

Ўзбекистон Республикаси Халқ таълими вазирлиги
Муқимий номли Қўқон давлат педагогика институти

Қўлёзма ҳсуқида

СОЙИПОВ Жасурали Жапаралиевич

**Ярим ўтказгичли наноструктураларда спин боғланган фотонли
кинетик ҳодисалар назарияси**

Мутахассислик: 5A140201 – физика

Диссертация

физика магистри даражасини олиш учун

Иш кўрилди ва ҳимояга тавсия этилди

физ.-мат.ф.н., доцент
_____И.М.Қўқонбоев

Илмий раҳбар:

физ.-мат.ф.д., профессор
Р.Я.Расулов

Қўқон 2011

Мундарижа

Кириш.....	3
1-БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМ МАСАЛАЛАРИНИНГ КВАНТ МЕХАНИКАСИ ЁРДАМИДА ҲАЛ ЭТИЛИШИ	8
1.1-§. Спинсиз заррачанинг бир ўлчамли ҳаракати	8
1.2-§. Ўлчамли квантлашган ўраларда зарра.....	13
1.3-§. Кронинг – Пенни модели.....	25
1.4-§. Қатламли – даврий тизимда шакл алмаштириш матрицаси	29
2-боб. ЯРИМ ЎТКАЗГИЧЛИ ТИЗИЛМАЛАРНИНГ ОПТИК ХУСУСИЯТЛАРИ.....	33
2.1-§ Икки ўлчамли системаларда люменесценция.....	33
2.2-§. Квантлашган икки ўлчамли тизилмаларда ёруғликнинг ютилиши	38
§ 2.3. Қўрғошиннинг халькогенидли бирикмаси асосида ҳосил қилинган ўлчамли квантлашган тузилмада ёруғликнинг анизотропик ютилиши	45
3-боб. ЎЛЧАМЛИ КВАНТЛАШГАН ЯРИМЎТКАЗГИЧЛИ ТИЗИМЛАР. ТОК ТАШУВЧИЛАРНИНГ ЭНЕРГЕТИК СПЕКТРИ, ҲОЛАТ ФУНКЦИЯЛАРИ	49
3.1-§. Гетеротузилмалар ва ўта панжараларнинг табақаланиши (адабиётлар таҳлили).....	49
3.2-§. Паст ўлчамли тизимларда ток ташувчилар тақсимооти	56
3.3 §. Чизиқли фотогальваник самара.....	59
Хулосалар	66
Муаллифнинг чоп этган илмий ишлари	68
Адабиётлар	69

Кириш

Ўлчамли квантлашган тизимларни ярим ўтказгичлар физикаси, техникаси ва технологиясининг асосий текшириш ва тадқиқотларнинг ҳам назарий, ҳам тажрибавий асослари бўлиб ҳисобланади. Бундай тизимларнинг асосий (фаол) қисмини геометрик ўлчамлари электроннинг де-Бройл тўлқин узунлиги ($\lambda_e = h/(2m_e E)^{1/2}$, m -электронларнинг самаравий массаси, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,01 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, E -тизимдаги электроннинг кинетик энергияси) тартибида ва ундан кичик бўлган электронли соҳаларни қамраб олади. Бундай тизимлар ноль ўлчамли (0D), бир ўлчамли (1D) ва икки ўлчамли (2D) ток ташувчилардан ташкил топган тизимлар сифатида табақаланиб, баҳзан, мос ҳолда, квантлашган нуқтали, квантлашган ионли ва мос ҳолда, квантлашган ўрали тизилмалар деб ҳам номланади [1-3].

Изолирланган (алоҳида танланган) ўлчамли квантлашган тизимлардан ташқари, уларнинг аниқ бир сонли тўпламидан иборат бўлган тизимлар ҳам ўрганилади. Бундай тўпламлар, масалан, ўлчамли квантлашган ўралардан ташкил топган тизимлар «ўта панжарали» тизимлар деб номланади. Охирги вақтларда квантлашган нуқталарнинг мажмуаси массив намуналар ҳам тадқиқ этилмоқда [2,3]. Бу фактлар танланган мавзунинг актуаллигидан далолат беради.

Охирги 15-20 йиллар давомида ўлчамли квантлашган тизимлар технологиясининг ривожланиши, атор тажрибавий илмий тадқиқотларнинг ўтказилиши ўлчамли квантлашган электронли (ковакли) тизилмаларда ток ташувчилар энергиявий спектрини, тизимнинг кинетик, оптик, фотоэлектрик ва бошқа ҳил физика табиатини (механизмларини) шунингдек ток ташувчиларнинг намуна сиртидан кўзгули ёки диффузиявий сочилишини назарий таҳлил этишни талаб этади. Табиийки юқорида қайд қилинган ҳолларнинг миқдоран назарий ўрганилиши, кўпгина ярим ўтказгичли тизимлар учун очик қоляпти. Хусусан ўлчамли квантлашган тизимларда

кутубланган фотонлар иштирокидаги кечадиган электрон (ковак)ли жараёнларнинг назарий ўрганилиши техниканинг ҳар хил табиатли оптикавий ва фотоэлектрик самараларга асосланган қисмини тўлдиради, бойитади ва кейинчалик ривожланишга назарий асос бўла олади.

Диссертациянинг мазмун-моҳияти ёритилган ушбу бобда мавзунинг долзарблиги, диссертациянинг илмий янгилиги, илмий ва амалий ақуаллиги, ҳар бобда олинган асосий илмий назарий натижаларай, асосий илмий хулосалари келтирилган.

Киришда диссертациянинг моҳияти, мавзунинг танланиши, унинг ақуаллиги, долзарблиги, илмий янгилиги, ҳимоя учун асос бўладиган асосий илмий хулосалар ва амалий аҳамияти ёритилган.

Биринчи бобда кристалл жисмларнинг кўпгина физик хусусиятларини квант механикаси услубларидан фойдаланиб, ҳеч бўлмаса, мавжуд экспериментларни етарлича изоҳланган. Бу маънода кристалл қаттиқ жисмларни – кристаллнинг хусусиятини ва унда кечадиган физикавий жараёнларни квант механика қонуниятларидан фойдаланиб ҳал этишга қисқача тўтаб ўтилган.

Иккинчи бобда ярим ўтказгичли қатламларнинг қалинлиги электронлар ёки кавакларнинг де-Бройль тўлқин узунлигидан кичик бўлган ҳолда электрон ва каваклар квазиимпульсининг сиртларга тик бўлган ташкил этувчиси ўлчамли квантлашиб қолиши эътиборга олинган. Бундай ўлчамли квантлашиш ток ташувчилар спектридаги ҳар бир зонанинг икки ўлчамли зоначаларга ажралишига олиб келади. Бундай ҳол кузатилаётган ярим ўтказгичли қатламни «ўлчамли квантлашган потенциал ўрача» шаклида қараш мумкин ва уни квантлашган ўра деб қаралади.

Дастлаб оддий ўтказувчанлик зонасининг электронлари (фақат спинга нисбатангина икки каррали айниган ҳол) учун ўлчамли квантлашиш ходисаси қаралган: уларнинг энергиявий спектри ва ўлчамли квантлашган

зоначалардаги самаравий массалари, шунингдек тўлқин функцияларининг табиати келтирилган.

Ушбу **диссертациянинг мақсади** квантлашган ўрали ва ўта панжарали ярим ўтказгичларнинг тизилмаларида ток ташувчилар энергетик спектрини ва уларда фотонлар иштирокида кечадиган жараёнларни назарий ўрганиш; олинган назарий илмий натижаларнинг замонавий ярим ўтказгичли электроникадаги ўрнини тавсифлаб беришдан иборат. Бундай текширишларда, алоҳида қайд этилган бўлмаса, ярим ўтказгичларни мураккаб валент зонали ярим ўтказгичлар сифатида, масалан, ковакли ўтказувчанликка эга бўлган арсинедли галлий каби, қаралади.

Диссертациянинг илмий янгилиги ярим ўтказгичли ўлчамли квантлашган структураларда нафақат ток ташувчиларнинг, балки спинларнинг ҳам асимметриявий сочилишларида оқимларининг содир бўлиши назарий тушунтирилган.

Диссертациянинг **илмий аспектдаги актуаллиги** ярим ўтказгичли ўлчамли тизимларнинг оптикавий хусусиятлари, масалан, люминесценцияси, фотогалваник самараларнинг юзага келиши назарий ўрганилиши мумкин. Ҳар хил табиатли тизилмаларида, жумладан ўлчамли квантлашган ўрада ёки ўта панжарали ярим ўтказгичларда фотон иштирогида кечадиган жараёнларнинг назарий ҳисоблашлари ва уларнинг таҳлиллари келтирилган. Бу ҳол тизилма асоси – ярим ўтказгич кристалли панжарасининг симметриясига боғлиқ ҳолда қаралган физикавий кинетика фанининг ривожланишига ўз ҳиссасини қўшади. Диссертациянинг **амалий аспектдаги актуаллиги** назарий таҳлил этилган бандларда нанотизилмаларга асосланган ва айни пайтда нанофизика деб номланган соҳани ёритишда амалий аҳамиятга эгадир. Нанотехнологиянинг ривожланиши гетеротузилмали лазерлар, нурланувчи диодлар, терагерцли нурлангичлар, қўёш батареялари (хусусан каскадли қўёш фотоэлементлари), фотоқабул қилгичлар, электрооптик модуляторлар, оптоэлектронли

схемаларнинг яратилишига асос бўлиб, улар микро(опто)электрониканинг асосини ташкил этиши қайд қилинган.

Диссертацияда келтирилган илмий натижалар номувозанатдаги икки ўлчамли электронли тизимларда оптик ва фотоэлектрик ходисалар йўналишини ривожлантиришда катта роль ўйнайди. Бунга сабаб диссертацияда келтирилган ва ҳимояга асос бўлувчи **илмий янгиликлардир:**

1. Ўлчамли квантлашган ярим ўтказгичли тизимлардаги ток ташувчиларнинг энергетик спектри аналитик топилган ва назарий таҳлил этилган.
2. Ярим ўтказгичли қатламларнинг қалинлиги электронлар ёки кавакларнинг де-Бройль тўлқин узунлигидан кичик бўлса, у ҳолда электрон ва каваклар квазиимпульсининг сиртларга тик бўлган ташкил этувчиси ўлчамли квантлашиб қолиши назарий таҳлил этилган.
3. Ўлчамли квантлашиш ток ташувчилар спектридаги ҳар бир зонанинг икки ўлчамли зоначаларга ажралишига олиб келиши, бундай ҳол кузатилаётган ярим ўтказгичли қатламни «ўлчамли квантлашган потенциал ўрача» шаклида таҳлил этилган
4. Дастлаб оддий ўтказувчанлик зонасининг электронлари (фақат спинга нисбатангина икки каррали айланиган ҳол) учун ўлчамли квантлашиш ходисасини қарайлик: уларнинг энергиявий спектри ва ўлчамли квантлашган зоначалардаги самаравий массалари, шунингдек тўлқин функцияларининг табиатининг таҳлили келтирилган.

Диссертацияда қайд этилган илмий натижалар Фарғона Давлат университети физика кафедрасининг Илмий семинарларида муҳокама этилган.

Диссертациянинг таркиби ва ҳажми. Диссертация Кириш, икки боб, Хулоса ва адабиётлар руйхатини ўз ичига олган. Диссертациянинг ҳажми Times New Roman стилида 1.5 оралик билан 14 кигелли шрифтда ёзилган 72 бетни ташкил этади.

Хулоса

1. Юқорида диссертациянинг илмий янгилиги, илмий ва амалий ақтуаллиги, ҳар бобда олинган асосий илмий назарий натижаларай, асосий илмий хулосалари келтирилган.
2. Ўлчамли квантлашган ўра, сим ёки нуқтали ва ўта панжарали тузилмаларнинг оптоэлектроникаси айни замонда инсоният фаолиятининг жуда кўп соҳаларида ўз қўлланишини ва частотанинг кўриниш соҳасидан токи инфрақизил соҳаларда ишловчи ярим ўтказгичли лазерлар толали оптикавий алоқа, ахборотни ёзиш ва қайта ишлаш тизимларида, нусха кўпайтириш техникасида, тиббиёт ва экологияда ва бошқа қатор соҳаларда қўлланилиши таҳлил этилган.
3. Нанотехнологиянинг ривожланиши гетеротузилмали лазерлар, нурланувчи диодлар, тергерцли нурлангичлар, қўёш батареялари (хусусан каскадли қўёш фотоэлементлари), фотоқабул қилгичлар, электрооптик модуляторлар, оптоэлектронли схемаларнинг яратилишига асос бўлиб, улар микро(опто)электрониканинг асосини ташкил этиши қайд қилинган.

Нихояда профессор Р. Я. Расуловга ва физика-математика факультети жамоасига кўрсатган кўмаклари учун муаллиф ўз миннатдорчилигини билди-
ради.

1-БОБ. ҚАТТИҚ ЖИСМ МАСАЛАЛАРИНИНГ КВАНТ МЕХАНИКАСИ ЁРДАМИДА ҲАЛ ЭТИЛИШИ

Маълумки қаттиқ жисмлар ташкил этувчи заррачалари тартибсиз (аморф) ёки тартибли (кристалл) жисмлардан иборат. Шу сабабдагн олдиндан айтиб ўтиш керакки, аморф жисмларда кечадиган кўпгина физик ҳодисаларни квант механикаси усуллари билан аналитик ҳал этиш саноқли ҳоллардагина мумкин; аксарият ҳолларда масалани ҳал этишда электрон ҳисоблаш машиналарига мурожаат этишга мажбур бўлинади.

Кристалл жисмларнинг кўпгина физик хусусиятларини квант механикаси услубларидан фойдаланиб, ҳеч бўлмаса, мавжуд экспериментларни етарлича изоҳлаш мақсадида аналитик натижаларни олиш мақсадга мувофиқдир. Бу маънода кристалл қаттиқ жисмларни – кристаллнинг хусусиятини ва унда кечадиган физикавий жараёнларни квант механика қонуниятларидан фойдаланиб ҳал этишни қисқача кўриб ўтайлик.

1.1-§. Спинсиз заррачанинг бир ўлчамли ҳаракати

Квант механикасининг асосий тенгламси Шредингер тенгламаси ҳисобланиб, бу тенглама стационар (вақтга боғлиқ бўлмаган) ва ностационар (вақт боғлиқ бўлган) кўринишларга эга. Шунингдек Шредингер тенгламаси спинсиз заррачалар хусусиятини ўрганишда қўлланилади¹. Биз келажакда шундай ҳолни кўриб ўтамиз. Маълумки ностационар уч ўлчамли (x,y,z) Шредингер тенгламаси қуйидагича кўринишда ёзилади:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \psi + \nabla \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} . \quad (1.1.I)$$

¹ Электроннинг спинини, жумладан спин ва орбитал ҳаракатини бир вақтга ҳисобга олиш имконини берувчи тенгламани Шредингер – Паули тенгламаси деб юритилади.

Бунда $\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - лапласиан ёки Лаплас оператори,
 $\psi = \psi(\vec{r}, t) = \psi(x, y, z; t)$ - массали (эркин) электроннинг тўлқин функцияси,
 $V = V(\vec{r}, t) = V(x, y, z; t)$ потенциал энергия оператори.

(1.1.1) ифодадан кўриняптики, қаралаётган масаланинг моҳияти потенциал энергия оператори V нинг кўриниши (танланиши)га боғлиқ: агар $V = V(\vec{r}, t) = V(x, y, z; t)$ кўринишда бўлс масала уч ўлчамли; $V = V(x, y; t)$ кўринишда – икки ўлчамли; $V = V(x, t)$ - кўринишда – бир ўлчамли бўлади. Кўпгина ҳолларда, хусусан, идеал кристалл муҳитда зарядли заррачаларнинг ҳаракатини ўрганишда, уч масалалар ечилади. Айрим хусусий ҳолларда, масалан ярим ўтказгичли асбобларда кечадиган ходасаларни текширишда бир ўлчамли масалалар кўриб ўтилади. Биз келгусида охириги ҳолга диққат эътиборимизни қаратамиз.

Шундай қилиб $V = V(x)$ деб ҳисобласак (1.1.1) тўлқин тенгламасининг ечимини

$$\psi = e^{i(k_y y + k_z z)} \varphi(x, t) \quad (1.1.2)$$

кўринишда излаймиз.

Бу ерда икки ҳолга эътибор бериб ўтмоқчимиз. Биринчидан (1.1.1) тўлқин тенгламасини $V=0$ ҳол учун

$$i \frac{\hbar}{m_0} \Delta \psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (1.1.1a)$$

кўринишда қайта ёзсак (1.1.1a) диффузия тенгламасига ўтади; бунда $i \frac{\hbar}{m_0}$ катталик диффузия коэффициенти ролида келади. Маълумки бу тенгламанинг ечими

$$\psi(x, t) = t^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{m_0 i (x-\xi)^2}{2\hbar t}} d\xi \quad (1.1.3)$$

кўринишга келади. Бироқ масаланинг бундай ҳал этилиши квант механикасининг оддий талабаларига жавоб бერмайди. Масалан вақтнинг

орқага қайтиши (инверсия) оператори $\hat{K}$ билан тўлқин функциясига таъсир этсак ψ ўзига нисбатан комплекс туташ (қўшмалашган, боғланган) ψ^* тўлқин функциясига ўтиши керак, яъни

$$\hat{K}\psi = \psi^* \quad (1.1.4)$$

(1.1.3) ифодадан кўринаяптики, диффузия тенгламасининг ечими (1.1.4) тенгликни қонуатлантормайди. Шу сабабдан ностационар Шредингер тенгламасини ечишда ўзгарувчиларга ажратиш усулини қўллаймиз.

Иккинчидан масалан, яъни (И.І)ни (1.1.2)ни эътиборга олиб тенгламани

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\hbar^2(k_z^2 + k_y^2)}{2m_0} \varphi + V\varphi = i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.1.5)$$

кўринишда ечмасдан олдин $k_y = k_z = 0$ ҳол учун ечиш ҳам масаланинг мазмунини кескин ўзгартормайди, чунки бунда (1.1.5)

$$-(\hbar^2/2m_0) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + V\varphi = i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.1.6)$$

кўринишга келиб, (1.1.6) ифода (1.1.5)дан $\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right)$ операторни

$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m_0}(k_z^2 + k_y^2)\right)$ оператор билан алмштириш билан эквивалентдир. Бу эса

стационар ҳолат учун кинетик энергия E операторини берувчи $i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ операторининг қийматини $\frac{\hbar^2}{2m_0}(k_y^2 + k_z^2)$ қийматга озайтиради ҳалос, яъни

энергиявий ҳисоб бошини нолдан эмас, балки $-\frac{\hbar^2}{2m_0}(k_y^2 + k_z^2)$ дан бошлашни

тақозо этади. Масаланинг келгуси (чуқурроқ) таҳлили қаттиқ жисмлар физикасида берилади. Шу сабабдан масаланинг келгуси таҳлилида

$k_y = 0, k_z = 0$ деб ҳисоблаймиз. Натижада m_0 массали заррача

(келажакда электрон сўзи билан алмаштирамыз) нинг x ўқи бўйича бир ўлчамли ҳаракатини тавсифловчи Шредингер тенгламасини

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + V(x, t)\varphi = i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.1.7)$$

кўринишда қайд этамиз.

(1.1.7) тенгламадан кўринаяптики, электроннинг эркинлик даражаси $V(x,t)$ нинг кўринишига боғлиқ, шу боисдан $V(x,t)$ электрон учун потенциал тўсиқнинг аналитик кўриниши (фазодаги тақсимооти) деб қабул қилиш мумкин. Масалан, агар $V(x,t)=0$ бўлса электрон эркин бўлиб, Шредингер тенгламасининг кўриниши

$$\left(-\hbar^2/2m_0\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial\varphi}{\partial t} \quad (1.1.8)$$

каби бўлиб, унинг ечимини $\varphi(x,t)=U(x)T(t)$ кўринишда изласак, у ҳолда (1.1.8) ифодадан

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{i\hbar}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = E \quad (1.1.9)$$

тенгликка эга бўламиз. (9) кўринаяптики, доимий соннинг бирлиги энергия бирлиги кабидир. Шу сабабдан $E = \text{const}$ деб олсак (1.1.9) тенгликдан

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{2m_0 E}{\hbar^2} U = 0 \quad (1.1.10)$$

тенгламага эга бўламиз. Шунинг каби $T(t)$ га нисбатан

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -iE\hbar^{-1}T \quad (1.1.11)$$

тенгламага эга бўламиз. (1.1.11)нинг ечими

$$T(t) = \exp(-iEt/\hbar) = \exp(-i\omega t) \quad (1.1.12)$$

кўринишга келади.

(1.1.10)нинг ечимини

$$U = Ae^{ik_x x} + Be^{-ik_x x} \quad (1.1.13)$$

каби танласак,

$$\hbar\omega = E = \hbar^2 k_x^2 / (2m_0) \quad (1.1.14)$$

тенгликка эга бўламиз. Бундан тўлқин сони (вектори): $k_x = (2m_0 E \hbar^{-2})^{1/2}$.

Охирги ифодадан кўринаяптики, E электроннинг кинетик энергияси бўлиб, $E > 0$, чунки k^2 ҳақиқий сондир.

(1.1.13) ва (1.1.12) ифодаларни эътиборга олсак

$$\varphi(x, t) = U(x)T(t) = e^{-i\omega t} (Ae^{ik_x x} + Be^{-ik_x x})$$

ёки

$$\varphi(x, t) = Ae^{i(k_x x - \omega t)} + Be^{-i(k_x x + \omega t)} \quad (1.1.15)$$

кўринишдаги тўлқин функциясига эга бўламиз. Бу эркин электроннинг тўлқин функциясидир. (1.1.15) дан кўринаяптики, агар $A=B$ бўлса, Эйлер муносабати

$$e^{\pm i\alpha} = \cos \alpha \pm i \sin \alpha \quad (1.1.16)$$

дан

$$\varphi(x, t) = 2A \cos(\omega t - k_x x) \quad (1.1.17)$$

турғун тўлқин тенгламасининг ечимига эга бўламиз. Бундай ($A=B$) ҳол мумтоз физика соҳасига оиддир. Квант механикасида эса $A=B$ бўлиб, уларнинг кўриниши масала талаби (чегаравий шартлар)дан топилади. Шу сабабли (1.1.15)нинг таҳлили давом этдирамиз, у иккита ўзаро қарама-қарши ($x>0$ ва $x<0$) йўналишда тарқалувчи тўлқинлардан иборат.

Тўлқин функциясининг физик моҳияти зичлик

$$\rho(x) = \psi^* \psi = U^* U \quad (1.1.18)$$

ва оқим

$$s = \frac{\hbar}{2im_0} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \quad (1.1.19)$$

каби катталикларни ψ нинг аналитик кўринишларини эътиборга олиб қайта ёзгандан сўнгра ойдинлашади.

(1.1.15) ни эътиборга олсак (1.1.18) ва (1.1.19)ларни қуйидагича қайд этамиз:

$$\rho(x) = |A|^2 + |B|^2 + (AB^* e^{2ik_x x} + A^* B e^{-2ik_x x}) , \quad (1.1.20)$$

$$S(x) = \hbar k_x (|A|^2 - |B|^2) / m_0 . \quad (1.1.21)$$

(1.1.21) ифодадан электронларнинг умумий оқими икки (амплитудаси A ва B бўлган икки) тўлқин оқимларининг фарқидан иборатлиги келиб чиқади.

Электрон зичлиги эса икки ташкил этувчидан иборат бўлиб, иккала тўлқин оқимларининг йиғиндиси билан аниқланса, иккинчиси эса когерент тўлқинларнинг интерференцияси билан аниқланади.

Агар электронга корпускуллар туси берилса, тўлқинларнинг интерференцияси эътиборга олинмайди. Бу ҳол $A=0$, $B \neq 0$ ёки $A \neq 0$, $B=0$ шартларни қаноатлантиради. Биринчи ҳолда $S < 0$, иккинчи ҳолда $S > 0$. бу эса масаланинг моҳиятига қараб оқимнинг ёки ўнгга, ёйинки чапга йўналганлигидан далолат беради.

Шундай қилиб, k_x нинг икки хил: мусбат ва манфий қийматлар қабул қила олишини эътиборга олсак, эркин электроннинг тўлқин функциясини куйидаги кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$\psi(k_x, x, t) = C(k_x) e^{i(k_x x - \omega t)}$$

У ҳолда x нинг $-\infty, +\infty$ оралиги бўйича охириги ифодани интегралласак, ҳосил бўлган функция тўлқин пакетини беради. Бу интеграл яқинлашувчи бўлсагина физикавий мазмун касб этади. Бу эса $k_x \rightarrow \infty$ $C(k_x) \rightarrow 0$ муносабатни беради; масалан; $C(k_x) \propto k_x^m$ (m ихтиёрий мусбат сон). $C(k_x)$ нинг аниқ аналитик кўриниши масала шартидан аниқланади. Энди табиатан аниқ масалаларни кўришга ўтайлик: келгусида $\psi(x, t) = \psi$ (ностационар тўлқин функцияси) ва $U = U(x)$ (ностационар тўлқин функциясининг фазовий ташкил этувчиси) тушунамиз.

1.2-§. Ўлчамли квантлашган ўраларда зарра

Жумладан $x = \pm a$ нукталардан ўтувчи умуман ўтказмайдиган чексиз баландликли икки потенциал тўсиқ орасидаги электрон ҳаракати таҳлил этайлик. Бундай ҳолда чексиз энергиявий баландликли потенциал тўсиқнинг заррачаларни ўзидан умуман ўтказмаслиги

$$U(\pm a) = 0 \tag{1.2.I}$$

шартни қаноатлантиради. У ҳолда стаиционар Шредингер тенгламасининг ечими

$$\psi(x, t) = e^{-iEt/\hbar} U(x) = U(x) e^{-i\omega t} \quad (1.2.2)$$

кўринишда бўлиши;

$$U(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (1.2.3)$$

экани маълум. Демак

$$\begin{aligned} Ae^{ika} + Be^{-ika} &= 0 \\ Ae^{-ika} + Be^{ika} &= 0 \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

Бу тенгламанинг $A \neq 0$ ва $B \neq 0$ коэффицентларидан ташкил топган аниқланувчининг нолга тенглик шarti

$$\begin{vmatrix} e^{ika} & e^{-ika} \\ e^{-ika} & e^{ika} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.5)$$

дан

$$\sin 2ka = 0 \quad (1.2.6)$$

эканлиги, бу шартдан эса

$$k = \frac{\pi}{2a} n \quad (1.2.7)$$

эканлиги келиб чиқади. Бунда $n \neq 0$ ҳақиқий сонлар. У ҳолда электроннинг кинетик энергияси

$$E = E_n = \hbar^2 k^2 / (2m_0) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m_0 a^2} n^2 \quad (1.2.8)$$

келиб чиқади. Бундай муносабат кристалл қаттиқ жисмларнинг зоналар назариясида катта аҳамият касб этади (n бундай ҳолда, бош квант сони ёки зоналарнинг тартиб рақамини англатади). Тўлқин вектори $\vec{k}$ нинг бундай қиймати учун

$$B = (-1)^{n+1} A \quad (1.2.9)$$

муносабат ўринлидир. Бундан кўринаяптики n – тоқ сон бўлса ($A=B$)

$$U^+(x) = 2A \cos kx \quad (1.2.10a)$$

-жуфт бўлса ($B=-A$)

$$U^-(x) = 2iA \sin kx \quad (1.2.106)$$

муносабатга эга бўламиз. Нормировкаланганлик шarti

$$\int_{-a}^{+a} |U^\pm(x)|^2 dx = 1 \quad (1.2.11)$$

ни эътиборга олсак нормировкаланган тўлқин функциясининг кўриниши

$$U^\pm(x) = a^{1/2} \begin{cases} \cos \frac{\pi n}{a} x & n = \pm 1, \pm 3 \dots \\ \sin \frac{\pi n}{a} x & n = \pm 2, \pm 4 \dots \end{cases} \quad (1.2.12)$$

Охирги ифодадан кўринаяптики n -нинг қийматига қараб тўлқин (ҳолат) функцияси жуфт ёки тоқ функциялардан иборат бўлади (x нинг қиймати $[-a, +a]$ оралиқда эканини унутмаслигимиз керак). Шу сабабдан ҳолатларнинг жуфтлиги тушунчаси киритилади. Бу тушунча электроннинг бир ҳолатдан (масалан $U_n(x)$) иккинчи ҳолатга ўтиш эҳтимоллигини ҳисоблашда жуда қўл келади. ўтиш эҳтимоллик $p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ импульс операторининг қуйидаги матрица элементи билан аниқланади:)

$$\langle m | p | n \rangle = -i\hbar \int U_m \frac{\partial}{\partial x} U_n dx \quad (1.2.13)$$

Интеграл нолдан фарқли қийматга эга бўлиши учун интеграл остидаги ифода $U_m \frac{\partial}{\partial x} U_{m'}$ нинг жуфт функцияси бўлишлигини тақозо этади. Агар $\frac{\partial}{\partial x}$ x нинг тоқ функцияси эканини эътиборга олсак, U_m ва $U_{m'}$ функцияларининг жуфтлилиги қарама-қарши (бири тоқ бўлса, иккинчиси жуфт ва аксинча) бўлишини тақозо этади. Шундай қилиб жуфтлиги қарама – қарши бўлган ҳолатлар орасидагина квантли механик ўтишлар бўлиши мумкин. Жуфтлиги бир хил бўлган ҳолатлар ўртасида ўтишлар бўлмайди, яҳни таъқиқланган².

Бундай масалалар қаттиқ жисмлар физикаси бобида оптик ўтишлар ходисаларини таҳлил этишда жуда қўл келади.

² Таъқиқланган квантли оптик ўтиш, маълум шартларда қўзғалиш назариясида (иккинчи, учинчи тартибли ходисалар эътиборга олинса) рухсат этилган² бўлиши мумкин. Бу ҳол кейинчалик қаралади.

Бу масалани тўлароқ ҳал этиш мақсадида $x=0$ нуқтада бир томонлама (ярим) ўтказувчан V_0 чексиз энергиявий баландликли тўсиқ бўлганда электронларнинг ҳаракатини таҳлил этайлик. Демак $x=0$ нуқтада масала мазмунан юқоридагидан фарқ қилганлиги сабабидан бундай соҳани x нинг $[-a, -\varepsilon)$ ва $(\varepsilon, +a]$ қийматлар соҳасига бўлиб ўрганамиз. У ҳолда 2ε потенциал тўсиқнинг қалинлиги бўлади. У ҳолда $-a \leq x \leq -\varepsilon$, $\varepsilon < x \leq a$ соҳаларда электроннинг тўлқин вектори, одатдагидек $k^2 = 2m_0 E \hbar^{-2}$ муносабатдан $-\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$ оралиқда эса тўлқин вектор $\kappa^2 = 2m_0 \hbar^{-2} [V_0 - E]$ муносабат ёрдамида аниқланади. Бу масала чегаравий шартлар сифатида $U(\pm a) = 0$ муносабатдан ташқари $U(x)$ ва $\partial U / \partial x$ ларнинг $x = \pm \varepsilon$ нуқталардаги узлуксизлик шартлари ҳам киради. Шундай қилиб $U(x)$ нинг кўриниши $-a \leq x < \varepsilon$ соҳада

$$U_1(x) = A_1 \sin k(x + a) \quad (1.2.14a)$$

$-\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$ соҳада

$$U(x) = Ae^{ikx} + Be^{-\kappa x} \quad (1.2.14b)$$

$\varepsilon < x \leq a$ соҳада

$$U_2(x) = A_2 \sin k(x - a) \quad (1.2.14b)$$

кўринишда танласак, юқоридаги мулоҳазалардан

$$U(-\varepsilon) = A_1 \sin k(a - \varepsilon) = Be^{\kappa \varepsilon} + Ae^{-\kappa \varepsilon}, \quad (1.2.15a)$$

$$U'(-\varepsilon) = k A_1 \cos k(a - \varepsilon) = \kappa (-Be^{\kappa \varepsilon} + Ae^{-\kappa \varepsilon}), \quad (1.2.15b)$$

$$U(+\varepsilon) = A_2 \sin k(\varepsilon - a) = Be^{-\kappa \varepsilon} + Ae^{\kappa \varepsilon}, \quad (1.2.15b)$$

$$U'(+\varepsilon) = k A_2 \sin k(\varepsilon - a) = \kappa (-Be^{-\kappa \varepsilon} + Ae^{\kappa \varepsilon}) \quad (1.2.15c)$$

Юқоридаги A_1 , A_2 , B ва A ларга нисбатан қайд этилган тўртта тенгламалар тизимидан

$$k \operatorname{ctg}(a - \varepsilon) - \kappa [-Be^{2\kappa \varepsilon} + A][Be^{2\kappa \varepsilon} + A]^{-1}, \quad (1.2.16a)$$

$$k \operatorname{ctg} k(\varepsilon - a) = \kappa [-B + Ae^{2\kappa \varepsilon}][B + Ae^{2\kappa \varepsilon}]^{-1}. \quad (1.2.16b)$$

(1.2.16 а,б) тенгламалар чап тарафлари тенглигидан $B = \pm A$, бундан эса $A_1 = \pm A_2$ эканлиги келиб чиқади. Бу ҳолда пастки ишора ечим ҳолатининг жуфтлиги манфий, пастки ишора эса мусбат эканидан далолат беради.

Мусбат жуфтли ҳолатлар учун

$$k \operatorname{ctg}(a - \varepsilon) = \aleph(-zh2\aleph\varepsilon)$$

экани келиб чиқади. Бунда $2\aleph\varepsilon \ll 1$ ҳол ва $A \gg \varepsilon$ (ўта юпка девор) учун

$$k^+ \operatorname{ctg} k^+ a = -2\aleph^2 \varepsilon \quad (< 0) \quad (1.2.17)$$

Шундай қилиб мусбат жуфтли ҳолатлар учун ўта юпка, ярим ўтказувчан деворнинг ўтказмовчанлик коэффиценти $\Omega = \aleph^2 \varepsilon$ чекли, аксинча ноаниқ қолиши келиб, яҳни

$$k^- \operatorname{ctg} a k^- \rightarrow \infty \quad (1.2.18)$$

Демак манфий жуфтли ечимларни қаноатлантирадиган потенциал тўсиқни электронлар ҳис қилмайди. Шу сабабдан электрон тўлқин функциялари

$$U^-(x) = \begin{cases} A_1^- \sin k^-(x+a) \\ A_1^- \sin k^-(x-a) \end{cases} \quad (1.2.19)$$

қўриниши олади. Бунда $k^- = n\pi/a$ ($n=1,2,3,\dots$). (1.2.19) ифодадан $U^-(x) = -U^-(-x)$ демак, ҳолатлар бир-бирига нисбатан ассиметрик эканлиги келиб чиқади.

Симметрик ҳолатларнинг тўлқин функциялари

$$U^+(x) = \begin{cases} -A_1^+ \sin k^+(x+a) & -a \leq x < 0 \\ A_1^+ \sin k^+(x-a) & 0 < x \leq a \end{cases} \quad (1.2.20)$$

$$\left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{a} \leq k^+ \leq n\pi/a \quad (n=1, 2, 3, \dots).$$

(1.2.20) ифодадан $U^+(x) = +U^+(-x)$. Шундай қилиб U^- фазовий инверсияга нисбатан тоқ, U^+ эса жуфтдир. Нормировкаланганлик шартидан

$$|A_1^-|^2 = a_1^{-1}, \quad |A_2^+|^2 = 2k^+ [2k^+ a - \sin(2k^+ a)]^{-1}$$

келиб чиқади. (1.2.17) ва (1.2.18) муносабатлардан тоқ ва жуфт электронли ҳолатларнинг энергиясини ҳисоблаш мумкин. Шунини қайд этиш керакки бу

муносабатлар қаттиқ жисмлар физикасининг зонавий тузилишини ўрганишда катта аҳамият касб этади. Масалан, (1.2.17) тенгликни қаноатлантирадиган E нинг қийматлар соҳасини “рухсат этилган энергиявий зона”, тенгликни қаноатлантирмайдиган қисмини эса ман қилинган соҳасини эса “таъқиқланган энергиявий зона” дейилади. Агарда бу тенгликни E нинг айрим қийматиғина қаноатлантирса, у ҳолда бу битта энергиявий сатхнинг мавжудлигидан далолат беради ва бу сатҳда электрон локаллашган бўлади.

Энди потенциал тўсиқнинг ($x=0$)даги табиатини олдиндан тайинлайлик, айтайлик чекли энергиявий баланликли ($V_0 = \hbar^2 \Omega / m_0$) ва Диракнинг δ - функцияси билан ифодаланган бўлсин. У ҳолда Шредингер тенгламасининг кўриниши қуйидагича бўлади

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + [k^2 - 2\Omega \delta(x)]U = 0 \quad (1.2.21)$$

$\delta(x)$ функция x га нисбатан жуфт функция). (1.2.21) дан интеграллаб

$$\begin{aligned} (\partial U / \partial x) \Big|_{x=+0} + k^2 \int U dx \Big|_{x=+0} - 2\Omega U(+0) &= 0 \\ -(\partial U / \partial x) \Big|_{x=-0} - k^2 \int U dx \Big|_{x=-0} - 2\Omega U(-0) &= 0 \end{aligned}$$

ёки

$$L(+0) - L(-0) = 4\Omega \quad (1.2.22)$$

бундан логарифмик ҳосила $L(x) = \frac{1}{U(x)} \frac{\partial U}{\partial x}$ $x=0$ нуқтада узилишга эга бўлиб,

бу узилиш 2Ω га тенглиги келиб чиқади.

Шредингер тенгламасининг бу ҳол учун хусусий ечими жуфт $[U^+(x)]$ ва тоқ $[U^-(x)]$ функциялар сифатида танланиши мумкин. Потенциалнинг жуфтлигида $U^+(x)$ функциянинг $x \rightarrow -0$ ва $x \rightarrow +0$ яқинлашишида логарифмик ҳосиласи (2Ω га) узилишга эга, $U^-(x)$ нинг логарифмик ҳосиласи эса $x=0$ нуқтада узлуксиз булади. У ҳолда $U^+(x)$ ечим (1.2.20) кўринишда танланади. Бунда

$$L(+0) = -k^+ \operatorname{ctg} k^+ a, \quad L(+0) - L(-0) = -2k^+ \operatorname{ctg} k^+ a \quad (1.2.23)$$

Шундай қилиб δ симон потенциалнинг мавжудлиги тоқ ечимга таъсир этмайди, жуфт ечимга эса таъсир этиб, қийматининг $x=0$ нуқтада сакраб ўзгаришига олиб келади.

Биз юқорида сифатли масала кўриб ўтдик. Келгусида эса миқдорий масалаларни қараб чиқамиз. Шунинг учун мақсадда

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

кўринишда ифодаланган тўғри бурчакли потенциал ўрачадаги электронли ҳолатлар таҳлил қилайлик.

Юқорида кўрилган масалада энергиянинг мусбат қиймати соҳаси (1.2.4) ни кўриб ўтдик. Шунингдек Енинг бирор (мусбат) қиймати таъқиқланган қийматлар соҳасига кириб қолсагина у сатҳ электрон учун локал ҳолат бўлиши ўқтириб ўтилди.

Энди энергиянинг манфий қийматли соҳасини кўриб ўтайлик.

Энергиянинг манфий қийматли соҳаси электрон учун боғланган энергиявий ҳолатни беради.

Масалани дастлаб жуфт ечимга $U^+(x)$ нисбатан таҳлил этайлик, сўнггра (кези келганда) манфий ечимга $U^-(x)$ нисбатан ҳам таҳлил қиламиз $0 \leq x \leq a$ соҳада

$$U^+(x) = A_+ \cos kx \quad (1.2.2a)$$

$x > a$ соҳада

$$U^+(x) = A_+ \cos ka e^{\kappa(a-x)} \quad (1.2.2б)$$

Нормировкаланганлик шартидан

$$A_+^{-2} = k^{-1} \left[ka + \frac{1}{2} \sin(2ka) \right] + \kappa^{-1} \cos^2 ka \quad (1.2.3)$$

Бу ерда $k_0 = [2m_0 \hbar^{-2} V_0]^{1/2}$, $\kappa^2 = 2m_0 E \hbar^{-2}$, $k^2 = k_0^2 - \kappa^2 = 2m_0 \hbar^{-2} (V_0 - E)$. Биз $U^+(x)$ нинг $x=a$ нуқтада узлуксизлик шартидан фойдаланиб амплитудавий

қийматларнинг аналитик кўриниши топилди. $x=a$ нуктада $[\partial U^+/\partial x]$ нинг узлуксизлик шартидан

$$\operatorname{tg}ka = \aleph/k \quad (1.2.4)$$

муносабатни оламиз. Бу ҳолда

$$A_+^{-2} = a + \aleph^{-1} \quad (1.2.5)$$

ифодадан

$$\operatorname{tg}ka = \frac{(k^2 - k_0^2)^{1/2}}{k} = \frac{\sqrt{(ka)^2 - (k_0a)^2}}{ka} \quad (1.2.6)$$

Юқоридаги мулоҳазаларни тоқ ечим $[U^-(x)]$ га нисбатан юритиб:

$$U^-(x) = \begin{cases} A_- \sin kx & 0 \leq x \leq a \\ A_- \sin kxe^{\aleph(a-x)} & x > 0 \end{cases} \quad (1.2.7)$$

$[\partial U^-/\partial x]$ нинг $x=a$ нуктада узлуксизлик шартидан

$$\operatorname{ctg} ka = -k/\aleph = -ka \left[(k_0a)^2 - (ka)^2 \right]^{1/2} \quad (1.2.8)$$

(1.2.6) ва (1.2.8) дан

$$E = -V_0 \left[1 - (k/k_0)^2 \right] \quad (1.2.9)$$

электроннинг энергияси потенциал ўрачанинг энергиявий баландлиги V_0 билан аниқланиши келиб чиқади.

Электроннинг боғланган ҳолати энергияси $\operatorname{tg}(ka)$ ва $\left[(k_0a)^2 - (ka)^2 \right]^{1/2} / ka$ (жуфт ечим учун) ёки $\operatorname{ctg}(ka)$ ва $-ka \cdot \left[(k_0a)^2 - (ka)^2 \right]^{1/2}$ (тоқ ечим учун) фнукциялар графикларининг $k_0a=1; 1,5$ қийматлар учун кесишиш нуктаси фақат жуфт соҳасида бўлади халос; $k_0a=2$ ва ундан катта қийматларида кесишиш нуқталари ҳам жуфт, ҳам тоқ ечимлар соҳасида мавжуддир. Демак $k_0a=1; 1,5$ қийматларини қаноатлантирувчи потенциал ўрачада мусбат жуфтли боғланган ҳолатларнинг эса бўлиши мумкин эмас. $k_0a \geq 2$ муносабатни қаноатлантирувчи потенциал ўрачада электроннинг ҳам

манфий, ҳам мусбат жуфтли боғланган ҳолатлари учрайди. Бу ерда шуни қайд этиш керакки $k_0 a$ нинг ортиши билан унга мос келувчи энергиявий қиймат камаё боради.

Юқорида олган натижаларни $E=V_0$ ҳол учун эҳтиёт бўлиб қўллашни талаб этади, чунки $E \geq V_0$ энергияли электронларнинг тўсиқ усти квантли механик сочилиш содир бўлиши мумкин. Бундай сочилишнинг физик табиати “сочилишлар назарияси” ёки шунга ўхшаш матнларда қайд этиш ниятидамиз.

Масалани тўла қараш ва нанотузилмаларда кўп ишлатиладиган $x \rightarrow x + na$ алмаштиришга нисбатан инвариант (ўз шаклини ўзгармас қолувчи) $V(x) = V(x+na)$ ($n=0; \pm 1; \pm 2; \dots$), яхни даврий потенциал майдонда электроннинг ҳаракатини таҳлил қилайлик. $V(x) = V(x+na)$ даврийлик шартини қаноатлантирувчи даврий потенциал майдонга нисбатан қайд этилган стационар Шредингер тенгламасининг икки ўзаро чизиқли боғланмаган $U_1(x)$ ва $U_2(x)$ ечими мавжуд бўлса, $U_1(x+a)$ ва $U_2(x+a)$ функциялар ҳам ечими бўла олади. У ҳолда

$$\begin{aligned} U_1(x+a) &= C_{11}U_1(x) + C_{12}U_2(x), \\ U_2(x+a) &= C_{21}U_1(x) + C_{22}U_2(x) \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

ифодаalar ҳам Шредингер тенгламасининг ечими бўла олади. Агар $\psi(x+a) = \lambda\psi(x)$ ўринли бўлса, у ҳолда $\psi(x+na) = \lambda\psi[x+(n-1)a] = \lambda^2\psi[x+(n-1)a]$, яхни $\psi(x+na) = \lambda^n\psi(x)$ муносабат ўринлидир.

Шунингдек

$$\begin{aligned} \psi(x) &= AU_1(x) + BU_2(x), \\ \psi(x+a) &= (AC_{21} + BC_{21})U_1(x) + (AC_{12} + BC_{22})U_2(x) = \lambda\psi(x) \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

ёки

$$\begin{aligned} AC_{11} + BC_{12} &= \lambda A \\ AC_{12} + BC_{22} &= \lambda A \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Агар A ва B ларнинг коэффициентлардан тузилган детерминант нолга тенг бўлсагина, A ва B лар нотривиал ечимларга эга бўлади:

$$\begin{vmatrix} C_{11} - \lambda & C_{12} \\ C_{22} & C_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.4)$$

(1.2.4) λ га нисбатан (λ_1 ва λ_2) ψ_1 ва ψ_2 ларга мос келади.

оралик ҳисобларни эътиборга олмасдан, $|\lambda| < 1$ тенгсизликни каноатлантирувчи λ нинг физик моҳиятига эга бўлган қиймати учун

$$\lambda_1 = e^{ika} \quad \lambda_2 = e^{-ika} \quad (1.2.5)$$

муносабатларга эга бўламиз ва k нинг қабул қилиши мумкин бўлган соҳаси

$$-\frac{\pi}{a} \leq k \leq \frac{\pi}{a} \quad (1.2.6)$$

ни аниқлаймиз. Шундай қилиб

$$\lambda_1 = e^{ika} \psi(x) \quad (1.2.7)$$

(1.2.7) га асосан x нинг $[a, 2a]$ қийматлар оралиғи учун

$$\psi(x) = e^{ika} [AU_1(x-a) + BU_2(x-a)] \quad (1.2.8)$$

бу оралиқнинг чегаравий қийматларида тўлқин функция ва унинг ҳосилалари узлуксиз қолиши керак, ях

$$\begin{aligned} AU_1(a) + BU_2(a) &= e^{ika} [AU_1(0) + BU_2(0)], \\ AU_1'(a) + BU_2'(a) &= e^{ika} [AU_1'(0) + BU_2'(0)], \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

У ҳолда электроннинг энергиявий спектрини топиш мақсадида

$$\begin{vmatrix} U_1(a) - e^{ika}U_1(0) & U_2(a) - e^{ika}U_2(0) \\ U_1'(a) - e^{ika}U_1'(0) & U_2'(a) - e^{ika}U_2'(0) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.2.10)$$

тенгламани ечиш кифоя. Бундан

$$\cos ka = \frac{[U_1(0) - U_2'(a) + U_1(a) - U_2'(0)] - [U_2(0)U_1'(a) + U_2(a)U_1'(0)]}{2D} \quad (1.2.11)$$

$$(1.2.11) \quad \text{да} \quad D = U_1(a)U_2'(a) - U_2(a)U_1'(a) = U_1(0)U_2'(0) - U_2(0)U_1'(0) = \text{const.}$$

Вронский аниқловчиси ёки вронскиан деб юритилади.

(1.2.11) ифоданинг чап тарафи $[-1; +1]$ қийматлар оралиғига эга бўлса, ўнг томони ихтиёрий қиймат қабул қилиши мумкин. Тенгликни

қаноатлантирувчи k нинг, яҳни энергиянинг қийматлари рухсат этилган энергиявий оралик (зона)ни, аксинча – таъқиқланган энергиявий оралик (зазор)ни ҳосил қилади.

Демак потенциалнинг даврийлиги бундай потенциал таъсиридаги электроннинг энергиясини икки хил:

1. Рухсат этилган.
2. Таъқиқланган.

ораликларга ажратиб қўяди. Табиийки, биринчи ораликда электронларнинг бўлиши мумкин (эркин ҳаракатда иштирок этади, икинчи ораликда эркин элетрон бўла олмайди) (боғланган ҳолатда бўлиши мумкин албатта).

Келгусида

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ V_1 & x_1 = -a; V_2 x = a \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1 - \cos \alpha) \\ (2 - \cos \alpha) \\ (3 - \cos \alpha) \end{matrix}$$

шартни қаноатлантирувчи: чекли энергиявий чуқурликли, кенглиги $2a$ бўлган соҳадаги заррачанинг тўлқин функцияси ва энергиявий спектрини аниқлайлик.

Юқорида таъқиқланган уччала соҳадаги заррачага нисбатан Шредингер тенгламасининг кўриниши қуйидагича

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2} + \aleph_i^2 U_i = 0 \quad (1.2.2)$$

бўлиб, ечимларини

$$U_1 = A_1 e^{\aleph_1 x} + B_1 e^{-\aleph_1 x} \quad (1.2.3)$$

кўринишда излаймиз. Келгусида қайси соҳада бўлмасин массаси ўзгармасдан қолади деб қабул қиламиз. Шундай экан

$$\aleph_1^2 = 2m_0 V_1 \hbar^{-2} - \aleph_2^2, \quad \aleph_2^2 = 2m_0 E \hbar^{-2}, \quad \aleph_3^2 = 2m_0 V_2 \hbar^{-2} - \aleph_2^2, \quad (1.2.4)$$

дискрет энергиялар соҳасини текшириш мақсадимиз бўлганлиги сабабдан энергиявий ўзгариш бўлувчи чегаралардагина тўлқин функцияларининг узлуксизлигидан ташқари тўлқин функциялар логарифмик ҳосиласининг ҳам

узлуксизлигини талаб этиш мақбул. Шу сабабдан келгусида $B_1=0$ ва $A_3=0$ деб оламиз:

$$\frac{\psi'_{1,2}(\pm a)}{\psi_{1,2}(\pm a)} = \frac{\psi'_{2,3}(\pm a)}{\psi_{2,3}(\pm a)}, \quad \psi_{1,2}(\pm a) = \psi_{2,3}(\pm a), \quad (1.2.5)$$

тўлқин функцияларининг кўринишлари

$$U_1(x) = A_1 e^{\aleph_1 x}, \quad U_3(x) = B_3 e^{-\aleph_3 x}, \quad U_2(x) = a_2 \sin \aleph_2 x + b_2 \cos \aleph_2 x \quad (1.2.6)$$

(1.2.5) чегаравий шартлардан

$$\aleph_1 [b_2 \cos \aleph_2 a - a_2 \sin \aleph_2 a] = \aleph_2 [b_2 \sin \aleph_2 a + a_2 \cos \aleph_2 a], \quad (1.2.7a)$$

$$A_1 \exp(\aleph_1 a) = a_2 \sin \aleph_2 a + b_2 \cos \aleph_2 a, \quad (1.2.7б)$$

$$B_3 \exp(-\aleph_3 a) = a_2 \sin \aleph_2 a + b_2 \cos \aleph_2 a, \quad (1.2.7в)$$

$$\aleph_3 [a_2 \sin \aleph_2 a + b_2 \cos \aleph_2 a] = \aleph_2 [b_2 \sin \aleph_2 a - a_2 \cos \aleph_2 a]. \quad (И4.7г)$$

У ҳолда тўлқин функцияларининг кўринишларини аниқлаш учун қуйидаги фойдали муносабатларни қайд этиш маъқул:

$$a_2 = b_2 \left[\frac{\aleph_1}{\aleph_2} \cos \aleph_2 a - \sin \aleph_2 a \right] \left[\frac{\aleph_1}{\aleph_2} \sin \aleph_2 a + \cos \aleph_2 a \right]^{-1} \quad (1.2.8б)$$

$$A_1 = b_2 e^{\aleph_1 a} \left[\frac{\aleph_1}{\aleph_2} \sin \aleph_2 a + \cos \aleph_2 a \right]^{-1}, \quad B_3 = b_2 e^{\aleph_3 a} \frac{\cos 2\aleph_2 a + \frac{\aleph_1}{2\aleph_2} \sin 2\aleph_2 a}{\frac{\aleph_1}{\aleph_2} \sin \aleph_2 a + \cos \aleph_2 a},$$

Нормировкаланганлик шarti $\int_{-a}^{+a} |U_2(x)|^2 dx = 2a$ дан

$$a_2^{-1} = \left[a_1 \left(1 + \frac{a_2^2}{b_2^2} \right) + \frac{1 - \frac{a_2^2}{b_2^2}}{2} \frac{\sin 2\aleph_2 a}{\aleph_2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.2.9)$$

келиб чиқади. (1.2.8a)ни эътиборга олиб (1.2.9)дан A_2 нинг, сўнггра B_2 , A_1 , B_3 ларнинг кўринишини топиш мумкин. Бунда

$$1 + \frac{a_2^2}{b_2^2} = \left(1 + \frac{\aleph_1^2}{\aleph_2^2} \right) \left(\frac{\aleph_1}{\aleph_2} \sin \aleph_2 a + \cos \aleph_2 a \right)^{-2}, \quad (1.2.10)$$

$$1 - \frac{a_2^2}{b_2^2} = \left[\left(1 - \kappa_1^2 / \kappa_2^2 \right) \cos 2\kappa_2 a + 2(\kappa_1 / \kappa_2) \sin 2\kappa_2 a \right] \left[(\kappa_1 / \kappa_2) \sin \kappa_2 a + \cos \kappa_2 a \right]^{-2}$$

этиборга олиниши керак.

Заррачанинг энергиявий спектрини топиш мақсадида (1.2.7а, б, в, г) тенгламалардаги A_1 , A_2 , B_1 , B_2 ларга нисбатан ҳосил қилинган аниқланувчини ечасак

$$ka = \pi n - \arcsin \frac{\hbar k}{\sqrt{2m_0 V_1}} - \arcsin \frac{k\hbar}{\sqrt{2m_0 V_2}} \quad (1.2.11)$$

трансцендент тенгламага эга бўламиз (n -натурал сонлар тўплами). Бу тенгламанинг чап томони n нинг миқдоридан ортиши билан монотон ўсувчи, ўнг томони эса монотон камаювчи функциялардир. Демак E қийматининг қарралиги (айниш даражаси) n -нинг сон қийматига боғлиқ. Масалан $n=1$ учун ҳеч бўлмаса битта энергиявий сатҳнинг потенциал ўрачада мавжудлик шarti қуйидагича.

$$a\sqrt{2m_0 V_1 \hbar^{-2}} \geq (\pi/2) - \arcsin \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \quad (1.2.12)$$

1.3-§. Кронинг – Пенни модели

Қаттиқ жисмлар физикасидан маълумки, локаллашган ҳолатлар кристалладги нол ўлчамли (нуқтавий нуқсон), бир ўлчамли (дислокациялар) ва икки ўлчамли (сирт ҳолатлари) ноидеал даврий бузилишлар ҳисобига бўлиши мумкин. Бундай масалаларни ҳал этишдан аввал ток ташувчи заррачаларга де-Бройль тўлқини хусусиятини касб этиб, уч ўлчамли даврий кристаллнинг зонавий назарияси билан танишамиз. Масалани содда ҳал этиш мақсадида бир ўлчамли кристаллни z ўқи бўйлаб жойлашган тўғри бурчакли потенциал барьерлар тўплами сифатида қараймиз (И.2 - расм). Кристаллнинг бундай моделини Кронинг–Пенни модели деб ҳам аталади.

Бунда электрон V_0 энергиявий чуқурликли ва кенглиги b бўлган потенциал ўрачада ҳаракатланади, унинг z ўқи бўйлаб ҳаракатига қалинликли потенциал девор тўскинлик қилади деб фараз қиламиз. Бу эса, табиийки, идеал кристаллни бир-биридан аниқ масофада қочириқ жойлашган потенциал ўрачалар мажмуасидан иборат деб фараз қилиш имконини беради.

Бирорта (нолинчи) потенциал ўрачадаги электроннинг ҳаракатини кўрайлик

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2m_0 \hbar^{-2} (E - V(z)) \psi = 0 \quad (1.3.1)$$

Бунда m_0 - эркин электрон массаси, E – унинг кинетик энергияси, $V(z)$ - кристаллнинг даврий потенциал майдони: $V(z) = V(z+c) = V(z+2c) = \dots = V(z+nc)$ ($c=a+b$), n – ўрачанинг тартиби, $\psi(z)$ - электроннинг стационар тўлқин функцияси.

(1.2.1) Блох функцияси

$$\psi(z) = \exp(ik_z z) U(z) \quad (1.3.2)$$

кўринишда излаймиз, $U(z)U(z+nc)$ - Шредингер тенгламасининг ечимимни (1.3.2) кўринишда физик нуктаи назардан табиий ҳол сабаби электроннинг ҳаракатини тавсифловчи текис югурувчи тўлқин $\exp(ik_z z)$ ва даври $c=a+b$ га тенг бўлган $V(z)$ даврий майдондаги $\hbar k_z = P_z$ импульсли электроннинг $U(z)$ даврий функциялари кўпайтмасидан иборат. Масаланинг моҳиятини $0 \leq E \leq V_0$. Тўсиқнинг ичида ($-a \leq z \leq 0$) Шредингер тенгламасининг кўриниши (1.3.2) ни (1.3.1) га қўйиб.

$$\left(\partial^2 U_n^+ / \partial x^2 \right) + 2ik_z \frac{\partial U_n^+}{\partial k_z} - (a^2 + k_z^2) U_n^+ = 0 \quad (1.3.3)$$

экани топилади. Бунда $\alpha = (2m_0 E \hbar^{-2})^{1/2}$

Потенциал ўрачада электрон ($0 \leq z \leq b$) учун Шредингер тенгламаси (1.2.3) кўринишда танланиб, α $i\beta$ билан $\beta = (2m_0 (-E + V_0))^{1/2} / \hbar$ алмаштирилиши керак, яхни

$$(\partial^2 U_n^- / \partial x^2) + 2ik_z (\partial U_n^- / \partial x) - (\beta^2 + k_z^2) U_n^- = 0 \quad (1.3.4)$$

У ҳолда n -нчи потенциал ўрачадаги электрон учун Блох функциясини

$$U_n^+(z) = A_n e^{i(\alpha - k_z)z} + B_n e^{-i(\alpha + k_z)z} \quad (1.3.5)$$

кўринишда, n -нчи потенциал девор ичида эса

$$U_n^-(z) = C_n e^{-iz(\beta + k_z)} + D_n e^{-(\beta + ik_z)z} \quad (1.3.6)$$

кўринишда излаймиз. Демак, n -нчи потенциал ўрачада электроннинг тўлқин функцияси

$$\psi_n^+(z) = e^{iaz} A_n + B_n e^{-iaz} \quad (1.3.5)$$

n -нчи потенциал девор ичида эса

$$\psi_n^-(z) = C_n e^{iaz} + D_n e^{-\beta z} \quad (1.3.6)$$

кўринишда бўлади.

Блох функциясининг даврийлик шартидан

$$\begin{aligned} A_n &= A_0 \exp[-i(a - k_z)nc], \\ B_n &= B_0 \exp[i(a + k_z)nc], \\ C_n &= C_0 \exp[-(\beta - ik_z)nc], \\ D_n &= D_0 \exp[(\beta + ik_z)nc] \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

муносабатга эга бўламиз. (1.3.7)дан кўринаяптики, номаълум ҳадларнинг сони тўрттагача (A_0, B_0, C_0, D_0) камайди.

Электронлар оқимининг кўшни потенциал тўсиқ ва ўрача учун айнийлиги тўлқин функциялар ва улар ҳосилаларининг потенциал тўсиқ сирти ($a=0$, b)да ўзаро тенглиги келиб чиқади³.

У ҳолда

$$\begin{aligned} A_0 + B_0 &= C_0 + D_0, \\ i(a - k_z)A_0 - i(a + k_z)B_0 &= (\beta - ik_z)C_0 + (\beta + k_z i)D_0, \\ A_0 e^{i(k_z - a)} + B_0 e^{-i(a + k_z)b} &= C_0 e^{-(\beta - ik_z)a} + D_0 e^{(\beta + ik_z)a}, \\ i(a - k_z)A_0 e^{i(a - k_z)b} + i(-a - k_z)B_0 e^{-i(a + k_z)b} &= \\ &= (\beta - ik_z)C_0 e^{-(\beta - ik_z)a} + (-\beta - ik_z)D_0 e^{(\beta - ik_z)a} \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

Бунда чегаравий шартларни (1.3.6) га нисбатан ёзиб, оралик ҳисоблашларда (1.3.7) муносабатларни эътиборга олдик. A_0, B_0, C_0, D_0 ларнинг ҳақиқий

³ Бундай ҳол мураккаб зонали яқинлашишда бошқачароқ кўринишда таҳлил этилмоғи керак.

қийматларга эга бўлиши учун уларнинг олд коэффициентларидан ҳосил қилинган аниқловчи нолга тенг бўлиши керак.

Бу ҳолдан

$$ch\beta a \cos a\beta + [(\beta^2 - a^2)/(2a\beta)]sh\beta a \sin \beta a \sin a\beta = \cos k_z C \quad (1.3.9)$$

(1.3.9)да α ва β катталикларнинг E орқали ифодаланган кўринишларининг қайд этсак, E ни k_z нинг функцияси кўринишда топиш мумкин. k_z ҳақиқий қийматли параметр. Шу сабабдан $-1 \leq \cos k_z z \leq 1$ бўлганлиги учун

$$-1 \leq ch\beta a \cos a\beta + (\beta^2 - a^2)sh\beta a \sin a\beta / 2a\beta \leq 1$$

келиб чиқади. (1.3.9) муносабатда кўринаяптики, тенгликнинг ҳар иккала тарафидаги функциялар знинг осцилляцияланувчи функцияларидан иборат. Фақат шунга эътибор бермоқ керакки, чап томондаги функция нодаврий функция бўлиб, у миқдоран $+1$ дан катта, -1 дан кичик қийматлар қабул қилиш мумкин. Шу боисдан Енинг икки қиймат соҳалари мавжудлиги келиб чиқади:

1-соҳа. Енинг (1.3.9)ни кноатлантирувчи соҳаси. Бундай энергиявий соҳа *руҳсат этилган энергиявий соҳа* деб юритилади.

2-соҳа Енинг (1.3.9)ни каноатлантирмовчи соҳаси. Енинг бундай соҳаси *ман қилинган (тақиқланган) энергиявий соҳа* деб бритади.

Шундай қилиб кристаллни даврий тўғри бурчакли потенциал ўрачалар тўплами сифатида қаровчи моделида кристаллдаги эркин электронлар руҳсат этилган ва тақиқланган энергиявий соҳаларда бўлиши мумкин. Одатдаги электронлар руҳсат этилган энергиявий соҳалардагина бўлади.

Юқорида $E < V_0$ деб ҳисобладик. Агар аксинча, яъни $E > V_0$ бўлса, у ҳолда β мавҳум қийматли бўлади: $\beta = i\gamma = i[2m_0(V_0 - E)]^{1/2} / \hbar$. Бунда $ch iak_z = \cos ak_z$, $sh iak_z = i \sin ak_z$ эканини эътиборга олиб, “энергиянинг қиймат қабул қилиш мумкин бўлган соҳаси” шарти

$$-1 \leq \cos \gamma a \cos a\beta - \frac{\gamma^2 + a^2}{2a\gamma} \sin \gamma a \sin a\beta \leq 1$$

кўринишга ўзгаради (табiiйки, бунда $sh\beta a/\beta = \sin \gamma a/\gamma$ бўлиб муносабатга $\beta \rightarrow i\gamma$ алмаштириш таъсир этмайди). Хуллас $E > V_0$ ҳол учун юқорида билдирилган фикрлар ўринлидир.

Таъқиқланган энергиявий соҳанинг физик моҳиятини тушуниш учун $\hbar a$ - электронларнинг импульси каби, E энергиясига боғлиқдир. Ҳисоблашлар кўрсатадики, $a = \hbar\pi/(a+b)$ қийматларда энергиянинг таъқиқланган соҳаси бошланади. Бу тенглик $a+b=\lambda$ учун $\lambda = n\pi/a$ кўринишга келиб, Вульф – Брегг шартининг айнан ўзи бўлиб қолади. Бундан электронни $\lambda = 2\pi/a$ узунликли тўлқин деб қаралса, у ҳолда энергиянинг таъқиқланган соҳасининг бошланишида бундай тўлқиннинг тўла ички (Вульф - Брегг) қайтиши бошланади, яҳни потенциал тўсиқдан тўла сочилиш электрон оқимини тўла тўсади демакдир.

1.4-§. Қатламли – даврий тизимда шакл алмаштириш матрицаси

Келгусида, масалани соддалаштириш мақсадида, икки қатламдан иборат бўлган даврий тизимни кўрайлик.

Маълумки бундай қатламларнинг бирортаси тўлқин тенгламаси

$$\Delta U - \mathcal{G}^{-2} \frac{d^2 U}{dt^2} = 0 \quad (1.4.1)$$

ёрдамида тўлқин тарқалиши тушунтирилиши мумкин ($\mathcal{G}$ -тўлқиннинг фазовий тезлиги, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$, U – тўлқин майдонини изоҳловчи катталиқ). Қатламли - даврий тизимнинг даврийлиги z ўқи йўналишида мавжуд деб қарайлик. (1.4.1) нинг ечимини $U(\vec{r}) = U(z)\exp[i(k_x x + k_y y) - i\omega t]$ кўринишда изласак қуйидаги тенгламага эга бўламиз

$$(d^2 U(z)/dz^2) - (k_{\perp}^2 - \omega^2 \mathcal{G}^{-2}) U(z) = 0 \quad (k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2) \quad (1.4.2)$$

Тўлқин ҳар бир қатламнинг табиатига боғлиқ равишда ҳар хил фазовий тезликда тарқалишини эҳтиборга олсак $k_{\perp}^2 - \omega^2 \mathcal{G}^{-2}$ катталиқ z ўқи

йўналишида даврий функция кўринишида бўлади. қдс Қатламли даврий тизим қатламларида фазовий тезликнинг ўқи бўйлаб тақсимои И.3 расмда келтирилган. Бундай тенгламалар Хилл тенгламалари деб номланади.

У ҳолда (1.4.2) нинг ечимини

$$U_l(z) = A_l \exp(ik_l z) + B_l \exp(-ik_l z) \quad (1.4.3)$$

кўринишда излаймиз. Бунда $A_l, B_l (l=1,2)$ —чегаравий шартлар ёрдамида аниқланувчи катталиклар, $k_l = (\omega^2 \mathcal{G}_l^{-2} - k_{\perp}^2)^{1/2}$ l -қатламнинг тартиб рақами. Тенглама ечимининг қатламлар чегараларида силлиқлик шарти (масалан $U_1(a) = U_2(a), \partial U_1(z)/\partial z|_{z=0} = \partial U_2(z)/\partial z|_{z=a}$) дан фойдаланиб номаълум катталикларни аниқлаймиз. Уч қатлам ўртасидан икки ($z=0$ ва $z=b$) чегараларда қуйидаги даврийлик муносабати: $U(0) = U(b)e^{ikb}$ ўринлидир. Бу муносабат қаттиқ жисмлар физикаси ёки ярим ўтказгичлар физикасида маълум бўлган Блох теоремасидир. Буларни эътиборга олсак қуйидаги муносабатларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} A_1 e^{ik_1 a} + B_1 e^{-ik_1 a} &= A_2 e^{ik_2 a} + B_2 e^{-ik_2 a}, \\ k_1 (A_1 e^{ik_1 a} - B_1 e^{-ik_1 a}) &= k_2 (A_2 e^{ik_2 a} - B_2 e^{-ik_2 a}), \\ A_1 + B_1 &= e^{ikb} (A_2 e^{ik_2 b} - B_2 e^{-ik_2 b}), \\ k_1 (A_1 - B_1) &= e^{ikb} (A_2 e^{ik_2 b} - B_2 e^{-ik_2 b}). \end{aligned} \quad (1.4.4)$$

Маълумки $A_{1,2}, B_{1,2}$ тўрт катталикларга нисбатан тузилган детерминантнинг нолга

тенглиги, яъни (1.4.4) тенгламанинг аниқ ечимига эга бўлиши шартидан

$$\cos kb = \cos k_1 a \cos k_2 b - \frac{1}{2} (\eta + \eta^{-1}) \sin k_1 a \sin k_2 a \quad (1.4.5)$$

Бунда $\eta = k_2/k_1$. Тўғридан тўғри ҳисоблашнинг бу усулини ўтиш матрицалари ёрдамида янада соддалаштириш мумкин. Ўтиш матрицаси $U_l(z)$ ва $(\partial U_l/\partial z) = \varphi_l(z)$ катталикларни икки чегарага нисбатан боғлаш имконини беради.

У ҳолда

$$\varphi_1(z) = ik_1(A_1 e^{ik_1 z} - B_1 e^{-ik_1 z}) \quad (1.4.6)$$

бўлиб

$$\begin{bmatrix} U_1(z) \\ \varphi_1(z) \end{bmatrix} = \mathfrak{E} \begin{bmatrix} U_1(0) \\ \varphi_1(0) \end{bmatrix} \quad (1.4.7)$$

муносабатдан

$$\mathfrak{E} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_1 z & -k_1^{-1} \sin k_1 z \\ k_1 \sin k_1 z & \cos k_1 z \end{bmatrix} \quad (1.4.8)$$

эканини топиш қийин эмас.

Шу йўсинда U_2 ва φ_2 ларнинг $z=0, z=a$ ва $z=a+b, z=a$ лардаги қийматларини боғлаб турувчи матрица ($\mathfrak{F}_{1,2}$) ларнинг кўриниши

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 \mathfrak{F}_2 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (1.4.9)$$

бўлиб,

$$\begin{aligned} T_{11} &= \cos k_1 a \cos k_2 b - \eta \sin k_1 a \sin k_2 b, \\ T_{12} &= -k_2^{-1} \cos k_1 a \sin k_2 b - k_2^{-1} \sin k_1 a \cos k_2 b, \\ T_{21} &= k_1 \sin k_1 a \cos k_2 b + k_2 \cos k_1 a \sin k_2 b, \\ T_{22} &= \cos k_1 a \cos k_2 b - \eta^{-1} \sin k_1 a \sin k_2 b \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

Ўтиш матрицаси кўп ҳолларда қулайликлар тўғдиради. Масалан, қатламли даврий тизимда электронларнинг энергиявий спектри, атомлар хусусий тебранишларининг спектри каби асосий физик катталикларни аниқлашда бундай матрицалардан фойдаланиш жуда қулайдир. Энергиявий спектрларни аниқловчи муносабатларни *дисперсиявий муносабатлар* деб юритилади.

Шуни қайд этмоқчимизки, ўтиш матрицаси ёрдамида қатламли даврий тизимларда кўндаланг координаталарга нисбатан боғланишлар қатламларнинг тўлқин векторлари k_1, k_2 лар ёрдамида эмас, балки бошқа катталик ёрдамида аниқланади. Бу эса $\tilde{k}$ векторидир. Унинг хусусий қиймати (1.4.5) муносабат ёрдамида аниқланади ва $2n\pi/(a+b)$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

қийматлар қабул қилади. Шу сабабдан (1.4.2) тенгламанинг ечимини фазовий гармоникаларнинг йиғиндиси

$$U(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U_n \exp \left[i \left(\tilde{k} + \frac{2\pi n}{a+b} \right) z \right] \quad (1.4.11)$$

кўринишда ифодалаш мумкинлиги келиб чиқади. Зарурат туғилгандагина бунга батафсил тўхтаб ўтиш мақсадга мувофиқдир, шу сабаб, шу ерда нукта қўямиз.

1-бобнинг хулосаси

1. Қаттиқ жисмлар физикасида учрайдиган Квант механикасининг айрим ҳисоблаш усуллари келтирилган. Шунингдек масалани ойдинлаштирувчи вариантлар таҳлил этилган.
2. Кронинг-Пенни моделининг назарий таҳлили келтирилган.
3. Ток ташувчиларнинг энергиявий спектрларни аниқловчи муносабатлар-дисперсиявий муносабатлар қайд қилинган.
4. Ҳисоблашларни соддалаштириш имконини яратувчи “ўтиш” матрицалар усули қайд этилган.

2-боб. ЯРИМ ЎТКАЗГИЧЛИ ТИЗИЛМАЛАРНИНГ ОПТИК ХУСУСИЯТЛАРИ

Ярим ўтказичлар физикасининг ҳозирги замон тараққиётига назар солсак, айти пайтда асосий изланишлар мураккаб зонали ярим ўтказгичлардан ҳосил қилинган кўп қатламли гетероўтишларга қаратилган. Буқол, табиийки, ярим ўтказичларнинг технологияси қай даража боғлиқ бўлса, физикасига ҳам шу даражада боғлиқдир. Бундай гетероўтишларда кечадиган электронли физик жараёнлари ўлчамли квантлашган ўрачалар ёки ўта панжарали ярим ўтказичлар физикаси ёрдамида тушунтириш мумкин.

2.1-§ Икки ўлчамли системаларда люминесценция

Люминисценция ходисаси, одатда, қажмий кристалларда каби, икки ўлчамли системаларда ҳам ток ташувчиларнинг энергетик спектри ва улар иштироғида кечадиган ташиш (кинетик) ходисаларни текшириш усули сифатида қаралади.

Люминесценциянинг интенсивлиги нафақат ток ташувчиларнинг ҳолат зичлиги ва оптик ўтишларнинг кечиш эҳтимолликлари билан, балки қаралаётган ҳолатларда ток ташувчиларнинг жойлашиш даражаси билан ҳам аниқланади. Шунинг учун люминесценция, кўп ҳолларда, ютилиш спектрнинг унда ўз ифодасини топмаган нозик структура(тузилма)сини текширишда кўл келади ва қаралаётган ҳолатларнинг ток ташувчилар билан тўлиш ёки уларда бўш ҳолатлар ҳосил бўлишининг кинетикасини текшириш имконини беради.

Люминесценцияни текшириш электронли ҳолатларнинг тўлиш даражасига боғлиқ равишда электрон-электронли ўзаро таҳсирнинг электрон спектрига таҳсирини аниқлаш имконини беради.

**Ёруғликнинг нурланиши билан кечадиган
рекомбинациянинг физик табиатига қараб хусусий,**

**аралашмали ва экситонли люминесценцияларга бўлиб
ўрганилади.**

Хусусий ёки зона-зона қаблидиги люминесценция эркин электрон ва ковакларнинг рекомбинацияси билан боғлиқдир.

Экситонли люминесценция эркин, локаллашган ёки аралашмаларда боғланган экситонларнинг рекомбинацияси билан боғлиқдир.

**Агар рекомбинацияланаётган эркин электрон-
коваклар ёки экситонларнинг энергияси иссиқликли
энергиясидан катта бўлса бундай люминесценция иссиқ
люминесценция деб аталади.**

Аралаш таркиблиқажмий ярим ўтказичлар (масалан, GaAlAs)да экситонлар таркибининг таҳқиқланган зонаси кенглигини ўзгаришига олиб келувчи ўзгариши билан кечадиган флуктуация ҳисобига локаллашади. Экситонлар GaAlAsнинг галлийга бойитилган соҳасидаги экситонларнинг энергиясига нисбатан кичик энергияли соҳаларда локаллашган бўлади. Экситонларнинг квантлашган ўрачалардаги ёки ўта панжаралардаги локализацияси тизилмаларнинг технологик тайёрланиш жараёнида юзага келувчи ва экситонлар энергиясининг ўзгаришга олиб келувчи ўрача ва тўсиқлар кенгликларининг ўзгариши ҳисобига кенгроқ ўрачали тизилмаларда содир бўлади. Ундай локаллашиш кучли (стоксли) силжишни юзага келтиради, чунки экситонли ютилиш спектрига ўз улушини қўшмайдиган кичик энергияли ҳолатларни эгаллашади.

Аралашмали люминесценция акцепторларда боғланган коваклар билан эркин электронларнинг ёки боғланган коваклар билан эркин электронларнинг ёки боғланган электронлар билан эркин ковакларнинг, шунингдек таҳқиқланган зонада жойлашган бир неча аралашмали зоналар ўртасида кечадиган рекомбинация билан ифодаланади. Охирги кўринишдаги рекомбинацияга донор -акцепторли рекомбинация мисол бўла олади.

Ушбу бобда оптик ориентация (кутбланиш) ёки ташқи магнит майдоннинг таъсирида спинли ориентациялар натижасида ҳосил бўлувчи кутбланган люминесценциягагина диққатимизни қаратамиз. Буқолни батафсилқал этишдан аввал пайтда ҳам назарий, ҳам экспериментал аҳамиятига молик бўлган айрим люминесценциянинг нақадарлигини кўрсатувчи текшириш усулларига қида тўхталиб ўтамиз.

Квантлашган Холл самараси шароитида кечадиган электрон-электронли ўзаро таъсир. Квантлашган Холл эффекти 1980 йил немис олими фон Клитсинг (v_{fn} Klitzing) томонидан очилган. Бу ходиса икки ўлчамли системалар: металл-оксид-диэлектрик (МОД), гетеротузилмалр ва квантлашган ўрачаларда ток ташувчиларнинг энергетик спектри дискрет (узлукли) тус олувчи кучли кўндаланг магнит майдони таъсирига содир бўлади. Тоза (идеал). тизилмаларда ток ташувчиларнинг магнит майдонидаги ток ташувчилар энергетик спектри Ландау сатҳлари тизимидан иборат бўлиб, уларнингқар бирига ток ташувчиларнинг юза бирлигидаги концентрацияси $n_h = eB / (2\pi\hbar)$ (B-магнит майдон индукцияси) ифода ёрдамида топилади (бу ерда опинли ёки зонали айланиш имконига эътибор берилмаган).

Ҳақиқий(реал) тизилмаларда эса аралашмалар ёки нуқсонларнинг майдонлари бу сатҳларнинг кенгайишига, бу эса, ўз навбатида, сатҳларнинг сувашиб кетиши ҳисобига уларнинг тизими (полосаси)га олиб келади. Бундақар бир тизим марказига яқин қийматга эга бўлган энергияли ток ташувчиларгина ҳаракатчан бўлиб, кинетик (ташиш)қодисаларида иштирок этади. Бунинг натижасиди юқорида жойлашганқар бир сатҳ ярмининг тўлишида, яғниқар бир сатҳ тўлиш даражаси ($\nu = n/n_H$)нинг яримга қаррали қийматларида ўтказувчанлик тензорининг нодиагонал (b_{xy}) ташкил этувчисининг қиймати тепкили (сакраш) ўзгаради; бунда n-ток ташувчиларнинг сирт концентрацияси, сўнгра $b_{xy}(e^2\nu/(2\pi\hbar))$ қийматли «яссилик»ка чиқади (n_H - Холл концентрацияси). b_{xy} нинг бундай қийматлар соҳасида ўтказувчанликнинг b_{xy} нодиагонал ташкил этувчиси активизацион

(термаэмиссион) иабиатли бўлиб, ν нинг яримга каррали соҳаларида эса максимумга эришади. 1983 йил рус олимлари Алтухов, Иванов, Ламасов ва Рогачевлар ўзларининг кремнийли (МОД) тизимлардаги люминесценция спектрида S чизиқ деб номланган нурланишнинг янги чизиқларини тажрибада кузатишган. Бу чизиқни электронларнинг квантлашган ўрачанинг оксид томонидаги девори яқинида жойлашган номувозанатдаги коваклар билан рекомбинацияланиш натижаси сифатида қараш мумкин (бунда коваклар сиртдан узоқда жойлашган ва тескари ишоралиқажмий зарядлар қатламини ҳосил қилади). Бу ва бунга ўхшаш бошқа тажрибавий дастаклар қаралган тажриба шароитларида коваклар эркин бўлиб эркин электронлар билан биргаликда икки ўлчамли электрон-ковакли ($e-h$) плазмани ҳосил қилишидан далолат беради.

1984 йил Кукушкин ва Тимофеевлар томонидан электронларнинг квантлашган ўрача яқинида жойлашган акцепторларга боғланган коваклар билан рекомбинацияланиши ҳисобига руёбга келувчи нурланишнинг $2D$ – чизиқни очишди. Тажриба фактларидан шу маълум бўлдики, нурланиш чизиғини шаклан текшириш бир электронли ҳолатлар заҳотиғини бевосита ўлчаш мумкин экан. Шунингдек Ландау сатҳларининг кенглиги ($\hbar\Gamma$) нинг тўлаётган сатҳлар энг юқорисининг тўлиш даражасига боғлиқлиғи келиб чиқади. Электронлар сатҳдаги энг пастки ҳолатларни қисман тўлдира бориб аралашмаларнинг майдонини қисман экранлаштиради ва сатҳларнинг кенглиги $\hbar\Gamma$ камади; сатҳ тўласича эгалланганида экранлашиш йўқолиб боради.

ҳолатларнинг спинли ёки орбитал – воҳали энергетик ажралиши (тизимлашиши) танланган ҳолатларнинг тўлиш даражасига боғлиқдир. Бунинг сабаби бир хил ҳолатларни тўлдирувчи электронлар энергиясини камайтирувчи алмашинув ўзаро таҳсири ҳисобланади. Текширилган намуналарда орбитал – воҳали кенгайиш катталиғи E_ν тўласича эгалланган ёки бўш ҳолатлар (ψ_+ ва ψ_-) учун, ν нинг жуфт қийматлар соҳасида ν га

мутаносиб ўзгарган ва унинг қиймати 0,04 мЭВ га тенгдир; ν нинг тоқ қийматларида эса бу ажралиш ортади, масалан, $\nu=3$ учун унинг қиймати 1,4 мЭВга тенг бўлади.

Худди шунингдек спинли энергиявий ажралишни ифодаловчи электроннинг g – фактори берилган N га мос келувчи қамма тўртала ҳолатлар тўлганида эркин электроннинг g -факторига яқин қийматини қабул қилади; бу ҳолатларнинг ярми тўлганида қиймати кескин ортади ва, масалан, кремний учун $\nu = 2$ ҳолда бу қиймат тўққизга тенгдир. ν нинг ортиши билан электронинг спинли ва орбитал-воҳали энергиявий кенгайишга улуши камайди. $\nu = p/q$ катталиқнинг бутун бўлмаган қийматларида, одатдагидек, q катталиқ тоқ қийматлар қабул қилса пастҳароратларда катта силжувчанликка эга бўлган намуналарда $b_{xy}(\nu)$ боғланиш ҳам яссиликка, $b_{xy}(\nu)$ да эса минимумга эга бўлади. Каррари Холл эффекти деб ном олган бу ходиса $\nu = p/q$ муносабат ўринли бўлганда сиқилмовчи квантлашган суюқликлардаги электрон-электронли ўзаро таҳсири натижаси деб тушунтирилади. Бундай суюқликнинг элементар (оддий) ўйғонишлари заряди $\pm e^* = e/q$ бўлган «коваклар» ёки «электронлар» ҳисобланади. «Электрон-ковак» жуфтиҳосил бўлувчи энергия ν ни тирқишнинг кенглиги дейилиб $b_{xx} \propto e^{-\Delta/k_B \nu}$ активацион муносабат ёрдамида ўлчаниши мумкин. Шунини таҳкидлаш жоизки, кремнийли МДП-тузилмаларда ν нинг айнан бир қиймати учун b_{xy} камайиши билан бир вақтда люминесценциянинг 2D- чизиғи максимумнинг частотавий боғланишида номотон силжиш $\delta\omega$ аниқланган. Тажрибани хатолик чегарасида бу силжиш $\nu=7/3$ ва $\nu=8/3$ қийматларда 3ν катталиқка мос келади. Бу $\nu < \nu_0 = p/q$ шартда- q та электронларнинг «йўқолиши»дир деб тушунтирилади ва $\nu < \nu_0$ ва $\nu > \nu_0$ шартларда рекомбинациялашаётган электронлар энергияларининг фарқи $q\Delta$ га тенг бўлади.

Бироқ кейинги, GaAs/AlGaAs гетеротизимлари устида олиб борилган тажрибаларидан $\delta\omega$ ва Δ ўртасидаги юқорида қайд этилган тўғридан-тўғри боғланиш доимо ўринли эмас экани кўрсатилди. Апалков ва Рашбаларнинг

назарий ишларида $\delta\omega$ катталиқ рекомбинацияланувчи коваклар жойлашган марказ ва $2d$ –қатлам электронларнинг ўзаро таҳсирига боғлиқлиги кўрсатилган. Агар дастлабки ҳолати (акцептор нейтрал ҳолатида) ва охириги ҳолати (акцептор зарядланган ҳолати)да бу марказ $2d$ -қатламдан етарлича узоқликда жойлашган бўлса, унинг электронлар билан ўзаро таҳсири эғтиборга олмайдиган даражада кам бўлади.

Уҳолда $\nu = \nu_0$ нуктада ϖ катталиқ эмас, балки унинг ҳосиласи тепкили ўзгаради $\delta\left(\frac{\ell\varpi}{\ell\gamma}\right)_{\nu=\nu_0} = \frac{2q}{\nu_0}\Delta = \frac{2q^2}{P}\Delta$. Бу формула ёрдамида аниқланган Δ катталиқ δ - легирланган GaAs/AlGaAs гетеротизилмада тирқишнинг b_{xy} нинг активацион боғланишдан топилган катталиқдан уч марта катта экани топилган ва қиймат жиҳатдан назарий ҳисобланган қийматига яқиндир.

2.2-§. Квантлашган икки ўлчамли тизилмаларда ёруғликнинг ютилиши

Маҳдумки оптик ютилиши коэффиценти мос оптик ўтишнинг вақт бирлиги ичида кечиш эҳтимоллига, охириги катталиқ эа импульс

оператори $\hat{F}$ нинг охириги $|n\vec{k}\rangle$ ва дастлабки $|n\vec{k}\rangle$ ҳолат тўлқин

функцияларига нисбатан ҳисобланган матрица элементи билан аниқланади. Бироқ тўғридан-тўғри ҳисобга киришмасдан ишонч ҳосил қилиш мумкинки $\langle n\vec{k}_x | \hat{F} | n\vec{k} \rangle$ матрица элементининг

$\langle n\vec{k}_x | \hat{F} | n\vec{k} \rangle, \langle n\vec{k}_y | \hat{F} | n\vec{k}_y \rangle$ ташкил этувчилари учун одатдаги танланиш қоидасидан танланган модель учун мос келувчи

$|n\vec{k}\rangle = \psi_{n\vec{k}}(\vec{r}) = (L_x L_y M)^{-1/2} e^{i\vec{k}_x \vec{r}} \sum_m \psi_n(z - md) e^{i\vec{k}_z md}$ тўлқин функциясига

нисбатан матрица элементини ҳисоблаш мақсалга мувофиқдир. (П.9)да L_x, L_y –нормировкаловчи чизиқли ўлчамлар, m -ўта панжаранинг даврлар сони, $\psi_n(z)$ - тўғри бурчакли якка потенциал ўрачадаги n -чи сатҳнинг ҳолат функцияси.

Келгуси ҳисобларда охирги ҳолат функциясини эркин электроннинг функцияси билан алмаштирамиз. Шундай қилиб енгил ва оғир электронлар (электрон ковакдан заряд ва самаравий масса ишораси билан фарқланади) томонидан ёруғлик ютилишини ҳисоблайлик. Уҳолда енгил электронлар иштирокида ёруғликнинг ютилиш коэффициенти.

$$K(\omega) = 4m^* e^2 \omega (n_\omega c \hbar^2)^{-1} \sum_{nn'} \left| \langle n \vec{k} | Z | n' \vec{k} \rangle \right|^2 \left[\left(\frac{d(E_{n'k_z} - E_{nk_z})}{dk_z} \right)_{k_z=k_0} \right] \times \int dE_\perp f(E_\perp + \hbar\tilde{\omega}) [1 - f(E_\perp + \hbar\tilde{\omega} + \hbar\omega)] \quad (2.2.9)$$

Бу ерда n_ω ω -частотага мос келувчи синдириш кўрсаткичи,

$$E_n^* = \hbar\tilde{\omega} = E_{nk_z} \big|_{k_z=k_0}, \quad E_{nk_z} - \hbar\omega = 0 \quad \text{тенгламани } k_z \text{ га нисбатан олинган илдири.}$$

Умуман олганда n_ω ва $K(\omega)$ ўзаро боғлиқ катталиклардир, бироқ ярим ўтказгич диэлектрик киритувчанлигининг ҳақиқий қиймати мавҳум қийматидан сезиларли катта бўлса бу боғлиқликка эътибор бермасак ҳам бўлади. Масалан $A_3 B_5$ ярим ўтказгичлар учун ёруғликнинг инфрақизил соҳасида $\text{Re } E(\omega) \approx 10$ ва юқоридаги мулоҳаза ўринлидир.

Шундай қилиб U_0 нинг етарлича катта қиймати учун

$$K(\omega) = \begin{cases} \frac{4\pi e^2 \omega}{n_\omega c} \sum_{nn'} N_n \frac{|\langle n \vec{k} | z | n' \vec{k} \rangle|^2}{\Delta_{nn'}^2 - (\hbar\omega - E_{nn'})^2} & \text{агар } |\hbar\omega - E_{nn'}| < |\Delta_{nn'}| \\ 0 & \text{агар } |\hbar\omega - E_{nn'}| > |\Delta_{nn'}| \end{cases} \quad (2.2.10)$$

Бунда квантлашган сатҳларнинг дискретлигини ва $k_B T > E_g$ муносабатни эътиборга олдик, $\Delta_{nn'} = E_{n'} - E_n$, N_n n -чи зонадаги электронларнинг концентрацияси.

Охирги муносабатдан кўринаяптики, паст частотали оптик ўтишларда нолдан фарқли ютилиш соҳаси жуда ингичка частоталар соҳасини ўз ичига олади холос.

Айни пайтда назарий жиҳатдан ток ташувчилар энергетик спектрининг номахлум параметрларини аниқлашда, амалий жиҳатдан эса нурланишнинг модуляторлари ва ўта тез таҳсирли инфрақизил (ИК) фотоқабул қилгичларни куриш учун потенциал ўрачали ярим ўтказгичли тизилмаларда ток ташувчиларнинг ўлчамли квантлашган сатҳлари ўртасидаги оптик ўтишларни ўрганиш талаб этилади. Кўпгина назарий ва экспериментал ишларда буқол тўғри зонали ярим ўтказгичларга нисбатан қараб, ўтказувчалик зонасидаги электронлар улуши билан чегараланган холос. Бу эса ўз навбатида бир фотонли (чизиқли) ютилишда ёруғлик қутбланиш вектори $\vec{e}$ нинг ўрача деворига тик йўналган бўлишини талаб этади, яғни экспериментаторлар олдиға мураккаб вазифани қўяди. Шунинг учун назарий жиҳатидан мураккаб, бироқ экспериментал нуқтаи назардан қулай хол-ўлчамли квантлашган ўрача (ўлчамли квантлашган ўра)даги ковакларда ёруғликнинг ютилишини текширайлик, чунки бундай пайтда ёруғликнинг ютилишида қутбланиш векторигақеч қандай чегара (шарт) қўйилмайди, чунки валент зонасидаги тармоқларидаги оптик ўтишлар ёруғлик қутбланишининг ихтиёрий ориентациясига нисбатан рухсат этилгандир. Бундан ташқари ўлчамли квантлашган ўра коваклар энергетик спектрининг мураккаблиги электронли оптик ўтишлардан фарқли ўлароқ ютилиш чизиқларида нолоренц шаклларнинг, шунингдек бошқа табиатли дипол ўтишларнинг содир бўлишига олиб келади.

Келгусида етарлича ингичка ўлчамли квантлашган ўраларда ёруғликнинг ютилишини текширамиз, чунки бундай ўлчамли квантлашган ўраларда енгил ва оғир ковакларнинг ўлчамли квантлашган тармоқларининг ўзаро кесишиши (гибридли ҳолати) ковакларнинг катта энергия ҳолатларида оодир бўлиши мумкин холос.

Мисол тариқасида (001), (111) ва (110) текисликлари бўйлаб ўстирилган ўлчамли квантлашган ўралар учун Бриллюэн зонасининг марказида жойлашган ҳолатлар ўртасидаги дипол ўтишлари учун танлов

қоидаларини 1-,2- жадваллар тариқасида келтирамиз. Бунда ковакларнинг тўлқин функциялари симметриявий шакл алмаштирилишига нисбатан ўзларини координаталар (x,y,z) каби тутди деб тасаввур этиб ψ_h, ψ_e, ψ_c (S ва a)- валент зонасидаги оғир, енгил спинли орбитал ажралган зоналардаги) ковакларнинг ва ўтказувчанлик зонасидаги электронларнинг (жуфт ва тоқ ҳолатлар) тўлиқ функциялари деб белгилашлар киритганмиз.

1-жадвал. (001) ва (111) турли симметрик ўлчамли квантлашган ўралар (қавс ичида (110) турли ўлчамли квантлашган ўра) учун танлов қоида

Тўлқин функцияси тури	ψ_{ha}	ψ_{za}, ψ_{cs}	ψ_{hs}	ψ_{ls}, ψ_{ca}
ω_{hs}	Z (X,Y,Z)	X,Y (X,Y,Z)	-	-
ω_{ls}, ω_{ca}	X,Y (X,Y,Z)	X,Y,Z (X,Y,Z)	-	-

2-жадвал. (001) ва (111) турли асимметрик ўлчамли квантлашган ўралар учун танлов қоида.

Тўлқин функцияси тури	ω_h	ω_l, ω_c
ω_h	Z	X,Y,
ω_l, ω_c	X,Y	X,Y,Z

Бу ерда икки ҳолга изоҳ бериб ўтиш жоиз:

1. Намунада симметрия марказининг йўклигини ҳисобга олинган ҳолдаги оптик ўтишнинг улуши эғтиборга олмайдиган даражада кичик қийматлидир.
2. Носимметрик ўлчамли квантлашган ўраларда ҳолатларнинг тартибига нисбатан жуфт ва тоқ тўлқин функциялари битта, фақат битта тасаввур орқали шакл алмашади.

Энди ёруғликнинг (001), (111) текисликлар бўйича ўстирилган симметрик ўлчамли квантлашган ўраковакларнинг валент зонасидаги n ва m ўлчамли квантлашган тармоқлари ўртасидаги дипол ўтишлар билан боғлиқ бўлган ютилишини кўрайлик.

Айни пайтда ҳам экспериментал, ҳам назарий жиҳатдан кам ўрганилган соҳа – қутбланган ёруғликнинг мураккаб валент зонали ярим ўтказичлардан ўстирилган (масалан (001)) текислик бўйлаб) ўлчамли квантлашган ўраларнинг оғир ва енгил ковакларнинг ўлчамли квантлашган сатҳлари ўртасидаги оптик ўтишлар билан боғлиқ бўлган ютилишини кўрайлик. Келгусида зонавий тузилишнинг содда моделини танлаймиз. Бунга асосан ярим ўтказгич куб симметрияли ва зона $m_{hh}(m_{lh})$ самаравий массали оғир (енгил) коваклар энергиявий тармоқларининг экстремумлари Бриллюэн зонасининг марказида ётади деб ҳисоблаймиз.

Икки ўлчамли системанинг танланган катталигини ҳисоблашқажмий кристалларга нисбатан олиб борилган ҳисоблашлар каби бўлади, фарқи нормировкаловчи (V) қажм ўрнига (S) юза танланади. Шунингдек уч ўлчамли $\vec{k} = \{k_{\perp}, k_x\}$ тўлқин вектори бўйича йиғинди икки ўлчамли $\vec{k}_{\perp} = \{k_x, k_y\}$ тўлқин вектори ва ўлчамли квантлашган сатҳларнинг тартиби (n) бўйича йиғинди билан алмаштирилади. Хусусан ёруғликнинг ютилиш коэффиценти

$$K = \frac{\omega}{cn_{\omega}} J_m(X_{\alpha\beta}) \quad (2.2.11)$$

ифода ёрдамида ҳисобланади. Бунда

$$\begin{aligned} \chi_{\alpha\beta} = & \chi_{\alpha\beta}^{(0)} + 4\pi e^2 (\omega^2 (L + L_s) S)^{-1} \sum_{l'n', \vec{k}} e_{\alpha} V_{l'n'}^{\alpha}(\vec{k}_{\perp}) e_{\beta} V_{n,l'n'}^{\beta}(\vec{k}_{\perp}) [E_{l'n', \vec{k}_{\perp}} - \\ & - E_{l'n', \vec{k}_{\perp}} - \hbar\omega - i\Gamma_{l'n'}]^{*} (f_{l'n'} - f_{l'n'}) \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

$\chi_{\alpha\beta}(\omega)$ -диэлектрик киритувчанлик, $\chi_{\alpha\beta}^{(0)} - \chi_{\alpha\beta}(\omega)$ нинг ёруғлик частотаси (ω) га боғлиқ бўлмаган қисми, $\bar{V}_{l'n'}$ -тезлик операторининг икки ўлчамли Блох ҳолатларига нисбатан ҳисобланган матрица элементи ($l, l' = lh, hh$), L, L_s - ўрача ва тўсиқнинг қалинлиги, $\Gamma_{l'n'}$ «ютилиш» коэффиценти ($\Gamma_{l'n'} \rightarrow +0$).

Латтинжер-Кон тасавурида

$$e_{\alpha} v_{\alpha} = e_{\alpha} k_{\beta} Q_{\alpha\beta} \quad (2.2.13)$$

муносабатини ёзиш қулайдир; бу ерда

$$Q_{\alpha\beta} = \frac{2}{\hbar} \left\{ \left[\left(A - \frac{5}{4} B \right) - B J_{\alpha}^2 \right] \delta_{\alpha\beta} - (1 - \delta_{\alpha\beta}) B [J_{\alpha} J_{\beta}] \right\}, k_z = -i \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.2.14)$$

Хусусан (001) турдаги чексиз чуқурликни ўлчамли квантлашган ўраучун ($Z \parallel [001]$) $\vec{k}_{\perp} = 0$ ҳолда тезлик операторининг оғир ва енгил ковакларининг ўлчамли квантлашган сатҳларига нисбатан ҳисобланган матрица элементи

$$\begin{aligned} e v_{l'n', m'}^{(c)} = & \frac{2}{\hbar} k_z^{(n, n')} * \left\{ (A + B) e_z \delta_{mm'} + B [J_z \vec{J}_{\perp} \vec{e}_{\perp}]_{mm'} \right\} \\ (2.2.15) \quad k_z^{(nn')} = & \frac{i}{L} \frac{2nn'}{n'^2 - n^2} [1 - (-1)^{n+n'}] (m, m' = \pm 3/2, \pm 1/2) \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

Охирги ифодадан кўринаяптики, чексиз баланд тўсиқли ўлчамли квантлашган ўрамоделни бўйича $\vec{k}_{\perp} = 0$ қол учун қуйидаги танлов

қоидаси ўринли: $\vec{e} \parallel z$ қутбланишда $(h h n) \rightarrow (h h n') \text{ ва } (l h n) \rightarrow (l h n')$ $\vec{e}_\perp z$ қутбланиши эса $(h h n) \leftrightarrow (l h n')$ оптик ўтишлари рухсат этилган (n ва n' қар хил жуфтликка эга). Масалан $n\text{-GaAs-AlGaAs}$ тизилма учун $\vec{e}_\perp z$ қутбланишда бир фотонли зоначаларо оптик ўтиш таҳқиқланган.

$\vec{k}_\perp \neq 0$ ҳолда текширилган тўрттала ($m = \pm 3/2, \pm 1/2$) ҳолатларига мос келувчи ҳолат функциялари аралашиб кетиши ҳисобига юқорида қайд этилган оддий - ўтиш қоидаси бузилади.

Маълумки паст ҳароратларда ток ташувчиларнинг тақсимооти функцияси поғонасимон, яъни $\Theta(E - E_F)$ (E_F – Ферми энергияси) кўринишда бўлади. Уҳолда ютилиш коэффициентининг частотавий боғланиши жуда ингичка чуққилар тизими кўринишда бўлади. қар чуққиларнинг $\hbar\omega$ энергетик кенглиги $(E_{hhn} - E_{hh1})$ билан $(E_{hhn}(k_F) - E_F)$ оралигида ётади, $\hbar k_F$ - Ферми квазиимпульси.

Энди электронлар иштирокида кечадиган ёруғлик ютилишни кўрайлик. Бунда ярим ўтказгични кўп энергетик воҳали деб фараз қилиб, танлаган изоэнергетик эллипсоиднинг бош ўқи билан маълум бурчак ҳосил қилиши мумкинлигига эътибор берамиз. Табиийки, бунда электрон квазиимпульсларини ўзгартирмайди деб фараз қилсак, уҳолда улар самаравий массаларнинг ўзгариши турган гап. Бухолда оғир электрон тўлқин функцияларини

$$\psi(E, k_z) = \begin{cases} [(e^{ik_z z} + (k_z - k_1)(k_z + k_1)^{-1} e^{-ik_z z})] & z \leq 0, \\ \frac{2k_z}{k_z + k_1} e^{ik_z z} & z > 0 \end{cases} \quad (2.2.17)$$

кўринишида танлаш мумкин. Бу ерда E, k_z юқорида қайд қилинган формуладан унча $m^{*-1} \rightarrow m_z^{-1} = m_\perp^{-1} \sin^2 \theta + m_\parallel^{-1} \cos^2 \theta$ алмаштириш билан топилади, $m_\perp$ ва $m_\parallel$ - ток ташувчиларнинг кўндаланг ва бўйлама самаравий массалари, $k_z = (2m_z E_{kz} \hbar^{-2})^{1/2}$, $k_1 = [2m_z \hbar^{-2} (E_{kz} - U_0^1)]^{1/2}$, U_0^1 - оғир

электронлар учун бўлган потенциал тўсиқнинг баландлиги (табiiйки, потенциал тўсиқнинг енгил ва оғир электронларга нисбатан баландлиги бир хил эмас).

i- тартибли энергетик воҳадаги оғир коваклар иштирокидаги ёруғликнинг ютилиши коэффициентини

$$K_0(\omega) = 8\sqrt{2}\pi^2 e l T (n_\omega c \hbar^{1/2} d a \omega^{5/2})^{-1} \sum_i N^{(i)} (m_z^{(i)})^{-3/2} \quad (2.2.18)$$

кўринишда қайд этиш мумкин. Бу ифодада

$$N^{(i)} = \frac{(m_x^{(i)} m_y^{(i)} m_z^{(i)})^{1/2}}{\sqrt{2}\pi^2 \hbar^3} \iint dE_\perp dE_z E_z^{-1/2} f(E_\perp + E_z) (E_z = E_{kz}) \quad (2.2.19)$$

i-нчи энергетик воҳадаги электронларнинг концентрацияси, $m_x = m_1, m_y^{-1} = m_y^{-1} \cos^2 \theta + m_{II}^{-1} \sin^2 \theta$. Биз юқорида оғир электронларнинг энергетик ҳолатлари айнамаган деб фараз қилдик.

Шундай қилиб, эркин электронлар иштирокида ёруғлик ютилиш ҳаракатланувчанлиги катта электронлар учунгина сезиларли бўлса, ҳаракатланувчанлиги паст электронлар асосан, ёруғликнинг тўсиқ олди ютилишида иштирок этади.

§ 2.3. Кўрғошиннинг халькогенидли бирикмаси асосида ҳосил қилинган ўлчамли квантлашган тузилмада ёруғликнинг анизотропик ютилиши

Кўрғошиннинг халькогенидли бирикмаси (ҚХБ) ош тузи каби (куб панжарали) кристалланади. Бундай куб панжаранинг фазовий симметрияси O_h^5 . ҚХБ ўтказувчанлик ва валет зоналарининг экстремуми келтирилган Бриллюэн зонасининг L нуқтасида жойлашган. Ток ташувчилар энергия-сининг эллипсоидининг бош ўқи $\langle 111 \rangle$ йўналишида жойлашган.

Келгусида технологик инжиқликларни (масалан деформация таҳсирини) эҳтиборга олмасдан ўта панжара ҚХБда ифдеал ҳосил қилинган деб тасаввур этамиз. Келгуси ҳисобларда ўта панжарали яримўтказгич электроннинг тўлқин функциясини эгилувчи тўлқин функцияси сифатида.

$$\psi_i(x, y, z) = \sum_j F_i^{(j)}(x, y, z) U_{il}^{(j)}(x, y, z) \quad (2.3.1)$$

қараймиз i – қатламнинг тартиби, $F_i^{(j)}$ – ўта панжара даври оралигида секин ўзгарувчи эгилувчи тўлқин функция. U_L – Бриллюэн зонасининг L нуқтасидаги Блох функцияси.

$\langle 111 \rangle$ воҳаси ўта панжара ўқиға нисбатан $\Theta = 70,52^\circ$ қияликда жойлашган. ўта панжара ўқи билан, боғланган координаталар системасига нисбатан эффектив гамильтонианнинг кўриниши қуйидагича бўлади.

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} (V_c(z) - \varepsilon) \mathbb{I} & \sigma_x P_x k_x + \sigma_y (P_y k_y + P_{yz} k_z) + \sigma_z (P_z k_z + P_{zy} k_y) \\ \text{э.б.} & (V_v(z) - \varepsilon) \mathbb{I} \end{bmatrix}. \quad (2.3.2)$$

Бунда $P_\alpha (\alpha = x, y, z)$ - импульс операторининг матрица элементи $\langle 111 \rangle$ воҳа учун $P_x = P_y = P_\perp$, $P_z = P_{11}$, $P_{zy} = P_{yz} = 0$, $P_{\perp, 11} = (E_g / 2m_{\perp, 11}(0))^{1/2}$, $\langle 111 \rangle$ - воҳа эса

$$P_x = P_\perp, P_y = P_{yz} \cos^2 \Theta + P_\perp \sin^2 \Theta, P_{yz} = P_{zy} = (P_{11} - P_\perp) \sin 2\Theta / 2, m_{11} = 10m_\perp$$

$$V_{c,v}(z) = \begin{cases} \varepsilon_{c,v}^{(1)} & nd \leq z \leq a & (Pb_{1-x}Sn_xTe) \\ \varepsilon_{c,v}^{(2)} & a + nd \leq z \leq (n+1)d & (PbTe) \end{cases} \quad (2.3.3)$$

- ўтказувчанлик (C) ва валет (v) зонасининг модуллашувчи потенциаллари d – ўта панжаранинг даври, a ва b – ярим ўтказгич қатламларининг қалинлиги, E_g – тақиқланган зонасининг кенглиги, э.б. – эрмитли боғланиш.

Бастарднинг чегаравий шафтларини эҳтиборга олиб, юқорида қайд этилгандек.

$$\cos Kd = \cos \aleph a \cos kb - \frac{1}{2}(\gamma + \gamma^{-1}) \sin \aleph a \sin kb$$

$$(2.3.4)$$

$$\gamma = k m_1^j / (\aleph m_2^j) \quad \langle 111 \rangle \text{ воҳа учун}$$

$$k, \aleph = \frac{1}{P_{11}} \left[(V_c^{1,2} - \varepsilon)(V_v^{1,2} - \varepsilon) - P_1^2 (k_x^2 + k_y^2) \right]^{1/2}$$

$$(2.3.5)$$

ёки

$$k, \aleph = \frac{\tilde{P}_{zy}^2 k_y^2}{P_z^2} \pm \tilde{P}_z^{-1} \left[\frac{\tilde{P}_{zy}^4 k_y^2}{P_z^2} + (V_C^{(1,2)} - \varepsilon)(V_V^{(1,2)} - \varepsilon) - \tilde{P}_x^2 k_x^2 - \tilde{P}_y^2 k_y^2 \right]^{1/2}$$

Бунда $\tilde{P}_x = p_\perp$, $\tilde{P}_y = (p_\perp^2 \cos^2 \vartheta + p_{11}^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2}$, $\tilde{P}_z = (p_\perp^2 \sin^2 \vartheta + p_{11}^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}$,

$$\tilde{P}_{zy} = [(P_{11}^2 - P_\perp^2) \sin 2\vartheta/2]^{1/2}, \quad \tilde{m}_{1,2}^{-1} = 8m_{\perp 1,2}^{-1} + m_{11,2}^{-1}$$

$$K(\omega) = \frac{4\pi}{S_0} \int_{-d/2}^{d/2} \sum_m \left| \beta_{nm}(k_z, \vec{k}_\perp) \right|^2 \delta(\varepsilon_{cn}(\vec{k}) - \varepsilon_{vm}(\vec{k}) - \hbar\omega) \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \quad (2.3.7)$$

S_0 -фотонлар оқимининг зичлиги,

$$\beta_{nm} = P_{cv} C_{cnk_z, \vec{k}_\perp}^+ C_{vmk_z, \vec{k}_\perp} \int_{-D/2}^{D/2} F_{cnk_z, \vec{k}_\perp}^{l+}(z) F_{vmk_z, \vec{k}_\perp}^h(z) dz \quad (2.3.8)$$

n ва m - ўтказувчанлик(c) ва валент(v) зоналаридаги минизоналарнинг тартиби, D -ўқ бўйлаб ўта панжаранинг ўлчами, P_{cv} - дипол матрица элементи.

Ўлчамли квантлашган чексиз чуқур потенциал ўрача учун ўзаро камраш интеграллари c ва v зонадаги бир хил тартибли ($n=m$) минизоналар учунгина нолдан фарқли ва $(\pi/2)$ га тенг, чекли чуқурликли квантлашган ўра учун $\beta_{mn} < \pi\delta_{mn}/2$. Биз бу ерда ташувчиларнинг тунел ўтишларини эҳтиборга олмаяпмиз, чунки бу ҳолни технологик жараён табиатига боғлиқ ҳолда бошқарилиши мумкин. У ҳолда $<111>$ энергетик воҳа учун (2.3.7) дан

$$K(\omega) \sim \sum_n \Theta(\omega - \omega_n) (1 - \Delta_n) (\vec{e}\vec{p}_1)^2 \quad (2.3.9)$$

муносабатни оламиз. Бу ифодада Θ -тета функция, $\Delta_n = (\varepsilon_{cn}^2 - \varepsilon_{vn}^2)^2 \hbar^{-4} \omega^{-4} \ll 1$, $\varepsilon_{cn}, \varepsilon_{vn}$ -с ва v зонадаги n - нчи тартибли минизоналар $\hbar\omega_n = \varepsilon_g + \varepsilon_{cn} + \varepsilon_{vn}$

Охирги ифодадан кўринаяптики, агар нозквивалент энергетик воҳалар бўйича ютилиш процессларни тўла жамласак ва ўта панжаранинг ўқиға нисбатан оптик ютилишни ҳисобласак, у ҳолда ютилиш анизотропик бўлиши келиб чиқади. Энергетик воҳаларнинг қиялиги ва нозквивалентлиги умумий

ютилиш коэффициенти ёруғликнинг кутбланиш векторининг ориентациясига боғлиқлиги келиб чиқади.

3-боб. ЎЛЧАМЛИ КВАНТЛАШГАН ЯРИМЎТКАЗГИЧЛИ ТИЗИМЛАР. ТОК ТАШУВЧИЛАРНИНГ ЭНЕРГЕТИК СПЕКТРИ, ҲОЛАТ ФУНКЦИЯЛАРИ

Ушбу бобда ҳар хил турдаги гетеротузилмалар ва ўта панжараларнинг адабиётлардан жамланган қисқача физикавий таҳлили келтирилган. Фикрларни ойдинлаштириш мақсадида айрим ҳоллар учун, қавслар ичида инглиз тилидаги номлари ҳам қайд қилинган. 1.1, 1.2, 1.3 параграфларда олинган натижаларнинг физикавий таҳлилларини ойдинлаштириш мақсадида [100] ёки [111] йўналишда $p - GaAs$ ёки $p - Ge$, $p - Si$ тур, яъни мураккаб валент зонали яримўтказгичлар асосида ўстирилган ўлчамли квантлашган тизимлар-нанотизимлар қаралган. Бундай нанотизимларнинг зонавий тузилиши самаравий масса методи ёрдамида ҳисобланган. Оддий ва мураккаб зонавий яқинлашишларда ток ташувчиларнинг ҳолат функциялари, энергиявий спектри ва ҳолатлар зичликлари аниқланган. Шунингдек оғир ва енгил каваклар кўндаланг самаравий массалари учун физикавий таҳлили бир хил, бироқ кўринишлари ҳар хил ифодалар келтирилган. 1.5-§да квантлашган ўралардаги ток ташувчилар импульсларининг релаксация вақтлари ҳисобланган.

3.1-§. Гетеротузилмалар ва ўта панжараларнинг табақаланиши (адабиётлар таҳлили)

Охирги 15-20 йиллар давомида ўлчамли квантлашган тизимлар технологиясининг ривожланиши, қатор тажрибавий илмий тадқиқотларнинг ўтказилиши ўлчамли квантлашган электронли (кавакли) тузилмаларда ток ташувчилар энергиявий спектрини, тизимнинг кинетик, оптик, фотоэлектрик ва бошқа хил физикавий табиати(механизмлари)ни [3,9,15-20], шунингдек ток ташувчиларнинг намуна сиртидан кўзгули ёки диффузиявий сочилишини [21] назарий таҳлил этишни талаб этади. Юқорида қайд қилинган ҳолларнинг миқдоран назарий ўрганилиши кўпгина яримўтказгичли тизимлар учун очик

қолаяпти. Хусусан ўлчамли квантлашган тизимларда қутбланган фотонлар иштирокидаги кечадиган электрон(кавак)ли жараёнларнинг назарий ўрганилиши, ҳажмий кристалларда каби [22-26], оптоэлектрониканинг ҳар хил табиатли оптикавий ва фотоэлектрик самараларга асосланган қисмини тўлдиради, бойитади ва кейинчалик унинг ривожланишига назарий асос бўла олади [12-14,20].

Келгусида дастлаб ўтказувчанлик зонасининг электронлари (фақат спинга нисбатангина икки каррали айниган ҳол) учун ўлчамли квантлашиш ходисаси қаралади: уларнинг энергетик спектри ва ўлчамли квантлашган зоначалардаги самаравий массалари, шунингдек тўлқин функцияларининг табиати ўрганилади ва таҳлил қилинади.

Квантлашган ўра ва ўта панжаралардаги ток ташувчиларнинг энергетик спектрини ҳисоблашнинг ҳар хил (асосан икки хил) усуллари мавжуд. Уларнинг бирида квантлашган ўралар ёки ўта панжаралар ярим чексиз кристаллар учун қўлланиладиган ҳисоблаш усуллари (масалан, кучли ёки кучсиз боғланиш усули, псевдопотенциал, ортогоналлашган ясси тўлқин ва бошқа усуллар)да ҳисобланган тузилма (структура) сифатида қаралади. Бу ҳисоблаш усуллари, аслида кичик даврли ўта панжаралар ёки квантлашган ўралар энергетик спектрини ҳисоблашда зарурий ҳисоблаш методи бўлиб, ўра ёки тўсиклардаги атомли қатламлар сонининг ортиши билан ҳисоблашлар мураккаблаша боради.

Зонавий ҳисоблашларда кўп ишлатиладиган ҳисоблаш усули **эгиловчи функциялар методидир**. Бу ҳисоблаш услубида ҳар бир ўра (ёки тўсик) даги электронларнинг самаравий массалари, ёйинки бошқа катталиклари ҳажмий кристаллдаги каби деб тасаввур этилади. Бу эса эгиловчи функциялар учун ёзилган тенгламаларни самаравий масса усулидаги оддий тенгламалар деб қараш имконини беради. Бу ҳолда танланган параметрларнинг қийматлари ёки тажриба натижаларидан олинади, ёхуд назарий ҳисобланади, масалан, ЭХМ ёрдамида, ўра ёки тўсиклар ўлчамларининг ортиши билан эгиловчи

функциялар усулининг аниқлик даражаси ортиб боради. Хусусан, чизикли ўлчамлари панжара доимийликларидан 8-10 марта катта бўлган ўралар ва тўсиқлар учун қўлланиладиган бу усул, амалда, жуда катта аниқлик даражаси юқори бўлган натижаларни беради.

Табиийки кўп квант ўрали тузилмаларда потенциал тўсиқлар ток ташувчиларнинг бир квант ўрадан иккинчисига тунелли ўтиш имконини бермайди. Бундай ҳолларда икки заррали, (масалан экситонлар [29]) ёки уч заррали (масалан трионлар [12]) уйғонишлар бир бири билан учинчи бир зарра, масалан фотон ёки фонон, орқали боғланиш имкони яралади. Бу эса (ҳажмий кристалларда кечадиган жараёнлардан тубдан фарқ қилувчи) янги табиатли, масалан, кескин табиатли ҳодисаларнинг намоён бўлишига олиб келади [22]. Табиийки, яккаланган тизимнинг хусусиятидан кўп қатламли тизимнинг хусусияти тубдан фарқланади. Шунини қайд қилиш ўринлики, потенциал тўсиқларни кўп қатламлиштириш улардан ток ташувчилар учун тунел ўтиш имконини беради [30, 31].

Ток ташувчилар ҳолатларининг ўлчамли квантлашиши. Ўлчамли квантлашган тизимлардаги ток ташувчилар энергияси (E)нинг импульс $\vec{p}$ билан боғланиши ($E(\vec{p})$)ни ҳисоблашнинг кўп усуллари мавжуд. Жумладан, кучли боғланиш ёки псевдопотенциал методларини қўллаб нанотузилмалардаги ток ташувчилар энергиявий спектрини компютерлар ёрдамида жуда катта аниқлик билан ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳисоблашларнинг ноқулайлик томони $E(\vec{p})$ учун аналитик ифоданинг келтирилмаганлигидадир.

$E(\vec{p})$ боғланишнинг аналитик кўриниши айрим тақрибий ҳисоблашлар ёрдамида аниқланади. Оддий зонали яримўтказгичли тузилмаларда $E(\vec{p})$ муносабатни ҳисоблаш учун самаравий масса методидан фойдаланилса, мураккаб зонали яримўтказгичли тузилмаларда самаравий гамильтониан методидан фойдаланилади. Бундай ҳолларда эгилувчи тўлқин функцияси учун Бастард шарти[3] танланади.

Квант ўраларда электронли ҳолатлар. Квантлашган ўралар (КЎ), квантлашган иплар (КИ), ўта панжаралар (ЎП) ва квантлашган нуқталар (КН) каби нанотузилмалар нанофизикада ўрганиладиган объектлар асосини ташкил этади. Бунда нанофизиканинг асосий вазифаси нанотузилмалардаги электронли ҳолатлар физикавий табиатини аниқлашдан иборат. Ўлчамли квантлашган ток ташувчиларнинг энергиявий спектрини ҳисоблаш мақсадида геометрик кенглиги a бўлган потенциал ўрали VAB (A – ўра, B – потенциал тўсик) тузилмани қарайлик.

Оддий (бир) зонали яқинлашишда эгилувчи тўлқин функциясини

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \varphi(z) e^{i\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp} \quad (3.1.1)$$

кўринишда танлаймиз. Бу ҳол изотропиявий ва параболик зона учун ўринлидир. (3.1.1) ифодада $\vec{k}_\perp = \{k_x, k_y\}$ ($k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$) ва $\vec{r}_\perp = \{x, y\}$ – икки ўлчамли тўлқин вектори ва радиус вектори, s – интерфейс юзаси, z – ўлчамли квантлашиш йўналиши бўлиб, y потенциал ўра сиртига тик йўналгандир. Бу модель бўйича ток ташувчилар икки ўлчамли фазода ҳаракатланади. Шу сабабли квант ўрадаги ток ташувчиларни икки ўлчамли ($2D$) тизим сифатида қараш мумкин. Квантлашган ўраларда трансляциявий инвариантлик теоремаси, фақат $\vec{k}_\perp$ векторга нисбатан қўлланилади.

Чекли V_e потенциал баландлик учун қайд қилинган Шредингер тенгламаси икки кўринишли ечимга эга бўлади [32,33]. Бастард шартидан ва чексиз баландликли ўра учун k_z тўлқин векторининг ўлчамли квантлашиши: $k_z = \pi m/a$ келиб чиқади ва

$$E(\vec{k}_\perp) = \frac{\hbar^2}{2m_A} \left[\left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 + k_\perp^2 \right] \quad (3.1.2)$$

муносабатга эга бўламиз. Бу ерда жуфт ечимлар учун $m = 1, 3, \dots, (2n+1)$, ток ечимлар учун эса $m = 2, 4, \dots, 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Шундай қилиб ўлчамли квантлашган электронли ҳолатлар дискрет қийматли $m(m = 1, 2, 3, \dots)$ индекс ёрдамида

тартиблашган бўлади. Уларнинг энергиявий спектри $E_{en}(\vec{k}_{\perp})$ – зоначалар дейилади ва вертикал (k_z) ўқи бўйлаб бири иккинчисига нисбатан силжитилган бўлади. $k_{\perp} = 0$ нуктада ихтиёрий икки: m ва $m+1$ энергиявий ҳолатлар бири иккинчисига нисбатан $\Delta E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{m_A a^2} \left(m + \frac{1}{2} \right)$ катталиққа силжиган бўлади.

Икки ўлчамли электронли газ. Масалани ойдинлаштириш мақсадида ушбу $GaAs - In_x Ga_{1-x} As - GaAs$ гетеротузилмани кўрайлик (1.1-расм). Одатда $In_x Ga_{1-x} As$ қаттиқ аралашманинг қалинлиги $\sim 1 \mu m$ тартибда олинади. Маълумки, $In_x Ga_{1-x} As$ қаттиқ аралашма таъқиқланган зонасининг кенглиги ($E \approx 1,43 \text{ эВ}$) дан кичик бўлади. Бунда уч қатламли тизимнинг чегаравий сиртлар оралиғида «тутиб қолувчи» (биринчи жинс) гетероўтиш юзага келади: ўтказувчанлик зоналари жойлашган соҳада электронлар учун, валент зоналари жойлашган соҳада эса каваклар учун ўлчамли квантлашган, энергиявий баландлиги чекланган потенциал ўрача ҳосил бўлади, чунки $In_x Ga_{1-x} As$ қатлам қалинлиги электронлар ва кавакларнинг де-Бройл тўлқин узунлигидан кичикдир. Табиийки, бундай ҳолларда гетерочегара сиртига тик бўлган йўналишдаги ток ташувчилар импульсининг ташкил этувчиси квантлашади [9, 15-18]. Бундай ҳолларда ўра (x, y) текислиги бўйлаб ток ташувчилар де-Бройл тўлқинлигича қолади; энергияси квазиузлуксиз табиати-ни сақлаб қолади:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e} (k_x^2 + k_y^2) + E_n, \quad E_{e1} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L_z^2}, \quad k_z = \frac{\pi}{L_z} n, \quad (3.1.3)$$

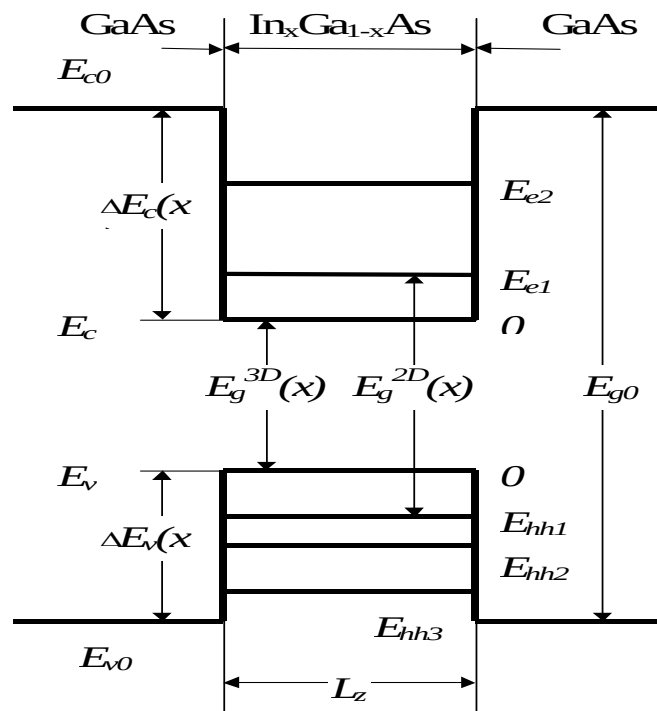
$E_n = E_{e1} n^2$, L_z -ўранинг кенглиги⁴, $n=1, 2, 3, \dots$ (3.1.3) муносабатдан электронлар ҳажмий кристалларда каби ўтказувчанлик (валент) зонасининг туби(шип)да жойлашмайди. Уларнинг минимал энергияси учун $E_{min} = E_c + E_{e1}$, енгил ва

⁴ Умуман олганда ток ташувчилар самаравий массаларининг бўйлама ташкил этувчиси ўлчамли квантлашишни ҳис ыйилмаса-да, қиңдаланг ташкил этувчиларнинг умумий қиңриниши анча мураккаб бўлади [16, 17]. Сифатли таълил этилганда, бу ўолга, юбюрида ыйайд ыйилганимиздек, аксарият ўолларда эотибор ыйаратилмаган.

оғир каваклар учун эса, мос ҳолда, $E_{lh1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{lh} L_z^2}$, $E_{hh1} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{hh} L_z^2}$ энергиялар мос келади.

Умуман олганда $GaAs - In_xGa_{1-x}As - GaAs$ тузилмада потенциал ўрнинг чуқурлиги чекли бўлади $(0,2 \div 0,3)$ эВ [1, 2] ва

$$k_z L_z = (n+1)\pi - 2 \arcsin \frac{k_z \hbar}{\sqrt{2m_e \Delta E_c}}, \quad (3.1.4)$$



1.1-расм. $GaAs - In_xGa_{1-x}As - GaAs$ гетеротузилманинг зонавий тузилиши.

E_{en} - электронларнинг, $E_{lh}(E_{hh})$ - енгил (оғир) кавакларнинг шўлчамли квантлашган энергиявий сатълари, $n=1,2,3,\dots$ - квантлашган энергиявий сатъларнинг тартиб раями.

трансцендент тенглама ток ташувчиларнинг энергиявий спектрини ифо далаб, унча чуқур бўлмаган ўрада битта ўлчамли квантлашган зоначанинг бўлиши ҳам кузатилиши мумкин.

Бир ўлчамли ток ташувчилар гази. Умуман олганда квантлашган иплар литография усулида олинган. Шу сабабли бир ўлчамли ток ташувчилар гази кам текширилган. Бу маънода x йўналишда олинган квантлашган ипдаги ток ташувчиларнинг энергиявий спектри

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e} \left(\frac{n_1^2}{L_z^2} + \frac{n_2^2}{L_y^2} \right) + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e}, \quad (3.1.5)$$

ифода ёрдамида аниқланади; L_z, L_y – ип кўндаланг қирқимининг геометрик ўлчамлари, n_1 ва n_2 – бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда қиймат қабул қилувчи натурал сонлар.

Ноль ўлчамли ток ташувчилар гази. Ўлчамлари L_x, L_y, L_z бўлган призма шаклидаги потенциал ўра ичида ток ташувчилар энергиявий спектри тўла квантлашгандир

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e} \left(\frac{n_1^2}{L_x^2} + \frac{n_2^2}{L_y^2} + \frac{n_3^2}{L_z^2} \right), \quad (3.1.6)$$

n_1, n_2, n_3 – ўзаро боғлиқ бўлмаган натурал сонлар. Охирги ифодадан спектр тизимини квазиатом сифатида ҳам қараш мумкин. a радиусли ва U_0 энергиявий баландликли сферавий ўлчамли квантлашган нуқта ичида $r < a$ масофада ётувчи m_e самаравий массали ток ташувчиларнинг энергиявий спектри биринчи тур: $ka < 0$ шартни қаноатлантирувчи ҳол учун

$$\sin ka = \pm ka \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_e a^2 \Delta E_c}}. \quad (3.1.7)$$

муносабат ёрдамида аниқланади. Бу энергиявий спектрнинг аниқ кўриниши, табиийки, квантлашган ўралар ўстирилган намунанинг физико-кимёвий хусусиятларига боғлиқ ва ҳар бир танланган ҳол учун алоҳида – алоҳида ҳисоблашни талаб этади.

3.2-§. Паст ўлчамли тизимларда ток ташувчилар тақсимооти

Уч ўлчамли ток ташувчилар тизими учун энергиявий спектрнинг квадратик яқинлашишида ўтказувчанлик зонасининг электронлар учун ҳолатлар зичлиги (1.2а-расм)

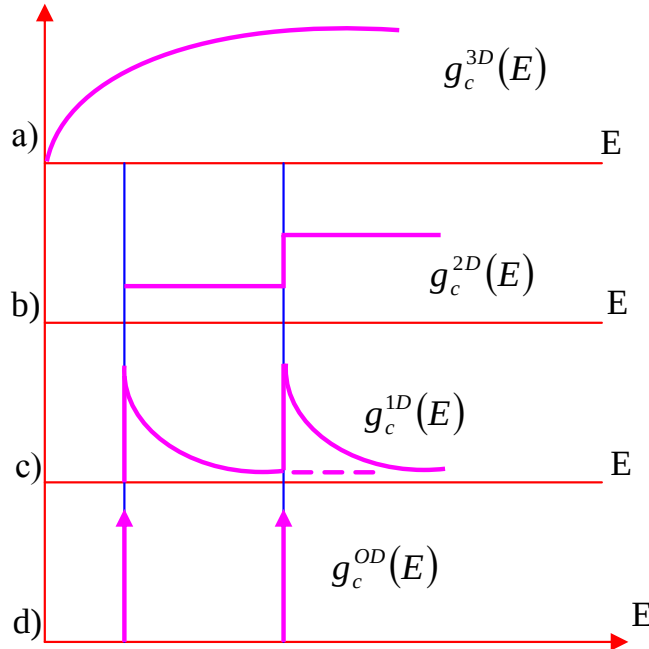
$$g_c(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}, \quad (3.2.1)$$

муносабат ёрдамида аниқланади. Шунингдек Ферми-Дирак тақсимооти яқинлашишида электронлар концентрацияси

$$n = N_c F_{1/2} \left(\frac{F - E_c}{kT} \right), \quad (3.2.2)$$

F – электронлар учун кимёвий потенциал, k – Больцман доимийси, $F_{1/2}$ – Ферми интеграл, $N_c = 2(2\pi m_e kT)^{3/2} / h^3$. Хусусан айнамаган (тусланмаган) электронлар гази учун эса

$$n = N_c \exp\left(\frac{F - E_c}{kT}\right). \quad (3.2.3)$$



1.2-расм. 3(a), 2(b) ва 1(c) ва ноль ўлчамли электронли тизимларда Ҳолатлар зичлигининг энергиявий боғланиши

айниган электронли газ учун

$$n = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c \left(\frac{F - E_c}{kT} \right)^{3/2} = \frac{8\pi}{3\hbar^3} [2m_e(F - E_c)]^{3/2}. \quad (3.2.4)$$

муносабатлар ўринлидир.

Икки ўлчамли ток ташувчилар тизими учун юқорида қайд қилинган катталиклар ифодаларидаги уч каррали интеграл икки каррали интеграл ва битта сумма билан алмаштирилади. У ҳолда ҳолатлар зичлиги (1.2b-расм)

$$g_c^{2D}(E) = \frac{m_e}{\hbar^2 \pi} \sum_n \Theta(E - E_n), \quad (3.2.5)$$

-тэта (пағонали ёки Хевисайд) функцияси ёрдамида аниқланади. Охирги икки ифодадан, ҳажмий кристаллдан фарқли ўлароқ, $E > E_1$ энергия ҳо-

латларининг зичлиги битта ва фақат биттагина $m^*/(\pi \hbar^2)$ қийматга сакраб ўзгарса, $E < E_1$ шартни қаноатлантирувчи ҳолатлар бўлмайди.

Шуни ҳам қайд қилиш зарурки, ўлчамли квантлашган тизимларда электронли ҳодисаларнинг физикавий табиати танланган ҳароратлар соҳасига боғлиқ. Хусусан, ўта паст ҳароратларда эркин электронлар (каваклар ҳам), асосан биринчи энергиявий сатҳда тўпланади. $E_2 - E_1 \gg kT$ шарт қаноатлантирадиган ҳароратлар соҳаси учун икки ўлчамли электронлар концентрацияси

$$n_s = \int_{E_1}^{\infty} g_c^{2D}(E) f_n(E) dE = N_c^{2D} \ln \left(1 + e^{\frac{F-E_1}{kT}} \right), \quad (3.2.6)$$

$F < E_1$ ва $n_{s1} < N_c^{2D}$ ($N_c^{2D} = (m^*/\pi \hbar^2) k_B T$ – икки ўлчамли ўтказувчанлик зонаси ҳолатларининг самаравий зичлиги) шарт бажарилса, айнамаган электронлар концентрацияси учун

$$n_s = N_c^{2D} \exp \left(\frac{F - E_1}{kT} \right). \quad (3.2.7)$$

кучли айниган икки ўлчамли электронлар учун ($F < E_1$ ва $n_s \ll N_c^{2D}$) қуйидаги муносабат ўринлидир

$$n_s = N_c^{2D} \left(\frac{F - E_1}{kT} \right) = \frac{m_e}{\hbar^2 \pi} (F - E_1). \quad (3.2.8)$$

Бир ўлчамли ток ташувчилар тизими. Юқорида келтирилган мулоҳазаларга асосланиб ипнинг узунлик бирлигидаги ҳолатлар зичлиги учун қуйидаги ифодани аниқлаш мумкин

$$g_c^{1D}(E) = \sum_i \frac{1}{\hbar \pi} \sqrt{\frac{2m_e}{E - E_i}} \Theta(E - E_i), \quad (3.2.9)$$

Бу ерда i катталиқ $E(n_1, n_2)$ энергиявий спектрдаги n_1 ва n_2 катталиқларнинг аниқ бир комбинацияси ёрдамида аниқланади. Масалан, ўта паст ҳароратлар соҳасида, асосан, электронлар энг пастки энергиявий сатҳда жойлашган

бўлади. У ҳолда $E_2 - E_1 \gg k_B T$ шарт бажарилганда электронларнинг чизикли концентрацияси

$$n_l = \frac{\sqrt{2m_e kT}}{\hbar \sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{F - E_1}{kT}\right), \quad (3.2.10)$$

кучли айниган ҳол учун эса

$$n_l = \frac{2\sqrt{2m_e(F - E_1)}}{\hbar \pi}. \quad (3.2.11)$$

(3.2.10)(3.2.11) муносабатлардан икки ва бир ўлчамли ток ташувчиларнинг концентрациясини температуравий боғланиши кучли айниган ҳолда тўласича Ферми энергиясининг ҳароратли боғланиши билан аниқланади.

Ноль ўлчамли ток ташувчилар тизими. Табиийки, ноль ўлчамли электронлар ҳолатлар зичлигининг энергиявий боғланишлари дельта (Дирак) функциялари билан аниқланади. Электронлар концентрацияси ҳажмий ёки икки ўлчамли электронлар тизимидаги каби аниқланади. Одатда, электронларнинг ўзаро Кулон таъсирини ва ҳар бир энергиявий сатҳда битта электроннинг бўлишини эътиборга олсак, Ферми-Дирак тақсимотининг олд коэффиценти 2 эмас, 1 олинади, яъни сатҳнинг спинли айниш коэффицентиға албатта эътибор қаратиш зарур.

3.3 §. Чизикли фотогальваник самара

Ёруғлик интенсивлигининг ортиши билан фототокнинг тўйинишининг физўикавий табиатини таҳлил қилишдан аввал чизикли фотогальваник самара (ЧФГЭ) ҳақида қисқача маълумот келтирайлик. Бундай самара инверсия маркази бўлмаган муҳитларнинг ясси қутбланган ёруғлик таъсирида юзага келади ва бунда C_{2v} симметрияли потенциал ўрада содир бўладиган фототок (3.1) феноменологиявий муносабатга кўра

$$j_{LPGE,x} = \chi_{xz} (e_x e_z^* + e_z e_x^*) I, j_{LPGE,y} = \chi_{yz} (e_y e_z^* + e_z e_y^*) I \quad (3.3.1)$$

каби аниқланади. D_{2d} нуқтавий гуруҳли симметриявий потенциал ўрада $\chi_{xz} = -\chi_{yz}$ каби чизиқли боғланган учинчи тартибли тензорлар нолдан фарқли бўлади. C_s симметрияли потенциал ўрада ёруғликнинг нормал тушишида γ ва χ тензорлар γ_{xz} ва $\chi_{xy} = \chi_{yx}$ χ_{xx} χ_{yy} каби қўшимча нолдан фарқли ташкил этувчиларга эга бўлади. Натижада

$$j_x = [\gamma_{xz} P_c + \chi_{xy} (e_x e_y^* + e_y e_x^*)] I, j_y = \chi_{yx} |e_x|^2 + \chi_{yy} |e_y|^2 I. \quad (3.3.2)$$

кўринишдаги фототок юзага келади.

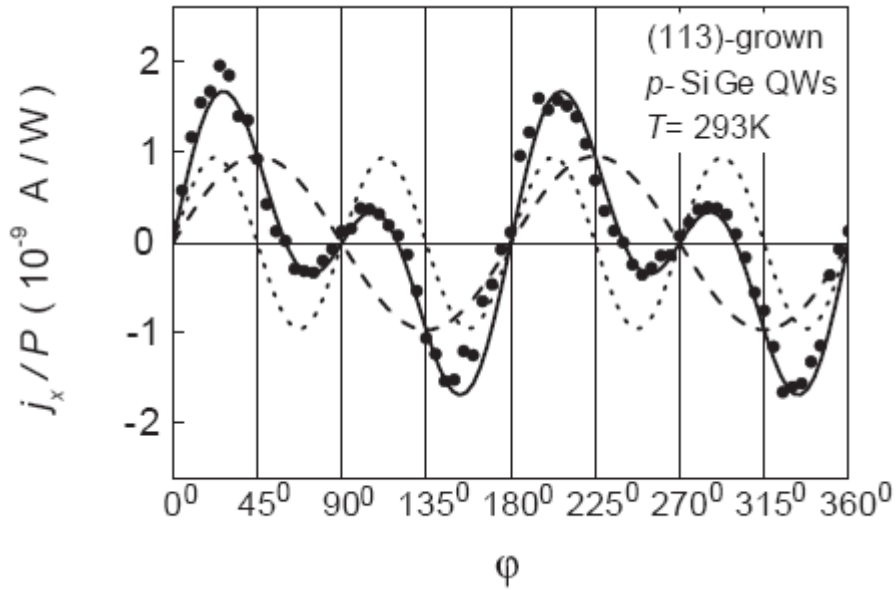
Хусусан ясси қутбланган ёруғлик таҳсирида

$$j_{LPGE,x} = I \chi_{xy} \sin 2\alpha, j_{LPGE,y} = I (\chi_+ + \chi_- \cos 2\alpha) \quad (3.3.3)$$

фототок содир бўлади. Бу ерда $\chi_{\pm} = (\chi_{yx} \pm \chi_{yy})/2$, α -ёруғлик қутбланиш текислиги ва x ўқи орасидаги бурчак. Бу ифодани ясси қутбланган ёруғлик қутбланиш текислиги ва қутблагич(поляризатор)нинг оптик ўқи ўртасидаги φ бурчакка нисбатан қуйидагича қайта қайд қилиш мумкин

$$j_x = I (\gamma_{xz} + \chi_{xy} \cos 2\varphi) \sin 2\varphi, j_y = I (\chi_+ + \chi_- \cos 2\varphi). \quad (3.3.4)$$

Бундай геометриянинг танланишига сабаб, тажрибада агар ясси қутбланган ёруғлик x ўқи бўйлаб тарқалса ва намуна лазерга нисбатан $\lambda/4$ масофага силжитилса, y ҳолда ясси қутбланган ёруғлик циркуляр қутбланган ёруғликка айланади. Натижада ёруғликнинг циркуляр қутбланиш даражаси $P_c = \cos \varphi$ каби, ясси қутбланиш даражаси $P_i = \sin \varphi$ каби φ бурчакка боғланган бўлади. 3.7-расмда (113) йўналишда ўстирилган $Si_{0.75}Ge_{0.25}$ (5 nm) / Si тур яккаланган потенциал ўра хона температурасида $\lambda = 280 \mu m$ тўлқин узунликли ва интерфейсга нормал тарқалаётган ёруғлик таҳсирида юзага келган фотогальваник токнинг φ бурчакка боғлиқлиги тасвирланган.



3.7-расм. (113) йўналишда ўстирилган $Si_{0.75}Ge_{0.25}$ (5 nm)/Si тур яккаланган потенциал ўра фотогальваник токнинг φ бурчакка боғлиқлиги. Ўлчашлар хона температурасида $\lambda = 280 \mu m$ тўлқин узунликли ва интерфейсга нормал тарқалаётган ёруғлик таҳсирида олиб борилган. Узлуксиз чизиқ (3.46) ифода билан ҳисобланган натижалардир. Узлукли ва нуқтавий чизиқлар, мос ҳолда, $j_x \propto \sin(2\varphi)$ ва $j_x \propto \sin(2\varphi)\cos(2\varphi)$ ⁵.

Умуман олганда ЧФГЭ, дастлаб теллурда кузатилган, бироқ янги фотогальваник самара сифатида $p-GaAs$ ярим ўтказгичда батафсил текширилган. Бу ҳолда содир бўладиган фототок баллистик ва силжишли улушларга эга бўлиб, унинг дастлабки улуши

$$j = e \sum_{nn'} W_{n'n} (v_{n'} \tau_p^{(n')} - v_n \tau_p^{(n)}) \quad (3.3.5)$$

муносабат ёрдамида ҳисобланади. Бу ерда n орқали электронларнинг ҳолатларини тавсифловчи квант сонлари, зона ёки зонача (зона тармоқлари)нинг тартиб рақами ҳамда ток ташувчилар $\vec{k}$ тўлқин вектори

5

S.D. Ganichev, U. Rössler, W. Prettl, E.L. Ivchenko, V.V. Bel'kov, R. Neumann, K. Brunner, G. Abstreiter: Phys. Rev. B **66**, 75328 (2002).

ифодаланган. n ҳолатдан n' ҳолтага ўтиш эҳтимоллиги Фермининг олтин қоидаси орқали қуйидагича ифодаланади

$$W_{n'n} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{n'n}|^2 (f_n - f_{n'}) \delta(E_{n'} - E_n). \quad (3.3.6)$$

$M_{n'n}$ -ўтишнинг матрицавий элементи, v_n , f_n ва $\tau_p^{(n)}$ - n ҳолатдаги тезлиги, тақсимот функцияси ва импульсининг релаксация вақти. E_n тотнинг бошланғич ва охири ҳолатлар энергиясининг ҳамда фонон ва фотон энергияларини ўз ичига олади. (3.3.6) муносабат (3.12) муносабатдан аниқланиши мумкин. Бунда $\rho_{nn} = f_n$, $v_{nn} \equiv v_n$, яъни зичлик матрицасининг диагонал элементи тақсимот функциясини ва тезлик операторининг диагонал элементи ток ташувчилар тезлигини беради. Шунинг ҳам таъкидлаш зарурки, баллистик фототок $M_{n'n}$ матрицавий элементда нафақат электрон фотонда, балки фонон, киришмаларда ҳам сочилишини эҳтиборга олишни, бошқача айтганда $M_{n'n}$ матрицавий элементни Борн яқинлашишдан ташқарига чиққан ҳолда ҳисоблашни талаб этади. ЧФГЭнинг силжишли улуши $\rho_{nn'}$ -зичлик матрицаси ҳамда $v_{n'n}$ тезлик операторининг нодиагонал элементларни ($n' \neq n$ шартда) ҳисоблашни талаб этади. Бу ҳолда ток ташувчилар тўлқин пакети масса марказининг ҳар бир квант ўтишида нолдан фарқли силжишига олиб келади. Бунда юзага келадиган фототок

$$j = e \sum_{n'n} W_{n'n} \vec{R}_{n'n} \quad (3.3.7)$$

муносабатдан аниқланади. Ҳақиқий координаталар фазосида ток ташувчиларнинг силжиши

$$\vec{R}_{n'n} = -(\vec{\nabla}_k + \vec{\nabla}_{k'}) \Phi_{n'n} + \vec{\Omega}_{n'} - \vec{\Omega}_n, \quad (3.3.8)$$

$\Phi_{n'n}$ -ўтиш матрицавий элементи фазаси, $\vec{k}$ ва $\vec{k}'$ - n ва n' ҳолатлардаги ток ташувчилар тўлқин вектори, $\vec{\Omega}_n$ координатанинг диагонал матрицавий элементидир, яъни

$$\Omega_n = i \int u_n^* \nabla_k u_n d\vec{r},$$

$u_n(\vec{r})$ -даврий Блох амплитудаси. Статик режимда $\vec{R}_{n'n}$ муносабатда Ω_n катталик билан ифодаланган улуши нолга айланади, чунки у ҳад электростатик зарядларнинг қайта температура асимптотининг англатади. Натижада (3.50) муносабатни қуйидаги кўринишда қайд қилиш мумкин

$$\vec{R}_{n'n} = - \frac{\text{Im} \left\{ M_{n'n}^* (\vec{\nabla}_{\vec{k}} + \vec{\nabla}_{\vec{k}'}) M_{n'n} \right\}}{|M_{n'n}|^2}. \quad (3.3.9)$$

Бу ифода қаралаётган квантли ўтишда ток ташувчиларнинг реал фазодаги силжишини англатади. Бу ҳолни тавсифлаш мақсадида $[hhl] (h \neq 0)$ йўналишда ўстрилган квантлашган ўрада $hh1 \rightarrow e1$ оптикавий ўтишда содир бўлаётган фотогальваник самарани кўрайлик. Бунда (3.3.9) ифоданинг нолдан фарқли қиймати матрицавий элемент муносабати тўлқин векторга нисбатан бир вақтда ҳам тоқ ҳам жуфт ҳадлари эҳтиборга олинганда юзага келади.

Агар оптикавий ўтишлар оғир каваклар тармоғи иштирокида кечса, у ҳолда оптикавий ўтишларнинг матрицавий элементлари қуйидаги кўринишда ёзилади

$$M_{cv}(\mathbf{k}) \equiv M_{e1, \pm 1/2; hh1, \pm 3/2}(\mathbf{k}) = \mp [iM_0(e_x \pm ie_y) + Q_{\lambda\mu}^{(\pm)} k_\lambda e_\mu]. \quad (3.3.10)$$

$Q_{\lambda\mu}^{(\pm)}$ катталик

$$Q_{\lambda\mu}^{(-)} = Q_{\lambda\mu}^{(+)*}, \quad Q_{\lambda\mu}^{(\pm)} = Q_{\mu\lambda}^{(\pm)}.$$

муносабатни қаноатлантиради.

У ҳолда (3.3.9) ифодадан

$$R_{cv, \lambda}(\mathbf{k}, \pm) = M_0^{-1} \left(e_x \text{Re} \left\{ Q^{(+)} \right\}_{\lambda\mu} + e_y \text{Im} \left\{ Q^{(+)} \right\}_{\lambda\mu} \right) e_\mu. \quad (3.3.11)$$

$Q_{\lambda\mu}^{(+)} / M_0$ муносабат учун эса

$$\frac{Q_{xy}}{M_0} = \frac{Q_{yx}}{M_0} = \sin \theta \frac{P}{Q},$$

$$\frac{Q_{xx}}{M_0} = i \sin \theta \frac{P}{Q}, \quad \frac{Q_{yy}}{M_0} = -3i \sin \theta \frac{P}{Q},$$

бу ерда P ва Q қаралаётган ярим ўтказгичнинг зонавий параметрлари орқали ифодаланадиган катталик, θ -[hhl] ва [001] кристаллографиявий ўқлар орасидаги бурчак.

Шундай қилиб, зоналараро оптикавий ўтишларда содир бўладиган силжишли фототок

$$j_x = e \sin \theta \frac{\eta_{cv} I}{\hbar \omega} \frac{P}{Q} 2e_x e_y, \quad j_y = e \sin \theta \frac{\eta_{cv} I}{\hbar \omega} \frac{P}{Q} (e_x^2 - 3 \cos^2 \theta e_y^2). \quad (3.3.12)$$

[111] йўналишда ўстирилган C_{3v} симметрияли квантлашган ўрада $3 \cos^2 \theta = 1$ ва натижада фототокнинг $j_x \propto 2e_x e_y$ ва $j_y \propto (e_x^2 - e_y^2)$ кутбий боғланишини ҳосил қиламиз.

Баллистик фототокни ҳисоблашда оптикавий ўтишларнинг

$$M_{e1, \pm 1/2; hh1, \pm 3/2}^{\text{ind}}(k', k) = \frac{V_{k'k}^c M_{cv}(k)}{E_{e1,k} - E_{hh1,k} - \hbar \omega - i\gamma} + \frac{M_{cv}(k') V_{k'k}^v}{E_{hh1,k'} - E_{hh1,k} \pm \hbar \Omega - i\gamma},$$

кўринишдаги матрицавий элементларидан фойдаланамиз, бу екрда $V_{\vec{k}\vec{k}}^{C(V)}$ - ўтказувчанлик ва валент зонасидаги ток ташувчиларнинг фонон ёки кириш-маларда сочилиш операторининг матрицавий элементлари. Матрицавий элементлари модуллари квадратларини ҳисоблашда қуйидаги муносабатдан фойдаланиш оралик ҳисоблашларни анчайин соддалаштиради

$$\frac{1}{E_i - E_j \pm i\gamma} \Big|_{\gamma \rightarrow +0} = \mathcal{P} \frac{1}{E_i - E_j} \mp i\pi \delta(E_i - E_j).$$

Шуни таҳкидлаш керакки, матрицавий элементлар кўпайтмаларида бир касрнинг реал(ҳақиқий) қиймати билан бошқа касрнинг мавҳум қиймати кўпайтмаси билан кифояланса бўлаверади, чунки қолган кўпайтмалар, охир оқибатда, нолга айланади. Шунинг учун, баллистик фототокнинг содир бўлишида нафақат бошлангич ва охирги ҳолатларга нисбатан балки,

бошлангич ва бирорта оралик ҳолатларга нисбатан ҳам энергия сақланиш қонунининг бажарилиши талаб этилади. Бу эса

$$\pi \text{Im} \{V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{c*} V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^v M_{cv}^*(\mathbf{k}) M_{cv}(\mathbf{k}')\} \\ \times \left(-\frac{\delta(E_{e1,\mathbf{k}} - E_{hh1,\mathbf{k}} - \hbar\omega)}{E_{hh1,\mathbf{k}'} - E_{hh1,\mathbf{k}}} + \frac{\delta(E_{hh1,\mathbf{k}'} - E_{hh1,\mathbf{k}})}{E_{e1,\mathbf{k}} - E_{hh1,\mathbf{k}} - \hbar\omega} \right)$$

катталиқнинг қаралаётган оптикавий ўтишлар матрицавий элементи модули квадратининг ток ташувчилар тўлқин векторига нисбатан асимметриявий бўлган ҳади экани келиб чиқади.

Ҳисоблашлар шуни кўрсатадики, фототокнинг силжишли ва баллистик улушлар миқдоран бир-бирига яқин катталиқлардир.

Хулосалар

1. Нанотузилмаларда ток ташувчиларнинг энергиявий спектри ҳисобланган ва унинг импульслар фазосидаги кўриниши жуда мураккаб экани кўрсатилган. Жумладан тўлқин векторининг кичик қийматлар соҳасида $E(\vec{k})$ муносабат квадратик бўлиб, ток ташувчиларнинг самаравий массаси ўлчамли квантлашиш йўналишида ҳажмий каби қолиб, унга тик йўналишда энергиявий сатҳ тартиб рақамига боғлиқ бўлиб қолади.
2. Нанотузилмаларда ясси қутбланган ёруғлик ютилиши коэффицентининг спектри чўққили бўлиб, максимумларининг ҳолати оптикавий ўтишларнинг табиатига боғлиқдир. Агар Ферми энергияси иккинчи тартибли энергетик сатҳ билан устма-уст тушса, ўлчамли квантлашган ўраларда биринчи ва иккинчи энергетик сатҳларга оптик ўтишлар ҳисобига ютилиш максимумлари бир-бирига мос тушади. Бунда иккинчи сатҳга оптик ўтиш эҳтимоллиги биринчи сатҳга оптик ўтиш эҳтимоллигига нисбатан беш марта каттадир.
3. Ток ташувчилар тўлқин векторига нисбатан квадратик ҳадлардан ташқари кубинчи ва норелятивистик ҳадларнинг ток ташувчилар гамильтонианида эътиборга олинishi валент ва ўтказувчанлик зоналаридаги ўлчамли квантлашган электронли ҳолатлар ўртасидаги «таъқиқланган» оптик ўтишларни руҳсат этилган оптик ўтишларга айлантиради. Бу эса ёруғлик ютилишининг табиатини ўзгартиради, яъни ютилиш спектрининг ўзгаришига олиб келади.
4. Ўлчамли квантлашган тизимларда ҳар бир оптик ўтишлар ўзларининг ўтиш қондасига эгадир ва унинг табиати ток ташувчилар гамильтонианининг танланишига боғлиқдир.

5. Мураккаб зонали ҳажмий яримўтказгичларда қутбий фотогальваник самараларнинг икки: баллистик ва силжишли механизмлари бир фотонли, бироқ интенсивликка нисбатан ночизиқли ва икки фотонли ҳол учун фототок ҳисобланган ва олинган натижалар $p-Ge$ ёки $n-GaP$ каби яримўтказгичларга қўлланган.
6. $n-GaP$ яримўтказгич учун силжишли фотогальваник самаранинг, $p-Ge$ ёки $p-Si$ тур яримўтказгичлар учун эса фотонли эргаштириш самарасининг миқдорий назарияси қурилган. Бунда фотоўйғотилган ток ташувчилар охириги ҳолатларининг резонансли тўйинишига эътибор қаратилиши натижасида ёруғлик интенсивлигига нисбатан мураккаб боғланишли (масалан $p-Ge$ ёки $p-Si$) ёки квадратик (масалан $n-GaP$) боғланишли фототок содир бўлади.
7. Кавакли ўтказувчанликка эга бўлган T_d симметрияли, масалан $p-Ge$, $p-Si$, $p-GaAs$ каби, яримўтказгичларда бир квантли фотонли эргаштириш самарасининг резонансли тўйиниш мавжуд бўлган ҳол учун миқдорий назарияси қурилган. Бунда ёруғликнинг интенсивлигига нисбатан ночизиқли, бироқ бир фотонли оптикавий ўтишларга эътибор қаратилган.
8. Икки квантли фотонли эргаштириш самарасининг феноменологиявий назарияси келтирилган. Бунда қутбий фотогальваник самараларнинг чизиқли циркуляр дихроизми феноменологиявий таҳлил қилинган. Самаралар фотонларнинг қутбланиш даражасига қараб табақалаштирилган.
9. Назарий ҳисоблашлар фотонли эргаштириш самараси токининг чизиқли циркуляр дихроизмига нисбатан $p-Ge$ асосида ўтказилган тажриба натижалари билан миқдорий солиштирилиб, фототокнинг инверсия интенсивлигига нисбатан яхши мослашган натижалар олинган.

Муаллифнинг чоп этган илмий ишлари

- A1. И.Н.Каримов, В.Р.Расулов, Б.Мамадалиев, Р.Я.Расулов, Ж.Соипов. // Андижон давлат университети Илмий хабарлари, 2011. №
- A2. Б.Мамадалиев, В.Р.Расулов, И.Н.Каримов, Ж.Ж.Соипов. Изотропизация анизотропной части функции распределения носителей тока в полупроводниках с вырожденной валентной зоной. //Материалы Республикаской научно-технической конференции “Фотоэлектрические и теплофизические основы преобразования солнечной энергии”. Фергана. 2011, - с.

Адабиётлар

1. Красильник З. Ф. Наноструктуры для нанофотоники // Известия РАН. Серия физическая.-2003.-Т. 67,-N 2.-С. 152-154.
2. Двуреченский А. В., Якимов А. И. Квантовые точки Ge в МДП-и фото-транзисторных структурах // Известия РАН. Серия физическая.-2003.-Т. 67,-N 2.-С. 166-169
3. Bastard G. Wave mechanics applied to semiconductors heterostructures, Le Ulis Ed. De Phys.,-1988,-360 p.
4. Эсаки Л. Молекулярно-лучевая эпитаксия и развитие технологии полупроводниковых сверхрешеток и структур с квантовыми ямами.-В кн: Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры.: Пер. с англ. /Под ред. Л. Ченга, К Плога.-М.: Мир,-1989.-с. 7 – 36.
5. Херман М. Полупроводниковые сверхрешетки: Пер. с англ.-М.: Мир,-1989.-240 с.
6. Nano Melary. Technology Roadmap for Nanoelectronics // European Comission. IST programme. Future and Emerging Technologies. Microelectronics Advanced Research Initiative. (INTERNET gamayun. physics. sunysb. edu/RSFQ/-publications.). -2003. -124 p.
7. Cambley R. E., Stamps R.L. Magnetic multilayers: spin configurations, excitations and giant magnetoresistance // J. Phys.: Condens. Matter.-1993.-Vol. 5, -No. 3. -P.3727–3786.
8. C. Weisbuch, B. Vinter. Quantum semiconductor structures. Fundamentals and Applications Acad. Press.,-1991.-273 p.
9. G.Pikus, E.Ivchenko. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences,-V. 110., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg,-1995,-657 p.; second edition 1997.

10. V.V.Mitin, V.A.Kochelap, M.A.Stoscio. Quantum Heterostructures, Microelectronics and Optoelectronics. Cambridge University Press.-1999.-346 p.
11. W.Glaude, V.Borge. Quantum semiconductors structures (Fundamentals and Applications), Ac.Press San Diego, N.Y., Boston, London, Sidney, Tokyo, Toronto.-1993.-437 p.
12. Международные зимние школы по физике полупроводников С.-Петербург – Зеленогорск, 2–5 марта,-2001; 1–4 марта,-2002; 28 февраль-03.03 март, -2003; 28 февраль-03.03 март,-2005; ФТИ им. А. Ф.Иоффе РАН.
13. 6th, 7th, 8th, 9th, 10th International Symposium of Nanostructures Physics and Technology (St Petersburg, Russia, 22-26 June-1998; St Petersburg, June 14-18,-1999; St Petersburg, June 19-23,-2000; St Petersburg, June 18–22,-2001; St Petersburg, June 17–21,-2002).htm
14. Захарченя Б.П. Физические основы спинтроники. // Материалы международной зимней школы по физике полупроводников С.-Петербург – Зеленогорск, 2–5 марта,-2001; ФТИ им. А. Ф.Иоффе РАН.
15. Недорезов С.С. Квантовые размерные эффекты в области высоких температур// ФТТ.-1970.-Т.11.-№ 8.-С.2269-2276.
16. Матулис А., Пирагас К. Превращение тяжелых дырок в легкие в полупроводниковой пленке. // ФТП.-1975.-Т.9.-№ 11.-С.2202-2204;
17. Дьяконов М.И., Хаецкий А.В. Размерное квантование дырок в полупроводнике со сложной валентной зоной и носителей в бесщелевом полупроводнике// ЖЭТФ.-1981.-Т.81.-№5.-С.1584-1590; Алешкин В.Я. Спектры электронов и дырок и правила отбора для оптических переходов в гетероструктуре $\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x\text{Ge}$ // ФТП.-1997.-Т.31.-В.1.-С.171-177.
18. Меркулов И.А., Перель В.И., Портной М.Е. Выстраивание импульсов и ориентация спинов фотовозбужденных электронов в квантовых ямах// ЖЭТФ.-1991.-Т.99.-№ 3.-С.1202-1213.
19. Raichev O.E., Vsilopoulos P., and Vasko F.T. Energy specrum, density of states and optical transitions in strongly biased narrow-gap quantum wells // ar-

- Xiv:cond-mat/9908284.-1999.-V. 2. (19 Aug. 1999).-PP. 1-21 (Montreal, Quebec, Canada); [Balev, O G](#) ; Vasko, F T ; [Aristone, Flavio](#). [Two-subband electron transport in nonideal quantum wells](#)// (2000-03-03) oai:arXiv.org:cond-mat/0003053 [[Abstract/Citations](#), [PDF](#)]; [Raichev O. E.](#), [Vasilopoulos P.](#), Vasko, F T [Energy spectrum, density of states and optical transitions in strongly biased narrow-gap quantum wells](#)// (1999-08-19) oai:arXiv.org:cond-mat/9908284 [[Abstract/Citations](#), [PDF](#)] .
- 20.9th Seoul International Symposium on the Physics of Semiconductors and Applications // November 6-7,-1998.
- 21.Грин Р.Ф. Поверхностные электронные явления переноса В кн: Новое в исследовании поверхности твердого тела. М.: Мир.-1977.-С. 247-279.
- 22.Стурман Б.И., Фридкин В.М. Фотогальванические эффекты в средах без центра инверсии. М.: “Наука”.-1992.-208 с.
- 23.Ивченко Е.Л., Расулов Р. Я. Оптические явления в полупроводниках. – Фергана: лаборатория оперативной печати при ФерГУ.-1989.-94 с.
- 24.Эски Т. Влияние состояния поляризации света на оптические и фотогальванические эффекты в полупроводниках и в полупроводниковых структурах. Дис. .. канд. физ.-мат. наук. –Андижан: Андижанский ГУ,-2000.-106с.
- 25.Саленко Ю.Е. Поляризационные оптические и фотогальванические эффекты в полупроводниках кубической симметрии. Дис. ... канд. физ. - мат. наук. –Ташкент: ФТИ при НПО “Физика-Солнце”, -2004.-104 с.
- 26.Д.Камбаров. Фотонно-кинетические эффекты в теллуре и в полупроводниковой квантовой яме: Дис. ... канд. физ. -мат. наук. –Андижан: Андижанский ГУ, -2004.-109 с.
- 27.Бир Г.Л., Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках.-М.: Наука,-1971.-584с.
- 28.Ивченко Е.Л., Расулов Р.Я. Симметрия и реальная зонная структура полупроводников. Ташкент. Фан.-1989. –126 с.

- 29.Хамид Муманис. Гетероструктура смешанного типа: экситоны, легкие и тяжелые дырки. Окно в микромир.-2001. №6.С. 25-29.
- 30.Ким И.С., Сатонинг А.М., Штенберг В.Б. Резонансное туннелирование и нелинейный ток в гетеробарьерах со сложным законом дисперсии носителей // ФТП. -2002.-Т.36.-В. 5. С. 569-575.
- 31.Васько Ф.Т. Баллистические фототоки дырок// ФТП.-Т.18. №1. С.85-92.
- 32.Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.:Наука.-1973. – 672 с.
- 33.Давыдов А.С. Квантовая механика. –М.: Наука.-1973.-703 с.
- 34.Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников.-М.: “Наука”.-1978.-616 с.
- 35.Голуб Л.Е., Ивченко Е.Л., Расулов Р.Я.. Межподзонное поглощение света в квантовой яме полупроводника со сложной зоной// ФТП. -1995. Т. -29. В.-6. С. 1093-1110.