

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI
FIZIKA –MATEMATIKA FAKULTETI
MATEMATIKA-INFORMATIKA TA'LIM YO'NALISHI
“UMUMIY MATEMATIKA”
KAFEDRASI

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Mavzu: Ratsional sonlarni kiritish yo'llari va ularning xossalari

Bajardi: Qodirova

Ilmiy rahbar: Chuliyev E.A

Navoiy-2012y.

Kirish

Ta'limning sifati va uni tashkil etish usuli o'qituvchining mahoratiga, talabaning xohish-istagiga, qobiliyati va bilim darajasiga bog'liq. Ta'limning natijasi bilim bilan belgilanadi. Bilim ob'ektiv borliqdagi voqea-hodisalarning in'ikosi, inson miyasidagi mushohada va tasavvurlar natijasida hosil bo'ladigan tushunchalar yig'indisi sifatida namoyon bo'ladi.

O'quv jarayoni bilan bog'liq ta'lim sifatini belgilovchi holatlar-yuqori ilmiy-pedagogik darajada dars berish, muammoli ma'ruzalar o'qish, darslarni savol-javob tarzida qiziqarli tashkil qilish, ilg'or pedagogik texnologiyalardan va mul'timedia qo'llanmalardan foydalanish, tinglovchilarni undaydigan, o'ylantiradigan muammolarni ular oldiga qo'yish, talabchanlik, tinglovchilar bilan individual ishlash, ijodkorlikka undash, erkin muloqot yuritishga, ijodiy fikrlashga o'rgatish, ilmiy izlanishga jalb qilishdan iborat bo'lib, ushbu tadbirlar ta'lim ustivorligini ta'minlaydi. Bunda har bir fanning o'ziga xos xususiyatlari, maqsad va vazifalari, hamda spitsifikasiga asoslanish maqsadga muvofiq.

O'quvchilarga qachondan boshlab, qanday qilib, qanday usulda va uslubda milliy qadriyatlarimiz, urf- odatlarimizni o'rgatishimiz, chuqur anglatirishimiz kerak degan savollar boshlang'ich ta'lim tizimi oldidagi asosiy masalalardan biri bo'lib kelmoqda.

So'nggi yillarda maktabda geometriyani o'qitish, ayniqsa, ta'lim tizimida o'z ko'lami va ahamiyati jihatidan katta bo'lgan o'zgarishlarni amalga oshirdi. Maktab ta'limi oldiga tamomila yangi maqsadlarning qo'yilishi geometriya fanini o'qitishning mazmunining tubdan o'zgarishiga olib kelmoqda.. Matematika boshlang'ich kursi mazmuniga ham, darslik va qo'llanmalardan foydalanish metodikasida ham rivojlanish bo'lishini talab qiladi.

Maktab matematika kursining maqsadi o'quvchilarga ularga psixologik xususiyatlarini hisobga olgan holda matematik bilimlar tizimini berishdan iboratdir.

Bu matematik bilimlar tizimi ma'lum usullari (metodika) orqali o'quvchilarga yetkaziladi.

Matematika metoikasi pedagoagika fanlari tizimiga kiruvchi pedagogika fanining tarmogi bo`lib, jamiyat tomonidan qo`yilgan o`qitish maqsadlariga muvofiq matematika o`qitish qonuniyatlarini matematika rivojining ma`lum bosqichida tadbiq qiladi. O`qitishda yangi maqsadlarning qo`yilishi matematika o`qitish mazmunining tubdan o`zgarishiga olib keladi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishining asosiy maqsadi maktab kursidagi ratsional sonlar ustida amallar bajarish metodikasini yoritib berishdi

Ratsional sonlarni kiritish yo'llari va ularning xossalari

Hamma musbat va manfiy sonlar: butun, kasr sonlar, nol, shuningdek cheksiz davriy kasrlar – ratsional sonlar deb ataladi.

Davriy bo'lmagan cheksiz o'nli kasrlar yordamida ifoda qilinadigan sonlar irratsional sonlar deb ataladi.

Har qanday ratsional sonni ikki butun sonning nisbati deb qarash mumkin:

$$c = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0).$$

Misol. $3 = \frac{3}{1}; \quad -4,5 = -\frac{9}{2}.$

Shuni aytib o'tamizki, ratsional sonlarni cheksiz davriy o'nli kasrlar tarzida tasvirlash mumkin:

$$\frac{1}{3} = 0,333...$$

$$\frac{2}{5} = 0,4000... = 0,3999...$$

$$-1\frac{2}{7} = -1,(285714).$$

Aksincha: har qanday cheksiz davriy kasr ratsional sondir, chunki u sonni o'nli kasrga aylantirish mumkin, masalan:

$$0,3666... = \frac{36-3}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}.$$

Ratsional sonlar ustida to'rt arifmetik amal bajarish natijasida (0 ga bo'lishdan tashqari) yana ratsioanl sonlar hosil bo'ladi, ya`ni bu amallar bizni ratsional sonlar to'plamidan tashqariga chiqarmaydi va yangi sonlar kiritishni talab qilmaydi.

Biz yuqorida har bir ratsional sonni chekli uzluksiz kasrga yoyish mumkinligini ko'rib o'tdik. Endi masalani aksincha qo'yamiz. Har bir chekli uzluksiz kasr biror ratsional sonni ifodalaydimi? Bu masalani hal etishda $\frac{a}{b}$ ratsional sonning munosib kasrlari deb ataluvchi

$$\delta_1 = q_1, \delta_2 = q_1 + \frac{1}{q_2}, \delta_3 = q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3}}, \dots \quad (1)$$

kasrlar muhim rol o'ynaydi. Bu yerda

$$\delta_n = q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \dots + \frac{1}{q_n}}}$$

bo'lganidan n-munosib kasr $\frac{a}{b}$ ratsional sonning o'zi bo'ladi.

Istalgan munosib kasrni hisoblash uchun $P_0 = 1, Q_0 = 0, P_1 = q_1, Q_1 = 1$ deb quyidagilarni yozib olamiz:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{q_1}{1} = \frac{P_1}{Q_1}. \\ \delta_2 &= q_1 + \frac{1}{q_2} = \frac{q_2 * q_1 + 1}{q_2} = \frac{q_2 * q_1 + 1}{q_2 * 1 + 0} = \frac{q_2 * P_1 + P_0}{q_2 * Q_1 + Q_0} = \frac{P_2}{Q_2}, \\ \delta_3 &= \frac{\left(q_2 + \frac{1}{q_3}\right)P_1 + P_0}{\left(q_2 + \frac{1}{q_3}\right)Q_1 + Q_0} = \frac{q_3(q_2 * P_1 + P_0) + P_1}{q_3(q_2 * Q_1 + Q_0) + Q_1} = \frac{q_3 P_2 + P_1}{q_3 Q_2 + Q_1} = \frac{P_3}{Q_3}. \end{aligned}$$

Matematik induksiya prinsipiga asosan

$$\delta_k = \frac{P_k}{Q_k} = \frac{q_k P_{k-1} + P_{k-2}}{q_k Q_{k-1} + Q_{k-2}} \quad (2)$$

ni yoza olamiz. Bu yerda

$$\begin{aligned} P_k &= q_k P_{k-1} + P_{k-2} \\ Q_k &= q_k Q_{k-1} + Q_{k-2} \end{aligned} \quad (3)$$

(2) bog'lanish δ_k munosib kasrni hisoblash uchun xizmat qiladigan rekkurent formuladir. Quyidagi sxema istalgan P_k va Q_k sonlarni hisoblashga imkon beradi.

		q_1	q_2	q_3	q_4	...	q_{k-2}	q_{k-1}	q_k	...	q_n
P_k	$P_0 = 1$	$P_1 = q_1$	P_2	P_3	P_4	...	P_{k-2}	P_{k-1}	P_k	...	P_n
Q_k	$Q_0 = 0$	$Q_1 = 1$	Q_2	Q_3	Q_4	...	Q_{k-2}	Q_{k-1}	Q_k	...	Q_n

Misol. (2,3,1,4,2) ga mos ratsional son topilsin.

		$q_1 = 2$	$q_2 = 3$	$q_3 = 1$	$q_4 = 4$	$q_5 = 2$
P_k	1	2	$P_2 = 3*2 + 1 = 7$	$P_3 = 7*1 + 2 = 9$	$P_4 = 9*4 + 7 = 43$	$P_5 = 43*2 + 9 = 95$
Q_k	0	1	$Q_2 = 1*3 + 0 = 3$	$Q_3 = 3*1 + 1 = 4$	$Q_4 = 4*4 + 3 = 19$	$Q_5 = 19*2 + 4 = 42$

Demak, berilgan uzluksiz kasr uchun

$$\delta_1 = \frac{2}{1} = 2; \delta_2 = \frac{7}{3}; \delta_3 = \frac{9}{4}; \delta_4 = \frac{43}{19}; \delta_5 = \frac{95}{42}.$$

Misol. (1,4,5,4) ga mos ratsional son topilsin.

		$q_1 = 1$	$q_2 = 4$	$q_3 = 5$	$q_4 = 4$
P_k	1	1	$P_2 = 4*1 + 1 = 5$	$P_3 = 5*5 + 1 = 26$	$P_4 = 26*4 + 5 = 109$
Q_k	0	1	$Q_2 = 1*4 + 0 = 4$	$Q_3 = 4*5 + 1 = 21$	$Q_4 = 21*4 + 4 = 88$

Demak, berilgan uzluksiz kasr uchun

$$\delta_1 = \frac{1}{1} = 1; \delta_2 = \frac{5}{4}; \delta_3 = \frac{26}{21}; \delta_4 = \frac{109}{88}.$$

Ta'rif. O'zaro teng bo'lgan bir nechta ko'paytuvchilarning ko'paytmasi daraja deyiladi:

$$\underbrace{a * a * a * \dots * a}_{\text{jami n marta}} = a^n.$$

Takrorlanuvchi ko'paytuvchi a - daraja asosi deyiladi, asosning ko'paytuvchi sifatida necha marta takrorlanishini ko'rsatuvchi son n - darajaning ko'rsatkichi deyiladi.

a soning ikkinchi darajasi shu sonning kvadrati, uchinchi darajasi esa kubi deyiladi. Ishoralar qoidasi. Musbat yoki manfiy sonning toq darajasi musbat son; musbat sonning toq darajasi musbat son, manfiy sonning toq darajasi manfiy son:

$$(\pm a)^{2n} = a^{2n} \quad (a > 0),$$

$$(\pm a)^{2n+1} = \pm a^{2n+1} \quad (a > 0).$$

bunda $2n$ – juft soning umumiy yozilishi, $2n+1$ esa manfiy sonning umumiy yozilishidir.

1-qoida. Bir xil asosli darajalarni ko'paytirishda daraja ko'rsatkichlari qo'shiladi, bo'lishda esa ayriladi:

$$a^m * a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^n = a^{m-n}.$$

2-qoida. Ko'paytmani darajaga ko'tarishda har bir ko'paytuvchini shu darajaga ko'tarib, hosil bo'lgan natijalarni o'zaro ko'paytirish mumkin:

$$(abc)^n = a^n b^n c^n.$$

3-qoida. Agar kasr darajaga ko'tariladigan bo'lsa, bu holda kasrning surat va maxrajini alohida-alohida shu darajaga ko'tarib, birinchi natijani ikkinchi natijaga bo'lish mumkin:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

4-qoida. Darajani darajaga ko'tarishda daraja ko'rsatkichlari o'zaro ko'paytiriladi:

$$(a^n)^m = a^{nm}.$$

5-qoida. Ko'phadning kvadrati uning barcha hadlarining kvadratlari yig'indisi plus har bir hadning o'zidan keyingi hadlar bilan ko'paytmasining ikkilangani yig'indisiga teng, masalan:

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$(a - 2b + 3c - 4d)^2 = a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 16d^2 + 2a(-2b) + 2a*3c + 2a(-4d) + 2(-2b)3c + 2(-2b)(-4d) + 2*3c(-4d) = a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 16d^2 - 4ab + 6ac -$$

Misol. $-8ad - 12bc + 16bd - 24cd$.

Mustaqil yechish uchun misollar

1. $\left(6 - 2\frac{4}{5}\right) \cdot 3\frac{1}{8} - 1\frac{3}{5} : \frac{1}{4}$

2. $\left[\left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{22}{147} - \left(0,6 : 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2} + 3,75 : 1\frac{1}{2}\right] : 2,2$

3. $\left(26\frac{2}{3} : 6,4\right) \cdot \left(19,2 : 3\frac{5}{9}\right) - \frac{8\frac{4}{7} : 2\frac{26}{77}}{0,5 : 18\frac{2}{3} \cdot 11} - \frac{1}{18}$

4. $\frac{(3,4 - 1,275) \cdot \frac{16}{17}}{\frac{5}{18} \cdot \left(1\frac{7}{85} + 6\frac{2}{17}\right)} + 0,5 \cdot \left(2 + \frac{125}{5,75 + \frac{1}{2}}\right)$

5. $[(21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5] : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$

6. $\left(\frac{3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}} \cdot \frac{9\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}}{4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}} \cdot 5\frac{1}{5}\right) \cdot 2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{5}$

7. $\left[(520 \cdot 0,43) : 0,26 - 217 \cdot 2\frac{3}{7}\right] - \left(31,5 : 12\frac{3}{5} + 114 \cdot 2\frac{1}{3} + 61\frac{1}{2}\right)$

8. $\left(\frac{3,75 + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1,875} - \frac{2\frac{3}{4} + 1,5}{2,75 - 1\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{10}{11}$

9. $\left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35$

10. $\frac{\left[0,3275 - \left(2\frac{15}{88} + \frac{4}{33}\right) : 12\frac{2}{9}\right] : 0,07}{(13 - 0,415) : 6,05 + 1,92}$

Ratsional (kasr) son tushunchasini kiritish va uni o'rgatish metodikasi

Butun sonlar to'plamida har doim qo'shish, ayirish, ko'paytirish amallarini bajarish o'rinlidir, lekin bo'lish amali har doim bajarilavermaydi. Chunki bir butun sonni ikkinchi butun songa bo'lganda har doim bo'linmada butun son hosil bo'lavermayda.

Masalan, $7:2 = 3.5$, $9:4 = 2\frac{1}{4}$, ... Bu erda hosil qilingan bo'linmadagi $3,5$; $2\frac{1}{4}$, ... sonlari butun sonlar to'plamida mavjud emas. Umuman olganda $m \cdot x = n$, $m \neq 0$ ko'rinishdagi tenglamaning yechimi butun sonlar to'plamida har doim mavjud emas, bu tenglama har doim $x = \frac{n}{m}$ ko'rinishdagi yechimga ega bo'lishi uchun kasr tushunchasini kiritish orqali butun sonlar to'plamini kengaytirib, unga

barcha manfiy va musbat kasr sonlarni qo'shish kerak. Bu degan so'z $\left\{-\frac{p}{q}, 0, \frac{p}{q}\right\}$ ko'rinishdagi ratsional sonlar to'plamini hosil qilish kerak deganidir. Shundagina $mx=n$ ko'rinishdagi tenglamalar har doim yechimga ega bo'ladi. Bu erda r va q lar natural sonlardir. Yuqoridagi mulohazalarga ko'ra ratsional songa quyidagicha

ta'rif berish mumkin: $\frac{p}{q}$ ko'rinishdagi qisqarmas kasrga ratsional son deyiladi. Endi kasr tushunchasini kiritish uchun foydalaniladigan misollarni ko'rib o'taylik. Agar bir metr uzunlikdagi yog'ochni o'zaro teng ikki bo'lakga bo'linsa, u holda bo'laklarning har birining uzunligi ana shu yog'och uzunligining yarmiga teng bo'ladi va uni $\frac{1}{2}$ kabi yoziladi. Agar ana shu bir metr uzunlikdagi yog'ochni o'zaro teng uch bo'lakka bo'linsa, u holda bo'laklardan har birining uzunligi shu

yog'och uzunligining uchdan biriga teng bo'ladi va uni $\frac{1}{3}$ kabi yoziladi. Xuddi shuningdek, $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \dots$

Agar bir metr uzunlikdagi yog'ochni teng uch bo'lakka bo'lib, undan ikki qismini oladigan bo'lsak, olingan uzunligini $\frac{2}{3}$ kabi yoziladi.

Agar ana shu yog'ochni to'rt bo'lakga bo'lib, undan uch qismini olsak, olingan qism uzunligini $\frac{3}{4}$ kabi ifodalanadi. Yuqorida qilingan mulohazalarga asoslanib kasr tushunchasining ta'rifini quyidagicha berish mumkin.

T a ' r i f. Butun sonning o'zaro teng bo'lgan ma'lum bir ulushi, shu sonning kasri deyiladi.

Yuqorida $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ kasr sonlarni hosil qildik. Berilgan narsalarni yoki butun sonni qancha teng qismga bo'linganligini ko'rsatuvchi sonni kasrning maxraji, shunday qismdan nechitasi olinganligini ko'rsatuvchi sonni kasrning surati deyiladi. Maxraj kasr chizig'ining ostida, surat esa kasr chizig'ining ustiga yoziladi.

Umumiy holda kasrni $\frac{p}{q}$ ko'rinishda ifodalanadi. Bunda p - kasrning surati, q -

kasrning maxraji deb yuritiladi. $\frac{p}{q}$ ko'rinishdagi kasrlarga qarama-qarshi

kasrlarni $-\frac{p}{q}$ ko'rinishda ifodalanadi.

Koordinata o'qida $-\frac{p}{q}$ ko'rinishdagi kasrlar nol sonidan chapda joylashgan bo'ladi.

Biz butun sonlar to'plamini kengaytirish orqali $-\frac{p}{q}$ va $\frac{p}{q}$ ko'rinishdagi kasrlarni

hosil qildik. Natijada koordinata o'qida $\{-\frac{p}{q}, 0, \frac{p}{q}\}$ ko'rinishdagi sonlar to'plami hosil bo'ldi.

Bunday to'plam ratsional sonlar to'plami deb ataladi. Agar ratsional sonlar

to'plamidagi $-\frac{p}{q}$ va $\frac{p}{q}$ kasrlarning maxrajlari $q = 1$ desak, bizga ma'lum bo'lgan butun sonlar to'plami hosil bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, butun sonlar ratsional sonlar to'plamining xususiy bir holi ekan. Ratsional sonlar to'plami bilan koordinata to'g'ri chizig'i nuqtalari orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi, degan savol tug'ilishi tabiiydir. Bu savolga quyidagicha javob berishimiz mumkin, aksincha, har bir nuqtaga bittadan ratsional soni mos keltirish mumkin emas.

Kasrlar uch xil bo'ladi:

1. To'g'ri kasrlar. 2. Noto'g'ri kasrlar. 3. O'nli kasrlar.

1. Agar kasrning surati uning maxrajidan kichik bo'lsa, bunday kasrlarni to'g'ri kasrlar deyiladi.

Masalan: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \dots$

2. Agar kasrning surati uning maxrajidan katta bo'lsa, bunday kasrlarni noto'g'ri

kasrlar deyiladi. Masalan, $\frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{17}{5}, \dots$

3. Agar kasrning maxraji bir va nol sonlaridan iborat bo'lsa, bunday kasrlarni o'nli

kasrlar deyiladi. Masalan, $\frac{1}{10}=0,1$; $\frac{1}{100}=0,01$;

Kasr tushunchasi kiritilganidan keyin kasrlarning tengligi tushunchasi kiritiladi. Bu tushunchani o'quvchilarga quyidagicha tushuntirish mumkin.

Faraz qilaylik, bizga bir metr uzunlikdagi kesma berilgan bo'lsin. Agar shu

kesmani teng ikkiga bo'lsak, har bir kesmaning uzunligi $\frac{1}{2}$ kabi kasr bilan ifodalanadi. Endi bo'lingan har bir kesmani yana ikkiga bo'lsak har bir kesma-

ning uzunligi $\frac{1}{4}$ kasr bilan ifodalanadi. Ana shu teng to'rtga bo'lingan kesmalardan

ikkitasining uzunligi $\frac{2}{4}$ kasr bilan ifodalanadi. Bu esa butun kesma uzunligining

teng ikkiga bo'lgandagi $\frac{1}{2}$ kasr bilan ifodalangan qiymatiga tengdir. Shuning

uchun $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}=\dots$. Bundan ko'rinadiki, $\frac{1}{2}$ va $\frac{2}{4}$ kasrlarning qiymatlari teng bo'lib, ularni ifoda qilish har xildir.

O'quvchilarga kasrlarning tengligi tushunchasini tushuntirilganidan so'ng kasrning quyidagi xossalarini ifoda qilish mumkin.

I - x o s s a. Agar kasrning surat va maxrajini bir xil songa ko'paytirilsa, kasrning

qiymati o'zgarmaydi. $\frac{p}{q}=\frac{p \cdot n}{q \cdot n}$. 1) $\frac{2}{5}=\frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2}=\frac{4}{10}$;

2) $\frac{3}{7}=\frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4}=\frac{12}{28}$; 3) $1=\frac{1}{1}=\frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 4}=\frac{4}{4}=\frac{4 \cdot 25}{4 \cdot 25}=\frac{100}{100}$.

II - x o s s a. Agar kasrning surat va maxrajini bir xil songa bo'linsa, kasrning

qiymati o'zgarmaydi. $\frac{p:n}{q:n}=\frac{p}{q}$ Bu erda $n > 1$ bo'lishi kerak.

M i s o l l a r 1) $\frac{4}{8}=\frac{4}{4 \cdot 2}=\frac{1}{2}$ 2) $\frac{15}{3}=\frac{3 \cdot 5}{3}=\frac{5}{1}=5$

III - x o s s a. Agar kasrning surat va maxrajidagi sonlar umumiy bo'luvchilarga

ega bo'lmasa, u holda bunday kasr qisqarmas kasr bo'ladi. Masalan $\frac{5}{7}, \frac{4}{5}, \frac{17}{19}, \dots$

qisqarmas kasrlardir, chunki 5 va 7, 4 va 5, 17 va 19 sonlari o'zaro umumiy bo'luvchilarga ega emas.

Kasrlarni taqqoslash.

1. Kasrlarni o'zaro taqqoslash uchun berilgan kasrlarni o'zaro bir xil maxrajli kasrlar holiga keltirish kerak, so'ngra ulardan qaysi birining surati katta bo'lsa, o'sha kasrning qiymati katta bo'ladi.

Masalan: $\frac{3}{4}$ va $\frac{2}{5}$; $\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$ va $\frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$, $\frac{15}{20} > \frac{8}{20}$, shuning uchun $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$. Bu erda kasrning surati va uning maxrajini bir xil songa ko'paytirilsa, kasrning qiymati o'zgarmaydi degan xossadan foydalandik.

2. Suratlari bir xil va maxrajleri har xil bo'lgan kasrlardan qaysi birining maxraji katta bo'lsa, o'sha kasr kichik bo'ladi. Qaysi birining maxraji kichik bo'lsa, o'sha kasr katta bo'ladi.

Masalan: $\frac{4}{15}$ va $\frac{4}{21}$ lar uchun $\frac{4}{15} > \frac{4}{21}$.

Kasrlarni qo'shish. Faraz qilaylik, bizga AB kesma berilgan bo'lsin, biz uni teng

ettiga bo'laylik, ulardan $AC = \frac{1}{7}$, $CD = \frac{3}{7}$, $AD = \frac{4}{7}$ bo'lsin, u holda AD kesmaning qiymati AC va CD kesmalar uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$AD = AC + CD$. Shu bilan birga $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$. Yuqoridagi mulohazaga ko'ra quyidagi qoidani yozishimiz mumkin.

I. Maxrajleri bir xil bo'lgan kasrlarni qo'shish uchun ularning suratlarini o'zaro qo'shib, maxrajlaridan bittasini yozish kifoya.

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{q} = \frac{p+r}{q}; \quad \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}.$$

II. Maxrajleri har xil bo'lgan kasrlarni qo'shish uchun ularni eng kichik umumiy maxrajga keltirib, bir xil maxrajli kasrlarni qo'shish qoidasidan foydalanib, qo'shish kifoya:

$$1) \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{14+15}{35} = \frac{29}{35};$$

$$2) \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{18}{24} + \frac{4}{24} = \frac{18+4}{24} = \frac{22}{24} = \frac{11}{12};$$

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{p \cdot s}{q \cdot s} + \frac{r \cdot q}{s \cdot q} = \frac{ps + rq}{sq}.$$

Umumiy holatda esa

III. Yig'indida butun son chiqadigan kasrlarni qo'shish quyidagicha amalga oshiriladi:

$$1) \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

$$2) \quad \frac{1}{8} + \frac{7}{8} = \frac{1+7}{8} = \frac{8}{8} = 1;$$

$$3) \quad \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

IV. Butun sonni kasrga qo'shish

$$1) \quad 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$2) \quad 3 + \frac{1}{2} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

V. Aralash sonni kasrga qo'shish

$$3\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = 3 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) = 3 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}\right) = 3 + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) = 3 + \left(\frac{3+2}{4}\right) = 3 + \frac{5}{4} = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}.$$

VI. Aralash sonni aralash songa qo'shish:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} = (2+3) + \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right] = 5 + \left[\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3}\right] = 5 + \frac{2+3}{6} = 5 + \frac{5}{6} = 5\frac{5}{6}.$$

Qo'shish qonunlari.

1. Kasr qo'shiluvchilarning o'rnini almashgani bilan yig'indi kasr sonning qiymati o'zgarmaydi :

$$\frac{a}{q} + \frac{b}{q} = \frac{a+b}{q} = \frac{b+a}{q} = \frac{b}{q} + \frac{a}{q}.$$

Misol:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}.$$

2. Kasr sonlarda qo'shish amaliga nisbatan gruppallash qonuni o'rinlidir:

$$\left(\frac{a}{q} + \frac{b}{q}\right) + \frac{c}{q} = \frac{a}{q} + \left(\frac{b}{q} + \frac{c}{q}\right).$$

Isboti:

$$\left(\frac{a}{q} + \frac{b}{q}\right) + \frac{c}{q} = \frac{a+b}{q} + \frac{c}{q} = \frac{(a+b)+c}{q} = \frac{c+(b+a)}{q} = \frac{a}{q} + \frac{b+c}{q} = \frac{a}{q} + \left(\frac{b}{q} + \frac{c}{q}\right).$$

Misol:

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7}\right) + \frac{3}{5} = \frac{1+2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{3}{7} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{15+21}{35} = \frac{36}{35}.$$

Kasrlarni ayirish.

Faraz qilaylik, bizga AB kesma berilgan bo'lib, u teng 7 bo'lakka bo'lingan bo'lsin.

Ulardan $AC = \frac{1}{7}$, $CD = \frac{3}{7}$, $AD = \frac{4}{7}$ larga teng bo'lsin. CD kesmaning qiymati

$CD = AD - AC$ bo'ladi, u holda $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$ tenglik o'rinli.

2) Karim ikki mashinadagi yukni $\frac{5}{7}$ soatda tushirdi. U birinchi mashinadagi yukni $\frac{3}{7}$ soatda tushirib bo'ldi. Karim ikkinchi mashinadagi yukni necha soatda

tushirgan? $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$. Topilgan natijani to'g'riligini tekshirish qo'shish amali orqali amalga oshiriladi:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

Endi kasrlarni ayirish uchun chiqarilgan quyidagi qoidalarni ko'rib chiqamiz:

1. Maxrajleri bir xil bo'lgan kasrlarni ayirish uchun ularning suratlarini o'zaro ayirib, maxrajlardan bittasini maxraj qilib yozish kifoya.

$$1) \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}; \quad 2) \frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7};$$

2. Maxrajleri har xil bo'lgan kasrlarni ayirish uchun ularni eng kichik umumiy maxrajga keltirib, bir xil maxrajli kasrlarni ayirish qoidasidan foydalaniladi:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{21-8}{28} = \frac{13}{28}.$$

Umumiy holda:

$$\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{p \cdot s}{q \cdot s} - \frac{r \cdot q}{s \cdot q} = \frac{ps-rq}{sq}.$$

III. Butun sondan kasrni ayirish:

$$1\text{- usul.} \quad 4 - \frac{2}{3} = \frac{4}{1} - \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 3} - \frac{2}{3} = \frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{12-2}{3} = \frac{10}{3}.$$

$$2\text{- usul} \quad 4 - \frac{2}{3} = 3 + \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3} \right) = 3 + \left(\frac{3-2}{3} \right) = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

IV. Kasrdan butun sonni ayirish:

$$\frac{3}{7} - 2 = - \left(2 - \frac{3}{7} \right) = - \left(\frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 7} - \frac{3}{7} \right) = - \left(\frac{14}{7} - \frac{3}{7} \right) = - \frac{14-3}{7} = - \frac{11}{7} = -1\frac{4}{7}.$$

V. Butun sondan aralash sonni ayirish:

$$\begin{aligned} 5 - 2\frac{1}{4} &= 4\frac{5}{5} - 2\frac{1}{4} = (4-2) + \left(\frac{5}{5} - \frac{1}{4} \right) = 2 + \left(\frac{5 \cdot 4}{5 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} \right) = \\ &= 2 + \frac{20-5}{20} = 2 + \frac{15}{20} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

VI. Aralash sondan butun sonni ayirish:

$$1) \quad 3\frac{3}{4} - 2 = (3-2) + \left(\frac{3}{4} - 0 \right) = 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

$$2) \quad 3\frac{3}{4} - 2 = \frac{15}{4} - \frac{2}{1} = \frac{15}{4} - \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 4} = \frac{15-8}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

VII. 1 sonidan kasr sonni ayirish:

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{1} - \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}.$$

VIII. 1 sonidan aralash sonni ayirish:

1 -usul.

$$1 - 3\frac{1}{2} = - \left(3\frac{1}{2} - 1 \right) = - \left[(3-1) + \left(\frac{1}{2} - 0 \right) \right] = - \left(2 + \frac{1}{2} \right) = -2\frac{1}{2}.$$

$$2\text{-usul.} \quad 1 - 3\frac{1}{2} = \frac{1}{1} - \frac{7}{2} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} - \frac{7}{2} = \frac{2-7}{2} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}.$$

Kasrlarni ko'paytirish.

1. Kasrni butun songa ko'paytirish uchun shu butun sonni kasrning suratiga ko'paytirish kifoya:

$$1) \frac{5}{17} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{17} = \frac{15}{17}; \quad 2) \frac{2}{9} \cdot (-4) = \frac{2 \cdot (-4)}{9} = -\frac{8}{9}. \text{ Ko'paytirish qoidasiga ko'ra}$$

$$\frac{5}{17} \cdot 3, \quad \frac{2}{9} \cdot (-4) \text{ ifodalarni quyidagicha yozish mumkin:}$$

$$1) \quad \frac{5}{17} \cdot 3 = \frac{5}{17} + \frac{5}{17} + \frac{5}{17} = \frac{5+5+5}{17} = \frac{15}{17};$$

$$2) \quad \frac{2}{9} \cdot (-4) = -\frac{2}{9} \cdot 4 = -\frac{2}{9} - \frac{2}{9} - \frac{2}{9} - \frac{2}{9} = -\left(\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}\right) = -\frac{8}{9}.$$

2. Aralash sonni butun songa ko'paytirish uchun aralash sonni noto'g'ri kasrga aylantirib, butun sonni uning suratiga ko'paytirish kifoya:

$$1. a) \quad 2\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

$$b) \quad 2\frac{1}{2} \cdot 3 = 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 6 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \\ = 6 + \left(\frac{1+1+1}{2}\right) = 6 + \frac{3}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

$$2. a) \quad 3\frac{3}{4}(-2) = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} \cdot (-2) = \frac{15}{4} \cdot (-2) = \frac{15 \cdot (-2)}{4} = \\ = -\frac{30}{4} = -\frac{15 \cdot 2}{2 \cdot 2} = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2}.$$

$$b) \quad 3\frac{3}{4}(-2) = -3\frac{3}{4} \cdot 2 = -3\frac{3}{4} + \left(-3\frac{3}{4}\right) = -\left(3\frac{3}{4} + 3\frac{3}{4}\right) = \\ = -\left(6 + \frac{3+3}{4}\right) = -\left(6 + \frac{6}{4}\right) = -7\frac{1}{2}.$$

3. Kasrni kasrga ko'paytirish uchun ularning suratlarini suratlariga va maxrajlarini maxrajlariga ko'paytirish kifoya:

$$\frac{p}{q} \cdot \frac{s}{r} = \frac{p \cdot s}{q \cdot r}.$$

M i s o l:

$$1) \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}; \quad 2) \frac{7}{11} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{11 \cdot 5} = \frac{14}{55};$$

4. Aralash sonlarni o'zaro ko'paytirish uchun ularning har birini noto'g'ri kasrga aylantirib, suratlarini suratlariga va maxrajlarini maxrajlariga o'zaro ko'paytirish kifoya:

$$1) \quad 2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{7}{3} \cdot \frac{22}{5} = \frac{7 \cdot 22}{3 \cdot 5} = \frac{154}{15} = 10\frac{4}{15}.$$

$$2) \quad 7\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{23}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{23 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{115}{6} = 19\frac{1}{6}.$$

Kasrlarni ko'paytirish o'rin almashtirish, gruppalash va taqsimot qonunlariga bo'ysunadi.

1. Kasrlarni ko'paytirishda ko'paytuvchilarning o'rin almashgani bilan ko'paytmaning qiymati o'zgarmaydi:

$$1) \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{8}{21};$$

$$2) \quad \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{8}{21}.$$

2. Kasrlarni ko'paytirishda ularni gruppalab ko'paytirilsa, ko'paytmaning qiymati o'zgarmaydi:

$$1) \quad \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}\right) \cdot \frac{3}{7} = \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{7} = \frac{24}{105}.$$

$$2) \quad \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 3}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{6}{21} \cdot \frac{4}{5} = \frac{6 \cdot 4}{21 \cdot 5} = \frac{24}{105}.$$

3. Kasrlarni ko'paytirishda ularga taqsimot qonunini tadbiq qilinsa, ko'paytmaning qiymati o'zgarmaydi:

$$\left(\frac{a+b}{c}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{(a+b)p}{cd} = \frac{ap+bp}{cd}.$$

M i s o l.

$$1) \quad \left(\frac{4+3}{9}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{(4+3) \cdot 4}{9 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 4 + 3 \cdot 4}{9 \cdot 5} = \frac{16+12}{45} = \frac{28}{45};$$

$$2) \quad \left(\frac{7+2}{11}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{(7+2) \cdot 2}{11 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 2 + 2 \cdot 2}{11 \cdot 3} = \frac{14+4}{33} = \frac{18}{33};$$

Kasrlarni bo'lish. 5-sinf matematika kursida kasrlarni bo'lish mavzusi o'tiladi.

Bizga butun sonlar mavzusidan ma'lumki, ikkita butun sonni o'zaro bo'lish uchun birinchisini ikkinchi sonning teskarisiga ko'paytirish kerak edi. Xuddi shuningdek, ikki kasr sonni ham o'zaro bo'lish uchun birinchi kasrni ikkinchi kasrning

teskarisiga ko'paytirish kerak, ya'ni: $\frac{15}{27} : \frac{2}{3} = \frac{15}{27} \cdot \frac{3}{2} = \frac{45}{54}$. Bu qoidani quyidagi masala orqali o'quvchilarga tushuntirish maqsadga muvofiqdir.

M a s a l a. $\frac{6}{7}$ bo'lagi (qismi) 30 ga teng bo'lgan sonni toping.

Ye ch i sh. Noma'lum sonni x bilan belgilasak, u holda masala shartini

quyidagicha yozish mumkin: $\frac{6}{7} \cdot x = 30$, chunki sonning bo'lagi ko'paytirish amali

yordamida topiladi. Bu tenglik bunday yechiladi: $\frac{1}{7} x = 30 : 6 = 5$. Bundan $x = 5 \cdot 7 = 35$ bo'ladi, Demak, izlanayotgan son 35 ekan.

M a s a l a. Futbol maydoni yuzining $\frac{3}{4}$ qismi o'yin o'ynash uchun tayyor holga keltirildi. Bu 960 m² ni tashkil qiladi. Futbol maydonning yuzi kancha?

Ye ch i sh. Futbol maydonning yuzini x bilan belgilasak, shartga ko'ra bu

maydonning $\frac{3}{4}$ qismi 960 m² edi, shuning uchun $\frac{3}{4} x = 960$ tenglik o'rinli bo'ladi.

x ni topish uchun tenglamaning ikkala qismini $\frac{3}{4}$ ga bo'lish kerak. Demak,

$x=960: \frac{3}{4} = 960 \cdot \frac{4}{3} = 320 \cdot 4 = 1280$ m².

Futbol maydonining yuzi 1280 m² ekan.

Berilgan kasrning qiymati bo'yicha sonning o'zini topishda ham sonning kasrni topishdek, turli hollarni ko'rib o'tish maqsadga muvofiqdir. Sonni kasrga bo'lish ta'rifi butun sonlarni bo'lish ta'rifidek ifodalanadi. Bu qoidani o'quvchilarga

alohida ta'kidlab tushuntirish maqsadga muvofiqdir. Shundan keyin kasrlarni bo'lishga doir quyidagi hollarni ko'rib chiqish foydalidir.

1. Kasrni butun songa bo'lish uchun kasrni o'z holicha, butun sonni esa teskari yozib, ularni o'zaro ko'paytirish kifoya:

$$\frac{5}{7} : 4 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 1}{7 \cdot 4} = \frac{5}{28}.$$

2. Aralash sonni butun songa bo'lish uchun aralash sonni noto'g'ri kasrga aylantirib, so'ngra bo'lish kasrni butun songa bo'lishdek bajariladi:

$$2\frac{5}{7} : 4 = \frac{19}{7} : 4 = \frac{19}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{19}{28}.$$

3. Butun sonni aralash songa bo'lish uchun butun sonni o'z holicha yozib aralash sonni noto'g'ri kasrga aylantirib, ularni o'zaro ko'paytirish kerak.

$$4:1\frac{3}{5} = 4:\frac{8}{5} = 4 \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{8} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2}$$

4. Aralash sonni aralash songa bo'lish uchun ularning hap birini noto'g'ri kasrlarga aylantirib, so'ngra bo'lishni ikki kasrni o'zaro bo'lish qoidasiga ko'ra bajariladi:

$$2\frac{3}{5} : 3\frac{2}{7} = \frac{13}{5} : \frac{23}{7} = \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{23} = \frac{13 \cdot 7}{5 \cdot 23} = \frac{91}{115}$$

O'nli kasrlar va ular bilan to'rt amalni bajarish metodikasi.

O'nli kasr tushunchasi XV asrda Samarqandlik olim Ali Qushchi tomonidan kiritilgan. U o'zining 1427 yilda yozgan "Hisobot san'atiga kalit", "Arifmetika kaliti" nomli kitobida o'nli kasr tushunchasidan foydalangan.

T a ' r i f. Maxraji o'n yoki uning darajalaridan iborat bo'lgan kasr o'nli kasr deyiladi.

o'nli kasrlarni bunday belgilash qabul qilingan:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \quad \frac{1}{100} = 0,01; \quad \frac{1}{1000} = 0,001; \quad \frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{3}{1000} = 0,003; \quad 2,15 = 2\frac{15}{100}, \dots$$

O'qli kasrlarni maxrajsiz yozilganda verguldan o'ngdagi birinchi xonadagi raqam o'ndan birlarni, ikkinchi xonadagilari esa yuzdan birlarni va hokazolarni bildiradi. Masalan, 6,732 o'qli kasrda verguldan keyingi sonlarni turgan o'rniga qarab kasr

ko'rinishda quyidagicha ifodalash mumkin: $\frac{7}{10}; \frac{3}{100}; \frac{2}{1000};$

O'qli kasrlar uchun quyidagi qoidalar o'rinlidir:

1. Har bir o'qli kasr o'zidan oldingi o'qli kasrga nisbatan o'n marta kattadir.

Masalan, $0,001 = \frac{1}{1000}; \quad 0,01 = \frac{1}{100}; \quad 0,1 = \frac{1}{10};$

2. O'qli kasrlarning maxrajlari 10 ning butun ko'rsatkichli darajalaridan, suratlari esa bir xonali sonlardan iborat kasrlarning yig'indisi shaklda ifodalash mumkin.

O'qli kasrlarni qo'shish va ayirish. Bu mavzu materialini bayon qilishdan oldin o'qituvchi o'quvchilarga maxrajlari har xil bo'lgan oddiy kasrlarni umumiy maxrajlarga keltirib qo'shish va ayirish haqidagi tushunchani misollar yordamida ko'rsatishi, so'ngra o'qli kasrlarni qo'shish va ayirish haqidagi nazariy va amaliy bilimlarni berishi maqsadga muvofiqdir.

1 - Q o i d a. O'qli kasrlarni qo'shish uchun bir xil xonalari o'zaro butun sonlar kabi qo'shib, yig'indida kasrlardagi vergulning tagiga to'g'ri keltirib butun qismi ajratiladi.

M i s o l.

$$\begin{array}{r} 25,382 \\ + 7,200 \\ \hline 32,582 \end{array}$$

2-Qoida. O'qli kasrlarni ayirish uchun kamayuvchining tagiga ayirluvchining verguliga to'g'rilab, o'rin qiymati bir xil bo'lgan raqamlar bir-birini ostiga yozib ayriladi, so'ngra ayirmani butun qismi vergul bilan ajratiladi.

M i s o l.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 14,273 \\ - 5,040 \\ \hline 9,233 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \quad 27,100 \\ - 3,236 \\ \hline 23,864 \end{array} \quad 3) \quad 27,1-3,235=?$$

O'nli kasrlarni ayirish jarayonida quyidagi hollar bo'lishi mumkin: ayiriluvchidagi kasr xonalarining soni kamayuvchidagi kasr xonalaridan ko'p, kamayuvchi va ayiriluvchi o'nli kasrlardagi kasr xonalari soni bir xil, butun sondan o'nli kasrni ayirish, o'nli kasrdan butun sonni ayirish. O'qituvchi bu hollarning har biriga misollar ko'rsatishi kerak.

O'nli kasrlarni ko'paytirish. O'nli kasrlarni o'zaro ko'paytirishni oddiy kasrlarni ko'paytirish qoidasiga asoslangan holda tushuntirishi lozim, chunki o'quvchilar o'nli kasrlarni oddiy kasrlarga aylantirish qoidasini biladilar.

M i s o l:

$$3,2 \cdot 0,12 = 3 \frac{2}{10} \cdot \frac{12}{100} = \frac{32}{10} \cdot \frac{12}{100} = \frac{32 \cdot 12}{10 \cdot 100} = \frac{384}{1000} = 0,384$$

Ko'paytma kasrning maxrajida nechta nol bo'lsa, uni maxrajsiz yoziladigan o'nli kasrga aylantirganda shuncha kasr xonasi bo'lishini o'quvchilarga tushuntirish lozim.

$$1) \quad 3,2 \cdot 0,12 = \frac{384}{1000} = 0,384$$

$$2) \quad 2,7 \cdot 1,3 = 2 \frac{7}{10} \cdot 1 \frac{3}{10} = \frac{27}{10} \cdot \frac{13}{10} = \frac{351}{10 \cdot 10} = \frac{351}{100} = 3,51$$

Ko'rib o'tilgan misollar asosida quyidagi qoidalar tushuntiriladi.

1 - Q o i d a. O'nli kasrlarni o'zaro ko'paytirish uchun ularning suratlarini suratlariga va maxrajlarini maxrajlariga ko'paytirib, ko'paytuvchi bilan ko'payuvchida jami nechta kasr xonasi bo'lsa, ko'paytmada shuncha xona ajratiladi. (Bu gap oddiy kasr shakdda yozilgan o'nli kasr haqida aytilgan.)

Masalan,

$$3,4 \cdot 0,25 = 3 \frac{4}{10} \cdot \frac{25}{100} = \frac{34}{10} \cdot \frac{25}{100} = 0,85$$

2 - Q o i d a. O'nli kasrlarni o'zaro ko'paytirish uchun ularning verguliga e'tibor bermay, butun sonlar kabi ko'paytirib, ko'payuvchi va ko'paytuvchida hammasi

nechta kasr xonasi bo'lsa, ko'paytmaning o'ng tomonidan boshlab sanab shuncha raqamni vergul bilan ajratib qo'yiladi.

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 3,021 \\
 \times 2,51 \\
 \hline
 3021 \\
 + 15105 \\
 6042 \\
 \hline
 7,58271
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2) \quad 7,124 \\
 \times 3,213 \\
 \hline
 21372 \\
 + 7124 \\
 14248 \\
 21372 \\
 \hline
 22,889412
 \end{array}$$

O'nli kasrlarni o'zaro ko'paytirishda ko'paytirishning ko'payuvchidagi yig'indisiga nisbatan tarqatish qonunini qo'llanishga asoslangan mulohazalarni ham olib borish foydali, buni quyidagicha sxema orqali ham ko'rsatish mumkin. Masalan, 2,37 ni 2 ta birlik, 3 ta o'ndan bir, 7 ta yuzdan birning yig'indisi shaklda yozish mumkin. Yig'indini biror songa ko'paytirish uchun har bir qo'shiluvchini shu songa ko'paytirish va hosil bo'lgan ko'paytmalarni qo'shish, ya'ni 2 birlikni 9 ga, 3 ta o'ndan birni 9 ga, 7 ta yuzdan birni 9 ga ko'paytirib, ko'paytmalarni o'zaro qo'shish kifoya.

$$\begin{aligned}
 2,37 \cdot 9 &= 9 \cdot \left(1 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right) = 9 + \\
 &+ 9 + \frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} + \frac{9}{100} = \frac{2133}{100} = 21,33
 \end{aligned}$$

O'nli kasrlarni 10 ning butun ko'rsatkichli darajalariga ko'paytirishni alohida ko'rib o'tish lozim, ya'ni o'nli kasrni 10 ga, 100 ga, 1000 ga va hokazolarga ko'paytirish uchun bu kasrda vergulni 1, 2, 3, ... raqam o'ngga surish kerak. O'nli kasrlarni 0,1, 0,01, 0,001 ga va hokazolarga ko'paytirish uchun bu kasrlarda vergulni 1, 2, 3, ... raqam chapga surish kifoya.

Masalan: 1) $3,7 \cdot 100 = 3,70 \cdot 100 = 370$. Bu misolni quyidagicha tushuntirish mumkin: 3,7 ni 100 ga ko'paytirish uchun, qoidaga ko'ra, 3,7 sonidagi vergulni o'ngga qarab ikki xona surish kerak edi, ammo bizda verguldan keyin bitta son bor, xolos. Shuning uchun 7 sonidan keyin bitta nol qo'yamiz. (Bu erda o'qituvchi o'quvchilarga 3,7 soni 3,70 soniga teng ekanligini tushuntirish va kasr holga keltirib ko'rsatish maqsadga muvofiqdir.)

1) $45,76 \cdot 0,1 = 4,576$. Bu misolni quyidagicha tushuntirish mumkin. Buning uchun 4576 sonini 1 soniga ko'paytirib hosil bo'lgan ko'paytmada o'ngdan chapga qarab uchta raqamni - ikkala ko'paytuvchida ular nechta bo'lsa, shuncha raqamni vergul bilan ajratamiz. Shunday mulohaza yuritib, 45,76 ni 0,01 ga ko'paytirishda 45,76 sonidan vergulni ikki raqam chapga surish kerakligini ko'rsatamiz.

Masalan: $45,76 \cdot 0,01 = 0,4576$

O'nli kasrlarni bo'lish. O'nli kasrlarni bo'lish mavzusida quyidagi uch hol ko'rib o'tiladi: 1) o'nli kasrni butun songa bo'lish. O'nli kasrni butun songa bo'lish butun sonlarni bo'lishga o'xshash bajariladi, bunda qoldiqlar borgan sari kichikroq ulushlarga maydalanib boradi. Masalan,

$$0,6 : 4 = 0,60 : 4 = 0,15.$$

1 - Q o i d a. O'nli kasrlarni butun songa bo'lish uchun, butun qism bo'luvchiga etadigan bo'lsa, butunini kasr xona almashguncha bo'lib, so'ngra bo'linmada vergul qo'yib bo'lishni davom ettirish kifoya.

M i s o l :

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r|l} 25,232 & 4 \\ \hline 24 & 6,308 \\ \hline 12 & \\ \hline 12 & \\ \hline 032 & \\ \hline 32 & \\ \hline 0 & \end{array} & \begin{array}{r|l} 25232 & 4000 \\ \hline 2400 & 6,308 \\ \hline 12320 & \\ \hline 12000 & \\ \hline 3200 & \\ \hline 3200 & \\ \hline 0 & \end{array} \end{array}$$

Yuqoridagi misol va qoidalarni tushuntirish jarayonida o'qituvchi o'quvchilarga bo'lish amalining ta'rifini va uni bajarish qoidalarini takrorlashi lozim.

2) Butun sonni o'nli kasrga bo'lish. Bu holni ham o'qituvchi o'quvchilarga misol yordamida tushuntirishi kerak. Masalan: $51 : 0,17 = ?$

Bu misolni yechishni oddiy kasrlarni bo'lish qoidasi asosida bajarib ko'rsatadi.

Misol:

$$51:0,17 = 51: \frac{17}{100} = (51 \cdot 100):17 = 5100:17 = 300$$

Bu mulohazalarga ko'ra quyidagi qoidani ifodalash mumkin.

Q o i d a. Butun sonni o'nli kasrga bo'lish uchun bo'luvchidagi o'nli kasrni butun songa aylantirish kerak. Buning uchun bo'luvchining vergul oxiriga suriladi va necha xona surilgan bo'lsa, bo'luvchining o'ng tomoniga shuncha nol qo'yiladi hamda butun sonni butun songa bo'lish kabi bajariladi.

M i s o l:

$$351:2,7=3510:27=130$$

$$25:6,25=2500:625=4$$

3) O'nli kasrni o'nli kasrga bo'lish. Bu holda ham o'qituvchi o'quvchilarga kasrni kasrga bo'lishning umumiy qoidasini takrorlab, so'ngra o'nli kasrlarni oddiy kasrlar holiga keltirib, kasrlarni o'zaro bo'lish usulidek ko'rsatishi maqsadga muvofiqdir.

Masalan:

$$8,51:3,7 = \frac{851}{100} : \frac{37}{10} = \frac{851 \cdot 10}{100 \cdot 37} = \frac{851}{10} : 37 = 85,1:37 = 2,3$$

Bu misolni yana bunday yechib ko'rsatish ham mumkin:

$$8,51:3,7 = 8,51: \frac{37}{10} = (8,51 \cdot 10):37 = 85,1:37 = 2,3$$

Yuqoridagi misollardan ko'rinadiki, o'nli kasrni o'nli kasrga bo'lish uchun bo'luvchida qancha kasr xonasi bo'lsa, bo'linuvchi va bo'luvchidagi vergullarni shuncha xona o'ng tomonga so'ramiz, natijada bo'luvchi butun songa aylanadi. Buning natijasida bo'linuvchi va bo'luvchi bir xil marta ortgani uchun bo'linma o'zgarmaydi.

Oddiy kasrni cheksiz davriy kasrga aylantirish. $2,73$ O'nli kasr berilgan bo'lsin. Agar kasrning o'ng tomonidagi qismiga istalgancha nollar yozib qo'yilsa, uning qiymati o'zgarmaydi. $2,73=2,730=2,7300=\dots=2,7300\dots0$. Shuningdek $2,73$ kasrni cheksiz ko'p nollari bo'lgan o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin.

Masalan, $2,73 = 2,73000\dots$. Bu erda verguldan keyin cheksiz ko'p o'nli xonalar mavjud. Bunday o'nli kasr cheksiz o'nli kasr deyiladi.

Istalgan oddiy kasrni cheksiz o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin. Masalan, $3/14$ sonini olib, uning suratini maxrajiga bo'lib ketma-ket o'nli xonalarni hosil qilamiz. Bunda istalgan natural sonni barcha o'nli xonalari nolga teng bo'lgan cheksiz o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkinligini qayd qilib o'tamiz. Masalan, $3 = 3,00000\dots$.

$$\begin{array}{r|l}
 3,00000000\dots & 14 \\
 \hline
 \underline{28} & 0,214285714\dots \\
 20 & \\
 \underline{14} & \\
 60 & \\
 \underline{56} & \\
 40 & \\
 28\dots &
 \end{array}$$

Shunday qilib, $3/14 = 0,214285714\dots$

Bo'lish davomida chiqqan barcha qoldiqlarni ketma-ket yozib chiqamiz: 2, 6, 4, 12, 8, 10, 2, 6 ... Bu qoldiqlarni barchasi bo'luvchidan, ya'ni 14 sonidan kichik. Bu bo'lishning qaysidir qismida ilgari uchragan qoldiq yana albatta uchrashi kerakligini bildiradi. Bizda ettinchi qadamda 2 qoldiq hosil bo'lib, u birinchi qadamda paydo bo'lgan edi. Bundan tashqari ilgari uchragan qoldiq paydo bo'lgan zaxotiyoyoq undan keyingi qoldiqlar ular avval qanday tartibda bo'lsa, shunday tartibda takrorlanadilar. Bizning misolimizda 2 qoldiqdan so'ng 6 qoldiq, undan keyin 4, undan keyin 12 keladi va hokazo, ya'ni biz qoldiqlarning quyidagi ketma-ketligini hosil qilamiz: 2, 6, 4, 12, 8, 10, 2, 6, 4, 12, 8, 10, Davriy takrorlanuvchi qoldiqlar gruppasi mos ravishda sonning o'nli yozuvidagi davriy takrorlanuvchi raqamlar gruppasiga olib keladi, ya'ni $3/14 = 0,2142857142857142857\dots$. Sonning o'nli yozuvida verguldan keyingi ketma-ket takrorlanib keluvchi bunday raqamlar gruppasi davr deb ataladi, o'z yozuvida ana shunday davrga ega bo'lgan chekli o'nli kasr davriy kasr deyiladi. Qisqalik uchun davrni bir marta qavs ichiga olib yozish qabul qilingan:

$0,214285714285714285714...=0,2(142857)$. Agar davr verguldan keyin boshlansa, bunday kasr sof davriy kasr deyiladi, agar vergul va davr orasida boshqa o'nli xonalar bo'lsa, kasr aralash davriy kasr deyiladi. Masalan, $2,(23)=2,2323232323...$ - sof davriy kasr, $0,2(142857)$ - aralash davriy kasr, $2,73=2,73000000... = 2,73(0)$ aralash davriy kasrdir.

Xulosa

Ma'lumki, kunlik turmush tarzimizda, umuman, hayotimizda matematikaning o'rni beqiyos. Jumladan, ratsional sonlarni matematikada qanday o'qitish va uni qanday metodlar yordamida qo'llash mumkin degan savollarga ushbu ishda batafsil to'xtalib o'tilgan.

Malakaviy bitiruv ishi maktab matematika kursida ratsional sonlar ustida amallar bajarishni o'qitish metodikasiga bag'ishlangan bo'lib, u metodik xarakterga ega.

Bu yerda ratsional sonlar haqidagi batafsil ma'lumotlar keltirilgan.

Ushbu mavzu matematika o'qitishning ratsional sonlarni kiritish yo'llari va ularning xossalari, ratsional son tushunchasini kiritish va uni o'rgatish metodikasi, o'nli kasrlar va ular bilan to'rt amalni bajarish metodikasi bo'limlaridan foydalanildi. Mavzuni yoritishda mantiqiy ketma-ketlikdan foydalanildi. Bundan tashqari tarixiy ma'lumotlar ham keltirib o'tilgan.

Har bir misolni yechishda o'quvchiga iloji boricha sodda va mushohada qilishga undovchi texnologiyalardan foydalanish lozim.

Ushbu ishdan qarab chiqilgan mavzu bo'yicha metodik qo'llanma sifatida foydalanish mumkin.

- 1.I.A.Karimov. “Yuksak ma’naviyat –yengilmas kuch”. Toshkent, Ma’naviyat. 2008-yil. 267 b.
- 2.I.A. Karimov “Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozining O’zbekistonda bartaraf etish usullari va chora-tadbirlari”. 2009-yil.
- Толаганов Т.Р., Норматов А. Математикадан практикум. -Т.: Ўқитувчи, 1989.-300 бет.
- Rajabov F. Matematika : O’quv qo’llanma: T.: “O’zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti”, 2007.-280 b
- Р.И. Искандаров, Р.Назаров. Алгебра ва сонлар назарияси. II-қисм. Т.: Ўқитувчи, 1979.-268 б.
- М.Я. Выгодский. Элементлар математикадан справочник. Т.: Ўқитувчи, 1971.-444 б.
- Р.А. Калнин. Алгебра ва элементлар функциялар. Т.: Ўқитувчи, 1970.-456 б.
6. Sh.A. Adbullayeva, D.A.Ahatova. “Pedagogika” O’zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Fan nashriyoti.
- 7.www. ziyonet .uz
- 8.www. ref. uz.
- 9.www. google .uz

Kirish.....	3
2. Ratsional sonlarni kiritish yo'llari va ularning xossalari	5
Ratsional son tushunchasini kiritish va uni o'rgatish metodikasi	10
4. O'nli kasrlar va ular bilan to'rt amalni bajarish metodikasi.....	21
6. Xulosa.....	28
Adabiyotlar ro'yxati.....	29