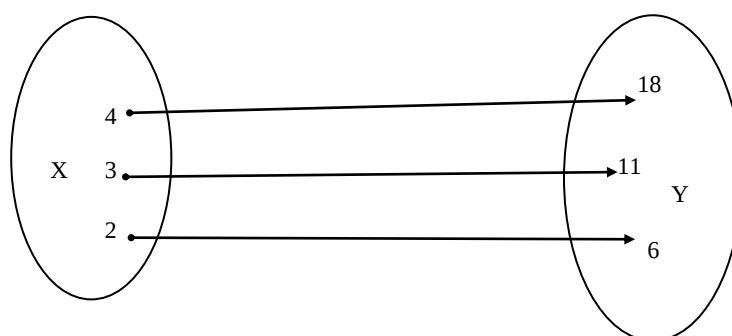
$$\Gamma_3 = \{a, b, d\}$$

Teskari yo`nalish bo`yicha: $\Gamma_a^{-1} = \{1,3\}$, $\Gamma_b^{-1} = \{1,3\}$, $\Gamma_c^{-1} = \{2\}$, $\Gamma_d^{-1} = \{3\}$, $\Gamma_e^{-1} = \emptyset$.



4.5-rasm. Akslantirish grafik tarzda ifodalanishiga misol

2) Quyidagi funksiya berilgan bo`lsin: $y = f(x) = x^2 + 2$

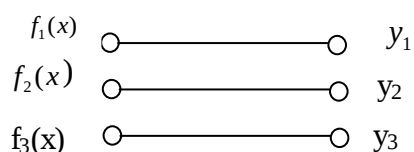


4.6-rasm. Akslantirish grafik tarzda ifodalanishiga misol

Ma`lumki, funksiya  $\Gamma: X \rightarrow Y$  akslantirish qiymatlar to`plamlari ustida amalga oshiriladi.

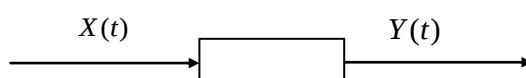
Agar X to`plamning elementlari funksiya  $f$  dan iborat bo`lib, Y to`plamning elementlari esa qiymatlardan tashkil topgan bo`lsa, hamda ushbu to`plamlar orasida  $\Gamma: X \rightarrow Y$  akslantirish mavjud bo`lsa, u holda bunday akslantirishga **funksional** deyiladi va $Y = F(X)$ kabi yoziladi.

Masalan:



4.7-rasm. Funksional grafik tarzda ifodalanishi

Agar X va Y to`plamning elementlari funksiya  $f$  dan tashkil topgan bo`lsa va ular orasida $\Gamma: X(t) \rightarrow Y(t)$ akslantirish mavjud bo`lsa, u holda bunga **operator** deyiladi.



4.8-rasm. Operatorning grafik tarzdagi tasviri

Munosabat deb bitta to'plam elementlari o'rtasidagi o'zaro akslantirishga aytiladi. Masalan: $(X; G); G \subseteq X^2 = X * X$

Munosabat ma'lum xossalar bilan xarakterlanadi.

1. Refleksivlik munosabati.

A to'plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo'lsa), u holda R munosabat A to'plamda aniqlangan **refleksivlik munosabati** deyiladi. Agar A to'plamning har qanday elementi uchun xRx bajarilmasa, R **antirefleksiv**, A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to'plamdagi **refleksivmas munosabat** deyiladi.

4.5-misol. Z butun sonlar to'plamida $x-y$ ayirmaning $m > 0$ butun songa qoldiqsiz bo'linish munosabati refleksiv munosabatdir. Darhaqiqat, barcha $x \in Z$ uchun $x-x=0$ ayirma $m > 0$ ga qoldiqsiz bo'linadi.

4.6-misol. R haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan «kichik» (katta) munosabati antirefleksiv, chunki har qanday $x \in R$ uchun $x < x$ ($x > x$) doimo bajarilmaydi.

4.7-misol. N to'plamda aniqlangan “ x va y ning eng katta umumiy bo'luvchisi d ga teng” munosabati refleksivmas munosabat bo'ladi. Haqiqatan, $x = y = d$ lar uchun $(d, d) = d$ bo'lgani holda, $x < d$ va $x > d$ lar uchun $(x; x) \neq d$ bo'ladi.

2. Simmetriklik munosabati.

A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa, u holda R ni A to'plamdagi **simmetrik munosabat** deyiladi.

A dagi x va y elementlar uchun xRy bajarilib, lekin y va x lar uchun yRx bajarilmasa, R munosabat A to'plamda **simmetrikmas munosabat** deyiladi.

Agar A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy va yRx larning o'rinli ekanligidan $x=y$ kelib chiqsa, u holda R ni A to'plamdagi **antisimmetrik munosabat** deyiladi.

3. Tranzitivlik munosabati.

A to'plamning ixtiyoriy x , y va z elementlari uchun xRy va yRz larning bajarilishi (rostligi) dan xRz ning ham bajarilishi kelib chiqsa, u holda R munosabatga A to'plamdagi **tranzitivlik munosabati** deyiladi. Agar xRy va yRz larning rostligidan xRz ning rostligi kelib chiqmasa, R ga **tranzitivmas munosabat** deyiladi.

4.8-misol. Natural sonlar to'plamida aniqlangan qoldiqsiz bo'linish munosabati tranzitiv munosabat bo'ladi.

4.9-misol. Natural sonlar to'plamidagi tengmaslik munosabati tranzitiv emas. Haqiqatan $x=4$, $y=9$ va $z=4$ qiymatlarda $y \neq z$, lekin $x=z$.

Munosabatlar ikki turga bo'linadi:

1. Ekvivalentlik munosabati.

2. Tolerantlik munosabati.

Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda R munosabatga **ekvivalentlik munosabati** deyiladi. Ekvivalentlik munosabati $\equiv$ kabi belgilanadi. **Masalan:** Istalgan bo'shmas A to'plam elementlari uchun aniqlangan tenglik munosabati; to'g'ri chiziqlar (bir tekislikda yotuvchi) to'plamida aniqlangan parallellik munosabati; uchburchaklar

to'plamidagi o'xshashlik munosabati; geometrik figuralarning tengdoshlik munosabati ekvivalentlik munosabati bo'ladi.

Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa u holda R munosabatga **tolerantlik munosabati** deyiladi.

Nazorat savollari.

1. Qanday to'plamga tartiblangan to'plam deyiladi?
2. Kartej deganda nimani tushunasiz?
3. To'plamlarning to'g'ri ko'paytmasi deb nimaga aytiladi?
4. Moslik va munosabatni tushuntirib bering.
5. Akslantirish deb nimaga aytiladi?
6. Haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan $xy \geq 0$ munosabat ekvivalentlik munosabati bo'lishini isbotlang.
7. Agar $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ bo'lsa, $\{(1; 1), (1; 2), (2; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5)\}$ kortejlar to'plamida nechta ekvivalentlik munosabati aniqlangan?
8. Biror to'plamda refleksiv, simmetrik, lekin tranzitiv bo'lmagan munosabatga misol keltiring.
9. Shunday munosabatni topingki, u biror to'plamda refleksiv, tranzitiv bo'lgani holda simmetrik bo'lmasin.
10. Biror to'plamda simmetrik, tranzitiv, lekin refleksiv bo'lmagan munosabatga misol keltiring.

“To'plamlar nazariyasi” bo'limi yuzasidan mavzulashtirilgan test savollari.

1. Tizim tushunchasi to'g'ri keltirilgan ta'rifni ko'rsating.

A. Tizim deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jixatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

B. Tizim deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

C. Tizim deb uning xar bir elementi ma'lum o'rniga ega bo'lgan to'plamlarga aytiladi.

D. Tizim deb kichik qavslar orasiga olingan hamda muxim o'z o'rniga ega bo'lgan elementlar to'plamidir.

2. Avtomatik boshqarish tizimi deb nimaga aytiladi?

A. Avtomatik boshqarish tizimi deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jixatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

B. Avtomatik boshqarish tizimi deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

C. Avtomatik boshqarish tizimi deb uning xar bir elementi ma'lum o'rniga ega bo'lgan to'plamlarga aytiladi.

D. Avtomatik boshqarish tizimi deb mustaqil ravishda faoliyat ko'rsata oladigan, lekin funksional jihatdan o'zaro bog'liqlik va ta'sirida bo'lgan bir necha qurilmalar to'plamiga aytiladi.

3. ABSlar tarkibidagi qurilmalar nimalardan iborat?

A. Nisbatan sodda elementlar to'plamidan

B. Tizimlardan

C. Avtomatik boshqarish tizimlaridan

D. To'plamlardan

4. Qaysi javobda to'plam tushunchasiga to'g'ri ta'rif berilgan?

A. To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmuaga to'plam deyiladi.

C. To'plam deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

D. To'plam deb uning xar bir elementi ma'lum o'rniga ega bo'lgan majmuaga aytiladi.

5. Bo'sh to'plam deb qanday to'plamga aytiladi?

A. Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam bo'sh to'plam deyiladi va $\emptyset$ bilan belgilanadi.

B. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lsa bunday to'plam bo'sh to'plam deyiladi.

C. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lmasa bunday to'plam bo'sh to'plam deyiladi.

D. Hech qanday to'plamning to'plam ostisi bo'lmaydigan yoki uning uchun barcha to'plamlar qism to'plam bo'lgan to'plam bo'sh to'plam deyiladi.

6. Universal to'plam deb qanday to'plamga aytiladi?

A. Hech qanday to'plamning to'plam ostisi bo'lmaydigan yoki uning uchun barcha to'plamlar qism to'plam bo'lgan to'plam universal to'plam deyiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam universal to'plam deyiladi.

C. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lsa bunday to'plam universal to'plam deyiladi.

D. A to'plam B to'plamning qism to'plami va B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, u holda A va B to'plamlar universal to'plamlar deyiladi.

7. Teng to'plam deb qanday to'plamga aytiladi?

A. A to'plam B to'plamning qism to'plami va B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, u holda A va B to'plamlar teng to'plamlar deyiladi.

B. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lsa bunday to'plamlar teng to'plamlar deyiladi.

C. Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam teng to'plam deyiladi.

D. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lmasa bunday to'plam teng to'plam deyiladi.

8. Qaysi javobda to'plamlarning birlashmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

B. $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

C. $A \setminus B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

9. Qaysi javobda to'plamlarning ayirmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \setminus B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

B. $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

C. $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

10. Qaysi javobda to'plamlarning kesishmasini belgilovchi ifoda berilgan?

A. $A \cap B = \{x \in A \wedge x \in B\}$

B. $A \setminus B = \{x \in A \wedge x \notin B\}$

C. $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$

D. $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

11. Tartiblangan to'plamga to'g'ri ta'rif berilgan javobni ko'rsating.

A. To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmuaga to'plam deyiladi.

C. To'plam deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakterlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

D. Tartiblangan to'plam deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir.

12. Kartej nima?

A. Shartli ravishda tartiblashtirilgan o'rinlarini almashtirib bo'lmaydigan to'plam.

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmua.

C. Yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi to'plam.

D. O'zaro funksional bog'langan to'plamlar.

13. To'plamlarning to'g'ri ko'paytmasi deb nimaga aytiladi?

A. Birinchi komponenti A to'plamdan, ikkinchi komponenti B to'plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to'plami A va B to'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi.

B. A to'plam B to'plamning qism to'plami va B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, u holda A va B to'plamlarga to'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi.

C. Hech qanday to'plamning to'plam ostisi bo'lmaydigan yoki uning uchun barcha to'plamlar qism to'plam bo'lgan to'plamga to'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi.

D. To'plamni elementlarini sanash mumkin bo'lsa bunday to'plamlarga to'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi.

14. Akslantirish nima?

A. Agar q munosabatda ixtiyoriy $\forall x_i \in X$ element uchun shunday $y_j \in Y$ element mavjud bo'lsakim ular orasida quyidagi (x_i, y_j) mos kelishlik aniqlangan bo'lsa u holda bunday munosabatga akslantirish deb ataladi.

B. Birinchi komponenti A to'plamdan, ikkinchi komponenti B to'plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to'plamiga akslantirish deb ataladi.

C. A to'plam B to'plamning qism to'plami va B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, u holda A va B to'plamlar orasidagi munosabatga akslantirish deb ataladi.

D. Hech qanday to'plamning to'plam ostisi bo'lmaydigan yoki uning uchun barcha to'plamlar qism to'plam bo'lgan to'plamlar orasidagi munosabatga akslantirish deb ataladi.

15. Top'lamlarin to'g'ridan-to'g'ri ko'paytirishda qaysi qoida o'rinli emas?

A. Distributivlik.

B. Kommutativlik.

C. Assotsiativlik.

D. Idempotentlik.

16. Predikat deb nimaga aytiladi?

A. Tarkibida erkli o'zgaruvchilar qatnashib, bu o'zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlarida mulohazaga aylanadigan darak gapga predikat deyiladi.

B. Birinchi komponenti A to'plamdan, ikkinchi komponenti B to'plamdan olingan barcha tartiblangan juftliklar to'plamiga predikat deyiladi.

C. Shartli ravishda tartiblashtirilgan o'rinlarini almashtirib bo'lmaydigan to'plamga predikat deyiladi.

D. Predikat deb mustaqil ravishda faoliyat ko'rsata oladigan, lekin funksional jixatdan o'zaro bog'liqlik va ta'sirida bo'lgan bir necha qurilmalar to'plamiga aytiladi.

17. Refleksivlik munosabati deb nimaga aytiladi?

A. A to'plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo'lsa), u holda R munosabat A to'plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

B. Agar A to'plamning har qanday elementi uchun xRx bajarilmasa, R munosabat A to'plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

C. A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to'plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

D. Bitta to'plam elementlari o'rtasidagi o'zaro akslantirishga refleksivlik munosabati deyiladi.

18. Qaysi javobda umumiy holda munosabat tushunchasiga to'g'ri ta'rif berilgan?

A. Bitta to'plam elementlari o'rtasidagi o'zaro akslantirishga munosabat deyiladi.

B. Tarkibida erkli o'zgaruvchilar qatnashib, bu o'zgaruvchilarning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlarida mulohazaga aylanadigan darak gapga munosabat deyiladi.

C. A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to'plamdagi munosabat deyiladi.

D. A to'plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo'lsa), u holda R munosabat A to'plamda aniqlangan refleksivlik munosabati deyiladi.

19. Simmetriklik munosabatiga to'g'ri ta'rif berilgan javobni ko'rsating.

A. A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa, u holda R ni A to'plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

B. A dagi x va y elementlar uchun xRy bajarilib, lekin y va x lar uchun yRx bajarilmasa, R munosabat A to'plamda simmetrik munosabat deyiladi.

C. Agar A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy va yRx larning o'rinli ekanligidan $x=y$ kelib chiqsa, u holda R ni A to'plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

D. A to'plamning istalgan x elementi uchun xRx bajarilsa (rost bo'lsa), u holda R munosabat A to'plamda aniqlangan simmetrik munosabati deyiladi.

20. Natural sonlar to'plamida aniqlangan qoldiqsiz bo'linish munosabati qanday munosabat bo'ladi?

A. Tranzitiv

B. Simmetrik

C. Refleksiv

D. Antisimmetrik

21. R haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan «kichik» (katta) munosabati qanday munosabat bo'la oladi?

A. Antirefleksiv

B. Simmetrik

C. Refleksiv

D. Tranzitiv

22. Qachon munosabat ekvivalent deyiladi?

A. Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda R munosabatga ekvivalentlik munosabati deyiladi.

B. Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa u holda R munosabatga tolerantlik munosabati deyiladi.

C. A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa, u holda R ni A to'plamdagi simmetrik munosabat deyiladi.

D. A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to'plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

23. Tranzitivlik munosabati qaysi javobda to'g'ri ifodalangan?

A. A to'plamning ixtiyoriy x, y va z elementlari uchun xRy va uRz larning bajarilishi (rostligi) dan xRz ning ham bajarilishi kelib chiqsa, u holda R munosabatga A to'plamdagi tranzitivlik munosabati deyiladi.

B. Agar xRy va yRz larning rostligidan xRz ning rostligi kelib chiqmasa, R ga tranzitivmas munosabat deyiladi.

C. Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa u holda R munosabatga tolerantlik munosabati deyiladi.

D. A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa, R A to'plamdagi refleksivlik munosabati deyiladi.

24. Qachon munosabat tolerant bo'ladi?

A. Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik bo'lsa, lekin tranzitiv bo'lmasa

B. Agar A to'plamda aniqlangan R binar munosabat bir vaqtning o'zida refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa

C. A to'plamdagi ixtiyoriy x va y elementlar uchun xRy munosabatning bajarilishidan yRx munosabat ham bajarilsa

D. A to'plamning ba'zi bir elementlari uchun xRx bajarilib, ba'zi bir y elementlari uchun yRy bajarilmasa

25. Haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan $|x|=|y|$ ifoda uchun qanday munosabat o'rinli?

A. Ekvivalentlik

B. Tolerantlik

C. Tranzitivlik

D. Refleksivlik

5– Mavzu

Graflar nazariyasining asosiy tushunchalari.

Reja:

1. Graflar xaqida asosiy tushunchalar.
2. Graf turlari.
3. Graflarni tasvirlash usullari.
4. Yo'naltirilgan graflarni o'zgartirish.

Darsning maqsadi: Talabalarga graflar, graflarning turlari, graflarni tasvirlash usullari haqida asosiy tushunchalarni berish, yo'naltirilgan garflarni o'zgartirish jarayonlarini tushuntirish, tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Graf, qovurg'a, cho'qqi, yo'nltilgan graf, yo'naltirilmagan graf, aralash graf, tugun, yo'l, halqa, zanjir, insedent, bir jinsli graf, tugun darajasi.

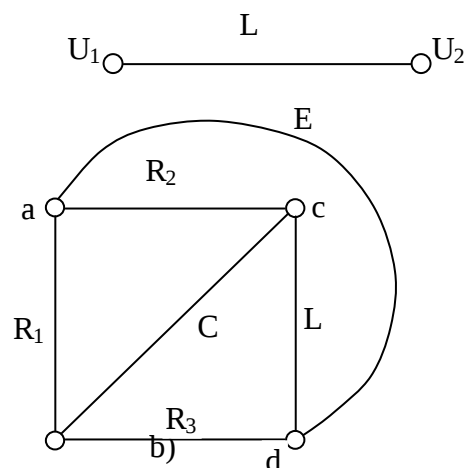
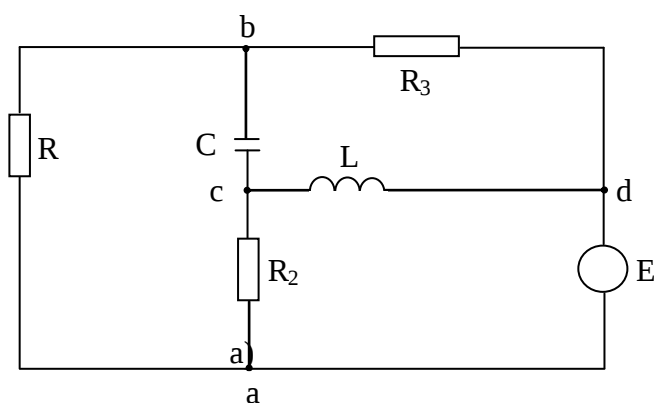
1. Graflar haqida asosiy tushunchalar.

To'plamlar nazariyasida moslik, akslantirish tushunchalari bilan tanishib chiqdik. Shu asosda to'plamlarning bir-biri bilan bog'lanishini tasvirlashimizda graflardan foydalanamiz.

Ko'p hollarda bo'sh bo'lmagan X to'plamning elementlari orasidagi o'zaro munosabati, ya'ni Y to'plam elementlarini X to'plamning o'ziga akslantirishni geometrik shaklda ifodalash qulay bo'lib qoladi. Bunday geometrik shakllar **graflar** deyiladi. Agarda bunga ilmiy ta'rif bersak quyidagi jumlag ega bo'lamiz: Ikkita tugunlar (cho'qqi) va yo'llar (qovurg'alar) to'plamlarining bir-biri bilan bog'lanishiga **graflar** deyiladi. Uni $G(X;U)$ ko'rinishida ifodalash mumkin.

Bu erda X - tugunlar to'plami, U -yo'llar to'plami.

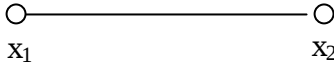
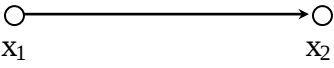
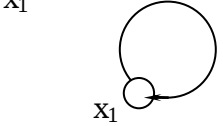
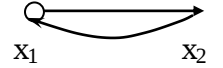
Masalan: U_1, U_2 - tugunlar (cho'qqilar); L -yo'l

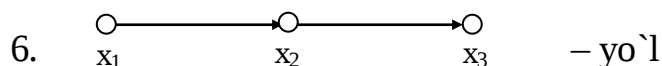


5.1-rasm. a – oddiy zanjir; b – zanjirning grafik ko'rinishdagi tasviri.

Izox: Tugunlar sifatida elektr stansiyalar va yo'llar sifatida elektr uzatish liniyasini misol qilish mumkin.

Tugun bu bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri (tugashi) bo'lishi mumkin. **Yo'llar** deganda 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor tushuniladi. Graflarni o'rganish jarayonida tugun va yo'llar nomerlab olinadi. Graflar quyidagi ko'rinishlarda bo'lishi mumkin:

1.  – yo'naltirilmagan graf
2.  – yo'naltirilgan graf
3.  – ikki yoqlamali yunaltirilgan graf
4.  – halqali graf
5.  – konturlu graf



Halqa – bu boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoydir.

Zanjir – bu tugun va yoylarning ketma-ketligidan iborat. Bunda bir yoyning oxiri keyingi yoyning oxiri yoyning keyingi yoyning boshlanishi bo`ladi.

2. Graf turlari.

Graflar tarkibida yo`naltirilgan graflar bor yo`qligi yoki qirralarning chegaraviy nuqtalarining joylashishiga qarab uch turga bo`linadi:

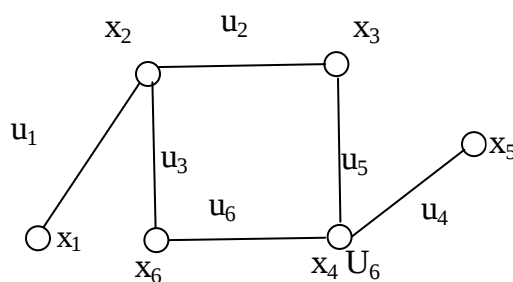
1. Yo`naltirilgan
2. Yo`naltirilmagan
3. Aralash

**Yo`naltirilgan graf** larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko`rsatiladi.

**Yo`naltirilmagan graf** larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko`rsatilmaydi.

Agar graflar tarkibida ham yo`naltirilgan, ham yo`naltirilmagan yoylar bo`lsa, bunday graflar **aralash graf** lar deyiladi.

Ba`zi bir hollarda graflardagi yoylarni bo`g`in (zveno)lar deb ham yuritiladi.



5.2-rasm. Graflarga misol

Agar 2 ta tugun 1 ta yoyga ta`luqli bo`lsa, ular bir-biriga aloqador (смежный) deyiladi.

Masalan: 5.2-rasmda x_6 tugun bilan x_4 tugun u_6 yoyga aloqadordir.

Agar 2 ta yoy umumiy tugunga ega bo`lsa ular bir biriga aloqador (смежный) deyiladi.

Masalan: 5.2-rasmda u_6 yoy bilan u_5 yoy x_4 tugunga aloqadordir.

Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo`lsa, u holda shu yoy uchi  $X$  tugun **insedenti** deyiladi. O`z navbatida tugun uchun yoy xam insedent hisoblanadi.

X tugunga insedent bo`lgan yoylar soni shu tugunning darajasini bildiradi va $\rho(x_j)$ bilan belgilanadi.

Masalan: 5.2-rasmdan qarasak, $\rho(x_1) = 1$

$$\rho(x_2) = 3$$

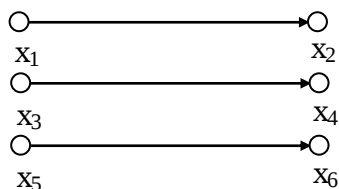
$$\rho(x_6) = 2$$

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo`lmasa, u holda bu tugun **izolyasiyalangan** tugun deyiladi.

Faqat izolyasiyalangan tugunlardan iborat graflar **0 graflar** yoki bo`sh to`plamlar deyiladi va G_0 bilan belgilanadi.

Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo`lsa bunday graflar **bir jinsli graf** deyiladi.

Masalan:



$\rho(x_j)$ tugun darajalari ikkiga bo`linadi va ular tugunga kirish yarim darajasi, hamda tugundan chiqish yarim darajasidan iboratdir. **Tugundan chiqish yarim darajasi** deb shunday $\rho^-(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga tengdir. **Tugunga kirish yarim darajasi** deb shunday $\rho^+(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga tengdir.

$$\rho(x_j) = \rho^-(x_j) + \rho^+(x_j) \quad (5.1)$$

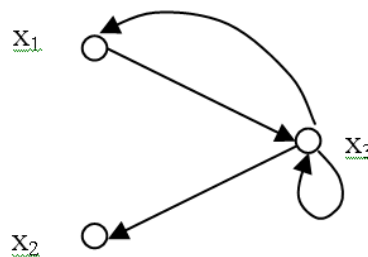
5.1-misol.

$$\Gamma x_3 = x_1, x_2, x_4$$

$$\rho^-(x_3) = 3$$

$$\rho^+(x_3) = 2$$

$$\rho(x_3) = 3 + 2 = 5$$



3. Garflarni tasvirlash usullari.

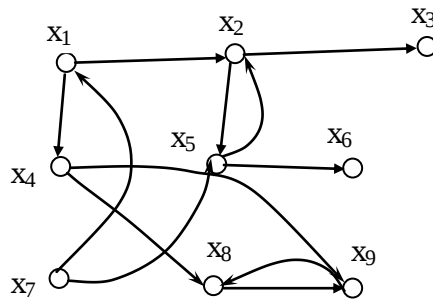
Graflar to`plam elementlari o`rtasidagi munosabatni xarakterlaydi. Graflar turli usullarda tasvirlanadi:

**1. Nazariy to`plam shaklida.** Bunda to`plamga kiruvchi elementlar $X = (x_1, x_2, \dots, x_9)$ va ularning o`zaro munosabati ko`rsatiladi.

5.2-misol.

$$\Gamma : X \rightarrow X = \{(x_1, x_2), (x_1, x_4), (x_2, x_3), (x_2, x_5), (x_4, x_8), (x_4, x_9), (x_5, x_2), (x_5, x_6), (x_7, x_1), (x_7, x_5), (x_8, x_9), (x_9, x_8)\}$$

2. Geometrik usul. Bunda munosabat yoylar va tugunlardan foydalangan holda tasvirlanadi. Bu usulni 5.2-misolda berilgan munosabatni tasvirlash orqali ko`rib chiqamiz.



5.3-rasm. Graflarni geometrik usulda tasvirlash.

3. Analitik usul. Graflar analitik usulda algebraik tenglamalar shaklida yozilishi mumkin. Yuqoridagi grafdan foydalangan holda analitik usulda tasvirlaymiz:

$$x_1 = \Gamma_{71} * x_7$$

$$x_2 = \Gamma_{12} * x_1 + \Gamma_{52} * x_5$$

$$x_3 = \Gamma_{23} * x_2$$

$$x_4 = \Gamma_{14} * x_1$$

$$x_5 = \Gamma_{25} * x_2 + \Gamma_{72} * x_7$$

$$x_6 = \Gamma_{56} * x_5$$

$$x_7 = \Gamma_{x7} = \emptyset$$

$$x_8 = \Gamma_{48} * x_4 + \Gamma_{98} * x_9$$

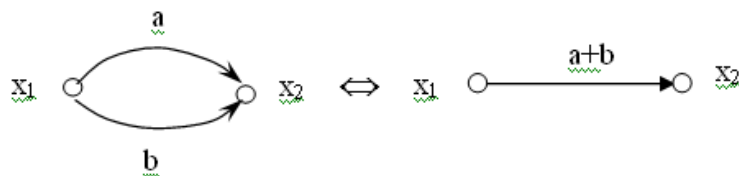
$$x_9 = \Gamma_{49} * x_4 + \Gamma_{89} * x_8$$

Umumiy holda graf $G = (X, \Gamma)$ ko'rinishda belgilanadi.

4. Yo`naltirilgan graflarni (strukturasini) o`zgartirishlar.

Graflar asosida masalalar yechganda ayrim o`zgartirishlarni bajarish talab qilinadi.

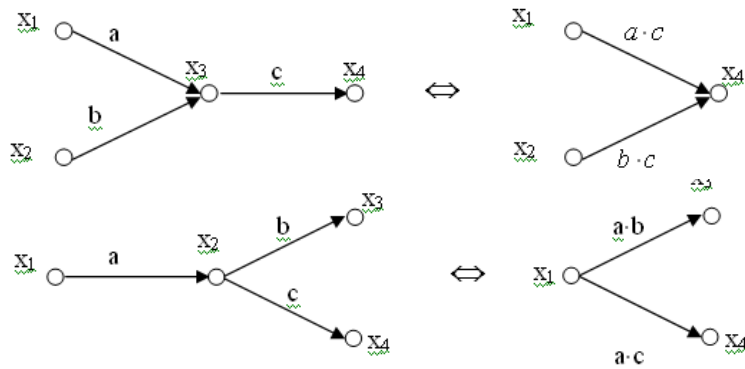
1.Qo`shish.



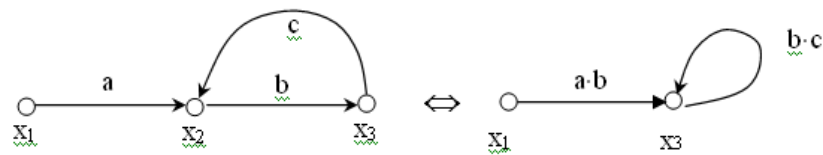
2. Ko`paytirish.



3. Qarama-qarshi yo`nalishda to`plamlarga ajratish.



4. Halqa hosil qilish.



5. Halqani yo`qotish



Nazorat savollari.

1. Graf deganda nimani tushunasiz?
2. Tugun tushunchasini izohlang.
3. Graflar qanday usullarda tasvirlanadi?
4. Graflarni qanday ko`rinishlarda tasvirlash mumkin. Chizmalar bilan tushuntiring.
5. Yo`naltirilgan graflar ustida qanday strukturaviy o`zgartirishlar bajarish mumkin?
6. Insedent tushunchasini izohlang.

6– Mavzu

To`plamlarni graflar usulida tasvirlash. Graflarda yo`l va konturlar.

Reja:

1. To`plamlarni graflar usulida tasvirlash.
2. Graflarda yo`l va konturlar.
3. Graflarni ifodalash usullari.

Darsning maqsadi: Talabalarga graflarni to'plamlar usulida tasvirlash haqida tushunchalar berish. Graflarda yo'l va kontur tushunchalari haqida ma'lumotlar berish. Graflarni ifodalash usullari to'g'risida ma'lumot berish. Tasvirlash usullarini bir-biridan farqi va afzalliklarini tushuntirish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Yo'l, sodda yo'l, kontur, yuklangan (взвешенный) graf, Aloqadorlik matritsasi, insedentlik matritsasi, aniqlangan graf, uzunlik matritsasi.

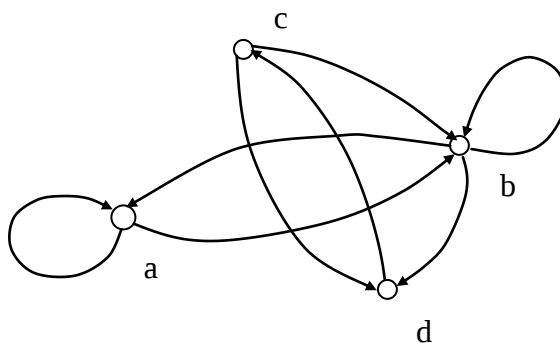
1. To'plamlarni graflar usulida tasvirlash

Graf juft to'plam sifatida beriladi.

$G(X, U)$ juft to'plam berilgan bo'lsin. G juft to'plamda berilgan birinchi X to'plam bo'sh bo'lmagan nuqtalar to'plami $x \in X$ va uchi (cho'qqi), U ikkinchi to'plam esa bir nechta chiziqlar to'plami $U = (a, b) \ a, b \in U$ va qirralar deyiladi.

6.1-misol: $G(X, U)$

$$X = \{a, b, c, d\} \quad U = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a), (b, c), (c, d), (d, c), (b, d), (d, b)\}$$



6.1-rasm. Grafga misollar

Har bir aniq juftlik $u = (a, b) \ a, b \in U$ – graf qirrasi a va b lar u qirraning chegaraviy nuqtalari hisoblanadi.

2. Graflarda yo'l va konturlar.

Grafdagi **yo'l** deb 2 ta ixtiyoriy x_i va x_j tugunlarni bog'lab turuvchi yoylar ketma-ketligiga aytiladi va u ρ harfi bilan belgilanadi.

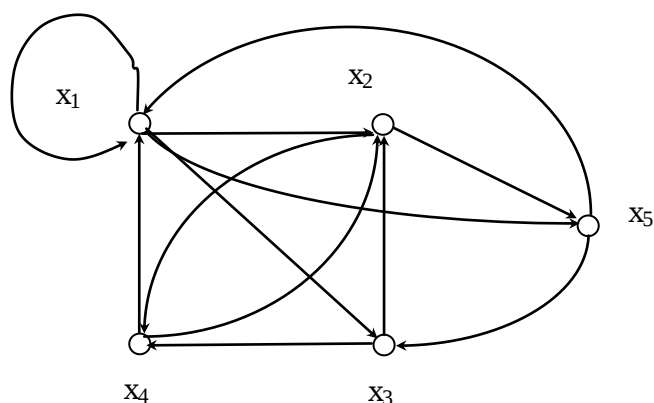
6.2-misol. Quyidagi grafdagi X_1 tugundan X_4 tugungacha bo'lgan yo'llarni hisoblaylik.

$$P_1 = \langle x_1; x_2 \rangle (x_2; x_5), (x_5; x_3), (x_3; x_4)$$

$$P_2 = \langle x_1; x_3 \rangle (x_3; x_4)$$

$$P_3 = \langle x_1; x_2 \rangle (x_2; x_4)$$

$$P_4 = \langle x_1; x_3 \rangle (x_3; x_2)(x_2; x_4)$$



6.2-rasm. Grafga misollar

Agar bitta yo`ldagi yoy takrorlanmasa, bunday yo`l **sodda yo`l** deb ataladi.

Agar yo`lda hech bir cho`qqi bir martadan ortiq qatnashmasa, bunday yo`l **elementar**, aks holda esa **noelementar** yo`l deyiladi. Yo`llar tugallangan va tugallanmagan bo`ladi.

Boshlanishi va oxirgi tugunlari umumiy bo`lsa bunday yo`l **kontur** deyiladi.

6.2-misolda berilgan graf uchun konturlar quyidagicha aniqlanadi:

$$l_1 = (x_1; x_5)(x_5; x_3)(x_3; x_4)(x_4; x_1)$$

$$l_2 = (x_1; x_2)(x_2; x_4)(x_4; x_1)$$

$$l_3 = (x_1; x_5)(x_5; x_1)$$

$$l_4 = (x_2; x_4)(x_4; x_2)$$

Konturni ham yoylar va cho`qqilar ketma-ketligi sifatida berish mumkin. Agar yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o`tsa, bunday kontur **oddiy (elementar) kontur** deyiladi.

Agar graflardagi yoylarga mos bir qancha sonli koeffitsiyentlar yoki funksiyalar qo`yilgan bo`lsa (yoy ogirligi), bunday graf yuklangan (взвешенный) deyiladi. Yo`l yoki kontur uchun uning uzunligi tushunchasi mavjud bo`lib, uni quyidagi ikki usul orqali aniqlash mumkin:

1. Yo`l uzunligi uning tarkibidagi yoylar soniga teng.

2. Yuklangan graflar uchun uning tarkibidagi yoylar uzunliklari (og`irliklari) ko`paytmasi (ba`zida yigindasi) ga teng bo`ladi.

3. Graflarni ifodalash usullari

Graflar quyidagi usullar orqali ifodalanadi:

1. Aloqadorlik matritsasi.
2. Insidentlik matritsasi.
3. Aniqlangan (взвешенный) graf.
4. Uzunlik matritsasi.

Yuqorida berilgan ifodalash usullaridan eng ko`p qo`llaniladigan turlari bu insident va aloqador (смежность) matrisalardir.

Agar matritsaning ixtiyoriy elementi

$$C = \{c_{ij}\}_{m \times n} = \begin{cases} 1 & \text{agar } (x_i, x_j) \text{ tugunlarni birlashtirib turuvchi yoy bo'lsa,} \\ 0 & \text{agar } (x_i, x_j) \text{ tugunlarni birlashtirib turuvchi yoy bo'lmasa} \end{cases} \quad (6.1)$$

qoida asosida aniqlansa, bunday matritsalar **aloqadorlik (qo'shnichilik) matritsalar** deyiladi.

Yo'naltirilmagan graflar uchun umumiy matritsa elementlari quyidagiga teng

$$a_{i,j} = \begin{cases} m(x_i, x_j), & \text{azap } m(x_i, x_j) \in U \\ 0, & \text{azap } m(x_i, x_j) \notin U \end{cases} \quad (6.2)$$

bu erda $m(x_i, x_j)$ – x_i va x_j cho'qqilar orasidagi yo'ylar qirraligi.

6.3-misol. 6.2-misolda berilgan 6.2-rasm uchun bu quyidagicha aniqlanadi:

	x1	x2	x3	x4	x5
x1	1	1	1	0	1
x2	0	0	0	1	1
x3	0	1	0	1	0
x4	1	1	0	0	0
x5	1	0	1	0	0

Agar $B = [b_{ij}]$ matritsaning $i = \overline{1, n}$ va $j = \overline{1, m}$ elementlari

$$B = \begin{cases} 1 & \text{ga teng agar, } x_i \text{ tugun } U_j \text{ yoyning boshlang'ich tuguni bo'lsa,} \\ -1 & \text{ga teng agar, } x_i \text{ tugun } U_j \text{ yoyning oxirgi tuguni bo'lsa,} \\ 0 & \text{ga teng agar, } x_i \text{ tugun } U_j \text{ yoyning oxirgi va boshlang'ich tuguni bo'lmasa, yoki } U_j \text{ yoy } x_i \\ & \text{tugunning halqasi bo'lsa} \end{cases} \quad (6.3)$$

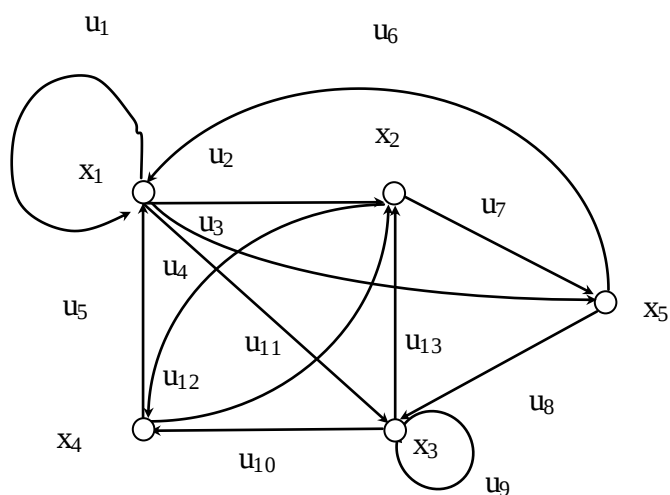
qoidaga asosan aniqlansa, bunday matritsaga **insedentlik matritsasi** deyiladi.

Bu matritsa yo'naltirilgan graflar uchun qanday berilgan bo'lsa, yo'naltirilmagan graflar uchun ham huddi shunday beriladi.

Yo'naltirilmagan graflar uchun agar k -yoy i -cho'qqiga kirgan bo'lsa, u holda matritsaning i -qator bilan k -ustun kesishmasidan $+1$ bo'ladi.

Agar k -yoy i -cho'qqidan chiqqan bo'lsa, u holda matritsa k -ustun i -qator kesishmasi -1 bo'ladi.

6.4-misol. 6.3-rasmda berilgan grafdan insedent matritsani aniqlang.

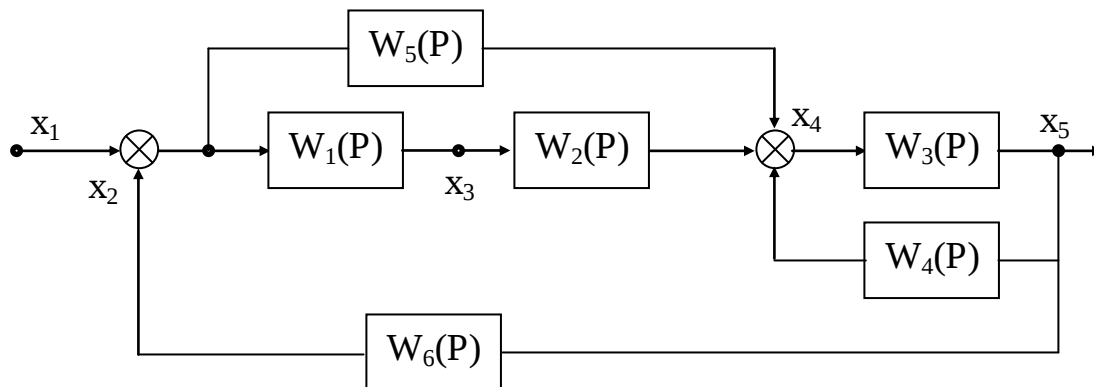


6.3-rasm. 6.4-misolning grafi

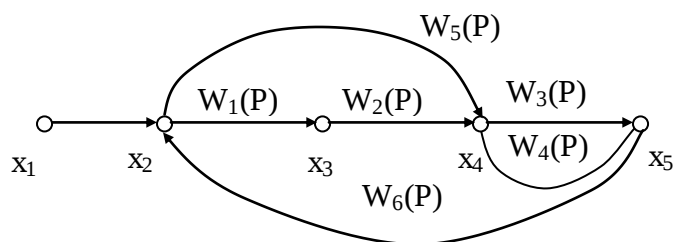
$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 & u_8 & u_9 & u_{10} & u_{11} & u_{12} & u_{13} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Agar grafning yoʻllari maʼlum bir qiymatga, songa yoki biror-bir funktsiyaga ega boʻlsa, bunday grafga **aniqlangan graf** deyiladi.

Masalan: Avtomatik boshqarish tizimining struktura sxemasi berilgan boʻlsin.



6.4-rasm. Avtomatik boshqarish tizimining struktura sxemasi



6.5-rasm. Avtomatik boshqarish tizimining graf koʻrinishi (взвешенный граф).

Graf yoylari ro'yhati va uzunlik matritsasi.

Ro'yhatda grafning barcha cho'qqilari keltiriladi. Ro'yxatning jadval ko'rinishda tasvirlash qulayroq bo'lib, bunda qo'shni cho'qqilar juft holda belgilanadi.

Agar graf yo'naltirilgan bo'lsa, u holda har bir juftlikda birinchi yoyning boshlang'ich cho'qqisi ikkinchi tugash cho'qqisi nomeri ko'rsatiladi.

Agar graf izolyasiyalangan cho'qqilar bo'lsa, u holda ular alohida ko'rsatilgan bo'lishi shart.

6.1-jadval

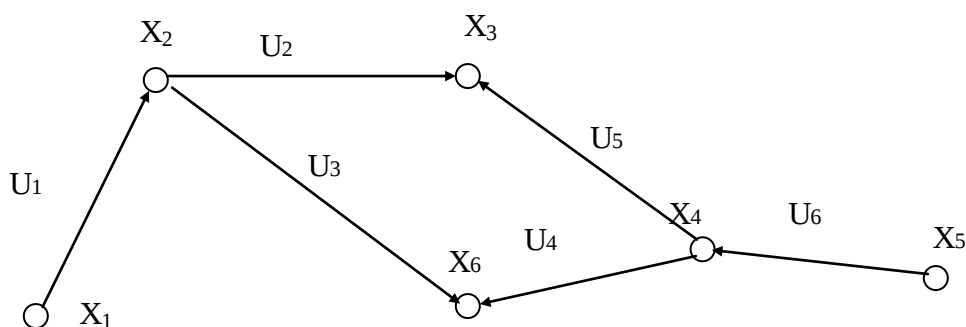
1	1	2	2	2	4	5	5	7	7	8	8	9	9
2	4	3	4	5	8	2	6	1	8	5	9	6	8

Uzunlik matrisasi. Bu kvadrat matrisa bo'lib, uning umumiy elementi quyidagicha bo'ladi.

$$D = \|d_{i,j}\|_{m \times n} = d_{ij} = \begin{cases} L_{i,j} & \text{agar } x_i \text{ va } x_j \text{ lar qo'shni bo'lsa} \\ 0, & \text{agar } x_i \text{ va } x_j \text{ lar qo'shni bo'lmasa} \end{cases} \quad (6.4)$$

Bu yerda L_{ij} -yoy uzunligi.

6.5-misol. 6.6- rasmda berilgan graf asosida uning cho'qqilar darajasini aniqlang, yoylar ro'yhati, qo'shnihilik, insedentlik va uzunlik matritsasi usulida tasvirlang.



6.6-rasm. 6.5-misolning grafi

1. Cho'qqilar darajasini topish:

$$\begin{aligned} \rho(X_1) &= 1 & \rho(X_4) &= 3 \\ \rho(X_2) &= 3 & \rho(X_5) &= 1 \\ \rho(X_3) &= 2 & \rho(X_6) &= 2 \end{aligned}$$

2. Yoylar ro'yhati usulida tasvirlash:

6.2-jadval

X_1	X_2	X_2	X_4	X_4	X_5
X_2	X_3	X_6	X_3	X_6	X_4

3. Qo`shnichilik (smejnost`) matrisasi usulida tasvirlash:

6.3-jadval

A=		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	X_1	0	1	0	0	0	0
	X_2	0	0	1	0	0	1
	X_3	0	0	0	0	0	0
	X_4	0	0	1	0	0	1
	X_5	0	0	0	1	0	0
	X_6	0	0	0	0	0	0

4. Insedentlik matritsasi usulida tasvirlash:

6.4-jadval

S=		u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
	X_1	-1	0	0	0	0	0
	X_2	1	0	-1	0	0	-1
	X_3	0	1	0	0	1	0
	X_4	0	0	1	0	-1	0
	X_5	0	0	0	0	0	-1
	X_6	0	0	1	1	0	0

5. Uzunlik matritsasi usulida tasvirlash:

6.5-jadval

A=		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	X_1		U_1				
	X_2	$-U_1$		U_2			
	X_3		$-U_2$		$-U_5$		
	X_4			$-U_5$		$-U_6$	U_4
	X_5				U_6		
	X_6				$-U_4$		

Nazorat savollari.

1. To`plamlarni graflar usulida tasvirlashni tushuntiring.
2. Graflarda yo`l va kontur tushunchasini izohlang.
3. Yo`l yoki kontur uzunligi qanday aniqlanadi?
4. Yo`l va konturning bir-biridan farqini tushuntiring.
5. Graflarni ifodalashning qanday usullari mavjud?
6. Qachon matritsa aloqadorlik matritsasi deyiladi?
7. Insedentlik matritsasi haqida tushuncha berimg.
8. Graflarni uzunlik matritsasi asosida tasvirlashni tushuntiring.
9. Graflar yoylar ro`yhati usulida qanday tasvirlanadi?

7– Mavzu

Graflarda 2 tugun orasidagi uzatish funksiyasi yoki uzatish koeffitsiyentlarini aniqlash. Mezon formulasi.

Reja:

1. Graflarda 2 tugun orasidagi uzatish funksiyasi.
2. Mezon formulasi yordamida yo'l va konturlarni hisoblash.

Darsning maqsadi: Talabalarga graflarda uzatish funksiyasini aniqlash usullarini tushuntirish, Mezon formulasi yordamida yo'l va konturlarni topish yo'llarini o'rgatish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

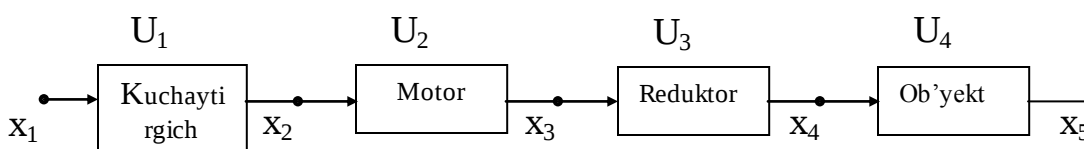
Tayanch iboralar: Uzatish funksiyasi, Mezon formulasi, yo'l, kontur.

1. Graflarda uzatish funksiyasi.

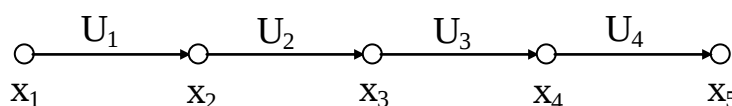
Yo'l va konturlar uchun uning uzunligi degan tushuncha mavjuddir. Ular quyidagi 2 ta usul orqali aniqlanadi:

1. Aniqlanmagan graflar uchun yo'llarning uzunligi uning tarkibidagi yoylar soniga tengdir.
2. Aniqlangan graflar uchun yo'lning uzunligi uning tarkibidagi yoylarning ko'paytmasiga tengdir.

Masalan:



7.1.-rasm. Aniqlanmagan graf.



7.2-rasm. Aniqlangan graf.

$$W = u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4 \rightarrow \text{bu yo'l uzunligi (uzatish funksiyasi)}$$

2. Mezon formulasi yordamida yo'l va konturlarni hisoblash.

Graflardagi ixtiyoriy x_i va x_j tugunlar orasidagi uzatish quyidagi Mezon formulasi yordamida aniqlanadi.

$$W_{i,j} = \frac{\left(P_1^{ij} + P_2^{ij} + \dots + P_n^{ij} \right) \cdot \left(L_1 - L_2 \right) \cdot \left(L_2 - L_3 \right) \cdot \dots \cdot \left(L_{m-1} - L_m \right)}{\left(L_1 - L_2 \right) \cdot \left(L_2 - L_3 \right) \cdot \dots \cdot \left(L_{m-1} - L_m \right)} \quad (7.1)$$

Bu yerda:

W_{ij} – i -tugun bilan j -orasidagi umumiy uzatish funksiyasi;

P_n^{ij} – i - tugundan j -tugungacha bo'lgan yo'l;

n – yo'llar soni;

m – konturlar soni;

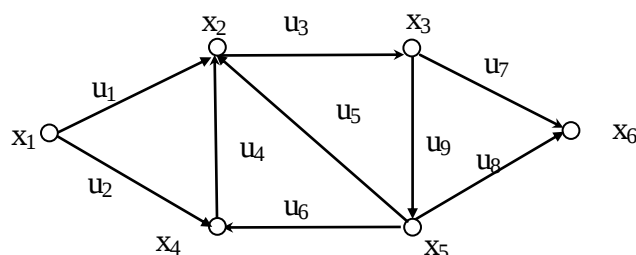
L_m – i - tugun bilan j - tugun orasidagi kontur;

*1 – agar qavslar ochilganda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

*2 – agar qavslar ochilganda yo'llar hamda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

Mezon formulasida faqat oddiy elementar yo'l va konturlar hisobga olinadi.

7.1-misol: 7.3-rasmda berilgan grafdagi x_1 va x_6 tugunlar orasidan uzatishlar (uzatish funksiyasi) topilsin.



7.3-rasm. 7.1-misol uchun graf.

Yechish:

$$1) P_1 = \langle x_1, x_2, x_3, x_6 \rangle = u_1 \cdot u_3 \cdot u_7$$

$$2) P_2 = \langle x_1, x_4, x_2, x_3, x_6 \rangle = u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_7$$

$$3) P_3 = \langle x_1, x_4, x_2, x_3, x_5, x_6 \rangle = u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8$$

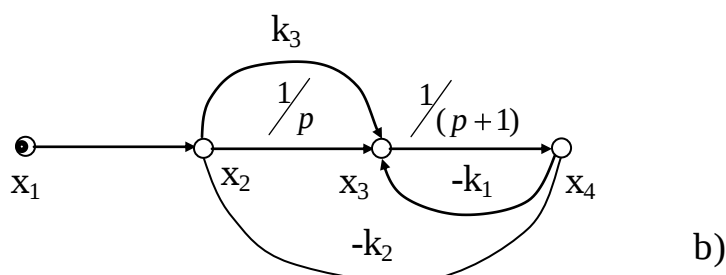
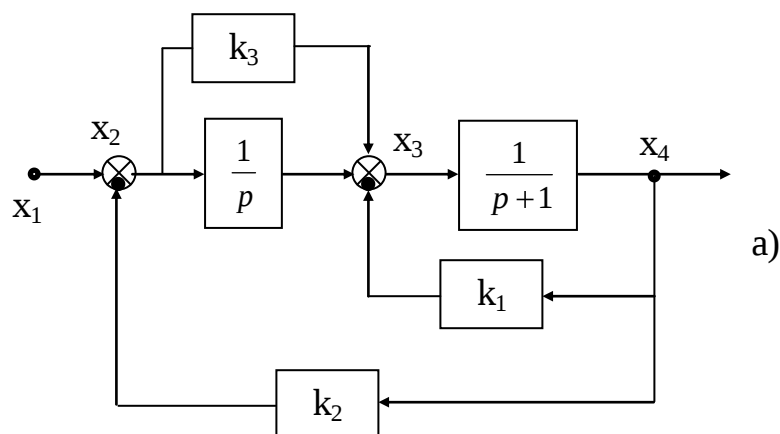
$$4) P_4 = \langle x_1, x_2, x_3, x_5, x_6 \rangle = u_1 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8$$

$$L_1 = \langle x_2, x_3, x_5 \rangle = u_3 \cdot u_9 \cdot u_5$$

$$L_2 = \langle x_2, x_3, x_5, x_4 \rangle = u_3 \cdot u_9 \cdot u_6 \cdot u_4$$

$$\begin{aligned} W_{x_1, x_6} &= \frac{\langle x_1 + P_2 + P_3 + P_4 \rangle \langle -L_1 \rangle \langle -L_2 \rangle^{*2}}{\langle -L_1 \rangle \langle -L_2 \rangle^{*2}} = \frac{\langle x_1 + P_2 + P_3 + P_4 \rangle \langle -L_2 - L_1 + L_1 \cdot L_2 \rangle^{*2}}{\langle -L_2 - L_1 + L_1 \cdot L_2 \rangle^{*2}} = \\ &= \frac{\langle x_1 + P_2 + P_3 + P_4 \rangle \langle -L_1 - L_2 \rangle}{1 - L_1 - L_2} = \\ &= \frac{P_1 - P_1 L_1 - P_1 L_2 + P_2 + P_2 L_1 - P_2 L_2 + P_3 - P_3 L_1 - P_3 L_2 + P_4 - P_4 L_1 - P_4 L_2}{1 - L_1 - L_2} = \\ &= \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{1 - L_1 - L_2} = \frac{u_1 \cdot u_3 \cdot u_7 + u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_7 + u_2 \cdot u_4 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8 + u_1 \cdot u_3 \cdot u_9 \cdot u_8}{1 - u_3 \cdot u_9 \cdot u_5 - u_3 \cdot u_9 \cdot u_6 \cdot u_4} \end{aligned}$$

7.2-misol. 7.4-rasmda berilgan tizimning uzatish funksiyasi Mezon formulasi yordamida topilsin.



7.4-rasm. a - tizimning strukturaviy ko`rinishi, b – graf tasviri

Yechish:

Yo`llar: $p_1 = 1 \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p+1} = \frac{1}{p(p+1)}$ $p_2 = 1 \cdot k_3 \cdot \frac{1}{p+1} = \frac{k_3}{p+1}$

Konturlar: $L_1 = -\frac{-k_1}{p(p+1)}$ $L_2 = -\frac{-k_1}{p+1}$ $L_3 = -\frac{-k_2 \cdot k_3}{p+1}$

$$W_{x_1, x_4} = \frac{[(p_1 + p_2)(1 - L_1)(1 - L_2)(1 - L_3)]^*}{[(1 - L_1)(1 - L_2)(1 - L_3)]^*} = \frac{[(p_1 + p_2)[1 - L_3 - L_2 + L_2 \cdot L_3 - L_1 + L_1 \cdot L_3 - L_1 \cdot L_2 \cdot L_3]]^*}{[1 - L_3 - L_2 - L_1 + L_2 \cdot L_3 + L_1 \cdot L_3 - L_1 \cdot L_2 \cdot L_3]^*} =$$

$$= \frac{[(p_1 + p_2)(1 - L_3 - L_2 - L_1)]^*}{1 - L_1 - L_2 - L_3} = \frac{p_1 + p_2}{1 - L_1 - L_2 - L_3} = \frac{\frac{1}{p(p+1)} + \frac{k_3}{p+1}}{\left(1 + \frac{k_2}{p(p+1)} + \frac{k_1}{p+1} + \frac{k_2 \cdot k_3}{p+1}\right)} =$$

$$= \frac{\frac{1 + p \cdot k_3}{p(p+1)}}{\frac{p(p+1) + k_2 + pk_1 + p_2 k_2 \cdot k_3}{p(p+1)}} = \frac{1 + p \cdot k_3}{p^2 + p + k_2 + pk_1 + pk_2 + pk_2 \cdot k_3}$$

Nazorat savollari.

1. Graflarda uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?
2. Graflarda Mezon formulasida yo`l va konturlarni hisoblashni tushuntiring.
3. Mezon formulasi yordamida uzatish funksiyasi qanday topiladi?
4. Yo`l va konturlar uzunligi nima?

8– Mavzu

Graflarda eng qisqa yoʻl va eng katta oqim yoki minimal qirqim masalasi.

Reja:

1. Graflarda eng qisqa yoʻl masalasi.
2. Graflarda eng katta oqim yoki minimal qirqim masalasi

Darsning maqsadi: Talabalarga masalalarni yechishda eng qisqa yoʻl, eng katta oqim masalasini topish toʻgʻrisida tushunchalar berish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Eng qisqa yoʻl, eng katta oqim, yoy vazni, yoʻnaltirilmagan graf.

1. Graflarda eng qisqa yoʻl masalasi.

Biz yuqoridagi mavzularda yoʻnaltirilmagan graflar tushunchalari bilan tanishib chiqdik. Faraz qilaylik bizga yoʻnaltirilmagan graf $G(X, U)$ berilgan boʻlsin va ushbu grafdagi ixtiyoriy 2 tugun orasidagi eng qisqa yoʻlni aniqlash talab etilsin. Ushbu masalani 2 bosqichda yechish mumkin.

1. Berilgan grafning $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ tugunlarini belgilash uchun $|\lambda_i| \ i = \overline{1, n}$ koefitsiyentlarni kiritamiz. Bu koefitsiyentlarga qiymat beramiz. Grafning boshlangʻich manzili uchun $|\lambda_0| = 0$ deb, qolgan barcha tugunlar uchun esa $|\lambda_i| = \infty$ deb olamiz. Ixtiyoriy x_i va x_j tugunlar uchun quyidagi shartni kiritamiz:

$$\lambda_j - \lambda_i \geq l(x_i, x_j) \quad (8.2)$$

Agar x_j tugun uchun yuqorida kiritilgan (8.2) – shart bajarilsa, u holda λ_j koefitsiyent quyidagicha topiladi.

$$\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j) \quad (8.3)$$

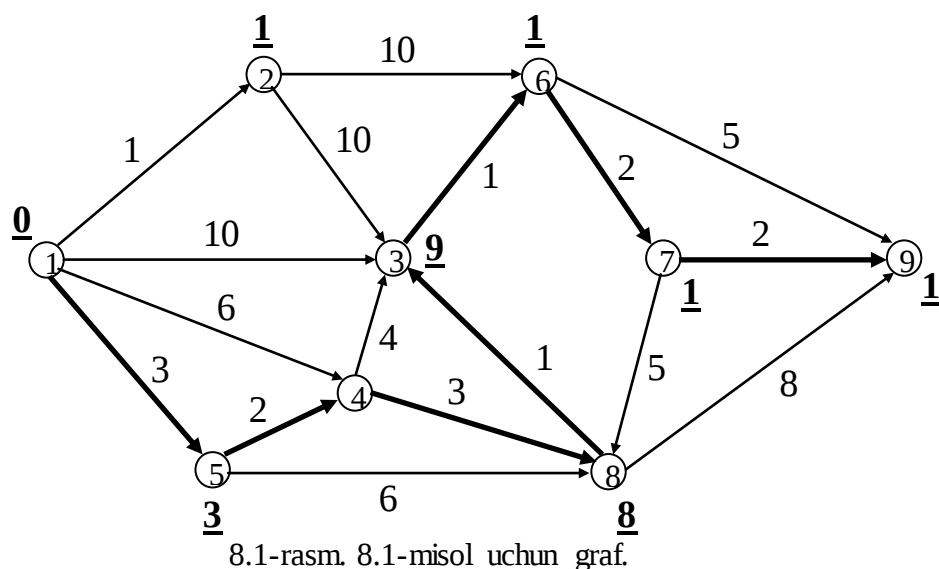
Bu almashtirish jarayonini λ_j ni kamaytirib boʻlmaguncha bajariladi. Ushbu jarayonni har bir tugun uchun takrorlaymiz. Oxirgi tugunga kelganda bu bosqich tugaydi.

2. Barcha x_i va x_j tugunlar uchun

$$\lambda_j - \lambda_i = l(x_i, x_j) \quad (8.4)$$

shart bajariladigan yoylarni tanlab chiqamiz va boʻyaymiz. Ushbu shart bajariladigan yoylar ketma-ketligi **eng qisqa yoʻlni** tashkil etadi.

8.1-misol. 8.1-rasmda berilgan grafdan eng qisqa yoʻl topilsin.

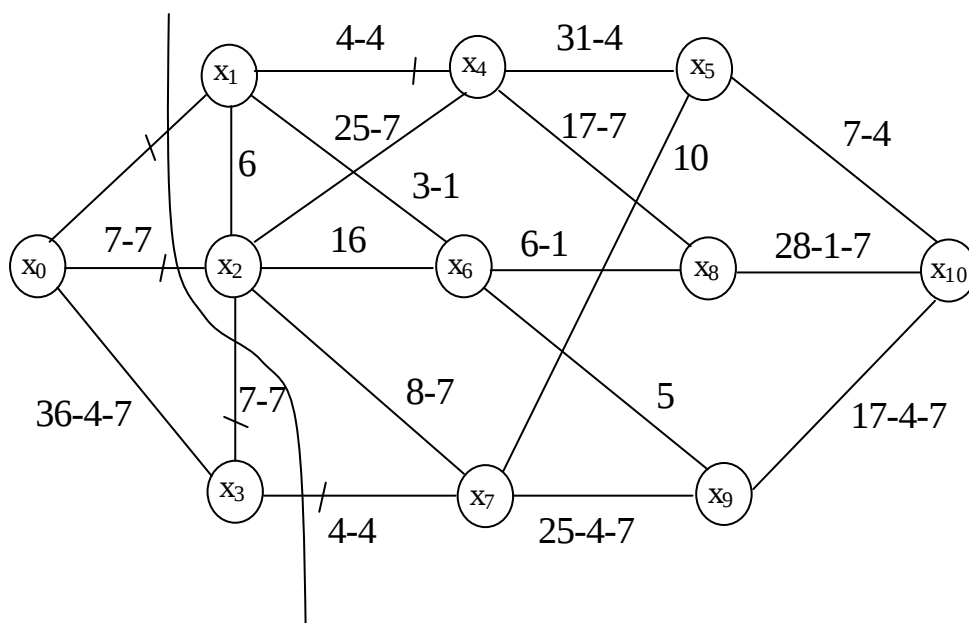


Eng qisqa yoʻl 1-5-4-8-3-6-7-9 tugunlar ketma ketligidir. Bunda yoʻlning uzunligi 14ga teng.

2. Graflarda eng katta oqim yoki minimal qirqim masalasi.

Graflar nazariyasida ushbu masala koʻp hollarda yoʻnaltirilmagan graf shaklida berilgan boʻlib, uning yechimini quyidagi misol yordamida koʻrib chiqamiz. Faraz qilaylik quyidagi yoʻnaltirilmagan graflar berilgan boʻlsin. Ushbu grafdagi yoy vaznlari ularning oʻtkazish qobiliyatini bildiradi.

8.2-misol. Yoʻnaltirilmagan graf uchun eng katta oqim yoki minimal qirqim topilsin.



8.2-rasm. Yoʻnaltirilmagan graf.

$$p_1 = (x_0, x_1, x_4, x_5, x_{10}) = \min(5, 4, 31, 7) = 4$$

$$p_2 = (x_0, x_1, x_6, x_8, x_{10}) = \min(5 - 4, 3, 6, 28) = 1$$

$$p_3 = (x_0, x_2, x_4, x_8, x_{10},) = \min (7, 25, 17, 28 - 1) = 7$$

$$p_4 = (x_0, x_3, x_7, x_9, x_{10},) = \min (36, 4, 25, 17) = 4$$

$$p_5 = (x_0, x_3, x_2, x_7, x_9, x_{10},) = \min (36 - 4, 7, 8, 25 - 4, 17 - 4) = 7$$

$$\max 0 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 4 + 1 + 7 + 4 + 7 = 23 - \text{bu maksimal oqim.}$$

Nazorat savollari.

1. Graflarda eng qisqa yo`lni qanday aniqlaymiz?
2. Yo`naltirilmagan graflarda eng katta oqim qanday hisoblanadi?
3. Graflardagi yoy vaznlari nimani bildiradi?
4. Grafning boshlang`ich manzili deganda nimani tushunasiz?

“Graflar nazariyasi” bo`limi yuzasidan mavzulashtirilgan test savollari.

1. Graf tushunchasi to`g`ri berilgan javobni ko`rsating?

A. Ikkita tugunlar (cho`qqi) va yo`llar (qovurg`alar) to`plamlarining bir-biri bilan bog`lanishiga graflar deyiladi.

B. Bir nechta yo`llarning boshlanishi va oxiri (tugashi)ga graf deyiladi.

C. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog`lovchi vektorga graf deyiladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoy graf deyiladi.

2. Graflarda tugun tushunchasi to`g`ri berilgan javobni ko`rsating?

A. Bir nechta yo`llarning boshlanishi va oxiri (tugashi)ga tugun deyiladi

B. 2 ta yoyni tutashtiruvchi yoki bog`lovchi vektorga tugun deyiladi.

C. Ikkita cho`qqi va yo`llar to`plamlarining bir-biri bilan bog`lanishiga tugunlar deyiladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta bo`lgan yoy- bu tugundir.

3. Halqa nima?

A. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoy

B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog`lovchi vektor

C. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

D. Bir nechta yo`llarning boshlanishi va oxiri

4. Zanjir tushunchasi to`g`ri berilgan javobni ko`rsating.

A. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog`lovchi vektor

C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoy

D. Bir nechta yo`llarning boshlanishi va oxiri

5. Qaysi javobda yo`naltirilgan graf tushunchasi to`g`ri izohlangan?

A. Yo`naltirilgan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko`rsatiladi.

B. Yo`naltirilgan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko`rsatilmaydi.

C. Graflar tarkibida ham yo`naltirilgan, ham yo`naltirilmagan yoylar bo`ladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoydan iborat bo`ladi.

6. Qaysi javobda yo`naltirilmagan graf tushunchasi to`g`ri izohlangan?

A. Yo`naltirilmagan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko`rsatilmaydi.

B. Yo`naltirilmagan graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko`rsatiladi.

C. Graflar tarkibida ham yo`naltirilgan, ham yo`naltirilmagan yoylar bo`ladi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoy yo`naltirilmagan grafdir.

7. Qaysi javobda aralash graf tushunchasi to`g`ri izohlangan?

A. Agar graflar tarkibida ham yo`naltirilgan, ham yo`naltirilmagan yoylar bo`lsa, bunday graflar aralash graf lar deyiladi.

B. Aralash graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko`rsatiladi.

C. Aralash graflarda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko`rsatilmaydi.

D. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoy aralash grafdir.

8. Qanday holda yoy uchi X tugun insedenti deyiladi?

A. Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo`lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

B. Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo`lmasa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

C. Agar X tugun U yoyning faqar boshi bo`lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi..

D. Agar X tugun U yoyning faqat oxiri bo`lsa, u holda shu yoy uchi X tugun insedenti deyiladi.

9. Qachon tugun izolyatsiyalangan deyiladi?

A. Hech qanday yoyga insedent bo`lmasa.

B. Ixtiyoriy yoyga insedent bo`lsa.

C. Faqat yoy boshiga insedent bo`lsa.

D. Faqat yoy oxiriga insedent bo`lsa.

10. Izolyatsiyalangan tugunlardan iborat graflar qanday graflar deyiladi?

A. Nol (0) graflar

B. Bir jinsli graflar

C. Yo`naltirilgan graflar

D. Aralash graflar

11. Bir jinsli graflar deb qanday graflarga aytiladi?

A. Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo`lsa bunday graflar bir jinsli graf deyiladi.

B. Agar graflar tarkibida ham yo`naltirilgan, ham yo`naltirilmagan yoylar bo`lsa, bunday graflar bir jinsli graf lar deyiladi.

C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoylarga bir jinsli graflar deyiladi.

D. Tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko`rsatilmagan graflarga bir jinsli graflar deyiladi.

12. Tugundan chiqish yarim darajasi nimaga teng?

A. Tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga.

B. Tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga

C. Grafdagi barcha yoylar soniga

D. Grafdagi tugunlar soniga

13. Agar $\rho^-(x_3) = 4$ va $\rho^+(x_3) = 3$ bo'lsa, $\rho(x_3)$ nechaga teng bo'ladi?

- A. 7
- B. -1
- C. 1
- D. 12

14. Tugunga kirish yarim darajasi nimaga teng?

- A. Tugunga kirib ketayotgan yoylar soniga
- B. Tugundan chiqib ketayotgan yoylar soniga
- C. Grafdagi barcha yoylar soniga
- D. Grafdagi tugunlar soniga

15. Yo'l nima?

- A. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor
- B. Bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri
- C. Boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy
- D. Tugun va yoylarning ketma-ketligi

16. Kontur nima?

- A. Tugallangan zanjir
- B. 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor
- C. Tugallangan zanjir, boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo'lgan yoy
- D. Bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri

17. Qachon kontur elementar deyiladi?

- A. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa
- B. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan bir necha bor o'tsa
- C. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan o'tsa
- D. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan bir necha bor o'tsa

18. Yo'l uzunligi nimaga teng?

- A. Yo'l tarkibidagi yoylar soniga
- B. Yo'l tarkibidagi tugunlar soniga
- C. Yo'l tarkibidagi yoylar va tugunlar soniga
- D. Graf tarkibidagi barcha yo'llar soniga

19. Qachon graflar yuklangan (взвешенный) deyiladi?

- A. Graflardagi yoylarga mos bir qancha sonli koeffitsiyentlar yoki funksiyalar qo'yilgan bo'lsa
- B. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan bir necha bor o'tsa
- C. Yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o'tsa
- D. Yoylar ketma-ketligi barcha tugunlardan bir necha bor o'tsa

20. Agar matritsaning elementlari quyidagi qoida asosida aniqlansa bu matritsa qanday nomlanadi?

$$C = \{c_{ij}\}_{n \times n} = \begin{cases} 1 \text{ agar } (x_i, x_j) \text{ tugunlarni birlashtirib turuvchi yoy bo'lsa,} \\ 0 \text{ agar } (x_i, x_j) \text{ tugunlarni birlashtirib turuvchi yoy bo'lmasa} \end{cases}$$

- A. Aloqadorlik matritsasi
- B. Insedent matritsa
- C. Aniqlangan graf
- D. Uzunlik matritsasi

21. Insedentlik matritsasida b qachon 1 ga teng bo'ladi?

- A. x_i tugun U_j yoyning boshlang'ich tuguni bo'lsa
- B. x_i tugun U_j yoyning oxirgi tuguni bo'lsa
- C. x_i tugun U_j yoyning oxirgi va boshlang'ich tuguni bo'lmasa
- D. U_j yoy x_i tugunning halqasi bo'lsa

22. Qanday matritsaga uzunlik matritsasi deyiladi?

- A. Kvadrat matritsaga
- B. Birlik matritsaga
- C. Teskari matritsaga
- D. Insedent matritsaga

23. Insedentlik matritsasida b qachon -1 ga teng bo'ladi?

- A. x_i tugun U_j yoyning oxirgi tuguni bo'lsa
- B. x_i tugun U_j yoyning oxirgi va boshlang'ich tuguni bo'lmasa
- C. x_i tugun U_j yoyning boshlang'ich tuguni bo'lsa
- D. U_j yoy x_i tugunning halqasi bo'lsa

24. Grafyoylari ro'yhati jadval holda berilganda qo'shni cho'qqilar qanday belgilanadi?

- A. Juft holda
- B. Toq holda
- C. Ham juft, ham toq holda
- D. Barchasi birgalikda

25. Aniqlanmagan graflar uchun yo'llarning uzunligi nimaga teng?

- A. Yoylar soniga
- B. Yoylar ko'paytmasiga
- C. Yoylar ayirmasiga
- D. Yoylar bo'linmasiga

26. Aniqlangan graflar uchun yo'llarning uzunligi nimaga teng?

- A. Yoylar ko'paytmasiga
- B. Yoylar soniga
- C. Yoylar ayirmasiga
- D. Yoylar bo'linmasiga

27. Mezon formulasi tarkibidagi $*1$ - belgi nimani bildiradi?

A. Agar qavslar ochilganda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi

B. agar qavslar ochilganda yo'llar hamda konturlar ko'paytmasi o'zaro bir-biriga tegishli bo'lsa ushbu ko'paytmani tashlab yuborish kerakligini bildiradi.

- C. i - tugundan j -tugungacha bo'lgan yo'l
- D. i - tugun bilan j - tugun orasidagi kontur

28. Graflarda eng qisqa yo'lni topishda boshlang'ich manzil qiymati nimaga teng?

- A. $|\lambda_0 = 0|$
- B. $|\lambda_i = \infty|$
- C. $|\lambda_i = -\infty|$
- D. $|\lambda_0 \geq 0|$

29. Graflarda eng qisqa yo'lni topishda yo'ylar ketma-ketligi uchun qaysi shart bajarilishi kerak?

- A. $\lambda_j - \lambda_i = l(x_i, x_j)$
- B. $\lambda_j - \lambda_i \geq l(x_i, x_j)$
- C. $\lambda_j = \lambda_i + l(x_i, x_j)$
- D. $|\lambda_0| \geq 0$

30. Mezon formulasi bilan hisoblashda asosan qaysi parametrlar hisobga olinadi?

- A. Faqat oddiy elementar yo'l va konturlar
- B. Faqat tugunlar
- C. Faqat yo'llar
- D. Faqat konturlar

9– Mavzu

Fazo va metrik fazo tushunchasi. Matritsalar haqida umumiy tushunchalar va ular ustida bajariladigan amallar.

Reja:

1. Fazo va metrik fazo tushunchasi.
2. Matritsalar haqida umumiy tushunchalar.
3. Matritsalar ustida bajariladigan amallar.

Darsning maqsadi: Talabalarga fazo va metrik fazo haqida tushunchalar berish, matritsalar haqidagi boshlang'ich tushunchalarni mustahkamlash, matritsalar ustida bajariladigan arifmetik amallarni misollar bilan tushuntirish.

Tayanch iboralar: Fazo, metrik fazo, matritsa, satr, ustun, kvadrat matritsa, transponerlash.

1. Fazo va metrik fazo tushunchasi.

Agar ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ to'plam elementlari orasida qandaydir munosabat o'rnatilgan bo'lsa, yoki ular o'rtasida qandaydir amallar bajarish tartibi berilgan bo'lsa, u holda X to'plam o'z strukturasi ega deb ataladi.

Strukturaga ega bo'lgan to'plam **fazo** deyiladi. Metrik fazo tushunchasiga ta'rif berish uchun avvalo masofa tushunchasiga to'xtalib o'tamiz. Masofa tushunchasi juda keng tushuncha bo'lib, har xil tizimlarda, guruhlarda o'z ta'rifiga ega. Masalan: 2 shahar orasidagi masofa geograf, geologlar uchun kartadagi 2 shahar orasidagi to'g'ri chiziqlarning isbotidir. Avtotransport xodimlari uchun esa ushbu shaharlarni birlashtirib turuvchi avtomobil yo'llari uzunliklari isbotdir. Ushbu keltirilgan misollardan ko'rinib turibdiki, bir tizimda keltirilgan masofa, o'lcham tushunchasi ikkinchisi uchun o'rinli emas.

Ixtiyoriy bo`sh bo`lmagan $X \neq \emptyset$ to`plam uchun “metrika” yoki o`lcham berilgan deb aytiladi, agar unda ixtiyoriy $x_i, x_j \in X$ elementlari uchun shunday manfiy bo`lmagan  $d(x_i, x_j) \geq 0$  qiymatlar mavjud bo`lib, uning uchun quyidagi shartlar o`rinli bo`lsa:

- 1) $d(x_i, x_j) = 0$ bo`lsa, agar $x_i = x_j$ bilan ustma-ust tushsa;
- 2) $d(x_i, x_j) = d(x_j, x_i)$ bo`lsa;
- 3) x_i, x_j, x_k elementlari uchun quyidagi uchburchak qoidasi o`rinli bo`lsa $d(x_i, x_k) \leq d(x_i, x_j) + d(x_j, x_k)$.

Shunday qilib, strukturaga ega bo`lgan  $X$  to`plamda d “metrika” tushunchasi kiritilgan bo`lsa, u holda fazo **metrik fazoga** aylanadi va quyidagicha belgilanadi: (X, d) .

2. Matritsalar haqida umumiy tushunchalar.

Texnik tizimlarni tadqiq qilishda matritsa haqidagi tushunchalarni bilish muhim ahamiyat kasb etadi. Shundan kelib chiqqan holda avval matritsalar haqidagi boshlang`ich tushunchalarga qisqacha to`xtalamiz:

F maydon berilgan bo`lsin. F maydonning elementlaridan tuzilgan ushbu jadval $F - (m \times n)$ maydon ustida berilgan **tartibli matritsa** deyiladi:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Bunda $a_{ij} \in F (i = \overline{1, m} \wedge j = \overline{1, n})$ -matritsaning elementlari $(m \times n)$ ta. Matritsaning barcha gorizontall qatorlari m ta bo`lib, ular matritsaning **satrlari**, barcha vertical qatorlar esa  $n$  ta bo`lib ular matritsaning **ustunlari** deyiladi.

Matritsalar quyidagicha bo`lishi mumkin:

$$\text{Qator matritsasi: } A = (a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{1n})_{1 \times n} \quad \text{Ustun matritsasi: } B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix}_{m \times 1}$$

Tartibi $(m \times n)$ bo`lgan matritsa **to`g`ri to`rtburchakli matritsa** deyiladi.

Matritsaning ustunlar soni va satrlar soni o`rtasida quyidagi munosabatlardan faqat bittasi o`rinli bo`ladi: $m > n \vee m = n \vee m < n$.

Agar matritsada $m > n \vee m < n$ shartlardan biri o`rinli bo`lsa, matritsa **to`g`ri to`rtburchakli matritsa** deyiladi.

Agar matritsa uchun $m = n$ shart bajarilsa, matritsa **kvadrat matritsa** deyiladi.

$$\text{Kvadrat matrisa } C = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}_{m \times n} \quad \text{Diagonal matrisa } D = \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\text{Birlik matrisa } E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Matritsalar ustida bajariladigan amallar.

Buni aniq misollar yordamida ko'rib chiqamiz. Bizga quyidagi elementlarga ega bo'lgan A va B matritsalar berilgan bo'lsin. Ushbu matritsalar ustida qo'shish, ayirish, matritsani songa ko'paytirish amallari quyidagi tartibda bajariladi:

9.1-misol:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ 11 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ 12 & -5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+1 & -7+(-4) & 5+8 \\ 2+12 & 0+(-5) & -3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -11 & 13 \\ 14 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B-A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ 11 & -5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -7 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 & -4-(-7) & 8-5 \\ 12-2 & -5-0 & 0-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 \\ 10 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} \quad k=-5 \quad A \cdot k = -5 \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 & 5 \\ -25 & -10 \\ -15 & 35 \end{pmatrix}$$

9.2-misol:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 8 & 3 \\ -1 & -6 \\ 0 & -11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 5 \\ 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C = 5B - 4A = 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 5 \\ 6 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 8 & 3 \\ -1 & -6 \\ 0 & -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -10 & 25 \\ 30 & -35 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -16 & 20 \\ 32 & 12 \\ -4 & -24 \\ 0 & -44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -20 \\ -42 & 13 \\ 34 & -11 \\ 5 & 34 \end{pmatrix}$$

Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga berilgan matritsani **transponerlash** deyiladi.

9.3-misol

$$A_{m \times n}^T = C_{n \times m} \quad i = \overline{1, m} \quad j = \overline{1, n}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 10 & 9 & 8 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 1 & 9 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

Matritsani matritsaga ko'paytirish quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

9.4-misol

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 0 + 4 \cdot 4 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \\ 5 \cdot 0 + 6 \cdot 4 & 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 & 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 \\ 16 & 10 & 13 \\ 24 & 16 & 21 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Matritsa aniqlovchisi quyidagicha hisoblanadi:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Matritsa miqdorini quyidagi tartibda aniqlaymiz:

9.5-misol

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 7 = -6 \quad A_{23} = (-1)^{2+3} M_{23} = (-1)^5 (-6) = 6$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad A = 1 \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} + 0(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 1(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$A = 3 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 6(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 1(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Nazorat savollari.

1. Fazo va metrik fazo deganda nimani tushunasiz?
2. Matritsaga ta'rif bering.

3. Matritsaning qanday turlari bor?
4. Matritsalar ustida bajariladigan sodda amallarni misollar bilan tushuntiring.
5. Matritsaning qanday xossalari bor?

10– Mavzu

Matritsaning xossalari. Teskari matritsa haqida tushuncha, matritsaning normasi, rangi va izi.

Reja:

1. Matritsaning xossalari.
2. Teskari matritsa haqida tushuncha.
3. Matritsaning normasi, rangi va izi.

Darsning maqsadi: Talabalarga matritsaning xossalari, teskari matritsa, matritsaning normasi, rangi, izi haqida tushuncha va ta'riflarni berish. Mavzuni misollar yordamida mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Teskari matritsa, matritsa normasi, matritsa rangi, matritsa izi.

1. Matritsaning xossalari.

Matritsalar ustida amallar bajarishda quyidagi xossalar o'rinlidir:

1. $A \cdot B \neq B \cdot A$
2. $A + B = B + A$
3. $(A + B) + C = A + (B + C)$
4. $\alpha(A \pm B) = \alpha A \pm \alpha B$
5. $(\alpha_1 \alpha_2)A = \alpha_1(\alpha_2 A)$
6. $(\alpha_1 + \alpha_2)A = \alpha_1 A + \alpha_2 A$
7. $A(B \pm C) = A \cdot B \pm A \cdot C$
8. $(B \pm C) \cdot A = B \cdot A \pm C \cdot A$
9. $A \cdot E = E \cdot A = A$
10. $(\alpha \cdot A)^T = \alpha \cdot A^T$
11. $(A + B)^T = A^T + B^T$
12. $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$

2. Teskari matritsa haqida tushuncha.

Teskari matritsani topishdan maqsad chiziqli tenglamalar Tizimsini yechish va uning xossalarini aniqlashdan iboratdir. Teskari matritsani topish algoritmi quyidagilardan iborat:

- 1) berilgan matritsaning determinanti $\det A$ topiladi, faqat $\det A \neq 0$ bo'lganda yechim bor bo'lsa teskari matritsa mavjud;
- 2) i qator va j ustunlarni ko'chirish natijasida hosil bo'lgan minorlar topiladi;
- 3) topilgan minorlardan yangi matritsa hosil qilinadi va u transponerlanadi;

4) transponerlangan matrisaning har bir elementi determenantiga bo`linadi.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^T \quad (10.1)$$

10.1-misol. Quyidagi matritsa berilgan bo`lsin. Berilgan matritsaga teskari matritsa topilsin:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \\ -4 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & -6 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = ?$$

detA=?

$$\Delta = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 & 2 & -3 \\ -4 & -2 & 5 & -4 & -2 \\ 5 & 1 & -6 & 5 & 1 \end{pmatrix} = 24 - 75 + 8 - 20 - 10 + 72 = -1$$

$$A_{11} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -6 \end{pmatrix} = 12 - 5 = 7$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -6 \end{pmatrix} = 18 + 2 = 20$$

$$A_{31} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = -19$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} = 24 - 25 = -1$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} = -12 + 10 = -2$$

$$A_{32} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = 10 - 8 = 2$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = -4 + 10 = 6$$

$$A_{23} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = 2 + 15 = 17$$

$$A_{33} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} = -4 + 12 = 16$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 6 \\ 20 & -2 & 17 \\ -19 & 2 & 16 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^{-1}$$

$$E = A^{-1}A$$

3. Matritsaning normasi, rangi va izi.

Texnik tizimlarni tadqiq qilishda matritsa haqidagi tushunchalarni bilish va ular ustuda bajariladigan amallardan tashqari matritsaning normasi, uning izi muhim ahamiyat kasb etadi. Yuqoridagilarga asoslangan holda keyingi tushunchalarga to`xtalamiz.

Matrisa berilgan bo`lsin.

$$A = \|a_{ij}\|_{n \times m} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \quad (10.2)$$

Ushbu matrisaning 3 xil normasi mavjud:

1. A_1 normasi-bu matritsaning qator elementlari yig'indisining eng kattasiga tengdir, ya'ni:

$$A_1 = \max \left\{ \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \right\} \quad i = \overline{1, n} \quad (10.3)$$

2. A_2 normasi-bu matritsaning ustun elementlari yig'indisining eng kattasiga ya'ni maksimaliga tengdir, ya'ni:

$$A_2 = \max \left\{ \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right\} \quad j = \overline{1, m} \quad (10.4)$$

3. A_3 normasi-bu matritsaning elementlari kvadratlari summasiga tengdir, ya'ni:

$$A_3 = \max \left\{ \sum_{j=1}^m \cdot \sum_{i=1}^n a_{ij}^2 \right\} \quad (10.5)$$

10.2-misol:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} = 9 \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \end{pmatrix} = 11$$

$$A_3 = 1 + 4 + 9 + 0 + 1 + 36 + 9 + 16 + 4 = 80$$

Matrisaning izi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi, ya'ni:

10.3-misol:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad T_r(A) = t_r \|a_{ij}\|$$

Matrisaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

$$\text{rank}(A) = n$$

Matrisaning rangini aniqlash uchun berilgan matrisa diogonal ko'rinishga keltiriladi. Hosil bo'lgan diogonal matritsaning 0 dan farqli qatorlar soni matritsaning rangi deyiladi.

10.4-misol: Quyida berilgan matritsaning rangi topilsin.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -1 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & -10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ -4 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & -10 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \stackrel{\div 2}{=} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -4 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & -10 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \stackrel{\cdot 4}{=} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \stackrel{-1}{=} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nazorat savollari.

1. Qanday matritsa teskari matritsa deyiladi?
2. Matritsaning normasi qanday aniqlanadi?
3. Matritsa rangi qanday aniqlanadi?
4. Teskari matritsa nima maqsadda topiladi?
5. Matritsalar ustida amallar bajarishda qaysi xossalar o`rinli?

11– Mavzu

Matritsaning xos soni va xos vektori. Kelli-Gamelton teoremasi.

Reja:

1. Matritsaning xos soni va xos vektori.
2. Kelli-Gamelton teoremasi.

Darsning maqsadi: Talabalarga matritsaning xos soni va xos vektori haqida tushuncha va ta'riflarni berish. Kelli-Gamelton teoremasining mohiyatini tushuntirish. Mavzuni misollar yordamida mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Matritsaning xos soni, matritsaning xos vektori, Kelli-Gamelton teoremasi

1. Matritsaning xos soni va xos vektori.

Matritsaning **xos soni** va **vektori**ni topishda kvadrat matritsadan foydalaniladi. Bizga quyidagi kvadrat matritsa berilgan bo`lsin:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Ushbu matritsaning **xos soni** deb $\det(A - \lambda \cdot I)$ matritsa determenantining xarakteristik tenglamasi yechimlariga aytiladi, ya'ni:

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0 \quad (11.1)$$

Bu yerda I -birlik matrisa.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{pmatrix} \quad (11.2)$$

$$\lambda^n + a_1 \cdot \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_n = 0 \quad (11.3)$$

Ushbu tenglama matritsaning **xarakteristik tenglamasi**, uni yechishdan hosil bo'lgan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ lar xarakteristik tenglamaning yechimlari bo'lib, xarakteristik tenglamaning **xos soni** deyiladi (Matritsaning xos soni).

Matritsaning xos sonlarining yig'indisi berilgan A matritsaning diagonal elementlarining summasiga tengdir.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn} \quad (11.4)$$

Matritsaning **xos vektori** deb, $AX = \lambda X$ tenglamani qanoatlantiruvchi shunday,

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ vektorga aytiladiki, uni quyidagi tenglamalar tizimini yechishdan topish mumkin bo'ladi.

$$\begin{aligned} A \cdot x &= \lambda \cdot x & A \cdot x - \lambda \cdot x &= 0 \\ (A - \lambda \cdot I) \cdot x &= 0 & (A - \lambda \cdot I) \cdot x &= 0 \end{aligned}$$

Bundan quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$\begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = 0 \quad (11.5)$$

Bu yerda xos vektorlar n ta bo'lishi mumkin.

11.1-misol. Berilgan matritsaning xos soni va xos vektori topilsin.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - I\lambda) = 0$$

$$\det = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 - \lambda & 4 \\ 2 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = (5 - \lambda)(3 - \lambda) - 8 = 15 - 8\lambda + \lambda^2 - 8 = \lambda^2 - 8\lambda + 7 = 0$$

$$D = 64 - 28 = 36$$

$$\lambda_1 = \frac{8-6}{2} = 1 \quad \lambda_2 = \frac{8+6}{2} = 7 \quad \text{Tenglamaning yechimlari bo'lgan (1;7)-mos ravishda xos sonlar.}$$

Endi xos vektorni topamiz:

$$\begin{pmatrix} 5-7 & 4 \\ 2 & 3-7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases} - \text{birinchi xos vektor}$$

$$\begin{pmatrix} 5-1 & 4 \\ 2 & 3-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases} - \text{ikkinchi xos vektor}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 0 & 1) -4x_2 + 4x_2 \\ 2x_1 = 4x_2 & x_1 = x_2 = 0 \end{cases} \text{ yechimi } 0.$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_1 = -4x_2 / 2 \\ -2x_2 + 2x_2 = 0 \end{cases} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 0$$

$$\text{Demak, } \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases} - \text{xos vektor.}$$

2. Kelli-Gamelton teoremasi

Teorema 11.1. Agar A kvadrat matritsa va uning $c(\lambda)$ xarakteristik ko'phadi $c(\lambda) = 0$ bo'lsa, har qanday kvadrat matritsa o'zining xarakteristik tenglamasini qanoatlantiradi.

2-tartibli matritsa uchun to'g'ridan-to'g'ri tekshirish quyidagicha amalga oshiriladi.

Xarakteristik ko'phad berilgan bo'lsin:

$$c(\lambda) = \det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}), \quad (11.6)$$

u holda

$$c(A) = A^2 - (a_{11} + a_{22})A + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})E = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} - (a_{11} + a_{22}) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (11.7)$$

1. Keli-Gamelton teoremasida ko'phad elementlari darajasini pasaytirish sharti mavjud.

2. Xarakteristik ko'phad minimal ko'phadga qoldiqsiz bo'linishini tasdiqlovchi isbotga Keli-Gamelton teoremasi teng kuchlidir.

Xarakteristik tenglama $c(\lambda) = 0$ dagi λ orniga A matritsani qo'ysak $C(A) = 0$ tenglama o'rinli boladi, bundan matritsaning xarakteristik tenglamasini quyidagicha yozamiz:

$$c(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \cdots (\lambda - \lambda_n) = 0 \quad (11.8)$$

$$c(A) = (A - \lambda_1 I)(A - \lambda_2 I) \cdots (A - \lambda_n I) = 0 \quad (11.9)$$

11.2-misol: $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $C(A)$ topilsin

$$C(A) = 2A^4 + A^3 + A + 3$$

Masalani yechish uchun quyidagi operatsiya bajariladi:

$$|A - \lambda I| = \left| \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 2 & 3-\lambda \end{pmatrix} \right| = (-1-\lambda)(3-\lambda) = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$$

$$A^2 = 2A + 3$$

$$A^3 = A^2 A = (2A + 3)A = 2A^2 + 3A = 2(2A + 3) + 3A = 4A + 6 + 3A = 7A + 6$$

$$A^4 = A^3 A = (7A + 6)A = 7A^2 + 6A = 7(2A + 3) + 6A = 14A + 21 + 6A = 20A + 21;$$

Nazorat savollari.

1. Matritsaning xos soni va xos vektori qanday topiladi?
2. Qaysi yechim matritsaning xos sonini bildiradi?
3. Xos vektor qanday topiladi?
4. Keli-Gamelton teoremasining mohiyatini tushuntiring.
5. Keli-Gamelton teoremasi yordamida misollar yeching?

“Matritsalar nazariyasi” bo'limi bo'yicha mavzulashtirilgan test savollari.

1. Fazo deb nimaga aytiladi?

A. Strukturaga ega bo'lgan to'plam fazo deyiladi

B. Birorta ham elementga ega bo'lmagan majmuaga fazo deyiladi.

C. Fazo deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

D. Fazo deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir.

2. Qaysi shart o'rinli bo'lganda matritsa to'g'ri to'rtburchakli matritsa deyiladi?

A. $m > n \vee m < n$

B. $m > n \vee m < 0$

C. $m > 0 \vee m < n$

D. $m = n \vee m < 0$

3. Qachon matritsa kvadrat matritsa bo'ladi?

A. $m = n$ shart bajarilganda

B. $m > n \vee m < n$ shartlar bajarilganda

C. $m > 0 \vee m < n$ shartlar bajarilganda

D. $m > 0 \vee m < n$ shartlar bajarilganda

4. Matritsani transponerlash deb nimaga aytiladi?

A. Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga berilgan matritsani transponerlash deyiladi.

B. Strukturaga ega bo'lgan matritsaga transponerlangan matritsa deyiladi.

C. $m > n \vee m < n$ shartni qanoatlantirgan matritsa transponerlangan matritsa deyiladi.

D. $m > 0 \vee m < n$ shartni qanoatlantirgan matritsa transponerlangan matritsa deyiladi.

5. Matritsalar uchun qaysi xossa o'rinli emas?

A. $A \cdot B = B \cdot A$

B. $A \cdot B \neq B \cdot A$

C. $A + B = B + A$

D. $(A + B) + C = A + (B + C)$

6. Teskari matritsa nima uchun xizmat qiladi?

A. Chiziqli tenglamalar Tizimsini yechish va uning xossalarini aniqlash uchun.

B. Matritsa ustida bajariladigan amallarni soddalashtirish uchun.

C. Transponerlangan matritsani topish uchun.

D. Matritsa elementlari darajalarini pasaytirish uchun.

7. Matritsaning izi deb nimaga aytiladi?

A. Matritsaning izi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi

B. Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga matritsaning izi deyiladi.

C. Strukturaga ega bo'lgan matritsaga matritsaning izi deyiladi.

D. Matritsa elementlari darajalarining eng yuqori ko'rsatkichiga matritsaning izi deyiladi.

8. Matritsaning rangini ifodalovchi ta'rif to'g'ri berilgan javobni ko'rsating?

A. Matritsaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

B. Matritsaning barcha yo'llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo'lgan matritsaga matritsaning rangi deyiladi.

C. Matritsaning rangi deb diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi.

D. Matritsa elementlari darajalarining eng yuqori ko'rsatkichiga matritsaning rangi deyiladi.

9. Matritsaning xos sonlari yig'indisi nimaga teng?

A. $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$

B. $\lambda^n + a_1 \cdot \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_n = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$

C. $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n d = \det(A - \lambda \cdot I)$

D. $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \text{tr} \|a_{ij}\|$

10. Matritsaning xos soni va xos vektorini topishda qanday matritsadan foydalaniladi?

A. Kvadrat matritsadan

B. Birlik matritsadan

C. Teskari matritsadan

D. Transponerlangan matritsadan.

12– Mavzu

Dinamik tizimlarni matematik ifodalash.

Reja

1. Uzlüksiz dinamik tizimlar haqida tushuncha.
2. Tizimning differensial tenglamalarini qurish usullari.
3. Tenglamalarni chiziqlantirish.

Darsning maqsadi: Talabalarga dinamik tizimlar, dinamik avtomatik boshqarish tizimlarining umumiy strukturasi, avtomatik boshqarish tizimlaridagi dinamik jarayonlarni matematik jihatdan ifodalash usullari, superpozitsiya prinsipi to'g'risida tushunchalar berish. Tenglamalarni chiziqlantirishning mazmun mohiyatini tushuntirish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Dinamik tizimlar, chiziqli dinamik tizimlar, nochiziqli dinamik tizimlar, impulsli dinamik tizimlar, superpozitsiya prinsipi, tenglamalarni chiziqlantirish.

1. Dinamik tizimlar haqida tushuncha.

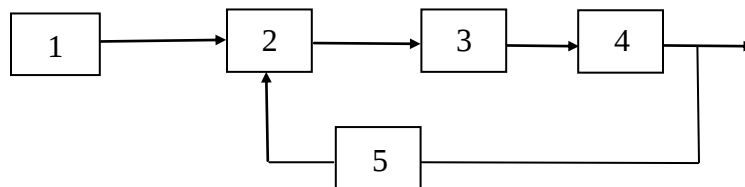
Har qanday boshqarish tizimi bir-biri bilan o'zaro bog'langan elementlar yig'indisidan iboratdir. Bunday tizimning fizik xususiyatlarini o'rganish va boshqarishni amalga oshirish uchun uni matematik ifodalab olish zarur. Tizim ishlash mobaynida harakatda bo'ladi va bu harakat uning holatini xarakterlaydi. Tizimning holat o'zgaruvchilari o'zaro bog'lovchi tenglamalar orqali ifodalanadi. Bunda Tizimning holat o'zgaruvchilari turlicha bo'lishi mumkin.

Masalan: elektr kattaliklar (tok, kuchlanish, quvvat), mexanik kattaliklar (siljish, burilish, sirpanish) va boshqa kattaliklar (xarorat, satx, vaqt....).

Tizimni ifodalashda bitta umumlashgan parametr bilan ifodalash qulaydir, bunda tizim va uning elementlari **signal o'zgartiruvchilar** deb ataladi.

Dinamik tizim deb, harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira oladigan tizimlarga aytiladi. Dinamik avtomatik boshqarish tizimlarining umumiy strukturasi quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin:

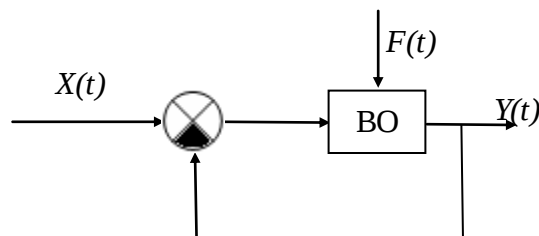
1. Topshiriq beruvchi qurilma.
2. Boshqaruvchi qurilma.
3. Amalga oshiruvchi qurilma.
4. Boshqarish ob'yekti.
5. Kuzatuvchi qurilma.



12.1-rasm. Dinamik avtomatik boshqarish tizimlarining strukturaviy shakli.

2. Tizimning differensial tenglamalarini qurish.

Dinamik tizimlarga misol qilib boshqarish tizimli reaktiv snaryadlar, o'zi uchar qurilmalar, kimyoviy, termodinamik va texnologik jarayonlarni ko'rsatish mumkin. Ushbu tizimlarni tahlil qilib umumiy holda avtomatik boshqarish tizimlaridagi dinamik jarayonlarni matematik jihatdan ifodalashga urinib ko'ramiz. Buning uchun teskari bog'lanishli quyidagi dinamik tizimga ta'sir etuvchi asosiy ko'rsatkichlarni belgilab olamiz:



12.2-rasm. Boshqarish tizimining strukturaviy sxemasi

Bu yerda:

$X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$ – topshiriqlar vektori;

$Y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$ – boshqariladigan ko'rsatkichlar vektori;

$F(t) = \{f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)\}$ – tashqi ta'sir vektori.

Ushbu dinamik tizimni umumiy holda quyidagi dinamik tizim bilan ifodalash mumkin:

$$F_1 \left(y, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2y}{dt^2}, \dots, \frac{d^ny}{dt^n} \right) = F_2 \left(x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \dots, \frac{d^mx}{dt^m}, f, \frac{df}{dt}, \frac{d^2f}{dt^2}, \dots, \frac{d^yf}{dt^y} \right) \quad (12.1)$$

(12.1)-differensial tenglama dinamik tizimlarni ifodalovchi matematik ifoda bo'lib, uning ko'rinishiga qarab dinamik tizimlarni bir necha turga bo'lish mumkin. Masalan: (12.1)-differensial tenglamadagi F_1 , F_2 funksiyalar chiziqli funksiyalar

bo'lsa, u holda ushbu chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalanuvchi tizimlar **chiziqli dinamik tizimlar** deyiladi. Agar (12.1)-differensial tenglamadagi F_1, F_2 funksiyalar nochiziqli xarakterga ega bo'lsa, u holda (9.1)-differensial tenglama nochiziqli differensial tenglama bo'lib, u bilan ifodalanuvchi tizimlar **nochiziqli dinamik tizimlar** deyiladi.

(12.1)-differensial tenglamadagi x, y, f larning hosilalaridan tashqari ularning xususiy hosilalari ham qatnashishi mumkin. Bunday xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan ifodalanuvchi tizimlar **maxsus dinamik tizimlar** deyiladi. Agar tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa, u holda bunday tizimlar **impulsli yoki diskret dinamik tizimlar** deyiladi. umumiy holda chiziqli dinamik tizimlarning matematik modeli quyidagi yuqori tartibli chiziqli differensial tenglama shaklida yozish mumkin:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x + c_0 \frac{d^y f}{dt^y} + c_1 \frac{d^{y-1} f}{dt^{y-1}} + \dots + c_{y-1} \frac{df}{dt} + c_y f \quad (12.2)$$

Ushbu tenglamaga quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$p = \frac{d}{dt}, \quad p^2 = \frac{d^2}{dt^2}, \quad \dots, \quad p^n = \frac{d^n}{dt^n}$$

U holda (12.2)- tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) \cdot y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m) x + (c_0 p^y + c_1 p^{y-1} + \dots + c_{y-1} p + c_y) \cdot f \quad (12.3)$$

Ushbu tenglama uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\begin{aligned} a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n &= A(p) \\ b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m &= B(p) \\ c_0 p^y + c_1 p^{y-1} + \dots + c_{y-1} p + c_y &= C(p) \end{aligned}$$

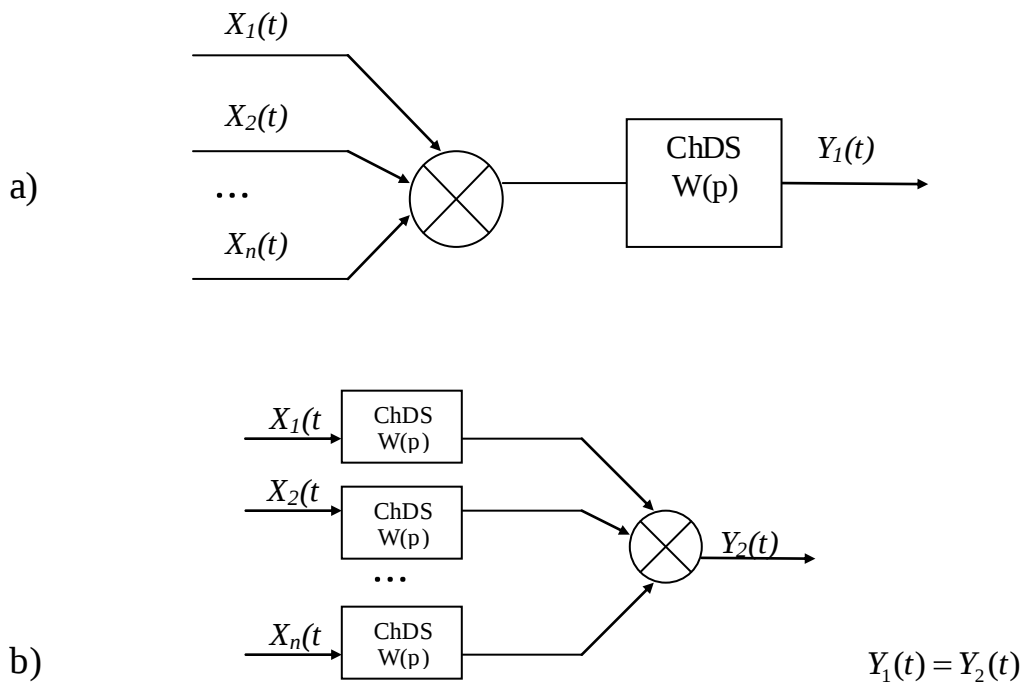
Bu ifodani P ga nisbatan ko'phad deb olsak (12.3) – tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$A(p) \cdot Y(t) = B(p) \cdot x(t) + C(p) \cdot f(t) \quad (12.4)$$

(12.4) – tenglama chiziqli dinamik tenglamalarni Laplas operatori ko'rinishidagi ifodasidir.

Chiziqli dinamik tizimlarning yana bir xususiyati shundan iboratki, ular uchun superpozitsiya prinsipi o'rinalidir. Bu prinsipning ma'nosi shundan iboratki, agar chiziqli dinamik tizim kirishiga bir necha signallarning chiziqli kombinatsiyasidan hosil bo'lgan (qo'shish, ayirish) signal berilishidan hosil bo'lgan tizim reaksiyasi,

ya'ni chiqish signali $Y(t)$ signallarni alohida-alohida tizim kirishiga berib, hosil bo'lgan reaksiya yig'indisi yoki ayirmasi o'zaro teng bo'lishi kerak.



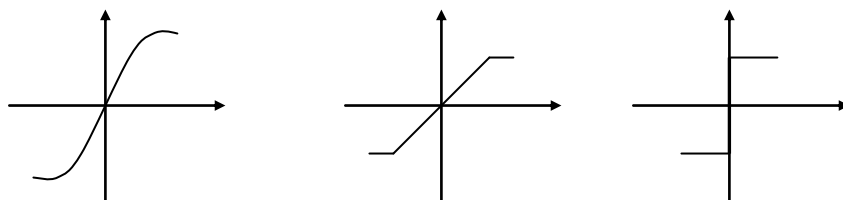
12.3-rasm. a, b –chiziqli dinamik tizimlar.

Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lgan tizimlar **chiziqli dinamik tizimlar** deyiladi. Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lmagan tizimlar **nochiziqli dinamik tizimlar** deyiladi. Bundan tashqari avtomatik boshqarish tizimlari nazariyasida nostatsionar tizimlar ham mavjud bo'lib, ular quyidagi differensial tenglamalar ko'rinishida ifodalanadi:

$$\begin{aligned}
 a_0(t) \frac{d^n y}{dt^n} + a_1(t) \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n(t) y(x) = b_0(t) \frac{d^m x}{dt^m} + b_1(t) \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_m(t) x + \\
 + c_0(t) \frac{d^y f}{dt^y} + c_1(t) \frac{d^{y-1} f}{dt^{y-1}} + \dots + c_y(t) f
 \end{aligned}
 \tag{12.5}$$

Ushbu tenglamadan ko'rinib turibdiki nostatsionar tizimlarning dinamik ko'rsatkichlari (tenglama koeffitsiyentlari) vaqt davomida o'zgarib borar ekan.

Agar tizimning tarkibida hech bo'lmaganda 1ta signalni vaqt bo'yicha kvantlovchi element bo'lsa, bunday tizimlarga **impulsli dinamik tizimlar** deb aytiladi. Masalan: Kalit. Nochiziqli dinamik tizimlar tarkibida hech bo'lmaganda bitta nochiziqli element bo'lib, ularning matematik modeli nochiziqli differensial tenglamalar ko'rinishida yoziladi. Masalan: Rele.



12.4-rasm. Uzliksiz nochiziqli element.

Statik xarakteristikalar algebraik tenglamalar orqali, dinamik xarakteristikalar differensial tenglamalar orqali ifodalanadi.

Faraz qilaylik tizimning holati differensial tenglamalar bilan yozilgan bo'lsin.

$$F(\ddot{y}, \dot{y}, y, \dot{x}, x) + f = 0 \quad (12.6)$$

Tenglamaning statik ko'rinishi quyidagicha bo'ladi.

$$F(0, 0, y, 0, x) + f = 0 \quad (12.7)$$

3. Tenglamalarni chiziqlantirish.

Real tizimlarda uning statik va dinamik xarakteristikalari nochiziqli tenglamalar bilan yoziladi. Nochiziqli tenglamalarni yechish ancha murakkabdir.

Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko'rinishiga keltirish **chiziqlantirish** deyiladi.

Chiziqlantirish odatda muvozanat holatiga nisbatan amalga oshiriladi. Bunda og'ishi juda kichik bo'ladi. Buning uchun nochiziqli tenglama Teylor qatoriga yoyiladi va har bir o'zgaruvchiga ortirma beriladi, ya'ni:

$$x = \Delta x + x_0$$

$$y = \Delta y + y_0$$

$$f = \Delta f + f_0$$

Ifodalarni og'ishga nisbatan qaraydigam bo'lsak (12.7)-tenglama quyidagicha yoziladi:

$$F(\Delta \ddot{y}, \Delta \dot{y}, \Delta y + y_0, \Delta \dot{x}, \Delta x + x_0) + \Delta f + f_0 \quad (12.8)$$

(12.8)- tenglamani muvozanat tenglamasiga asosan Teylor qatoriga yoyamiz:

$$F(0, 0, y_0, 0, x_0) + \left(\frac{dF}{d\ddot{y}} \right)_0 \Delta \ddot{y} + \left(\frac{dF}{d\dot{y}} \right)_0 \Delta \dot{y} + \left(\frac{dF}{dy} \right)_0 \Delta y + \left(\frac{dF}{d\dot{x}} \right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{dF}{dx} \right)_0 \Delta x + \dots = 0 \quad (12.9)$$

Bunda xususiy hosilalar o'zgarmas sonlar bo'lganligi va Δx va Δy lar muvozanat rejimiga nisbatan juda kichik bo'lganligi sababli hamda, $F(\ddot{y}, \dot{y}, y, \dot{x}, x) = 0$ tenglama muvozanat holatiga nisbatan silliqroq bo'lganligi

sababli yuqori tartibli xususiy xosilalarni tashlab yuborish mumkin. U holda (12.9) – tenglamani quyidagicha yozish mumkin bo`ladi:

$$\left(\frac{dF}{d\ddot{y}}\right)_0 \Delta \ddot{y} + \left(\frac{dF}{d\dot{y}}\right)_0 \Delta \dot{y} + \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{dF}{dx}\right)_0 \Delta x = 0 \quad (12.10)$$

(12.10) – tenglamaga quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

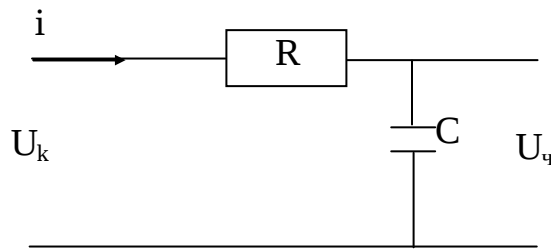
$$a_0 = \left(\frac{dF}{d\ddot{y}}\right)_0 \quad a_1 = \left(\frac{dF}{d\dot{y}}\right)_0 \quad a_2 = \left(\frac{dF}{dy}\right)_0 \quad b_1 = -\left(\frac{dF}{dx}\right)_0$$

U holda (12.10)-tenglama quyidagi ko`rinishga keladi:

$$a_0 \Delta \ddot{y} + a_1 \Delta \dot{y} + a_2 \Delta y = b_1 \Delta x \quad (12.11)$$

12.1-misol.

RS zanjiri berilgan bo`lsin. 12.5-rasmda berilgan zanjirning differensial tenglamasi tuzilsin. A=?



12.5-rasm. RS zanjir sxemasi.

$$U_{ch} = A \cdot U_k$$

$$A = \frac{U_{ch}(t)}{U_k(t)}$$

$$U_k(t) = i(t) \cdot R + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$U_{ch}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$\frac{dU_{ch}(t)}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

$$i(t) = C \cdot \frac{dU_{ch}(t)}{dt}$$

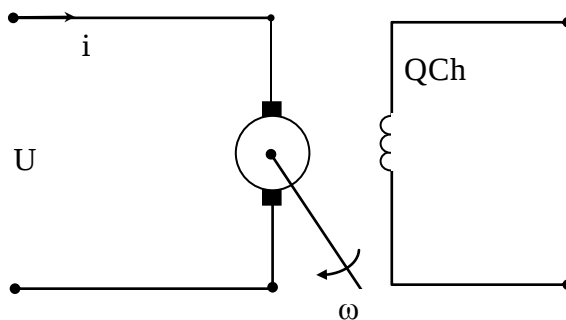
$$U_k(t) = R \cdot C \frac{dU_{ch}(t)}{dt} + U_{ch}(t)$$

$$R \cdot C = T$$

$$T \cdot \frac{dU_{ch}(t)}{dt} + U_{ch}(t) = U_k(t) \quad (12.12)$$

Ushbu topilgan (12.12)-tenglama zanjirning differensial tenglamasidir.

12.2–misol. 12.6-rasmda berilgan o'zgarmas tok dvigatelinig matematik modeli qurilsin.



12.6 – rasm. O'zgarmas tok dvigateli.

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_g - M_q \quad (12.13)$$

Bu yerda ω – dvigatelning aylanish tezligi, M_g – dvigatel momenti, M_q – qarshilik momenti.

Bunda, dvigatel momenti:

$$M_g = M_g(\omega, u) \quad M_q = M_q(\omega, t);$$

Muvozanat holatida dvigatel momenti $M_{g0} = M_{q0}$ bo'ladi.

$$u = u_0 + \Delta u$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega$$

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda dvigatel momentini quyidagicha yozamiz:

$$M_g = M_{g0} + \left(\frac{dM_g}{d\omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{dM_g}{du} \right) \Delta u$$

$$M_q = M_{q0} + \left(\frac{dM_q}{d\omega} \right) \Delta \omega_0 + \Delta M_q$$

Bu ifodalarni (12.13) – tenglamaga qo'ysak quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_g - M_q = M_{g0} - M_{q0} + \left(\frac{dM_g}{d\omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{dM_g}{du} \right) \Delta u - \left(\frac{dM_q}{d\omega} \right) \Delta \omega - \Delta M_q \quad (12.14)$$

(12.14) – tenglamani o'lchov birligisiz M_n ga bo'lamiz:

$$\frac{J}{M_n} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M_n} \left(\frac{dM_g}{d\omega} \right) \Delta \omega + \frac{1}{M_n} \left(\frac{dM_g}{du} \right) \Delta u - \frac{1}{M_n} \left(\frac{dM_q}{d\omega} \right) \Delta \omega - \frac{\Delta M_q}{M_n}$$

Nisbiy birlikka keltirish uchun tenglamaning har bir qismini ω_n va u_n ga ko'paytirib va bo'lib yuboramiz.

Nazorat savollari.

1. Dinamik tizimlar haqida tushuncha bering va misol keltiring
2. Dinamik avtomatik boshqarish tizimlarining umumiy strukturasi tushuntiring.
3. Chiziqli va nochiziqli dinamik tizimlarning bir-biridan farqini tushuntiring.
4. Impulsli tizimlarga misol keltiring.
5. Tenglamalarni chiziqlantirishni tushuntiring.

Mavzu yuzasidan test savollari.

1. Qanday tizim dinamik tizim deyiladi?

- A. Harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira oladigan tizimlarga
- B. Harakatdagi, o'z holatini vaqt davomida o'zgartira olmaydigan tizimlarga
- C. Tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikka
- D. Tizimning birlik impulsli signaldan olgan reaksiyasiga

2. Differensial tenglama tarkibida xususiy hosilalar ham ishtirok etsa, bunday tenglama bilan ifodalanuvchi tizimlar...

- A. Maxsus dinamik tizimlar
- B. Impulsli dinamik tizimlar
- C. Chiziqli dinamik tizimlar
- D. Nochiziqli dinamik tizimlar

3. Impulsli yoki diskret dinamik tizim deb qanday tizimga aytiladi?

- A. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa
- B. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ko'paytmali tenglamalar ko'rinishida bo'lsa
- C. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli yig'indi ko'rinishida bo'lsa
- D. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli bo'linma ko'rinishida bo'lsa

4. Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lgan dinamik tizimlar qanday nomlanadi?

- A. Chiziqli dinamik tizimlar
- B. Impulsli dinamik tizimlar
- C. Maxsus dinamik tizimlar
- D. Nochiziqli dinamik tizimlar

5. Chiziqlantirish deb nimaga aytiladi?

- A. Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko'rinishiga keltirishga
- B. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishiga
- C. Tizimni ifodalovchi matematik model chekli ko'paytmali tenglamalar ko'rinishiga
- D. Tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikka

13-mavzu. Holat parametrlari fazosi usuli.

Reja

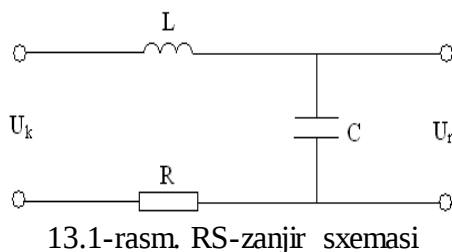
1. Holat fazosi tushunchasi.
2. Tizimning algoritmik strukturasi.
3. Differensial tenglamalardan holat tenglamasiga o'tish.

Darsning maqsadi: Talabalarga holat fazosi to'g'risida tushunchalar berish, tizimning algoritmik strukturasi qurishni va unda bajariladigan belgilashlarni ko'rsatish, differensial tenglamalardan holat tenglamasiga o'tish yo'llarini tushuntirish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Holat fazosi, algoritmik struktura, integrallash, summalash, proportsionallik.

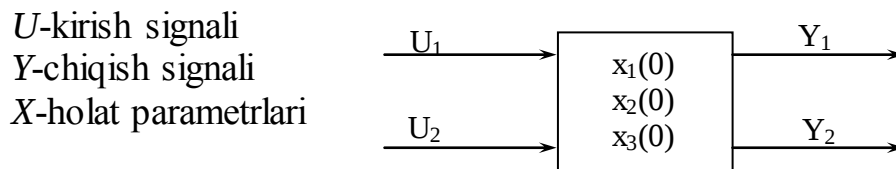
1. Holat fazosi tushunchasi.

Avtomatik tizimni tadqiq qilishning ko'pdan-ko'p usullari mavjud. Ularning ko'pchiligi differensial tenglamalarni yozishga asoslangan holat parametrlari fazosi usuli va vektorli analizga asoslangandir. **Holat** bu ob'ektning avvalgi holatiga tegishli bo'lib, u haqida to'liq ma'lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma'lumotlar majmuasidir.



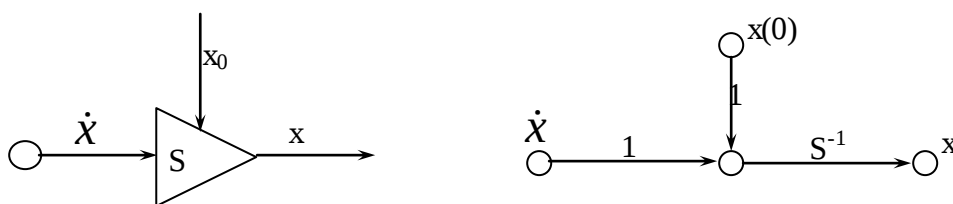
$$U_r = f(U_k, i, U_c)$$

Bundan xulosa qilish mumkinki, Tizimning chiqish signali nafaqat chiqish signaliga, balki uning avvalgi holatiga ham bog'liq bo'lar ekan. Tizimning holat parametrlari fazosi usulida tasvirlanganida o'zgaruvchilar 3 xil bo'ladi:



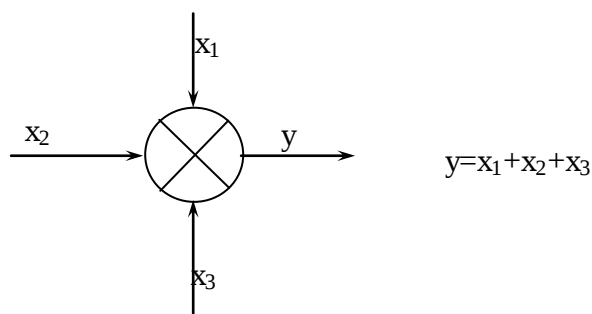
13.2-rasm. Tizimning strukturaviy ko'rinishi.

Odatda Tizimning holati birinchi tartibli differensial tenglama orqali ifodalanadi:



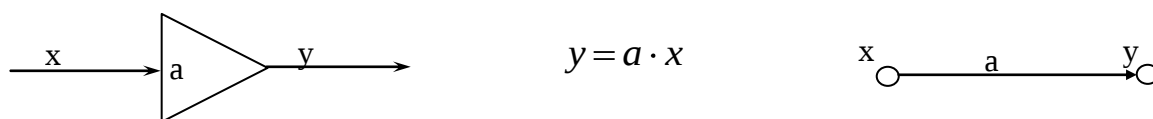
13.4-rasm. Integrallash operatsiyasi.

2. Summalash.



13.5-rasm. Summalash

3. Proporsionallik.



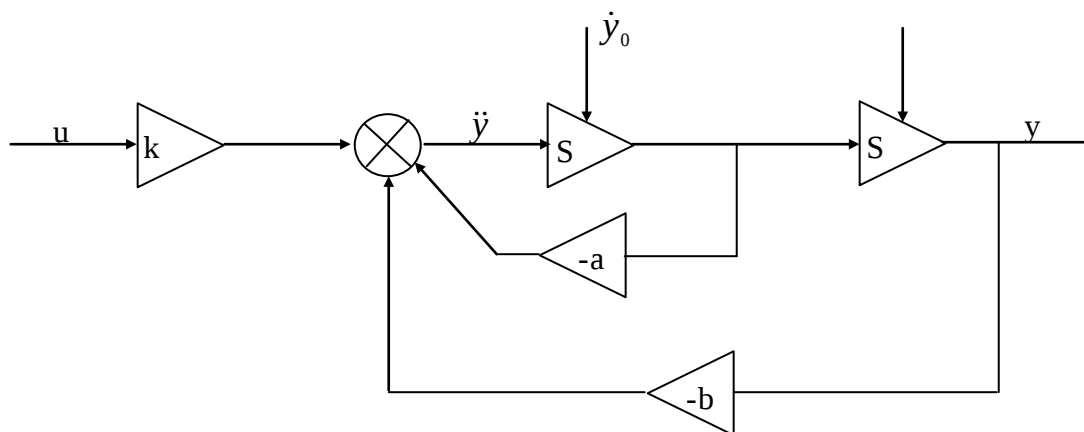
13.6-rasm. Proporsionallik.

13.1-misol. Tizimning dinamikasi 2-tartibli differensial tenglama bilan yozilgan bo'lsin. Uning algoritmik ifodasi va graf modeli qurilsin.

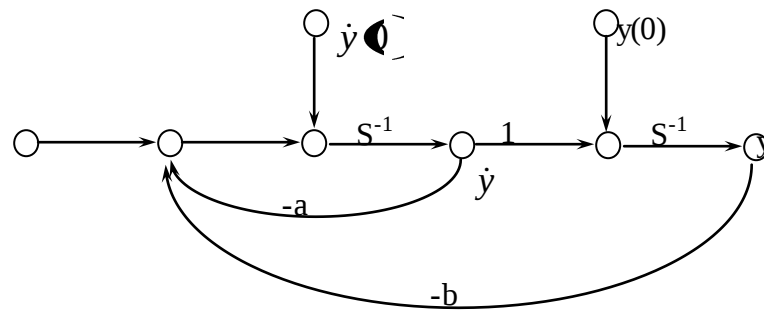
$$y'' + ay' + by = ku$$

$$y'' = ku - ay' - by$$

Yechish:



13.7-rasm. Algoritmik ifodasi.



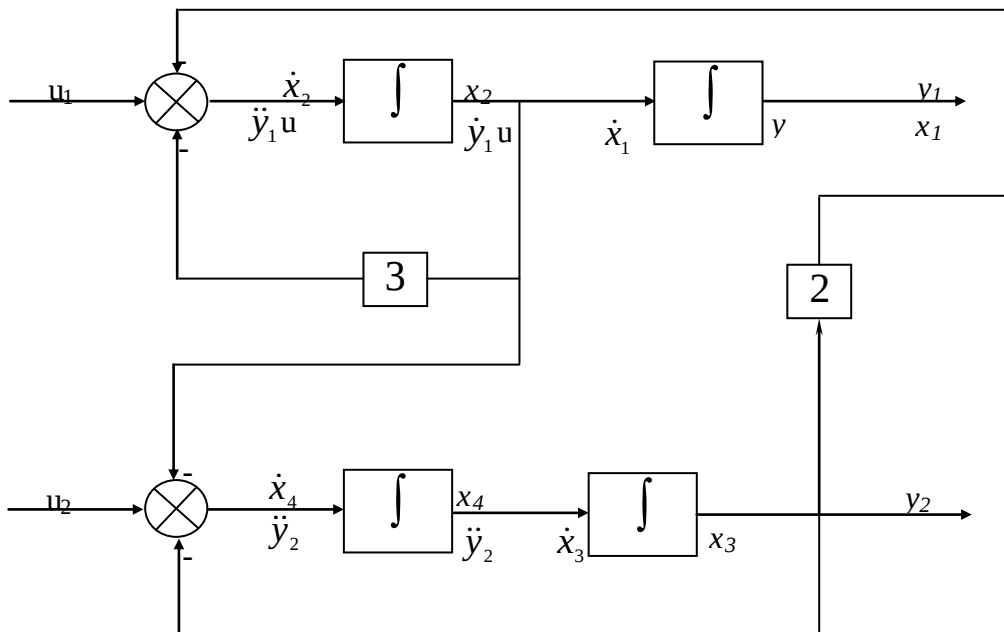
13.8-rasm. Graf modeli.

3. Differensial tenglamalardan holat tenglamasiga o'tish.

Differensial tenglamalardan holat tenglamasiga o'tish bosqichlarini quyidagi misollar yordamida ko'rib chiqamiz:

13.2-misol: Quyida berilgan tizimning differensial tenglamasidan holat tenglamasi tuzilsin.

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = u_1 - 3\dot{y}_1 - 2y_2 \\ \ddot{y}_2 = u_2 - y_2 - \dot{y}_1 \end{cases}$$



13.9-rasm. Tizimning strukturaviy ko'rinishi

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_A \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_B \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Nazorat savollari.

1. Holat fazosi usuli deganda nimani tushunasiz?
2. Tizimning algoritmik strukturasi tushuntiring.
3. Differensial tenglamadan holat tenglamasiga o'tish qanday amalga oshiriladi?
4. Tizimning holati qanday ifodalanadi?

Mavzu yuzasidan test savollari

1. Holat bu...

- A. ob'ektning avvalgi holatiga tegishli bo'lib, u haqida to'liq ma'lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma'lumotlar majmuasidir
- B. chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatidir
- C. tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko'rinishidir
- D. tizimning kirish va chiqish o'zgaruvchilarining muvozanat holatidagi bog'liqlikdir

2. Tizim holatining o'zgarishi nimaga bog'liq?

- A. tizimning oldingi holatiga va kirish signaliga
- B. tizimning chiqish signaliga
- C. roslash parametriga
- D. tizimning kirish va chiqish signaliga

14-mavzu.

Laplas almashtirish.

Reja

1. Laplas almashtirishning mohiyati.
2. Laplas almashtirishning xossalari
3. Tasvirdan originalga o'tish

Darsning maqsadi: Talabalarga Laplas almashtirishning mohiyati, xossalari, teskari Laplas almashtirish haqida tushunchalar berish. Tasvirdan originalga o'tish o'rinli bo'lgan munosabatlarni tushuntirish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Laplas almashtirish, tasvir, original, analiz, sintez, chiziqlilik, tasvirlar ko'paytmasi.

1. Laplas almashtirishning mohiyati.

Chiziqli differensial tenglamalar bilan yoziluvchi dinamik tizimlarni tadqiq etishda Laplas almashtirishi keng qo'llaniladi. Uning yordamida tizimni o'tish va muvozanat rejimlarining analiz va sintez masalalarini yechish mumkin.

Biror bir $f(t)$ funksiya uchun Laplas almashtirishi mavjuddir:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Bu yerda

$f(t)$ – original (haqiqiy) funksiya.

$F(s)$ – uning tasviri

s – kompleks son, $s = C + j\omega$ (simvollik shaklda).

14.1 – misol.

$$f(t) = e^{\alpha t}$$

$$F(s) = L\{e^{\alpha t}\} = \int_0^{\infty} e^{\alpha t} \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-\alpha)t} dt = -\frac{1}{s-\alpha} \cdot e^{-(s-\alpha)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s-\alpha}$$

14.2 – misol.

$$f(t) = t$$

$$F(s) = L\{t\} = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-st} dt = \frac{t \cdot e^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s^2}$$

Simvolik ravishda Laplas almashtirishi quyidagicha amalga oshiriladi:

$$F(s) = L\{f(t)\}$$

Laplas almashtirishining asosiy xossasi shundan iboratki, $f'(t)$ differensiallash funksiya tasvirini s ga ko'paytirish orqali bajariladi: $\frac{d}{ds} = s$.

$\frac{F(s)}{s}$ integral esa, $F(s)$ ni s ga b o'lish bilan almashtiriladi: $S = \frac{1}{s}$.

Laplas almashtirishi differensial tenglamani algebraik tenglama bilan almashtirish imkonini beradi. Funksiyaning tasviri mavjud bo'lsa, uning originali quyidagicha topiladi.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds$$

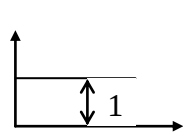
Tasvirdan originalni topish **Laplasning teskari almashtirishi** deyiladi va shartli ravishda simvolik shaklda quyidagicha belgilanadi:

$$f \Leftarrow L^{-1} \mathcal{F} \Leftarrow$$

Laplas almashtirishini qo'llash uchun original funksiya quyidagi xossalarga ega bo'lishi kerak:

1. $t \geq 0$ qiymatlarda $f(t)$ funksiya uzluksiz bo'lishi kerak.
2. $t < 0$ qiymatlarda $f(t) = 0$ bo'lishi kerak.
3. $f(t)$ funksiya cheksizlikka o'smaydigan funksiya bo'lishi kerak.

14.3 – misol. 10.1-rasmda berilgan $f \Leftarrow 1 \Leftarrow$ funksiyani tasviri topilsin. (bu yerda signal birlik pog'onalik signal).



$$F \Leftarrow L \{ f(t) \} = L \{ 1 \} = \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt =$$

$$= 1 \int_0^{\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s} \cdot e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s} e^{-s\infty} + \frac{1}{s} e^{-s0} = \frac{1}{s}$$

14.1-rasm. $f \Leftarrow 1 \Leftarrow$ funksiyani grafik ko'rinishi.

Har qanday funksiyani tasvirini yoki originalini topish uchun mos keluvchi jadvaldan foydalaniladi:

14.1-jadval

$x \Leftarrow$ original	$X \Leftarrow$ tasvir
δ -funksiya	1
$1(t)$	$1/s$
t	$1/s^2$
t^2	$2/s^3$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s + \alpha}$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s - \alpha}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s(s + \alpha)}$
$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$	$s^n \cdot X \Leftarrow$
$\int_0^t x(\tau) d\tau$	$\frac{X(s)}{s}$
$\frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$	$\frac{1}{(s + \alpha)(s + \beta)}$
$\frac{1}{\alpha \cdot \beta} \cdot \frac{\beta e^{-\alpha t} - \alpha \cdot e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$	$\frac{1}{s(s + \alpha)(s + \beta)}$
$\sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{s^2 + \beta^2}$

$\cos(\beta t)$	$\frac{s}{s^2 + \beta^2}$
$e^{-\alpha t} \cdot \cos \beta t$	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$
$e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t$	$\frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$

14.4 – misol. $f(t) = t^3$ funksiyaning tasviri topilsin.

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty t^3 \cdot e^{-st} dt & \left| \begin{array}{l} u = t^3 \quad e^{-st} dv \\ du = 3t^2 dt \quad -\frac{1}{s} e^{-st} = v \end{array} \right| = -\frac{t^3}{s} e^{-st} - \int_0^\infty -\frac{3t^2}{s} e^{-st} dt = -\frac{t^3}{s} e^{-st} + \frac{3}{s} \int_0^\infty t^2 e^{-st} dt = \\
& = -\frac{t^3}{s} e^{-st} + \frac{3}{s} \cdot \left| \begin{array}{l} t^2 = u \quad e^{-st} dt = dv \\ 2t dt = du \quad -\frac{1}{s} e^{-st} = v \end{array} \right| = -\frac{t^3}{s} e^{-st} + \frac{3}{s} \cdot \left(-\frac{t^2}{s} e^{-st} - \int -\frac{2t}{s} e^{-st} dt \right) = \\
& = -\frac{t^3}{s} e^{-st} - \frac{3t^2}{s^2} e^{-st} + \frac{6}{s^2} \int t e^{-st} dt = -\frac{t^3}{s} e^{-st} - \frac{3t^2}{s^2} e^{-st} + \frac{6}{s^2} \cdot \left| \begin{array}{l} u = t \quad e^{-st} dt = dv \\ du = dt \quad -\frac{1}{s} e^{-st} = v \end{array} \right| = \\
& = -\frac{t^3}{s} e^{-st} - \frac{3t^2}{s^2} e^{-st} + \frac{6}{s^2} \cdot \left(-\frac{t}{s} e^{-st} - \int -\frac{1}{s} e^{-st} dt \right) = -\frac{t^3}{s} e^{-st} - \frac{3t^2}{s^2} e^{-st} - \frac{6t}{s^3} e^{-st} + \frac{6}{s^3} \int e^{-st} dt = \\
& = \left(-\frac{t^3}{s} e^{-st} - \frac{3t^2}{s^2} e^{-st} - \frac{6t}{s^3} e^{-st} - \frac{6}{s^4} e^{-st} \right) \Bigg|_0^\infty = \frac{6}{s^4}
\end{aligned}$$

2. Laplas almashtirishning xossalari

Laplas almashtirishi quyidagi asosiy xossalarga ega.

1. **Chiziqlilik xossasi.** Har qanday α va β o'zgarmas sonlar uchun quyidagi munosabat o'rinlidir:

$$L\{\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\} = \alpha L\{x_1(t)\} + \beta L\{x_2(t)\}$$

2. **Originalni integrallash va differensiallash** quyidagicha amalga oshiriladi.

$$\begin{aligned}
L\{s \cdot x(t)\} &= x(0) \\
L\left\{\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right\} &= s^n \cdot X(s) - x(0) \\
L\left\{x(t) \int_0^\infty x(\tau) d\tau\right\} &= \frac{x(s)}{s}
\end{aligned}$$

3. **Kechikuvchi funksiya** uchun quyidagi munosabat o'rinlidir:

$$L\{x(t - \tau) \cdot u(t - \tau)\} = e^{-s\tau} \cdot X(s)$$

4. **Tasvirlar ko'paytmasi:** Agar $x_1(t)$ va $x_2(t)$ funksiyalarning originali va ularning $x_1(s)$ va $x_2(s)$ tasvirlari berilgan bo'lsa, u holda tasvirlar ko'paytmasi quyidagicha topiladi:

$$x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow \int_0^\infty x_1 \cdot x_2(-\tau) d\tau = \int_0^\infty x_2 \cdot x_1(-\tau) d\tau$$

Yuqoridagi xossalarga asoslanib har qanday funksiyaning haqiqiysi yoki tasvirini aniqlash mumkin.

3. Tasvirdan originalga o'tish

Funksiyaning tasviri berilgan bo'lsa, uning originalini aniqlash muhim ahamiyatga egadir. Bizga surat va maxraji ko'phaddan iborat bo'lgan kasr berilgan bo'lsin:

$$F \Leftrightarrow \frac{A}{B} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

Ushbu kasrning maxrajini ildizlari orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$F \Leftrightarrow \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 \cdot (s - s_1) \cdot (s - s_2) \cdot \dots \cdot (s - s_n)}$$

Bu yerda k_i va s_i ildizlarning karralisi. Originalni topish quyidagi holatlarda mavjud:

1. Ildizlari soda, oddiy ildizlar bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$f \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{B'_i} \cdot e^{-s_i t}$$

2. Ildizlardan bittasi nolga teng bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$f \Leftrightarrow \frac{A}{B_1} + \sum_{i=2}^n \frac{A_i}{s_i B_1} \cdot e^{s_i t}$$

3. Agarda $S_1 = j\omega_1$, $S_2 = j\omega_2$ ildizlar mavhum bo'lsa, u holda funksiyaning originali quyidagicha topiladi:

$$f \Leftrightarrow \frac{A(\omega_1)}{2j\omega B_2(\omega_1)} + \frac{A(j\omega_1)}{-2j\omega B_2(j\omega_2)} \cdot e^{-j\omega_1 t} + \sum_{i=3}^n \frac{A_i}{(\omega_i^2 + \omega^2) B'_2(\omega_i)} \cdot e^{s_i t}$$

14.5 - misol. Quyida berilgan funksiyaning tasviridan originali topilsin.

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad f(t) = ?$$

Yechish:

$$f(t) = \sum_{i=1}^2 \frac{A_i}{B'_i} e^{s_i t} = \frac{A_1}{2s_1+3} e^{s_1 t} + \frac{A_2}{2s_2+3} e^{s_2 t} = \frac{1}{2 \cdot (-1)+3} \cdot e^{-t} + \frac{1}{2 \cdot (-2)+3} \cdot e^{-2t} = e^{-t} - e^{-2t}$$

$$\frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2}$$

$$A(s+2) + B(s+1) = 1$$

$$As + 2A + Bs + B = 1$$

$$s(A+B) + 2A+B = 1$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 2A+B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ 2A+B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2B+B=1 \\ -B=1 \\ B=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} = e^{-t} - e^{-2t}$$

Nazorat savollari.

1. Laplas almashtirishning mohiyatini tushuntiring.
2. Laplas almashtirishning asosiy xossasi nimadan iborat?
3. Laplas almashtirishni qo'llash uchun original funksiya qanday xossalarga ega bo'lishi kerak?
4. Laplas almashtirishning xossalarini tushuntiring.
5. Teskari Laplas almashtirishi qanday amalga oshiriladi?

15-mavzu.

Laplas almashtirishining tadbiqu.

Reja

1. Uzatish funksiyasi va uning xossalari.
2. Chiziqli dinamik tizimlarda umumiy uzatish funksiyasini topish qoidalari.
3. Modelni graflar yordamida tasvirlash.

Darsning maqsadi: Talabalarga Laplas almashtirishning tadbiqu, uzatish funksiyasi va uning xossalari, umumiy uzatish funksiyasini topish qoidalari haqida tushunchalar berish. Modelni graf ko'rinishida tasvirlashni o'rgatish. Tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Laplas almashtirish, uzatish funksiyasi, ketma-ket bog'lanish, parallel bog'lanish, teskari bog'lanish.

1. Uzatish funksiyasi va uning xossalari.

Avtomatik boshqarish tizimlarida jarayonlar differensial tenglama shaklida ifodalanadi. Bunda tizim yoki uning elementlari kirish va chiqish signallari orasidagi munosabat sifatida tasvirlanadi, umumiy holda tizimdagi dinamik jarayonni differensial tenglama holda yozish mumkin:



15.1-rasm. Tizimning strukturaviy ko'rinishi

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x \quad (15.1)$$

Ushbu tenglamaga Laplas almashtirishini qo'llab, ya'ni $\frac{d}{dt} \equiv s$ bilan almashtirib quyidagini hosil qilamiz:

$$a_0 s^n y + a_1 s^{n-1} y + \dots + a_n y = b_0 s^m x + b_1 s^{m-1} x + \dots + b_m x \quad (15.2)$$

Bundan kirish va chiqish signallarining uzatish funksiyasini quyidagicha yozamiz:

$$W = \frac{y}{x} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (15.3)$$

Uzatish funksiyasi deb chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatiga aytiladi.

$$W = \frac{y}{x} \Big|_{t=0} \quad Y = W \cdot X$$

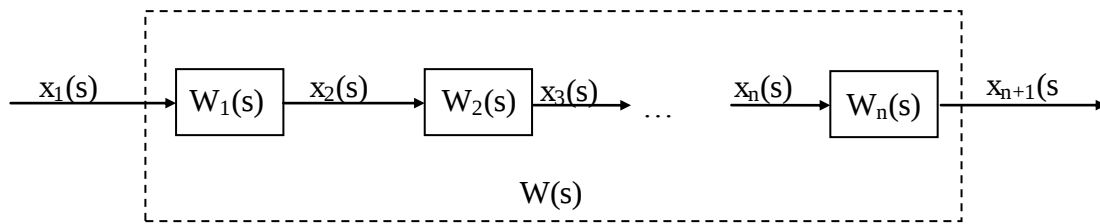
Uzatish funksiyasining surati ildizlari uning (0) nollari deyiladi, maxraji ildizlari esa qutblari deyiladi. Bu ildizlarning S tekislikdagi joylashuviga qarab tizimning xarakterini aniqlash mumkin.

Uzatish funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. Kirish va chiqish signalining o'zaro bog'liqligini ko'rsatadi.
2. Uzatish funksiyasini topishda boshlang'ich shart albatta $t=0$ bo'lishi kerak.

2. Chiziqli dinamik tizimlarda umumiy uzatish funksiyasini topish qoidalari.

Faraz qilaylik, bir nechta elementlar o'zlarining uzatish funksiyalari bilan ketma-ket ulansin:



15.2-rasm. Tizimning strukturaviy ko'rinishi.

$W(s)$ -butun tizimning umumiy uzatish funksiyasi. Uzatish funksiyasining ta'rifiga binoan

$$W \Leftarrow \frac{Y}{X_1} \quad (15.4)$$

teng bo'ladi. $Y \Leftarrow X_{n+1}$.

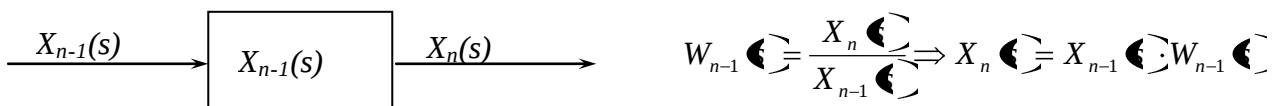
Ushbu sxemadagi oxirgi element uzatish funksiyasini yozamiz:

$$W_n \Leftarrow \frac{X_{n+1}}{X_n} \Rightarrow X_{n+1} \Leftarrow X_n \Leftarrow W_n$$

(15.4)-tenglamadan

$$\begin{aligned} W \Leftarrow \frac{X_{n+1}}{X_1} &= \frac{X_n(s) \cdot W_n(s)}{X_1(s)} = \frac{X_{n-1}(s) \cdot W_{n-1}(s) \cdot W_n(s)}{X_1(s)} = \frac{X_{n-2} \Leftarrow W_{n-2} \Leftarrow W_{n-1} \Leftarrow W_n}{X_1} = \\ &= \dots = \frac{X_1 \Leftarrow W_1 \Leftarrow W_2 \Leftarrow \dots \Leftarrow W_n}{X_1} = W_1 \Leftarrow W_2 \Leftarrow \dots \Leftarrow W_n \end{aligned} \quad (15.5)$$

Bu yerda:

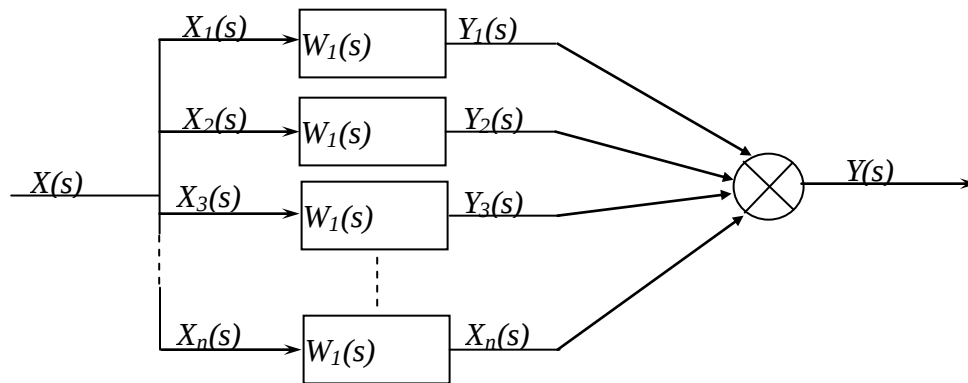


15.3-rasm. Sxemaning strukturaviy sxemasi

Quyida ketma-ket ulangan tizimlarning umumiy uzatish funksiyasi berilgan:

$$W_1 \Leftarrow \prod_{i=1}^n W_i \quad (15.6)$$

Endi parallel ulangan elementlarning umumiy uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:



15.4-rasm. Parallel ulangan elementlar sxemasi.

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) + \dots + Y_n(s)$$

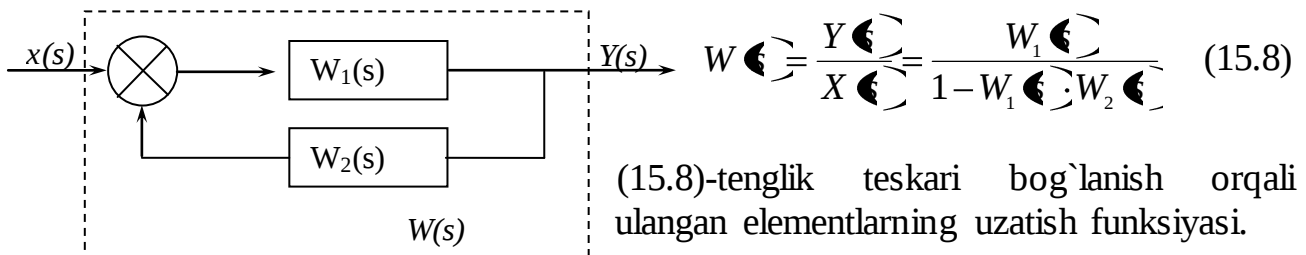
$$X(s) = X_1(s) = X_2(s) = \dots = X_n(s)$$

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i(s)}{X(s)} = \frac{Y_1(s)}{X(s)} + \frac{Y_2(s)}{X(s)} + \dots + \frac{Y_n(s)}{X(s)} = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_n(s)$$

Yuqoridagilardan quyidagi tenglik kelib chiqadi:

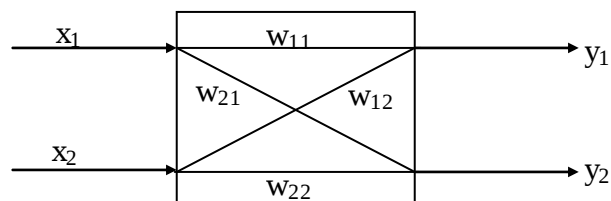
$$W(s) = \sum_{i=1}^n W_i(s) \quad (15.7)$$

Endi aralash, ya'ni teskari bog'lanishli ulangan elementlarning umumiy uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:



15.5-rasm. Teskari bog'lanishli ulangan elementlarning sxemasi.

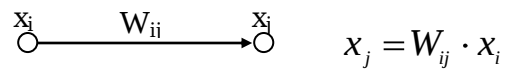
3. Modelni graflar yordamida tasvirlash.



15.6-rasm. Dinamik tizimning strukturaviy sxemasi.

$$\begin{aligned} y_1 &= W_{11}x_1 + W_{12}x_2 \\ y_2 &= W_{21}x_1 + W_{22}x_2 \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Tizimning strukturaviy sxemasini tasvirlashda graflardan foydalanish mumkin:

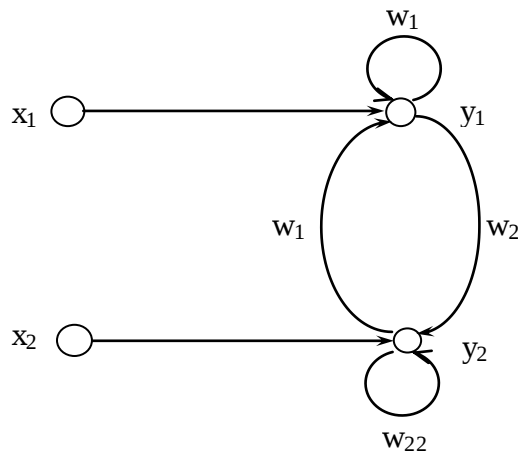


15.7-rasm. Funksiyaning graf ko`rinishi.

Faraz qilaylik, tizimning dinamikasi matrisa shaklida berilgan bo`lsin:

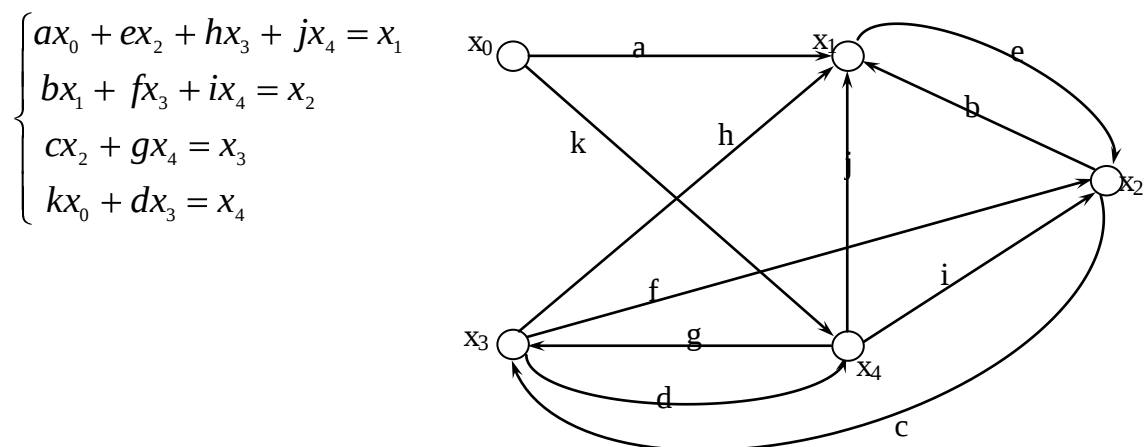
$$\begin{cases} W_{11}y_1 + W_{12}y_2 + x_1 = y_1 \\ W_{21}y_1 + W_{22}y_2 + x_2 = y_2 \end{cases}$$

Yuqoridagi tenglamani graf ko`rinishida tasvirlaymiz:



15.8-rasm. Graf ko`rinishi.

15.1-misol. Berilgan tenglamalar tizimini graf ko`rinishida tasvirlang.



15.9-rasm. 15.1-misoldagi tenglamaning graf ko`rinishi.

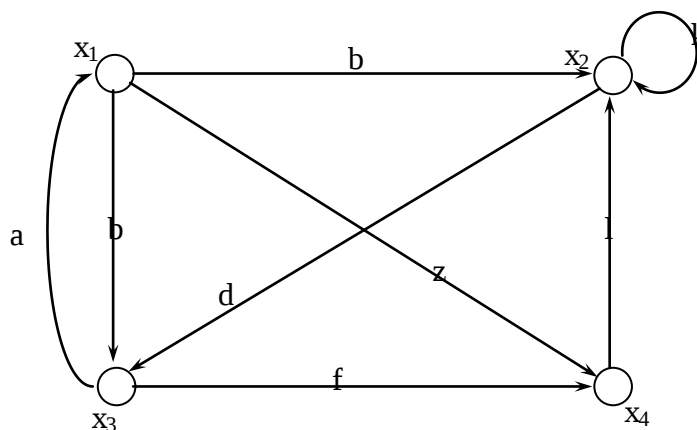
15.2-misol. Berilgan tenglamalar tizimini graf ko`rinishida tasvirlang.

$$x_1 = ax_3$$

$$x_2 = bx_1 + kx_2 + lx_4$$

$$x_3 = bx_1 + dx_2$$

$$x_4 = zx_1 + fx_3$$



15.10-rasm. 15.2-misoldagi tenglamaning graf ko`rinishi.

Nazorat savollari.

1. Uzatish funksiyasi haqida tushuncha bering.
2. Uzatish funksiyasi qanday xossalarga ega?
3. Tizimning strukturaviy sxemasini tasvirlashda graflarni qurishni tushuntiring.
4. Tizimning xarakteri qanday aniqlanadi?
5. Chiziqli dinamik tizimlarda umumiy uzatish funksiyasini topish qoidalarini tushuntiring.

16-mavzu.

Z-almashtirish va uning xossalari.

Reja

1. z-almashtirishning asosiy xossalari.
2. z-almashtirishga misollar.

Darsning maqsadi: Talabalarga z-almashtirishning asosiy xossalari tushuntirish, ideal impulsli element, teskari z-almashtirishlar haqida tushunchalar berish, tushunchalarni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: z-almashtirish, ideal impulsli element, chiziqlilik, kechikishlilik va ilgari lamalik, tasvirlar ko`paytmasi.

1. Z-almashtirishning asosiy xossalari.

Bizga yuqoridagi mavzulardan ma'lumki, uzluksiz tizimlarda analiz va sintez masalalarini yechishni osonlashtirish uchun Laplas almashtirishidan foydalangan edik.

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} dt$$

Impulslı tizimlarnı tadqiq qilishda xuddi shunga o`xshash z almashtirishdan foydalaniladi. Bunda:

$$\int \Leftrightarrow \Sigma$$

$$\text{uzluksiz vaqt } t \Leftrightarrow nT$$

$$e^{pT} \Leftrightarrow z \text{ bilan almashtiriladi.}$$

“ **Z – almashtirish**,” deb, quyidagi formula bilan aniqlanuvchi funksiyaga aytiladi:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] \cdot z^{-n}$$

Bu yerda: $X(z)$ - diskret funksiyaning tasviri, $x[nT]$ - original funksiyaning o`zi. Bu operatsiya to`g`ri almashtirish uchun simvolik shaklda quyidagicha yoziladi:

$$\text{Tasvir: } X(z) = Z\{x[nT]\}$$

$$\text{Original: } x[nT] = Z^{-1}\{X(z)\}$$

z -almashtirishni qo`llash uchun  $x[nT]$  yaqinlashuvchi bo`lishi kerak. z -almashtirish quyidagi xossalarga ega.

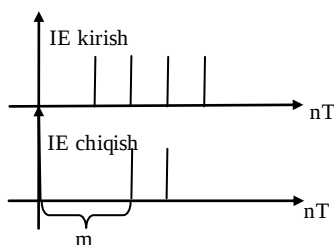
1. **Chiziqlilik xossasi.** Diskret funksiyaning chiziqli kombinatsiyasining tasviri tasvirning chiziqli kombinatsiyasiga tengdir. Ya`ni:

$$f[n] = \sum_{i=1}^n c_i \cdot f_i[n]$$

U holda

$$F(z) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot F_i(z) \text{ bo`ladi.}$$

2. **Kechikishlik va ilgari kelish xossasi.** Agar impulslı elementning chiqiqshidagi signal M vaqtga kechiksa, ya`ni  $f[n-m]$  (kechikayotganligini bildiradi) bo`lsa, u holda uning z -tasviri quyidagicha topiladi:



$$z\{f[n-m]\} = F(z) \cdot z^{-m}$$

16.1-rasm. Funksiya grafigi.

Agar M taktda ilgari bo`lsa, u holda  $z\{f[n+m]\} = F(z) \cdot z^m$  bo`ladi.

3. **Tasvirlar ko`paytmasi.** Agar  $F_1(z)$  funksiyaning tasviri bo`lsa, ya`ni:

$$F_1(z) = Z\{f_1[nT]\} \text{ va } F_2(z) = Z\{f_2[nT]\}$$

$$F_1(z) \cdot F_2(z) = \sum_{m=0}^n f_1[m] \cdot f_2[n-m] = \sum_{m=0}^n f_1[n-m] \cdot f_2[m]$$

Ushbu xossalardan foydalanib, har qanday murakkab tizimning xususiyatini elementar zvenolar xususiyati orqali aniqlash mumkin.

16.1-misol. Quyida berilgan ayirmali tenglamaning “Z” tasviri topilsin.

$$x[n+2] + a_1 x[n+1] + a_2 x[n] = b f[n]$$

Yechish:

1) Tenglikning o`ng va chap tarafiga z almashtirishni qo`llaymiz:

$$z\{x[n+2] + a_1 x[n+1] + a_2 x[n]\} = z\{b f[n]\}$$

2) So`ngra har birining alohida-alohida z tasvirini topamiz:

$$z\{x[n+2]\} + z\{a_1 x[n+1]\} + z\{a_2 x[n]\} = b \cdot F(z)$$

bu yerda $m = 2$ ga teng

$$x(z) \cdot z^2 + a_1 \cdot x(z) \cdot z + a_2 \cdot x(z) = b \cdot F(z)$$

$$x(z)[z^2 + a_1 z + a_2] = b \cdot F(z)$$

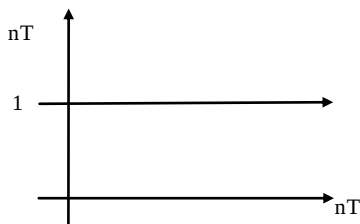
16.2-misol.

$$x(z)[z^{-2} + az - b] = c \cdot F(z)$$

$$x[n-2] + a \cdot x[n+1] - b \cdot x[n] = c \cdot f[n]$$

16.3-misol. Birlik pog`onalik signal berilgan bo`lsin, uning z tasviri topilsin. (Bu funksiya uzluksiz funksiya hisoblanadi).

Yechish: Buning uchun diskret funksiyaga almashtirib olishimiz zarur.



16.2-rasm. Funksiya grafigi

$$f(t) = 1(t) \quad t = nT$$

$$f[nT] = 1[nT] = \{1, 1, \dots\} \quad x = 1$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} 1[nT] \cdot z^{-n} = 1 \cdot z^0 + 1 \cdot z^{-1} + 1 \cdot z^{-2} + \dots$$

$$S = \frac{a_0}{1-q} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1} \quad a_0 = 1 \cdot z^0 \quad q = z^{-1}$$

Funksiyalarning z-ko`rinishini topish uchun mos keluvchi jadvaldan foydalaniladi.

16.1-jadval

$f(t)$	$F(p)$	$f[nT]$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	$\delta[nT]$	1
$f(t - t_k)$	e^{-pt_k}	$\delta[n - kT]$	z^{-k}
1(t)	$\frac{1}{p}$	1[nT]	$\frac{z}{z-1}$

t	$\frac{1}{p^2}$	nT	$T \frac{z}{(z-1)^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha nT}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$	$1-e^{-\alpha nT}$	$\frac{(1-e^{-\alpha T})z}{(z-1)(z-e^{-\alpha T})}$

Nazorat savollari.

1. z-almashtirishning mohiyatini tushuntiring.
2. Teskari z-almashtirish qanday amalga oshiriladi?
3. z-almashtirish uchun qaysi xossalr o`rinli?

Laplas almashtirish va Z-almashtirish bo`limalari bo`yicha mavzulashtirilgan test savollari

1. Laplas almashtirishi nima uchun xizmat qiladi?

- A. Tizimni o`tish va muvozanat rejimlarining analiz va sintez masalalarini yechish uchun
- B. tizimlarda o`tkinchi jarayonlarni hisoblash uchun
- C. tizimning turg`unligini aniqlash uchun
- D. tizimning sifat ko`rsatkichlarini aniqlash uchun

2. Laplasning teskari almashtirishi deb nimaga aytiladi?

- A. tasvirdan originalni topishga
- B. originaldan tasvirni topishga
- C. tizimning birlik pog`onalik signaldan olgan reaksiyasiga
- D. tenglamalarni chiziqlantirishga

3. Laplas almashtirishni qo`llashda original funksiya uchun qaysi xossa o`rinli emas?

- A. $t \geq 0$ qiymatlarda $f(t)$ funksiya uzlukli bo`lishi kerak
- B. $t \geq 0$ qiymatlarda $f(t)$ funksiya uzluksiz bo`lishi kerak
- C. $t < 0$ qiymatlarda $f(t) = 0$ bo`lishi kerak
- D. $f(t)$ funksiya cheksizlikka o`smaydigan funksiya bo`lishi kerak

4. Laplas almashtirishning chiziqlilik xossasini ifodalovchi munosabatni ko`rsating?

- A. $L\{\alpha x_1 + \beta x_2\} = \alpha L\{x_1\} + \beta L\{x_2\}$
- B. $L\{x(-\tau)\} = e^{-s\tau} \cdot X(s)$
- C. $x_1(s) \cdot x_2(s) = \int_0^\infty x_1(\tau) x_2(-\tau) d\tau = \int_0^\infty x_2(\tau) x_1(-\tau) d\tau$
- D. $f(s) = L^{-1}\{F(s)\}$

5. Laplas almashtirishda kechikuvchi funksiya uchun qaysi munosabat o`rinli hisoblanadi?

- A. $L\{x(-\tau)\} = e^{-s\tau} \cdot X(s)$
- B. $L\{\alpha x_1 + \beta x_2\} = \alpha L\{x_1\} + \beta L\{x_2\}$

$$C. x_1 \otimes x_2 = \int_0^\infty x_1 \otimes x_2(-\tau) d\tau = \int_0^\infty x_2 \otimes x_1(-\tau) d\tau$$

$$D. f \otimes = L^{-1} \mathcal{F} \otimes$$

6. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?

A. chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatiga

B. tasvirdan originalni topishga

C. tizimning birlik pog'onalik signaldan olgan reaksiyasiga

D. tenglamalarni chiziqlantirishga

7. Quyida berilgan xossalarning qaysi biri uzatish funksiyasi uchun o'rinli?

A. Uzatish funksiyasini topishda boshlang'ich shart albatta $t > 0$ bo'lishi kerak.

B. Uzatish funksiyasini topishda boshlang'ich shart albatta $t < 0$ bo'lishi kerak.

C. Uzatish funksiyasini topishda boshlang'ich shart albatta $t = 0$ bo'lishi kerak.

D. Kirish va chiqish signalining o'zaro bog'lanmaganligini ko'rsatadi.

8. Ketma-ket ulangan tizimning umumiy uzatish funksiyasi qaysi javobda to'g'ri berilgan?

$$A. W_1 \otimes = \prod_{i=1}^n W_i \otimes$$

$$B. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X_1 \otimes}$$

$$C. W \otimes = \sum_{i=1}^n W_i \otimes$$

$$D. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X \otimes} = \frac{W_1 \otimes}{1 - W_1 \otimes \cdot W_2 \otimes}$$

9. Parallel ulangan elementlarning umumiy uzatish funksiyasi qaysi javobda to'g'ri berilgan?

$$A. W \otimes = \sum_{i=1}^n W_i \otimes$$

$$B. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X_1 \otimes}$$

$$C. W_1 \otimes = \prod_{i=1}^n W_i \otimes$$

$$D. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X \otimes} = \frac{W_1 \otimes}{1 - W_1 \otimes \cdot W_2 \otimes}$$

10. Teskari bog'lanish orqali ulangan elementlarning umumiy uzatish funksiyasi qaysi javobda to'g'ri berilgan?

$$A. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X \otimes} = \frac{W_1 \otimes}{1 - W_1 \otimes \cdot W_2 \otimes}$$

$$B. W \otimes = \frac{Y \otimes}{X_1 \otimes}$$

$$C. W_1 \otimes \dots \otimes W_n = \prod_{i=1}^n W_i$$

$$D. W \otimes \dots \otimes W = \sum_{i=1}^n W_i$$

11. Qaysi javobda z-almashtirishning chiziqlilik xossasi berilgan?

$$A. F(z) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot F_i(z)$$

$$B. F_1(z) \cdot F_2(z) = \sum_{m=0}^n f_1[m] \cdot f_2[n-m] = \sum_{m=0}^n f_1[n-m] \cdot f_2[m]$$

$$C. X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] \cdot z^{-n}$$

$$D. z\{f[n+m]\} = F(z) \cdot z^m$$

12. Qaysi javobda z-almashtirishning llgarilamalilik xossasi berilgan?

$$A. z\{f[n+m]\} = F(z) \cdot z^m$$

$$B. F_1(z) \cdot F_2(z) = \sum_{m=0}^n f_1[m] \cdot f_2[n-m] = \sum_{m=0}^n f_1[n-m] \cdot f_2[m]$$

$$C. z\{f[n-m]\} = F(z) \cdot z^{-m}$$

$$D. F(z) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot F_i(z)$$

13. Diskret funksiyaning chiziqli kombinatsiyasining tasviri nimaga teng?

A. tasvirning chiziqli kombinatsiyasiga teng

B. tasvirning o'ziga teng

C. tasvirning nochiziqli kombinatsiyasiga teng

D. impulsli elementning chiqiqshidagi signalga teng

14. z-almashtirishni qo'llash uchun $x[nT] \dots$

A. yaqinlashuvchi bo'lishi kerak

B. uzoqlashuvchi bo'lishi kerak

C. $+\infty$ ga intilishi kerak

D. $-\infty$ ga intilishi kerak

17-mavzu.

Mantiq algebra funksiyalari va ularni tashkil etish.

Reja

1. Mulohaza haqida asosiy tushunchalar
2. Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.

Darsning maqsadi: Talabalarga mantiq algebrasi funksiyalari, hamda ular ustida bajariladigan asosiy amallar to'g'risida tushunchalar berish, mantiqiy operatsiyalarning mazmun mohiyatini tushuntirish, mulohazalar algebrasining asosiy tushunchalarini o'rgatish, mavzuni misollar bilan mustahkamlash.

Tayanch iboralar: mantiq operatsiyalari, kon'yunksiya, diz'yunksiya, implikatsiya, ekvivalensiya, inkor, mulohazalar algebrasi.

1. Mulohaza haqida asosiy tushunchalar.

Har qanday matematik nazariya u yoki bu mulohazaning rost yoki yolg'onligini o'rganadi.

17.1-ta'rif. Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlangan darak gapga **mulohaza** deyiladi.

Ta'rifga ko'ra "0<1", "2*5=10", "7-juft son", "1 tub son" gaplar mulohaza bo'lib, ulardan birinchisi va ikkinchisi rost, uchinchi va to'rtinchisi yolg'on mulohazalardir.

Sodda mulohazalar lotin alifbosining katta harflari $A, B, C, \dots$ yoki kichik harflari $a, b, c, \dots, p, q$ orqali belgilanadi. Mulohazaning rost yoki yolg'onligi uning mazmuniga qarab aniqlanadi. Rost mulohazani 1, yolg'on mulohazani 0 qiymat orqali belgilaymiz. Mulohaza bir vaqtning o'zida ham rost, ham yolg'on bo'la olmaydi.

17.2-ta'rif. Qiymatlar ustuni bir xil bo'lgan mulohazalar teng kuchli mulohazalar deyiladi va $a=b$ ko'rinishida belgilanadi. Masalan:

17.1-jadval

a	b	$\neg a$	$\neg b$	$a \Rightarrow b$	$\neg a \Rightarrow \neg b$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Mulohazalar va ular ustida bajariladigan mantiqiy amallar **mulohazalar algebrasi** deb yuritiladi.

1. $a, b, c, \dots, p, q, r, \dots$ lar mulohazalar algebrasining formulalaridir.

2. Agar a va b lar mulohazalar algebrasining formulalari bo'lsa, u holda $\neg a$, $a \wedge b$, $a \vee b$, $a \Rightarrow b$, $a \Leftrightarrow b$ lar ham formula bo'ladi.

3. Mulohazalar algebrasidagi formulalar faqat yuqoridagi 1 va 2 formulalar yordamida tuziladi. 2-yordamida tuzilgan formulaga esa murakkab formula deyiladi. bunga argumentlari rost yoki yolg'on qiymatni qabul qiluvchi funksiya deb ham qarash mumkin.

17.3-ta'rif. $x_i (i = 1; n)$ argumentlarning har biri qbul qilinishi mumkin bo'lgan barcha 1 va 0 qiymatlar tizimida $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ formulani ifodalovchi mantiqiy funksiya rost(yolg'on)qiymatga erishsa, u holda bu formula aynan **rost(yolg'on) formula** deyiladi.

Tarkibidagi $x_i (i = 1; n)$ o'zgaruvchilarning mumkin bo'lgan barcha qiymatlari ustuni bir xil bo'lsa, u holda bu formulalar **o'zaro teng kuchli formulalar** deyiladi.

Mulohazalar ustida mantiqiy amallar.

Odatda o'zbek tilida mulohazalardan yangi murakkab mulohazalar hosil qilish uchun bir necha mantiqiy (logik) bog'lovchilardan foydalaniladi. Bular jumlasiga "va", "yoki", "emas", "agar", "bo'lsa", "u holda", "bo'ladi" va boshqa mantiqiy bog'lovchilar kiradi. Bu mantiqiy bog'lovchilar mulohazalar ustida bajariladigan mantiqiy amallardir.

O'zbek tilidagi barcha mulohazalar to'plamini V bilan, mulohazalarni esa lotin alfavitining bosh harflari yoki indekslangan bosh harflar $A, V, S, \dots, A_i A_2, \dots$ bilan belgilaymiz, hamda ularni o'zgaruvchi *mulohazalar* yoki *propozitsional o'zgaruvchilar* deb ataymiz. Mulohazalar ustida quyidagi amallar bajariladi:

1. Kon'yunksiya (mantiqiy ko'paytirish).

17.4-ta'rif. A va B mulohazalarning *kon'yunksiyasi* deb, bu mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi $A \wedge B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga "va" bog'lovchisi mos keladi.

Mulohazalar kon'yunksiyasini AB kabi belgilash ham mumkin. $A \wedge B$ mulohaza " A va B " deb o'qiladi. Kon'yunksiya amalining ta'rifni jadval ko'rinishda berish ham mumkin.

17.2-jadval

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2. Diz'yunksiya (mantiqiy qo'shish).

17.5-ta'rif. A va B mulohazalarning *diz'yunksiyasi* deb, A, B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi $A \vee B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga yoki bog'lovchisi mos keladi.

A va B mulohaza " A yoki B " deb o'qiladi. Mulohazalar diz'yunksiyasi ta'rifining jadval shakli quyidagichadir:

17.3-jadval

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

3. Implikatsiya (mantiqiy xulosa).

17.6-ta'rif. A va B mulohazalarning *implikatsiyasi* deb A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi

yangi $A \Rightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga “agar”, “bo’lsa”, “u holda”, “bo’ladi” bog’lovchilari mos keladi.

$A \Rightarrow B$ mulohaza “agar A bo’lsa, u holda B bo’ladi”, “ A dan B kelib chiqadi” yoki “ A bo’lishi uchun B ning bo’lishi zarur” deb o’qiladi.

$A \Rightarrow B$ implikatsiyada A implikatsiyaning sharti, B esa xulosasi deyiladi. 3-ta’rif ushbu jadval yordamida ham berilishi mumkin:

17.4-jadval

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Izoh. Matematik mantiqda qaraladigan mulohazalar implikatsiyasi jonli tilda ishlatiladigan implikasiyadan birmuncha farq qiladi. Jonli tilda $A \rightarrow B$ ni tashkil etuvchi A va B mulohazalar orasida ma’lum darajada ma’noviy bog’liqlik (yaqinlik) bo’lishi talab etilsa, matematik mantiqda esa bunday talab qo’yidmaydi-bu erda A va B mulohazalarning mazmuni emas, balki ularning qiymati e’tiborga olinadi. Masalan: A : “Qush to’rt oyoqlilar turkumiga kiradi”, B : “13 — tub son” mulohazalardan tuzilgan $A \Rightarrow B$ implikasiya, ya’ni “Agar qush to’rt oyoqlilar turkumiga kirsam, u holda 13-tub son” murakkab mulohaza rost qiymatli deb hisoblanadi, vaholanki, jonli tilda bu kabi mulohazalar ishlatilmaydi.

4. Ekvivalensiya (mantiqiy tengkuchlilik).

17.7-ta’rif. A va B mulohazalarning *ekvivalensiyasi* deb, bu mulohazalar bir xil qiymat qabul qilganda rost bo’lib, qolgan hollarda yolg’on bo’ladigan yangi $A \Leftrightarrow B$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga “Agar... bo’lsa, shu holda va faqat shu holda ...bo’ladi, bajarilishi uchun” kabi so’zlar mos keladi.

$A \Leftrightarrow B$ mulohaza “ A bo’lishi uchun B bo’lishi zarur va yetarli”, “ A B ga ekvivalent” kabi o’qiladi. Ekvivalensiya ta’rifi quyidagi jadval yordamida ham berilishi mumkin:

17.5-jadval

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

5. Inkori.

17.8-ta’rif. A mulohazaning *inkori* deb A mulohaza rost bo’lganda yolg’on, A yolg’on bo’lganda esa rost bo’luvchi yangi $\neg A$ mulohazaga aytiladi. Bu amalga “emas” bog’lovchisi mos keladi.

$\neg A$ - “ A emas” kabi o`qiladi. Inkor amalining rosluk jadvali quyidagicha:

17.6-jadval

A	$\neg A$
1	0
0	1

Shunday qilib, V to`plamda 4 ta binar (ikki argumentli) ($\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$) hamda bitta unar (bir argumentli) $\neg$ mantiqiy amalni aniqladik. Bular asosiy mantiqiy amallardir.

Bu amallar qavslar qatnashmaganda quyidagi tartibda bajariladi: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$. Barcha mulohazalar to`plamini R harfi bilan belgilab, unda aniqlangan mantiq amallarini V harfi bilan belgilasak, u holda ushbu tartinlangan juftlik $\langle R; V \rangle = \langle R; \neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow \rangle$ **mulohazalar algebrasidir**. Mulohazalar algebrasining alfaviti quyidagilardan iborat:

1. $A, B, C, \dots, P, Q, \dots$ - propozitsional o`zgaruvchilar.
2. 1, 0 – o`zgarmaslar.
3. Mantiq amallari - $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.
4. (,)- chap va o`ng qavslar.

Albatta, mulohazalar to`plamida aniqlanishi mumkin bo`lgan binar mantiqiy amallar ushbu amallar bilan chegaralaimaydi. Binar mantiqiy amallarni $f_i(A, B)$ bilan belgilasak, $A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B$ lar $f_1(A, B), f_2(A, B), f_3(A, B), f_4(A, B)$ ko`rinishini oladi.  $N$  da aniqlanishi mumkin bo`lgan barcha binar mantiqiy amallar quyidagi jadvalda keltirilgan:

17.6-jadval

A	B	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0

Bu amallardan f_5 va f_6 lar: $f_5 = A|B$, $f_6 = A \downarrow B$ ko`rinishda belgilanadi va mos ravishda “Sheffer shtrixi” va “Pirs strelkasi” deb ataladi. Binar mantiqiy amallardan yana quyidagilarni qayd etamiz:  $f_8(A, B) = A \oplus B$ ,  $f_{15}(A, B) \equiv 1$ ,  $f_{16}(A, B) \equiv 0$ . Bulardan birinchisi “qat’iy diz’yunksiya” yoki “2 moduli bo`yicha qo`shish” deyilsa, keyingi ikkitasi esa “konstanta amal” (doimiy amal) deb ataladi.

Nazorat savollari.

1. Mulohazalar algebrasi deganda nimani tushunasiz?
2. Mulohazalar ustida qanday amallar bajarish mumkin?
3. Matematik mantiqda qaraladigan mulohazalar implikatsiyasi jonli tilda ishlatiladigan implikasiyadan birmuncha farq qiladimi? Misollar bilan tushuntiring.
4. Formula tushunchasiga izoh bering.

18 – Mavzu

Mulohazalar algebrasining qo'llanilishi.

Reja:

1. Mulohazalar algebrasining qo'llanilishi haqida tushuncha.
2. Mulohazalar algebrasi xossalari.

Darsning maqsadi: Talabalarga mulohazalar algebrasining rele-kontakt va elektron sxemalarni analiz va sintez qilishda asosiy vazifalarini tushuntirish, biror sxemaga Bul` funksiyasini mos qo'yish jarayonlarini o'rgatish, tushunchalarni misol va masalalar yordamida mustahkamlash.

Tayanch iboralar: Rele-kontakt, Bul` o'zgaruvchilari, ketma-ket ulash, parallel ulash, yarimo'tkazgich, elektron-lampa.

XX asrni “atom asri” deyishadi. Ammo bu asrni to'la huquq bilan “elektron hisoblash mashinalari asri” deb atash ham mumkin. Asrimizniig bu ikki yuksak xususiyatining yuzaga kelishi fanda ilmiy texnika revolyutsiyasining yuz berganligidir. Hozirgi paytda xalq xo'jaligini, inson faoliyatining har qanday sohasini EHMsiz faraz qilib bo'lmaydi. Ilmiy-texnika revolyutsiyasining yuz berishida matematik mantiqning katta hissasi bor. XX asrning boshlaridan boshlab juda tez rivojlana boshlagan matematik mantiqdan yangi mustaqil sohalar ajralib chiqdi: avtomatlar nazariyasi, rele-kontakt va elektron sxemalar sintezi, algoritmlar nazariyasi shular jumlasidandir. Asrimizning o'ttizinchi yillariga kelib EHMning matematik ta'minoti ishlab chiqildi, qirqinchi yillarning boshlarida esa birinchi EHM lar ishga tushirildi. Avtomatik boshqarish qurilmalari va elektron hisoblash mashinalarida yuzlab va minglab rele-kontakt, elektron-lampa, yarimo'tkazgich va magnit elementlarini o'z ichiga olgan rele-kontakt va elektron-lampa sxemalar uchraydi. Bu sxemalar avtomatik boshqarish qurilmalari va elektron hisoblash mashinalari tarkibida benihoya katta tezlikda juda murakkab operatsiyalar bajarishda bevosita ishtirok etadi va avtomatlarning barcha ish faoliyatini boshqarib turadi. Rele-kontakt va elektron sxemalarni analiz va sintez qilishda mulohazalar algebrasi asosiy vazifani bajaradi. Har qanday sxemaga biror Bul` funksiyasini (yoki mulohazalar algebrasining biror formulasini) mos qo'yish mumkin. Bu funktsiyani o'rganib, berilgan sxemaning imkoniyatlarini aniqlash, uni ixchamlash mumkin. Quyida rele-kontakt sxemalarini Bul` funktsiyalari yordamida realizasiya qilish masalasini ko'rib chiqamiz,

Tuzilishi bilan qiziqmagan holda tok o'tkazadigan yoki tok o'tkazmaydigan har qanday qurilmani kontakt deb atash mumkin. Odatda kontaktning ishlashida



elektromagnit rele ishtirok etadi—shuning uchun ham bu birikma rele-kontakt deb ham ataladi. Kontaktning shartli ravishda ko'rinishda belgilaymiz.

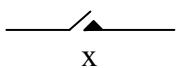
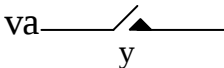
Kontaktning o'ziga xos xususiyati shundan iboratki, u yo yopiq (tok o'tkazadigan) yoki ochiq (tok o'tkazmaydigan) holatda bo'lishi mumkin. Shuning

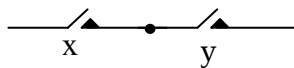
o'chun kontaktning birinchi holatini 1, ykinchi holatini esa 0 bilan belgilash mumkin.

Barcha kontaktlar orasida doimo tok o'tkazadigan (doimo yopiq) hamda butunlay tok o'tkazmaydigan (doimo ochiq) kontaktlar mavjuddir—ularni ham mos ravishda 1 va 0 bilan belgilaymiz va mos ravishda

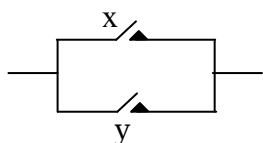


18.1-rasm

ko'rinishda ifodalaymiz. Aksariyat biz o'zgaruvchi kontaktlar bilan ish ko'rganimiz uchun ularni $x, y, z, \dots$ harflar bilach belgilaymiz, Bizga  va 

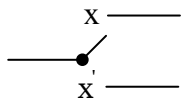
kontaktlar berilgan bo'lsa, ularni ketma-ket ulash natijchida hosil bo'lgan  sxema x va y kontaktlar bir paytda yopiq bo'lgandagina tok

o'tkazishi ayondir. x va y kontaktlarni parallel' ulash natijasida hosil bo'ladigan



sxema x va y kontaktlarning kamida bittasi yopiq bo'lganda tok

o'tkazadi. x kontakt yopiq bo'lganda ochiq, x ochiq bo'lganda esa yopiq bo'ladigan kontaktni x' bilan belgilaymiz va x kontaktga qarama-qarshi kontakt deb ataymiz. Uni



sxematik ravishda

kabi ifodalash mumkin.

Barcha kontaktlar to'plamini K bilan, kontaktlarni ketma-ket ulash amalini “•” bilan, parallel ulashni esa “+” bilan belgilasak, u holda kontaktlar algebrasi deb ataluvchi $(K; \cdot; +)$ algebra hosil bo'ladi. Bu algebrada quyidagi shartlar bajarilishini tekshirib ko'rish qiyin emas:

$$1^\circ. (x')' = x \quad \left(\left(\left(\text{diagonal slash with open circle} \right) \right)' \right)' = \text{diagonal slash with solid dot}$$

$$2^\circ. x \cdot y = y \cdot x \quad \text{diagonal slash with solid dot} \cdot \text{diagonal slash with solid dot} = \text{diagonal slash with solid dot} \cdot \text{diagonal slash with solid dot}$$

$$3^\circ. x + y = y + x \quad \text{parallel box with x and y} = \text{parallel box with y and x}$$

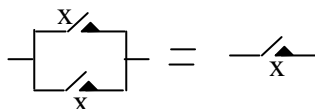
$$4^\circ. (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) \quad (\text{diagonal slash with solid dot} \cdot \text{diagonal slash with solid dot}) \cdot \text{diagonal slash with solid dot} = \text{diagonal slash with solid dot} \cdot (\text{diagonal slash with solid dot} \cdot \text{diagonal slash with solid dot})$$

$$5^\circ. (x + y) + z = x + (y + z) \quad \text{parallel box with parallel box (x, y) and z} = \text{parallel box with x and parallel box (y, z)}$$

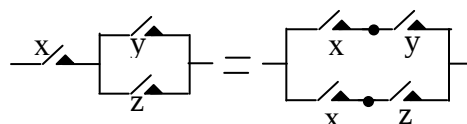
$$6^{\circ}. x \cdot x = x$$



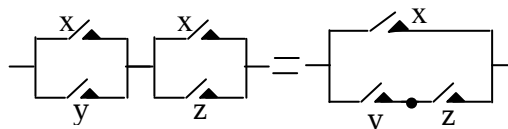
$$7^{\circ}. x + x = x$$



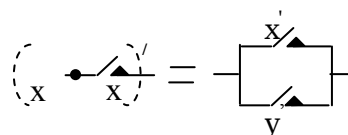
$$8^{\circ}. x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$$



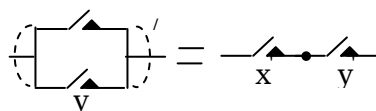
$$9^{\circ}. x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$$



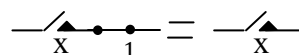
$$10^{\circ}. (x \cdot y)' = x' + y'$$



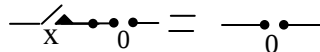
$$11^{\circ}. (x + y)' = x' \cdot y'$$



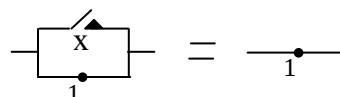
$$12^{\circ}. x \cdot 1 = x;$$



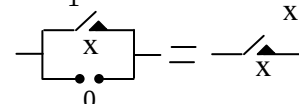
$$x \cdot 0 = 0;$$



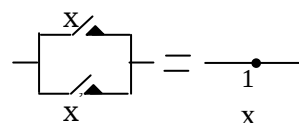
$$x + 1 = 1;$$



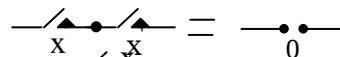
$$x + 0 = x$$



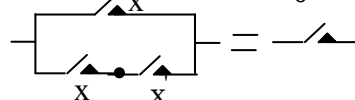
$$13^{\circ}. x + x' = 1$$



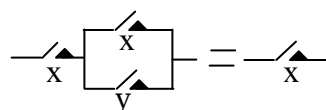
$$14^{\circ}. x \cdot x' = 0$$



$$15^{\circ}. x + x \cdot y = x$$



$$16^{\circ}. x \cdot (x + y) = x$$



Buni ikki usulda tekshirish mumkin.

1-usul. Sxemada qatnashgan o'zgaruvchi kontaktlarga 1 yoki 0 qiymat berib, sxemadan tok o'tish yoki o'tmasligini hisoblab chiqish mumkin. Masalan, 9° da $x=0$ (ochiq), $y=1$ (yopiq), $z=1$ (yopiq) bo'lsa, tenglikning har ikkala qismidagi sxemadan

tok o'tadi x , u va z kontaktlarga mumkin bo'lgan barcha qiymatlarni berib, sxemaning qiymatlari hisoblab chiqiladi.

2-usul. Bul' o'zgaruvchilari $x, y, z, \dots$ larning har birining qiymati 1 yoki 0 bo'lganligi uchun, Bul' o'zgaruvchilari ichki tabiati bo'yicha kontakt bilan bir xildir. Bundan tashqari kontaktlar ustida bajariladigan amallar bilan ba'zi Bul' amallari (funksiyalari) orasila uzviy o'xshashlik mavjuddir. Haqiqatdan, kontaktlarni ketma-ket ulash amali $x \cdot y$ bilan $x \wedge y$ funksiya, kontaktlarni parallel ulash amali $x + y$ bilan $x \vee y$ funksiya, qarama-qarshi kontaktga o'tish amali x' bilan inkor funksiyasi x' tabiatan bir xildir. Yuqorida keltirilgan tengliklarning o'rinli ekanligi $1^\circ-11^\circ$, $19^\circ-23^\circ$ lardan ko'rinadi.

Kontaktlar algebrasining biror murakkab rele-kontakt sxemasi berilgan bo'lsa, unga Bul' algebrasining biror funksiyasi (odagda DNF yoki KNF) ni mos qo'yish mumkin.

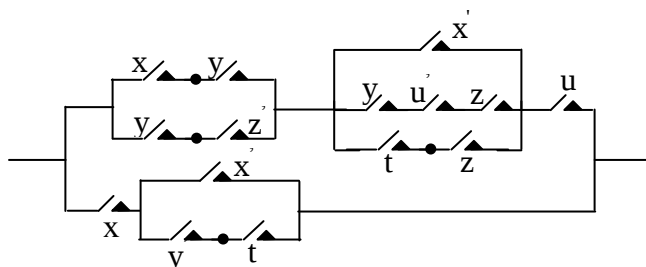
18.1-misol. 1-shaklda keltirilgan rele-kontakt sxemasiga

$$f(x, y, z, t, u) = (x \wedge y \vee y \wedge z') \wedge (x' \vee y \wedge u' \wedge z \vee t \wedge z) \wedge u \vee t' \wedge (x' \vee y' \wedge t)$$

funksiya mos qo'yiladi.

Rele-kontaktlar sxemasi nazariyasida qo'yiladigan asosiy masalalaridan biri rele-kontakt sxemasini soddalashtirishdir (minimizatsiyalash). Bu masalani quyidagicha tushunish kerak.

Rele-kontakt sxemasining uzunligi deb unda qatnashgan kontaktlar soniga aytiladi va $l(\pi)$ bilan belgilanadi, bunda π -berilgan rele-kontakt sxemasi (π -sxema) dir. Masalan, 1-misolda keltirilgan π -sxemaning uzunligi 14 ga tengdir.



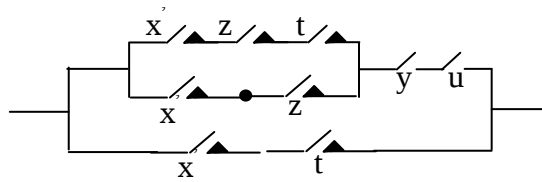
18.2-rasm. Rele-kontakt sxemasi

Yuqorida aytilganidek π -sxemadan funksiyaga o'tishda har bir kontaktga bitta Bul' o'zgaruvchisi mos qo'yiladi. Shu sababli $l(\pi)$ sonini funksiyaning ham "uzunligi" (funksiyada qatnashgan o'zgaruvchilar soni) deyish mumkin.

Shunday qilib, π -sxemani minimizatsiyalash-shu sxemani unga (funktional) teng bo'lgan, ammo uzunligi kichik bo'lgan boshqa π -sxema bilan almashtirishdir. Murakkab π -sxemalarni bevosita almashtirish juda qiyin bo'lib, bu masalani π -sxemaga mos qo'yilgan, funksiyani soddalashtirish yordamida oson hal etish mumkin. Buni 1-misolda keltirilgan π -sxema misolida qarab chiqaylik.

$$f(x, y, z, t, u) = (xy \vee yz') \cdot (x' \vee yu'z \vee tz)u \vee t'(x' \vee y't) = xyx'u \vee xyyu'zu \vee xytzu \vee yz'x'u \vee yz'yu'zu \vee yz'tzu \vee t'x't' \vee y't = xyztu \vee x'yz'u \vee x't' = (xzt \vee x'z')yu \vee x't'.$$

Bu erda qisqalik uchun $x \wedge y$ ni xy bilan belgiladik.
Hosil bo'lgan funksiya quidagi π -sxemani realizatsiya qiladi:



18.3-rasm. Rele-kontakt sxemasi

18.3-rasmda keltirilgan π -sxemaning uzunligi 9 ga tengdir.

Shunday qilib, 1-misolda keltirilgan π -sxema bilan hosil qilingan π -sxema bir xil ishlaydi.

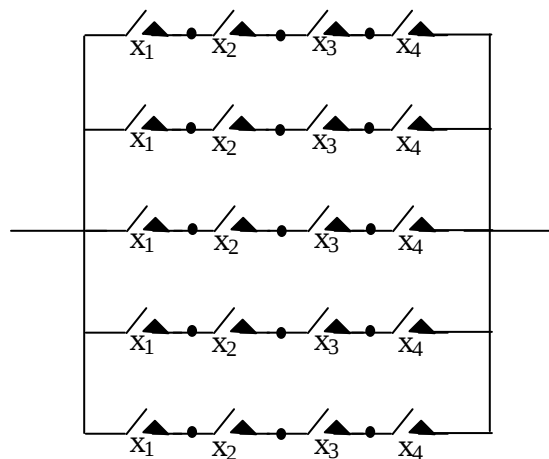
Endi quyida rele-kontakt sxemalari tuzishga olib boradigan muayyan masalalarni qarab chiqamiz.

18.2-misol. “Ovoz berish schetchigi” deb ataluvchi qurilmaning elektr sxemasini tuzing

Komitet 4 kishidan iborat bo'lib, ular biror masala bo'yicha qaror qabul qilishayotgan bo'lsin. Masalaning biror yechimi uchun komitet a'zolari o'z oldidagi knopkani bosish bidan ovoz beradilar. 4 kishidan ko'pchiligi qaralayotgan yechim uchun ovoz bersa (knopkani bossa), lampochka yonadi va shu yechim qabul qilinadi, aks hollarda lampochka yonmaydi va yechim qabul qilinmaydi.

Yechish: Komitet a'zolari knopka (kontakt) larini x_1, x_2, x_3, x_4 lar bilan belgilaylik. Komitet a'zolarining, masalan, birinchisi o'z knopkasini bossa, x , kontakt ulanadi, ya'ni u 1 qiymat qabul qiladi (tok o'tkazadi). Lampochkaning yonish-yonmasligini x_1, x_2, x_3, x_4 kontaktlarga bog'liq bo'lgan qandaydir $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ funksiyaning 1 yoki 0 qiymat qabul qilishi deb tushunish mumkin.

Demak, “ovoz berish schetchigining” elektr sxemasini tuzish uchun faqat ko'pchilik argumentlari 1 qiymat qabul qilganda qiymati 1 ga teng bo'ladigan $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ funksiyaning quyidagi jadvalini tuzish va unga qarab bu fuiksiyaning MDNFsini yozish kerak ekan,



18.4-rasm. Rele-kontakt sxemasi.

18.1-jadval

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0

Mazkur funksiya (1, 1, 1, 1) (1, 1, 1, 0) (1, 1, 0, 1) (1, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 1) tizmalardagina 1 qiymatga ega bo'lgani uchun uning MDNFsi

$$x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x'_4 \vee x_1x_2x'_3x_4 \vee x_1x'_2x_3x_4 \vee x'_1x_2x_3x_4$$

bo'ladi, bu yerda biz qisqalik uchun $x \wedge y$ ni $x \cdot y$ kabi yozdik.

Qaralayotgan Bul' funksiyasi 18.4-rasmdagi rele-kontakt sxemasini realizatsiya qiladi.

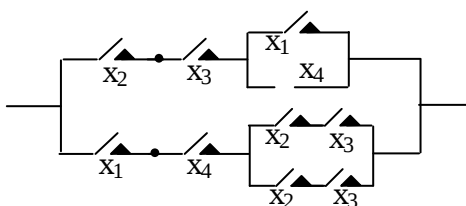
Qurilgan sxemada 20 ta kontakt qatnashganini ko'ramiz. Mazkur sxemani soddalashtirish uchun hosil qilingan MDNFni ayniy shakl almashtirishlar yordamida ushbu ko'rinishga keltiramiz:

$$x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x'_4 \vee x_1x_2x'_3x_4 \vee x_1x'_2x_3x_4 \vee x'_1x_2x_3x_4 \equiv x_2x_3(x_1 \vee x_4) \vee x_1x_4(x_2x'_3 \vee x'_2x_3)$$

va tengkuchlilikning o'ng tomoni realizatsiya qiladigan sxemani tuzamiz (18.5-rasm).

18.4 va 18.5-rasmlarda ko'rsatilgan sxemalarning teng kuchlilik ularni realizatsiya qiluvchi funksiyalarning teng kuchlilikidan kelib chiqadi.

18.3-masala. To'rtburchakli zalning uchta eshigi bo'lib (uchta tomonida bittadan) har qanday eshikdan kirgan (yoki chiqqan) odam zal chiroqlarini yoqib (yoki o'chirib) kirishi (yoki chiqishi) mumkin bo'lgan elektr sxemasini tuzing.



18.5- rasm. Rele-kontakt sxemasi.

Bu masalani yana quyidagicha tushunish mumkin: har bir eshik yonida ulagich (vklyuchatel') bo'lib shu ulagichlarning kamida bittasi ulanganda zal chiroqlari yonishi kerak (zal chiroqlari barcha ulagichlar uzilgandagina o'chadi).

Ushbu jadval izlanayotgan sxemani realizatsiya qiluvchi funksiyaning qiymatlari jadvalidir:

18.2-jadval

x	y	z	$f(x, y, z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1

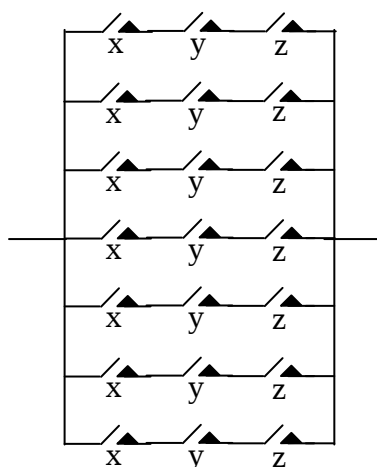
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

$$f(x, y, z) = xyz \vee xyz' \vee xy'z \vee xy'z' \vee x'yz \vee x'yz' \vee x'y'z$$

Bu funksiyaga mos keluvchi sxema 18.6- rasmda keltirilgan.

$$f(x, y, z) = xyz \vee xyz' \vee xy'z \vee xy'z' \vee x'yz \vee x'yz' \vee x'y'z = x \vee x'(y \vee y'z) = x \vee x'(y \vee z)$$

Bu tenglikdan ko`rinadiki, hosil qilingan sxema 18.6-rasmda keltirilgan sxemaga teng kuchli ekan.



18.6- rasm. Rele-kontakt sxemasi.

Nazorat savollari.

1. Quyidagi jumladan mantiqiy amallar yordamida murakkab jumlar tuzing va ularning rostligi yoki yolg`onligini anislang:

a) A: “Kiyev Ukrainaning poytaxti”, B: “Toshkent Evropada joylashgan”;

b) A: “Son 2 ga bo`linishi uchun uning oxirgi raqami 2 ga bo`linishi kerak”, B: “i—irrasional son”.

v) A: “Natural sonlarni qo`shish kommutativ amal”, B: “1 soni $x^* — 6x + 2 = 0$ tenglamaning ildizi emas”.

2. Quyidagi formulalarning rostlik jadvalini tuzib, ularning qaysilari umum qiymatli ekanini aniqlang:

a) $A \wedge B \rightarrow \neg A \vee B$;

b) $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$;

v) $(A \vee B) \wedge \neg C \rightarrow A \wedge B$;

g) $\neg A \rightarrow (B \rightarrow A)$.

3. Faqat quyidagi tizmalarda 1 qiymatga ega bo`lgan Bul` funksiyalarining MDNF va MKNF ini tuzing:

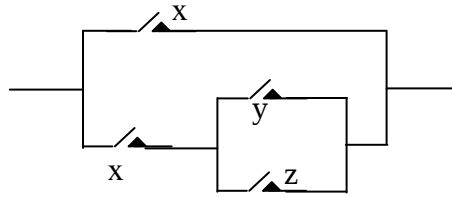
a) (1, 1, 1), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 0);

b) (0, 1), (1, 0);

v) (1, 0, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1);

g) (1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, -1).

4. Teng kuchlilikni isbotlang. $(\neg A \wedge B) \rightarrow A \wedge B \equiv \neg A \vee B$;



5. Komitet 4 kishidan iborat bo'lib, ularning biri raisdir. Biror masalani hal etish uchun komitetning har bir a'zosi (shu jumladan rais ham) o'z oldilagi knopkani bosib ovoz beradi. Masala yechimi lampochka yonganda qabul qilindi deb hisoblanadi. Lampochka quyidagi hollarda yonadi:

1) ko'pchilik knopkani bosganda;

2) knopkani bosganlar soni knopkani bosmaganlar soniga teng bo'lsa, u holda raisning qaroriga qaraladi: rais knopkani bosgan bo'lsa, lampochka yonadi, bosmagan bo'lsa, lampochka yonmaydi.

Ko'rsatilgan jarayon uchun elektr sxema tuzing.

6. "Juftlik schetchigi" uchun elektr sxema tuzing. Schetchikning n ta ($n=2, 3, 4, \dots$) kontaktlaridan juft sonidagi kontaktlar ulangandagina lampochka yonadi ($n=6$ va $n=4$ bo'lgan hollar ko'rib chiqilsin).

"Mulohazalar algebrasi" bo'limi yuzasidan mavzulashtirilgan test savollari

1. Mulohazalar qiymati qanday belgilanadi?

- A. Rost mulohaza 1, yolg'on mulohaza 0 orqali belgilanadi.
- B. Rost mulohaza 0, yolg'on mulohaza 1 orqali belgilanadi.
- C. Rost mulohaza 1, yolg'on mulohaza ham 1 orqali belgilanadi.
- D. Rost mulohaza 0, yolg'on mulohaza ham 0 orqali belgilanadi.

2. Qachon mulohazalar teng kuchli bo'ladi?

- A. Qiymatlar ustuni bir xil bo'lganda
- B. Qiymatlar ustuni bir har xil bo'lganda
- C. Bir vaqtning o'zida ham rost, ham yolg'on bo'lganda
- D. Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlanganda

3. A va B mulohazalar kon'yunksiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. A, B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A, B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

4. A va B mulohazalar diz'yunksiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. A, B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A , B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

5. A va B mulohazalar implikasiyasi deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A , B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. A , B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

6. A va B mulohazalar inkori deb qanday mulohazaga aytiladi?

A. A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A yolg'on bo'lganda esa rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

B. A , B mulohazalar bir paytda rost bo'lgandagina rost bo'luvchi, qolgan vaqtda yolg'on bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

C. A , B lar yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

D. A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lub, qolgan hollarda rost bo'luvchi yangi mulohazaga aytiladi.

7. Qavslar qatnashmaganda amallarning bajarilish tartibi to'g'ri berilgan javobni ko'rsating?

A. $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

B. $\Leftrightarrow, \Rightarrow, \neg, \wedge, \vee$

C. $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

D. $\neg, \wedge, \vee, \Leftrightarrow, \Rightarrow$

8. Quyida berilgan mulohazalardan qaysi biri ekvivalentlikni bildiradi?

A. $A \Leftrightarrow B$

B. $A \Rightarrow B$

C. $A \vee B$

D. $A \wedge B$

9. $A=1$, $B=1$ bo'lsa, $A \vee B$ nimaga teng bo'ladi?

A. 1

B. 0

C. -1

D. ∞

10. $A=0$, $B=1$ bo'lsa, $A \vee B$ nimaga teng bo'ladi?

A. 1

C. -1

B. 0

D. ∞

GLOSSARIY

Agar A to'plamning barcha elementlari B to'plamga tegishli bo'lsa u holda A to'plam B to'plamning **qism to'plami** (to'plam ostisi) deyiladi va quyidagicha belgilanadi: $A \subseteq B$.

A to'plam B to'plamning qism to'plami va B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lsa, u holda A va B to'plamlar **teng to'plamlar** deyiladi.

A va B to'plamlarning kamida bittasiga tegishli bo'lgan barcha elementlar to'plami A va B to'plamlarning **birlashmasi** deyiladi.

A to'plamning B to'plamga kirmagan barcha elementlaridan tuzilgan yangi to'plam A va B to'plamlarning **ayirmasi** deyiladi.

Agar matritsada $m > n \vee m < n$ shartlardan biri o'rinli bo'lsa, matritsa **to'g'ri to'rtburchakli matritsa** deyiladi.

Agar matritsa uchun $m = n$ shart bajarilsa, matritsa **kvadrat matritsa** deyiladi.

Agar graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'lsa, bunday graflar **aralash graf** lar deyiladi.

Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo'lsa, u holda shu yoy uchi X tugun **insedenti** deyiladi.

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo'lmasa, u holda bu tugun **izolyasiyalangan** tugun deyiladi.

Agar graflar tarkibida ham yo'naltirilgan, ham yo'naltirilmagan yoylar bo'lsa, bunday graflar **aralash graf** lar deyiladi.

Agar X tugun U yoyning boshi yoki oxiri bo'lsa, u holda shu yoy uchi X tugun **insedenti** deyiladi.

Agar tugun hech qanday yoyga insedent bo'lmasa, u holda bu tugun **izolyasiyalangan** tugun deyiladi.

Agar graf tugunlarning barchasi bir xil darajaga ega bo'lsa bunday graflar **bir jinsli graf** deyiladi.

Agar bitta yo'ldagi yoy takrorlanmasa, bunday yo'l **sodda yo'l** deb ataladi.

Agar yo`lda hech bir cho`qqi bir martadan ortiq qatnashmasa, bunday yo`l **elementar**, aks holda esa **noelementar** yo`l deyiladi. Yo`llar tugallangan va tugallanmagan bo`ladi.

Agar yoylar ketma-ketligi ixtiyoriy tugundan faqat bir martagina o`tsa, bunday kontur **oddiy (elementar) kontur** deyiladi.

Agar grafning yoylari ma`lum bir qiymatga, songa yoki biror-bir funksiyaga ega bo`lsa, bunday grafga **aniqlangan graf** deyiladi.

Agar tizimni ifodalovchi matematik model chekli ayirmali tenglamalar ko`rinishida bo`lsa, u holda bunday tizimlar **impulsli yoki diskret dinamik tizimlar** deyiladi.

Agar tizimning tarkibida hech bo`lmaganda 1ta signalni vaqt bo`yicha kvantlovchi element bo`lsa, bunday tizimlarga **impulsli dinamik tizimlar** deb aytiladi.

AFX – amplituda – fazaviy xarakteristika. Bu kirish signali chastotasiga chiqish signali amplituda va fazasining bog`liqlik xarakteristikasidir.

AChX – amplituda – chastotaviy xarakteristika. Bu chiqish signali amplitudasining kirish signali chastotasiga bog`liqlik xarakteristikasidir.

Agar Tizim bu signal ta`sirida oldingi holatiga qaytsa, yoki boshqa turg`un holatga o`tsa, bunday Tizim **tug`un Tizim** deyiladi.

Agar Tizim bu signal ta`sirida amplitudasi o`sib borib, garmonik ravishda tebransa, yoki berilgan qiymatdan uzoqlasha boshlasa, bunday Tizim **notug`un Tizim** deyiladi.

A va B mulohazalarning **kon`yunksiyasi** deb, bu mulohazalar bir paytda rost bo`lgandagina rost bo`luvchi, qolgan vaqtda yolg`on bo`luvchi yangi  $A \wedge B$  mulohazaga aytiladi. Bu amalga “va” bog`lovchisi mos keladi.

A va B mulohazalarning **diz`yunksiyasi** deb,  $A$ ,  $B$  lar yolg`on bo`lgandagina yolg`on bo`lib, qolgan hollarda rost bo`luvchi yangi $A \vee B$ mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga yoki bog`lovchisi mos keladi.

A va B mulohazalarning **implikatsiyasi** deb A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg`on bo`lgandagina yolg`on bo`lub, qolgan hollarda rost bo`luvchi yangi  $A \Rightarrow B$  mulohazaga aytiladi. Bu mulohazaga “agar”, “bo`lsa”, “u holda”, “bo`ladi” bog`lovchilari mos keladi.

A va B mulohazalarning **ekvivalensiyasi** deb, bu mulohazalar bir xil qiymat qabul qilganda rost bo`lib, qolgan hollarda yolg`on bo`ladigan yangi $A \Leftrightarrow B$

mulohazaga aytiladi. Bu amalga “Agar... bo`lsa, shu holda va faqat shu holda ...bo`ladi, bajarilishi uchun” kabi so`zlar mos keladi.

A mulohazaning **inkori** deb A mulohaza rost bo`lganda yolg`on, A yolg`on bo`lganda esa rost bo`luvchi yangi  $\neg A$  mulohazaga aytiladi. Bu amalga “emas” bog`lovchisi mos keladi.

Boshlanishi va oxirgi tugunlari umumiy bo`lsa bunday yo`l **kontur** deyiladi.

Dinamik tizim deb, harakatdagi, o`z holatini vaqt davomida o`zgartira oladigan tizimlarga aytiladi.

Dinamik tizimlarda vaqt xarakteristikalarini asosan 2 xil bo`lib, ular **o`tish** va **vazn** funksiyalaridir.

Dinamik tizimlarning **vazn funksiyasi** deb, ularning impulsli signalga bo`lgan reaksiyasiga aytiladi.

Faqat izolyasiyalangan tugunlardan iborat graflar **0 graflar** yoki bo`sh to`plamlar deyiladi va G_0 bilan belgilanadi.

FChX – faza – chastotaviy xarakteristika. Bu chiqish signali fazasining kirish signali chastotasiga bog`liqlik xarakteristikasidir.

Hech qanday to`plamning to`plam ostisi bo`lmaydigan yoki uning uchun barcha to`plamlar qism to`plam bo`lgan to`plam **universal to`plam** deyiladi.

Halqa – bu boshlanishi va oxiri bitta tugundan iborat bo`lgan yoydir.

Holat bu ob`ektning avvalgi holatiga tegishli bo`lib, u haqida to`liq ma`lumot beruvchi va parametrlari haqida xulosa chiqarish imkonini beruvchi minimal ma`lumotlar majmuasidir.

Ikkita tugunlar (cho`qqi) va yo`llar (qovurg`alar) to`plamlarining bir-biri bilan bog`lanishiga **graflar** deyiladi. Uni  $G(X;U)$  ko`rinishida ifodalash mumkin.

LChX – logarifmik amplituda – chastotaviy xarakteristika. Bu amplitudaning logarifmik koordinatadagi xarakteristikasidir.

Matritsaning barcha yo`llarini ularga mos ustunlari bilan almashtirilgandan hosil bo`lgan matritsaga berilgan matritsani **transponerlash** deyiladi.

Matritsaning izi deb diagonal elementlarining yig`indisiga aytiladi.

Matrisaning rangi deb uning 0 dan farqli minorlar tartibining eng kattasiga aytiladi.

Mulohazalar va ular ustida bajariladigan mantiqiy amallar **mulohazalar algebrasi** deb yuritiladi.

Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalar ko'rinishiga keltirish **chiziqlantirish** deyiladi.

Rost yoki yolg'onligi bir qiymatda aniqlangan darak gapga **mulohaza** deyiladi.

Strukturaga ega bo'lgan to'plam **fazo** deyiladi. Strukturaga ega bo'lgan X to'plamda d "metrika" tushunchasi kiritilgan bo'lsa, u holda fazo **metrik fazoga** aylanadi va quyidagicha belgilanadi: (X, d) .

Tizimni ifodalashda bitta umumlashgan parametr bilan ifodalash qulaydir, bunda Tizim va uning elementlari **signal o'zgartiruvchilar** deb ataladi.

Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lgan tizimlar **chiziqli dinamik tizimlar** deyiladi. Superpozitsiya prinsipi o'rinli bo'lmagan tizimlar **nochiziqli dinamik tizimlar** deyiladi.

Tizim deb yagona bir maqsad yo'lida xizmat qiluvchi xarakatlanuvchi, faoliyat ko'rsatuvchi hamda o'zaro funksional va algoritmik jihatning bog'langan ta'sirlarga bo'lgan elementlar to'plamiga aytiladi.

Tizimning **o'tish funksiyasi** deb, tizimning pog'onali signalga bo'lgan reaksiyasiga aytiladi. Yoki, boshqacha qilib aytganda, o'tish funksiyasi bu tizimning uzatish funksiyasini $\frac{1}{s}$ ga ko'paytmasidan olingan teskari teskari Laplas almashtirishidir.

To'plam deb bir biridan ajralib turuvchi hamda qandaydir bir umumiylik xususiyatiga ko'ra birlashib turuvchi elementlar majmuasiga aytiladi.

To'plamni tashkil qiluvchi ob'yektlar **to'plamning elementlari** deyiladi.

Tartiblangan to'plam deb shunday to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ma'lum bir o'ringa egadir. Ushbu to'plamning elementlari **kartej** deb ataladi. Kartejda umuman elementlar bo'lmasa **nollik kartej**, bitta element bo'lsa **birlik kartej**, n ta element bo'lsa **n -lik kartej** deb ataladi.

Tartibi $(m \times n)$ bo'lgan matritsa **to'g'ri to'rtburchakli matritsa** deyiladi.

Tugun bu bir nechta yo'llarning boshlanishi va oxiri (tugashi) bo'lishi mumkin.

Tugundan chiqish yarim darajasi deb shunday $\rho^-(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugundan chiqib ketayotgan yo'ylar soniga tengdir.

Tugunga kirish yarim darajasi deb shunday $\rho^+(x_j)$ qiymatga aytiladiki, bu qiymat ushbu tugunga kirib ketayotgan yo'ylar soniga tengdir.

Tasvirdan originalni topish **Laplasning teskari almshtirishi** deyiladi.

Uzatish funksiyasi deb chiqish signalini Laplas tasvirining kirish signalini Laplas tasviriga boshlang'ich sharti nol bo'lgandagi nisbatiga aytiladi.

Vaqt davomida amplitudasi o'zgarmaydigan signalga **bir pog'onali signal** deyiladi.

Yo'llar deganda 2 ta tugunni tutashtiruvchi yoki bog'lovchi vektor tushuniladi.

Yo'naltirilgan graf larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi: boshlanishi va tugashi ko'rsatiladi.

Yo'naltirilmagan graf larda tugunlarning chegaraviy nuqtasi ko'rsatilmaydi.

Zanjir –bu tugun va yo'ylarning ketma-ketligidan iborat. Bunda bir yoyning oxiri keyingi yoyning oxiri yoyning keyingi yoyning boshlanishi bo'ladi.

ω ning turlicha chastotalarida A_{chiq} va φ larning qiymatlari ham mos holda har xil bo'ladi. Bu kattaliklarning chastotaga bog'liq holda o'zgarishi **chastotaviy xarakteristika** deyiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

Asosiy adabiyotlar

1. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Учебник. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004г.
2. Бочаров П.П. Печинкин А.В. Теория вероятностей. Учебное пособие. - М.: Российский университет дружбы народов, 1994. - 172 с.
3. Бочаров П.П. Печинкин А.В. Математическая статистика. Учебное пособие. - М.: Российский университет дружбы народов, 1994. - 164 с.
4. Сборник задач по математике: Теория вероятностей и математическая статистика./Под ред. Ефимова А.В. Учебное пособие. - М.: Наука, 1990.
5. Нефедов В.Н. Осипова В.А. Курс дискретной математики. Учебное пособие. -М.: МАИ, 1992. -262 с.
6. Сафаева К. Бекназаров Б. Операцияларни текширишнинг математик усуллари. Ўқув қўлланма. -Т. Ўқитувчи. 1997. – 264 б.
7. Nazarov R.N., Toshpo'latov B.T., Dususmbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi. 1-qism. Oquv qo'llanma. –Т. O'qituvchi. 1993. – 318b.
8. Yoqubov T., Kallibekov S. Matematik mantiq elementlari. Oquv qo'llanma. –Т. O'qituvchi. 1996. – 272b.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие. -М.: Наука, 1986 - 384 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Учебное пособие. -М.:Наука,1988. - 447 с.
3. Вентцель Е.С. Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. Учебное пособие. - М.: Радио и связь, 1982. – 233 с.
4. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. Учебное пособие. - М.: Наука, 1982. - 256 с.
5. Кузнецов А.П. Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженеров. Учебное пособие. Изд.2-е. - М.: Энергоатомиздат, 1988 - 480 с.
6. Гаврилов Г.П. Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. Учебное пособие. Изд. 2-е. - М.: Наука, 1992. - 368 с.
7. Лекции по теории графов. /Емеличев В.А. Мельников О.И. Сарванов В.И. Тышкевич Р.И. - М.: Наука, 1990 - 383 с.
8. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. Учебное пособие. - М.: Наука, 1975. - 480 с.

Internet saytlari

1. <http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html>.
2. <http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/course.html>.
3. <http://window.edu.ru/resource/589/41589>
4. <http://www.ref.by/refs/49/9991/1.html>
5. <http://ziyonet.uz/uzc/library/libid/030100>

MUNDARIJA

1-ma`ruza:</b> Asosiy tushunchalar. Tizim tushunchasini umumiy ta`riflari.....	3
2-ma`ruza:</b> To`plam nazariyasi va uning elementlari. To`plamlarning berilish usullari.....	6
3-ma`ruza:</b> Turli masalalarni yechishda to`plamlar nazariyasidan foydalanish.....	9
4-ma`ruza:</b> Tartiblangan to`plamlar. To`plamlarni akslantirish.....	13
5-ma`ruza: Graflar nazariyasining asosiy tushunchalari.....	24
6-ma`ruza:</b> To`plamlarni graflar usulida tasvirlash. Graflarda yo`l va konturlar.....	29
7-ma`ruza: Graflarda 2 tugun orasidagi uzatish funksiyasi yoki uzatish koefitsiyentlarini aniqlash. Mezon formulasi.....	36
8-ma`ruza:</b> Graflarda eng qisqa yo`l va eng katta oqim yoki minimal qirqim masalasi.....	39
9-ma`ruza: Fazo va metrik fazo tushunchasi. Matritsalar haqida umumiy tushunchalar va ular ustida bajariladigan amallar.....	45
10-ma`ruza: Matritsaning xossalari. Teskari matritsa, matritsaning normasi, rangi va izi.....	49
11-ma`ruza: Matritsaning xos soni va xos vektori. Kelli Gamelton teoremasi.....	52
12-ma`ruza: Dinamik tizimlarni matematik ifodalash.....	57
13-ma`ruza: Holat parametrlari fazosi usuli.....	65
14-ma`ruza: Laplas almashtirish.....	69
15-ma`ruza: Laplas almashtirishining tadbiqui.....	74
16-ma`ruza: Z- almashtirish va uning xossalari.....	79
17-ma`ruza: Mantiq algebra funksiyalari va ularni tashkil etish.....	84
18-ma`ruza:</b> Mulohazalar algebrasining qo`llanilishi.....	89
Glossariy.....	98
Foydalanilgan adabiyotlar ro`yhati.....	103