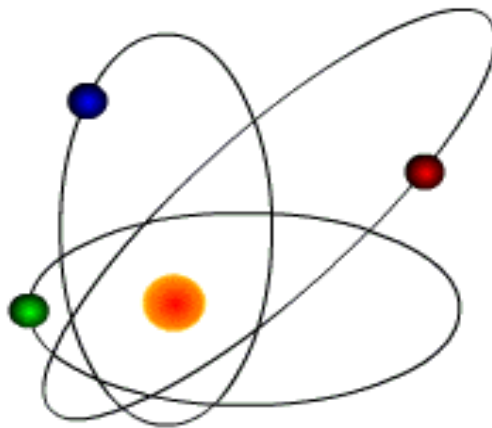


ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ХАЛҚ ТАЪЛИМИ
ВАЗИРЛИГИ МУҚИМИЙ НОМИДАГИ ҚЎҚОН ДАВЛАТ
ПЕДАГОГИКА ИНСТИТУТИ

дотцент Махмудов И.М.

Назарий физика курсининг “*Статистик физика*”
бўлимидан маъруза дарсларини ўтиш учун

Маъруза матни



Қўқон 2010

Ушбу маърузалар матни 5140200-физика-астрономия йўналиши бўйича таълим олаётган бакалаврлар учун «Статисти физика» фанининг Давлат стандарти асосида тузилган ишчи дастурига мувофиқ тайёрланди.

Маърузалар матнлари сарлавҳа, режа, асосий матн, назорат учун саволлар, фойдаланилган адабиётлар ва таянч сўз ва иборалардан ташкил топган. Асосий матнда зарурий маълумотлар берилган бўлиб, улар талабаларнинг ушбу фан асосларини ўрганишларида назарий асос вазифасини ўтайди.

Тузувчилар: ф.м.ф.н., доцент. И.М Махмудов

Такризчилар: ф.м.ф.н. М. Мелибоев,

Ташқи такризчи математика
кафедраси доценти: ф.м.ф.н. Мамажонов М

Ушбу маъруза матнлари Физика кафедрасининг 2010 йилнинг 28 августидаги мажлисида муҳокама қилинган (1-сонли баённома).

Кафедра мудири: ф.м.ф.н., доцент.И. М. Қўқонбоев,

Физика-математика факультети илмий-услубий кенгашининг 2010 йилнинг 20 сентябрдаги йиғилишида кўриб чиқилган ва нашр этишга тавсия этилган (1-сонли баённома).

Мавзу-1. Статистик физика фанига кириш.

1. Кириш. Макроскопик жисмлар. Холат тенгламаси.
2. Термодинамик мувозанат ҳолати. Термодинамика қонунлари.

1. Кириш.

Жисмлар жуда кичик микрозаррачалардан ташкил топган. Бу микрозаррачалар сони жуда ката, масалан 1 см^3 ҳажмдаги газ молекулалар сони $\sim 10^{19}$ та, металдаги электронлар сони эса $\sim 10^{22}$ та. Назарий жихатдан ката макроскопик жисмнинг физик хусусиятларини шу жисмни ташкил қилган микрозаррачалар ҳаракат қонунларини ўрганиб аниқлаш мумкин. Бундай усул статистик физика деб аталади. Агар микрозаррачалар ҳаракати классик механика қонунлари ёрдамида ўрганилса, у классик статистик физика деб, квант механика қонунлари ёрдамида ўрганилса – квант статистик физикаси деб аталади.

Макроскопик жисмлар. Идишдаги газ, қум заррачаси ёки бир бўлак темир, яъни кўп микрозаррачалардан ташкил топган жисм макроскопик жисм дейилади. Бу жисмлар қизиши ёки совуши мумкин. Бундай иссиқлик алмашилиш жараёнлари термодинамика фани ёрдамида ўрганилади. Термодинамика фани жисмларнинг микрозаррачалар ҳолатига боғлиқ бўлмаган ҳолда уларнинг хусусиятларини ўрганади.

Термодинамик параметрлар. Агар жисм ҳаракат қилмаса, унинг ҳолати термодинамик параметрлар билан аниқланади, хусусан жисм ҳажми (V), босими (P), ҳарорати (T), массаси (m), зичлиги (ρ) ва бошқалар билан.

Ҳолат тенгламаси. Термодинамик параметрлар ўзаро боғланган бўлади. Бу боғланиш ҳолат тенгламаси деб аталади. Масалан, идеал газнинг ҳолат тенгламаси (Менделеев – Клайперон тенгламаси) қуйидаги кўринишга эга:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

m - газ массаси, μ -моляр масса, $R=8,31 \text{ Ж/моль.град-универсал газ доимийси}$. Термодинамикада ҳолат тенгламаси эмпирик усулда, яъни тажрибалар натижаси ёрдамида аниқланади.

2. Термодинамик мувозанат ҳолати. Агар тизимнинг макроскопик параметрлари вақт ўтиши билан ўзгармаса, тизим термодинамик мувозанат ҳолатда деб аталади, акс ҳолда номувозанат ҳолат дейилади. Тажриба натижалари шуни кўрсатадики, ташқи таъсирлар макроскопик тизимга таъсир қилмаса, у мувозанат ҳолатдан ўз- ўзидан маълум бир релаксация вақтдан (τ_p) сўнг термодинамик мувозанат ҳолатига қайтади. Масалан, ҳар хил ҳароратли 2 та жисм бир-бирига текказилса, маълум бир релаксация вақти ўтгандан сўнг улар бир хил ҳароратли бўлиб қолади. Бу жараён номувозанат ҳолатдан мувозанат ҳолатга ўтишни кўрсатади.

Термодинамика қонунлари. Энергия ва энтропия.

Термодинамика асосида 2 та қонун ётади. Бу қонунлар тажриба натижаларини умумлаштиришдан аниқланган ва улар ёрдамида 2 та ҳолат функцияси киритилган: биринчиси – тизимнинг ички энергияси (U) ва иккинчиси – тизимнинг энтропияси (S)

Термодинамиканинг биринчи қонунига, яъни энергия сақланиш қонунига асосан, тизимга берилган иссиқлик миқдори (ΔQ) тизим ички энергиясини оширишга (ΔU) ва тизим томонидан иш бажаришга ($+\Delta A$) сарфланади:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (2)$$

Агар иш тизим устидан бажарилса, масалан газ ташқи қуч ёрдамида сиқилса, бажарилган иш 2-формулада манфий ишора билан олинади ($-\Delta A$).

Қайтувчан жараёнлар учун энтропиянинг ўзгариши (ΔS) тизимга берилган иссиқлик миқдорининг (ΔQ) ҳароратга (T) нисбати тушунилади:

$$\Delta S = \Delta Q/T \quad (3)$$

Ёпиқ тизимдаги қайтувчан жараёнлар учун $\Delta S=0$, қайтмас жараёнлар учун эса $\Delta S>0$ бўлади, яъни энтропия ўзгариши ортади ($S_2>S_1$, $\Delta S=S_2-S_1>0$). Энтропия ортиши табиатдаги жараёнларни маълум бир йўналишда амалга ошишини ифодалайди ва у термодинамиканинг 2-чи қонуни деб аталади. Масалан, иссиқлик ҳар доим иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга ўтади, яъни энтропия ортади.

Термодинамик усулнинг камчиликлари.

Термодинамик усул асосида тажриба натижалари ётади, шу сабабли бу усул жараёнларнинг туб моҳиятини тўлиқ тушунтира бера олмайди. Статистик физикада эса бу механизмлар тўлиқ ёритилади.

Синов саволлари:

1. Статистик физика фанининг предмети.
2. 1 см^3 ҳажмдаги жисмда нечта атом ёки молекула бор?
3. Термодинамик усул нима?
4. Макропараметрлар нима?
5. Микропараметрлар нима?
6. Термодинамик мувозанат ва номувозанат ҳолатларни тушунтиринг.
7. Термодинамиканинг 1 – қонуни.
8. Термодинамиканинг 2 – қонуни.
9. Термодинамика усулининг камчиликлари.
10. Энтропия нима?

Мавзу-2. Статистик физиканинг асосий тушунчалари.

1. Микроскопик тасаввур.
2. Ньютон механикасининг камчиликлари.
3. Ўртача қийматларни аниқлаш.
4. Дисперсия ва флуктуация.

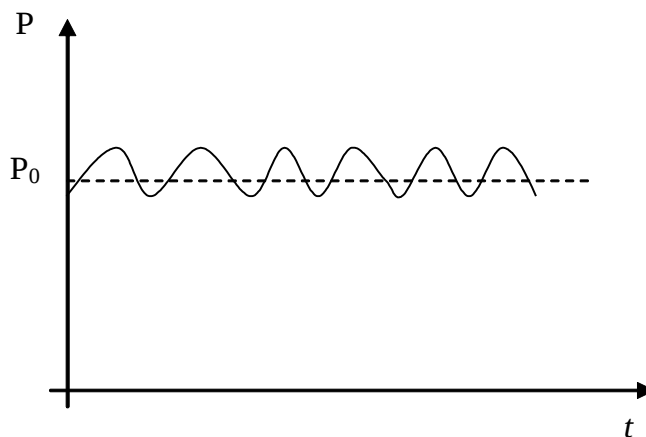
1. Дунёнинг микроскопик тасаввури.

Ҳар қандай жисмнинг хусусиятлари шу жисмни ташкил қилувчи молекулалар, атомлар ва электронлар, яъни микрозаррачалар табиати ва ҳаракати билан аниқланади. Бизга маълумки, ҳар қандай 1 моль жисмда Авогадро сонига тенг бўлган молекулалар ёки атомлар ($6 \cdot 10^{23}$ та) мавжуд, бу жуда катта сон. Демак, макроскопик жисмнинг термодинамик параметрлари жуда катта сонли микропараметрларга, яъни молекулалар ёки атомларнинг ўзаро таъсирига ва ҳаракатига боғлиқ.

Масалан, идиш деворига таъсир қилаётган газ босимини кўриб чиқайлик. Газ босимини ўлчовчи манометр кўрсаткичи P_0 бўлсин. Битта молекулани тартибсиз Броун ҳаракати натижасида кичик dt вақт ичида деворга таъсир қилган кучи:

$$F_0 = m_0 a = m_0 \frac{dv}{dt} = \frac{d(m_0 v)}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad \text{тенг, бу ерда } p = m_0 v \text{ - молекула импульси. Бундай}$$

тўқнашувлар сони n та бўлса, у ҳолда S юзага таъсир этувчи куч $F = n \cdot F_0$ бўлади ва натижада ҳар секунддаги молекулалар босими: $P = F/S$ бўлади. Бу босимнинг графиги 1-расмда кўрсатилган. Демак, газ босимини ўлчовчи манометр молекулаларнинг вақт бўйича ўртача таъсир куч босимини ўлчайди (P_0).



1 -расм

Ҳар дақиқадаги газ босими молекулаларнинг координаталари ва импульсларига боғлиқ, шу сабабли босим координата ва импульслар функциясининг вақт бўйича олинган қандайдир ўртача қийматига тенг. Натижада газ макропараметри – босим, газ микропараметрларига, яъни молекулалар координата ва импульсларга боғлиқ бўлиб қолади.

2. Ньютон механикасининг камчиликлари.

Агар жуда кўп бўлмаган заррачалардан ташкил топган тизимнинг бошланғич ҳолатлари маълум бўлса, яъни заррачалар координаталари ва импульслари аниқ бўлса, у ҳолда маълум пайтдан сўнг ҳам бу заррачалар ҳолатини Ньютон механикаси ёрдамида тўлиқ аниқлаш мумкин. Лекин амалий жихатдан заррачалар сони жуда кўп бўлгани учун ($\sim 10^{23}$ та) ва улар орасидаги кучлар таъсири узлуксиз ўзгариб тургани учун, бу масалани аниқ ва тўлиқ ечиб бўлмайди. Иккинчидан заррачалар ҳаракати квант механикаси қонунларига бўйсунди.

Жуда кўп заррачалардан ташкил топган тизимнинг макроскопик (термодинамик) параметрларини аниқлаш усули мавжуд, бу усул статистик физикада ҳал қилинади. Бунинг учун алоҳида молекулаларнинг ҳолатларини аниқлаш шарт эмас, фақат молекулалар ҳаракати билан боғланган ўртача қийматларни аниқлаш кифоя. Бизга маълумки, термодинамик мувозанат ҳолатда тизимнинг макроскопик параметрлари ўзгармайди, лекин молекулаларнинг микроҳолати, уларнинг ҳаракати туфайли, узлуксиз ўзгариб туради. Натижада битта макроҳолатга жуда кўп микроҳолатлар мос келади.

3. Вақт бўйича ва статистик ўртачалар.

Тизим заррачаларининг умумлашган координаталари q_i ва импульслари – P_i бўлсин. Уларга боғлиқ бўлган ихтиёрий функциянинг $f(q_i, P_i)$ ўртача қийматини аниқлаш статистик физиканинг асосий масаласи ҳисобланади. Масалан ҳарорати ўзгармас идишда ($T = \text{const}$) n та молекула бўлсин, фикран ихтиёрий бита молекулани ажратайлик. Агар шу молекулани $t_1, t_2, \dots, t_N$ вақтлардаги (N -ўлчовлар сони) импульс квадрати $p^2(t_1), p^2(t_2), p^2(t_N)$ бўлса, у ҳолда молекулани вақт бўйича ўртача импульс квадрати:

$$\tilde{p}^2 = \frac{P^2(t_1) + P^2(t_2) + \dots + P^2(t_N)}{N} \quad \text{бўлади} \quad (4)$$

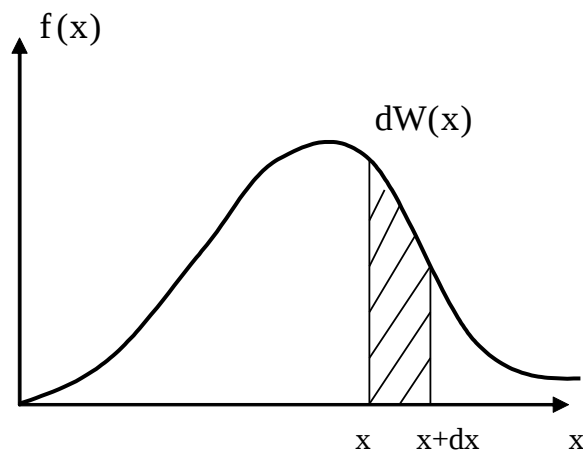
Газдаги n та молекула бир – биридан фарқланмайди ва бир хил шароитда бўлади. Бир пайтдаги ҳамма молекулаларнинг импульси $P_1, P_2, \dots, P_n$ бўлса, у ҳолда битта

молекуланинг ўртача импульс квадрати молекуланинг аниқ вақтдаги ўртача импульс квадратига тенг бўлади:

$$\overline{P^2} = \frac{P_1^2 + P_2^2 + \dots + P_n^2}{n} = \tilde{P}^2 \quad (5) \quad \overline{P^2} - \text{статистик ўртача деб аталади.}$$

4. Дисперсия ва флуктуация.

Қандайдир x тасодифий катталикларнинг (масалан молекулар тезликлари) $f(x)$ тақсимот функцияси маълум бўлса (расм), у ҳолда x тасодифий катталикларнинг қиймати x дан то $x+dx$ интервалда бўлиш эҳтимоллиги қуйидагича аниқланади:



2-расм

$$dW(x) = f(x)dx. \quad [0 \leq W \leq 1]$$

Тасодифий катталик узликли (шошқолдаги сонлар) ёки узликсиз (молекула тезликлари) қийматларни қабул қилиши мумкин. Узликли x тасодифий катталикларнинг x_1 қийматни қабул қилиш эҳтимоллиги W_1 ва ҳаказо бўлса, у ҳолда унинг ўртача қиймати:

$$\bar{x} = x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots = \sum_{i=1}^k x_i w_i \quad \text{тенг.}$$

Узлуксиз x тасодифий катталикларнинг ўртача қиймати интеграл орқали қуйидагича топилади:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot d(x) = \text{const}$$

Тасодифий катталикларнинг ўртача қийматидан фарқи:
 $\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}, \quad \Delta x_2 = x_2 - \bar{x}, \quad \dots \quad \Delta x_k = x_k - \bar{x}$ тенг.

Фарқларнинг ўртача қиймати ҳар доим нолга тенг бўлади:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta x} &= \Delta x_1 \cdot w_1 + \Delta x_2 \cdot w_2 + \dots + \Delta x_k \cdot w_k = (x_1 - \bar{x})W_1 + (x_2 - \bar{x})W_2 + \dots \\ &= x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots - \bar{x}(w_1 + w_2 + \dots) = \bar{x} - \bar{x} \cdot 1 = 0; \end{aligned}$$

$$\overline{\Delta x} = \int \Delta x \cdot f(x) dx = \int (x - \bar{x}) f(x) dx = \int x f(x) dx - \bar{x} \int f(x) dx = \bar{x} - \bar{x} \cdot 1 = 0,$$

шу сабабли, тасодифий катталик тақсимотини характерлаш учун фарқ квадратининг ўртача қиймати ёки дисперсия деган катталик ишлатилади:

$$\overline{(\Delta x)^2} = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 W_i \quad \text{- узликли қийматлар учун;}$$

$$\overline{(\Delta x)^2} = \int (x - \bar{x})^2 f(x) dx \quad \text{- узлуксиз қийматлар учун.}$$

Қуйидаги тенгликни исботлаш мумкин:

$$\overline{(\Delta x)^2} = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Тасодифий катталиқнинг флукуацияси (δ) деб бу катталиқнинг ўртача квадратик фарқига айтилади, унинг қиймати дисперсиядан олинган квадратик илдизга тенг бўлади:

$$\delta = \sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}.$$

Синов саволлари:

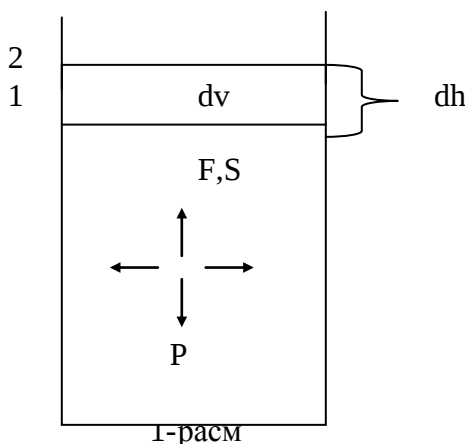
1. Газ босимини ўлчовчи манометрга нима таъсир қилади?
2. Авагадро сони нима?
3. Ньютон механикасининг камчиликлари
4. Статистик ўртача нима?
5. Тасодифий катталиқ ва унинг турлари.
6. Тасодифий катталиқнинг статистик ўртача қиймати қандай аниқланади?
7. Фарқларнинг ўртача қиймати нима ва у нимага тенг?
8. Дисперсия нима?
9. Флукуация нима?

Мавзу-3. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни

1. Газнинг бажарган иши.
2. Иссиқлик миқдори.
3. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни.
4. Политропик жараёнлар тенгламалари.

1-савол: Цилиндр ичидаги p босимли газ кенгайиб, енгил прошен 1-чи ҳолатдан 2-чи ҳолатга ўтсин. Поршенга газ томондан таъсир қилган куч $F=pS$ га тенг, S -поршен юзаси. Поршеннинг силжиш масофасини dh деб белгиласак, газнинг $dV=S \cdot dh$ ҳажимга кенгайиш жараёнида бажарган элементар иши (1-расм).

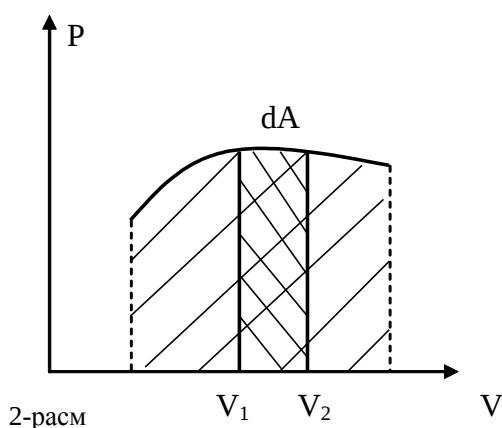
$$\delta A = F \cdot dh = p \cdot S \cdot dh = p \cdot dV \quad (1)$$



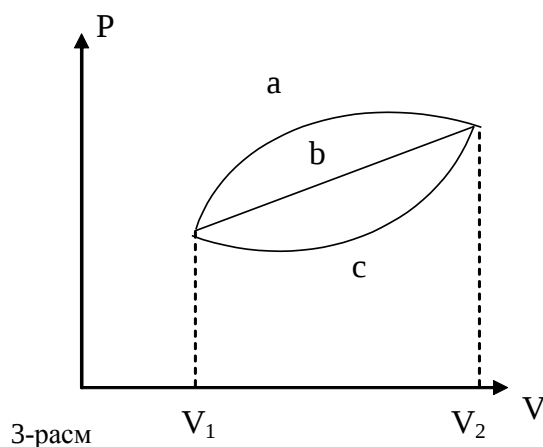
Диаграммада δA -иккита кесишувчан чизиклар юзини ифодаласа, у ҳолда газнинг ҳажми V_1 дан V_2 гача ўзгарганда газ бажарган иш битта чизиклар юзасини ифодалайди (2-расм).

Унинг қиймати (1) ни интеграллашдан келиб чиқади:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV \quad (2)$$



(2) ни ҳисоблаш учун $p=f(V)$ функциянинг аниқ кўриниши маълум бўлиши керак. Газ ҳажми V_1 дан V_2 гача турли усуллар билан ўтиши мумкин (а, б, с-траекториялар). Натижада $p=f(V)$ функция ҳам турлича кўринишга эга бўлади ва газ кенгайишида бажарилган ишлар ҳам хар хил бўлади: $A(a) > A(b) > A(c)$ (3-расм).



Демак, ҳажм кенгайишларида (кичиклашишларида) газнинг бажарган иши унинг бошланғич ва охириги ҳолатлари билангина аниқланмай, балки бу ҳолатга қандай усул билан ўтаётганлигига ҳам боғлиқ бўлади.

Агар бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтишда физик катталиқ ортирмаси ўтиш йўлига (траекторияга) боғлиқ бўлмаса, мазкур катталиқ ҳолатнинг функцияси бўлган катталиқ деб аталади. Идеал газнинг ички энергияси ана шундай катталиқдир.

2-савол. Иссиқлик деганда жисмнинг иситилганлик даражаси ҳақида тасаввур вужудга келади. Жисмнинг иссиқ ёки совуқ туюлиши дастлаб мазкур жисмнинг температураси билан боғлиқ. Газ температурасига нисбатан юқориқроқ температурали жисм идиш ичига жойлаштирилган бўлсин. Маълум вақтдан сўнг жисм совийди, газ эса исийди. Натижада улар бирдай температурага эришадилар. Бу жараён механизми қуйидагича: температураси пастроқ бўлган газ молекулалари хоатик ҳаракат қилиб жисмга урилади, хар бир тўқнашишда жисм газ молекуласига энергия беради, натижада молекуланинг тезлиги ортади ва газ температураси ошади, жисм эса газ молекуласига энергия бергани учун совийди.

XVIII асрда вужудга келган теплород нагазиясига асосан, иссиқликни худди суяқликка ўхшаб бир жисмдан иккинчи жисмга оқиши мумкин бўлган алоҳида модда деб қаралган. Иссиқроқ жисм кўпроқ миқдордаги, сувуқроқ жисм эса камроқ миқдордаги теплородга эга, шунинг учун теплород иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга оқиб ўтади, деб ҳисобланган. Шу назария ҳукумронлик қилган вақтда бир жисмдан иккинчи жисмга узатиладиган энергия миқдорини иссиқлик миқдори деб аталган.

Ҳозирги кунда, иссиқроқ жисм совуқроқ жисмга энергия узатади дейилади. Бу жараён иссиқлик узатиш деб аталади, узатиш энергия миқдори эса иссиқлик миқдори дейилади. Шу сабабли энергия ва иссиқлик миқдори бир хил ўлчов бирлигида ўлчанади, яъни Жоулда. Ундан ташқари иссиқлик миқдорининг калория ўлчов бирлиги ҳам мавжуд. Бир калория бу нормал шароитда бир грамма сувни бир кельвинга иситиш учун зарур бўлган иссиқлик миқдори: $1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ ж}$. Иссиқлик миқдори, худди бажарилган иш каби, ҳолат функцияси бўлмаган катталиқ. Иссиқлик миқдори – жисмда мужассамлашган қандайдир энергия миқдори деб тушуниш мумкин эмас. Жисмда мавжуд бўлмаган иссиқлик миқдори деган ибора ҳеч қандай маънога эга эмас, у динамик тушунча, яъни жараён давомидагина намоён бўлади.

3-савол. Термодинамика фани тажрибадан топилган иккита қонунга асосланади. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни иссиқлик ҳаракатида муҳим роль ўйнайдиган системалар учун энергиянинг сақланиш ва айланиш қонунини ифодалайди. Энергия ҳақида мулоҳаза юритишимиз лозим бўлгани учун ички энергия тушунчасига аниқлик киритиб олайлик.

Энергия узатишнинг 2 хил шакли мавжуд – иш ва иссиқлик миқдори орқалиқ. Иш бир жисмдан иккинчи жисмга энергия узатишнинг макроскопик шаклидир. Масалан, мих болға билан урилса, у қизийди. Иккинчиси бу энергия узатишнинг микроскопик шакли бўлиб, бунда икки жисм молекулаларининг ўзаро таъсири туфайли энергия иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга иссиқлик миқдори тарзида узатилади. Қайси шаклда энергия узатилиши амалга ошаётганлигидан қатъи назар ΔW энергия олган жисмнинг массаси, нисбийлик назариясининг $W=mc^2$ формуласига асосан, $\Delta m=\Delta W/c^2$ миқдорига ортади. Лекин бу катталиқ жуда кичик бўлгани учун термодинамик муносабатларда энергия олаётган жисм массасини ҳам, энергия бераётган жисм массасини ҳам ўзгармас катталиқ сифатида қабул қилинади. Энергия узатиш натижасида жисмнинг ички энергияси ўзгаради. Жисм ички энергияси деганда шу жисм молекулаларининг хаотик ҳаракат кинетик энергиялари, молекулаларнинг ўзаро таъсирлашиш потенциал энергиялари, молекулаларни ташкил этувчи атомларнинг тебранма ва айланма ҳаракат энергиялари, молекулалар таркибидаги атомларнинг боғланиш энергиялари ва атом ядроларининг энергиялари йиғиндиси тарзида тушуниш керак. Жисм ички энергияси қийматини ҳисоблаш жуда қийин масала. Иккинчи томондан, амалий масалаларни ҳал қилишда ички энергиянинг жисм ҳар бир ҳолатига мос бўлган қиймати эмас, балки бирор жараённинг бошланишидаги ва тугалланишидаги жисм ҳолатларига мос келувчи ички энергия қийматларининг фарқи, яъни ички энергиянинг ўзгариши билан иш тутилади.

Шу сабабли ички энергиянинг тўлиқ қийматини билиш шарт ҳам эмас. Масалан, газ кенгайиш жараёнида поршенни юқорига кўтариб иш бажаради. Бу A иш газ ички энергиясининг камайиши эвазига бажарилади.

$$A = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 \quad (3)$$

U_1 ва U_2 – газнинг бошланғич ва охириги ҳолатларига мос келувчи ички энергиянинг қийматлари.

Агар поршен тагидаги газга Q иссиқлик миқдори берсак (қизитсак), унинг ички энергияси ΔU га ортади (харорати ортади) ва газ кенгайиб A иш бажаради, яъни:

$$Q = \Delta U + A \quad (4)$$

Бу боғланиш термодинамика биринчи бош қонунининг математик ифодаси бўлиб, у қуйидагича таърифланади: системага берилган иссиқлик миқдори система ички энергиясини ўзгаришига ва системанинг ташқи жисмлар устида иш бажаришга сарфланади.

Системага иссиқлик миқдори берилганда $Q>0$ деб ва система ташқи жисмлар устида иш бажарганда $A>0$ деб ҳисобланади. Аксинча, система ўзи ташқи муҳитга иссиқлик миқдори берса $Q<0$ деб ва ташқи жисмлар система устида иш бажарса $A<0$ деб олинади.

(4) ифоданинг дифференциал кўриниши қуйидагича:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (5)$$

Термодинамиканинг биринчи бош қонуни биринчи тур адабий двигател (перпетуум мобиле) ясаш мумкин эмаслигини исботлайди. Двигател даврий равишда ишлагани учун ўзининг бошланғич ҳолатига қайтади, шу сабабли $\Delta U=0$ тенг бўлади, натижада $Q=A$ тенг бўлиб қолади, шу сабабли $A>Q$ шарт ҳеч қачон бажарилмайди (Ф.И.К. 1 дан катта бўлмайди).

4-савол. Жараён вақтида тизимнинг иссиқлик сиғими ўзгармаса, у политропик жараён деб аталади. Термодинамика биринчи қонуни ёрдамида тизим параметрлари орасидаги боғланишларни кўриб чиқайлик.

1) Ҳажм ва температура орасидаги боғланиш қуйидагича бўлади (исботсиз):

$$(6) \quad \frac{dV}{V} = n_v \alpha \cdot dT; \quad n_v = \frac{C - C_v}{C_p - C_v}; \quad \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \text{ - ҳажм кенгайиш}$$

коэффициенти.

Изобарик ($p=\text{const}$) жараён учун ($C=C_p$):

$dV=V\alpha dT \rightarrow V=V_0(1+\alpha\Delta t^0)$ - Гей-Люссак қонуни.

2) Тизимнинг босими ва температураси орасидаги боғланиш:

$$(7) \quad \frac{dP}{P} = n_p \beta \alpha dT; \quad n_p = \frac{C - C_p}{C_v - C_p}; \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \text{ - босимнинг термик}$$

коэффициенти.

Изохорик ($V=\text{const}$, $C=C_v$) жараён учун:

$dP=P\beta dT \rightarrow P=P_0(1+\beta\Delta t)$ - Шарл қонуни.

3) Ҳажм ва босим орасидаги боғланиш:

(7) ни (6) га бўлсак:

$$n\mu \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (8)$$

бу ерда $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ ва $\mu = \beta/\alpha$, n - политропа кўрсаткичи, μ -изотерма

кўрсаткичи ёки коррекция параметри.

а) Изотермик ($T=\text{const}$, $dT=0$, $C=dQ/dT \rightarrow \infty$) жараён учун $n=1$:

$$\mu \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (9)$$

Хусусан идеал газ учун $\mu=1$, чунки $\beta = \alpha = \frac{1}{T}$, у ҳолда (8) ва (9) дан:

$$n \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (10)$$

ва

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (11)$$

(8) ва (10) ҳамда (9) ва (11) ларни таққослаб, қуйидаги хулосага келамиз: реал тизимнинг ўзаро таъсир потенциали ёки унинг корреляция функцияси фақат μ параметрга боғлиқдир.

б) Адиабатик жараён учун ($dQ=0$, $C=dQ/dT=0$, $n=\gamma=C_p/C_v$) 8-чи формула қуйидагича ёзилади.

$$\gamma \mu \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (12)$$

γ -Пуассон коэффициентлари.

Идеал газ учун ($\mu=1$):

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (13)$$

Буни интегралласак: $pV^\gamma = \text{const}$ (14) – адиабатик жараёндаги идеал газ учун Пуассон қонуни ифодалайди. 11-формула интегралласак $PV = \text{const}$ (15) – изотерик жараёндаги идеал газ учун Бойл – Мариот қонуни ифодалайди. 10-формула интегралласак $pV^n = \text{const}$ (16) – политропик жараёндаги ($dQ \rightarrow 0$) идеал газ қонунини ифодалайди.

(8), (9), (12)-формуларни интегралласак:

$$pV^{\gamma\mu} = \text{const} \quad (p, V)$$

$$pV^\mu = \text{const} \quad (p, V, T = \text{const})$$

$$pV^{\gamma\mu} = \text{const} \quad (p, V, dQ=0)$$

Бу тенгламалар реал газлар учун ўринли.

(6) ва (7) ифодаларни қўшиб:

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \varepsilon \alpha dT, \quad \varepsilon = \frac{\mu n - 1}{n - 1}$$

Идеал газ учун $\mu=1$, $\alpha=1/T$ лигидан:
$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T}$$

Буни интегралласак: $pV = \text{const} \times T$ -холоат тенгламаси ҳосил бўлади.

Синов саволлари:

1. Газнинг бажарган иши нимага боғлиқ?
2. Холоат функцияси бўлган катталик.
3. Тепловод назарияси.
4. Каллория нима?
5. Энергия узатишнинг усуллари.
6. Жисм ички энергияси.
7. Термодинамиканинг 1 – қонуни.
8. Политропик жараён.
9. Адиабатик жараён.

Мавзу-4. Система энтропияси.

1. Газлардаги товушнинг тезлиги.
2. Реал газлардаги Жоул-Томсон эффекти.
3. Система энтропияси.
4. Термодинамика иккинчи бошқа қонунининг (ТИБҚ) статистик маъноси.

1. Газлардаги товушнинг тезлиги.

Механикадан маълумки газлардаги товуш тезлиги қуйидагича топилаётган эди:

$$V = \sqrt{dP / d\rho}$$

бу ерда P ва ρ - газ босими ва зичлиги. Ньютон фикрича газларнинг ҳарорати ўзгармаганда улардаги товуш тезлиги қуйидагича топилади (Ньютон формуласи):

$$V_H = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \quad (\text{изотерик жараён}),$$

бу ерда μ -газнинг моляр массаси, хусусан ҳаво учун $T=273^0\text{K}$ да: $V_H=280$ м/с, ваҳоланки тажриба натижаси $V=330$ м/с тезликни беради.

Бундай фарқланишни Лаплас бартараф қилди. У газларда тарқалаётган товуш тўлқини ҳосил қилган зичлик ва температура тебранишлари жуда тез ўтади, ҳамда газнинг иссиқлик сиғими жуда кичик бўлгани учун бундай процессларда иссиқлик алмашилиши ҳеч қандай рол ўйнамайди деди ($dQ=0$). Шу сабабли газларда товушнинг тарқалишини адиабатик жараён деб қараш мумкин. Бу жараён тенгламасидан:

$$\gamma P d\rho - \rho dP = 0 \rightarrow \frac{dP}{d\rho} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{ad} = \gamma \frac{P}{\rho}$$

натижада Лаплас формуласини ҳосил қиламиз:

$$V_L = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = V_H \cdot \sqrt{\gamma}$$

Унга мувофиқ $T=273^0\text{K}$ да ҳаводаги товушнинг тезлиги: $V_L=280 \cdot \sqrt{1,4}=330$ м/с бўлади.

Демак, γ -Пуассон коэффициентини товушнинг Ньютон ва Лаплас тезлиги формулалари орқали аниқлаш мумкин:

$$\gamma = \left(\frac{V_h}{V_H}\right)^2 = \frac{C_p}{C_v}$$

2. Реал газлар учун Жоул – Томсон эффекти.

Кран очилиб газ “А” идишдан “В” бўш идишга оқиб ўтсин ва натижада “А” идишдаги газ босими ва ҳарорати P_2 ва T_2 бўлиб қолсин. Қуйидаги белгилашлар киритсак: $\Delta P = P_2 - P_1$ ва $\Delta T = T_2 - T_1$. Термодинамика қонунларидан (исботсиз) қуйидаги тенгликни келтириб чиқарса бўлади:

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{\partial T}{\partial P} = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V}{C_p}$$

Газнинг катта босимли жойдан кичик босимли томонга оқиши туфайли $\Delta P = P_2 - P_1 < 0$ бўлади (манфий). Агар кран орқали оқиб ўтишда газнинг температураси камайса ($\Delta T = T_2 - T_1 < 0$ ва $\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0$), у ҳолда мусбат Жоул – Томсон эффекти ҳосил бўлади. “А” идишдаги газ температураси ошса ($\Delta T = T_2 - T_1 > 0$ ва $\Delta T / \Delta P < 0$), у ҳолда манфий Жоул – Томсон эффекти юзага келади (гелий ва водород газлари учун). Қуйидаги айниятни $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v / \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$ юқоридаги формулага қўйсак:

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = - \frac{T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v + V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}{C_p \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}$$

ҳосил бўлади. $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v$ ва $\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T$ ҳосилаларни Ван-дер-Ваалс тенгламасидан ҳисоблаб қуйидагини топамиз:

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = - \frac{\frac{bRT}{(v-b)^2} - 2a/v^2}{C_p \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T}$$

ΔP катталик кичик бўлса, Жоул-Томсон дифференциал эффекти юзага келади ва натижада ΔT ҳам кичик бўлади. Агар ΔP жуда катта бўлса, Жоул-Томсон интеграл эффекти юз беради, яъни температуранинг ΔT ўзгариши ҳам жуда катта бўлади. Бу эффект техникада паст температуралар олиш учун қўлланилади. Сийрак газлар учун $T_{\text{и}} = 2a/P_0 = 27T_{\text{к}}/4$ ҳарорат инверсия температураси дейилади. Бу температурада $\Delta T = 0$ бўлади. Агар $T < T_{\text{и}}$ бўлса газ совийди, $T > T_{\text{и}}$ бўлса, газ исийди. Кўпчилик газлар учун $T_{\text{и}} > 20^\circ\text{C}$, шу сабабли хона температурасида улар совийди. Водород ва гелий учун $T_{\text{и}} < 20^\circ\text{C}$ бўлгани учун, улар кенгайганда исийди.

3. Система энтропияси.

Қайтувчан Карно цикли бўйича ишлайдиган иссиқлик машинасининг ФИК дан:

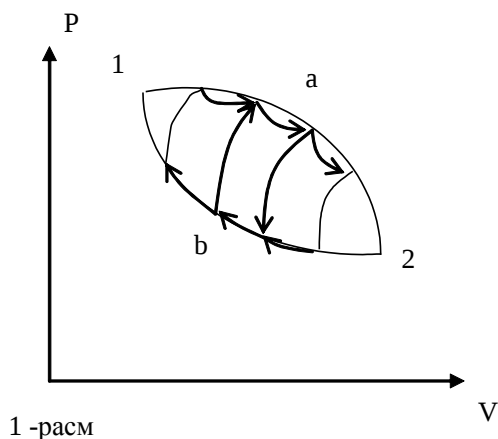
$$\eta_{\text{ид}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Агар $Q_2 < 0$ лигини инобатга олсак:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (1)$$

Q_1 – иситкични ишчи жисмга берган иссиқлик миқдори, Q_2 – совутгични ишчи жисмга берган иссиқлик миқдори, Q/T – иссиқликнинг келтирилган миқдори дейилади.

Демак, Карнонинг қайтувчан цикли учун иссиқликлар келтирилган миқдорларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлади.



Ҳар қандай қайтувчан 1a2b циклини бир қатор Карно элементар цикллarga ажратиш мумкин (1-расм). Ҳар бир элементар цикл учун 1-формула ўринли, хусусан i элементар цикл учун:

$$\frac{\delta Q_{i1}}{T_{i1}} + \frac{\delta Q_{i2}}{T_{i2}} = 0 \quad (2)$$

Сўнг барча цикллarning йиғиндисини олсак:

$$\sum_{1a2} \frac{\delta Q_{i1}}{T_{i1}} + \sum_{2b1} \frac{\delta Q_{i2}}{T_{i2}} = 0 \quad \text{ёки} \quad \sum_{1a2b1} \frac{\delta Q_i}{T_i} = 0 \quad (3)$$

Бу йиғиндини интеграл билан алмаштириш мумкин:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (4)$$

Интеграл белгисидаги айланача интеграллаш амали берк контур бўйича амалга оширилишини кўрсатади. Математикадан маълумки, бирор катталиқнинг берк контур бўйича интеграли нолга тенг бўлса, интеграл остидаги ифода жисм ҳолатини характерловчи бирор функциянинг тўлиқ дифференциали бўлади. Клаузиус бу функцияни энтропия деб атади. Уни S харфи билан белгилайлик, у ҳолда:

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

Буни интегралласак

$$S = \int \frac{\delta Q}{T} \quad (5)$$

Жисмнинг хар бир ҳолатига энтропиянинг аниқ битта қиймати мос келади. Демак энтропия ҳолатнинг бир қийматли функциясидир. Қайтувчан процесс туфайли 1-ҳолатдан 2-ҳолатга ўтган жисм энтропиясининг ўзгариши (ΔS) ўтиш йўлига боғлиқ эмас, унинг қиймати бошланғич ва охири ҳолатлар билан аниқланади:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \quad (6)$$

Агар система иссиқлик манбаларидан изоляцияланган бўлса ($\delta Q=0$), энтропиянинг ўзгариши $\Delta S=S_2-S_1=0$ бўлади (7).

Демак, берк системада қайтувчан процесс амалга ошганда энтропия ўзгармайди ($S_1=S_2$).

Қайтмас циклниң ФИК дан: $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ ёки $-\frac{Q_2}{Q_1} < -\frac{T_2}{T_1}$ ёки $\frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$ ёки

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}.$$

Агар совиткични ишчи жисмга берган Q_2 иссиқлик миқдори манфийлигини ҳисобга олсак:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0 \quad \text{ёки} \quad \oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad (8)$$

Бу муносабат Клаузиус тенгсизлиги деб аталади.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \oint_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \oint_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad (9)$$

Бунда 1- интеграл (1a2) қайтмас ва 2-интеграл (2b1) қайтувчан процессларга тегишли. Шунинг учун: $\int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = \Delta S = S_1 - S_2$ Натижада (9) учун

$$\int \frac{\delta Q}{N} + S_1 - S_2 < 0$$

Демак қайтмас $1 \rightarrow 2$ процессда система энтропиясининг ўзгариши:

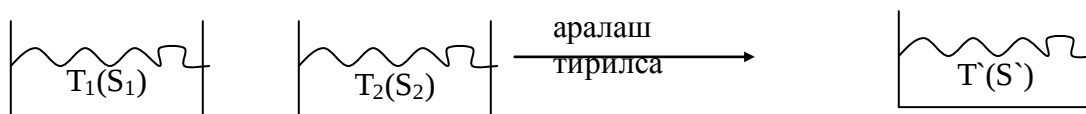
$$\Delta S = S_2 - S_1 > \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \quad (10)$$

Агар система иссиқлик манбаларидан изоляцияланган бўлса ($\delta Q=0$), энтропиянинг ўзгариши $\Delta S = S_2 - S_1 > 0$ бўлади (11). Демак, берк системада қайтмас процесс амалга ошганда энтропия ортади ($S_2 > S_1$).

Натижада (7) ва (11) чи ифодалардан ТИБҚнинг таърифи келиб чиқади: Берк системада қайтувчан процесс амалга ошганда энтропия ўзгармайди, қайтмас процесс содир бўлганда эса энтропия ортади.

Амалдаги табиий процесслар қайтмас бўлади, шу сабабли ўз-ўзидан амалга ошидагин табиий жараёнларда энтропия ортади. Бу ортиш чексиз эмас, мувозанат ҳолатга эришилгач системада ҳеч қандай ҳолат ўзгаришлари рўй бермайди. Масалан, T_1 ва T_2

($T_1 > T_2$) ҳароратли сувлар аралаштирилса T' ҳароратли аралашма ҳосил бўлади ($T_1 > T' > T_2$) ва натижада $S' > S_1 + S_2$ бўлади. Тескари процес, яъни T' температурадаги сувни T_1 ва T_2 температурали сувларга ажралганини ҳеч қим қузатган эмас (энтропия камайишини).



Бундан ТИБҚ нинг янги таърифи келиб чиқади: Изоляцияланган системадаги табиий процесслар энтропияси ортадиган йўналишда амалга ошади.

Қайтувчан процессга тегишли бўлган (7) чи муносабатни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta A}{T} = \frac{dU + p dv}{T} \quad (12)$$

Бу ифодада ТББҚ ва ТИБҚ лари бирлашган, шу сабабли бу тенгламани баъзан термодинамиканинг асосий тенгламаси деб ҳам аталади. Ундан фойдаланиб 1 моль идеал газ энтропиясининг ўзгаришини (ΔS ни) ҳисоблайлик: Агар $dU = C_v dT$ ва $p = RT/V$ тенглигини инобатга олсак (12) дан: $dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$ буни интеграллаб:

$$S = C_v \ln T + R \ln V + C. \quad (13)$$

ΔS ни ҳисоблашда интеграллаш доимийси C йўқолади. T_1 дан T_2 гача иситилган 1 моль идеал газ энтропиясининг ўзгариши:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (14)$$

Агар иситиш ўзгармас ҳажмда ($V = \text{const}$) амалга оширилса:

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (15)$$

Идеал газнинг изотермик ($T = \text{const}$) ўзгаришларида:

$$\Delta S = R \ln(V_2 / V_1) \quad (16)$$

Баъзи бир ҳолларда система айлани холати учун энтропиянинг миқдорини билиш талаб қилинади. Бундай ҳолларда термодинамиканинг учинчи бош қонуни деб аталадиган Нернст теоремасидан фойдаланилади: Ҳар қандай жисмнинг абсолют температураси нолга яқинлашганда унинг энтропияси ҳам нолга интилади:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0 \quad (17)$$

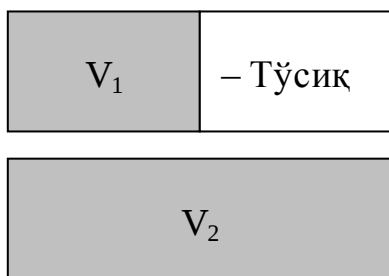
Шунинг учун $T \neq 0$ ҳолатдаги система энтропиясини аниқлашда қуйи чегара сифатида $T = 0^\circ \text{K}$ даги ҳолат олинади.

4. Термодинамика иккинчи қонунининг статистик маъноси.

а) Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги. Температураси T_1 бўлган жисмдан T_2 температурали жисмга δQ иссиқлик миқдори ўз – ўзидан ўтиши натижасида ($T_1 > T_2$) бу икки жисмдан ташкил топган система энтропиясининг ўзгариши қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{\delta Q}{T_2} - \frac{\delta Q}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot \delta Q \quad (18)$$

Агар $T_1 > T_2$ бўлса $\Delta S > 0$ бўлади, шунинг учун иссиқроқ жисмдан совуқроқ жисмга ўз – ўзидан иссиқлик миқдорининг ўтиши содир бўлади. Аксинча $T_2 > T_1$ бўлган ҳолда $\Delta S < 0$ бўлади, шунинг учун совуқроқ жисмдан иссиқроқ жисмга ўз – ўзидан иссиқлик миқдори ўтмайди.



Иккинчи мисолни кўрайлик. Бирор идишнинг ярмида (V_1 ҳажмда) N та дона молекуладан иборат газ мавжуд, идишнинг иккинчи қисми бўшлиқ. Агар ўртадаги тўсиқ олиб ташланса, газ V_2 ҳажмгача кенгаяди. Бу процессда энтропиянинг ўзгариши $\Delta S = S_2 - S_1 > 0$ бўлади, чунки (16) формулага асосан $V_2 > V_1$. Тескари процесс амалга ошиш учун, яъни барча молекулалар яна идишнинг ярмида тўпланиши учун $\Delta S = S_2 - S_1 < 0$ бўлиши лозим. Лекин энтропиянинг камайишига олиб келадиган бундай процесс амалга ошмайди. Термодинамикада процессларнинг содир бўлиши мумкин ёки мумкин эмаслигини система энтропиясининг ўзгариши асосида аниқланади.

Термодинамик процессларни статистик физика ҳам ўрганади. Статистик физикада процеснинг амалга ошиш ёки ошмаслиги система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги (W) билан боғлиқ. Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги ва энтропияси орасида Больцман томонидан аниқланган боғланиш мавжуд:

$$S = k \ln W \quad (19)$$

Бу муносабат ТИБҚ нинг асосий таърифини ҳосил қилади: Ихтиёрий изоляцияланган система энтропияси шу система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги логарифмига пропорционалдир, яъни табиатдаги барча процесслар система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги ортадиган йўналишда содир бўлади. Бу таъриф ТИБҚ нинг статистик маъносини англатади.

Б) Система ҳолатлари. Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги тушунчасини ойдинлаштириб олайлик. Бирор идиш ҳажмини панжарасимон тўсиқ билан икки тенг қисмга ажратайлик. Молекулалар тўхтовсиз ва тартибсиз ҳаракатда бўлишларига қарамасдан, эҳтимолликлар назариясига асосланиб, идишнинг чап ва ўнг қисмларидаги молекулалар сонини олдиндан айтиб бериш мумкин. Молекулалар сонини N билан белгиласак:

	1-хол		2-хол		1-хол		2-хол		3-хол		4-хол																
N=1:	<table><tr><td>.1</td><td></td></tr></table>	.1			<table><tr><td></td><td>.1</td></tr></table>		.1	;	N=2:	<table><tr><td>.1</td><td></td></tr><tr><td>.2</td><td></td></tr></table>	.1		.2		<table><tr><td>.1</td><td>.2</td></tr></table>	.1	.2		<table><tr><td>.2</td><td>.1</td></tr></table>	.2	.1		<table><tr><td></td><td>.1</td></tr><tr><td></td><td>.2</td></tr></table>		.1		.2
.1																											
	.1																										
.1																											
.2																											
.1	.2																										
.2	.1																										
	.1																										
	.2																										

N=3:	1-хол	2 – хол	3 – хол	4-хол	5-хол	6-хол	7-хол	8-хол																																									
	<table> <tr><td>.1</td><td></td></tr> <tr><td>.2</td><td></td></tr> <tr><td>.3</td><td></td></tr> </table>	.1		.2		.3		<table> <tr><td>.1</td><td>.3</td></tr> <tr><td>.2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	.1	.3	.2				<table> <tr><td>.1</td><td>.2</td></tr> <tr><td>.3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	.1	.2	.3				<table> <tr><td>.2</td><td>.1</td></tr> <tr><td>.3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	.2	.1	.3				<table> <tr><td>.1</td><td>.2</td></tr> <tr><td></td><td>.3</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	.1	.2		.3			<table> <tr><td></td><td>.3</td></tr> <tr><td></td><td>.1</td></tr> <tr><td></td><td>.2</td></tr> </table>		.3		.1		.2	<table> <tr><td></td><td>.1</td></tr> <tr><td></td><td>.2</td></tr> <tr><td></td><td>.3</td></tr> </table>		.1		.2		.3
.1																																																	
.2																																																	
.3																																																	
.1	.3																																																
.2																																																	
.1	.2																																																
.3																																																	
.2	.1																																																
.3																																																	
.1	.2																																																
	.3																																																
	.3																																																
	.1																																																
	.2																																																
	.1																																																
	.2																																																
	.3																																																
	W=1/8		W=(1/8).3		W=(1/8).3			W=1/8																																									
	1-холат		2-холат		3-холат			4-холат																																									

Шу тарика молекулалар сонини ортириб қуйидаги қонуниятларни аниқлаймиз: 1) идишда N та молекула мавжуд бўлса, амалга ошиши мумкин ҳолларнинг сони 2^N га тенг; 2) идишнинг чап ёки ўнг қисмида барча N дона молекулаларни қайд қилиш эҳтимоллиги 2^{-N} га тенг; 3) амалга олиши мумкин бўлган ҳолатлар сони N+1 га тенг; 4) молекулалар идиш ҳажми бўйича текис тақсимланишга ҳаракат қилади, чунки бу ҳолатда уларни қайд қилиш эҳтимоллиги энг катта бўлади.

Агар 1 см^3 ҳажмда тахминан 10^{20} та газ молекуласи бор десак идишнинг фақат чап қисмида бу молекулаларнинг тўпланиш эҳтимоллиги тахминан 10^{-19} га тенг бўлади. Амалий жихатдан бу ҳеч қачон рўй бермайдиган воқеа. Энг катта термодинамик эҳтимолликка эга бўлган ҳолат системанинг мувозанат ҳолати деб аталади. Система мувозанат ҳолатда бўлганда идишнинг барча ҳажми бўйлаб молекулалар текис тақсимланган бўлади. Мувозанат ҳолатда системанинг энтропияси максимал қийматга эришади. Шу сабабли энтропия изоляцияланган системанинг мувозанат ҳолатга яқинлик ўлчовини белгилайди. Ундан ташқари энтропия системанинг тартибсизлик ўлчовини билдиради, чунки мувозанат ҳолатда молекулалар идиш ҳажмининг барча қисмини эгаллайди, демек бу ҳол система молекулаларининг энг тартибсиз ҳолатини акс эттиради. Шу сабабли энг тартибсиз ҳолатда система энтропияси максимал қийматга эга бўлади (мувозанат вазият).

ТИБҚ чекланган, у кам сонли ва чексиз кўп зарралардан ташкил топган (коинот) системалар учун қўлланилмайди. Масалан, 19 аср охирида баъзи олимлар Коинотни изоляцияланган система деб, қуйидаги фикрни илгари сурганлар: Коинот энтропияси максимал қийматга интилиб боради ва натижада барча жисмлар температураси тенглашади. Бу эса барча иссиқлик процессларнинг тўхташига олиб келади, яъни Коинотнинг “иссиқлик ҳалокати” рўй беради. Бу гипотеза ўринсиз, чунки ТИБҚ фақат чекли соҳалардагина маънога эга. Коинот чексиз, унинг тараққиёти давом этиб келган ва давом этаверади.

Синов саволлари:

1. Товуш тезлиги учун Ньютон формуласи.
2. Товуш тезлиги учун Лаплас формуласи.
3. Мусбат ва манфий Жоул – Томсон эффекти.
4. Жоул – Томсоннинг дифференциал ва интеграл эффектлари.
5. Инверсия ҳарорати нима?
6. Қайтувчан ва қайтмас жараёнлардаги система энтропиясининг ўзгариши.
7. Системадаги табиий жараёнлар қайси йўналишда амалга ошади?
8. Термодинамиканинг асосий тенгламаси.
9. Нернст теоремаси.
10. Термодинамика 2 – қонунининг асосий таърифи.
11. Система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллиги.
12. Коинотнинг иссиқлик ҳалокати.

Мавзу -5. Газ молекулаларининг тақсимот функцияси.

1. Молекулаларнинг импульс бўйича тақсимоти

2. Ташқи майдондаги Больцман тақсимооти .

1. Тасодифий ходисанинг эҳтимоллиги.

1859 йили ингилиз олими Д. Максвелл статистик ўлчамларни аниқлаш учун физикага эҳтимоллик тушунчасини киритди. Бунинг учун у молекула импульсини тасодифий ходиса деб қаради. Масалан, шашқол ташалганда 1 дан то 6 рақамигача сонлар чиқиш тасодифий ходиса, шашқолни бир марта ташашда қандай сон чиқиши номуайян ходиса, лекин “5” сони чиқиш эҳтимоллигини аниқ айтиш мумкин. Буни аниқлайлик, шашқолни N марта ташласак N марта 5 сони чиқсин, у ҳолда 5 сони чиқиш эҳтимоллиги

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N'}{N} \quad \text{бўлади.}$$

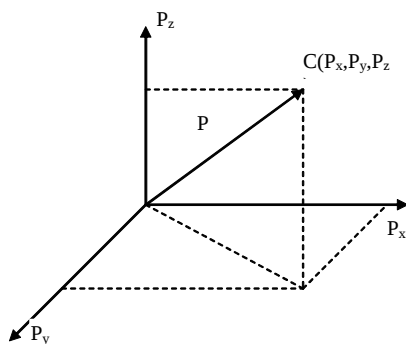
Шашқол ташалганда 1 дан то 6 рақамигача сонлар чиқиш эҳтимоллиги бир хил бўлгани учун 5 сони чиқиш эҳтимоллиги $W=1/6$ га тенг.

Масалан, шашқолни 300 марта (N) ташласак 5 рақами $N' = N \cdot W = 300 \cdot 1/6 = 50$ марта чиқади. Демак, айтилган вақтда молекула импульси нимага тенг деган ечилмайдиган масаладан қочиб, молекула импульси шу қийматга тенг бўлиши эҳтимоллигини аниқлаш зарур.

2. Молекулаларнинг импульс бўйича тақсимооти.

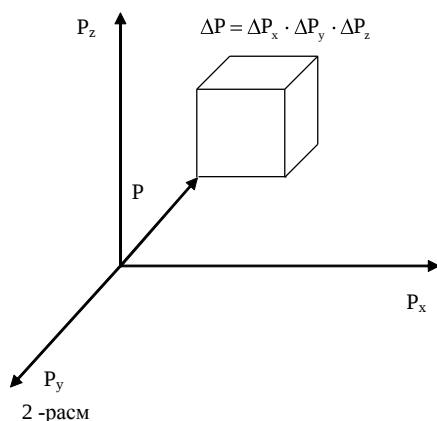
Максвелл газ молекулаларининг импульси тасодифий ходисалигини инобатга олиб (уларнинг тезлиги 0 дан то ∞ гача ўзгариши мумкин), айтилган бир макроскопик ҳолат учун бу молекулалар импульси маълум бир эҳтимоллик ёки статистик тақсимоотга бўйсунганини аниқланади.

Импульс фазосида C нуқтада жойлашган битта молекула $\vec{P}(P_x, P_y, P_z)$ радиус вектор билан ифодалаш мумкин, P_x, P_y, P_z - молекула импульсининг координата ўқларидаги сон қиймати.



1 -расм

Ўқиб билишда n та молекула бўлсин. Агар импульслар фазосида ҳар битта молекула импульсини нуқта билан ифодаласак, уларнинг тақсимооти расмдагидек бўлади. Координата марказидан узоқлашган сари нуқталар зичлиги камайди, чунки тезлиги катта бўлган молекулаар сони ҳам камайди.



Вақт ўтиши билан молекулалар тўқнашуви натижасида импульс нуқталарининг вазияти ўзгаради, лекин улар зичлигининг ўртача қиймати импульс фазосининг маълум бир ҳажмида аввалгидек бўлиб қолади. Бу натижа айнан статистик қонуният мавжудлигини ифодалайди. Импульс нуқталарининг ўртача зичлиги газ молекулалар сонига (n) ва уларнинг импульс бўйича тақсимот функциясига – $f(p)$ боғлиқ бўлади, яъни кўпайтмасига тенг бўлади, $n \cdot f(p)$. Натижада $\Delta p = \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z$ кичик импульс ҳажмидаги молекулалар сони ёки аниқроғи импульси p дан то $p + \Delta p$ гача тенг бўлган молекулалар сони қуйидагига тенг:

$$\Delta n(p) = n \cdot f(p) \cdot \Delta p$$

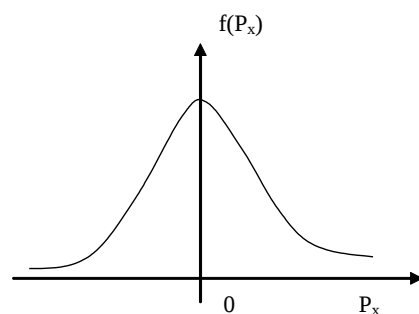
Молекулалар импульси p дан то $p + \Delta p$ гача бўлиш эҳтимоллиги:

$$\Delta \omega = \frac{\Delta n}{n} = f(p) \cdot \Delta p \text{ га тенг бўлади,}$$

$f(p)$ – молекулаларнинг импульс бўйича тақсимот функцияси ёки эҳтимоллик зичлиги дейилади. Максвелл бу функция кўринишини аниқлади:

$$f(p) = A \cdot e^{-\varepsilon_k / \varepsilon_u} = A \cdot e^{-p^2 / 2mkT}$$

$\varepsilon_k = p^2 / 2m$ ва $\varepsilon_u = kT$ - молекуланинг кинетик ва иссиқли ҳаракат энергиялари, $k = R/N = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град Больцман доимийси, R -универсал газ доимийси, N -Авагадро сони. A – импульсга боғлиқ бўлмаган коэффициент, унинг қиймати нормалаштириш шартидан аниқланади. Бу функция графиги расмда берилган, расмдаги чизик Гаусс эгри чизиги деб аталади ва экспоненциал боғланишни ифодалайди.



4-расм

Бизга маълумки, шашкол ташлаганда 1 дан то 6 сонлар чиқиш эҳтимолиги бирга тенг: $\omega(1) + \omega(2) + \omega(3) + \omega(4) + \omega(5) + \omega(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$

Худди шунга ўхшаш:

$$\sum_i \Delta\omega_i = \sum_i f(p_i) \Delta p_i = 1$$

Узлуксиз қийматлар учун:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(p) dp = 1$$

Бу шартлар нормаллаштириш шарти деб аталади, ундан A нинг қийматини аниқласак: $A = 1/(2\pi mkT)^{3/2}$, у ҳолда:

$$\Delta n(p) = \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}} e^{-p^2/2m \cdot kT} \times \Delta p$$

Бу ифода газ молекулаларининг импульс бўйича Максвелл тақсимот қонунини ифодалайди ва у тажриба натижаларига тўлиқ мос келади.

2. Тақсимот функцияси ёрдамида статистик ўртачаларни аниқлаш.

Молекуланинг илгарланма ҳаракат ўртача кинетик энергиясини

$$\overline{\varepsilon_k} = \overline{p^2} / 2m \quad \text{аниқлайлик:}$$

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon_k} &= \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_k \cdot f(p) \cdot dp = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p^2}{2m} f(p) dp = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} \cdot \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} \times \\ &\times e^{-(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) / 2mkT} \cdot dp_x dp_y dp_z = \frac{3}{2} kT \end{aligned}$$

Кўриниб турибдики, газ ҳарорати молекулаларнинг хаотик иссиқлик ҳаракати интенсивлигини ифодалар экан.

Больцман тақсимои. Максвелл тақсимои идеал газлар учун аниқланган. Агар газга ташки кучлар таъсир этса, масалан Ер атропоидаги гравитацион тортишиш кучлари, у ҳолда идиш ичидаги молекулалар тақсимои текис бўлмайди, яъни Ерга яқинроқ хаво молекулалар зичлиги каттароқ бўлади. Натижада газ молекулаларининг тақсимои функцияси молекулалар импульсига ва координаталарига – $f(p,r)$ боғлиқ бўлади. Бундай тақсимои биринчи бўлиб австралиялик олим Больцман аниқланди. Импульслари p дан то $p+\Delta p$ ва координаталари r дан то $r+\Delta r$ гача бўлган молекулалар эҳтимоллиги қуйидагига тенг:

$$\Delta\omega = f(p,r) \cdot \Delta p \cdot \Delta r$$

$f(p,r)$ – тақсимои функцияси ёки эҳтимолик зичлиги.

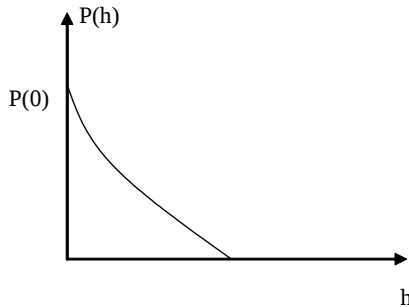
Больцман тақсимои функцияси молекула тўлиқ энергиясининг $[p^2/2m + V(r)]$ ўртача иссиқлик ҳаракат энергияси (kT) нисбатига боғлиқ, яъни:

$$f(p,r) = A e^{-(p^2/2m + V(r))/kT}$$

бу ерда $V(r)$ – молекуланинг ташки кучлар майдонидаги потенциал энергияси; доимий A нормаллаштириш шартидан аниқланади. Бу формула ёрдамида ер тортишиш майдонидаги ҳаво молекулалари концентрациясининг баландликка боғлиқлик қонуниятини ва ҳаво босимини баландликка боғлиқлик барометрик формуласини аниқлаш мумкин. Ер тортишиш майдонида ҳаво молекуласининг потенциал энергияси $V(r)=mgh$ га тенглигини эътиборга олсак, барометрик формула қуйидагича кўринишга эга бўлади:

$$P(h)=P(0) \cdot e^{-Mgh/RT}$$

бу ерда $P(0)$ ва $P(h)$ – ҳавонинг ер сиртидаги ва h баландликдаги босими, M – ҳавонинг ўртача моляр массаси. Бу формула графиги расмда ифодаланган.



5 -расм

Синов саволлари:

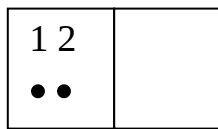
1. Тасодифий ходиса эҳтимоллиги.
2. Молекулаларнинг импульс бўйича тақсимот функцияси.
3. Максвелл ва Больцман тақсимотларининг фарқи.
4. Барометрик формула.
5. Больцман формуласи.

Мавзу-6. Гиббс ансамбли ва фазавий фазо.

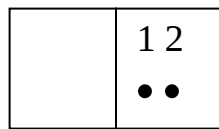
1. Гиббс ансамбли.
2. Фазавий фазо.
3. Статистик физиканинг асосий масаласи.
4. Гиббснинг каноник тақсимоми.
5. Термодинамик функциялар.

Максвелл ва Больцман тақсимотлари статистик физикадаги хусусий масалалар ечимини ифодалайди. Аммо статистик физикада умумлашган тизимлар масаласини ечиш усуллари топиш зарур. Бунинг учун асосий ғоя сифатида ихтиёрий тизимнинг қандайдир аниқ микроҳолатда бўлиш эҳтимоллигини билиш ва ҳисоблаш керак. Бу эҳтимоллик ёрдамида эса статистик ўртачалар аниқланади. Энди ихтиёрий макроскопик тизимнинг умумий ҳолатини кўриб чиқайлик.

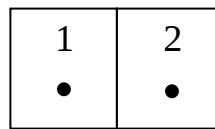
1. Гиббс ансамбли. Макроскопик тизимни ташкил қилувчи микрозаррачалар координата ва тезликларини тасодифий катталиқ деб қабул қиламиз. Мисол тариқасида идиш ичида 2 та газ молекуласи бор деб фараз қилайлик. Бу 2 та молекула вазияти 4 та ҳолат билан аниқланади:



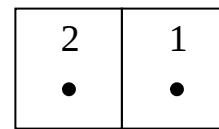
$$\omega_1 = 1/4$$



$$\omega_2 = 1/4$$



$$\omega_3 = 1/4$$

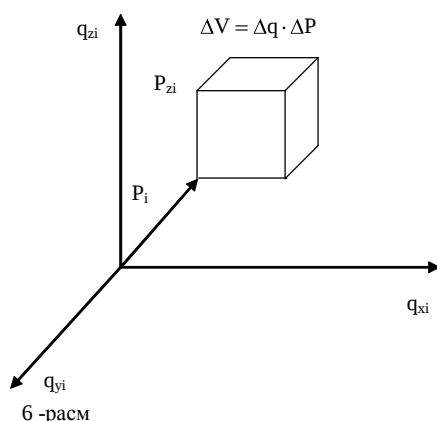


$$\omega_4 = 1/4$$

Демак, битта макрохолатга 4 та микрохолат мос келиши мумкин. Бу микрохолатлар Гиббс ансамбли деб аталади. Расмдан кўриниб турибдики газ молекулаларининг тартибсиз текис тақсимот эҳтимоли энг катта бўлар экан: $W_T = \omega_2 + \omega_3 = 1/4 + 1/4 = 1/2$.

2. Фазавий фазо. Геометрик нуқтаи назардан Гиббс ансамблини фазавий фазо ёрдамида тушунтириш мумкин. Бизга маълумки фазодаги битта молекула ҳолати x, y, z координаталар ва P_x, P_y, P_z импульс проекциялари билан, яъни 6 ўлчовли параметрлар билан аниқланади. Демак молекулалар сони n та бўлса, уларнинг ҳаммасига 6 n ўлчовли фазо мос келади. Бундай кўп ўлчовли, яъни ўзаро перпендикуляр 6 n ўқлар билан аниқланадиган фазонинг битта нуқтасига 6 n та параметр мос келади:

$$x_1, y_1, z_1, P_{x1}, P_{y1}, P_{z1}, \dots, x_n, y_n, z_n, P_{xn}, P_{yn}, P_{zn}.$$



Бу фазо фазавий фазо деб аталади. Фазавий фазодаги ҳар бир нуқта макротизмнинг микрохолатини ифодалайди. Тизимнинг микрохолати ўзгарса, нуқта силжиб фазавий траекторияни ҳосил қилади. Демак фазавий фазодаги нуқталар Гиббс ансамблини ифодалайди.

Микрохолат эҳтимоллиги. Фазавий фазо ичида жуда кичик бўлган 6 n ўлчамли ҳажми белгиласак: $\Delta V = \Delta q \cdot \Delta p = \Delta q_1 \cdot \Delta q_2 \cdot \dots \cdot \Delta q_{3n} \cdot \Delta p_1 \cdot \Delta p_2 \cdot \dots \cdot \Delta p_{3n}$ бу ерда q -ҳамма n та заррачаларнинг умумлашган координаталари, Δp -ҳамма заррачаларнинг импульс проекциялари. Агар ΔV ҳажм ичидаги микрохолатлар (нуқталар) сонини ΔN , яъни координаталари q дан то $q + \Delta q$ ва импульслари p дан то $p + \Delta p$ бўлган ансамбллар сони бўлса ва умумий ансамбллар сони N бўлса, у ҳолда микрохолатлар эҳтимоллиги:

$$\Delta \omega = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{N} \quad \text{бўлади}$$

Тақсимот функцияси. Фазавий фазодаги заррачаларнинг тақсимот функцияси $f(q, p)$ бўлса, у ҳолда ΔV ҳажмдаги микрохолатлар эҳтимоллиги:

$$\Delta \omega = f(q, p) \cdot \Delta q \cdot \Delta p \quad \text{бўлади}$$

Тақсимот функцияси учун нормаллаштириш шarti қуйидагича ёзилади:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(p, q) dq \cdot dp = 1$$

3. Статистик физиканинг асосий масаласи. Реал тизим учун қандайдир катталикни вақт бўйича ўртача қийматни ҳисоблаш ўрнига Гиббс ансамбли бўйича ўртача статистик қийматни аниқлаш статистик физиканинг асосий масаласидир. Мисол тариқасида n та заррачадан ташкил топган тизим ички энергиясининг (U) ўртача қийматини аниқлайлик. Классик механикада тизим энергияси заррачаларининг кинетик ва потенциал энергиялари йиғиндиси, яъни Гамильтон функцияси $H(q,p)$ орқали берилади:

$$H(q,p) = \sum_{k=1}^{3n} \left(\frac{P_k^2}{2m_k} \right) + \mathcal{V}(q_1, \dots, q_{3n})$$

Тизим ички энергиясининг статистик ўртача қиймати:

$$U = \bar{H} = \int H(q, p) f(q, p) dq dp$$

Худди шунга ўхшаш ихтиёрий физик катталикнинг $[F(q,p)]$ статистик ўртача қиймати қуйидагича аниқланади:

$$\bar{F} = \int F(q, p) \cdot f(q, p) dq dp$$

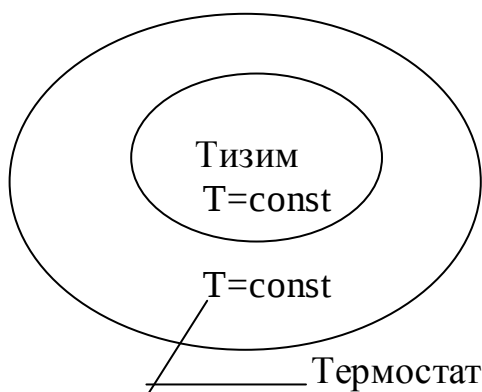
Демак назариянинг асосий вазифаси шундан иборатки, $f(q,p)$ тақсимот функцияси ёрдамида топиладиган физик катталикнинг статистик ўртача қиймати $\bar{F}$ вақт бўйича аниқланган ўртача қийматига $\tilde{F}$ га тенг бўлиши керак, яъни $\bar{F} = \tilde{F}$.

Квазиэргодик теорема. $\bar{F} = \tilde{F}$ шарт бажарилиши учун тизим вақт ўтиши билан ҳамма мавжуд бўлган микрохолатларда бўлиб чиқиши керак. Бунинг учун ўзгармас энергияга эга бўлган тизимда микрохолатларнинг фазовий траекторияси вақт ўтиши билан иложи борица ўзгармас энергия қийматига яқинлашиши зарур. бу ҳолат квазиэргодик теорема дейилади. Бундай шарт бажарилганда тизимдаги физик катталикнинг вақт бўйича ўртача қиймати - $\tilde{F}$ статистик ўртача қийматга - $\bar{F}$ тенг бўлади. Квазиэргодик теоремани классик механика тасаввурларига асосан шу қунгача исботлаб бўлмади. Шу сабабли вақт бўйича ва статистик ўртачаларнинг ўзаро тенглигини статистик физиканинг асосий постулати деб қараш мумкин.

4. Гиббснинг каноник тақсимооти. Термодинамик мувозанат ҳолатда бўлган ихтиёрий тизимнинг тақсимот функцияси кўринишини биринчи бўлиб америкалик олим Гиббс аниқлади.

Тизим T ҳароратли термостат ичида жойлашган ва у термостат билан иссиқлик алмашиш қобилиятига эга бўлсин. У ҳолда тизим ҳарори ҳам T га тенг бўлади. Бундай тизимнинг микрохолатлар эҳтимоллиги Гиббснинг каноник тақсимооти билан аниқланади:

$$f(q, p) = A(T) \cdot e^{-\frac{H(q,p)}{kT}}$$



$H(q,p)$ – тизим энергияси ёки Гамильтон функцияси, kT – молекуланинг ўртача иссиқлик ҳаракат энергияси, A – ҳароратга боғлиқ бўлган коэффициент, u нормаллаштириш шартидан аниқланади. Бу тақсимот функцияси тизим ичида ўзаро таъсирлашаётган заррачалар учун ҳам ўринли. Больцман тақсимот функцияси битта заррачанинг координатаси ва импульсига боғлиқ бўлса, Гиббснинг каноник тақсимот функцияси эса ҳамма заррачаларнинг координата ва импульсларига боғлиқ. Термодинамик мувозанат жараёнлар учун классик статистика назариясининг асосида Гиббснинг каноник тақсимои ётади. Бу тақсимот ёрдамида Максвелл ва Больцман тақсимотларини келтириб чиқариш мумкин.

5. Термодинамик функциялар. $f(q,p)$ тақсимот функцияси ёрдамида тизим ҳолатини характерловчи термодинамик функцияларни (ички энергия, энтропия ва бошқалар) ҳисоблаш мумкин. Термодинамик функциялар Гамильтон функцияси (H) ёрдамида аниқланади, u эса ўз навбатида жисм тузилишига ва молекулалар орасидаги таъсир кучларига боғлиқ.

Масалан, тизимнинг ички энергияси статистик нуқтаи назардан Гамильтон функциясининг статистик ўртача қийматини ифодалайди:

$$U = \overline{H} = \int H(q, p) f(q, p) dq dp$$

Бу ифода орттирмасини $\Delta U = dU$ аниқлаб, термодинамиканинг биринчи қонунини келтириб чиқариш мумкин. Иккинчи термодинамика қонунига асосан киритилган ҳолат функцияси, яъни энтропия, тизим макроҳолатига мос келувчи микроҳолатлар сони билан боғланган. Микроҳолатлар сони қанча кўп бўлса, маълум бир макроҳолатни вужудга келиш эҳтимоли, яъни энтропияси шунча катта бўлар экан. Микроскопик нуқтаи назардан энтропиянинг максимал қийматига тизимнинг энг катта тартибсиз ҳолати мос келади. Бу ҳолат термодинамик мувозанатда амалга ошиб, унинг эҳтимоли энг катта бўлади. Энтропия ортиши тизимни эҳтимоллиги катта бўлган (микроҳолатлар сони кўп бўлган) ҳолатларга интилишини ифодалайди. Ҳисоблар шуни кўрсатадики, тизим энтропияси

$$S = -k \cdot \overline{\ln f(q, p)} \quad \text{га тенг экан.}$$

Температура ортиши билан тизим зарраларининг тартибсиз ҳаракати ортади, натижада энтропия ҳам ортади.

Синов саволлари:

1. Гиббс ансамбли.
2. Фазавий фазо.
3. Микроҳолатлар эҳтимоллиги.
4. Статистик физиканинг асосий масаласи.
5. Квазиэргодик теорема.
6. Гиббснинг каноник тақсимои.
7. Термодинамик функцияларни аниқлаш.

Мавзу-7. Иссиқлик сиғим.

1. Газларнинг иссиқлик сиғими.
2. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғими.
3. Ультрабинафша фожиаси.

Иссиқлик сиғим. Агар ихтиёрий тизимнинг ички энергияси маълум бўлса, жисмнинг иссиқлик сиғимини осонгина аниқлаш мумкин. Масалан, ўзгармас ҳажмдаги жисмнинг иссиқлик сиғими қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$C_v = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_{V=const}$$

1. Газларнинг иссиқлик сиғимини кўриб чиқайлик. 19 асрда олимлар фикрича ҳар қандай жисм жуда кичик ва абсолют қаттиқ микрозаррачалардан ташкил топган деб ўйланган. Кейинчалик атом ва молекула тушунчаси киритилган. Уларнинг ҳаракатини ўрганиш учун заррачанинг эркинлик даражаси (i) киритилган.

Заррачанинг фазодаги ҳаракат ҳолатини аниқловчи ўзаро перпендикуляр координата ўқлар сони заррачанинг эркинлик даражаси деб аталади. Молекуланинг эркинлик даражасига қараб газнинг ички энергияси ўзгаради. Газ ҳажми ўзгармаса ($V=const$) унинг потенциал энергияси ўзгармайди, шу сабабли унинг ички энергияси молекулаларнинг ўртача кинетик энергиясига, яъни ҳароратига боғлиқ бўлиб қолади. Молекулаларнинг ҳаракати тартибсиз бўлгани учун унинг ҳар битта эркинлик даражасига (илгарланма ёки айланма) бир хил ўртача кинетик энергия мос келади. Бу фикр, яъни молекула кинетик энергиясини эркинлик даражаси бўйича текис тақсимот теоремаси деб аталади. Теоремани Гиббс тақсимои ёрдамида исботлаш мумкин. Молекуланинг илгарланма ҳаркат ўртача кинетик энергияси $\bar{\varepsilon} = 3kT/2$ га тенг, демак битта эркинлик даражасига мос келган ўртача кинетик энергия қуйидагига тенг:

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{\bar{\varepsilon}}{i} = \frac{3kT/2}{3} = \frac{1}{2}kT$$

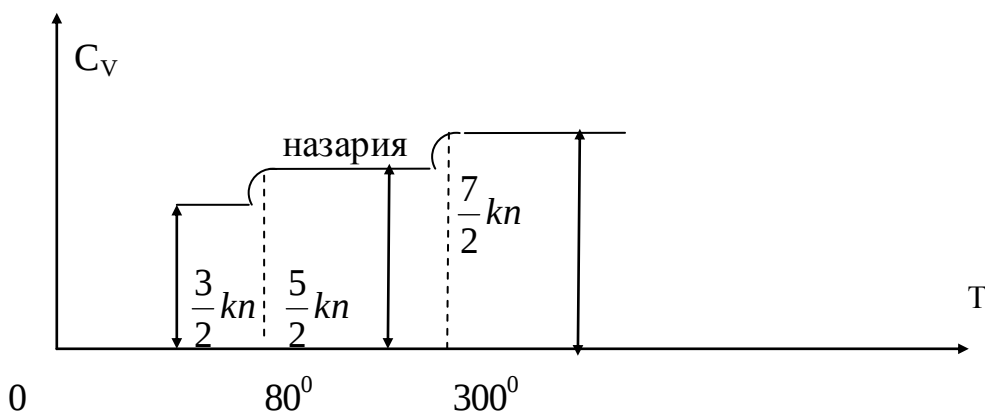
Бу катталикни молекуланинг эркинлик даражасига (i) ва молекуланинг сонига (n) қўпайтирсак идеал газнинг ўртача кинетик энергияси ёки ички энергияси (U) ҳосил бўлади:

$$U = \bar{\varepsilon} = \frac{ni}{2}kT = \frac{N_A \cdot v \cdot i}{2}kT = \frac{v \cdot i}{2}RT = \frac{m}{2M}iRT$$

Газнинг иссиқлик сиғими:

$$C_v = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_v = \frac{nik\Delta T}{2 \cdot \Delta T} = \frac{ikn}{2} \quad \text{бўлади.}$$

Демак, классик назарияга асосан, газнинг иссиқлик сиғими температурага боғлиқ бўлмай, у молекулаларнинг эркинлик даражасига боғлиқ бўлар экан. Бу ҳулоса, бир атомли газлар учун тажриба натижалари билан мос келади ($C_v \approx 3$ кал/град.моль) Лекин икки атомли молекулалар учун назария тажриба натижаларига (расм) мос келмайди. Бу мослик фақат $T \approx 80^0 - 300^0 K$ да тўғри келади, аммо ҳарорат пасайганда ва ортганда газ иссиқлик сиғими мос равишда камаёди ва ортади. Бу натижани классик статистика ёрдамида тушинтириб бўлмайди. Кўп атомли газлар учун эса, бу фарқ ундан ҳам ортади.



Тажриба натижалари (H_2 -гази учун)

2.Қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғими. Қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғимини тушунтиришда ҳам классик статистик физика анча қийинчиликларга дуч келди. Классик назарияга асосан қаттиқ жисмларнинг исиши натижасида кристал панжара тугунларида жойлашган атом ёки ионларнинг тебраниш амплитудаси ортади. Агар тебранаётган атомнинг эркинлик даражасини $i=3$ деб қабул қилинса, у ҳолда битта атомга мос келган ўртача тебраниш кинетик энергияси $3/2kT$ га тенг бўлади. Механикадан маълумки, гармоник тебранаётган тизимнинг (атомнинг) кинетик ва потенциал энергиялари тенг бўлади, натижада кристалдаги битта атомга мос келган ўртача тўлиқ энергия ёки ички энергия: $U_0 = E_{0к} + V_{0п} = \frac{3}{2}kT + \frac{3}{2}kT = 3kT$ бўлади.

Кристалдаги атомлар сони n бўлса, унинг ички энергияси:

$$U = 3nkT$$

У ҳолда кристалнинг иссиқлик сиғими:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_{V=\text{const}} = \frac{3nk\Delta T}{\Delta T} = 3nk$$

Демак, каттиқ жисмлар учун $C_V \approx 6$ кал/град.моль (Дюлонг-Пти қонуни). Бу қиймат тажриба натижалари билан фақат юқори температуралардагина мос келади, паст температураларда эса ($T \rightarrow 0$) $C_V \rightarrow 0$ га интилади. Ундан ташқари, металлларнинг иссиқлик сиғими классик нуқтаи назардан Эркин электронлар газ сиғимига боғлиқ бўлмас экан.

3.Ультрабинафша фожиаси. Агар ҳарорати $T=\text{const}$ жисмдан нурланаётган электромагнит нурланиш энергиясига ютилаётган нурланиш энергиясига тенг бўлса, у ҳолда бундай нурланиш термадинамик мувозанатда бўлади ва натижада нурланаётган жисм ҳарорати ўзгармайди ($T=\text{const}$). Жисмдаги электромагнит нурланишни тизимдаги атомларни тебранишидан ҳосил бўлган ясси тебраниш тўлқинлари сифатида тасаввур қилиш мумкин. Бу тебранишлар частотаси “0” дан то “ ∞ ” гача ўзгаришини инобатга олсак, у ҳолда жисмдаги 1 см^3 ҳажмдан частотаси ω дан то $\omega + \Delta\omega$ гача бўлган нурланишлар сони ΔZ (тебранишлар сони) қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta Z = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 C^3}$$

С-ёруғлик тезлиги; $\omega \rightarrow \infty$ да $\Delta Z \rightarrow \infty$ интилади.

Ясси электромагнит тўлқинларнинг ёки гармоник осциляторнинг 1 та эркинлик даражасига kT энергия мос келишини этиборга олсак, у ҳолда нурланиш энергиясининг зичлиги Рэлей-Джинс формуласи билан аниқланади:

$$\Delta U_\omega = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 C^3} kT$$

Бу формула тажриба натижалари билан фақат кичик частоталарда мос келади, агар частота $\omega \rightarrow \infty$ интилса, ΔU_ω ҳам ∞ га интилади, бу эса тажриба натижаларига мос келмайди, бу ҳолат ультрабинафша фожиаси деб атлади. Демак, классик статистика термодинамик мувозанатдаги нурланиш мумкин эмас деган хулосага олиб келади, ваҳоланки тажрибада бундай нурланиш кузатилади. Бу масалани ҳал қилиш учун немис олими Планк бутунлай бошқа назарияни илгари сурди. Классик назарияга асосан электромагнит нурланиш узлуксиз амалга ошиши мумкин. Планк тасаввурига асосан эса иссиқлик нурланиш узлуксиз бўлмай у жисмдан узлукли равишда нурланади. Бу фикр квант механикаси ва шу билан биргаликда квант статистикасининг асоси бўлиб қолди.

Синов саволлари:

1. Иссиқлик сиғим нима?
2. Молекуланинг эркинлик даражаси.
3. Энергияни эркинлик даражаси бўйича текис тақсимот теоремаси.
4. Идеал газнинг ички энергияси.
5. Идеал газнинг иссиқлик сиғими.
6. Кристаллнинг ички энергияси ва иссиқлик сиғими.
7. Электромагнит нурланишлар зичлиги ва энергияси.
8. Ультрабинафша фожиаси.

Мавзу -8. Квант тасвурлар.

- 1.Планкнинг иссиқлик нурланиш назарияси.
- 2.Квант тасаввурлар.
- 3.Айнан бир хил заррачалар тизими.

1.Планкнинг иссиқлик нурланиш назарияси. Тажрибадан аниқланган, яъни жисм ва унинг иссиқлик нурланиши орасидаги мувозанатни тушунтириш учун немис олими Планк 1900 йилда янги ,умуман классик статистикага зид бўлган ғояни илгари сурди. Қиздирилган жисмдан нурланаётган иссиқлик электромагнит тўлқинлари узлуксиз сочилмай , аксинча узлукли равишда порциялар билан сочилади. Нурланишнинг битта порцияси квант деб аталади. Электромагнит тўлқин квантининг энергияси частотасига тўғри пропорционал:

$$E_0 = \hbar \omega = h\nu$$

$\omega = 2\pi\nu$ -нурланишнинг доиравий (циклик) частотаси, ν -чизикли частота, $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Жс –Планкнинг циклик доимийси, $h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Жс –Планкнинг чизикли доимийси.

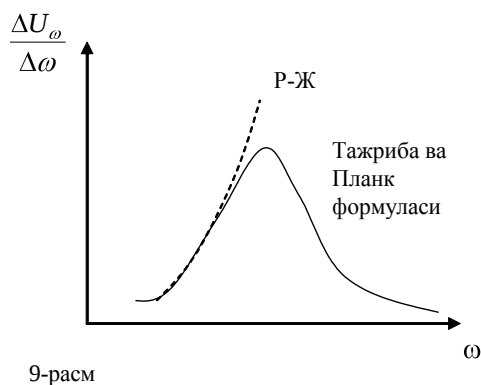
Нурланиш энергияси узлукли бўлгани учун электромагнит тўлқинлар энергияси қуйидагига тенг бўлиши керак:

$$E_n = nE_0 = n\hbar\omega \quad (n=0,1,2,\dots)$$

n - нурланаётган квантлар сони .

Планк ўз ғоясига асосланиб, иссиқлик нурланиш энергияси зичлигининг ўртача қийматини аниқлади:

$$\Delta U_\omega = \frac{\hbar \omega^3 \Delta \omega}{\pi^2 c^3 (e^{\hbar \omega / kT} - 1)}$$



Жисм нурланишининг юкори темпратурада ва нурланишнинг кичик частоталарида ($kT \gg \hbar\omega$): $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$, у ҳолда Планк формуласи Рэлей-Жинс формуласига ўтади:

$$\Delta U_{\omega} = \frac{\hbar\omega^3 \Delta\omega}{\pi^2 c^3 (1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1)} = \frac{\omega^2 \Delta\omega}{\pi^2 c^3} kT \quad (33)$$

Планк формуласи “Ультрабинафша фожиаси” рўй бермаслигини тушунтириб, тажриба натижалари билан тўлиқ мос келади.

2. Квант тасаввурлар. Планк электромагнит нурланиш дискрет амалга оширилиши билан биргаликда, унинг ютилиши узлуксиз бўлиши мумкин деб тасаввур қилган. Лекин фотоэффект ходисаси ёруғлик нурининг фазодаги тарқалиши ва жисм томонидан ютилиши ҳам дискрет амалга оширилиши исботлади. Бу ғояни биринчи бўлиб 1905 йилда немис олими Эйнштейн илгари сурди. Ёруғлик кванти фотон деб номланди. Фотон худди электрон ва бошқа заррачаларга ўхшаб масса, энергия ва импульсга эга. У тинч ҳолатда мавжуд бўлмайди, вакуумдаги тезлиги ёруғлик тезлигига тенг. Кейинчалик Эйнштейн қаттиқ жисм кристалл панжарасида жойлашган атомларнинг гармоник тебранишлари ҳам дискрет бўлади деди. Қаттиқ жисм атомларини ўзаро боғланмаган квант осцилляторлар деб, Эйнштейн қаттиқ жисм иссиқлик сиғим формуласини келтириб чиқарди. Унга асосан $T \rightarrow 0$ га интилганда C_V ҳам нолга интилди, яъни тажриба натижаларига мос қийматлар аниқланди.

Квант механикасида микрозаррачанинг ҳолати $\psi(x,y,z,t)$ тўлқин функцияси билан тавсифланади. Бу функция ёрдамида x,y,z координаталарга яқин бўлган ΔV элементар ҳажмда заррачани t -вақтда қайд қилиш (топиш) эҳтимоли қуйидагича аниқланади:

$$\Delta\omega = |\psi|^2 \Delta V \quad (37)$$

Микрозаррачалардан ташкил топган тизимнинг ҳолати эса ҳамма заррачаларнинг координатасига ва вақтга боғлиқ бўлган $\psi(q,t)$ функция билан аниқланади. Ноаниқликлар муносабатига асосан функция бир пайтда ҳам координаталарга ҳам импульсларга боғлиқ бўлмайди. Демак квант механикасида заррачалар координаталари, импульслари, энергияси ва бошқалар тасодифий катталиклар сифатида қаралади. Тизимнинг ҳар битта E_n энергетик қийматига бир нечта ψ_n функция билан характерланувчи ҳолатлар мос келиши мумкин. Бу ерда n - квант сонлари деб аталади.

3. Айнан бир хил заррачалар тизими. Асосий ҳолатда бўлган симоб атомида 80 та электрон бор. Назарий жиҳатдан 1 та электронга мос келган энергия қиймати тажриба натижалари билан 9000 марта фарқ қилади. Ундан ташқари, мувозанатли иссиқлик нурланиши фотон гази нурланишидек қаралса, улар учун Больцман тақсимооти ўринли бўлиши керак эди, лекин бу ҳол тажриба натижалари билан мос келмайди. Бу иккала қийинчиликни айнан бир хил заррачалар учун киритиладиган битта постулот ёрдамида бартараф қилиш мумкин, яъни бир хил заррачалар жойи ўзаро алмашинилганда квант ҳолатлари ўзгармайдиган вазиятларгина табиатда амалга ошади. Бу ҳол классик статистикада юз бермайди, унда 2 та ихтиёрий заррачанинг ўрин алмашиниши микроҳолатни ўзгартиради. Юқоридаги постулот квант статистикада бир хил заррачаларнинг айнанлик принципи деб аталади. Бу принцип заррачалар тўлқин функциясига қўшимча шартлар киритади, яъни ихтиёрий 2 та заррачанинг ўрни алмашганда тўлқин функция ўзгармаслиги керак (симметрик тўлқин функциялар) ёки ўз ишорасини ўзгартириши керак (антисимметрик тўлқин функциялар). Ишоранинг ўзгариши микрозаррачаларнинг микроҳолати ўзгарганлигини билдирмайди, чунки фақатгина тўлқин функциянинг квадрати - $|\psi|^2$ физик маънога эга.

Агар заррачалар спини $h/2$ га бутун каррали бўлса (электрон, протон, нейтрон, бир хил ядролар), улар антисимметрик тўлқин функциялар билан ифодаланади. Заррачалар спини n га бутун каррали бўлси (фотон, пи-мезонлар, бир хил ядролар), улар симметрик тўлқин функциялар билан ифодаланади.

Ярим бутун спинли бир хил заррачалар системасининг тўлқин функцияси антисимметрик бўлиш талаби Паули принципи деб аталади. Бу принципга асосан ҳар битта квант ҳолатида биттадан ошқ заррача бўлиши мумкин эмас. Паули принципига асосан атомнинг энг паст энергетик сатҳида қарама – қарши спинли 2 тадан ошқ электрон жойлашиши мумкин эмас. Агар заррачалар спини бутун сонларга тенг бўлса, бир хил квант ҳолатларда ихтиёрий сондаги заррачалар жойлашиши мумкин. Ўзаро яқин жойлашган заррачалар орасида “алмашилиш” таъсири вужудга келади – бу квант эффекти классик тасаввурларнинг бирортасига ҳам ўхшамайди.

Синов саволлари:

1. Планкнинг иссиқлик нурланиш ғояси.
2. Нурланиш энергияси зичлигининг Планк формуласи.
3. Ёруғлик нурунинг дискретлиги тўғрисида Эйнштейн ғояси.
4. Заррачани қайд қилиш эҳтимоллиги.
5. Бир хил заррачаларнинг айнанлик принципи.
6. Симметрик ва антисимметрик тўлқин функциялар.
7. Паули принципи.
8. Алмашилиш таъсири.

Мавзу-9. Квант статистика асослари

1. Классик статистика чегараси.
2. Квант статистикасидаги ўртача қийматлар.
3. Квант статистикасидаги каноник тақсимот
4. Квант осциллятори.

Ярим бутун спинли заррачалар орасидаги “алмашилиш” таъсири итарилиш харақтерига мос келса, бутун спинли заррачаларга эса тортилиш харақтерига эга, шу сабабли заррачалар сони маълум бир квант ҳолатида қанча қўп бўлса, бу ҳолатга бошқа заррачаларнинг ўтиш эҳтимоли шунча катта бўлади.

1. Классик статистикасининг қўлланиш чегараси.

Агар заррачаларнинг Де-Бройл тўлқин узунлиги $\lambda = h/m_0v$ заррачалар орасидаги ўртача масофадан (r_0) анча кичик бўлса ($\lambda \ll r_0$), газ ва суюқликлар учун классик статистика қонунларини тадбиқ қилиш мумкин (нормал температура ва паст босимларда). Қолган ҳолларда квант статистикаси қўлланилади.

Квант ва классик статистиканинг асосий фарқлари учта ҳолда намоён бўлади.

1-чиси. Квант механика асосида айнан статистик (эҳтимоллик) назарияси ётади.

2-чиси. Квант механикасида физик катталиклар дискрет (узликли) қийматларни қабул қилса, классик механикада эса узлуксиз қийматлар қабул қилади. Шу сабабли физик катталикларнинг ўртача қиймати классик статистикада интеграл орқали аниқланса, квант статистикасида-йиғинди орқали аниқланади.

3-чиси. Квант механикасида бир хил заррачаларнинг айнанлик принципи мавжуд. Натижада спинлари бутун ва ярим бутун қийматларга тенг бўлган заррачалар ҳар-хил квант статистикалари билан ифодаланади. Заррачаларнинг айнанлик принципи классик статистикада мавжуд эмас.

2. Квант статистикасида физик катталикларнинг ўртача қийматини ҳисоблаш.

Квант механикасига асосан ёпиқ система стационар ҳолатда (параметрлар вақт ўтиши билан ўзгармайди) бўлса, унинг ε_n ҳолат энергияси ψ_n тўлқин функция билан характерланади. Бу тўлқин функция квант системанинг микроскопик ҳолатини тўлиқ аниқлайди. Ихтиёрий физик катталикларнинг ўртача қиймати квант механикасида аниқланган қоидалар билан топилади. Системанинг маълум бир ψ_n ҳолатда бўлиш эҳтимолини аниқлаш квант статистикасининг асосий масаласи бўлиб ҳисобланади.

Системанинг n квант ҳолатда бўлиш эҳтимолини ω_n билан белгилайлик. Бу ҳолатни характерловчи тўлқин функция ψ_n бўлсин. Реал тизимнинг ҳар хил ҳолатлари, яъни Гиббснинг квант ансамбли ω_n қийматлари билан аниқланади. Агар ψ_n ҳолатга мос келувчи бирор бир физик катталикларнинг хусусий қиймати L_n бўлса, бу катталикларнинг статистик ўртача қиймати ёки ансамбл бўйича ўртача қиймати:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n \omega_n L_n \quad \text{бўлади.}$$

Хусусан, система энергиясининг ўртача қиймати:

$$\bar{\varepsilon} = \sum_n \omega_n \varepsilon_n$$

Ўртача қийматларни ҳисоблаш ёрдамида ҳамма термодинамик функцияларни ва ифодаларни аниқлаш мумкин.

3.Квант статистикасидаги каноник тақсимот.

Бу тақсимот классик тақсимотга жуда ўхшаш ва унинг ёрдамида квант статистик ўртачалар аниқланади. Тизим ε_n энергия билан маълум бир n квант ҳолатида бўлиш эҳтимоли:

$$\omega_n = A(T, a) e^{-\varepsilon_n / kT}$$

га тенг бўлади.

Бу ерда n – ҳолатни характерловчи ҳамма квант сонларни ифодалайди, T -тизим ҳарорати, a -ташқи параметрлар, A -нормаллаштириш доимийси. Агар тизим энергиясига (ε_n га) бир нечта квант ҳолатлари мос келса, тизимнинг айниш даражаси мавжуд дейилади. Нормаллаштириш шартидан

$$\sum_n \omega_n = 1$$

“ A ”ни аниқласак:

$$A = 1 / \sum_n e^{-\varepsilon_n / kT}$$

ω_n ни аниқлаш учун тизимнинг қабул қилиши мумкин бўлган хусусий энергетик қийматлари (ε_n лар) маълум бўлиши керак. Бунинг учун тизимнинг Гамильтон операторини (гамильтониан) билиш ва Шредингер тенгламасини ечиш зарур. Охириги масала жуда ҳам мураккаб масаладир.

4.Квант осцилляторининг ўртача

энергияси.

Иссиқлик мувозанатда бўлган ($T = \text{const}$) чизикли гармоник осцилляторнинг ўртача энергиясини ҳисоблайлик. Агар осцилляторнинг ҳаракати классик механика қонунларига бўйсунса, бир ўлчамли осциллятор энергияси kT га тенг, уч ўлчамли осцилляторники $3kT$ га тенг. Квант осциллятор учун, Планк назариясига асосан, энергия қуйидагига тенг: $\varepsilon_n = n \varepsilon_0 = n \hbar \omega$ ($n=0,1,2,\dots$). Квант механикасига асосан эса осцилляторнинг энергияси:

$$\varepsilon_n = \hbar \omega (n + 1/2)$$

$n=0,1,2,\dots$ Осцилляторнинг минимал нолинчи энергияси $\varepsilon_n = \hbar \omega / 2$ га тенг. Осцилляторнинг ўртача энергияси:

$$\bar{\varepsilon} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \omega_n \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\hbar \omega (n+1/2)/kT} \sum_{n=0}^{\infty} \hbar \omega (n + 1/2) \cdot e^{-\hbar \omega (n+1/2)/kT}$$

Бу чексиз камаювчи геометрик прогрессиянинг йиғиндисини ҳисобласак:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT}} \quad \text{бўлади.}$$

(Планк формуласида биринчи ҳад йўқ). Демак квант осцилляторнинг ўртача энергияси ҳам температура, ҳам тебраниш частотасига боғлиқ, шу сабабли классик нуктаи назардан келиб чиққан ҳулоса, яъни ҳарорат молекулаларнинг ўртача кинетик энергиясини ($\bar{\varepsilon} = kT$) аниқлайди деган фикр чалалиги кўриниб қолди.

Юқори ҳароратларда ($kT \gg \hbar \omega$ да) $e^{\hbar \omega / kT} \approx 1 + \frac{\hbar \omega}{kT}$ у ҳолда

$\left(\frac{\hbar \omega}{2} \rightarrow 0 \right) : \bar{\varepsilon} \approx 0 + \frac{\hbar \omega}{1 + \frac{\hbar \omega}{kT} - 1} \approx kT$ бўлади. Паст ҳароратларда ($kT \ll \hbar \omega$), хусусан

$T \rightarrow 0^0$ да:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / 0} - 1} = \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{e^{\infty}} \approx \frac{\hbar \omega}{2} = \varepsilon_0$$

Демак абсолют нол ҳароратда ҳам осцилляторнинг ўртача тебраниш энергияси нолга тенг бўлмайди.

Синов саволлари:

1. Классик статистиканинг қўллаш чегараси.
2. Квант ва классик статистикаларининг фарқи.
3. Квант статистикасининг асосий масаласи.
4. Ансамбл бўйича ўртача қиймат.
5. Система энергиясининг ўртача қиймати.
6. Квант статистикасидаги каноник тақсимот.
7. Осциллятор нима?
8. Осцилляторнинг Планк ва квант энергияси.
9. Осцилляторнинг ўртача энергияси.
10. $T=0^0$ даги осциллятор энергияси.

Мавзу-10. Квант статистикасидаги газлар ва Больцман тақсимоти.

1. Идеал газ ва тўлдириш сонлари.
2. Больцман тақсимоти.
3. Айниган электрон гази.

1. Квант статистикасидаги идеал газ.

Бизга маълумки, системадаги заррачалар сони 2 та ва ундан ошиқ бўлса, Шредингер тенгламасининг аниқ ечими шу кунгача топилмаган. Шу сабабли бу масалани ҳал қилиш учун ҳар хил соддалаштириш ва яқинлашиш усуллари тадбиқ қилинади. Паст температураларда бир хил заррачалардан ташкил топган тизимни идеал газ сифатида қараб, заррачаларни квазизаррачалардан тузилган тизим дейиш мумкин (квази-ўхшаш дегани). Бу ҳолда тизимнинг тўлиқ энергияси (ε) ҳар битта квазизаррачанинг энергияси (ε_k) йиғиндиси билан ифодаланади. бу ерда k – заррача ҳолатини характерловчи квант сонлар йиғиндиси, масалан импульс ва спин проекциялари. Натижада $\varepsilon = \sum_k \varepsilon_k$ бўлади.

Тўлдириш сонлари. Ўзаро таъсир қилмайдиган заррачалар тизимининг ҳолатини тўлдириш сонлари билан ифодалаш мумкин. Агар бирор – бир ҳолат “ k ” квант сонлари билан характерланса, бу ҳолатдаги заррачалар сони (n_k) тўлдириш сонлари деб аталади. Агар ҳамма тўлдириш сонлари берилган бўлса, у ҳолда система ҳолати ҳам берилган дейилади. Квант статистикаси ёрдамида тўлдириш сонларининг ўртача қийматини ҳисоблаш мумкин.

2. Квант статистикасидаги Больцман тақсимоти.

Идеал газ жуда сийраклашган деб фараз қилайлик, у ҳолда ихтиёрий квант ҳолатдаги ўртача заррачалар сони ($\bar{n}_k$) қуйидаги тенгсизликни қаноатлантиради:

$$\bar{n}_k \ll 1$$

Бу шарт системадаги заррачалар сони квант ҳолатлар сонидан анча кичиклигини ифодалайди, шу сабабли заррачалар орасидаги ҳеч қандай таъсир, шу жумладан, “алмашилиш” таъсири ҳам йўқ дейиш мумкин. Натижада “ k ” квант ҳолатдаги ўртача заррачалар сонини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\bar{n}_k = A \cdot e^{-\varepsilon_k / kT}$$

Нормаллаштириш доимийсини $A = e^{\mu/kT}$ шаклида ифодаласак, у ҳолда:

$$\bar{n}_k = A \cdot e^{(\mu - \varepsilon_k) / kT} \quad \text{бўлади}$$

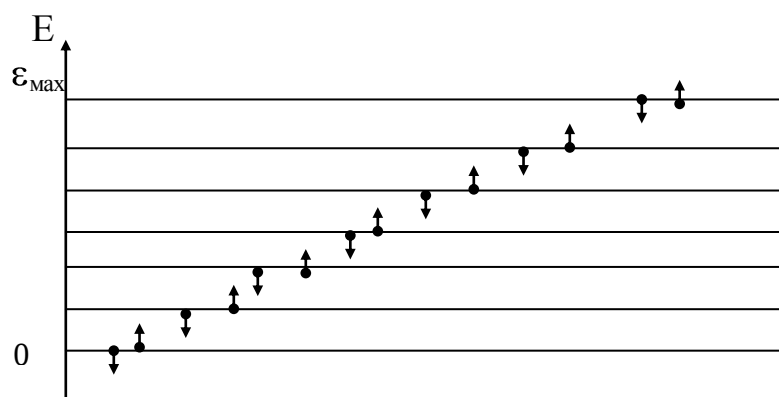
Бу квант статистикасидаги Больцман тақсимоти дейилади, μ худди A га ўхшаб энергияга боғлиқ бўлмай, у температура ва ташқи параметрларга боғлиқ. μ - химик потенциал деб аталади, яъни системага битта заррача қўшилгандаги ички энергия ўзгаришини ифодалайди. μ қанча катта бўлса, $\bar{n}_k$ шунча кўп бўлади, Больцман тақсимотида $\mu < 0$.

3. Айниган электрон гази.

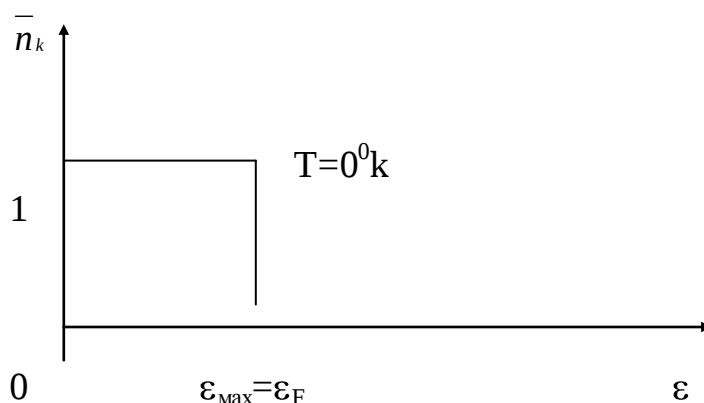
Спини ярим бутун сонга ($\frac{1}{2}$ га) тенг бўлган электрон идеал газини кўриб чиқайлик, $\bar{n}_k \ll 1$ шarti бажарилмасин. Бундай заррачалар тизими учун Паули принципи ўринли, яъни берилган “к” квант ҳолатида битта ёки ҳеч қандай электрон бўлмаслиги керак:

$$n_k=0 \text{ ёки } 1$$

$n_k=0$ шarti берилган квант ҳолатида электрон йўқлигини, $n_k=1$ шarti эса битта электрон борлигини ифодалайди. Бундай газ учун электронлар орасидаги ўзаро таъсир ҳисобга олинмаса ҳам, лекин улар орасидаги “алмашилиш” таъсири мавжуд, шу сабабли улар учун Больцман тақсимоти ўз кучини йўқотади. Масалани соддалаштириш мақсадида металдаги электрон газ ҳолатини $T=0^0\text{K}$ да кўриб чиқайлик. Больцман тақсимотига асосан $T=0^0\text{K}$ да $\bar{n}_k = 0$ бўлади, яъни ҳамма заррачалар энергияси нолга тенг бўлиши керак, лекин, Паули принципига асосан электронлар $T=0^0\text{K}$ да нолинчи энергиядан бошлаб то $\epsilon_{\max}$ энергиягача сатҳларни тўлдириши керак (расм). $\epsilon_{\max}$ қиймати тизимдаги электронлар сони, тизим ҳажми ва қўшни энергетик сатҳлар орасидаги энергетик фарққа боғлиқ бўлади.



Ҳар бир энергетик сатҳда спин проекциялари мусбат ($+1/2$) ва манфий ($-1/2$) бўлган 2 та электрон жойлашиши мумкин. Бундай электрон гази тўлиқ айланиш ҳолатида бўлади. Агар электрон энергияси $\epsilon \leq \epsilon_{\max}$ бўлса, $\bar{n}_k = 1$; агар $\epsilon > \epsilon_{\max}$ бўлса, $\bar{n}_k = 0$ бўлади (расм).



$T=0^0\text{K}$ даги электроннинг максимал энергияси Ферми энергияси (ϵ_F) ёки сатхи деб аталади ($\epsilon_{\max}=\epsilon_F$). Тизимидаги электронлар сони n ва газ ҳажми V бўлса, у ҳолда Ферми энергияси:

$$\epsilon_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_0} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3}$$

$T=0^0\text{K}$ даги ҳамма электронларнинг ўлиқ энергияси:

$$\epsilon_0 = \frac{3}{5} n \epsilon_F = \frac{3}{5} n (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_0} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3}$$

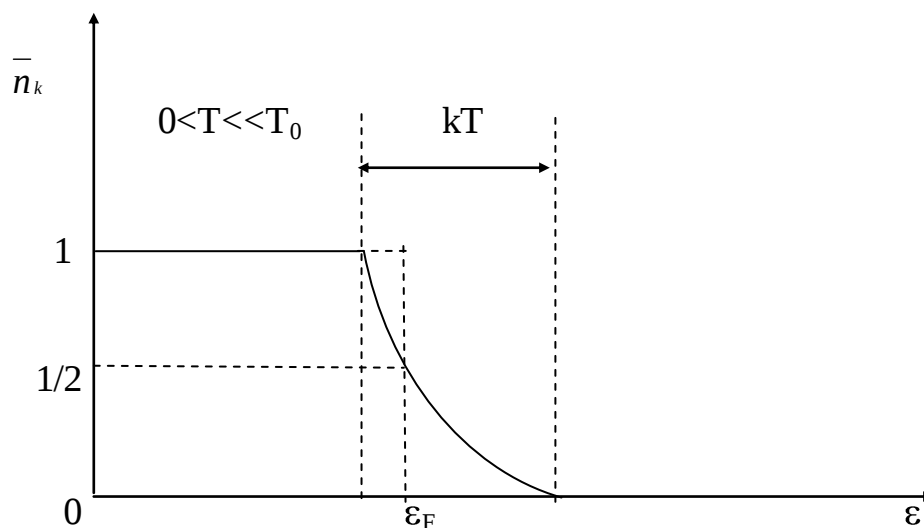
Агар $kT \ll \epsilon_F$ бўлса, у ҳолда электрон газининг кучли айниган ҳолатда бўлади.

Агар электронларнинг иссиқлик ҳаракат энергияси – kT Ферми энергиясига тенг бўлса, бундан айтиш ҳарорати – T_0 аниқланади:

$$kT_0 = \epsilon_F \rightarrow T_0 = \epsilon_F / k$$

Агар $T \geq T_0$ бўлса, электрон газининг квант хусусиятлари деярли йўқолади; агар $T \gg T_0$ бўлса, электрон газига Паули принципи деярли таъсир қилмай қолади.

$T_0 \sim \epsilon_F \sim 1/m_0$ бўлгани учун T_0 енгил заррачалар учун жуда катта ва оғир зарралар учун кичик бўлади, масалан металдаги эркин электронлар газининг учун $T_0 \approx 10000^0\text{K}$; яримметалларда (мишьяк, сурма, висмут) n кичик бўлгани учун $T_0 \approx 100^0\text{K}$; оддий газлар учун $T_0 \approx 0.05^0\text{K}$ тенг. Демак, нормал ҳолатда ($0 < T \ll T_0$) металдаги электрон газ кучли айниган ҳолатда бўлиб, унга квант статистика қонунларини тадбиқ қилиш керак. Иссиқлик ҳаракатида (kT) электронларнинг жуда оз қисми қатнашади (расм), шу сабабли металдаги эркин электронларнинг иссиқлик сиғими деярли нолга тенг. Иссиқлик асосан металл кристал панжарасида жойлашган ионларни тебратди.



11-расм

Синов саволлари:

1. Яқинлашиш усуллари нима?

2. Тўлдириш сони нима?
3. Сийраклашган газ шarti.
4. Больцманнинг квант тақсимоти.
5. Электрон гази учун тўлдириш сони.
6. Электрон газидаги максимал энергия.
7. Ферми энергияси.
8. Электронларнинг тўлиқ энергияси.
9. Электрон газининг айнаиш харорати.
10. Электрон газининг иссиқлик сизими.

Мавзу-11. Квант тақсимотлар.

1. Ферми – Дирак статистик тақсимоти.
2. Бозе – Эйнштейн статистик тақсимоти.
3. Айнаиш бозе газ.

1. Ферми – Дирак статистик тақсимоти.

Ярим бугун спинли заррачалардан ташкил топган идеал газлар учун (бундай заррачалар фермионлар, газ эса Ферми – газ деб аталади) ихтиёрий температурада к-квант ҳолатдаги ўртача заррачалар сони қуйидагича аниқланади:

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} + 1}$$

Заррачаларнинг ϵ_k энергия бўйича бундай тақсимоти Ферми – Дирак тақсимоти деб аталади. Бу тақсимотдаги химик потенциал μ ҳам мусбат, ҳам манфий бўлиши мумкин, хусусан паст температурада $\mu \sim \epsilon_F > 0$, юқори температураларда ($T \gg T_0$) Больцман тақсимотидек $\mu < 0$. Бу формула ёрдамида ҳамма термодинамик функцияларни ҳисоблаш ва идеал ферми – газ ҳолат тенгламасини келтириб чиқариш мумкин. Ферми – газ харорати $T = 0^0 \text{ К}$ да $\mu(T = 0^0) = \epsilon_F$ тенг бўлади ва натижада:

$$\text{а) } \epsilon_k \leq \mu \text{ да: } \epsilon_k - \mu \leq 0 \text{ ва } \bar{n}_k = \frac{1}{1/\infty + 1} = 1 \text{ тенг;}$$

$$\text{б) } \epsilon_k > \mu \text{ да: } \epsilon_k - \mu > 0 \text{ ва } \bar{n}_k = \frac{1}{\infty + 1} = 0 \text{ тенг.}$$

Паст температураларда ($T \rightarrow 0^0 \text{ К}$):

$$\text{а) } \epsilon_k < \mu \text{ да: } \bar{n}_k \rightarrow 1$$

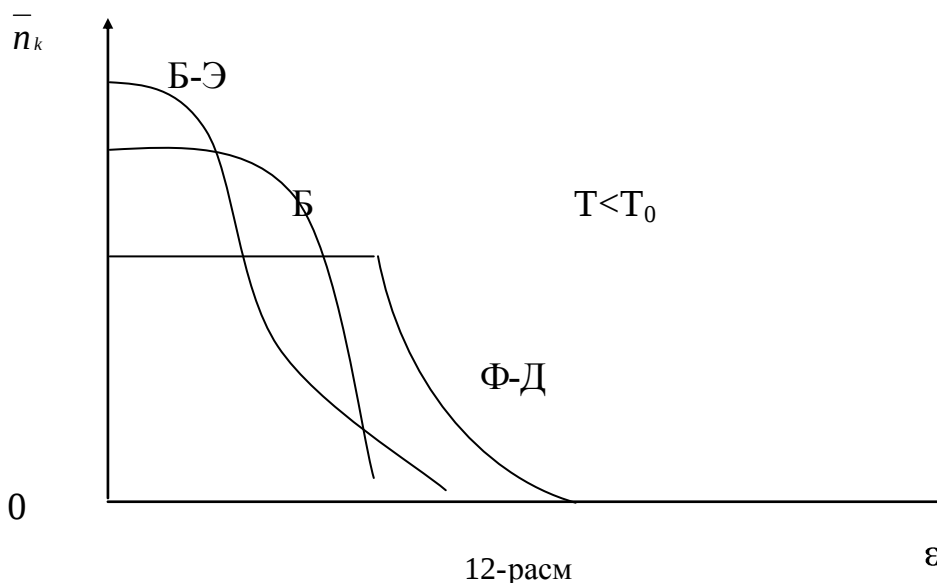
$$\text{б) } \epsilon_k > \mu \text{ да: } \bar{n}_k \rightarrow 0$$

$$\text{Жуда юқори хароратларда } (T \gg T_0) \text{ } e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} \gg 1$$

Натижада формула махражидаги 1 ни инобатга олмасак:

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT}} = \frac{1}{1/e^{(\mu - \epsilon_k)/kT}} = e^{(\mu - \epsilon_k)/kT}$$

у Больцман тақсимотиға айланади. Нормал хароратларда ($0 < T < T_0$) ферми – газларга квант статистикасини тадбиқ қилиш зарур. Ферми – Дирак (Ф-Д), Больцман (Б) ва Бозе-Эйнштейн (Б-Э) статистикасидаги тақсимотлар графиги расмда берилган.



2. Бозе- Эйнштейн статистикаси.

Бутун спинли заррачалардан ташкил топган идеал газлар учун (бундай заррачалар бозонлар, газ эса бозе-газ деб аталади) ихтиёрий температурада к-квант ҳолатидаги ўртача заррачалар сони қуйидагича аниқланади:

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} - 1}$$

Бу тақсимот Бозе-Эйнштейн тақсимоти дейилади, μ -химик потенциал хароратга ва заррачалар зичлигига боғлиқ катталиқ, унинг қиймати нормаллаштириш шартидан топилади. Формуладаги μ ихтиёрий хароратда 0 дан кичик бўлади ($\mu < 0$). Бозонлар Паули принципига бўй сунмаганлиги учун $\bar{n}_k$ нинг қиймати ихтиёрий бўлиши мумкин. Жуда юқори хароратларда ($T \gg T_0$) $e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} \gg 1$ бўлади ва Б-Э тақсимоти, худди Ф-Д тақсимотиға ўхшаб, Болцман тақсимотиға ўтади ва бозе-газ ўзини классик газга ўхшаб наъмоён қилади.

3. Айниган бозе-газ.

Паст хароратларда бозе-газ ферми-газга нисбатан ўзини бутунлай бошқача тутади. Ҳақиқатдан, $T \rightarrow 0^0 \text{ K}$ интилганда бозе-заррачалар нолинчи энергетик ҳолатга ўтишига ҳеч нарса халақит бермайди, шу сабабли бозе-газнинг тўлиқ энергияси ҳам нолга интилади. Ферми-газларда бундай ҳолат рўй бермайди. Бозе-газнинг харорати камайиши билан манфий қийматли μ нолга яқинлаша бошлайди (ортади). Малум бир T_0 хароратда $\mu = 0$ бўлади, бу харорат бозе –газнинг айланиш харорати деб аталади:

$$T_0 \approx \frac{\hbar^2}{m_0 k} \left(\frac{n}{V} \right)^{2/3}$$

Бозе-газнинг айниш харорати абсолют нол хароратга якин бўлади. Харорат $T < T_0$ да бозе-эйнштейн конденсация жараёни бошланади, яъни заррачаларнинг асосий қисми $\epsilon_k = 0$ энергетик ҳолатга ўта бошлайди. Заррачаларнинг оз қисми $\epsilon_k > 0$ ҳолатда қолади:

$$n_1(\epsilon_k > 0) = n \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3}$$

$\epsilon_k = 0$ энергетик ҳолатдаги заррачалар сони:

$$n_2(\epsilon_k = 0) = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3} \right]$$

Шундай қилиб паст хароратдаги ($T < T_0$) идеал бозе-газни 2 хил ҳолатдаги (фазадаги) газлар аралашмаси сифатида қараш мумкин: биринчиси – оддий газ фазаси (n_1) ва иккинчиси-конденсацияланган газ-фазаси (n_2) Масалан, $T < 2,17^\circ\text{K}$ хароратда суюқ гелий 2 хил фазага ажрайди: нормал ва ўтаоқувчанлик фазаларига. Бозе-эйнштейн кондинсация жараёни классик статистикада кузатилмайди.

Фермионлар орасидаги алмашилиш таъсири итаришиш характериға эға эканлиги ферми-газдаги босимни ортишиға олиб келса, бозонлар орасидаги тортишиш характериға эға бўлган алмашилиш таъсири эса бозе-газдаги босимни камайишиға олиб келади.

Синов саволлари:

1. Ферми – Дирак тақсимоти.
2. Ферми – Дирак тақсимотининг хулосалари.
3. Бозе – Эйнштейн тақсимоти.
4. Бозе – Эйнштейн тақсимотининг хулосалари.
5. Бозе ва Ферми газлар фарқи.
6. Бозе газнинг айниш харорати.
7. Конденсацияланган Бозе газ.
8. Квант газларининг босими.

Мавзу-12. Иссиқлик сиғимнинг квант назарияси.

1. Иссиқлик нурланиш энергияси.
2. Газларнинг иссиқлик сиғими.
3. Қаттиқ жисмларнинг иссиқлик сиғими.

1.Иссиқлик нурланиш энергияси.

Фотонларнинг спини бутун сонға, яъни 1 га тенг бўлгани учун, уларға Бозе-эйнштейн статистикасини тадбиқ қилиш мумкин. Иссиқлик мувозанат ҳолатида фотонларнинг узликли сочилиши ва ютилиши кузатилади, лекин фотон газининг ўртача энергияси ўзгармайди, яъни у заррачалар сонига боғлиқ бўлмайди, шу сабабли фотон газининг $\mu = 0$ га тенг бўлади. У ҳолда $\epsilon_k = \hbar \omega_k$ энергетик ҳолатдаги ўртача фотонлар сони бозе-эйнштейн тақсимотидан:

$$\bar{n}_k = \frac{1}{e^{\hbar \omega_k / kT} - 1}$$

$\Delta\omega$ частота интервалига мос келган фотонларнинг ўртача энергия зичлигини (ΔU_ω) аниқлаш учун $\bar{n}_k$ ни битта фотон энергиясига ($\varepsilon_k = \hbar \omega_k$) ва частоталари $\Delta\omega$ интервалидаги фотонлар сонига ($\Delta Z = \omega^2 \cdot \Delta\omega / \pi^2 c^3$) кўпайтириш керак:

$$\Delta U_\omega = \bar{n}_\omega \cdot \varepsilon_\omega \cdot \Delta Z = \frac{\hbar \omega^3 \Delta\omega}{\pi^2 c^3 (e^{\hbar\omega/kT} - 1)}$$

Бу 1900 йилда аниқланган машҳур Планк формуласи тажриба натижаларига тўлиқ мос келганлигини кўриб чиққанмиз. Планк формуласи ёрдамида ҳамма частоталарга мос келувчи нурланишнинг тўлиқ энергиясини аниқлаш мумкин:

$$U = \int_0^\infty \Delta U_\omega d\omega = \delta T^4$$

Бу Стефан –Болцман қонуни. Рэлей-жинс формуласи эса маъносиз $U = \infty$.. натижани беради (УБ фожиаси).

2. Газларнинг иссиқлик сиғими.

Квант статистикаси газларнинг иссиқлик сиғими хароратга боғлиқлигини тушунтириб берди. Квант механикасига асосан молекулаларнинг айланма ҳаракат энергияси ($\varepsilon_{ай}$) ва молекуладаги атомларнинг тебраниш энергияси ($\varepsilon_{теб}$) бир-бирига нисбатан фақат дискрет қийматларни қабул қилади ($\varepsilon_{теб} \gg \varepsilon_{ай}$). Паст температураларда молекулаларнинг иссиқлик ҳаракат энергияси (kT) кўшни энергетик сатхлар фарқидан ($\Delta\varepsilon$) анча кичик бўлади ($kT \ll \Delta\varepsilon$) ва молекулалар тўқнашишида айланма ва тебранма эркинлик даражалари уйғонмайди (хосил бўлмайди). Шу сабабли 2 атомли газ паст температураларда ўзини худди 1 атомли газга ўхшаб намоён қилади. Харорат ортиши билан биринчи бўлиб молекулаларнинг айланма эркинлик даражалари уйғонади (хосил бўлади) ва иссиқлик сиғим ортади. Харорат яъна ошса, молекулалар атомларининг тебранма эркинлик даражалари уйғонади ва иссиқлик сиғим янада ортади.

3. Қаттиқ жисмлар иссиқлик сиғими.

Қаттиқ жисм кристалл панжараларининг тугунларида жойлашган атомлар ёки ионлар харорат таъсирида тебранади. Агар бу тебранишлар кичик бўлса, у ҳолда уларнинг тебранишини гармоник осциллятор деб қараш мумкин. Унинг ўртача энергияси:

$$\bar{\varepsilon}_\omega = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

га тенг бўлишини кўриб чиққанмиз.

Бу формулага асосланиб Эйнштейн ва кейинчалик Дебай қаттиқ жисмлар ИС нинг квант назариясини яратишди. Эйнштейн тебранаётган атомларнинг ўзаро боғланишини инобатга олмаган бўлса, Дебай бу таъсирни ҳисобга олди. Эслатиб ўтайлик, классик статистикага асосан қаттиқ жисм ИС хароратга боғлиқ эмас эди: $C_V = 3nk = 3 \cdot v \cdot N_A \cdot K = 3vR$ бу Дюлонг ва Пти қонуни (n-жисмдаги атомлар сони). Дебай фикрича қаттиқ жисмни хар хил ω частоталар билан тебранаётган эластик мухитга ўхшатиш мумкин. Жисм ички энергиясини эластик мухит тебранишлар энергиясининг йиғиндиси шаклида тасаввур қилинади:

$$U = \bar{\varepsilon} = \sum_\omega \bar{\varepsilon}_\omega$$

Бундай тебранишлар сони жисм эркинлик даражаси сонига, яъни $3n$ га тенг. Жисм эркинлик даражаси сонининг чегараланганлиги тебранишлар частотасининг максимал

қиймати ҳам чегараланганлигини ифодалайди. Агар ΔZ $\Delta\omega$ интервалдаги тебранишлар сони бўлса, у холда $\omega_{\max}$ қуйидаги шартдан аниқланади:

$$\int_0^{\omega_{\max}} dz = 3n$$

Худди шунга ўхшаш жисм ички энергияси:

$$U = \int_0^{\omega_{\max}} \varepsilon_{\omega} dz$$

Жисм ички энергиясини билган холда, унинг ИС аниқлаш мумкин ($\underline{C}_v = dU / dT$). Тебранишлар сони ΔZ ни биринчи яқинлашувда электромагнит майдон тебранишлар сонига тенг деб олиш мумкин:

$$\Delta Z = \omega^2 \Delta\omega / \pi^2 c^3$$

Эйнштейннинг квант назариясига асосан кристалнинг моляр ички энергияси:

$$U_m = U_{mo} + \frac{3R\theta_{\vartheta}}{e^{\theta_{\vartheta}/T} - 1} \quad \text{га тенг}$$

$U_{mo} = 3R\theta_{\vartheta} / 2$ —моляр нолинчи энергия, $\theta_{\vartheta} = \hbar\omega / k$ —эйнштейннинг характеристик температураси. Кристалнинг моляр иссиқлик сифими:

$$\underline{C}_m = 3R \left(\frac{\theta_{\vartheta}}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_{\vartheta}/T}}{(e^{\theta_{\vartheta}/T} - 1)^2}$$

Паст хароратларда ($\theta_{\vartheta} \gg T$) : $C_m = 3R \left(\frac{\theta_{\vartheta}}{T} \right)^2 \cdot \frac{1}{e^{\theta_{\vartheta}/T}}$. Дебайнинг квант назариясига асосан кристалнинг моляр ички энергияси:

$$U_m = U_{mo} + 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

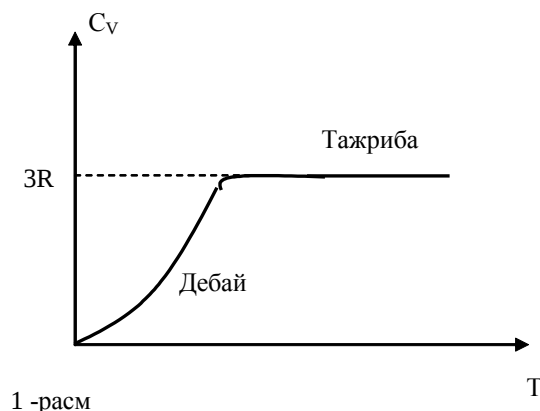
$U_{mo} = 9R\theta_D / 8$ —моляр нолинчи энергия, $\theta_D = \hbar\omega_{\max} / k$ —Дебайнинг характеристик температураси. Кристалнинг моляр ИС:

$$\underline{C}_m = 3R \left[12(T / \theta_D)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D / T)}{e^{\theta_D/T} - 1} \right]$$

Паст хароратларда ($\theta_D \gg T$):

$$\underline{C}_m = \frac{12\pi^3}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3$$

Дебай назарияси бўйича қаттиқ жисм иссиқлик сифими тўлиқ тажриба натижаларига мос келганлиги расмдан кўриниб турибди.



Синов саволлари:

1. Фотонлар тақсимот статистикаси.
2. Ўртача фотонлар сони.
3. Фотонларнинг ўртача энергия зичлиги.
4. Газларнинг иссиқлик сиғими.
5. Қаттиқ жисм иссиқлик сиғими ҳақида Эйнштейн ва Дебай назариялари.
6. Эйнштейн бўйича кристалнинг моляр ички энергияси.
7. Эйнштейн бўйича кристалнинг моляр иссиқлик сиғими.
8. Дебай бўйича кристалнинг моляр ички энергияси.
9. Дебай бўйича кристалнинг моляр иссиқлик сиғими.
10. Паст ҳароратлардаги кристалнинг моляр иссиқлик сиғими.

Мавзу-13. Элементар уйғонишлар.

1. Элементар уйғонишлар.
2. Бозе турдаги элементар уйғонишлар.
3. Ферми турдаги элементар уйғонишлар.

1. Реал газлардаги ва конденсацияланган мухитлардаги элементар уйғонишлар (квивазаррачалар).

Конденсацияланган мухитлар деганда суюқлик ва қаттиқ жисмлар тушунилади. Реал газлар, суюқликлар ва қаттиқ жисмларни ташкил қилувчи заррачалар орасида ўзаро таъсир мавжуд. Бу таъсир айниқса конденсацияланган мухитларда сезиларли даражада бўлади. Бундай ҳолда система энергияси ҳар хил ҳолатдаги заррачаларнинг алоҳидаги энергиялар йиғиндисига тенг бўлмайди, шу сабабли системанинг тўлиқ энергетик спектрини аниқлаш асосий вазифа бўлиб қолади. Бу масалани аниқ ечиш жуда мураккаб бўлганлиги учун ҳар хил яқинлашиш усуллари қўланилади.

Бундай эффектив яқинлашиш усулларида бири бу системада элементар уйғонишлар ҳосил бўлиш усулидир, бу уйғонишлар ўзини ҳудди заррачалар уйғонишидек намоён қилгани учун, уни квивазаррачалар деб аташади. Қаттиқ жисмлар ИС қўрилганида кристал панжарадаги иссиқлик энергия уйғонишини, ҳудди идеал газдагидек, яъни тугундаги атомлар тебраниш энергияларининг йиғиндисидек тасаввур қилинган эди. Бу алоҳида заррачалар энергияси йиғиндиси бўлмай, балки панжара тебранишнинг энергиясидир.

Макроскопик қаттиқ жисмнинг иссиқлик уйғонишни кристалда тарқалувчи эластик тўлқинлар сифатида тасаввур қилиш мумкин. Лекин корпускуляр – тўлқин дуализмига

асосан ихтиёрий тўлқинни заррача шаклида тасаввур қилинади ва акси ($\lambda=h/mv$). Шу сабабли кристалдаги тўлқинларга мос келувчи заррачалар фононлар деб аталди. Улар ўзига хос энергия, импульс ва спинга эга. Паст хароратларда фононларнинг ўзаро таъсирини ҳисобга олмаса ҳам бўлади, шу сабабли бу ҳолда фононлар газини идеал деб қараш мумкин.

Тизимнинг элементар уйғонишига мос келган квазизаррачалар билан оддий заррачалар уйғониши орасида анча фарқ бор. Квазизаррачалар тизим ҳамма заррачаларининг алоҳида коллектив ҳаракатни ифодалайди, шу сабабли уларнинг ўзига хос эффектив массаси мавжуд бўлади. Бу масса тизим заррачаларининг таъсир характериға боғлиқ. Паст хароратларда квазизаррачалар тушунчасини қаттиқ жисмлардан ташқари амморф, суюқ ва газ ҳолатидаги жисмлар учун ҳам ишлатиш мумкин. Абсолют нол хароратда система асосий ҳолатда бўлади ва жисм заррачаларнинг иссиқлик ҳаракати кузатилмайди. Температура ортиши билан система дискрет энергияли уйғонган ҳолатларга ўта бошлайди. Бу тизим энергиясини элементар уйғонишлар энергияларининг йиғиндиси шаклида, яъни квазизаррачалар уйғонишидек тасаввур қилиш мумкин. Температура янада ортиши билан квазизаррачалар сони янада ортади, улар ўзаро таъсирлаша бошлайди ва натижада квазизаррачалар гази идеал бўлмай қолади. Квазизаррачалар тасаввури ёрдамида металлларнинг ўтаўтказувчанлигини, суюқ гелийнинг ўтаоқувчанлигини, яримўтказгичдаги жараёнлар назариясини, ферромагнитизм ходисаларини тушинтириш мумкин. Элементар уйғонишларнинг бозе ва ферми турлари мавжуд, уларни кўриб чиқайлик.

2. Бозе турдаги элементар уйғонишлар.

Бутун спинли заррачалардан ташкил топган тизимдаги элементар уйғонишлар бозе турдаги элементар уйғонишлар деб аталади. Улар Бозе – Эйнштейн статистикасига бўйсунди ва бундай уйғонишлар алоҳида ҳосил бўлиб, алоҳида йўқолади. Бунга мисол қилиб электромагнит ёки товуш тўлқинларини олишимиз мумкин.

Суюқ ^4He ядроларининг спини бутун бўлгани учун уларда бозе турдаги элементар уйғонишлар ҳосил бўлади.

Жуда паст хароратда ($T < 2,17 \text{ K}$) идишда оқаётган суюқ гелийда бозе уйғонишлар вужудга келиши натижасида суюқлик импульси (тезлиги) камайиши мумкин эмас, суюқ гелий ишқаланишсиз ҳаракат қилади, яъни ўта оқувчанлик ходисаси рўй беради.

Ўзаро таъсирлашаётган ферми заррачалар системасида ҳам бозе турдаги уйғонишлар ҳосил бўлиши мумкин. Паст хароратларда металдаги эркин электронлар кристалл панжара тебранишидан ҳосил бўлган фононлар билан таъсирлашиб 2 та электрон орасида тортишиш кучи вужудга келади (Кулон итариш кучидан катта). Бу тортишиш кучи таъсирида Купер электрон жуфтликлари ҳосил бўлади. Купер жуфтликлари сипини бутун сонга тенг бўлгани учун системада бозе уйғонишлари вужудга келиши натижасида жуфтлик тезлиги камайиши мумкин эмас, жуфтлик қаршиликсиз ҳаракат қилади, яъни ўтказувчанлик ходисаси рўй беради.

Ўзаро таъсирлашаётган ферми заррачалар системасида бозе турдаги уйғонишлар ҳосил бўлиши мисолида спин тўлқинлари ёки уларга мос келувчи квазизаррачалар – магнонларни олиш мумкин. Улар ферромагнитизм назариясида жуда муҳим роль ўйнайди.

3. Ферми турдаги элементар уйғонишлар.

Бундай уйғонишлар ярим бутун спинли заррачалардан ташкил топган системаларда вужудга келади. Ўзаро таъсирлашадиган заррачалар системасининг энергетик спектри идеал ферми газ спектрига ўхшаш бўлади, яъни системанинг асосий ҳолатида паст энергетик ҳолатлар (нолдан то ε_F гача) 2 та ферми заррачалар билан тўлдирган бўлади.

Заррача паст энергетик ҳолатдан ($\varepsilon < \varepsilon_F$) юқори энергетик ҳолатга ($\varepsilon > \varepsilon_F$) ўтганда уйғониш ҳосил бўлади. Ўзаро таъсир қилаётган заррачалар системасида алоҳида заррачалар учун белгиланган квант ҳолатлар йўқ бўлса ҳам, заррача ролини квазаррачалар бажаради шу сабабли системанинг элементар уйғонишлари деганда квазизаррачаларни $\varepsilon > \varepsilon_F$ энергетик ҳолатга ўтиши тушинилади.

Хусусан электрон газида харорат ортиши билан квазизаррачалар $\varepsilon > \varepsilon_F$ энергетик ҳолатга ўтиб, $\varepsilon < \varepsilon_F$ энергетик ҳолатларни бўшатади, яни электрон уйғонишлар ва мусбат тешиклар ҳосил бўлади (бўш энергетик ҳолатлар). Электрон уйғониш энергияси:

$$\Delta\varepsilon(e) = \frac{p^2}{2m^*} - \varepsilon_F$$

Мусбат тешиклар энергияси: $\varepsilon(P) = \varepsilon_F - \frac{p^2}{2m^*}$, m^* - электронларнинг ўзаро

таъсирига боғлиқ бўлган эффектив масса (электрон массасига тенг эмас).

Термодинамик мувозанат жараёнлари учун квант статистика аппарати хар томонлама мукамал ривожлантирилган назариядир, лекин термодинамик номувозанат жараёнлар учун квант статистика аппарати энди такомиллаштирилмоқда.

Синов саволлари:

1. Конденсацияланган мухит.
2. Элементар уйғонишлар ҳосил бўлиш усули.
3. Фононлар нима?
4. Элементар уйғонишлар ва ўта ўтказувчанлик ва ўта оқувчанлик ходисалари.
5. Бозе турдаги элементар уйғонишлар.
6. Ферми турдаги элементар уйғонишлар.
7. Мусбат тешиклар энергияси.

Адабиётлар.

А) асосий

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшицс. “Статистическая физика”. М. “Наука”. 1984 г.
2. А.Бойдадаев. “Классик статистик физика”. “Ўзбекистон”, Т – 2003, Кирилча – 1 та.
3. А.А.Абдумаликов, Р.Маматкулов. Термодинамика ва статистик физика. “Ворис” нашриёти. МЧЖ, Т – 2006, лотинча – 10 та.
4. А.Бойдадаев, П.Хабибуллаев. “Квант статистик физика”, “Иқтисод – молия” Т – 2007, лотинча – 5 та.

Б) қўшимча

5. М. С. Васильевский, В. В. Мультановский. “Курс статистической физики и термодинамики”. М.: “Просвещение”. 1985г.
6. Ф. Рейф. “Статистическая физика”. М.: “Наука”. 1977 г.
7. Р. Кубо. “Статистическая механика”. М.: “Мир” 1964 г.
8. И. П. Базаров. “Термодинамика”. Высшая школа, М. 1976

