

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

Mexanika – matematika fakulteti

«Hisoblash usullari» kafedrası

Murodov Baxridin Axmatovich

**KO‘P O‘LCHOVLI FUNKSIYA UCHUN
GRADIYENTLI QIDIRUV USULLARI**

«5480100 – Amaliy matematika va informatika» ta‘lim yo‘nalishi
bo‘yicha bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISH

Ilmiy rahbar _____ dots. Sh.S.Mamatov

2013 y. «___» _____

Bitiruv malakaviy ish «Hisoblash usullari» kafedrasida bajarildi, kafedraning 2013 yil «___» _____dagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (____ -son bayonnoma).

Kafedra mudiri _____ dots. A.Abdirashidov

Bitiruv malakaviy ish YaDAKning 2013 yil «___» _____dagi majlisida himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi (____ -son bayonnoma).

YaDAK raisi: _____

A‘zolari: _____

Samarqand - 2013

Mundarija

Kirish	3-bet
1-§ Eng tez tushish usuli	5-bet
2-§ Kvadratik funksialar usuli.....	18-bet
3-§ Davidon – Fletcher – Pauell usuli.....	21-bet
4-§ Fletcher-Rivs usuli.....	34-bet
Xulosa	46-bet
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati	47-bet

KIRISH

So'nggi 30 yil ichida gradientli usullarni tekshirish jadal suratlar bilan olib borilmoqda. Bu soxada ko'plab maqolalar yozildi va muhim muvaffaqiyatlarga erishildi. Ushbu bitiruv malakaviy ishida bu davrda ishlab chiqilgan metodlardan 3 tasi haqida so'z boradi. Bu qilingan ishlardan ayniqsa qo'shma yo'nalishlar g'oyasi va kvadratik funksiyalarining xossalari fundamental ahamiyatga egadir. Bu g'oyalarga asoslangan ko'plab metodlar ishlab chiqildi. Shulardan Davidon-Fletcher-Pauell va Fletcher-Rivs metodlari bitiruv malakaviy ishning tadqiqot obyektidir.

Masalaning qo'yilishi. Hozirgi vaqtda optimallashtirish masalalarini yechish uchun asosan quyidagi metodlardan foydalaniladi: Klassik analizning funksiyalarni tekshirish metodlari. Lagranjning noaniq ko'paytuvchilaridan foydalanishga asoslangan metodlar variasion hisob; dinamik dasturlash; maksimum prinsipi; chiziqli dasturlash.

Amaliyotda uchraydigan barcha masalalarni yechish uchun aniq bir metodni tavsiya qilish mumkin emas. Shu ma'noda ba'zibir metodlar boshqalariga qaraganda umumiyroq bo'lishi mumkin. Nihoyat, bir guruh metodlar (Klassik analizning funksiyalarni tekshirish metodlari, Lagranjning noaniq ko'paytuvchilar metodi, nochiziqli dasturlash metodlari) optimallashtirish masalasini yechishning ma'lum bosqichida, boshqa metodlar bilan, (masalan dinamik dasturlash yoki maksimum prinsipi) birgalikda qo'llaniladi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishda ko'p o'lchovli optimallashtirish masalalarini gradiyentli usullar yordamida sonli yechish masalalari qoraladi.

Mavzuning dolzarbligi. Bir o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumlarini topish alohida qiziqish tug'diradi, chunki bu masala ko'p o'lchovli optimallashtirishning ko'pgina metodlarining tashkiliy qismidir. Optimallashtirish masalasini muvaffaqiyatli yechish asosan ko'p o'lchovli qidiruvni to'g'ri tashkil qilishga bog'liqdir. Malakaviy ishda ko'p o'lchovli gradiyentli usullarning eng so'nggi usullari qaralgan.

Ishning maqsadi va vazifalari. Ushbu ishning maqsadi ko'p o'lchovli optimallashtirish masalalari bilan tanishish, optimallashtirish masalalarini yechishning har xil metodlarini o'rganish, ko'p o'lchovli optimallashtirish masalalarini BEYSIK dasturlash tili yordamida sonli yechishdan iboratdir.

Tadqiqot metodlari. Optimallashtirish masalalari ko'p o'lchovli optimallashtirishning quyidagi metodlari bilan yechiladi:

- 1) Eng tez tushish usuli
- 2) Kvadratik funksialar
- 3) Davidon – Fletcher – Pauell usuli
- 4) Fletcher-Rivs usuli.

Ilmiy ahamiyati. Ko'p o'lchovli shartsiz optimallashtirishning 4 ta metodi qiyosiy tahlil qilinadi, ularni BEYSIK dasturlash tili yordamida yechish usullari ko'rsatiladi.

Amaliy ahamiyati. Ishning natijalaridan optimallashtirishning sonli usullaridan amaliy va laboratoriya mashg'ulotlarida foydalanish mumkin.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi kirish, asosiy qisim (4 ta paragraf), xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iboratdir. Ishning umumiy hajmi 48 bet.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Bitiruv malakaviy ishning maqsadi ko'p o'lchovli optimallashtirish masalalarining gradientli usullaridan Eng tez tushish usuli, Kvadratik funksialar, Davidon – Fletcher – Pauell usuli, Fletcher-Rivs usullarini o'rganib chiqish, har bir usul uchun optimallashtirish masalalarini yechadigan dasturlar tuzish va bu dasturlarni aniq olingan misollarda ishlatib natijalar olishdan iborat edi. Bu vazifa har bir metod uchun bajarildi, dasturlar BEYSIK tilida amalga oshirildi.

1-§ Eng tez tushish usuli

Bu bobda funksia qiymatlari bilan bir qatorda uning gradientidan foydalaniladigan usullar qaraladi. Kordinata bo'yicha tushish usuli yordamida berilgan nuqtadan biror o'qqa parallel ravishda shu yo'nalish bo'yicha minimum nuqtasiga qarab qidiruv olib boriladi. So'ngra qidiruv bosqa o'qqa parallel ravishda olib boriladi va h.k. Yo'nalish fiksirlangan bo'ladi. Bu qidiruvni shunday o'zgartirish kerakki har bir bosqichda qidiruvni "eng yaxshi yo'nalish" bo'yicha olib borish zarur. Biroq qaysi yo'nalish "eng yaxshi yo'nalish" bo'lishi no'malum, lekin malumki gradientning yo'nalishi funksianing eng o'sish yo'nalishi bo'ladi.

Natijada qarama-qarshi yo'nalish funksianing eng tez kamayish yo'nalishi bo'ladi. Bu hodisa quyidagicha asoslanishi mumkin. Faraz qilaylik, x nuqtada $x+hd$ nuqtaga o'tish amalga oshirilsin, bu yerda d - biror yo'nalish, h - qadam uzunligi. Natijada ko'chish $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtadan $(x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n)$ nuqtaga amalga oshiriladi. Bu yerda

$$\delta x_i = h d_i, \quad (1)$$

d_i - d yo'nalishning kosinuslari va

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = 1 \quad (2)$$

funksia qiymatlarining o'zgarishi δx_i ning birinchi darajasida

$$df = f(x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \delta x_n \quad (3)$$

munosabat bilan aniqlanadi, bunda xususiy hosilalar x nuqtada hisoblanadi. d_i yo'nalishni qanday tanlansa funksia qiymatlarining o'zgarishi df eng katta bo'ladi. Bu yerda cheklashni maksimallashtirish masalasi paydo bo'ladi va uni yechish uchun Lagranj ko'paytuvchilari usulidan foydalanamiz. Buning uchun

$$-\varphi(d_1, d_2, \dots, d_n) = df + \lambda (\sum d_i^2 - 1)$$

funksiani aniqlaymiz. (2) shartni qanoatlantiruvchi df miqdor maksimumga erishishi uchun

$$\varphi(d_1, d_2, \dots, d_n) = h \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n \right) + \lambda (d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 - 1) \quad \text{funksia}$$

maksimumga erishishi zarur. Uning xossasi $\frac{\partial \varphi}{\partial d_j} = h \frac{\partial \varphi}{\partial d_j} + 2\lambda d_j \quad j=1, 2, \dots, n.$

Agar $\frac{\partial \varphi}{\partial d_j} = 0$ u holda $d_j = \frac{h}{2\lambda} \frac{\partial}{\partial x_j}$

Natijada

$$\frac{d_1}{\frac{\partial}{\partial x_1}} = \frac{d_2}{\frac{\partial}{\partial x_2}} = \dots = \frac{d_n}{\frac{\partial}{\partial x_n}} \quad (6)$$

U holda $d_i = \partial f / \partial x_i$ va d yo'nalish x nuqtada $\nabla f(x)$ ning yo'nalishiga parallel bo'ladi. Shunday qilib funksianing berilgan h qadamda eng tez o'sishi uchun d yo'nalish $\nabla f(x)$ yoki $g(x)$ bo'lishi kerak. Shuning uchun eng tez tushish yo'nalishi

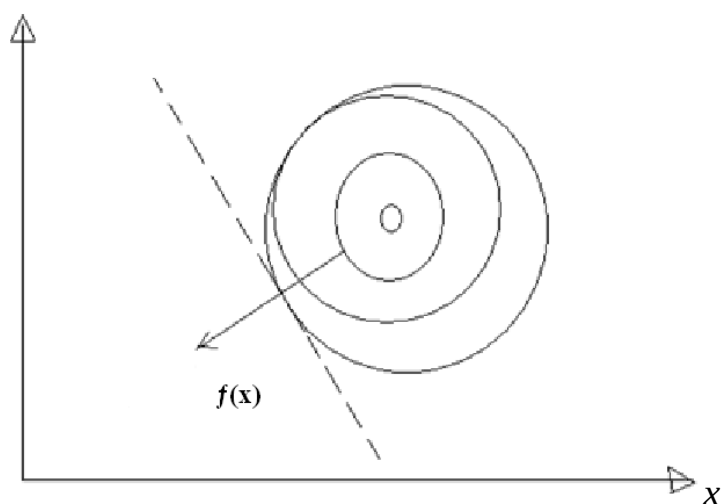
$$- \nabla f(x) - g(x). \quad (7)$$

yo'nalish bo'ladi (3) tenglamani qisqacha $df = |\nabla f(x)| |dx| \cos \theta$, ko'rinishda yozish mumkin, bu yerda θ -burchak $\nabla f(x)$ va dx lar orasidagi burchakdir. dx berilgan miqdor uchun $\theta = 180^\circ$, deb tanlab df ni maksimallashtiramiz bunda dx ning yo'nalishi $-\nabla f(x)$ ning yo'nalishi bo'lsa bir xil bo'ladi.

Eslatma: Gradientning yo'nalishi o'zgarmas satxli chiziqlarning ixtiyoriy nuqtasiga perpendikulyar bo'ladi, chunki bu chiziqlar bo'yicha funksiya o'zgarmas bo'ladi. Shunday qilib agar $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ -sath chizig'i bo'ylab kichik qadam bo'lsa, u holda $f(x_1 + d_1, x_2 + d_2, \dots, x_n + d_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ va, natijada

$$df = \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} d_j = \nabla f(x)^T d = 0 \quad (8)$$

ni hosil qilamiz (1-chizma)



1-chizma

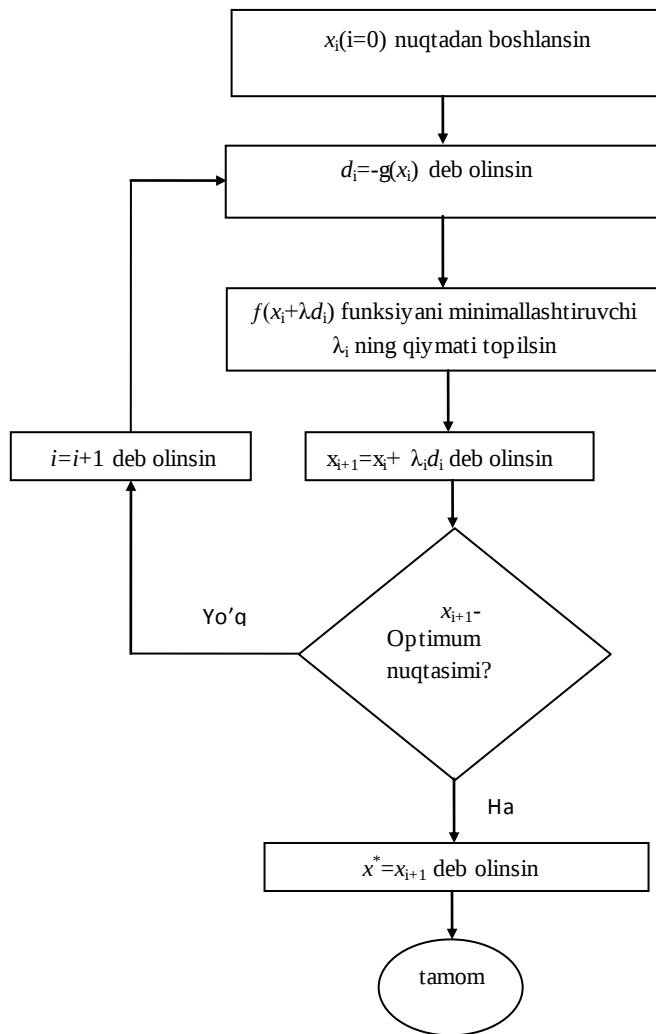
Eng tez tushish usuliga gradientning ko'rib o'tilgan xossaligidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Shuning uchun, agar biz x_j - optimallashtirishning biror qadamida bo'lsak, u holda qidiruv $\nabla f(x_j)$ yo'nalish bo'yicha olib boriladi. i -qadamga minimum nuqtasi x_i nuqta bilan approksimasialanadi. Keying approksimatsia

$$x_{i+1} = x_i - \lambda_i \nabla f(x_i) \quad (9)$$

nuqta bo'ladi, bu yerda

$$\lambda_i - \varphi(\lambda) = f[x_i - \lambda \nabla f(x_i)]. \quad (10)$$

minimallashtiruvchi λ ning qiymati. λ_i qiymatlari bir o'lchovli qidiruvning biror usuli bilan topilishi mumkin. Eng tez tushish usulining blok sxemasi (2) chizmada keltirilgan.



2-chizma

Eng tez tushish usulini dasturi.

20 PRINT "ENG TEZ TUSHISH METODI"

40 PRINT " Z=F(X1,X2,...,XN)FUNKSIA 2000 SATRDA HISOBLANADI"

60 PRINT "G(1),G(2),...,G(N) XUSUSIY HOSILALAR 3000 SATRDA
HISOBLANADI"

80 PRINT" BIR O'LCHOVLI QIDIRUV KVADRATIK INTERPOLYATSIYA
METODI BILAN BAJARILADI"

100 PRINT "O'ZGARUBCHILAR SONI KIRITILSIN":INPUT N

120 DIM X(N),Y(N),G(N),D(N),L(4),FF(4)

```

140 REM.L(4) VA FF(4) MASSIVLAR KVADRATIK
INTERPOLYATSIYADA FOYDALANILADI
160 PRINT "BOSHLANG'ICH NUQTA KIRITILSIN"
180 FOR I=1 TO N:INPUT X(I):NEXT I
200 PRINT "BOSHLANG'ICH QADAM KIRITILSIN":INPUT L
250 PRINT "JOYIZ QIYMATLAR"
260 REM ORALIQ PECHAT SARLOVHASI
300 FOR I=1 TO N:Y(I)=X(I):NEXT I
320 QOSUB 2000:GOSUB 3000:IF G0<.000001 THEN SOTO 1200
340 FOR I=1 TO N:D(I)=G(I)/G0:NEXT I
360 REM Yd NUQTADAN ENG TEZ TUSHISH YO'NALISHI BERILSIN
370 REM [BOSHLANG'ICH X(I) GA TENG BO'LGAN]
380 L(1)=0:FF(1)=Z:ZZ=Z
400 L(3)=L
410 FOR I=1 TO N:X(I)=Y(I)+L(3)*D(I):NEXT I
430 BOSUB 2000:FF(3)=Z
440 GOSUB 3000
450 G2=0
460 FOR I=1 TO N:G2=G2+G(I)*D(I):NEXT I
470 IF FF(3)=FF(1) OR G2>0 THEN GOTO 500
480 L=2*L:B0T0 400
500 REM MINIMUMNI QOPLASH UCHUN 480
310 REM SATRDA QADAM UZUNLIGI IKKILANTIRILSIN
520 L(2)=L/2
540 FOR I=1 TO N:X(I)=Y(I)+L(2)*D(I):NEXT I
560 GOSUB 2000:FF(2)=Z
580 REM BIRINCHI KVADRATIK INTERPOLYATSIYA BAJARILSIN
600 L(4)=L*(FF(2)-.75*FF(1)-.25*FF(30))/(2*FF(2)-FF(1)-FF(3))
620 IF L(4)<0 THEN PRINT "DIQQAT"
640 FOR i=1 TO N:X(I)=Y(I)+L(4)*D(I):NEXT I

```

```

660 BOSUB 2000:FF(4)=Z
680 REM LAMDANING 4 TA QIYMATIGA VA FUNKSIYANING 4 TA
QIYMATI BERILGAN,
690 REM ULARNI KAMAYISH TARTIBIDA JOYLASHTIRILSIN
700 FOR J=1 TO 3
710 FOR K=J+1 TO 4
720 IF FF(J)<=FF(K) THEN GOTO 760
730 LL=L(J):L(J)=L(K):L(K)=LL
740 FO=FF(J):FF(J)=FF(K):FF(K)=FO
750 REM AGAR FF(J) VA FF(K) TARTIBLANMAGAN BO'LSA O'RINLARI
ALMASHTIRILSIN
760 NEXT K:NEXT J
790 REM AGAR ANIQLIKKA ERISHILSA 800 SATRDA BERILGAN
795 REM YO'NALISH BO'YICHA QIDIRUV TO'XTATILSIN,
800 IF ABS(L(1)-L(2))<.00003 THEN GOTO 1000
810 REM UCHTA YAXSHI NUQTA SAQLAB QOLINSIN
820 S1=SGN(L(2)-L(1)):S2=SGN(L(3)-L(1))
830 S3=SGN(L(4)-L(1))
840 IF S1=S2 AND S1=-S3 THEN L(3)=L(4):FF(3)=FF(4)
850 REM BIRINCHI VA OXIRGI INTERPOLYATSIYA
860 DN=(L(2)-L(3))*FF(1)+(L(3)-L(1))*FF(2)+(L(1)-L(2))*FF(3)
870 F=(FF(1)-FF(2))/(2*DN)
880 F=F*(L(2)-L(3))*(L(3)-L(1))
890 L(4)=(L(1)+L(2))/2+F
900 FOR I=1 TO N:X(I)=Y(I)+L(4)*D(I):NEXT I
910 BOSUB 2000:FF(4)=Z
920 REM IKKINCHI INTERPOLYATSIYA TAKRORLANSIN
930 GOTO 700
1000 FOR I=1 TO N:X(I)=Y(I)+L(1)*D(I)
1002 Y(I)=X(I):PRINT "X(I)=",X(I)

```

```

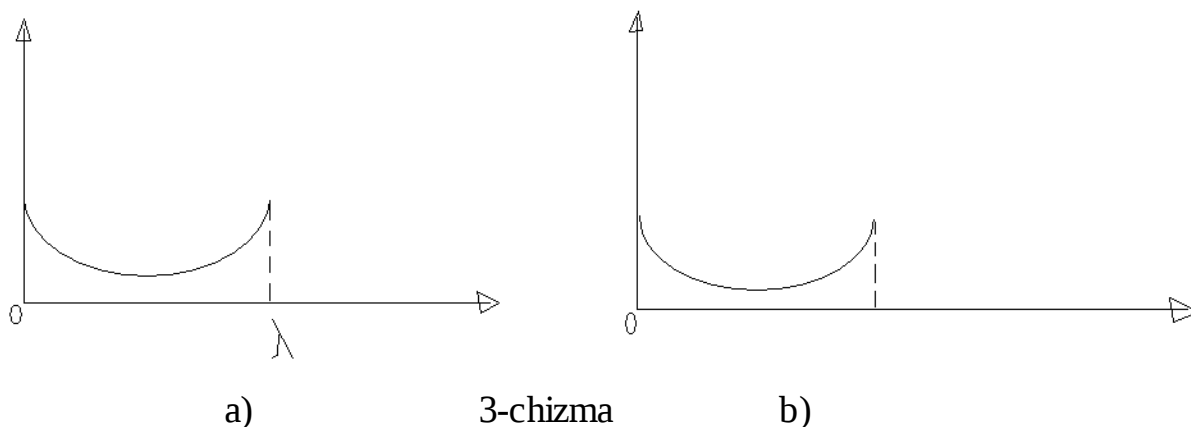
1005 NEXT I
1010 PRINT ""
1020 GOSUB 2000:BOSUB 3000
1040 PRINT "F""Z:PRINT ""
1080 L=L/2
1100 IF GO>.00001 THEN GOTO 340
1150 REM JOYIZ NIQTADAN QIDIRUVNING NAVBATDAGI
ITERATSIYASIGA O'TISH
1200 PRINT ""PRINT
1220 FOR I=1 TO N:PRINT "X";I;"="(X(1):NYEXT I
1240 PRINT " F(X1,X2,...,XN)=" FUNKSIYANING MINIMUMI Z
1300 END
2000 Z=(X(1)-1)^2+(X(2)-3)^2+4*(X(3)+5)^2
2090 FE=FE+1
2100 RETURN
3000 GO=O
3100 G(1)=2*(X(1)-1
3200 G(2)=2*(X(2)-3)
3300 G(3)=B*(X(3)+5)
3800 FOR I=1 TO N:GO=GO+G(I)^2:NEXT I
3810 GO=SQR(GO)
4000 RETURN

```

Eng tez tushish usulini amalga oshiruvchi dasturiy taxlil qilib chiqamiz. Bunda blok sxemadagi berilganlar saqlanib qolingan (bosh harflarda), λ Lagranj ko'paytuvchisi L bilan belgilangan. 340 satrdagi vector birlik vektordir.

$$\varphi(\lambda) = f(x_i + \lambda d_i) \quad (11)$$

funksia minimumini x_i nuqtadan d_i yo'nalish bo'yicha qidirish uchun kvadratik iteratsiya usulidan foydalanilgan.



x_i nuqtada $\lambda=0$ va λ qadam uzunligini shunday tanlaymizki, qadam $\varphi(\lambda)$. funksia minimumini qoplasin.

Hosila
$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = g(x_i + \lambda d_i)^T d_i \quad (12)$$

460- satrda (16) ifoda hisoblanadi va G2. bilan belgilanadi. 470-satrda minimumni “qoplash” sharti tekshiriladi, uning bajarilishi uchun $\varphi(\lambda) \geq \varphi(0)$, yoki $d\varphi(\lambda)/d\lambda (=G2) \geq 0$.

Eslatma : $d\varphi(0)/d\lambda = -g(x_i)^T g(x_i) < 0$ (3- a) va b) chizma).

Agar minimum $(0, \lambda)$, oraliqqa tushsa u holda λ , ni ikkilantiramiz va bu ikkilantirish “qoplash” sharti bajarilguncha takrorlanadi. $(0, \lambda)$, oraliq minimumini saqlashga ishonch hosil qilgandan keyin uchinchi nuqta sifatida $\lambda/2$ nuqta olinadi. Silliqlashtiruvshi kvadratik ko’phadning minimal nuqtasini $t = \lambda/2$ ga (12) munosabatdan topamiz, bu dasturning 600 satriga aks ettirilgan. Endi kvadratik iteratsiya bir o’lchovli kvadratik iteratsiya uchun tuzilgan dasturni takrorlaydi, faqat bu yerda satrlar soni 300 gacha oshirilgan. 800 satrda berilgan aniqlik ham o’z 1000 satriga $x_{i+1} = x_i$ o’zgartirish bajariladi, va agar $|g(x_{i+1})|$ yetarli kichik bo’lsa jarayon to’xtatiladi (bu tekshirish dasturning 1100 satrida bajariladi). Qadam uzunligi 1080 satrga kichiraytiriladi. Qidiruv jarayonida ekstremumga yaqinlashishi nazarda tutiladi, shuning uchun samarali ishlash uchun qadam uzunligini kichiraytirish maqsadga muvofiqdir. Bu qadam uzunligini aynan 2 ga qisqartirish ixtiyoriy tanlangan.

1-misol. Yuqorida keltirilgan dasturdan foydalanib

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2 + 4(x_3 + 5)^2$$

funksiyaning minimum topilsin. Bu masalani yechish uchun yuqoridagi dastur to'g'ri keladi. Ko'rinib turibdiki $x_1=1$, $x_2=3$, $x_3=-5$. bo'lganda minimumga erishiladi va u nolga teng. (4; -1; 2) boshlang'ich nuqtadan va 4 ga teng boshlang'ich qadam bilan dastur yordamida minimumini 11 ta qadamda topish mumkin. Quyida dasturning berilishi keltirilgan.

ENG TEZ TUSHISH METODI.

Z=F(X1,X2,...,XN) FUNKSIYA 2000 SATRDA HISOBLANADI

G(1),G(2),...,G(N) XUSUSIY HOSILALAR 3000 SATRDA HISOBLANADI

BIR O'LCHOVLI QIDIRUV KVADRATIK INTERPOLYATSIYA METODI
BILAN BAJARILADI

O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN

3

BOSHLANG'ICH NUQTA KIRITILSIN

4

-1

2

BOSHLANG'ICH QADAM KIRITILSIN

4

JOYIZ QIYMATLAR

X 1 = 3.23205

X 2 =.02373

X 3 =-5.166087

F = 13.95128

X 1 =1.189384

X 2 =2.747488

X 3 =4.558105

F=.880715

X 1 = 1.140915

$X_2 = 2.812114$
 $X_3 = -5.010485$
 $F = .0555979$
 $X_1 = 0.011955$
 $X_2 = 2.98406$
 $X_3 = -4.972104$
 $F = 3.50976 \times 10^{-3}$
 $X_1 = 1.008896$
 $X_2 = 2.968139$
 $X_3 = 5.000662$
 $F = 2.215617 \times 10^{-4}$
 $X_1 = 1.000754$
 $X_2 = 2.998995$
 $X_3 = 4.99824$
 $F = 1.396853 \times 10^{-5}$
 $X_1 = 1.000561$
 $X_2 = 2.999252$
 $X_3 = 5.000042$
 $F = 8.804964 \times 10^{-7}$
 $X_1 = 1.000047$
 $X_2 = 2.999937$
 $X_3 = 4.99989$
 $F = 5.51017 \times 10^{-7}$
 $X_1 = 1.000035$
 $X_2 = 2.999954$
 $X_3 = -5.000003$
 $F = 3.422542 \times 10^{-9}$
 $X_1 = 1.000004$
 $X_2 = -4.999995$
 $X_3 = -4.999993$

F= 2.68357VE-10

X 1 = 1.000003

X 2 = 2.999997

X 3 =5

F= 1.966782E-11

X 1 - 1.000003

X 2 = 2.999997

X 3 =-5

F(X1,X2,...,XN) FUNKSIYANING MINIMUMI = 1.966782E-11

Har bir iteratsiani tugash mezonini 800 satrda keltirilgan. Tajriba shuni ko'rsatadiki, bir o'zgaruvchili qidiruvni chuqur o'tkazish shart emas. Faqat funksia qiymatini $f(x_i)$ dan kichik bo'lishiga erishish zarur. Shuning uchun ehtimol 800 satrdagi operatorni yaxshisi `800 IF FF(1) < ZZ THEN GOTO 1000` operatorga almashtirish kerak. Birinchi qadamda bu ancha qo'pol ko'rinadi. Biroq hisoblashlar minimumini aniq qidirishga juda ko'p bo'lishi mumkin. Bu xildagi masalalarni yechishdagi amaliy tajriba shuni ko'rsatadiki, bu bosqichdagi yo'qotilgan narsalar minimumga aylanma yo'llar bilan borish orqali to'ldiriladi. Buni 2 misolda yaqqol ko'rish mumkin.

2-misol:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 1)^4 + (x_2 - 3)^2 + 4(x_3 + 5)^4.$$

funksiyaning minimum topilsin.

Ko'rinib turibdiki funksia minimum (1; 3; -5) nuqtada nolga teng. Dastur natijasi raspechatkasi quyida keltirilgan. Yechimni qidirish uchun 9 ta iteratsia yetarli.

ENG TEZ TUSHISH METODI

Z=F(X1,X2,...,XN) FUNKSIYA 2000 SATIRDA HISOBLANADI

G(1),G(2),...,G(N) XUSUSIY HOSILALAR 3000 SATIRDA HISOBLANADI

BIR O'LCHOVLI QIDIRUV KVADRATIK INTERPOLYATSIYA METODI
BILAN BAJARILADI

O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN

3

BOSHLANG'ICH NUQTA KIRITILSIN

4

2

-1

BOSHLANG'ICH QADAM KIRITILSIN

4

JOYIZ QIYMATLAR

$X_1 = -.1757255$

$X_2 = 2.07752B$

$X_3 = 2.237252$

$F = 33.29327$

$X_1 = .6431065$

$X_2 = 2.30976$

$X_3 = 5.021118$

$F = .4944399$

$X_1 = .7300417$

$X_2 = 2.975843$

$X_3 = 4.939602$

$F = 2.042376E-02$

$X_1 = .7408926$

$X_2 = 2.9V2069$

$X_3 = 5.001866$

$F = 4.842788E-03$

$X_1 = .8003951$

$X_2 = 3.012736$

$X_3 = -4.989102$

$$F = 2.224726E-03$$

$$X_1 = .8051051$$

$$X_2 = 3.008965$$

$$X_3 = -5.002012$$

$$F = 1.539329E-03$$

Endi diqqatni dasturga qarataylik. Birinchi qadamda funksia va argumentni hisoblash qismdasturni almashtirish yetarlidek tuyuladi. Lekin bu unchalik oson emas. Bugungi kunda omadli natijani kafolatlovchi “universal optimizator” mavjud emas. Keltirilgan dastur batamom tushunarli, biroq undan foydalanishda ehtiyot bo’lish kerak. Dasturning ishi bexosdan mofaqiyatsiz tugashi mumkin, buning sababi to’xtash qoidasining kuchsiz o’zgarishi bo’lishi mumkin (misolda <0.00001 , qiymatdan <0.0001 qiymatgacha) Agarda EBM ta’minlaydigan aniqlikdan kattaroq aniqlik talab qilinsa, u holda dastur to’xtab qolishi mumkin. Bunga har doim tayyor turish kerak. Aytib o’tish kerakki, eng tez tushish usuli jiddiy optimallashtirish usuli sifatida tavsiya qilinmaydi. Birinchi qadamda u qulay, lekin amaliy tadbiri uchun u juda sekin ishlaydi. Gap shundaki eng tez tushish xossalari faqat lokal xossalardir, va uning uchun ham yo’nalishni tez tez o’zgartirib turish zarur, bu esa natijada samarasiz hisoblashlarga olib keladi. Bu usul maqsad funksiasining ikkinchi xossalardan foydalanishga yaroqsizdir. Ikkinchi tartibli xossalardan foydalanishning eng yaxshi usuli eng soda funksialardan bo’lgan kvadratik funksialarning xossalari asoslangan usullarni ishlab chiqishdir. Agar (4) teylor qatoridan foydalanilsa, ko’rish mumkinki, minimum nuqtasi atrofida har qanday funksiani agar uning ikkinchi tartibli hosilasi nolga teng bo’lsa uning kvadratik funksia bilan approksimasialash mumkin. Shuning uchun kvadratik funksia uchun qidiruv usullari boshqa funksialar uchun ham samarali qo’llash mumkin. Qo’yidagi bo’limda n o’zgaruvchili kvadratik funksialarning muhim xossalari keltirilgan.

2-§ Kvadratik funksialar usuli

$$F(x) = a + x^T b + 1/2 x^T G x, \quad (13)$$

kvadratik funksiya, bu yerda a -o'zgarmas; b -o'zgarmas vektor va G -musbat aniqlangan simmetrik matritsa, $-x^*$ nuqtada minimumga ega, bunda x^* nuqtaga topiladi:

$$\nabla F(x^*) = b + Gx^* = 0, \quad (14)$$

Bu yerdan $x^* = -G^{-1} b$. (14) tenglamadan uzluksizlik sharti bajarilganda har qanday funksiyani x_0 nuqta atrofida

$$\varphi(x) = f(x_0) + (x-x_0)^T \nabla f(x_0) + 1/2(x-x_0)^T G(x_0)(x-x_0) \quad (15)$$

funksiya bilan approksimatsiya qilish mumkinligi kelib chiqadi, bu yerda $G(x_0)$ - x_0 nuqtada hisoblangan Gesse matritsasi. U holda $f(x)$ funksiya minimumining approksimatsiyasi sifatida $\varphi(x)$ funksiyani minimumi x_m nuqtada bo'lsa, u holda $\nabla \varphi(x_m) = 0$, bu yerdan $x_m = x_0 - G^{-1}(x_0) \nabla f(x_0)$, yoki

$$x_m = x_0 - G^{-1}(x_0) g(x_0). \quad (16)$$

Shunday qilib (9) iteratsion tenglamani modifikatsiya qilish mumkin va x_i minimumining navbatdagi approksimatsiyasi

$$x_{i+1} = x_i - G^{-1}(x_i) g(x_i) \quad (17)$$

bo'ladi yoki, yanada qulayroq ko'rinishda

$$x_{i+1} = x_i - \lambda_i G^{-1}(x_i) g(x_i) \quad (18)$$

bo'ladi, bu yerda qadam uzunligi λ_i bir o'lchovli qidiruv yordamida $G^{-1}(x_i) g(x_i)$ yo'nalish bo'yicha aniqlanadi. Nyuton- Rafson usuli oxirgi tenglamaga asoslangan. Biz bu usulga batafsil to'xtalib o'tirmaymiz, balki uning bazi bir xususiyatlarini eslatib o'tamiz. (17) va (18) tenglamalar shu yechilishda Gessi matritsasiga teskari matritsani hisoblashni har bir qadamda talab etadi. Bu ko'p hollarda hisoblashlarning asosiy qismini tashkil etadi. Agarda x_i nuqta x^* nuqtaga yaqin joylashgan bo'lsa u holda yaqinlashish tez bo'ladi chunki umumiy holda bu atrofda $\varphi(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyani yaxshi approksimatsialaydi $|g(x_{i+1})|$, gradyentning normasini va nuqtalar orasidagi $|x_{i+1} - x_i|$ masofani to'xtash qadamining bajarilishiga tekshirib ko'rish kerak. Takidlash kerakki, oddiy eng tez tushish

usuliga taqqoslashda bu holda tushish yo'nalishi $-g(x_i)$, emas, balki $-G^{-1}(x_i)g(x_i)$, bo'ladi, bunda ikkinchi hosilalari ham hisobga olinadi. Devidon-Fletcher-Pauell usuli bilan i -bosqichdagi qidiruvni $-H_i g(x_i)$, yo'nalishida olib borib eng yaxshi natijani olish mumkin, bu yerda N_i musbat aniqlangan simmetrik matrissa va u oxirida $-G^{-1}(x^*)^1$ ga teng bo'ladi. Shunday qilib, bu usul $G(x_i)$ matrissani har bir qadamda teskarisini topish va hisoblashni aylanib o'tadi. Natijada har bir iteratsiada qidiruv yo'nalishi iteratsion usulning samaradorligi manosida hal qiluvchi faktor bo'lib qoladi. Har bir iteratsiada eng yaxshi yo'nalish bo'yicha bir o'lchovli qidiruv bajarish maqsadga muvofiqdir. (13) ko'rinishdagi n o'zgaruvchili kvadratik funksia uchun eng yaxshi yo'nalish oldingi qidiruv yo'nalishiga qo'shma bo'lgan yo'nalishdir. Avval bu yo'nalishga ta'rif beramiz, so'ngra uning afzalligini tushuntiramiz.

Ikkita p va q yo'nalishlar musbat aniqlangan simmetrik G matrissaga musbat qo'shma yo'nalishlar deyiladi, agarda

$$P^T G_q = 0. \quad (19)$$

bo'lsa. Ko'rsatish mumkinki, agar $r_0, p_1, \dots, r_{n-1}$ lar n ta o'zaro qo'shma yo'nalishlar bo'lsa ular chiziqli bog'lanmagandir. Aks holda hech o'lmaganda birortasi noldan farqli $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$, o'zgarmaslar mavjudki $\alpha_0 r_0 + \alpha_1 r_1 + \dots + \alpha_{n-1} r_{n-1} = 0$. bo'ladi. U holda ixtiyoriy $k_{n-1}, (0 < k < n - 1)$ uchun

$$p_k^T G \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j p_j = 0$$

tenglik o'rinli, bu yerda $\alpha_k p_k^T G p_k = 0$, chunki o'zaro qo'shma bo'lganligi uchun boshqa barcha hadlar yo'qolib ketadi ($r_k^T G p_j = 0, k \neq j$). G matrissa musbat aniqlangan va $r_k \neq 0$ bo'lganligi uchun $\alpha_k = 0$. bo'ladi. Bu yerdan $r_0, p_1, \dots, r_{n-1}$ vektorlarning chiziqli bog'lanmaganligi kelib chiqadi. Keying hisoblashlardan oldin (13) funksiani $F(x) = a + x^T b + 1/2 x^T G x$, ko'rinishda yozib olish qulay shu bilan birga uning minimum $x^* = -G^{-1}b$ nuqtada bo'ladi.

Bu minimumga o'tish malum shartlar bajarilganda o'rinli,

$$F(x) = F(x^*) + (x - x^*)^T \Delta F(x^*) + 1/2(x - x^*)^T G(x - x^*) = F(x^*) + 1/2(x - x^*)^T G(x - x^*) \text{ (chunki } \Delta F(x^*)=0) = a + x^{*T} b + 1/2x^{*T} Gx^* + 1/2(x - x^*)^T G(x - x^*) = a - 1/2b^T G^{-1} b + 1/2(x - x^*)^T G(x - x^*)$$

yoki

$$F(x) = s + 1/2(x - x^*)^T G(x - x^*), \quad (20)$$

bu yerda $c = a - 1/2b^T G^{-1} b = G(x - x^*)$ — o'zgarmas.

Faras qilaylik (20) funksia minimumini qidirish uchun iteratsion jarayon qo'llanilsin. Tushunarliki, qidiruv yo'nalishi haqida darhol qaror qabul qilish kerak emas (xuddi, masalan, kordinata bo'yicha tushish usuli bilan qidiruvdagi kabi), balki keying qidiruv yo'nalishini aniqlash maqsadida qidiruvning oldingi bosqichlaridan olingan malumotlarni yig'ish kerak. Qidiruvni x_0 dan boshlaymiz va minimumini

$$x_1 = x_0 + \lambda_0 r_0, \quad (21)$$

nuqtada topish maqsadida p_0 yo'nalish bo'yicha olib boramiz, bu yerda λ_0 — biror skalyar miqdor. Takidlab o'tamizki, x_1 nuqtada $g(x_i) = \Delta F(x_i)$ yo'nalish p_0 yo'nalishga ortogonal va

$$g(x_1)^T p_0 = 0 \quad (22)$$

((16) va (12) tengliklarga qaralsin);

Umuiy holda i -qadamda qidiruv p_i yo'nalish bo'yicha

$$x_{i+1} = x_i + \lambda_i r_i \quad (23)$$

nuqtaga keladi, bu yerda $F(x)$ uchun

$$g(x_{i+1})^T p_i = 0; \quad (24)$$

$$g(x_i) = G(x_i - x^*). \quad (25)$$

munosabatlar o'rinli.

(23) tenglamani qayta qayta qo'llab n -qadamdan keyin $0 < j < n-1$ oraliqdagi barcha j -lar uchun x_0 ni hosil qilamiz.

$$x_n = x_{n-1} + \lambda_{n-1} R_{n-1} = x_{n-2} + \lambda_{n-2} r_{n-2} + \lambda_{n-1} r_{n-1} = x_i + \sum_{i=j+1}^{n-1} \lambda_i p_i \quad (26)$$

Shunday qilib (25) tenglamaga asosan

$$G(x_n - x^*) = G(x_{j+1} - x^*) + \sum_{i=j+1}^{n-1} \lambda_i G p_i$$

Natijada (27)

$$g(x_n)^T p_i = g(x_{j+1})^T p_j + \sum_{i=j+1}^{n-1} \lambda_i p_i^T G p_i$$

(28)

va (28), tenglamadan

$$g(x_n)^T p_i = g(x_{j+1})^T p_j + \sum_{i=j+1}^{n-1} \lambda_i p_i^T G p_i$$

(29)

ni hosil qilamiz. Endi, agar barcha $r_0, p_1, \dots, r_{n-1}$ vektorlar $p_i^T G p_j = 0 \quad i \neq j$ u holda (24) munosabatdan $g(x_n)^T p_j = 0 \quad j = 0, 1, \dots, n-1$. Bo'lganda kelib chiqadi. Biroq $r_0, p_1, \dots, r_{n-1}$ vektorlar chiziqli bog'lanmagan va shuning uchun bazis hosil qiladi, bu holda

$$g(x_n) = 0,$$

(32)

bu yerdan $G(x_n - x^*) = 0$

va

$$x_n = x^*.$$

(33)

natijada agar qidiruv o'zaro qo'shma yo'nalishlar bo'yicha olib borilsa n o'zgaruvchili kvadratik funksianing minimumini ko'p bilan n qadamda topiladi. Bir o'zgaruvchili funksiyalar uchun Fletcher-Rivs usuli shu g'oyaga asoslangan.

3-§ Davidon – Fletcher – Pauell usuli

Davidon – Fletcher – Pauell usuli (DFP) (16) va (18) munosabatlarga asoslangan, biroq bunda har bir qadamda teskari Gessuan $G^{-1}(x_i)$ ni hisoblash talab etilmaydi, chunki i - qadamdagi qidiruv yo'nalishi

$-H_i g(x_i)$, bunda N_i musbat aniqlangan simmetrik matrissa bo'lib har bir qadamda yangilanadi. Buni quyida bayon etamiz. Limitda H matrissa teskari Gessuanga teng bo'lib qoladi.

Qidiruvni x_0 boshlang'ich nuqtadan boshlaymiz. H_0 boshlang'ich matrissa bo'lsin. (odatda birlik matrissa olinadi, biroq qaralayotgan holda ixtiyoriy musbat aniqlangan simmetrik matrissa olish mumkin). Iteratsion jarayon quyidagicha ($g(x_i)$ o'rniga qulaylik uchun g_i yozilgan) bo'ladi:

1. i -qadamda x_i nuqtaga va H_i matrissa berilgan.
2. qidiruv yo'nalishi sifatida.

$$d_i = -H_i g_i \quad (34)$$

yo'nalish olinadi

3. $f(x_i + \lambda_i d_i)$ funksiyani minimallashtiruvchi λ_i ni topish uchun $x_i + \lambda d_i$ to'g'ri chiziq bo'ylab bir o'lchovli qidiruv bajariladi.

$$4. \quad v_i = \lambda_i d_i \quad (35)$$

deb belgilanadi

$$5. \quad x_{i+1} = x_i + v_i$$

$$x_{i+1} = x_i + v_i \quad (36)$$

deb belgilanadi.

6. $f(x_{i+1})$ va g_{i+1} topilsin. $|g_{i+1}|$ yoki $|v_i|$ lar yetarli kichik bo'lsa jarayon to'xtatilsin, aks holda davom ettiriladi. Eslatma: (24) munosabatdan

$$G_{i+1}^T v_i = 0 \quad (37)$$

kelib chiqadi.

$$7. \quad u_i = g_{i+1} - g_i \quad (38)$$

deb belgilanadi.

8. H matrissa quyidagicha yangilanadi

$$N_{i+1} = N_i + A_i + V_i, \quad (39)$$

bu yerda

$$A_i = v_i v_i^T / (V_i^T u_i) \quad (40)$$

$$B_i = -H_i u_i \frac{u_i^T H_i u_i}{u_i^T H_i u_i} \quad (41)$$

9. i -bir birlikka oshiriladi va ikki qadam qaytiladi.

Jarayonni Fletcher – Pauell izohi bo'yicha oydinlashtiramiz:

Agar v_i funksia kamayuvchi va λ_i musbat bo'lsa jarayon turg'un bo'ladi,

g_i - eng tez o'sish yo'nalishi bo'lganligi uchun v_i -funksiya

$$-V_i^T = -g_i^T V_i = \lambda_i g_i^T H_i g_i \quad (42)$$

ko'paytma musbat bo'lganda kamayadi. Bu ixtiyoriy i -uchun H_i –simmetrik musbat aniqlangan matrissa bo'lsa o'rinli. H_0 boshlang'ich matrissa tarifga ko'ra bu xossalarga ega. Yangilash jarayonida (39) va (41) munosabatlarga asosan gessuanning simmetrikligi saqlanadi. Induksia usuli bilan, H_i matrissa yangilangandan keyin musbat aniqlanganligi qolishini ko'rsatamiz

$$C_i^T C_i = C_i C_i^T = H_i \quad (43)$$

$$p = C_i \eta \text{ va } q = C_i \quad (44)$$

bu yerda η ixtiyoriy vektor

U holda

$$\begin{aligned} \eta^T H_{i+1} &= \eta^T H_i \eta + \frac{\eta^T v_i v_i^T \eta}{v_i^T u_i} - \frac{\eta^T H_i u_i u_i^T H_i \eta}{u_i^T H_i u_i} = \\ &= p^2 - \frac{(p^T q)^2}{q^2} + \frac{(\eta^T v_i)^2}{v_i^T U_i} = \frac{p^2 q^2 - (p^T q)^2}{q^2} + \frac{(\eta^T V_i)^2}{V_i^T U_i} \geq \frac{(\eta^T V_i)^2}{V_i^T U_i} \end{aligned} \quad (45)$$

Shvarts tengsizligiga ko'ra $p^2 q^2 > (p^T q)^2$ bo'lganligi uchun (45) munosabatda maxraj musbat aniqlangan, chunki $V_i^T U_i = V_i^T |g_{i+1} - g_i| = -V_i^T g_i$. Natijada (37) tenglamadan $V_i^T g_{i+1} = 0$

$$V_i^T U_i = \lambda_i g_i^T H_i g_i > 0 \quad (46)$$

chunki $\lambda_i > 0$ va H_i matrissa musbat aniqlangan shunday qilib $\eta^T H_{i+1} \eta > 0$ bu esa H_{i+1} musbat aniqlanganligini aniqlaydi.

a) Endi agar DFP usuli musbat aniqlangan G matrissali kvadratik funksiya ((1.13) ga qaralsin) ga qo'llanilsa, u holda $H_n = G^{-1}$ va minimumini qidirish n qadamdan keyin to'xtatiladi. Isbotlash uchun $v_0, v_1, v_2, \dots, v_k$ vektorlar barcha teng mos qiymati H_{k+1} G matrissaning chiziqli bog'lanmagan vektorlari ekanligini ko'rsatish yetarli. Takidlab o'tamizki (38) munosabatdan

$$u_i = g_{i+1} - g_i = Gx_{i+1} - Gx_i = Gv_i \quad (47)$$

kelib chiqadi. Bundan tashqari $H_{i+1}Gv_i = H_{i+1}u_i = H_i u_i + A_i u_i + B_i u_i = H_i u_i + v_i - H_i u_i$ bu (39)-(41) munosabatlar va $V_i^T U_i$ va $U_i^T U_i$ larni qisqartirish mumkinligidan kelib chiqadi. Shunday qilib

$$H_{i+1}Gv_i = v_i \quad (48)$$

so'ngra, induksia usuli bilan $k=2, 3, \dots, n$ lar uchun

$$0 \leq j < k \text{ bo'lganda } V_i^T G V_j = 0$$

(49)

$$0 \leq j < k \text{ bo'lganda } H_k G v_i = v_i \quad (50)$$

bo'lishini ko'rsatamiz. Isbotlash uchun (48) munosabatda $i=0$ deb olamiz va $H_1 G v_0 = v_0$ ni hosil qilamiz yani (50) munosabatni $k=1$ bo'lganda hosil qilamiz. $k=2$ bo'lganda (50) munosabat ko'rinishni oladi. $H_2 G v_0 = v_0$ va $H_2 G v_1 = v_1$. Ikkinchi tenglik (48) munosabatdan $i=1$ bo'lganda kelib chiqadi. Birinchi tenglik

uchun $H_2 G v_0 = H_1 G v_0 + v_1$ $\frac{V_1^T G V_0}{V_1^T} - \frac{H_1 U_1 U_1^T H_1 G V_0}{U_1^T H_1 U_1}$ ga ega bo'lamiz. O'ng tomondagi oxirgi ikkita had nolga teng, chunki bu (48) munosabatdan $i=0$ bo'lganda va (37) munosabatdan $i=0$ bo'lganda kelib chiqadi. Bundan tashqari $u_1 = G v_1$, demak $U_1^T H_1 G V_0 = V_1^T H_1 G V_0$.

Shunday qilib (50) munosabatlar $k=2$ bo'lganda o'rinli ekanligini ko'rsatadi. Tengliklarning o'ng tomonga o'tkazish natijasida talab qilingan $V_0^T G V_1 = 0$ natijani olamiz, bu $k=2$ bo'lganda (39) munosabatdir. Endi induksia yo'li bilan, agar (49) va (50) munosabatlar k da o'rinli bo'lsa, ular $k+1$ da ham o'rinli ekanligini ko'rsatamiz. Biz quyidagiga egamiz

$$G_i = b + G x_k = b + G(x_{k-1} + v_{k-1}) = b + G(x_{k-2} + v_{k-2} + v_{k-2}) = g_{i+1} + G(v_{i+1} + v_{i+2} + \dots + v_{k-1}). \quad (51)$$

(49) munosabatdan $i < k+1$ bo'lganda $V_i^T g_k = V_i^T g_{i+1} = 0$ ni hosil qilamiz va (37) munosabatdan bevosita $V_{k-1}^T g_k = 0$ kelib chiqadi. U holda

$$0 < i < k, \text{ bo'lganda } V_i^T g_k = 0 \quad (52)$$

Va (50) munosabatdan

$0 < i < k$, bo'lganda $V_i^T G H_k g_k = 0$ kelib chiqadi. Shu bilan birga $-V_i^T G d_k = 0$ va $-V_i^T G V_k = 0$

Chunki $v_k = \lambda_k d_k$. natijada

$$0 < i < k, \text{ bo'lganda } V_i^T G V_k = 0 \quad (53)$$

$$\text{Yani } 0 < i < j < k+1. \text{ bo'lganda } V_i^T G V_k = 0 \quad (54)$$

(47) va (50) munosabatlardan yana

$$0 < i < k (< k+1). \text{ bo'lganda } [(U)_k]^T H_k G_i = U_k^T V_i = V_k^T G V_i = 0 \quad (55)$$

Ni hosil qilamiz. U holda (39) — (50) munosabatlardan

$$H_{k+1} G v_i = H_k G v_i + \frac{V_k V_k^T G V_i}{V_k^T U_k} - \frac{H_k U_k U_k^T H_k G V_i}{V_k^T H_k U_k} = H_k G v_i \text{ kelib chiqadi. Chunki}$$

$$0 \leq i < k \text{ bo'lganda } V_k^T G V_i = 0 \quad N \quad U_k^T H_k G_i = U_k^T V_i = V_k^T G U_i = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Shunday qilib

$$0 < i < k \text{ bo'lganda } H_{k+1} G v_i = H_k G v_i = v_i \quad (56)$$

Bo'lishini ko'rsatadi. $i=k$ bo'lganda

$$H_{k+1} G v_k = H_k G v_k + \frac{V_k V_k^T G V_k}{V_k^T U_k} - \frac{H_k U_k U_k^T H_k G V_i}{V_k^T H_k U_k} = H_k u_k + v_k - H_k u_k \text{ ga egamiz chunki}$$

$$V_k^T G V_k = V_k^T U_k \text{ va } U_k^T H_k G V_k \text{ natijada } H_{k+1} G v_k = v_k \text{ va (56) munosabatdan}$$

$$0 < i < k \text{ bo'lganda } H_{k+1} G v_i = v_i \quad (57)$$

ni hosil qilamiz. (54) va (57) munosabatlar xuddi (49) va (50). munosabatlar kabi

navbatdagi k lar uchun ham o'rinli. (49) munosabatdan $v_0, v_1, \dots, v_{n-1}$

vektorlarning chiziqli bo'g'langanligi kelib chiqadi. Ular G matrissaga nisbatan

o'zaro qo'shmadir. (50) munosabatdan $v_0, v_1, \dots, v_{n-1}$ vektorlar $H_n G$

matrissaning xos qiymati 1 ga teng bo'lgan xos vektorlari ekanligi kelib chiqadi. U

holda $H_n G$ matrissa birlik vector bo'lishi kerak. Natijada

$$H_n = G^{-1}. \quad (58)$$

(52) munosabatdan minimum n iteratsiyadan topilishi kelib chiqadi. g_n vektor

$v_0, v_1, \dots, v_{n-1}$ n ta bog'lanmagan vektorlarning har biriga ortogonal bo'lishi kerak.

$$g_n = 0. \quad (59)$$

v) H matrissani yangilash usuli (39) munosabatda berilgan.

$$H_n = H_0 + \sum_{i=0}^{n-1} A_i + \sum_{i=0}^{n-1} B_i \quad G^{-1} = \sum_{i=0}^{n-1} A_i$$

bo'lishini ko'rsatamiz. (49) optimallik shartidan $V^T GV = D$ kelib chiqadi, bunda $V-v_i$ vektordan hosil qilingan matrissa, D - elementlari $V_i^T GV_i$ bo'lgan diagonal matrissa. Natijada $G=(V^T)^{-1}DV^{-1}$

U holda $G^{-1} = VD^{-1}V^T$ D - diagonal matrissa bo'lganligi uchun unversiyani amalga oshirish mumkin va

$$G^{-1} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{V_i^T V_i}{V_i^T G V_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{V_i^T V_i}{V_i^T U_i}$$

Ifodani hosil qilish uchun matrissani ko'paytirib chiqish mumkin. ((47) munosabatga qaralsin). Shunday qilib

$$G^{-1} = \sum_{i=0}^{n-1} A_i \quad (60)$$

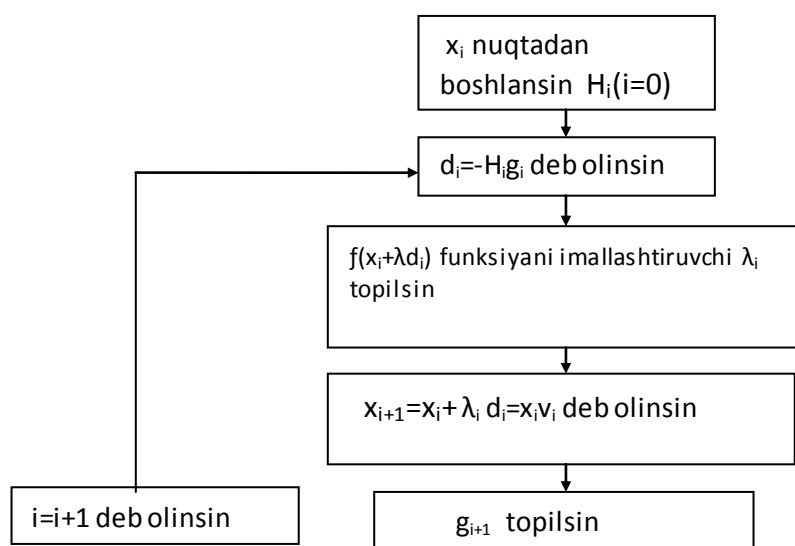
(48) munosabat o'rinli bo'lganligi uchun $H_{i+1}Gv_{i-1}v_i$ bu esa

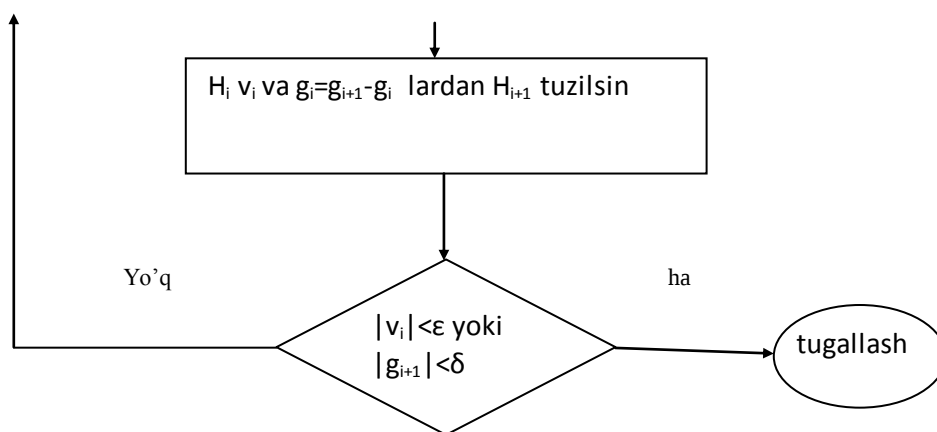
$V_i=H_iGv_i+A_iGv_i+B_iGv_i$ bo'lishini bildiradi. $A_iGv_i=A_iu_i=\frac{V_iV_i^T u_i}{V_i^T u_i} = V_i$ bo'lganligi uchun

$$B_iGv_i=-H_iGv_i=-H_iu_i \quad (61)$$

Bu yerdan B_1 ni osongina toppish mumkin:

$$B_i = \frac{-H_i U_i z^T}{G V_i z^T} = \frac{-H_i U_i z^T}{z^T U_i}$$





4-chizma

Bunda z – ixtiyoriy vektor. B –matrissa simmetrik matrissa bo'lishi uchun $z = H_i b_i$ vektorni

$$B_i = \frac{-H_i U_i U_i^T H_i}{U_i^T U_i H_i} \quad (62)$$

tenglik bajariladigan qilib tanlash kerak. Shu bilan DFP usulining nazariy bayoni tugallandi. Buni Nyuton-Rafson va qo'shma yo'nalishlar usullarining g'oyasi sifatida foydalaniladi va uni n o'zgaruvchili funktsiyani minimumlashtirishga tadbiq qilinsa u ko'pi bilan n iteratsiyada yaqinlashadi. Bu kvadratik bo'lgan yoki bo'lmagan funktsiyalarni ham optimallashtirishda juda samarali bo'lgan optimallashtirish usulidir. Quyida bu jarayonning blok- sxemasi keltirilgan

4- chizmada dasturning blok- sxemasi va quyida bu usulni amalga oshiruvchi dastur keltirilgan. Dasturga funktsiya va hosilasining qiymatlarini hisoblaydigan qisimdastur qilish kerak. Usulning mantiqiy qurilishi dasturda aks ettirilgan. Bir o'lchovli qidiruv kubik iteratsiya bilan amalga oshirilad, lekin u kerakli yaqinlashishga erishilmagandan keyin, balki funktsiya qiymati yaxshilangandan keyin to'xtatiladi. Nazariy jihatdan bu kvadratik funktsiyalar uchun yaqinlashishni yo'qotadi, biroq amalda samarali va tez bo'lishini bildiradi. Bundan tashqari bir o'lchovli qidiruvni to'la tugatish uchun bajariladigan qo'shimcha ishlar ko'p hollarda ortiqchadir. Dastur matnida algoritmda keltirilgan belgilashlardan foydalanilgan va izoxlar keltirilgan. 600-1010 satirlardan bir o'lchovli qidiruv

uchun kubik iteratsiya prosidurasidan foydalanilgan va u yaqinlashishga erishishdan oldin tugallangan. Shunday qilib 920 satir, agar funksiyaning iteratsion qiymati, bu prosedurada foydalanilgan funksiyaning qiymati 2 ta qiymatdan kichik bo'lsa, bir o'lchovli qidiruvdan chiqishni amalga oshiradi.

1-Misol. Kordinatalari (3; -1; 0; 1) bo'lgan nuqtani boshlang'ich qiymati deb qarab

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

Pauella funksiya-sini minimumlashtiring.

Quyida keltirilgan qisim dastur bu berilgan funksiya uchun o'rinli. Boshlang'ich nuqta bu funksiya uchun juda noqulay joylashgan. Minimum (0; 0; 0; 0). nuqtada nolga teng.

```

100 PRINT "DFP METODI BILAN MINIMALLASHTIRISH"
120 REM BIR O'LCHOVLI QIDIRUV KUBIK INTERPOLYATSIYA BILAN
AMALGA OSHIRILADI
150 REM F(X1,X2,...,XN) FUNKSIYA 5000 SATRDA HISOBLANADI
155 REM G(1),G(2),...,G(N) QIYMATLAR 6000 SATRDA HISOBLANADI
200 PRINT "O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN" INPUT N
220 DIM X(N),R(N),Q(N),R(N),D(N),G(N),U(N),V(N),M(N)
240 DIM H(N,N)
300 REM H BIRLIK MATRITSA ORQALI BERILSIN
320 COOIFOR I=1 TO N:FOR J=1 TO N:H(I,J)=0:NEXT J:H(I,I)=1:NEXT I:TT=0
330 PRINT "BOSHLANG'ICH NUQTA KIRITILSIN"
340 FOR I=1 TO N:PRINT "X"(I):INPUT X(I):NEXT I:PRINT ""
360 REM ORALIQ PECHATDAN CHIQARISH
380 PRINT "JOYIZ QIYMATLAR"
400 FOR I=1 TO N:P(I)=X(I):Y(I)=X(I):PRINT "X"SI,X(I):NEXT I
410 GOSUB 5000
420 PRINT "ITERATSIA";SS;" QIYMAT";Z

```

```

430 FP-Z:GOSUB 6000:G1=G0 ,
440 REM GRADIENTNI U DA SAQLANSIN VA D BOSHLANG'ICH
YO'NALISH TANLANSIN
450 FOR 1=1 TO N
460 U(I)»B(I):D(I)=0
470 FOR J=1 TO N
480 D(I)=D(I)-H(I,J)*G(J)
490 NEXT J
500 NEXT I
600 BP=0
610 FOR 1=1 TO N:GP+G(I)*D(I):NEXT I
620 IF GP < 0 THEN GOTO 680
625 REM BOSHLANG'ICH QADAM TOPILSIN VA ZARUR BO'LSA
627 REM TUSHISH YO'NALISHI QARAMA QARSHISIGA
O'ZGARTIRILSIN
630 QX=ABS(2*FP/GP):IF QX>1 THEN QX=1
640 FOR I=1 TO N
650 X(I)=P(I)-QX*D(I):P(I)=X(I):NEXT I
660 GOSUB 5000:FP-Z:PRINT "NOTURG'UNLIK"
670 BOSUB 6000:G1=B0:G0TQ ,600
680 QX=ABS(2*FP/BP):IF QX>1 THEN QX=1
690 HH=QX
700 REM NAVBATDAGI Q NUQTA TOPILSIN
710 BB=HH
720 FOR I=1 TO N
730 Q(I)=P(I)+BB*D(I):X(I)=Q(I)
740 NEXT I
750 GOSUB 5000:FQ=Z
760 GOSUB 6000:G2=GO
770 GQ=O

```

```

771 BB=-HH
720 FOR I=1 TO N
730 Q(I)=P(I)+BB*D(I):X(I)=Q(I)
740 NEXT I
730 GOSUB 5000: FQ=Z
760 GOSUB 6000: G2=BO
770 GQ=O
780 FOR I=1 TO N
790 GQ=GQ+G(I)*D(I)
800 NEXT I
810 IF GQ>0 OR FQ>FP THEN GOTO V30
815 REM KUBIK INTEPOLYATSIYA BAJARILSIN
817 REM YOKI MINIMUMNI QOPLASH UCHUN QADAM
      IKKILANTIRILSIN
820 NN=2*NN:GOTO 700
830 ZZ=3*(FP-FQ)/HH:ZZ=ZZ+GP+GQ
840 WW=ZZ*ZZ-GP:GQ:IF WW<0 THEN WW=0
850 W=SQR(WW)
860 DD=HH*(1-(GQ+W-ZZ)/(GQ-GP+2*W))
870 FOR I=1 TO N:X(I)=P(I)+DD*D(I):NEXT I
880 GOSUB 5000:FR=Z
890 GOSUB 6000:G3=G0
875 REM YANGI NUQTADA GRADIENT TOPILSIN
900 GR=0
910 FOR I=1 TO N:GR=GR+G(I)*D(I):NEXT I
920 IF Z<=FP AND Z<=FQ THEN GOTO 1100
930 IF GR>0 THEN GOTO 990
960 HH=HH-DD
970 FOR I=1 TO N:P(I)=X(I):NEXT I
980 FP=Z:GP=GR:G1=G0:GOTO 830

```

```

990 HH=DD
1000 FOR 1=1 TO N:Q(I)=X(I):NEXT I
1050 REM H MATRITSA YANGILANSIN
1100 KK=0:WK=0:DK=0
1110 FOR 1=1 TO N
1120 U(I)=G(I)-U(I):V(I)=X(I)-Y(I)
1130 NEXT I
1140 FOR 1=1 TO N:M(I)=0
1150 FOR J=1 TO N
1160 M(I)=M(I)+H(I,J)*U(J)
1170 NEXT J
1180 KK=KK+M(I)*U(I):WK=WK+V(I)*U(I)
1190 DK=DK+V(I)*V(I)
1200 NEXT I
1205 IF KK=0 OR WK=0 THEN GOTO 1260
1210 FOR 1=1 TO N
1220 FOR J=1 TO N
1230 H(i,j)=H(i,j)-M(i)*M(j)/KK+v(i)*v(j)/WK
1240 NEXT J
1250 NEXT I
1240 SS=SS+1
126S REM TUGATISH KRITERYASINI TEKSHIRISH
1270 IF SQR(D(K))<.00005 OR G3<.00001 THEN GOTO 1300
1275 REM QIDIRUVNI YANGI ITERATSIYASI BOSHLANSIN
1280 GOTO 400
1300 PRINT "MINIMUM TOPILDI"
1310 PRINT "ITERATSIYALAR SONI=":CC;"
MINIMUMNING QIYMATI =" ;Z
1320 FOR I=1 TO N
1330 PRINT "X";I,X(I)

```

```

1340 NEXT I
1350 END
5000 Z=0
5010 Z(x(l)+10*X(2)^2+5*(X(3)-X(4)^2
5020 Z=Z+(X(2)-2*X(3)^4+10*(x(l)-X(4)^4
5100 TT=TT+1
5200 RETURN
6000 GO=0
6100 G(l)=2*(X(1)+10*X(2)+40*X(l)-X(4)^3.
6200 G(2)=20*(X(l)+10*X(2)+4*(X(2)-2*X(3)^3
6300 G(3)=10*(X(3)-X(4))-8*(X(2)-2*X(3))^3
6400 G(4)=-40*(X(3)-X(4))-40*(X(l)-X(4))^3
7000 FOR l=1 TO
N:GO=GO+G(l)*G(l):NJXT 1
7010 G0=SQR(GO)
7500 RETURN

```

DFP metodi bilan minimallashtirish

O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN

4

BOSHLANG'ICH NUQTA KIRITILSIN

X 1 3

X 2 -1

X 3 0

X 4 1

JOYIZ QIYMATLAR

X 1 3

X 2 -1

X3 0

X 4 1

ITERATSIY 0 QIYMAT 215

X 1 1.949V74

X 2 -.5058231

X 3 6.863568Ye-03

X 4 2.063853

ITERATSIA 1 QIYMAT 30.89246

X 1 1.952094

X 2 -.1460427

X 3 .1139128

X 4 1.983205

ITERATSIA 2 QIYMAT 17.73255

X 1 1.67208V

X 2 -.1326144

X 3 .6173337

X 4 •1.740239

ITERATSIA 3 QIYMAT 9.919396

Y

X 1 .1212769

X 2 -9.13U93E-03

X 3 .2314347

X 4 .2154706

ITERATSIA 4 QIYMAT 3.2S922BE-02

X 1 .1124414

X 2 -1.592427Ye-02

X 3	.1754911
X 4	.2051923
ITERATSIA 5	QIYMAT 2.S46394E-02
X 1	1.72V326Ye-02
X 2	-1.335926Ye-04
X 3	.1186576
X 4	.1068345
X 1	1.669752Ye-03
X 2	-1.673108Ye-04
x z	1.655202Ye-03
X 4	1.653913Ye-03
ITERATSA 23	QIYMAT 1.65V259Ye-10
X 1	5.41309E-04
X 2	-5.39442Ye-05
X 3	9.644107Ye-04
X 4	9.6S4203E-04
ITERATSIA 24	QIYMAT 2.436223Ye-11

MINIMALLASHTIRISH TUGADI

ITERATSIYALAR SONI 25 MINIMUMNING QIYMATI =7.528931Ye-12

X 1	1.960656Ye-04
X 2	-1.9A4616Ye-05
X 3	7.700225Ye-04
X 4	7.697501Ye-04

4-§ Fletcher-Rivs usuli

Fletcher-Rivs usuli n o'zgaruvchili kvadratik funksiyalar uchun o'zaro qo'shma yo'nalishlar bo'yicha n ta bir o'lchovli qidiruv minimumini topishga imkon berishga asoslangan. (13) bilan berilgan

$$f(x) = \alpha + b^T x + 1/2 x^T G x$$

funksiyani qaraymiz. Bir o'lchovli qidiruvni G matrissaga nisbatan o'zaro qo'shma bo'lgan yo'nalishlar bo'yicha olib boramiz. Birinchi x_i nuqta bo'yicha birinchi yo'nalish sifatida

$$d_i = -g_i \quad (63)$$

eng tez tushish yo'nalishini olamiz, va $f(x_1 + \lambda d_1)$. funksiyani minimumlashtiruvchi λ_1 qiymatni topamiz.

$$x_2 = x_1 + \lambda_1 d_1, \quad (64)$$

deb faraz qilib d_1 yo'nalishga qoshma d_2 yo'nalish bo'yicha qidiruvni amalga oshiramiz. (yani d_2 vektorni d_1 va d_2 vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tanlaymiz) va

$$x_3 = x_2 + \lambda_2 d_2 \quad (65)$$

funksiyani minimumlashtiruvchi qiymatini topamiz. x_3 nuqtadan chiquvchi d_3 qidiruv yo'nalishi d_1 va d_2 larga qo'shma yo'nalish sifatida topiladi. $(k+1)$ - qadam da d_{k+1} ni $-g_{k+1}$, $d_1, d_2, \dots, d_k$ barcha yo'nalishlarini chiziqli kombinatsiyasi sifatida tanlaymiz, u barcha $d_1, d_2, \dots, d_k$ yo'nalishlarga qo'shma bo'ladi. Shunday qilib

$$d_{k+1} = -g_{k+1} + \sum_{r=1}^k \alpha_r d_r \quad k = 1, 2, \dots, \dots,$$

bu yerda α_k dan boshqa barcha α_r lar

$$d_{k+1} = -g_{k+1} + \alpha_k d_k \quad (66)$$

va

$$\alpha_k = \frac{g_{k+1}^2}{g_k^2} \quad (67)$$

Induktiv mulohazalarga o'tishdan oldin, (66) va (67) munosabatlarning $k=1$ o'rinli ekanligini isbotlaymiz. $f(x_2) = f(x_1 + \lambda_1 d_1)$ $f(x_1 + \lambda d_1)$ funksiyaning to'g'ri chiziqdagi minimumini

$$g_2^T d_1 = -g_1^T g_1 = 0. \quad (68)$$

Bu natija $G_2 = b + Gx_2$, $g_1 = b + Gx_1$. Kvadratik funksiya uchun ham o'rinli. U holda agar

d_1 va $d_2 = -g_2 + \alpha_1 d_1$ o'zaro qo'shma bo'lsalar.

$$d_2^T G d_1 = 0 \quad \text{yani} \quad -g_2^T G d_1 + \alpha_1 d_1^T G d_1 = 0 ,$$

Natijada

$$\frac{((-g_2)^T - \alpha_1 g_1^T)(x_2 - x_1)}{\lambda_1} = 0$$

Bu yerda $((-g_2)^T - \alpha_1 g_1^T)(g_2 - g_1) = 0$ shunday qilib

$-g_2^2 + \alpha_1 g_1^2 = 0$ qolgan hadlar (68) munosabatdan yo'qolib ketadi, va

natijada $\alpha_1 = \frac{g_2^2}{g_1^2}$ shuni isbotlash talab etilgan edi. Bu esa $k=1$ da (67)

munosabatdir. Endi (66) va (67) munosabatlarni induksiya yordamida isbotlaymiz,

bunda $d_1, d_2, \dots, d_k$ vektorlar yuqoridagi usul bilan hosil qilingan, va o'zaro

qo'shma bo'lsin deb qaraymiz. $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k$ nuqta $f(x_k + \lambda d_k)$ funksiyaning

$x_k + \lambda_k d_k$ to'g'ri chiziqdagi minimum nuqtasidir. U holda

$$g_{k+1}^T d_k = 0 \quad (69)$$

Quyidagini hosil qilamiz: $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k = x_{k-1} + \lambda_{k-1} d_{k-1} + \lambda_k d_k$

$$x_{k+1} = x_{j+1} + \sum_{i=j+1}^k \lambda_i d_i$$

Shunday qilib $1 < j < k-1$ bo'lganda

$$x_{k+1} = x_{j+1} + \sum_{i=j+1}^k \lambda_i d_i \quad (70)$$

Natijada

$$G x_{k+1} = G x_{j+1} + \sum_{i=j+1}^k \lambda_i G d_i$$

u holda

$1 < j < k-1$, bo'lganda

$$g_{k+1}^T = g_{j+1}^T + \sum_{i=j+1}^k \lambda_i d_i^T G \quad \text{bu yerdan}$$

$$g_{k+1}^T d_j = g_{j+1}^T d_j + \sum_{i=j+1}^k \lambda_i d_i^T G d_j$$

Almashtirish natijasida $g_{j+1}^T d_j = 0$ ga ega bo'lamiz. Bu (68) va (69) va $i < j$ da o'zaro qo'shmalik sharti $g_j^T G d_j = 0$ ga asosan hosil bo'ladi. Shunday qilib o'ng tomondagi har bir qo'shiluvchi nolga $k=1,2,\dots,k-1$ bo'lganda

$$g_{k+1}^T d_j = 0 \quad (71)$$

va (69) munosabatdan uzil kesil

$$j = 1, 2, \dots, k, \text{ bo'lganda } g_{k+1}^T d_j = 0 \quad (72)$$

ni hosil qilamiz. Shunday qilib g_{k+1} vektor har bir $d_1, d_2, \dots, d_k$ vektorlarga optimal ekanligi isbot qilinadi. Shu bilan birga g_{k+1} vektor $g_1, g_2, \dots, g_n$ vektorlarga ham optimal ekanligini ko'rsatish mumkin. (72) munosabatdan $j=1,2,\dots,k$ bo'lganda $g_{k+1}^T d_j = 0$ ni hosil qilamiz. Isbotlash boshlashdagi farazga ko'ra induksiya bo'yicha $d_j = -g_j + \alpha_{j-1} d_{j-1}$ bo'lganligi uchun yuqoridagi munosabat $-g_{k+1}^T g_j + \alpha_{j-1} g_{k+1}^T d_{j-1} = 0$ ko'rinishni oladi. Natijada $-g_{k+1}^T g_j = 0$ chunki $g_{k+1}^T d_{j-1} = 0$

Shunday qilib

$$g_{k+1}^T g_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (73)$$

(66) munosabatda aniqlangan d_{k+1} vektor $d_1, d_2, \dots, d_k$ vektorlarga qo'shma vektorlar ekanligi ko'rsatilsa isbot induksiya bilan tugallanadi.

$j=1,2, \dots, k-1$ lar uchun o'zaro qo'shmalilik shartiga ko'ra

$$d_{k+1}^T G d_j = -g_{k+1}^T G d_j + \alpha_k d_k^T G d_j = -g_{k+1}^T G d_j$$

U holda (73) munosabatga asosan

$$-g_{k+1}^T G d_j = g_{k+1}^T G \frac{x_{j+1} - x_j}{\lambda_j} = -g_{k+1}^T \frac{g_{j+1} - g_j}{\lambda_j} = 0$$

Shunday qilib $j = 1, 2, \dots, k-1$, bo'lganda $d_{k+1}^T G g_j = 0$ va bu tenglik barcha α_k lar uchun o'rinli. Isbotni tugallash uchun α_k larni

$$d_{k+1}^T d_j = 0$$

$$d_{k+1}^T G d_j = -g_{k+1}^T G d_k + \alpha_k d_k^T G d_k =$$

$$-g_{k+1}^T \frac{g_{j+1} - g_j}{\lambda_k} + \frac{\alpha_k (-g_k^T + \alpha_{k-1} d_{k-1}^T)(g_{k+1} - g_k)}{\lambda_k}$$

tenglik bajariladigan qilib tanlash zarur.

Natijada
$$d_{k+1}^T G d_k = \frac{-g_{k+1}^2 + \alpha_k g_k^2}{\lambda_k}$$

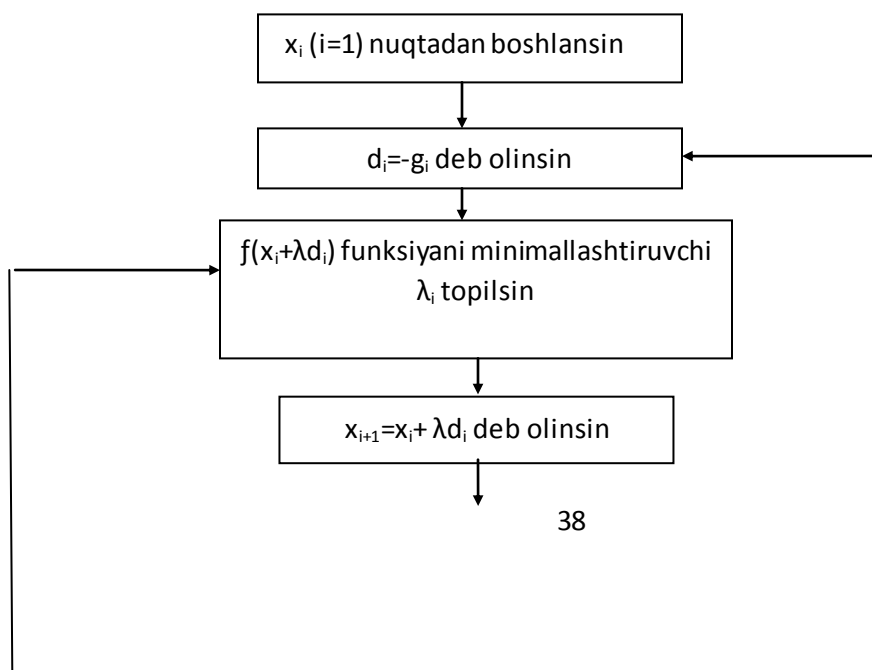
Chunki (72) va (73) munosabatlarga ko'ra o'ng tomondagi barcha boshqa hadlar

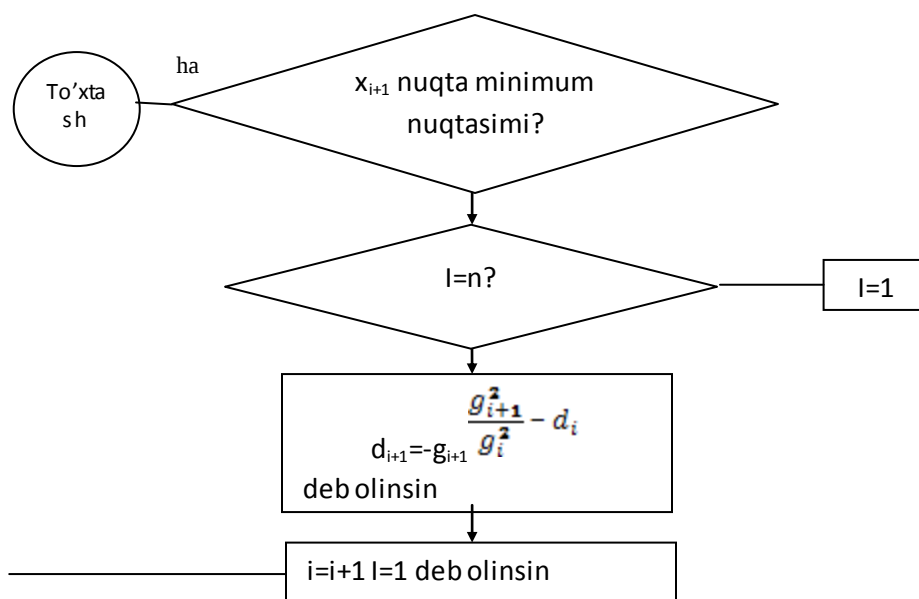
yo'qolib ketadi. Natijada agar $\alpha_k = \frac{g_{k+1}^2}{g_k^2}$ bo'lsa d_{k+1} yo'nalish d_k yo'nalishga qo'shma bo'ladi, shuni isbotlash talab qilingan edi.

Shunday qilib Fletcher- Rivs metodida qidiruvning yo'nalishlari o'zaro qo'shma bo'ladi va bu metodda n o'zgaruvchili kvadratik funksiyaning minimumini ko'pi bilan n qadamda topish mumkin. Bu bir o'lchovli qidiruv kerakli aniqlikda amalga oshirilishinin va paydo bo'ladigan har qanday yaxlitlash xatolarining yo'qotilishini bildiradi.

Yuqorida bayon qilingan usulni kvadratik bo'lmagan funksiyalarga ham tadbiq qilish mumkin, chunki agar qidiruv minimum atrofida olib borilayotgan bo'lsa, u holda kvadratik approksimatsiya o'rinli bo'lgand kvadratik yaqinlashishga erishishga umid qilish mumkin. Fletcher va Rivslar bu holatda

Har bir n qidiruv yo'nalishi eng tez tushish yo'nalishini bo'lishini va qo'shma yo'nalishlarini qurishga resort amalga oshirilishini faraz qilishadi. Quyida keltirilayotgan blok- sxema 5- chizma va dastur bu g'oyani amalga oshiradi. Umumiy holda bu usul DFP usulidek unchalik samarali emas, biroq aksari hollarda foydali bo'ladi.





5- chizma

Fletcher-Rivs metodi bo'yicha minimallashtirish dasturi

```

100 PRINT "FLETCHER- RIVS METODI BO'YICHA INIMALLASHTIRISH "
120 REM BIR O'LCHOVLI QIDIRUV KUBIK INTERPOLYATSIYA BILAN
    AMALGA OSHIRILADI
150 REM F(X1,X2,...,XN) FUNKSIYA 5000 SATRDA HISOBLANADI
155 REM G(1),G(2),...,G(N) QIYMATLAR 6000 SATRDA HISOBLANADI
200 PRINT "O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN" :INPUT N
220 DIM X(N),V(N),P(N),Q(N),D(N),B(N)
300 PRINT "BOSHLANG'ICH QIYMATLAR KIRITILSIN"
320 FOR I=1 TO N PRINT "X":I:INPUT XCH:NEXT I:PRINT ""
340 REM SCHYOTCHIKLARNING BOSHLANG'ICH QIYMATLARI
    BERILSIN
350 SV=1:TV=0
360 REM ORALIQ NATIJA
380 PRINT "JOYIZ QIYMATLAR"
550 FOR I=1 TO N:P(I)=X(I):D:PRINT "X":I;"=":X(I):NEXT I
560 GOSUB 5000:FP=Z:PRINT "Z="Z
  
```

```

570 GOSUB 6000:G1=G0:GK=G0
575 REM BIRINCHI YO'NALISH SIFATIDA
577 REM ENG TEZ TUSHISH YO'NALISHI OLINSIN
580 FOR I=1 TO N:D(I)-G(I) NEXT I
585 REM K-ITERATSIYALAR SCHYOTCHIGI
590 K=1
600 GP=0
610 FOR I=1 TO N:GP=GP+G(I)*D(I):NEXT I
620 IF GP<=0 THEN GOTO 680
625 REM BOSHLANG'ICH QADAM ANIQLANSIN VA ZARUR BO'LSA
627 REM TUSHISH YO'NALISHI QARAMA QARSHISIGA
O'ZGARTIRILSIN
630 QX=ABS(2*FP/GP):IF QX>1 THEN QX=1
640 FOR I=1 TO N
650 X(I)=P(I)-QX*D(I):P(I)=X(I):NEXT I
660 GOSUB 5000:FP-Z:PRINT "NOTURG'UNLIK"
670 GOSUB 6000:G1=GO:GOTO 600
680 QX=ABS(2*FP/GP):IF QX>1 THEN QX=1
690 HH=QX
700 REM NAVBATDAGI NUQTA TOPILSIN
710 BB=HH
720 FOR I=1 TO N
730 Q(i)-P(i)+BB*D(i):x(i)=a(i)
740 NEXT I
750 GOSUB 5000:FQ=Z
760 GOSUB 6000:G2=G0
770 GQ=O
7B0 FOR I=1 TO N
790 GQ=GQ+(I)*D(I)
800 NEXT I

```

```

BIO IF GQ>0 OR FQ>FP THEN GOTO V60
815 REM INTERPOLYATSIYA BAJARILSIN
817 REM QADAM IKKILANTIRILSIN VA Q NUQTAGA O'TILSIN
818 REM YOKI MINIMUMNI QOPLASH UCHUN QADAM
IKKILANTIRILSIN
820 HH=2*HH
830 FOR I=1 TO N:P(I)=Q(I):NEXT I
840 FP=FQ:GP=GQ:G1=G2
850 GOTO 710
860 ZZ=3*(FP-FQ)/HH:ZZ=ZZ+GP+GQ
870 WW=ZZ*ZZ-GP*GQ:IF WW<0 THEN WW=0
880 W=SQR(WW)
S90 DD=HH*(1-(GQ+W-ZZ)/(GQ-GP+2*W))
900 FOR 1=1 TO N:X(I)-P(I)+DD*D(I):NEXT I
910 GOSUB 5000:FR=Z
920 GOSUB 6000:G3=G0
925 REM YANGI NUQTADA GRADIENT HISOBLANSIN
930 GR=0
940 FOR I=1 TO N:GR=GR+G(I)*D(I):NEXT I
950 IF Z<=FP AND Z<=FQ THEN GOTO 1100
960 IF GR>0 THEN GOTO 1020
990 HH=HH-DD
1000 FOR I=1 TO N:P(I)=X(I):NEXT I
1010 FP=Z:GP=GR:GOTO 860
1020 HH=DD
1030 FOR I=1 TO N:Q(I)=X(I):NEXT I
1040 FQ=Z:GQ=GR:GOTO 860
1100 REM TUGASH KRETERYASINI TEKSHIRISH
1110 IF G3<.000001 THEN GOTO 1300
1120 IF K=N THEN GOTO

```

```

1230 REM ITERATSIYA SCHYOTCHIGINING HAJMI KENGAYTIRILSIN
1140 K=K+1
1150 REM QO'SHMA YO'NALISH TOPILSIN
1160 AK=G3*G3/(GK*GK),
1170 FOR I=1 TO N:D(I)=-G(I)-AK*D(I):P(I)=X(I):NEXT I
1200 PRINT "YANGI YO'NALISH";:DV=DV+1:PRINT " QIDIRISH";DV
1210 FP=Z:Gl=GO:GK=GO
1220 FOR 1=1 TO N:PRINT "X";I;"="X(I):NEXT I:PRINT "Z=";Z
1230 GOTO 600
1250 PRINT "PECTAPT";SV=SV+1:DV=DV+1
1260 PRINT " ITERATSIYA";SV;"POISK":DV
1270 PRINT ""
1280 GOTO 550
1300 PRINT "MINIMUMI TOPILDI"
1320 FOR I=1 TO N:PRINT "X";I;"="X(I):NEXT I
1340 PRINT "FUNKSIYA MINIMUMI"=Z
1350 PRINT "FUNKSIYANI HISOBLASH SONI"=;TV
1400 END

3000 Z=100*(X(2)-X(1)*X(1))^2
5010 Z=Z+(1-X(1))^2
3020 TV=TV+1
5200 RETURN
6000 GO=O
6100 G(I)=- 400*X(1)*(X(2)-X(1)*X(1))
6110 G(1)-G(1)-2*(1-X(1))
6200 G(2)=200*(X(2)-X(1)*X(1))
7000 FOR I=1 TO N:QO=GO+G(I)*B(I):NEXT I
7010 GO=SQR(GO)
7500 RETURN

```

1-misol. Fletcher- Rivs metodidan foydalanib $(-1;2; 1)$ boshlang'ich nuqtadan

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

Rozenbrok funksiyasi minimallashtirilsin. Boshlang'ich nuqta $(-1;2;1)$ berilgan funksiya uchun juda ham noqulaydir, shu bilan birga funksiyaning o'zi ham optimallashtirish uchun juda murakkabdir. Uning minimum $(1;1)$ nuqtada bo'ladi. Quyida dasturning ishlash natijalarining raspechatkasi keltirilgan:

Fletcher- Rivs metodi bilan minimallashtirish

O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN

2

BOSHLANG'ICH QIYMAT KIRITILSIN

X 1 -1.2

X 2 1

JOYIZ QIYMATLAR

X 1 =-1.2

X 2 =1

Z= 24.20001

YANGI YO'NALISHI QIDIRUV 1

X 1 =-1.0302

X 2 = 1.069306

Z= 4.128102

RESTART ITERATSIYA 2 QIDIRUV 2

X 1 =-.7342701

X 2 = .4632753

Z= 3.583429

YANGI YO'NALISH QIDIRUV 3

X 1 =-.6921596

X 2 =.4880884

Z = 2.871511

RESTART ITERATSIYA 3 QIDIRUV 4

X 1 =-.5967852

X 2 = .3241929

Z = 2.651865

YANGI YO'NALISH QIDIRUV 5

X 1 = -.5726343

X 2 = .3384363

Z= 2.4B430

RESTART ITERATSIYA 45 QIDIRUV 88

X 1 = .9999818

X 2 = .9999*34

Z= 3.340B3E-10

YANGI YO'NALISH QIDIRUV 89

X 1= .999981V

X 2 = .9999634

Z= 3.330172Ye-10

RESTART ITERATSIYA 46 QIDIRUV 90

X 1 = .9999821

X 2 = .9999643

Z= 3.230769Ye-10

YANGI YO'NALISH QIDIRUV 91

X 1 = .9999822

X 2 = .9999642

Z= 3.190373Ye-10

RESTART ITERATSIYA 47 QIDIRUV 92

X 1 = .9999822

X 2 = .9999643

Z= 3.179714E-10

YANGI YO'NALISH QIDIRUV 93

X 1 = .9999823

X 2 = .9999644

Z= 3.16578VE-10

MINIMUM TOPILDI

X 1 = 1

X 2 = 1

FUNKSIYA MINIMUMI =0

Funksiya qiymatlarini hisoblashlar soni 250

2-misol

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3(x_1 - 1)^2 + 2(x_2 - 2)^2 + (x_3 - 3)^2$$

funksiyaning minimum topilsin.

Birinchi misolga qaraganda bu ancha sodda masaladir. Boshlang'ich nuqta sifatida (9; -7; 11) nuqta tanlangan. Quyida keltirilgan dastur ishining natijalarining raspechatkasi ko'rsatadiki Fletcher-Rivs metodi bilan funksiya minimumini 3 ta iteratsiyada topish mumkin.

Fletcher-Rivs metodi bilan minimallashtirish

FLETCHER-RIVS METODI BILAN MINIMALLASHTIRISH

O'ZGARUVCHILAR SONI KIRITILSIN

3

BOSHLANG'ICH QIYMATLAR KIRITILSIN

X1 9

X2 -7

X3 11

JOYIZ QIYMATLAR

X1 = 9

X2=-7

X3 = 11

Z= 418

YANGI YO'NALISHI QIDIRUV 1

X 1 = -.481967

X 2 = .1114753

X 3 = 7.839344

Z= 37.14098

YANGI YO'NALISHI QIDIRUV 1

$X_1 = 1.206897$

$X_2 = 2.827586$

$X_3 = 4.862069$

$Z = 4.965516$

MINIMUM TOPILDI

$X_1 = .9999999$

$X_2 = 2.$

$X_3 = 3$

FUNKSIYA MINIMUMI $= 4.263257E-14$

FUNKSIYA QIYMATLARINI HISOBLASHLAR SONI 7

XULOSA

Bitiruv malakaviy ishning maqsadi ko'p o'lchovli optimallashtirish masalalarining gradientli usullaridan Eng tez tushish usuli, Kvadratik funksialar, Davidon – Fletcher – Pauell usuli, Fletcher-Rivs usullarini o'rganib chiqish, har bir usul uchun optimallashtirish masalalarini yechadigan dasturlar tuzish va bu dasturlarni aniq olingan misollarda ishlatib natijalar olishdan iborat edi. Bu vazifa har bir metod uchun bajarildi, dasturlar BEYSIK tilida amalga oshirildi.

1-§ da tuzilgan dasturdan foydalanib $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2 + 4(x_3 + 5)^2$ funksiyaning minimumi topildi. Bu masalani yechish uchun yuqoridagi dastur to'g'ri keladi. Ko'rinib turibdiki $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = -5$. bo'lganda minimumga erishiladi va u nolga teng. (4; -1; 2) boshlang'ich nuqtadan va 4 ga teng boshlang'ich qadam bilan dastur yordamida minimumini 11 ta qadamda topish mumkin. Bundan tashqari $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 1)^4 + (x_2 - 3)^2 + 4(x_3 + 5)^4$ funksiyaning minimumi topildi. Dastur natijasi raspechatkasi yuqorida keltirilgan. Yechimni qidirish uchun 9 ta iteratsiya yetarli.

3-§ da kordinatalari (3; -1; 0; 1) bo'lgan nuqtani boshlang'ich qiymati deb qarab

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

Pauell funksiyasini minimumlashtirildi va dastur yordamida natijalar olindi.

4-§ da Fletcher- Rivs metodidan foydalanib (-1,2; 1) boshlang'ich nuqtadan

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

Rozenbrok funksiyasi minimallashtirildi va dastur yordamida natijalar olindi. Boshlang'ich nuqta (-1,2;1) berilgan funksiya uchun juda ham noqulaydir, shu bilan birga funksiyaning o'zi ham optimallashtirish uchun juda murakkabdir. Uning minimum (1;1) nuqtada bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теорема оптимизации в задачах и упражнениях. – М.: Наука, 1991.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Наука, 1987.
3. Васильев Ф.П. Лекции по методам решения экстремальных задач. - М.: Изд-во МГУ, 1974.
4. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. – М.: Факториал Пресс, 2002.
5. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988.
6. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. – М.: Мир, 1988.
7. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учеб. Пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
8. Банди Б. методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988.-128 с
9. Broyden C.G., 'Quasi-Newton methods and their application to function minimisation', Maths, of Comp., 21, 368-381, 1967.
10. Broyden C.G., 'The convergence of single-rank quasi-Newton methods'. Maths, o/Comp., 24,376-182,1970.
11. Fletcher R. 'A new approach to variable metric algorithms', The Comp. Journal, 13, 317-322, 1970.
12. Fletcher R. and Powell M.J.D., 'A rapidly convergent descent method for minimisation', The Comp. Journal, 6, 163-168, 1963.
[Имеется перевод: Флетчер Р., Пауэлл М. Быстросходящийся метод спуска. ГПНТБ, перевод П-59064.]
13. Fletcher R. and Reeves C.M., 'Function minimisation by conjugate gradients', The Comp Journal, 7, 149-154, 1964.

14. Huang H.Y., 'Unified approach to quadratically convergent algorithms for function minimisation', J. Opt. Theory App., 5, 405-423, 1970.
15. Huang H.V. and Levy A.V. 'Numerical experiments on quadratically convergent algorithms for function minimisation', Opt. Theory App., 6, 269-282, 1970.
16. Powell M.J.D., 'On the convergence of the variable metric algorithm', J. Inst. Maths App., 7, 21-36, 1971.
17. Powell M.J.D., 'Quadratic termination properties of minimisation algorithms. I. Statement and discussion of results', J. Inst. Maths. App., 10, 333-342, 1972.
18. Powell M.J.D., 'Quadratic termination properties of minimisation algorithms, II. Proofs of theorems', J. Inst. Maths. App., 10, 343-357, 1972.