

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
АЛИШЕР НАВОИЙ НОМИДАГИ
САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
МЕХАНИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ**

РЕФЕРАТ

МАВЗУ : АЛ ХОРАЗМИЙ ВА УНИНГ ИЛМИЙ МЕРОСИ

Гуруҳ: 3-03

Бажарди: Пўлатов Ойбек

Текширди: Остонов Қ.

Самарқанд - 2013

Режа:

1. Ал-Хоразмий яшаган давр ва унинг илмий фаолияти.
2. Ал-Хоразмийнинг ҳаёти ва ижоди.
3. Ал-Хоразмий алгебра фани асосчиси.
4. Хоразмийнинг арифметика ва алгебра ривожига ҳисса қўшган асарлари мазмуни.
5. Ал-Хоразмий асарлари рўйхати.

1. Ал-Хоразмий яшаган давр ва унинг илмий фаолияти

VII асрнинг биринчи ярмида, **Муҳаммад (с.а.в.)** пайғамбар вафотидан сўнг, араблар Арабистон ярими оролидан аввалдан яшаб келганликлари учун уни бутунлай ўзларига қаратдилар ва бир неча ўн йилликлар давомида катта давлатни туздилар. Улар Эрон подшолигининг бутун худудини - Форс қўлтиғидан Кавказгача-Озарбайжон, Арманистон, Грузия, Сурия, Миср, Шимолий Африкани эгалладилар. Улар Гибралтар орқали Испанияни ҳам эгалладилар. Сўнгра араблар франклар қироллигига хужум уюштирдилар. Арабларнинг Европа бўйлаб юриши 732 йилда тўхтатилди, бу Пуатье жангида содир бўлди ва улар мағлубиятга учрадилар.

Осиё бўйлаб араблар Хитойгача етиб боришди ва 751 йилда Таласдаги жангда хитой қўшинларига катта зарба бердилар. Шарқий Эрон ва Афғонистонни эгаллаб, араблар Шимолий-Ғарбий Ҳиндистонга бостириб кирдилар. Шундай қилиб, VII ва VIII аср биринчи ярмида улкан давлат - пойтахти Дамашқда бўлган Араб халифалиги вужудга келди. Атлантика қирғоқларидан Ҳиндистон ва Хитойгача бўлган араб халифалиги қудрати жўш урган даврдаги Рим империясидан ҳам катта ҳудудни ўз ичига олган эди.

Араб истилоси бўйсунган халқлар орасида тил ва араблар дини - исломнинг тарқалишига асос бўлди. Бир вақтнинг ўзида Араб халифалиги худудида грек олимлари келиши муносабати билан Яқин ва Ўрта Шарққа кириб келган антик анъанага ва бўйсунган халқлар илмий ютуқларига қатор давлатларга бўлиниб кетсада, уларда илм тили бўлиб қолган араб тили сақланиб қолди.

IX-XII асрларда араб тилли мамлакатларда фан гуллаб яшнади. Халифалик пойтахти бўлган Бағдод улкан илмий марказга айланди. Бу ерда Платон, Аристотел, Евклид, Архимед, Птолемей асарларини таржима қилиб ва шарҳлаш билан шуғулланувчи таржимонлар ва котиблар, олимлар фаолият кўрсатар эди. Иш фақат бировларнинг ишларидан нусха олишдан иборат бўлмай, улар бу тадқиқотларни давом эттирдилар ва янги ишларни бажардилар, обсерваториялар қурдилар, асбоблар ясадилар, мустақил кузатишлар олиб бордилар. Математик масалар учун материални эса Шарқ савдогарларининг кенг ривожланган савдо-сотиғи берар эди. Узоқ сайёҳатлар эса астрономия ва география ривожланишига, хунарамандчиликнинг

ривожланишига, тажрибавий фаннинг ривожланишига катта таъсир кўрсатди.

786 йилдан 809 йилгача ҳукмронлик қилган Хорун ал-Рашид табиий фанлар ва математика фанлари ривожланишига ҳомийлик қилди. Унинг даврида Бағдодда катта кутубхона очилиб, ҳар бир машҳур киши ўз атрофига машҳур шоирлар, олимлар, Қуръони Каримни билувчиларни тўплашга ҳаракат қилар эди. Улар қанчалик кўп бўлса унинг обрўси ва шуҳрати ошар эди. Катта шаҳарларда мачитлар қошида олий мусулмон мактаблари-мадрасалар қурилди.

Хорун ал-Рашиднинг ўғли халиф ал-Маъмун олимларни ўзига хос академияга- Донишмандлар уйи деб аталган илмий масканга йиғди. Бунда яхши жиҳозланган расадхона бор эди. Қизиғи шундаки, Византия императори билан тинчлик шартномасига ал-Маъмун талаби билан унга кўпгина грек кўлёмаларни бериш ҳам киритилган эди. Улар орасида арабларга Птолемейнинг "Буюк математик бунёдкорлик" асари ҳам тушди ва у араб тилига тажима қилинди. Араб таржималари орқали Ўрта аср Европаси кафедралари Героннинг "Механикаси", Филонинг "Пневматика"си, Аристотел, Птолемей, Архимед ишлари билан танишганлар.

Донишмандлик уйида ишлаган олимлардиан бири Ал-Хоразмий эди. Ал-Хоразмийнинг математика ва астрономиядаги хизматлари шундай беқиёски, унинг номи Ўрта аср Европасида алгоритмус математик атамасига айланди. Ал-Хоразмий биринчи бўлиб, синуслар жадвалини берган эди, тангенс киритилди, унинг астрономия бўйича жадвалидан кейинчалик Шарқ ва Европа олимлари кенг фойдаланганлар. Олимга катта шуҳрат келтирган унинг математик асарлари ҳисобланади. Унинг арифметик рисоласи Европани ҳинд позицион системаси нол, араб рақамлари, бутун сонлар ва касрлар устида амаллар билан таништирди.

Ал-Хоразмий алгебраик рисоласида иккита махсус амал киритган. Биринчиси-тўлдириш-манфий сонни тенгламанинг бир томонидан иккинчисига ўтказиш бўлиб, ундан ал-жабрдан алгебра сўзи келиб чиқди.

Иккинчи амал - *вал – муқобала* - тенгламанинг иккала қисмларида тенг ҳадларни қисқартириш ҳисобланади.

Ал-Хоразмий рисоалари математика бўйича араб тилидан лотин тилига Европада таржима қилинган биринчи асарлардан эди, XVI асргача алгебра алгебра ва муқобала санъати деб аталган эди. Шарқ математикларидан мерос бўлган чизиқли ва квадрат тенгламалар ҳақидаги таълимот Европада алгебра ривожланиши учун асос бўлди. Ал-Хоразмий механика билан ҳам шуғулланган. Бу фанга унинг «Фанлар китоби» бир боби бағишланган. Бу китобда машиналар тавсифи ва уларни ишлатиш бўйича тавсиялар берилган бўлиб, ҳарбий машина ва пневматик асбобларга бағишланган бўлим ҳам мавжуд бўлган.

Маълумки Ал-Хоразмий квадрат тенгламалар назарияси билан шуғулланган. У $x^2 + 21 = 10x$ тенгламани ечган. Сиз ҳам ечиб кўринг ва унинг ечимини ал-Хоразмий бажарган амаллар билан таққослаб кўринг:

«Квадратлар ва сонлар илдизларга тенг. Қоида. Илдизлар сонини иккига бўл, 5 ҳосил бўлади. Буни унинг тенгига кўпайтир. 25 бўлади. Ундан 21 ни айир, 4 қолади. Ундан квадрат илдиз чиқар, 2 бўлади. Буни 5 дан айир, 3 ҳосил бўлади. Бу сен излаган илдиз бўлади. Бу илдизни илдизлар сони ярмига қўш, 7 бўлади. Бу ҳам илдиз"

2. Ал-Хоразмийнинг ҳаёти ва ижоди

Марказий Осиёлик математик олимлар орасида энг машҳурларидан бири **Абу Абдуллоҳ Муҳаммад Ибн Мусо ал-Хоразмий (783-850)**. Юқорида зикр этилган Бағдоддаги Донишмандлик уйида математика билан шуғулланди. Унинг математика бўйича ёзган рисоалари: «Китоб ал-жабр вал муқобала», «Ҳинд ҳисоби ҳақида қисқача китоб», «Астрономик жадваллар», «Китобул-суратул-арз». «Ҳинд ҳисоби ҳақида қисқача китоб» асари Европада ҳинд позицион системасининг тарқалишида муҳим роль ўнади. «Китоб ал-жабр вал- муқобала» асарида алгебра мустақил фан сифатида (математиканинг бир бўлими) биринчи бўлиб ўрганиб чиқилди. Бу рисола икки қисмдан иборат бўлиб, биринчи қисмида алгебраик микдорлар устида амалларни ҳисоблаш бажариш қоидалари, биринчи ва иккинчи даражали тенгламалар кўриб чиқилган. Қоидалар ва ечимлар сўз билан баён этилган. Номаълум илдиз ёки буюм деб номаълумнинг квадрати - квадрат деб аталган. Квадрат тенгламалар геометрик усулда ечилган. Иккинчи қисмда эса геометрик масалалар баён этилган. Унда 3π ва 10 сонларининг бир-бирига яқинлиги ҳамда бундан ташқари, $\pi = 3,1416$ каби қийматлари келтирилган. Бу асар латин тилига XII асрда таржима қилинган ва кўп вақтлар давомида Европа мамлакатларида математика бўйича асосий қўлланма бўлиб келди. Ал-Хоразмийнинг номи дастлаб математика оламига ҳинд ҳисоб системасига асосланган арифметика муаллифи сифатида танилган бўлса, сўнгра қатъий қоидалар асосида бажариладиган ҳар қандай ҳисоб системасининг умумий номи (алгоритм) сифатида машҳурдир. Ал-Хоразмийнинг номи билан Ойнинг кўринмас томонидаги кратер аталади.

2003 йилда Абу Абдуллоҳ Муҳаммад ибн Мусо ал-Хоразмий ал-Мажусий таваллудининг 1220 йиллиги нишонланди

3. Ал-Хоразмий алгебра асосчиси сифатида

Алгебра фан сифатида тенгламалар ечиш масаласи билан боғлиқ равишда ривожланади. Қадимда мисрликлар, вавилонликлар ва ҳиндлар алгебранинг дастлабки элементларига эга бўлганлар: улар тенгламани масала шартлари бўйича туза олиш ва улардан баъзиларини еча олганлар. Аслида, улар ҳали микдорларни ҳарф билан белгилашларни ва умумий формулаларни туза олмаганлар.

«Алгебра» сўзи биринчи марта IX асрда яшаган ватандошимиз буюк математик ва мунажжим Муҳаммад ибн Мусо Ал-Хоразмий ишларида учрайди. Ал-Хоразмий асли Хоразмдан бўлиб ёшлигидан фан ва илмга қизиқувчан бўлган, кейинчалик математика ва астрономия соҳасида катта илмий кашфиётлар очган.

Ал-Хоразмий алгебраик тенгламаларни тузиш ва очишга бағишланган «Ҳисоб ал-жабр вал муқобала» асарини ёзган. Ал-жабр сўзидан алгебра сўзи пайдо бўлган. Унинг номи алгебра фани пайдо



бўлишига олиб келди ва унда ҳали символик белгилашлар йўқ эди ва барчаси сўзлар билан ёзилган эди.

«Ал-жабр» ва «вал муқобала» атамалари ўнг ва чап томонларида мусбат ҳадлар бўлган тенгламага келтиришга имкон берувчи энг оддий ва асосий усулларни билдиради. Ал-жабр - амали (сўзма-сўз-таққослаш, қиёслаш) тенгламанинг чап ва ўнг қисмларида ўхшаш ҳадларни ихчамлашдан иборат ва тенгламани қулай кўринишга келтириш мақсадга эга.

Алгебра учун катта илмий ютуқ – бу кўриш ва ёзиш учун қулай ҳарфий белгилашларнинг киритилишидир. Ҳозирги замон ҳарфий белгилашларнинг киритилишидир. Ҳозирги замон ҳарфий белгилашлар секин-аста яратилган. XI асрда араб математиги ал-Қархий баъзи алгебраик миқдорлар учун махсус белгилар киритган, номаълумни махсус белги билан ифодалаган.

Биринчи даражали тенгламаларга Ал-Хоразмий ҳам катта эътибор берган, бундай тенгламаларни ечиш учун ўзининг «Ал-жабр» ва «вал муқобала» усулини қўллаган. Бу усулнинг моҳиятини мисолда қараймиз.

$$7x - 5 = 3x - 2$$

тенглама берилган бўлсин. «Ал-жабр» амалини бажариб

$$7x + 2 = 3x + 2$$

ни оламиз. «Вал-муқобала» амалини қўллаб эса

$$4x = 3$$

га эга бўламиз, бундан

$$x = \frac{3}{4}$$

XIII асрда европалик математикларда биринчи даражали тенгламаларнинг назарияси Ўрта Осиёлик математиклардаги каби ҳолатда бўлган эди. Масалан, италян математиги ўзининг «Абак тўғрисидаги китоб» (1202) асарида Ал-Хоразмий каби биринчи даражали тенгламаларни ечиш учун қоидаларни беради, яъни моҳиятдан «тиклаш» усулини қўллайди.

Биринчи даражали тенгламаларни ечишнинг кейинги ривожини белгилашларни яхшилаш ва ҳозирги замон кўринишига келтириш йўналишида борди.

Квадрат тенгламалар назариясини ал-Хоразмий кенг равишда ишлаб чиқди ва квадрат тенгламаларнинг олти турини текширди:

$$1)x^2 = bx; 2)x^2 = c; 3)bx^2 = c; 4)x^2 + bx = c; 5)x^2 + c = bx; 6)bx + c = x^2.$$

Бу тенгламаларнинг ҳар бири учун сўзлар билан (у ҳарфий белгилашлардан фойдаланмаган) ал-Хоразмий унинг махсус ечиш қондасини баён этган.

Европада квадрат тенгламалар ечиш умумий назариясини яратиш учун ҳаракат V-асрда Виет томонидан қилинган эди. Бу назария кейинчалик Жирар томонидан охирига етказилди.

Машҳур ўзбек олими, математик, астроном ва табиатшунос Ўзбекистоннинг Хоразм областидан бўлиб, фан тарихида алоҳида ўрин тутди. Хоразмийнинг айниқса, математика ва астрономия фанлари соҳасидаги ишлари бу фанларнинг тараққиётида катта роль ўйнади. Хоразмий ўзининг математика ва астрономия соҳасида ёзган асарлари билан умуман фан хазинасига салмоқли ҳисса қўшган олимдир.

Хоразмийнинг бешта асари: арифметика, алгебра, астрономия, география ва календар соҳасидаги тўпламлари бизгача етиб келган. Хоразмийнинг бу асарлари, айниқса, унинг арифметика ва алгебра соҳасида яратган асарлари математика тарихида алоҳида ўрин эгаллайди. Бу асарлар орқали инсониятнинг жуда кўп авлодлари математика фанининг бу бўлимларини ўргандилар, ўнлаб олимлар бу асарларга шарҳлар ёздилар ва турли тилларга таржима қилдилар. Хоразмий ўз асарлари билан ўрта асрларда ва ундан кейинги асрларда катта шухрат қозонди. Унинг ал-Хоразмий номи кейинчалик «алгоритм» сўзига айланиб қолдики, бу сўз ҳозирги вақтда маълум ҳисоблаш методи маъносини англатади.

Хоразмий алгебра фанидан биринчи бўлиб яратган асари билан алгебра фанига асос солди ва унинг асосий тушунчалари, мазмуни ва қондаларини белгилаб берди. Алгебрадан ёзилган бу асар Европада ҳам катта шухрат қозониб, француз математиги Виет (1540-1603) замонасигача алгебрадан асосий дарслик китоби бўлиб келди.

Хоразмийнинг алгебрадан ёзган асари 1145 йилда инглиз Роберт томонидан, 1114-1187 йилларда яшаган италян Герардо томонидан латин тилига таржима қилинган. Бу асарнинг арабча қўлёзмаси (1342 йилда ёзилган) Оксфорд университети кутубхонасида сақланмоқда, у «Китоб ал-мухтасар фи ҳисоб ал-жабр ва ал-муқобала», яъни «Ал-жабр ва ал-муқобала ҳисоби ҳақида қисқача китоб». Бу асар уч бўлимдан иборат бўлиб: 1- бўлими алгебра масалаларига бағишланган, 2- бўлимида геометрияга, ўлчашга доир масалалар, алгебранинг баъзи бир татбиқлари баён этилган. 3-бўлими мерос бўлиш ҳисоблашларига бағишланган. Бу китоб, асосан, 1- ва 2-даражали тенгламаларни «ал-жабр ва ал-муқобала» методи билан ечишга бағишланади. Бу метод шундан иборат: «ал-жабр» сўзи турғозиш маъносида бўлиб,

$6x - 7 = 0$ каби тенгламаларни ечиш учун чап томондаги айирилувчини (7 ни) ташлаб, ўнг томонда шу айирилувчини турғазидир. Агар тенгламанинг бир томонида ёки иккала томонида айирилувчи бўлса, битта камаювчининг ўзини қолдириш учун айирилувчини ташлаб, бунга тенг миқдорни иккинчи томонига қўшиш «ал-жабр» дейилади. Шу «ал-жабр» сўзининг ўзгара боришидан ҳозирги «алгебра» сўзи келиб чиққан. «Ал-муқобала» сўзи эса $5x + 4 = 9x$ каби тенгламаларни ечиш учун иккала томондан $5x$ ни айириш маъносини билдиради. Агар тенгламанинг иккала томонида бир хил жинслар, яъни ўхшаш ҳадлар бўлса, иккала томондан умумийсини (мисолимизда $5x$ ни) ташлаш «ал-муқобала», яъни қолганларни тенглаштириш дейилади. Бу китобда шу икки усулдан фойдаланиб, 1-даражали тенгламаларнинг ечилиши кўрсатилган ва бунга қуйидагича таъриф берилган: тенгламаларни ечиш учун ишлатиладиган амаллар «ал-жабр ва ал- муқобала» деб айтилади, Хоразмийнинг бу асарида ҳеч қандай формулалар ва символлар бўлмай, балки тенгламалар ва уларнинг ечилиши сўз билан баён этилган. У даврларда бошқа олимларнинг асарларини ҳам шундай ёзилган. Бунда номаълум «шай» («нарс»), унинг квадрати «мол» («бойлик») деб аталган. Номаълум, баъзан илдиз («жазр») деб ҳам аталган. Қоидалар эса айрим мисоллар орқали баён этилган, миқдорлар баъзан чизиқлар орқали ифодаланган.

Китобнинг 1-қисмида алгебраик ифодаларни қўшиш, айириш ва кўпайтириш қоидалари берилган. Алгебраик ифодалар кўпҳадлардан иборат бўлиб, унда номаълум, унинг квадрати ва квадрат илдизи қатнашади. Бундан кейин 2-даражали тенгламалар ва уларни ечиш методлари, уларнинг геометрик тасвири, квадрат тенгламаларга келтириладиган масалалар ечиш баён этилади. Берилган ҳар қандай шаклдаги тенгламани ечиш учун энг олдин бу тенгламани «жабр ва муқобала» амалларини татбиқ этиш билан қуйидаги тенгламалардан бири шаклига (яъни ҳадлари қўшилиувчилардан иборат тенгламага) келтириб, ундан сўнг ҳосил бўлган содда тенглама маълум қоидалар ёрдами билан ечилади.

1. Битта квадрат илдизга тенг (масалан $x^2 = x$).
2. Битта квадрат сонга тенг ($x^2 = 36$),
3. Илдизлар сонга тенг ($5x^2 = 100$).
4. Битта квадрат ва илдизлар сонга тенг ($x^2 + 7x = 228$).
5. Битта квадрат ва сон илдизларга тенг ($x^2 + 21 = 10x$).
6. Илдизлар ва сон битта квадратга тенг ($12x + 220 = x^2$)

Ҳозирги вақтда алгебра буларнинг ҳаммасини ҳарфлар ёрдами билан битта умумий тенглама $ax^2 + bx + c = 0$ шаклида ифодалайди. Бунда a , b , c нинг ноль, мусбат ва манфий қийматларга эга бўлишига қараб, юқоридаги хусусий ҳолдаги тенгламаларни ҳосил қилиш мумкин. Шунини айтиш керакки, алгебрада миқдорларни ҳарфлар билан ифодалаш усули, яъни символика фақат XVI асрнинг охирида Европада қўлланила бошланди.

Юқоридаги тенгламалардан бирини, масалан: $x^2 + 21 = 10x$ ни ечиш усулини кўрсатамиз

Бу тенглама шундай сўзлар билан баён этилади: «Нарсанинг квадратига йигирма бир кўшилса, у ўша квадрат илдизнинг ўн бараварига тенг бўлади». Бу тенгламанинг илдизларини топиш учун қуйидагича қоида берилади:

«Илдизлар саноғини иккига бўлинг: беш сони чиқади. Бу сонни ўз-ўзига кўпайтиринг, кўпайтма йигирма беш бўлади, ундан йигирма бир сонини айиринг, қолдиқ тўрт бўлади. Бундан илдиз чиқаринг, бу икки бўлади. Бу илдизни, илдизлар саноғининг ярмидан, яъни бешдан айиринг, қолдиқ уч бўлади. Мана шу- изланган квадратнинг илдизи бўлади».

Ҳозирги белгилашларга асосан бу жумлалар маъносини

$$x = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$$

формула билан ифодалаш мумкин.

«Ёки сен, бу илдиз иккини, илдизлар саноғининг ярми — бешга кўшишинг мумкин, бу йиғинди 7 бўлади».

(яъни $x = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$ бўлади). «Бу изланган квадратнинг илдизи бўлади,

квадратнинг ўзи эса 49 бўлади. Қачонки сен шу ҳолга тўғри келадиган мисол учратсанг, аввал уни ечишни кўшиш орқали синаб кўргин ва бу мақсадга олиб келмаса, у вақтда шубҳасиз, айириш мақсадга олиб келади, чунки бу ҳолда ҳам кўшиш ва ҳам айиришни татбиқ этиш мумкин»; ҳам кўшиш ва ҳам айириш бошқа ҳоллар учун, татбиқ этилмайди, чунки у вақтда манфий илдиз ҳам олинадики, бу ҳолни Хоразмий мумкин бўлмаган ҳол деб қарайди.

Умумий ҳолдаги $x^2 + q = px$ тенглама учун Хоразмий иккита мусбат илдиз ё битта илдиз, ё илдизлар бўлмаслигини аниқлайди, яъни бу тенгламанинг илдизларини топиш учун юқоридаги қоида татбиқ этилса бўлади:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Бу ҳолда Хоразмий, $\left(\frac{p}{2}\right)^2 > q$ бўлганда иккита мусбат илдиз бўлишини,

$\left(\frac{p}{2}\right)^2 < q$ бўлганда, бу масалани ечиш мумкин эмас, ва $\left(\frac{p}{2}\right)^2 = q$ бўлганда

квадратнинг илдизи илдизлар саноғининг ярмига тенг, яъни $x = \frac{p}{2}$ бўлади деб ёзади.

Бундан кейин, Хоразмий иккинчи даражали тенгламалар ечилишини баён этишда геометрик методга мурожаат қилади. Машҳур грек геометри Евклид ўзининг «Асослар» асарида алгебраик ифодаларни, улар орасидаги амалларни кесмалар орқали изоҳлаган, яъни, геометрик алгебра дан фойдаланган эди. Хоразмий эса Евклид фойдаланган шакллардан эмас, балки бошқа шакллардан фойдаланиб, 2-даражали тенгламаларни ҳал этишни ўз

геометрик методлари билан изоҳлайди. Масалан: $x^2 + 10x = 39$, ёки умумий ҳолда $x^2 + bx = c$ шаклдаги тенгламани ечишни қуйидагича изоҳлайди. 1-шаклда кўрсатилгандек, ab квадратни олиб, уни x^2 билан белгилайди. Бу квадратнинг ҳар бир томонига баландлиги $\frac{10}{4}$ бўлган тўғри-тўртбурчаклар ясайди: бу шаклнинг қолган бурчакларида квадратлар ясалса уларнинг томонлари $\frac{10}{4}$ дан бўлиб, ҳамма квадрат юзларининг йиғиндиси 25 ни ташкил этади.

Шундай қилиб, ҳосил қилинган катта квадратнинг 10 томони $x + \frac{10}{2}$ га тенг бўлиб, бунинг квадрати $x^2 + 4\frac{10}{4}x + 25$ йиғиндидан, ёки $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64$ дан иборат, яъни катта квадратнинг томони $\sqrt{64} = 8$ бўлади. Демак, $x + 5 = 8$, бундан $x = 3$. Демак, номаълум x ни бундай ифодалаш мумкин:

$$x + \frac{10}{2} = \sqrt{64} = \sqrt{25 + 39} \quad \text{ёки} \quad x + \frac{10}{2} = \sqrt{4\left(\frac{10}{4}\right)^2 + 39}$$

Бундан:

$$\sqrt{4\left(\frac{10}{4}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2}$$

Агар бу формула $x^2 + bx = c$ тенглама учун татбиқ этилса

$$\sqrt{4\left(\frac{b}{4}\right)^2 + c} - \frac{b}{2} \quad \text{ёки} \quad x = \sqrt{4\left(\frac{b}{4}\right)^2 + c} - \frac{b}{2} \quad \text{бўлади}$$

Хоразмий бундай $x^2 + 10x = 39$ тенгламани, яна бошқа бир («Гномон» деб атаган) шакл орқали тушунтиради: бунда квадрат, яъни x^2 олинади, иккита баландлиги 5 га тенг тўғри тўртбурчак ясалади. Бу шаклни квадратга тўлдириш учун томони 5 бўлган квадрат олади. Катта квадратнинг юзи - 8 га тенг 8 та квадратнинг юзи $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64$ бўлади.

Юқорида айтилганидек, Хоразмий квадрат тенгламаларни ечишда ҳосил бўладиган манфий илдизларни олмайди. Шунини қайд этиш керакки, Хоразмий асарларида сон тушунчаси, грек математикларига қараганда анча кенг миқёсда қўлланилади, яъни унинг асарларида иррационал сонлар тушунчаси ҳам бор.

Шундай қилиб, ҳозирги белгилашларга асосан $x^2 + bx + c = 0$ шаклида ёзиладиган квадрат тенгламанинг илдизларини топиш формуласи:

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

биринчи марта Хоразмий асарларида учрайди. Бунда у $c > \left(\frac{b}{2}\right)^2$ бўлган ҳолда, масаланинг ечилиши мумкин эмас деб ёзади.

Хоразмий алгебраик асарининг II бўлими геометрияга бағишланган бўлиб, бунда шаклларни ўлчаш қоидалари ва алгебранинг баъзи бир геометрик масалаларга татбиқи кўрсатилади.

Хоразмий учбурчаклар, тўртбурчаклар ва айланани кўриб чиқади. У, учбурчакларни тўғри бурчакли, ўткир бурчакли ва ўтмас бурчаклиларга бўлиб, бу ҳолларни аниқлаш мақсадида учбурчак катта томонининг квадрати билан қолган икки томони квадратлари йиғиндиси орасидаги муносабатдан фойдаланди.

Хоразмий Пифагор теоремасини хусусий ҳолда тенг ёнли учбурчак учун исботлади. Тўртбурчакларнинг беш хил шаклда бўлишини ёзди. Ромбнинг юзи унинг диагоналлари ёки бир диагонали ва бир томони орқали ифодаланиши мумкинлигини ёзди.

Бу асарда тенг томонли учбурчакнинг юзи, тенг ёнли учбурчакка ички чизилган квадрат томонини аниқлаш ва томонлари 13, 14, 15 бўлган ўткир бурчакли учбурчак юзини аниқлаш каби масалалар бор. Бу масалаларнинг берилиши ва уларнинг ечилишида грек ва ҳинд математикларининг таъсири борлиги кўринади.

1. Грек геометри Герон тенг ёнли учбурчакка ички чизилган квадрат томонини учбурчакларнинг ўхшашлигидан фойдаланиб бундай топганди:

$$AB = 12, BC = 10. \text{ Бунда } CF = 8.$$

Учбурчак MCN билан учбурчак ABC нинг ўхшашлигидан $x:8 = (8-x):8$ бўлади, бундан:

$$x = \frac{8 \cdot 12}{8 + 12} = \frac{96}{20} = 4,8$$

Хоразмий эса бу масалани қуйидагича ҳал қилди: учбурчакнинг юзи унинг ичида ҳосил бўлган тўртта юза йиғиндисига тенг, яъни:

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \text{ га келтирди. Бундан } 48 = 10x \text{ ёки } x = 4,8 \text{ ни ҳосил қиламиз.}$$

2. Томонлари BC = 13, AB = 14, AC = 15 бўлган ўткир бурчакли учбурчак юзини Хоразмий қуйидагича топди: Пифагор теоремасига асосан:

$$h^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \text{ ва } h^2 = 13^2 - x^2$$

Демак: $15^2 - (14 - x)^2 = 13^2 - x^2$. Бундан: $28x = 140$ ва $x = 5$. У вақтда $h^2 = 169 - 25 = 144$ ва $h = 12$.

$$\text{Учбурчакнинг юзи } S = \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 12 = 84$$

Хоразмий π сонининг $3\frac{1}{7}, \sqrt{10}$ қийматларидан, бошқа 62832 : 20000

қийматини ҳам кўрсатиб, бу қийматларнинг тақрибий эканлигини уқтиради. Мунтазам кўпбурчакнинг юзини, унга ички чизилган доира диаметри ярми билан периметрининг ярмига кўпайтмаси орқали аниқлайди. Доиранинг юзини топиш учун қуйидаги ифодаларни беради: доира юзи S , диаметри d ва доира айланасининг узунлиги l бўлса:

$$S = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{1}{2} \cdot l \quad \text{ва} \quad S = d^2 - \frac{1}{7}d^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot d^2$$

бунда $\pi = 3\frac{1}{7}$ деб ҳисобланган.

Хоразмий доира сегментининг юзини топиш учун қуйидаги қоидаларни беради :

Агар сегмент юзи G , ёйи S , ватар узунлиги a , диаметр d , сегмент баландлигини h деб белгиласак, ярим доирадан кичик сегмент учун

$$G = \frac{d}{2} \cdot \frac{S}{2} - \left(\frac{d}{2} - h\right) \cdot \frac{a}{2}$$

ва ярим доирадан катта сегмент учун S

$$G = \frac{d}{2} \cdot \frac{S}{2} + \left(\frac{d}{2} - h\right) \cdot \frac{a}{2}$$

бунда $d = \frac{a^2}{4h} + h$ шаклида аниқланади.

Хоразмий ўзининг бу асарида, жисмларнинг ҳажмларини топиш учун ҳам қоидалар берди. Тўғри призма, цилиндр, пирамида, конус ҳажмларини аниқлайди. Берилган асослари квадратлардан иборат ва баландлиги маълум бўлган кесик пирамиданинг ҳажми аниқланади.

Юқорида баён этилган масалаларни ўз ичига олган геометрик бўлим, турмуш эҳтиёжларни ўташга боғлиқ кўп масалаларни ҳал этишда кишиларга катта ёрдам берган. Бу асардан қўлланма сифатида фойдаланганлар.

Хоразмийнинг бошқа бир қимматбаҳо асари - «Арифметика» фақат математика тарихида эмас, балки умуман фан ва маданият тарихида ҳам жуда катта аҳамиятга эгадир. Бу китоб орқали ўнли позицион санок системаси яқин ва Ўрта Шарқ мамлакатларига, Европага тарқала бошлаган. Бу санок системаси ўша даврда ҳукм сураётган, ҳарфли санок системаси ва рим санок системасига нисбатан жуда мукаммаллашган бўлиб, турмуш эҳтиёжлари учун тез орада қабул қилина бошлаган прогрессив санок системаси эди. Хоразмийнинг бу асари асосида жуда кўп китоблар ёзилди, буларда Хоразмийнинг позицион санок системасини татбиқ этишдан иборат прогрессив идеялари давом эттирилди, Хоразмийнинг бу асари унинг «ал-жабр ва ал-муқобала ҳисоби ҳақида қисқача китоб» асарида кейин ёзилган бўлиб, унинг оригинал нусхаси ҳозиргача топилмаган. Бу асарнинг лотинча таржимаси (XIV аср қўлёзмаси) Кембриж университетида сақланмоқда.

Хоразмий ўзининг арифметикасида ҳиндларнинг тўққиз рақам 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ва ноль ёрдами, яъни ўнли позицион система билан исталган соннинг осон ва қисқача ифодаланишини баён этиш мақсадида эканлигини ёзади. Шунингдек, бу китобда арифметикага доир масалаларни- сонларни кўпайтириш ва бўлиш, қўшиш ва айиришни бу система орқали жуда осонлик билан бажариш мумкинлиги қайд қилинади. Хоразмий аввал сонларнинг позицион системасини тушунтиради, сўнгра бутун сонлар ва каср сонлар устида амаллар бажариш қоидаларини ва, ниҳоят, квадрат илдиз чиқариш қоидаларини баён этади. Европада бунгача рим рақамлари ишлатилар эдики,

бу рақамлар ўзининг мураккаблиги билан ноқулай эди. Шарқда эса рақамларни сўзлар ёки ҳарфлар билан ифодалардилар, VIII асрнинг 70-йилларидан ҳинд рақамлари астрономик жадваллар билан бир қаторда Бағдод ва бошқа Шарқ мамлакатларига кира бошлади. Ярим асрдан кейин эса ўнлик позицион система бошқа халқларга маълум бўла бошлади.

Бу соҳада машҳур олим Хоразмийнинг жаҳон фани ва маданияти олдида буюк хизмати шуки, бошқа халқлар ҳиндларнинг ўнлик позицион системаси билан унинг асарлари орқали танишдилар. Хоразмийнинг бу асари XII асрда Иоганн Севильский томонидан латин тилига таржима қилинди. Мана шу асрдан бошлаб ўнлик позицион система Европа халқларига тарқала бошлайди.

Хоразмийнинг арифметикаси математика тарихида- санок системаси тарихида — умуман, фан ва маданият соҳасида янги давр очди. Хоразмий Бағдод шаҳрида бир неча йиллар бўлиб, ундаги обсерваторияда кузатишлар олиб борди. IX асрнинг 20-йилларида у „Зиж“ («астрономик жадваллар») ни тузиб чиқди. Булар араб тилидан латин тилига таржима қилиниб, икки асрдан ортиқ давр ичида турмуш эҳтиёжлари учун фойдаланилди. Хоразмийнинг бу асари оригинал нусхада бизгача етиб келмаган. 1007 йили испаниялик Маслам ал-Мажрити бу жадвалларни қайта ишлаб чиқади. Мана шу Зижнинг 1126 йилда ёзилган латин тилига таржимаси ҳозиргача сақланган. «Зиж» асарининг бу қайта ишланган нусхаси узоқ вақт давомида Шарқда ва Ғарбда астрономия фанидан асосий қўлланма ҳисобланиб келди. Хоразмий «Астролябия» («Астурлоб») ва «Қуёш соати» ҳақида ҳам асарлар ёзган.

Хоразмий аниқ астрономик жадваллар тузиш билан бир қаторда Бағдод обсерваториясида олиб бориладиган турли астрономик ва географик кузатишларда актив иштирок этди. Бу соҳада Хоразмий Ўрта Осиёлик машҳур астроном ва математиклардан Муҳаммад ибн Касир, ал-Фарғоний, Аҳмад Марвзий ва бошқалар билан иш олиб борди.

Хоразмий меридиан ёйи узунлигини ҳисоблаш ишларига ҳам раҳбарлик қилди, ўлчаш ишлари Тадмор (Дамашқдан шимол томонда) билан ар-Рак ҳудудлари орасида олиб борилган.

Меридиан ёйини ҳисоблашда ўша замон учун аниқ қийматлар топилган. Хоразмий раҳбарлигида меридианнинг бир градусли ёйи узунлигини қайта-қайта ўлчаш воситасида 111 815 м эканлиги топилганки, бу меридиан градуси ёйининг ҳақиқий узунлигидан фақат 977 м фарқ қилади.

4. Хоразмийнинг арифметика ва алгебра ривожига ҳисса қўшган асарлари мазмуни

Хоразмийнинг арифметика ва алгебраик асарлари математика тарихида янги даврни - ўрта асрлар даври математикаси даврини бошлаб берди. Бу математиканинг кейинги асрлардаги ривожланишига беқиёс зўр таъсир кўрсатди.

Ўзининг «Алгоритми ҳинд ҳисоби ҳақида» арифметик асарида Хоразмий араб тилида биринчи бўлиб ўнли позицион ҳисоблаш системасини

ва унга асосланган амалларнинг баёини келтиради. Бу рисоланинг Кембриж университети кутубхонасида сақланадиган лотинча кўлёзмаси *Dixit Algorizmi*" яъни "Алгоризми деди" ибораси билан бошланади. Хоразмий рисоласи мазкур кўлёзманинг 102а -106 б-бетларини ўз ичига олади ва касрларни кўпайтириш мисолида амал охригача етмасдан рисола тугайди. А.П.Юшкевич тадқиқотича, рисоланинг асли арабча номи «Китоб ал-жамъ ват-тафриқ би ҳисоб ал-ҳинд»

(«Ҳинд ҳисоби бўйича кўшиш ва айириш китоби» бўлиши керак. Бундан кўринадики, Хоразмий асар номида фақат икки арифметик амални кўрсатган, чунки у кўпайтириш ва ва бўлиш амалларини ҳам шу икки амалга келтиришини назарда тутиб, шундай қараган бўлиши, эҳтимол. Хоразмий рисола аввалида ҳамду санодан сўнг 9 та ҳарф, яъни рақам ёрдамида ҳиндларнинг ҳисоблаш усулини баён этмоқчи эканлигини ва бу қарфлар ёрдамида ҳар қандай сонни осонлик билан қисқагина ифода қилиш мумкинлиги ва улар устида амалларни баён этмоқчи эканлигини айтади. Лотинча кўлёзмада ҳинд рақамлари ёзилмаган, улар ўрни бўш қолдирилган. Фақат гоҳо 1, 2, 3, 5 учун ҳинд рақамлари ва ноль учун айлана шакли ёзилган. Хоразмий бу асарида ўздан олдинги математик асарлардан фойдаланганлиги ҳам сезилади.

Сонларни ҳинд рақамлари билан ўнли позицион системада ёзилишини 0 га ўхшаш кичик доирачани ишлатилиши ҳақида муфасссал сўзлагандан сўнг Хоразмий катта сонларни айтишни ўргатади ва бунда фақат бирлар, ўнлар, юзлар ва мингларнинг номларидан фойдаланади. Мисол тариқасида, 1180 073 051 492 863 сонининг ўқилишини кўрсатади, у бундай ўқилади: мингта минг минг минг минг беш марта ва юз минг минг минг минг тўрт марта ва саксон минг минг минг минг тўрт марта ва етмиш минг минг минг уч марта ва уч минг минг минг уч марта ва эллик бир минг минг икки марта ва тўрт юз минг ва тўқсон икки минг ва саккиз юз олтмиш уч. Сонларнинг бундай ноқулай ўқилиши Шарқда ҳам, Европада ҳам узок муддат сақланиб, ўнли позицион система узил-кесил ғалаба қилгандагина йўқолади.

Бундан кейин Хоразмий ҳинд усулига кўра арифметик амалларни муафасссал баён қилишга ўтади ва кўшиш, айириш амалларидан бошлайди. Бу амалларда доирача, яъни нолнинг ролига катта аҳамият беради. Хоразмий бу ҳақда бундай дейди: «Агар ҳеч нарса қолмаса, мартаба бўш қолмаслиги учун доирача қўйиб қўй, лекин у ерда уни эгалловчи доирача турсин, чунки агарда у ер бўш бўлиб қолса, мартабалар камайиб қолади ва иккинчини биринчи ўрнида қабул қилиниб қолади ва шу билан сен ўз сонингда янглишиб қоласан».

Хоразмий икки бараварлаш ва иккилаш, яъни яримлаш амалларига ҳам аҳамият беради. У иккилаш амалини бажаришда қадимги бобил математик анъаналарига ҳам таянганлиги сезилади. Унинг «бирни иккилайсан, яъни иккита яримга ажратасан, шунда унинг битта ярми бирни ташкил қилувчи олтмишнинг ўттиз қисмини ташкил қилади» деган иборалари бунинг ёрқин далилидир.

Бундан кейин у бутун сонларни бири-бирига кўпайтиришга ўтади. Бунинг учун у 9 ни 9 гача кўпайтириш жадвалини ёддан билиш кераклигини айтади. Хоразмий келтирган сонларни кўпайтиришда кўпайтувчини кўпайтирилувчининг тагига жойлаштирилиб, бунда қуйи мартабаси кўпайтирилувчининг юқори мартабаси тагида ёзилиши кераклигини айтади. Бўлишда " бўлиш кўпайтишга ўхшашдир, лекин унга тескари, чунки бўлишда биз айирамиз, кўпайтишда эса кўшамиз".

Хоразмий каср сонлар устидаги амалларни ҳам қараб ўтади. Унда касрларнинг аталишидаги араб тилига хос хусусият сақланган. У аввал олтмишлик касрлар билан амал тутади ва бундай касрларни ҳиндларга нисбат беради. Лекин аслида бундай касрлар бобилликларга мансуб бўлиб, у Бобилдан Искандария (Мисрга) ўтган.

Хоразмий олтмишлик касрлар тушунчасини киритишда бирни олтмиш бўлакдан иборат деб қараб, бунинг ҳар бир қисмини дақиқа, бунинг олтмишдан бир қисми сония, бунинг олтмишдан бирини солиса ва ҳ.к. дейилишини айтади. Бундай касрларни кўпайтиришда кўпайтманинг мартабасини аниқлаш қоидасини айтади.

Хоразмий рисоласининг арабча нусхаси сақланмагани учун у фойдаланган рақамларнинг шакли ҳақида олимлар бир тугал фикрга келмаганлар. Кембрижда сақланадиган лотинча нухасида учратиладиган 1,2,3,5 ва 0 нинг шакллари ҳам Хоразмийда рақамларнинг шакли ҳақида аниқ хулосага келишга имкон бермайди.

Хоразмийнинг алгебраик рисоласи унинг арифметик рисоласидан аввал ёзилган. Олимнинг арифметик рисоласида алгебрасини эслаши бунга далил бўла олади. Рисоланинг нусхаси 1342 йили ва Оксфорд университети Бодлеян кутубхонасида сақланадиган арабча нусхаси 34 варақни ташкил қилади. Рисола уч қисмдан иборат: 1) алгебраик қисм (1б-15 а-бетлар); охирида бир кичик бўлим-савдо муомаласидаги боб келтирилади; 2) геометрик қисм-алгебраик усул қўллаб ўлчашлар ҳақида (15а-18б-бетлар); 3) васиятлар ҳақидаги қисм. Хоразмий уни алоҳида ном билан "Васиятлар китоби" деб атаган (18 б-34 а-бетлар). Хоразмий рисолада ҳеч қандай белгилашларни келтирмайди ва мавзуни бутунлай сўз билан баён этади ва шакллар келтиради.

Хоразмий рисола бошида ҳамду-санодан кейин бу китобни ёзишдан мақсади нима эканлигини қуйидаги сўзлар билан айтади: "Мен арифметиканинг одий ва мураккаб масалаларини ўз ичига олувчи "Алжабр ва алмуқобала ҳисоби ҳақида қисқача китоби" ни тақлиф қилдим, чунки мерос тақсим қилишда, васиятнома тузишда, мол тақсимлашда ва адлия ишларида, савдода ва ҳар қандай битимларда ва шунингдек, ер ўлчашда, каналлар ўтказишда, геометрияда ва бошқа шунга ўхшаш турлича ишларда кишилар учун бу зарурдир".

Хоразмий асосий алгебраик мавзуга ўтишдан олдин аввал ўнлик позицион ҳисоблаш системаси, унинг қулайлик ва афзаллиги ҳақида қисқача тўхталиб ўтади.

Унинг айтишича алгебрада уч хил сонлар билан иш кўрилади: илдиз (жизр), ёки нарса (шай), квадрат (мол) ва оддий сон ёки дирхам пул бирлиги. Илдиз ўз-ўзини кўпайтириладиган миқдор, квадрат эса илдизни ўзига кўпайтиришдан ҳосил бўлган катталиқдир. Хоразмий кўрадиган тенгламалар мана шу уч миқдор орасидаги муносабатлардир. У аввал рисолада кўриладиган 6 та чизиқли ва квадрат тенгламанинг синфларини келтиради. Бундан кейин конкрет мисоллар билан бошқа ҳар қандай тенгламалар рисола моҳиятидаги асосий амаллар - алжабр ва алмуқобала амаллари ёрдамида олти каноник кўринишга келтирилиши кўрсатилади.

Тенгламаларнинг аввалги уч кўринишини Хоразмий конкрет мисолларда оғзаки ечади. Булар квадрат илдизларга тенг, квадратлар сонларга тенг, илдизлар сонга тенг.

Хоразмий 6 та каноник кўринишдаги тенгламаларни ечиш усулини муафассал баён қилгандан сўнг алгебраик ифодалар устида бажариладиган асосий амаллар баёнига ўтади. Бу бўлимда $(10 - x) \cdot x$, $(10 + \frac{x}{2}) \cdot (\frac{1}{2} - 5x)$ каби иккиҳад ва бирҳадларни кўпайтириш,

$$(100 + x^2 - 20x) - (50 + 10x - 2x^2) = 50 + 3x^2 - 30x$$

каби йиғинди ва айирмаларнинг ўхшаш ҳадларини ихчамлаш ёки

$$3\sqrt{x} = \sqrt{9x}, \quad \frac{1}{2}\sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{4}x} \quad \text{каби кўпайтувчиларни квадрат илдиз остига}$$

киртиш ёки уларни $3\sqrt{9} = 9$ каби квадрат илдиз остидан чиқариш, $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{50}$ каби илдизларни кўпайтириш ва ҳ.к. амалларни кўради. Кўшиш ва айириш амалларини Хоразмий кесмалар мисолида кўрсатиб у бир жинслилик бўлишини талаб қилади.

Хоразмий иррационаллик тушунчасинин ишлатган бўлса ҳам, иррационал миқдорлар билан кўп иш кўрмайди. У келтирган тенгламаларнинг деярли барчасининг коэффициентлари рационал ва кўпинча бутун ечимларга эгадир. Иррационал ечимга эга бўлган тенгламалар санокли бўлиб, улар $x^2 = q$ кўринишга мансубдир ва фақат биргина тўлиқ квадрат тенглама $10x = (10 - x)^2$, яъни $x^2 + 100 = 30x$ кўрсатилган бўлиб, унинг ечими $x = 15 - 5\sqrt{5}$ келтирилмаган.

Алгебраик ҳисоб ҳақидаги бошланғич маълумотлардан келтирилган боблардан кейин юқорида кўрилган 6 та каноник кўринишдаги тенгламалар учун сонли мисоллар келтирилади. Булардан тўрттасида 10 ни турли шартларга кўра икки қисмга ажратиш масаласи кўрилади. У тенгламаларнинг аввалги учтаси мана булардир:

$$4x(10 - x) = x^2, \quad \text{яъни } 5x^2 = 40x$$

$$2\frac{7}{9}x^2 = 10^2, \quad \text{яъни } \frac{25}{9}x^2 = 100$$

$$\frac{10 - x}{x} = 4, \quad \text{яъни } 5x = 10.$$

Кейинги бобда ҳар хил масалалар кўрилади. Бу масалалар системаларни ечишга бағишланган бўлиб, уларнинг биринчи тенгламаларида яна олдинги бобнинг шарти, яъни $x = y = 10$ қайтарилади, уларнинг иккинчи тенгламалари ушбу кўринишларга эгадир

$$xy = 21, \quad x^2 - y^2 = 40, \quad x^2 + y^2 + (x - y) = 54,$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{5x}{y} + 5x = 50, \quad y^2 = 81x$$

Хоразмий иккинчи номаълумни киритмаган бўлса ҳам x ва $10 - x$ қисмлар билан, яъни нарса ва нарсасиз ўн билан иш кўради. Хоразмий келтирган масалалар орасида одамлар сони x аниқланиши керак бўлган

масала диққатга сазовордир: унинг шартини $-\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$ тенглама билан

ифодалаш мумкин. Ҳар хил масалалар бобидан кейин рисоланинг геометрик бўлими келади. Хоразмий алгебрасининг бу бўлимида юза ўлчаш, қоидалари ва учбурчакларга доир масалаларга геометриянинг татбиқи келтирилган. Айрим қоидалар, таъриф ва исботлар билан, ёки қисқача тушунтириш билан келтирилган.

Хоразмий ясси шакллардан учбурчак, тўртбурчак ва доира билан иш кўради. У уч хил учбурчакни (бурчагига кўра) қарайди. Уларни аниқлаш учун катта томонининг квадрати билан қолган икки томонлари квадратлари йиғиндиси орасидаги тегишли тенглик ёки тенгсизликни келтиради. Пифагор теоремасини Хоразмий хусусий ҳол тенг ёнли учбурчак учун исботлади. Хоразмийда тўртбурчаклар беш хил турдан иборат: квадрат, тўғри тўртбурчак, ромблар, ромбоид, яъни параллелограмм ва турли томонли тўртбурчаклар. Ромбнинг юзаси диагональ ва бир томони бўйича аниқланади. Ихтиёрий тўртбурчакнинг юзаси эса уни диагональ билан учбурчакларга ажратилиб ҳисобланади.

Хоразмий келтирган масалаларнинг айримлари Героннинг масалаларига мос келиб, ҳатто улардаги сон миқдорлари ҳам улар билан бир хил. Масалан, томони 10 га тенг томонли учбурчак юзасини аниқлаш, асоси 12 ва ён томони 10 бўлган тенг ёнли учбурчак ичига квадрат ясаш, томонлари 13, 14, 15 бўлган ўткир бурчакли учбурчак юзасини аниқлаш.

Хоразмий тўғри призма, цилиндр, пирамида, конус ҳамда баландлиги ва асослари маълум квадратдан иборат кесик пирамиданинг ҳажмларини топиш қоидаларини ҳам келтиради. Бу кейинги ҳажмни у иккита тўлиқ пирамида ҳажмларининг айирмаси деб қарайди ва аввал уларнинг баландликларини аниқлайди.

Бу ерда Герон асарларига ёндошган адабиётлар билан ҳинд геометрик назариялари билан таниш эканлиги сезилади. Геометрик қисм жуда кичик бўлсада, ўша давр хунарамандлари учун зарур бўлган жуда зарур маълумотларни ўз ичига олган ҳамда содда ва раво тил билан баён этилган эди.

Хоразмий алгебрасининг васиятномаларига бағишланган учинчи бўлимидаги масалаларнинг деярли барчаси чизиқли тенгламалар билан ифодаланади. Бу бўлимда келтирилган қатор масалаларда аниқмас ва кўпинча биржинсли тенгламалар билан иш кўрилади.

У ўз алгебрасида қандай манбаларга асосланганлиги маълум эмас. Унинг арифметикаси ҳиндлардан олинганлиги аниқ, лекин алгебраси қатор хусусиятлари билан ажралиб туради. Хоразмий алгебрасида квадрат тенгламалар ечимини ёки алгебраик миқдорлар устидаги амалларни геометрик асослаш муҳим ўрин тутди, лекин ҳинд алгебрасида бундай ҳол бутунлай учратилмайди. Хоразмий ҳиндлардан фарқли равишда манфий сонларни ҳам, символикани ҳам ишлатмайди. Ундан ташқари, Хоразмий алгебраси тенгламалар илдизлари учун геометрик ясашлар мавжудлиги билан юнон алгебрасига яқин бўлсада, умуман баён этилиш усули бўйича Евклиднинг "Негизлари" дан жиддий фарқ қилади. Фақат, 2-китоби 2 жумласидаги шакли билан ҳақиқий ўхшашлик бўлиб, уларнинг иккиси ҳам икки сон йиғиндиси квадрати формуласининг геометрик ифодасидан иборат.

Хоразмий алгебрасининг фан тарихидаги роли ниҳоятда улкандир. Алгебрада у бошлаб берган йўналишни кейинги давр математиклари давом эттириб, юқори поғоналарга кўтардилар. Умар Ҳайём Хоразмийдан кейин у бошлаб берган алгебрадаги йўналишни давом эттириб геометрик алгебра усулини шарқ алгебрасига киритади ва тенгламаларнинг Хоразмийдан тўлароқ синфини келтиради. Хоразмий каноник кўринишлар 6 та бўлган бўлса, у кубик тенгламалар ҳисобига 25 тага етказди. Жамшид Коший эса ўзининг 1427 йилда ёзилган "Мифтоҳ ал-ҳисоб" номли асарида бу усулни янада такомиллаштириди. Шу билан бирга Коший ижодида Хоразмий бошлаб берган Шарқ алгебраси ва умуман, математикаси ўзининг юқори поғонасига кўтарилади.

5. Ал-Хоразмий асарларининг рўйхати:

1."Алгоритми ҳинд ҳисоби ҳақида". Арабча нусхалари сақланмаган. XIV асрда кўчирилган ва Кембриж университетида сақланадиган лотинча нусхаси мавҳуд. Бунга асос бўлган лотинча таржимани XII асрда Кремоналик Герардо ёки Аделард Бат бажарган. Уни Б.Бонкомпаньи ва К.Фогель томонидан нашр этилган. Ўзбек тилида Хоразмий танланган асарларида 1983 йилда эълон қилинган.

2." Ал-китоб ал-мухтасар фи ҳисоб ал-жабр вал муқобала" Арабча нусхаси Оксфорд университетинг Бодлеян кутубхонасида сақланади.(№ Hunt 214,р.1-34). Бу кўлёзма 1342 йили кўчирилган. Унинг арабча нусхаси инглизча таржимаси билан Ф.Розен томонидан 1831 йили нашр этилган. Рисоланинг яна иккита арабча нусхаси мавжуд. Иккита лотинча таржимасининг нусхалари мавжуд.

3."Зижи ал-Хоразмий" арабча нусхада сақланмаган. Асарнинг 1007 йили араб астрономи Маслама ал-Мажритий қайта ишланган нусхасидан XII асрда Аделард Бат Бат бажарган лотинча таржиманинг нусхалари мавжуд Бу нусхалар Оксфорд университети Бодлеян кутубхонасида сақланади.

4."Астурлоб ёрдамида азимутни аниқлаш" Ягона рабчав қўлёзмаси Истанбулда Аё Сўфиё куْتُбухонасида 4830/13 рақамли инвентарь бўлиб сақланади.Русча таржиасми бор.

5."Мармар соат ҳақида китоб" (Китоб ар -руҳама" Аё Суфиё куْتُбухонасида 4830 (231-235 варақлар) хижрий 620 йили кўчирилган) рақам билан сақланади. Русча таржимаси бор.

6."Китоб ат-тарих"(" Тарих китоби") Бу асрдан парчаларни Ибн ан-Надим, ал-Маъсудий, ат-Табарий ва Ҳамза ал-Исфahоний келирадилар.

7."Яхудийлар эралари ва байрамлари ҳақида рисола"(Рисола фиистихрож таърих ал-йахуд ва аъёдиҳим) таквимга таалукли.

8."Сурати-л-арз китоби. (Китоб сурати-л-ард)-Хоразмий "Географияси" ҳисобланади.

10."Астурлоблар билан амал тутиш ҳақида". Бу рисоланинг матни Берлиндаги собиқ Прусс куْتُбухонасида 5093 рақам билан сақланадиган аноним рисола қўлёзмасига таркибига кирган. И.Франк унинг немисча таржиасини нашр этган.

11."Қуёш соатлари ҳақида китоб".

12."Астрономик санъатга киришлар китоби".

13."Қўшиш ва айиришлар ҳақида китоб".

Фойдаланилган адабиётлар

1. М. А х а д о в а. Ўрта Осиёлик олимларнинг математикага доир ишлари. «Ўқитувчи», Т., 1984.

2. М. Я. В ы г о д с к и й. Арифметика и алгебра в древнем мире. «Наука», М., 1967.

3. С. С. Д е м и д о в. У истоков современной алгебры. «Знание», М., 1971.

4. Э. К о л ь м а н. История математики в древности, «Физ- матгиз», М., 1961.

5. С. Х. С и р а ж и д и н о в. Хорезми-выдающийся математик и астроном средневековья. «Просвещение», М., 1983.

6. Д. Я. С т р о й к. Краткий очерк истории математики. М., Гл. ред. физ-мат.лит., «Наука», 1990.

7. А. Ф. Ф а й з у л л а е в. Научное творчество Мухаммад ал-Хорезми. «Фан», Т., 1983.

8. П. Г. Б у л г а к о в и др. Мухаммед ал-Хорезми. «Наука», М., 1983.

9. Г. Г. Ц е й т е н. История математики в древности в средние века. М.:Гостехоргиздат, 1932.

Математика тарихи интернет сайтларида

1.www.mathedu.ru/

2. www.hist-math.narod.ru

3.www.ivan.vmegete.ru/?p=1156

4.www.gumer.info/bibliotek_Buks/Science/.../index.php

5.www.websib.ru/noos/math/metod.php

6.www.sites.google.com/site/artiomiantonoff/istoria-matematiki

7.www.mathsun.ru/