

Министерство высшего и среднего специального образования  
Республики Узбекистан

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности

Кафедра: *«Автоматизация и управление технологическими процессами и  
производством»*

## **КУРСОВАЯ РАБОТА**

по курсу: *«Теория автоматического управления»*

### **Анализ и синтез линейных САУ**

Выполнил: ст. гр. № 22р-12,  
Закиев А.

Приняла: ст. пр. Жукова Ю. А.

Ташкент 2015 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

## ВВЕДЕНИЕ

Исходные данные и требования к системе

## ЧАСТЬ 1. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЛИНЕЙНОЙ САУ

1.1. Определение необходимого коэффициента передачи всей системы и предварительного усилителя в зависимости от заданной точности

1.2. Определение передаточных функций системы и анализ устойчивости на основе частотного критерия устойчивости

1.3. Построение логарифмических частотных характеристик исходной системы

1.4. Построение желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ системы

1.5. Выбор корректирующего устройства при параллельной коррекции с помощью ЛЧХ

## ЧАСТЬ 2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ САУ

2.1. Анализ устойчивости импульсной системы с помощью аналога критерия Гурвица

2.2. Построение переходного процесса в линейной импульсной системе топологическим методом

## ЧАСТЬ 3. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ САУ

3.1. Исследование нелинейной САУ методом фазового пространства

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

## **ВВЕДЕНИЕ**

Системы автоматического управления являются неотъемлемой частью любого современного производственного процесса, используются в многочисленных устройствах и приборах различного назначения и применяются для задания поведения управляемого объекта, и применяются для отслеживания и компенсации влияния возмущений, действующих на объект, повышения точности работы управляемого устройства и т.п.

Синтез системы автоматического управления является основной стадией проектирования. Сущность задачи синтеза заключается в таком выборе структурной схемы системы и ее параметров и таком конструктивном решении, при которых обеспечиваются требуемые показатели качества и точности процессов регулирования, а сама система состоит из наиболее простых устройств управления.

В данной работе производится синтез системы автоматического управления, отвечающей требованиям, указанным в задании. Также производится моделирование системы с помощью пакета "MathLab" с целью определения качества полученной системы и проверки на ее соответствие заданию.

## Исходные данные и требования к системе

### Вариант № 9

Параметры линейной части					Требования к системе		
$K_2$	$K_3$ град/с	$T_1$	$T_2$	$v=dx/dt$ град/с	$\varepsilon_{ск}$ град	$\sigma$ %	$t_p$ с
19	5,0	0,05	0,35	28	0,27	27	0,3

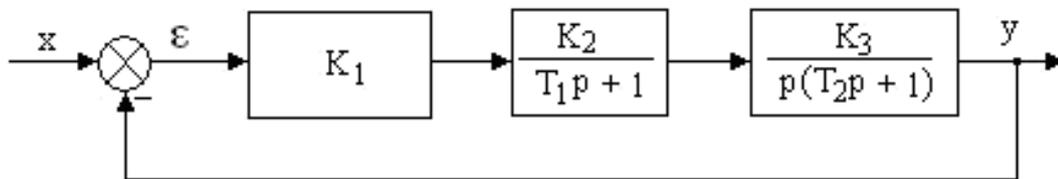
Примечание:

1. При исследовании нелинейной и импульсной системы пренебречь постоянной времени  $T_1$ .
2. При исследовании нелинейной системы применять метод фазовой плоскости.

### ЧАСТЬ 1. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЛИНЕЙНОЙ САУ

Исходными данными для расчёта являются:

а) структурная схема



б) коэффициенты передач элементов

$$K_2 = 19; K_3 = 5 \text{ град/с}$$

в) постоянные времени элементов

$$T_1 = 0,05 \text{ с} ; T_2 = 0,35 \text{ с}$$

г) скорость изменения входного сигнала

$$V = dx/dt = 28 \text{ град/с}$$

д) требования к синтезируемой системе

- скоростная ошибка  $\varepsilon_{ск} \leq 0,27$  град
- перерегулирование  $\sigma \leq 27$  %
- время переходного процесса  $t_n \leq 0,3$ с

#### 1.1. Определение необходимого коэффициента передачи всей системы и предварительного усилителя в зависимости от заданной точности

Необходимый коэффициент передачи системы  $K_{необ}$  для данного вида структурной схемы определяется по формуле: 
$$K_{необ.} \geq \frac{V}{\varepsilon_{ск}} \quad (1a)$$

Необходимый коэффициент передачи системы  $K_{необ}$  находим по формуле:

$$K_{необ} \geq \frac{v}{\varepsilon_{ск}} \geq \frac{28}{0,27} \geq 103,3 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Коэффициент передачи усилительного элемента определяется по формуле: 
$$K_1 = \frac{K_{необ.}}{\prod_{i=2}^n K_i} \quad (2)$$

Подставляя числовые данные в (2), получим  $K_1=1,08$

## 1.2. Определение передаточных функций системы и анализ устойчивости на основе частотного критерия устойчивости

Передаточная функция разомкнутой исходной системы равна

$$W_p(p) = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (3)$$

Подставляя значения в формулу (3), получаем

$$W_p(p) = \frac{1,08 \cdot 19 \cdot 5}{p(1 + 0,05p)(1 + 0,35p)} = \frac{102,6}{0,0175p^3 + 0,4p^2 + p}$$

Передаточная функция замкнутой исходной системы определяется по формуле:

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + K}, \quad (4)$$

где  $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$  - общий коэффициент усиления.

Подставляя значения в формулу (4), получим

$$W_3(p) = \frac{102,6}{0,0175p^3 + 0,4p^2 + p + 102,6} \quad (5)$$

Для анализа устойчивости исходной системы строится амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) разомкнутой системы.

При ручном расчете АФХ из передаточной функции разомкнутой системы необходимо выделить действительную и мнимую часть.

$$R(\omega) = -\frac{K_{об} \omega^2 (T_1 + T_2)}{\omega^4 (T_1 + T_2)^2 + (\omega^3 T_1 T_2 - \omega)^2} \quad (6)$$

$$I(\omega) = \frac{K_{об} \omega (\omega^2 T_1 T_2 - 1)}{\omega^4 (T_1 + T_2)^2 + (\omega^3 T_1 T_2 - \omega)^2}$$

Задавая  $\omega$  от 0 до  $\infty$  построим АФХ

$\omega$	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30	35	40	45
R( $\omega$ )	-9,55	-6,99	-5,24	-4,02	-3,14	-2,45	0,92	-0,41	-0,21	-0,11	-0,07	-0,04	-0,03
I( $\omega$ )	-2,68	-1,08	-0,27	0,15	0,36	0,47	0,45	0,31	0,21	0,14	0,10	0,07	0,05

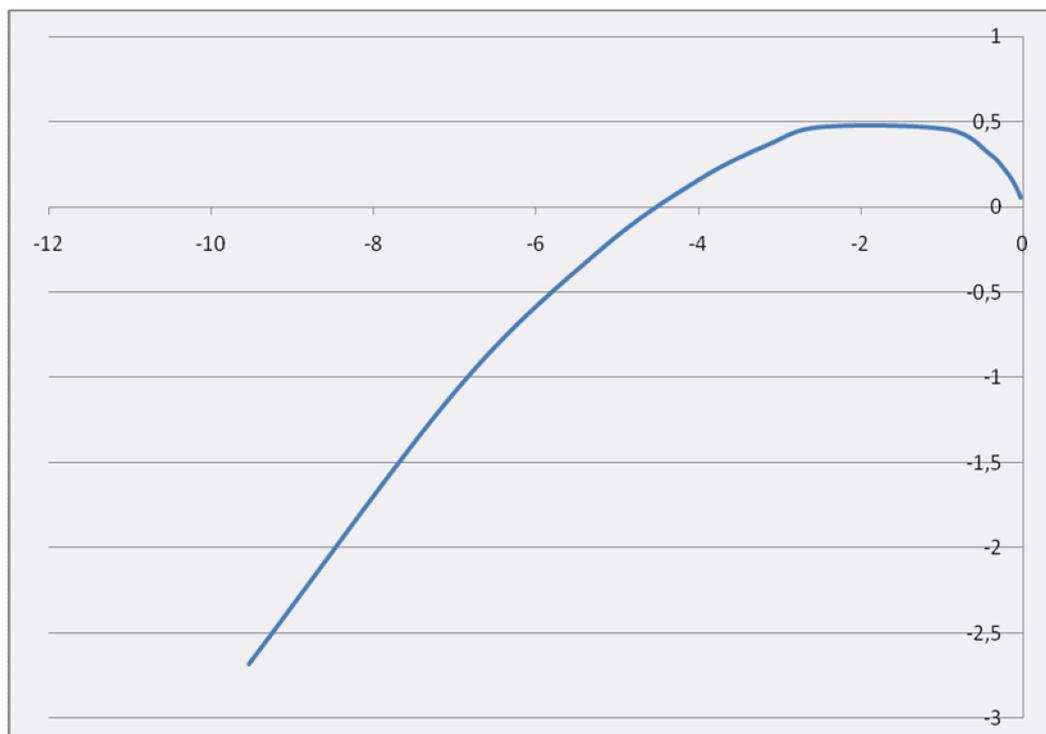


Рис 1. АФХ разомкнутой исходной системы

Из рисунка 1 видно, что  $W_p(j\omega)$  охватывает точку  $-1, j0$ , поэтому исходная замкнутая система неустойчива согласно частотному критерию Найквиста.

Устойчивость исходной системы определяем по критерию устойчивости Найквиста. Через программу MatLab строим годограф Найквиста:

1. Введем исходные данные о системе

```
>> K1=1.08
```

```
K1 =
```

```
1.0800
```

```
>> K2=19
```

```
K2 =
```

```
19
```

```
>> K3=5
```

```
K3 =
```

```
5
```

```
>> T1=0.05
```

```
T1 =
```

```
0.0500
```

```
>> T2=0.35
```

```
T2 =
```

```
0.3500
```

2. Сформируем звенья системы

```
>> W1=K1
```

```
W1 =
```

```
1.0800
```

```
>> W2=tf(K2,[T1 1])
```

```
Transfer function:
```

```
19
```

```
-----  
0.05 s + 1
```

```
>> W3=tf(K3,[T2 1 0])
```

```
Transfer function:
```

```
5
```

```
-----  
0.35 s^2 + s
```

3. Получим передаточную функцию разомкнутой системы

```
>> Wr=W1*W2*W3
```

```
Transfer function:
```

```
102.6
```

```
-----  
0.0175 s^3 + 0.4 s^2 + s
```

4. Получим передаточную функцию замкнутой системы

```
>> Wz=feedback(Wr,1)
```

```
Transfer function:
```

```
102.6
```

```
-----  
0.0175 s^3 + 0.4 s^2 + s + 102.6
```

5. Построим АФХ системы (рис. 2)

```
>> nyquist(Wr)
```

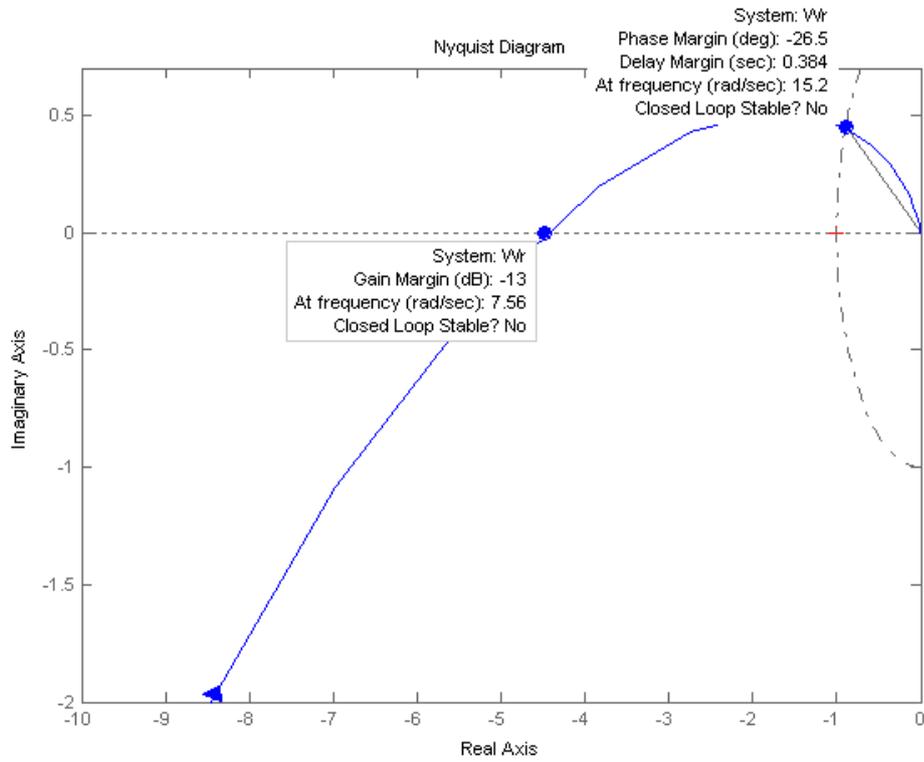


Рис. 2. Годограф устойчивости Найквиста.

Из годографа видно, что данная система не устойчива.

### 1.3. Построение логарифмических частотных характеристик исходной системы

Исходная система состоит из последовательно соединенных типовых динамических звеньев. Построение ЛАЧХ исходной разомкнутой системы  $L_{ucx}(\omega)$  выполняется следующим образом: через точку с координатами  $\omega=1$  и  $20 \lg 102,6 = 40,2$  дБ проводим прямую с наклоном -20 дБ/дек до первой сопрягающей частоты  $\omega_2 = 1/T_2$ . В данной работе  $\omega_2 = 2,86$ ,  $\omega_1 = 1/T_1 = 20$ . Далее – с  $\omega_2$  до  $\omega_1$   $L(\omega)$  имеет наклон -40 дБ/дек, а начиная с  $\omega_1$  наклон -60 дБ/дек. ЛФЧХ системы  $\varphi(\omega)$  строится суммированием  $\varphi(\omega)$  отдельных звеньев, т.е.

$$\varphi_{ucx}(\omega) = -90^\circ - \arctg T_2 \omega - \arctg T_1 \omega \quad (7)$$

Задаваясь различными значениями  $\omega$  по формуле (7) рассчитываем  $\varphi_{ucx}(\omega)$ . (рис. 3)

$\omega$	0,01	0,1	1	10	100	1000
$\varphi_{ucx}(\omega)$	-90,23	-92,29	-112,15	-192,62	-257,05	-268,69

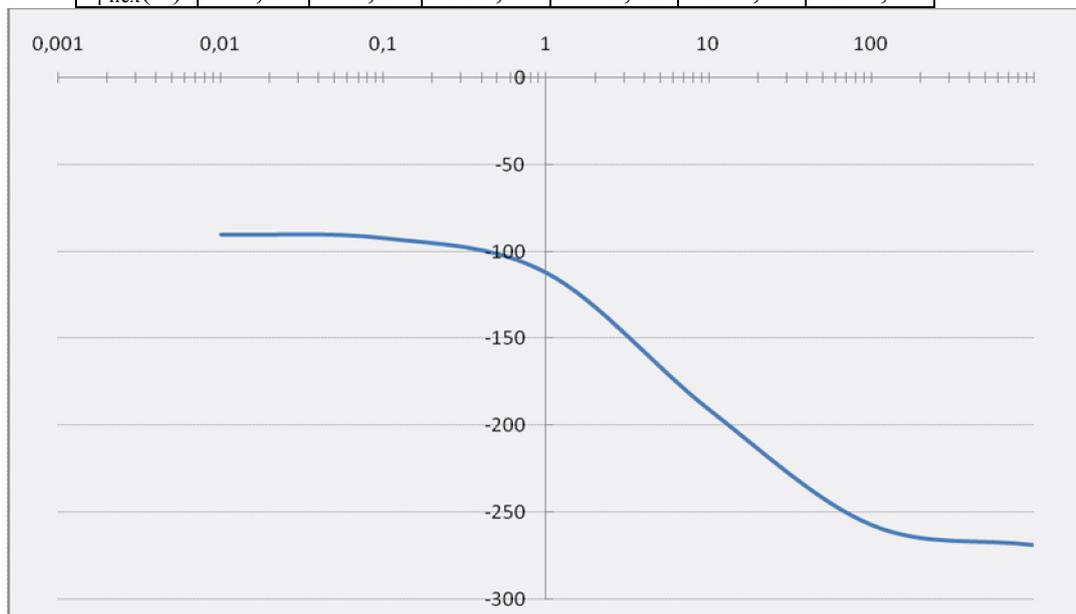


Рис. 3. ЛФЧХ исходной системы

Используя программу MatLab строим ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. Для этого необходимо применить команду *bode* (рис. 4.)

`>> bode(Wr)`

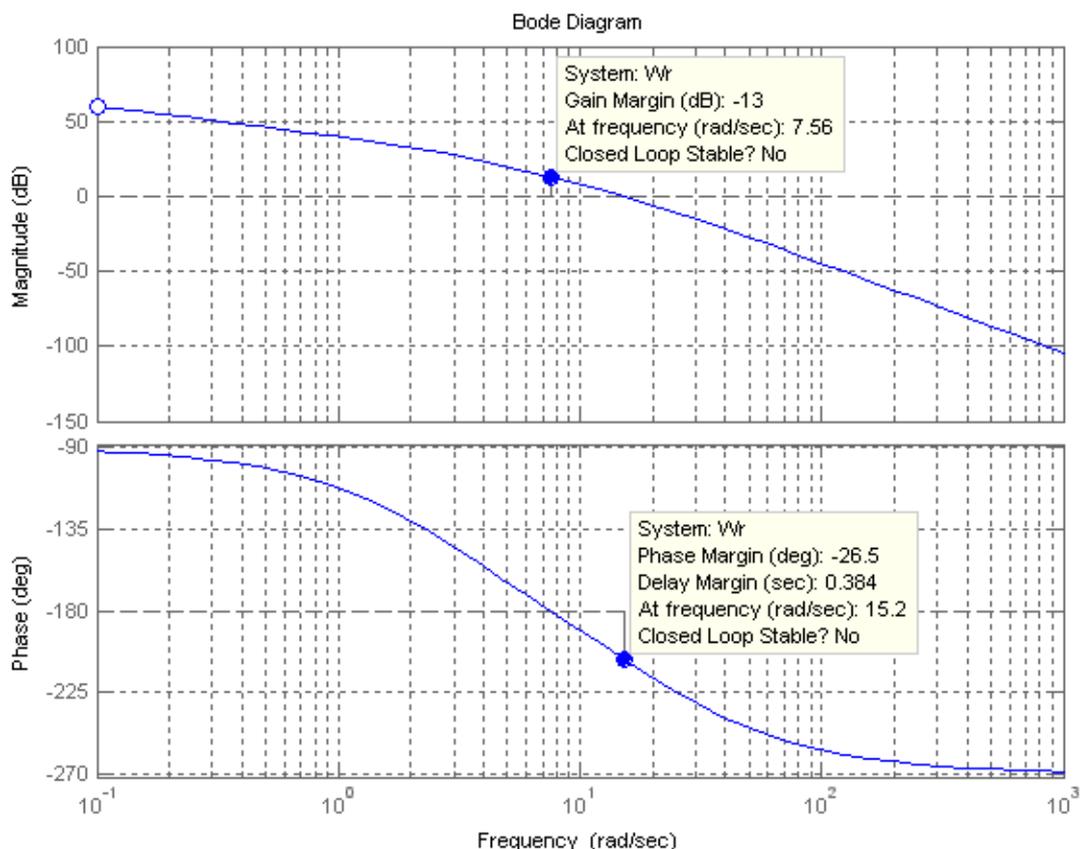


Рис. 4. ЛАЧХ и ЛФЧХ исходной системы

Согласно логарифмическому критерию устойчивости исходная замкнутая система неустойчива, т.к.  $\omega_{cp.usx} > \omega_{зам.usx}$ . Этот вывод подтверждает правильность вывода, полученного ранее на основе критерия устойчивости Найквиста.

#### 1.4. Построение желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ системы

Желаемая логарифмическая характеристика разомкнутой системы строится на основе требований, предъявляемых к проектируемой системе: требуемый коэффициент усиления, порядок астатизма системы, допустимое время переходного процесса, допустимая величина перерегулирования.

Низкочастотная часть амплитудной характеристики определяется коэффициентом усиления системы в разомкнутом состоянии и порядком её астатизма. Частотный интервал низкочастотной части характеристики лежит в пределах от минимальных начальных частот до частоты первого сопряжения аппроксимированной характеристики. Наклон начального низкочастотного отрезка характеристики определяется величиной  $-20\nu$  дБ/дек, где  $\nu$  - порядок астатизма системы.

Указанный начальный отрезок характеристики должен переходить через точку с ординатой, равной  $20\lg K$  и абсциссой  $\omega=1$ , где  $K$  – требуемый коэффициент усиления системы, т.е. эта часть должна совпадать с низкочастотной частью исходной системы, для упрощения корректирующих средств.

Среднечастотная часть амплитудной характеристики является наиболее существенной частью характеристики, т.к. её вид определяет в основном качество переходного процесса системы.

При частоте среза наклон ЛАЧХ должен быть  $-20$  дБ/дек, а частота среза  $\omega_{cp}$  определяется требуемым временем переходного процесса и допустимым перерегулированием:

$\omega_{cp} \geq \frac{a_0 \pi}{t_n}$ , где коэффициент  $a_0$  выбирается в зависимости от допустимой величины перерегулирования.

В данной курсовой работе, при  $\sigma = 27\%$ ,  $a_0 = 3,4$ , следовательно

$$\omega_{cp} \geq \frac{3,4 \cdot 3,14}{0,3} = 35,6$$

$$Lg\omega_{cp ж} = 1,55$$

Среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ проводится влево и вправо до достижения модулей равных  $L_1, L_2$ . При  $\sigma = 27\%$ ,  $L_2 = 14$ ,  $L_1 = 12$ .  $L_1$  соответствует  $\omega_{2ж}$ , а  $L_2$  соответствует  $\omega_{3ж}$ . При этом следует иметь в виду, что чем больше величины интервалов  $\omega_{2ж} - \omega_{cp.ж}$  и  $\omega_{cp.ж} - \omega_{3ж}$ , тем меньше перерегулирование. Поэтому окончательный выбор этих интервалов должен быть согласован с требованием к переходному процессу.

Сопряжение центрального отрезка ЛАЧХ с низкочастотной частью производится прямой с наклоном  $-40$  дб/дек  $\div$   $-60$  дб/дек.

При построении желаемой ЛАЧХ желательно, чтобы она как можно меньше отличалась от исходной ЛАЧХ. Это необходимо для упрощения корректирующих средств. При формировании желаемой ЛАЧХ можно увеличить, если это необходимо для совпадения асимптот, запасы по модулю  $L_1$  и  $-L_2$ , т.к. такое увеличение только повысит качество системы.

На основе этих рекомендаций построим  $L_{жс}(\omega)$ . Через точку  $\omega_{cp.жс}$  проводим прямую с наклоном  $-20$  дб/дек до пересечения с точками  $L_1$  и  $L_2$ . От точки  $\omega_{2жс}$  проводим линию под углом в  $-40$  дб/дек до сопряжения с исходной ЛАЧХ, а от точки  $\omega_{3жс}$  вниз под углом в  $-60$  дб/дек. (рис. 5).

По виду  $L_{жс}(\omega)$  запишем передаточную функцию  $W_{жс}(p)$ :

$$W_{p.жс}(p) = \frac{K(1 + T_{2жс}p)}{p(1 + pT_{1жс})(1 + pT_{3жс})} \quad (8)$$

ЛФЧХ желаемой системы вычисляется по формуле:

$$\varphi_{жс}(\omega) = -90^0 - \arctg T_{1жс} \omega + \arctg T_{2жс} \omega - \arctg T_{3жс} \omega \quad (9)$$

Для определения значений  $T_{1жс}, T_{2жс}, T_{3жс}$  воспользуемся данными полученными на рис 5.

$T_{1жс}$	31,25	$\omega_{1жс}$	0,032
$T_{2жс}$	3,57	$\omega_{2жс}$	0,28
$T_{3жс}$	0,19	$\omega_{3жс}$	5,4

$\omega$	0,01	0,1	1	10	100	1000
$\varphi_{исх}(\omega)$	-105,415	-143,662	-114,301	-153,051	-177,051	-179,705

$\varphi_{жс}(\omega)$ , построенная на основе формулы (9) приведена на рис.6.

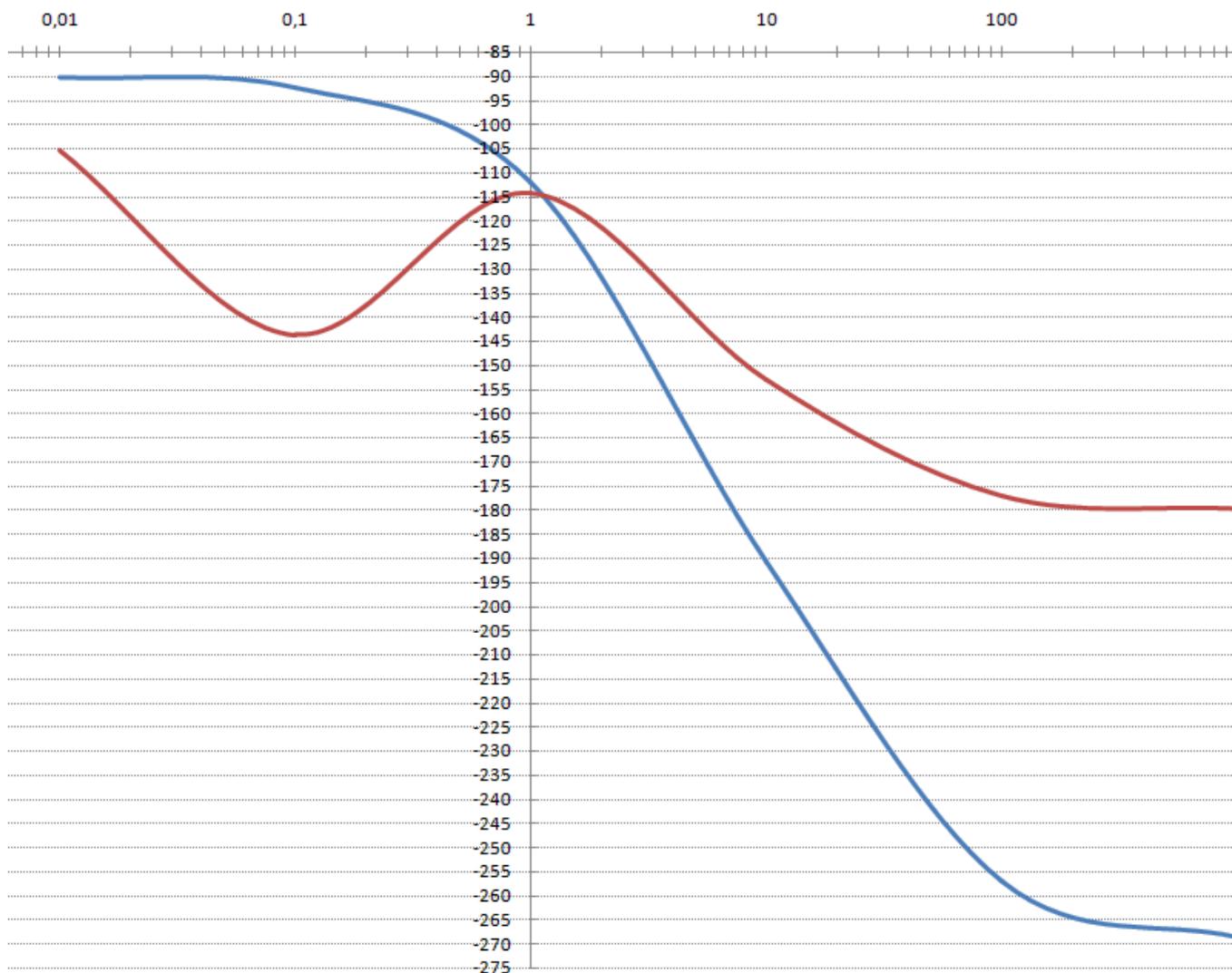


Рис. 6. ЛФЧХ исходной и желаемой систем

Для определения запасов устойчивости по амплитуде и по фазе воспользуемся программой MatLab. Введем в нее передаточную функцию желаемой системы:

```

Kob =
    102.6000
>> T1j=31.5
T1j =
    31.5000
>> t2j=2.57
t2j =
    2.5700
>> T3j=0.19
T3j =
    0.1900
>> Wrj=tf([Kob*t2j Kob],[T1j*T3j T1j+T3j 1 0])
Transfer function:
    263.7 s + 102.6
-----
    5.985 s^3 + 31.69 s^2 + s
>> bode(Wrj)

```

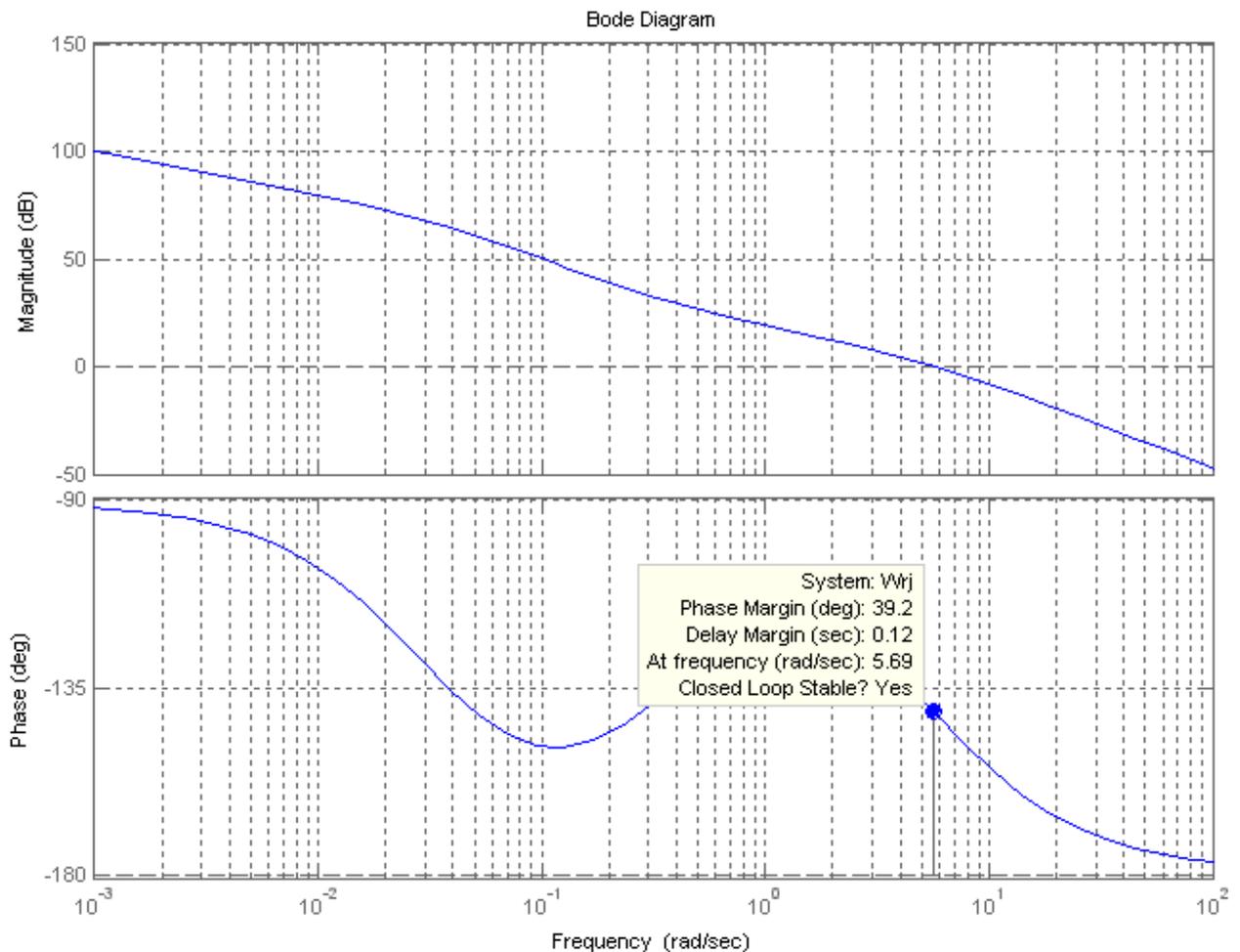


Рис. 7. ЛФЧХ желаемой систем

По  $\varphi_{жс}(\omega)$  определяем запас по амплитуде  $\Delta L$  и запас по фазе  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta L = \infty$ ,  $\Delta\varphi = 39,2^\circ$ . Эти запасы достаточны для обеспечения перерегулирования  $\sigma \leq 22\%$ .

### 1.5. Выбор корректирующего устройства при параллельной коррекции с помощью ЛАЧХ

Для обеспечения требуемых динамических показателей к системе применяются следующие виды коррекции: последовательная, параллельная, смешанная. Каждый из этих видов коррекции имеет недостатки и достоинства.

Порядок выполнения расчёта при параллельной коррекции:

1. Строится ЛАЧХ исходной системы  $L_{исх}(\omega)$ .
2. По техническим требованиям, предъявленным к проектируемой системе к переходному процессу в ней, строится ЛАЧХ желаемой системы  $L_{жс}(\omega)$ .
3. По известным ЛАЧХ строятся соответствующие им логарифмические фазовые частотные характеристики (ЛФЧХ).
4. Вычитанием ЛАЧХ желаемой системы из ЛАЧХ исходной системы получают суммарную ЛАЧХ корректирующего устройства и звеньев, охваченных этим корректирующим устройством, т.е. находят  $L_{о.с.}(\omega) + L_{охв}(\omega)$ .
5. Намечают место включения корректирующего устройства, после чего определяют  $L_{охв}(\omega)$ .
6. Вычитая из суммарной ЛАЧХ, ЛАЧХ соответствующую характеристике охваченных звеньев  $L_{охв}(\omega)$ , определяют ЛАЧХ корректирующего устройства

$$[L_{о.с.}(\omega) + L_{охв}(\omega)] - L_{охв}(\omega) = L_{о.с.}(\omega) \quad (9)$$

7. По найденной ЛАЧХ корректирующего устройства находят наиболее простое его техническое исполнение.

При последовательной коррекции вместо пунктов 4, 5, 6 вычитанием ЛАЧХ исходной системы из ЛАЧХ желаемой системы определяется ЛАЧХ корректирующего элемента, т.е.

$$L_{к}(\omega) = L_{исх}(\omega) - L_{жс}(\omega) \quad (10)$$

Применение параллельной или последовательной коррекции зависит от свойств исходной системы и требований к ней. В некоторых случаях поставленная задача решается с помощью смешанной коррекции.

Для данной курсовой работы осуществляем параллельную коррекцию. Параллельным корректирующим элементом охватываем звено с передаточной функцией

$$W_{оув}(p) = \frac{K_2}{1 + T_1 p} \quad (11)$$

$$W_{оув}(p) = \frac{19}{1 + 0.05p}$$

Выполняя пункты 1-7, находим ЛАЧХ и схему корректирующего элемента, пользуясь таблицами корректирующих звеньев постоянного тока. При выборе необходимо стремиться к реализации  $L_k(\omega)$  одним звеном.

В данном случае передаточная функция корректирующего устройства имеет вид

$$W_k(p) = \frac{G_0 (T_{ж1} p + 1)(T_2 p + 1)}{(T_{ж2} p + 1)(T_{ж3} p + 1)} \quad (12)$$

Коэффициент  $G_0$  и постоянные времени  $T_{ж1}$ ,  $T_{ж2}$ ,  $T_{ж3}$  и  $T_2$  данного звена мы получили с помощью программы Matlab. В данной схеме мы используем блок NCD Outport. Он позволяет нам оптимизировать параметры корректирующего устройства.

Структурная схема скорректированной системы представлена на рис. 8

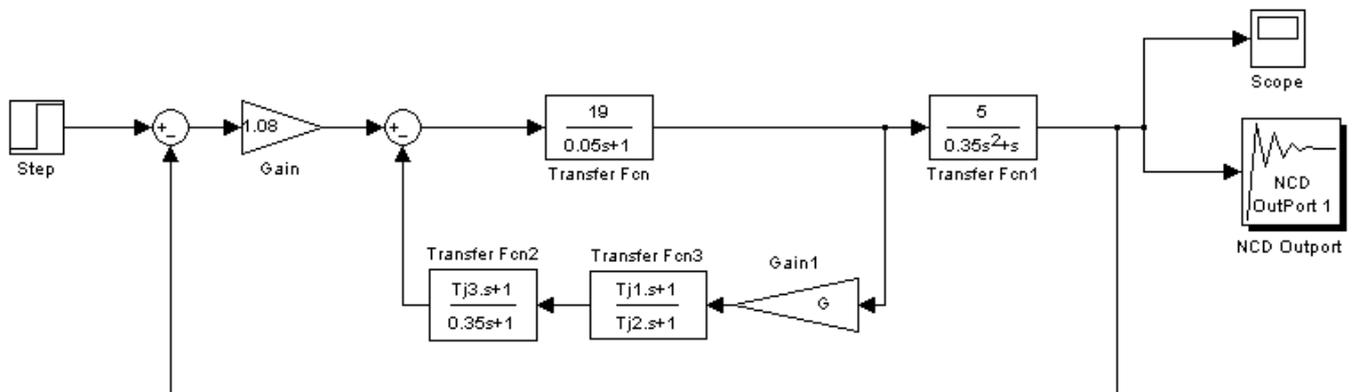


Рис. 8. Структурная схема скорректированной системы

В окне Optimization Parameters блока NCD устанавливаем параметры, которые необходимо оптимизировать, а также их верхние и нижние пределы (рис. 9).

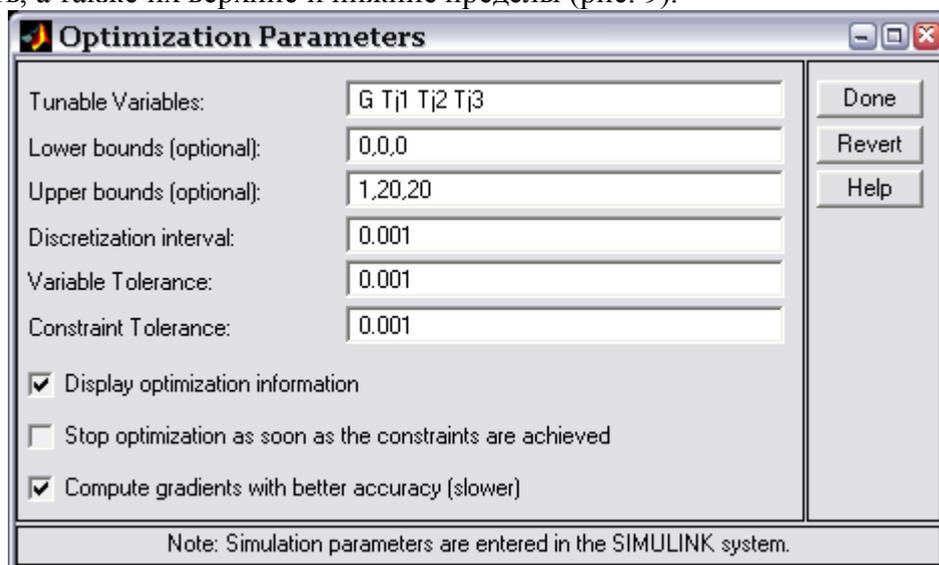


Рис. 9. Окно настройки параметров оптимизации

Так же настраиваются и параметры входного сигнала (рис. 10)

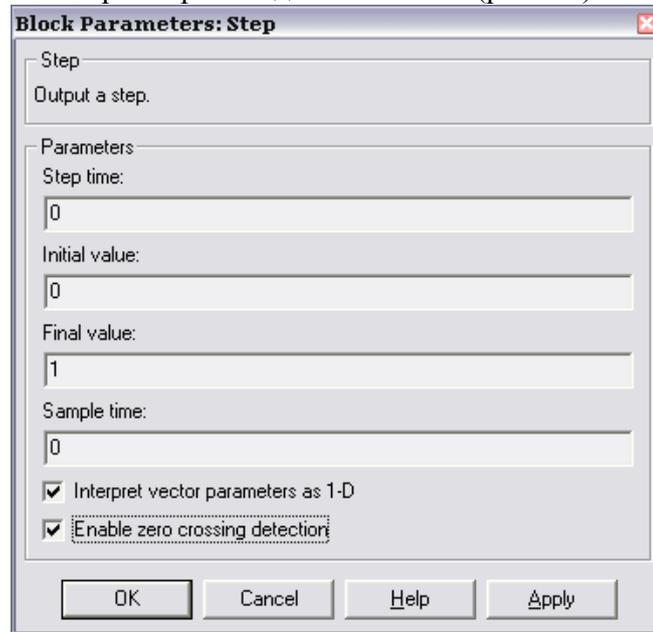


Рис. 10. Окно настройки параметров входного сигнала

В командном окне программы Matlab введем начальные параметры корректирующего устройства:

```
>> G=0.01
G =
    0.0100
>> Tj1=0.01
Tj1 =
    0.0100
>> Tj2=0.01
Tj2 =
    0.0100
>> Tj3=0.01
Tj3 =
    0.0100
```

Настроив параметры коридора оптимизации в соответствии с заданными в условии данными проведем оптимизацию параметров корректирующего устройства (рис. 11)

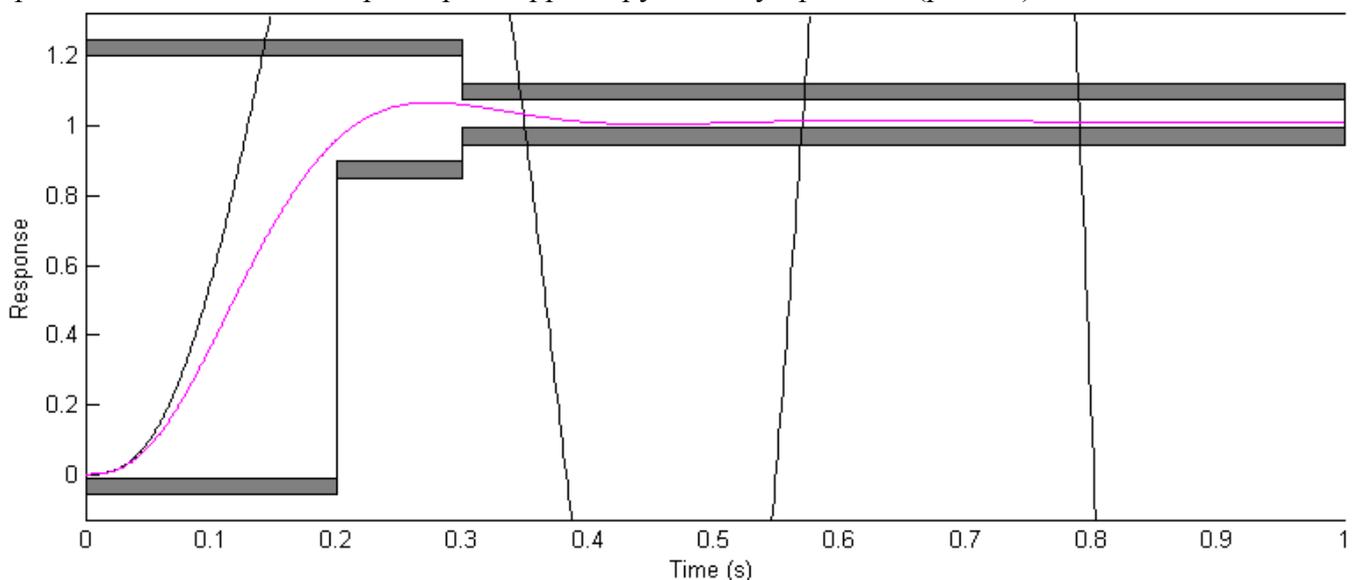


Рис. 11. Оптимизация параметров корректирующего устройства

В результате процесса оптимизации получаем следующие значения:

```
>> G
G =
    0.4407
>> Tj1
Tj1 =
    0.0194
>> Tj2
Tj2 =
    1.1394
>> Tj3
Tj3 =
    1.4763
```

Подставив полученные числовые коэффициенты корректирующего устройства в структурную схему (рис. 12) получим график переходного процесса линейной САУ (рис. 13).

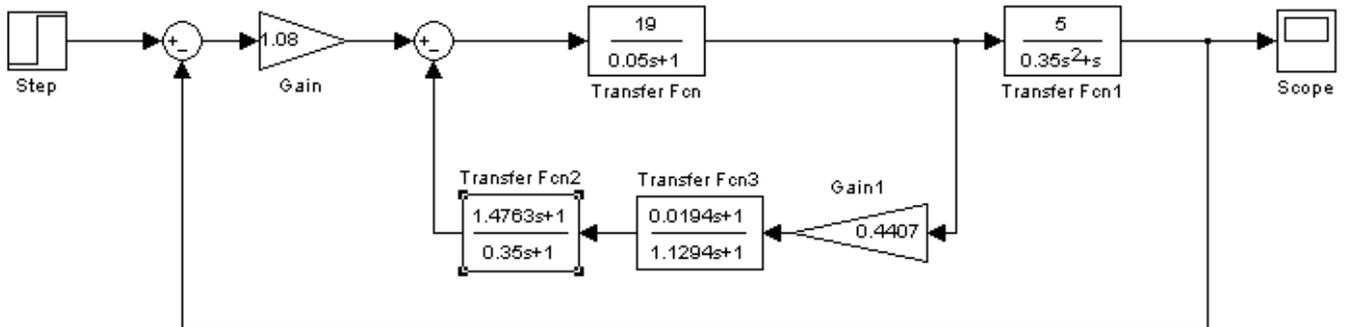


Рис. 12. Структурная схема скорректированной системы

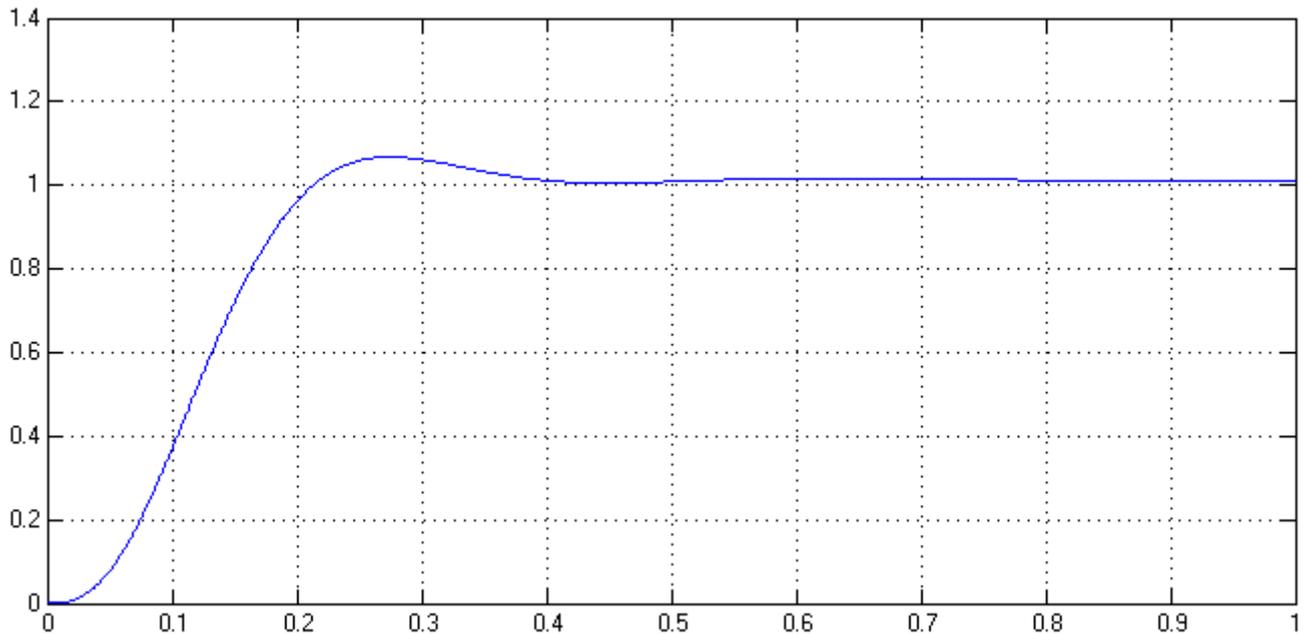


Рис. 13. Переходной процесс скорректированной системы.

Это корректирующее устройство реализуется последовательным соединением двумя пассивными типовыми корректирующими звеньями: реальным дифференцирующим и реальным интегрирующим (рис. 14 а, б).

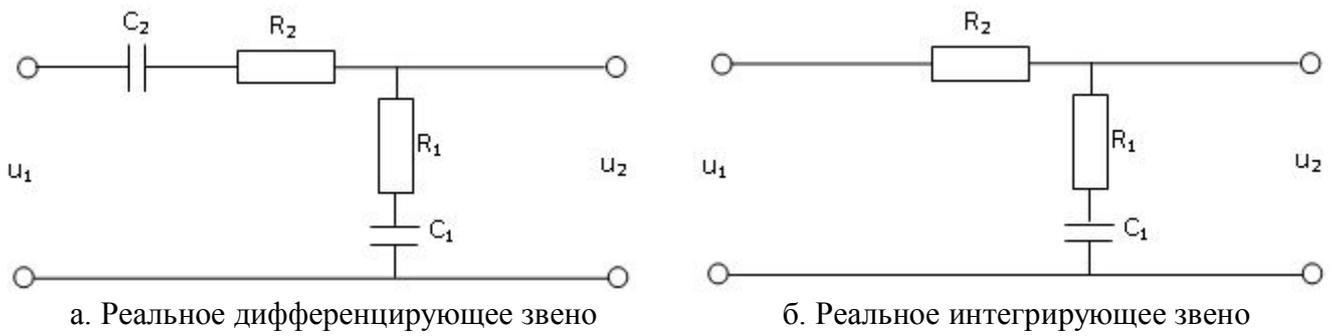


Рис. 14. Корректирующие звенья

Расчёт резисторов и конденсаторов осуществляется на основе формул, приведённых в таблицах с использованием числовых данных передаточной функции корректирующего устройства:

Реальное дифференцирующее звено

$$T_{j1} = R_2 C_1$$

$$T_{j2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) T_{j1}$$

Реальное интегрирующее звено

$$T_2 = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) T_{j3}$$

$$T_{j3} = R_1 C_1$$

Примем  $C_1 = 100 \text{ мкФ} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ ,

Тогда

Реальное дифференцирующее звено

$$R_2 = \frac{T_{j1}}{C_1} = \frac{0.0194}{10^{-4}} = 194 \text{ Ом} ,$$

$$1,1394 = \frac{10^{-4}}{10^{-4} + 10^{-4}} \left( 1 + \frac{194}{R_1} \right) 0,0194$$

$$R_1 = 1.66 \text{ Ом}$$

Реальное интегрирующее звено

$$R_1 = \frac{T_{j3}}{C_1} = \frac{1.4763}{10^{-4}} = 14763 \text{ Ом} = 14,8 \text{ КОм}$$

$$\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = \frac{T_2}{T_{j3}} = \frac{0.35}{1.4763} = 0.24$$

$$R_2 = 14.8 \cdot 0.76 = 11.3 \text{ КОм}$$

При необходимости (когда число неизвестных больше чем число уравнений) задаются параметрами отдельных элементов. При расчете необходимо уделить внимание согласованию входных и выходных сопротивлений звеньев. Для этого необходимо выполнения условия  $Z_{\text{вых1}} \leq Z_{\text{вх2}}$  (в 10 ÷ 50 раз) или между корректирующими элементами включаются согласующие устройства.

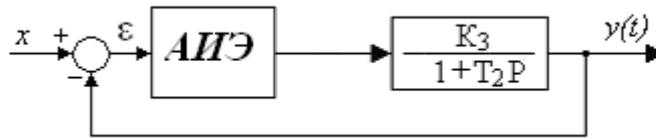
По результатам расчёта построен график  $h(t)$  (рис.8). Из графика определяем величину перерегулирования  $\sigma = \frac{h_{\text{max}} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\% = \frac{1.01 - 1.0}{1.0} \cdot 100\% = 10\%$  и время переходного

процесса  $t_n = 0.3$  сек. Показатели переходного процесса скорректированной системы удовлетворяют поставленным требованиям к проектируемой системе.

## ЧАСТЬ 2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ САУ

Исходными данными для расчёта являются:

а) структурная схема



Параметры имп. элем.	
Т, с	γ
1	0,4

б) коэффициенты передачи элементов:

$$K_3 = 5$$

в) постоянная времени элементов:

$$T_2 = 0,3 \text{ с}$$

г) параметры импульсного элемента:

- коэффициент передачи импульсного элемента  $K_1=1$ ;
- период повторения импульсного элемента  $T_n=1\text{с}$ ;
- относительная длительность импульсов  $\gamma = 0,4$

### 2.1. Анализ устойчивости импульсной системы с помощью аналога критерия Гурвица

Для анализа устойчивости линейной импульсной системы её структурная схема предварительно приводится к расчётной форме. При этом амплитудно-импульсный элемент представляется в виде последовательно соединённых идеального импульсного элемента, преобразующего непрерывный сигнал в  $\delta$  – импульсы и формирующего элемента, формирующего из  $\delta$  – импульсов импульсы реальной формы. Передаточная функция формирующего элемента  $W_{\text{ф.э.}}(P)$  имеет вид

$$W_{\text{ф.э.}}(P) = K_H \frac{1 - e^{-\gamma TP}}{P} \quad (19),$$

где  $K_H=K_1=1$ .

Можно использовать более упрощённое выражение  $W_{\text{ф.э.}}(P) \approx \gamma T$ , полученное из (19) разложением в ряд Маклорана при допущении, что  $\gamma \ll T_n$ . Относя  $W_{\text{ф.э.}}(P)$  к непрерывной части, получаем передаточную функцию непрерывной части. Далее анализ устойчивости проводится по следующей схеме

$$W_{\text{ПНЧ}}(P) \rightarrow W_p(Z) = Z\{W_p(Z)\} \rightarrow W_3(Z) = \frac{W_p(Z)}{1 + W_p(Z)} \rightarrow \frac{C(Z)}{D(Z)} \rightarrow D(Z) = 0 \rightarrow D(w) \approx D(Z)|_Z = \frac{1+w}{1-w} \rightarrow$$

→ критерий Гурвица

Определим  $W_{\text{ПНЧ}}(P)$  для данной системы:

$$W_{\text{ПНЧ}}(p) = \gamma T_n \frac{K_3}{p(1 + pT_2)} = 0,4 \frac{5}{0,35p^2 + p} = \frac{2}{0,35p^2 + p}.$$

Передаточную функцию разомкнутой импульсной системы определим, используя таблицу Z-преобразований:

$$W_p(z) = z \left\{ \gamma \cdot T_n \frac{K_3}{p(1 + pT_2)} \right\} = z \left\{ \frac{2}{0,35p^2 + p} \right\} = \frac{1,34z + 0,5449}{z^2 - 1,057z + 0,05743}$$

Передаточная функция замкнутой импульсной системы равна:

$$W_3(Z) = \frac{W_p}{1 + W_p} = \frac{1,34z + 0,5449}{z^2 + 0,28z + 0,6024}$$

Делая подстановку  $z = \frac{1+w}{1-w}$  и приравнявая  $D(w) = 0$ , получим

$$-0.79w^2 + 0.79w + 1.89 = 0$$

$$\Delta = -1,27$$

Данная импульсная система неустойчива, т.к. по аналогу критерия Гурвица для устойчивости системы второго порядка значения определителей первого и второго порядков должны быть строго больше 0.

## 2.2. Построение переходного процесса в линейной импульсной системе топологическим методом

Одним из современных методов расчёта импульсных систем, приспособленных к использованию ЦВМ, является топологический метод.

Топологический метод основан на использовании динамических графовых моделей и графов переходных состояний (ГПС). ГПС базируется на понятии пространства состояний. Состояние – это минимальная совокупность параметров, содержащая всю информацию о предыстории объекта, необходимую для суждения о его поведении в будущем, т.е. для определения реакции на произвольные входные воздействия.

Множество вершин ГПС представляет переменные состояния. ГПС импульсных систем содержат подграфы, показывающие изменение переменных состояний в моменты квантования.

Эти подграфы соответствуют уравнению переходных состояний

$$\vec{V}(n^+) = \vec{B} \cdot \vec{V}(n), \quad (21)$$

где  $\vec{V}(n^+)$  - вектор состояния в момент замыкания импульсных элементов;

$\vec{B}$  - матрица связи;

$\vec{V}(n)$  - вектор состояния в момент, предшествующий квантованию.

Вектор состояния в следующий момент времени определяется следующим образом:

$$\vec{V}(n+1) = \vec{H}V(n^+) \quad (22)$$

где  $\vec{H} = L^{-1}\{\vec{H}(p)\}$  (23)

$H(p)$  определяется из графа переходных состояний системы:

$$H_i(p) = \frac{V_i(n+1)}{V_i(n)} \quad (24)$$

Для вычисления  $H_i(p)$  используется формула Мезона, которая имеет вид

$$H_i(p) = \frac{[(P_1 + P_2 + \dots + P_n)(1-L_1)(1-L_2)\dots(1-L_m)]^*}{[(1-L_1)(1-L_2)\dots(1-L_m)]^*}, \quad (25)$$

где знак (\*) означает: «Опустить члены, содержащие произведения касающихся контуров и путей»;

$P_i$  - передачи путей от переменной вершины  $V_i(nT)$  к вершине  $V_i(n+1, T)$ ;

$L$  – передачи контуров в схеме.

Структуры  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  зависят от специфики конкретной импульсной системы. При составлении ГПС импульсных систем необходимо учитывать физику работы системы, что приводит к существенному уменьшению вычислений.

На основе этих общих положений и рекомендаций построим ГПС для данной импульсной системы, который состоит из двух подграфов, соответствующих времени наличия импульсов и отсутствия импульса (паузы) (рис.15). Единичное входное воздействие учтено дугой с передачей  $1/p$ .

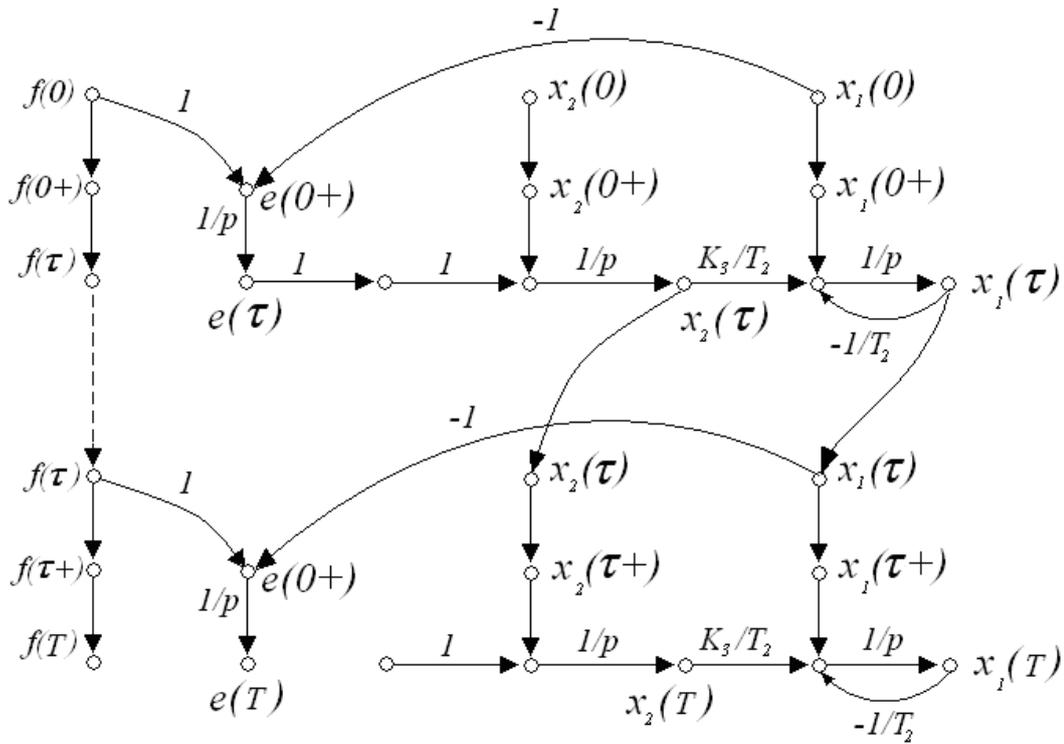


Рис. 15. ГПС импульсной САУ.

Составляем матрицу для вычисления переменных в моменты времени  $nT + \tau$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\tau$  – длительность импульса.

$$\begin{bmatrix} e(nT + \tau) \\ x_2(nT + \tau) \\ x_1(nT + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & a_{13}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & a_{23}(t) \\ a_{31}(t) & a_{32}(t) & a_{33}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e(nT^+) \\ x_2(nT^+) \\ x_1(nT^+) \end{bmatrix} \quad (26)$$

и в момент времени  $(n+1)T$

$$\begin{bmatrix} e(n+1, T) \\ x_2(n+1, T) \\ x_1(n+1, T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11}(t) & a'_{12}(t) & a'_{13}(t) \\ a'_{21}(t) & a'_{22}(t) & a'_{23}(t) \\ a'_{31}(t) & a'_{32}(t) & a'_{33}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e(nT + \tau)^+ \\ x_2(nT + \tau)^+ \\ x_1(nT + \tau)^+ \end{bmatrix} \quad (27)$$

Находим оригиналы для первого интервала времени при помощи программы Matlab

$a_{11}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \right\} = 1$	<pre>&gt;&gt; syms s &gt;&gt; a11=1/s a11 = 1/s &gt;&gt; ilaplace(a11) ans = 1</pre>	$a_{31}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K_3}{p^2(1 + pT_2)} \right\} =$ $= 5t + 1.75e^{-2.8t} - 1.75$	<pre>&gt;&gt; syms s &gt;&gt; a31=5/(s^2*(0.35*s+1)) a31 = 5/s^2/(7/20*s+1) &gt;&gt; ilaplace(a31) ans = 5*t-7/4+7/4*exp(-20/7*t)</pre>
$a_{21}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p^2} \right\} = t$	<pre>&gt;&gt; syms s &gt;&gt; a21=1/s^2 a21 = 1/s^2 &gt;&gt; ilaplace(a21) ans = t</pre>	$a_{32}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K_3}{p(pT_2 + 1)} \right\} =$ $= -5e^{-2.8t} + 5$	<pre>&gt;&gt; syms s &gt;&gt; a32=5/(s*(0.35*s+1)) a32 = 5/(7/20*s+1)/s &gt;&gt; ilaplace(a32) ans = -5*exp(-20/7*t)+5</pre>

$a_{22}(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\} = 1$	<pre>&gt;&gt; a22=1/s a22 = 1/s &gt;&gt; ilaplace(a22) ans = 1</pre>	$a_{33}(t) = L^{-1}\left\{\frac{T_2}{T_2 p + 1}\right\} = e^{-3.3t}$	<pre>&gt;&gt; syms s &gt;&gt; a33=0.3/(0.3*s+1) a33 = 3/10/(3/10*s+1) &gt;&gt; ilaplace(a33) ans = exp(-10/3*t)</pre>
--	--	--	---

$$a_{12}(t) = a_{13}(t) = a_{23}(t) = 0$$

для второго интервала времени:

$$a_{11}'(t) = a_{11}(t); \quad a_{22}'(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{p}\right\} = 1;$$

$$a_{32}'(t) = a_{32}(t); \quad a_{33}'(t) = a_{33}(t); \quad a_{12}'(t) = a_{13}'(t) = a_{21}'(t) = a_{23}'(t) = a_{31}'(t) = 0.$$

Подставим  $t = \tau = \gamma T = 0.4 \cdot 1 = 0.4c$  (для первого интервала) и

$t = T_n - \tau = 1 - 0.4 = 0.6c$  (для второго интервала) и вычислим

$$a_{11} = 1; \quad a_{22} = 1; \quad a_{21} = 0.4; \quad a_{31} = 0.82; \quad a_{32} = 3.37; \quad a_{33} = 0.28;$$

$$a_{22}' = 1; \quad a_{32}' = 4.07; \quad a_{33}' = 1.14$$

Вычислим значения переменных:  $e(t)$ ,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , учитывая, что

$$x_1(nT^+) = x_1(nT); \quad x_2(nT^+) = x_2(nT);$$

$$e(nT^+) = f(nT) - x_1(nT) \text{ и начальные условия}$$

$$x_1(0) = x_2(0) = 0; \quad f(0) = 1$$

Шаг 1.  $e(0^+) = f(0) - x_1(0) = 1 - 0 = 1$

$$\begin{bmatrix} e(\tau) \\ x_2(\tau) \\ x_1(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.82 & 3.37 & 0.27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \\ 0.82 \end{bmatrix}$$

Шаг 2.  $e(\tau^+) = f(\tau) - x_1(\tau) = 1 - 0.82 = 0.18$

$$\begin{bmatrix} e(T) \\ x_2(T) \\ x_1(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4.07 & 1.14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.4 \\ 0.82 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.4 \\ 2.56 \end{bmatrix}$$

Шаг 3.  $e(T^+) = f(T) - x_1(T) = 1 - 2.56 = -1.56$

$$\begin{bmatrix} e(T + \tau) \\ x_2(T + \tau) \\ x_1(T + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.82 & 3.37 & 0.27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1.56 \\ 0.4 \\ 2.56 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.56 \\ -0.22 \\ 4.42 \end{bmatrix}$$

Шаг 4.  $e(T + \tau) = f(T + \tau) - x_1(T + \tau) = 1 - 4.42 = -3.42$

$$\begin{bmatrix} e(2T) \\ x_2(2T) \\ x_1(2T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4.07 & 1.14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3.42 \\ -0.22 \\ 4.42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.42 \\ -0.22 \\ 4.14 \end{bmatrix}$$

Шаг 5.  $e(2T^+) = f(2T) - x_1(2T) = 1 - 4.14 = -3.14$

$$\begin{bmatrix} e(2T + \tau) \\ x_2(2T + \tau) \\ x_1(2T + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.82 & 3.37 & 0.27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3.14 \\ -0.22 \\ 4.14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.14 \\ -0.31 \\ -5.7 \end{bmatrix}$$

Шаг 6.  $e(2T + \tau^+) = f(2T + \tau) - x_1(2T + \tau) = 1 + 5.7 = 6.7$

$$\begin{bmatrix} e(3T) \\ x_2(3T) \\ x_1(3T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4.07 & 1.14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6.7 \\ -0.31 \\ -5.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.7 \\ -0.31 \\ -5.24 \end{bmatrix}$$

Шаг 7.  $e(3T^+) = f(3T) - x_1(3T) = 1 + 5.24 = 6.24$

$$\begin{bmatrix} e(3T + \tau) \\ x_2(3T + \tau) \\ x_1(3T + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.82 & 3.37 & 0.27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6.24 \\ -0.31 \\ -5.24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.24 \\ -2.19 \\ 2.66 \end{bmatrix}$$

Шаг 8.  $e(3T + \tau^+) = f(3T + \tau) - x_1(3T + \tau) = 1 - 2.66 = -1.66$

$$\begin{bmatrix} e(4T) \\ x_2(4T) \\ x_1(4T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4.07 & 1.14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1.66 \\ -2.19 \\ 2.66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.66 \\ -2.19 \\ -5.88 \end{bmatrix}$$

Шаг 9.  $e(4T^+) = f(4T) - x_1(4T) = 1 + 5.88 = 6.88$

$$\begin{bmatrix} e(4T + \tau) \\ x_2(4T + \tau) \\ x_1(4T + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.82 & 3.37 & 0.27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6.88 \\ -2.19 \\ -5.88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.88 \\ 2.56 \\ -3.33 \end{bmatrix}$$

Шаг 10.  $e(4T + \tau^+) = f(4T + \tau) - x_1(4T + \tau) = 1 + 3.33 = 4.33$

$$\begin{bmatrix} e(4T) \\ x_2(4T) \\ x_1(4T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4.07 & 1.14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3.33 \\ 2.56 \\ 4.33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.33 \\ 2.56 \\ 15.36 \end{bmatrix}$$

Далее расчёт ведётся аналогичным образом.

$x_1$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$t$	0,82	2,56	4,42	4,14	-5,7	-5,24	2,66	-5,88	-3,33	15,36

По полученным данным построим график переходного процесса  $x_1(t)$ , из которого видно, что переходный процесс носит расходящийся характер (рис.16).

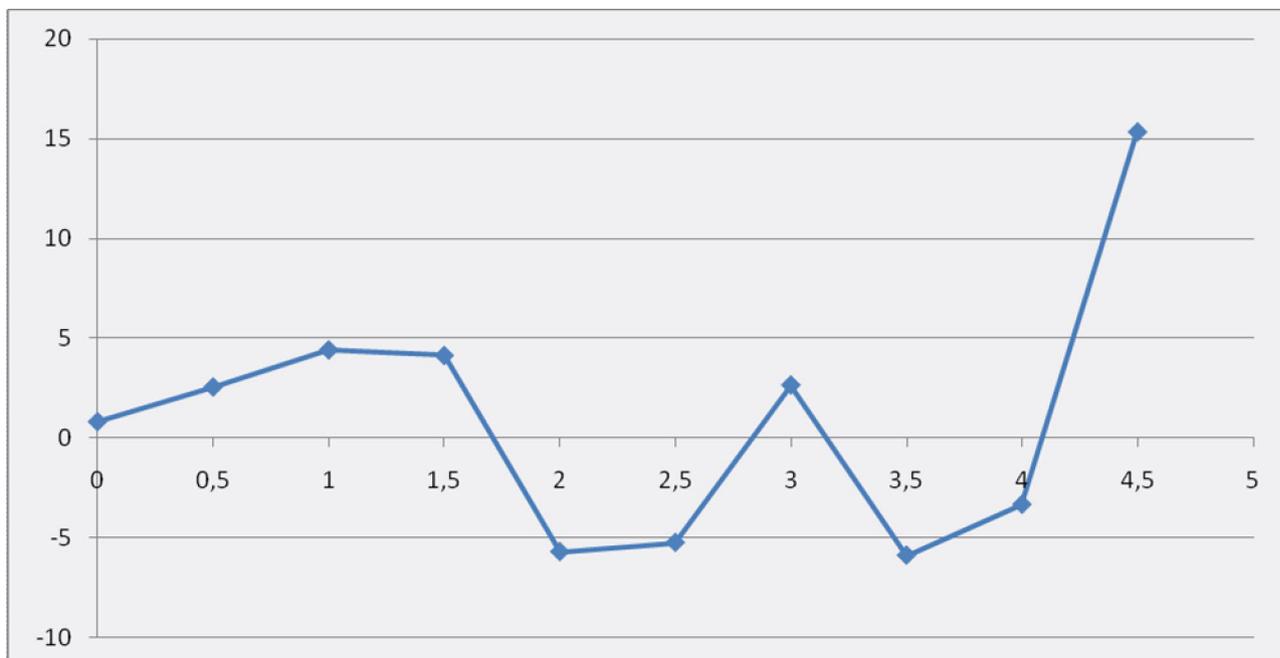


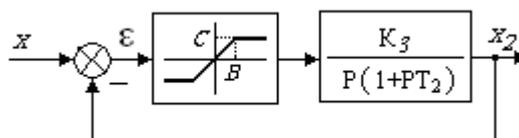
Рис.16. График переходного процесса в импульсной САУ.

### ЧАСТЬ 3. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ САУ

#### 3.1. Исследование нелинейной САУ методом фазового пространства

Исходными данными для расчёта являются:

а) структурная схема



Параметры нелинейного элемента				
Тип	B, В	C, В	Начальные условия	
			ε град	dε/dt
V	5	15	4	6

б) коэффициенты передачи и постоянные времени элемента:

$$K_3=5; T_2 = 0,35 \text{ с}$$

в) параметры нелинейного элемента:

$$B = 5 \text{ В}; C = 15 \text{ В}$$

г) начальные условия:

$$\varepsilon(0) = 4 \text{ град}; \quad \dot{\varepsilon}(0) = \frac{d\varepsilon}{dt} = 6$$

Построение фазовой траектории можно осуществлять двумя способами: непосредственным решением дифференциального уравнения и с помощью метода изоклин. Построим фазовую траекторию изображающей точки с заданными начальными условиями решением дифференциального уравнения. На основе заданной структурной схемы запишем дифференциальное уравнение вида:

$$T\ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = f(x) \quad (30)$$

Релейная функция  $F(x)$  имеет три постоянных значения:  $C$ ;  $0$ ;  $-C$ . Запишем уравнение (30) отдельно для каждого из трёх участков:

$$T\ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = -C \quad \text{при } \varepsilon \geq B \quad (31)$$

$$T\ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = C \quad \text{при } \varepsilon \leq -B \quad (32)$$

$$T\ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} = 0 \quad \text{при } |\varepsilon| < a \quad (33)$$

Таким образом, фазовая плоскость может быть разбита на три области. Границами этих областей служат две прямые  $\varepsilon = B$  и  $\varepsilon = -a$ .

Введём обозначение  $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \eta$  и уравнение (31) перепишем следующим образом:

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\eta}{T} - \frac{C}{T} \quad \text{при } \varepsilon \geq B \quad (34)$$

Для исключения времени  $t$  из уравнения (34) и разделения переменных произведём следующие преобразования.

Разделим уравнение (34) на  $\eta = \frac{d\varepsilon}{dt}$ ;

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{1}{T} - \frac{C}{T\eta} \quad \text{при } \varepsilon \geq B$$

или

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\eta + C}{T\eta} \quad \text{при } \varepsilon \geq B$$

отсюда

$$-\frac{T\eta}{C + \eta} d\eta = d\varepsilon \quad \text{при } \varepsilon \geq B \quad (35)$$

Первую часть уравнения (35) преобразуем следующим образом

$$\frac{T\eta}{C + \eta} = \frac{T\eta + TC - TC}{C + \eta} = T - \frac{TC}{C + \eta},$$

поэтому

$$d\varepsilon = -Td\eta + \frac{TC}{\eta + C} d\eta \quad \text{при } \varepsilon \geq B \quad (36)$$

Проинтегрируем уравнение (36)

$$\varepsilon = -T\eta + TC \cdot \ln|\eta + C| + d_1 \quad \text{при } \varepsilon \geq B \quad (37)$$

Проделав аналогичные операции с уравнениями (32) и (33), получим следующие решения:

$$\varepsilon = -T\eta - TC \cdot \ln|\eta - C| + d_2 \quad \text{при } \varepsilon \leq -B \quad (38)$$

$$\varepsilon = -T\eta + d_3 \quad \text{при } |\varepsilon| < B \quad (39)$$

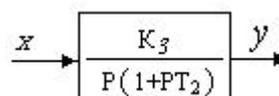
Итак, фазовая плоскость разбивается на три области (рис.14). В области I справа от граничной прямой  $\varepsilon = B$  располагается семейство интегральных кривых, построение которых производится по уравнению (37), а в области II слева от граничной прямой  $\varepsilon = -B$  - по уравнению (38). В области же III траекториями изображающей точки являются прямые линии, которые строятся по уравнению (39).

Для определения значения постоянной интегрирования  $d_1$ , в уравнение (37) подставим заданные значения начальных условий  $\varepsilon(0)$  и  $\eta(0)$ . Значения  $\varepsilon$  и  $\eta$  на границах областей служат для определения других постоянных интегрирования  $d_2$  и  $d_3$ . Далее, задаваясь значениями  $\eta$ , построим по формулам (37-39) фазовую траекторию (рис.14).

Фазовый портрет системы строится параллельно, перенося построенную фазовую траекторию вдоль оси  $OX$ . Как видно из рисунка, переходный процесс в системе при любых начальных условиях будет затухающим, причём при заданных начальных условиях процесс в системе заканчивается за два периода.

В данной курсовой работе фазовый портрет нелинейной САУ построим при помощи среды MatLab. Для этого запустим пакет Simulink программы MatLab и соберём структурную схему нелинейной системы. В структурную схему входят следующие элементы: Ground, Saturation, Sum, Gain, Transfer Fcn, Integrator, Scope и XY Graph.

Но сначала рассмотрим звено



Выходная величина  $y$  будет равна:

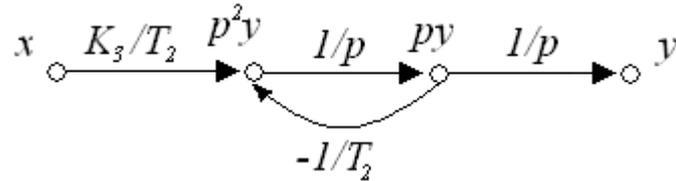
$$y = \frac{K_3 \cdot x}{p(1 + pT_2)} ; \text{ или}$$

$$yp(1 + pT_2) = K_3 \cdot x$$

$$p^2T_2y + py = K_3 \cdot x$$

$$p^2y = \frac{1}{T_2}(K_3 \cdot x - py)$$

Последнее выражение представим виде графа



Используя полученный граф построим данную нам систему в программе Matlab (рис. 17).

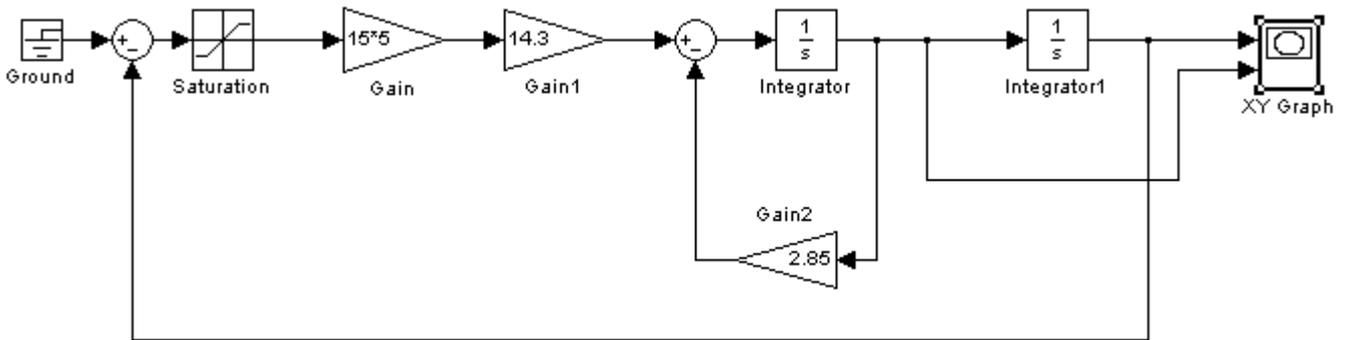
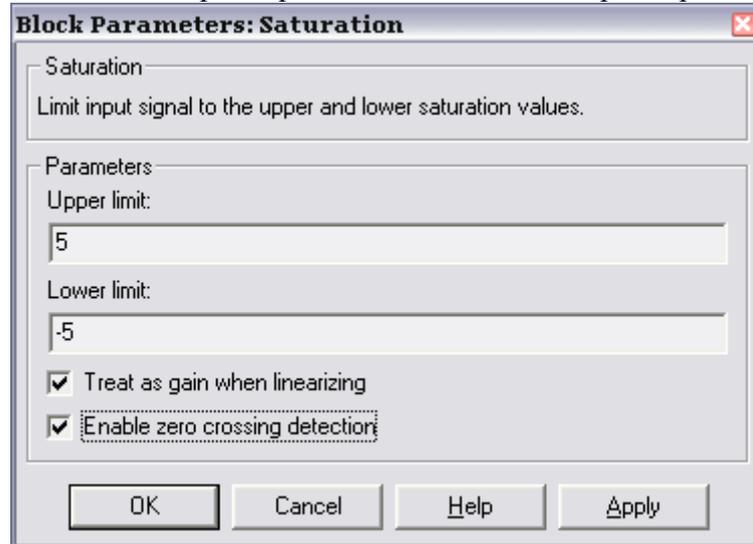
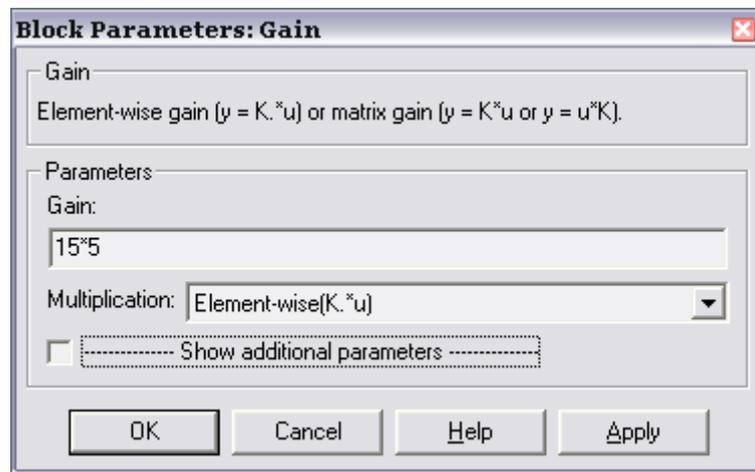


Рис. 17. Структурная схема нелинейной системы в MatLAB

Данный по заданию нелинейный элемент представим в виде двух последовательно соединенных блоков: Saturation с параметрами  $-B$  и  $B$  и Gain с параметрами  $B \cdot C$ ,





Для блоков Integrator и Integrator1 в параметре Initial conditions установим значения начальных условий нелинейного элемента, равные  $\varepsilon(0) = 4$  и  $\dot{\varepsilon}(0) = \frac{d\varepsilon}{dt} = 6$  соответственно.

Для построения фазового портрета используется следующая процедура – Simulink – Sinks – XY Graph (в данном случае  $y = dx/dt$ ). Блок XY Graph имеет два входа – один с переменной  $x$ , а другой с ее производной. Структурная схема представлена на рис.17. Фазовый портрет представлен на рис.18.

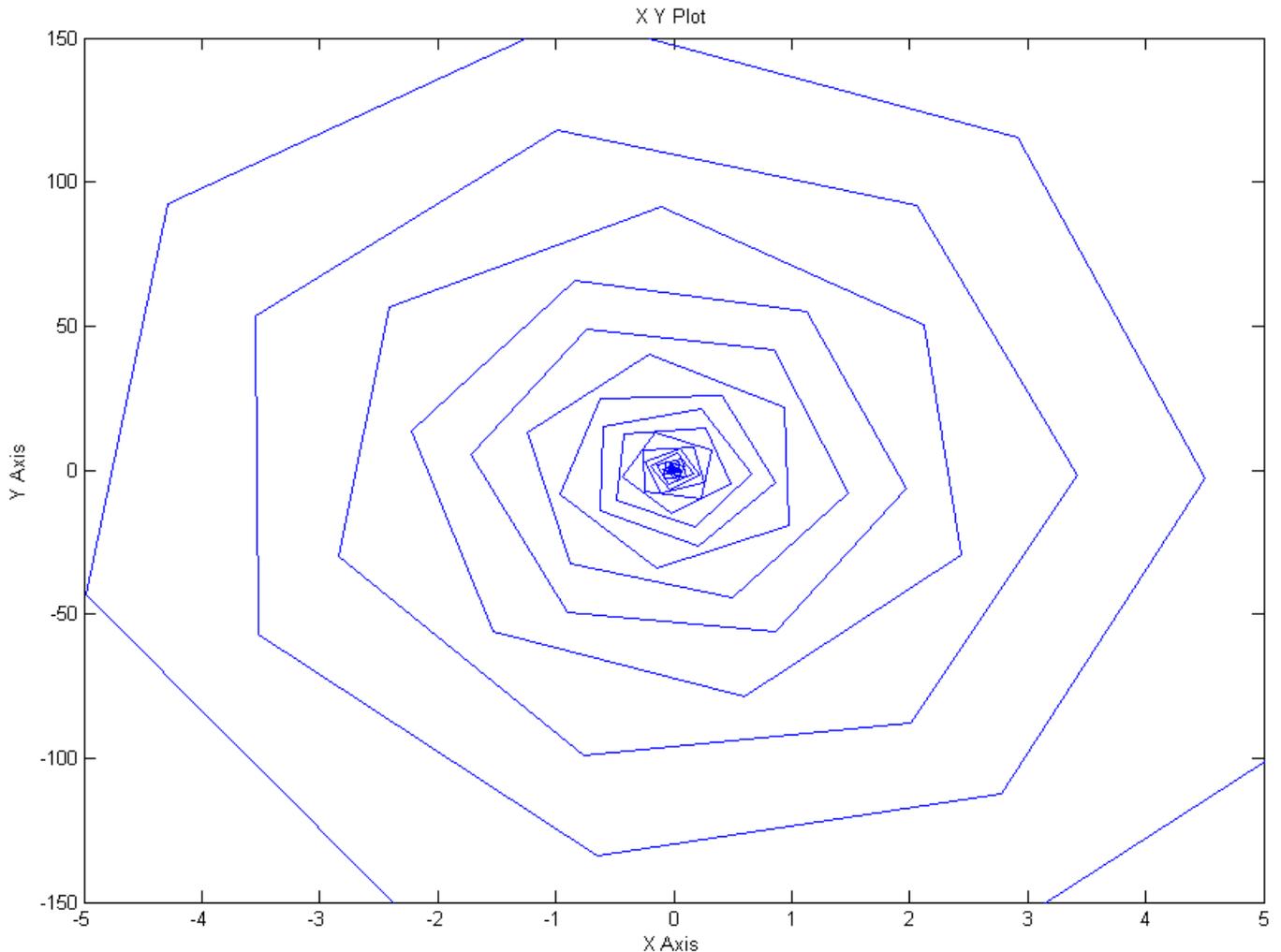


Рис.18. Фазовый портрет нелинейной САУ

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной работе проведено построение САУ, отвечающей заданным требованиям. Были определены основные передаточные функции данной системы, из которых видно, что для возмущающего воздействия система является астатической, 1-го порядка, что уменьшает погрешность работы системы при наличии возмущающего воздействия. Далее был произведен синтез последовательного корректирующего устройства, в результате чего получена система, отвечающая требованиям задания, и, так как эти требования были выполнены с запасом, произведено упрощение корректирующего устройства. Также было произведено моделирование системы с учетом нелинейности усилителя рассогласования, исследовано влияние нелинейности, сделаны выводы о возможности использования свойств нелинейности.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов А.А. «Теория автоматического управления» 1 и 2 часть
2. Попов Е.П. «Теория линейных систем автоматического регулирования и управления» – М.: Наука, 1978.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000.
4. Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. «Управление техническими системами» – М.: Высшая школа, 1991.