

**O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus
ta'lim vazirligi**

Samarqand Iqtisodiyot va servis instituti

**T.I. UMAROV
S.I.XUDOYBERDIYEV**

**IQTISODIY MATEMATIK USULLAR VA
MODELLAR**

FANIDAN

Ma'ruzalar matni

Samarqand-2015

Ushbu ma'ruzalar matini "Oliy matematika" kafedrası dotsenti t.f.n. T.I.Umarov, ass. S.I.Xudoyberdiyevlar tomonidan tayyorlangan.

Taqrizchilar:

U.Nazarov – SamDAQI "Informatika va axborat texnologiyalari" kafedrası mudiri,

A.B.Begmatov – SamISI "Oliy matematika" kafedrası dotsenti

Ushbu ma'ruzalar matini "Oliy matematika" kafedrası yig'ilishida muhokama qilingan va o'quv uslubiy kengashida muhokama etish uchun tavsiya etilgan. (bayonnima №_____.2015 yil)

Ushbu ma'ruzalar matini institut o'quv-uslubiy kengashida tasdiqlangan chop etish uchun tavsiya etilgan (bayonnima №_____.2015 yil)

KIRISH

Rejali iqtisodiyotdan bozor iqtisodiga to'liq o'tish, boshqarishni ma'muriy buyruqbozlik usulidan iqtisodiy usullariga o'tish ijtimoiy iqtisodiy kategoriyalar, ko'rsatgichlar va kriteriyalarning son va sifat tamonlarini cho'qur urganishga olib keladi. Bundan yuqoridagilarni baholashga, baholash tamoyillarini ishlab chiqarish vositalariga, iste'mol predmetlariga va turli xizmatlarga nisbatan ta'sirini ko'rib chiqish alohida ahamiyat kasb yetadi.

Rejali iqtisod sharoitida ko'pgina baholar markazlashgan holda belgilanardi va uni hech qanday mahalliy o'zgartirishlarga yo'l qo'yilmasdi, kolxoz bozoridagi baholar bundan mustasno edi.

Mahsulot bahosining asosi- uni ishlab chiqarishga ketgan ijtimoiy zaruriy harajatlardir. Bunda baho bilan buyumlashgan mehnat harajatlari, zaruriy ijtimoiy mehnat va qo'shimcha mehnat harajatlari qoplanishi kerak.

Amaliyotda bu shuni anglatadiki, bahoni shunday shakllantirish kerakki, u ishlab chiqarilgan mahsulotning tannarxi miqdoriga asoslanib uzida foydaning bir qismini aks ettirishi shart. Baxolarni ijtimoiy zaruriy harajatlarga asoslanganligini bir tomonlama to'g'ri hisoblash zarur. Ma'lumki, har qanday mahsulotni ishlab chiqaruvchisi, va iste'molchisi bo'ladi, harajatlarga asoslangan baho ishlab chiqaruvchilar manfaatini ko'zlab, istefakatmolchilarni o'ziga qaram qilib qo'yadi va tang ijtimoiy-iqtisodiy sharoitini vujudga keltiradi. Talab va taklifni muqobillashtirishda rag'batlantirish yo'qligi sababli, ularga talabning ko'pligiga qaramasdan, ishlab chiqaruvchilar kamyob tovarlarni ishlab chikarishga qiziqmaydilar. Shuning uchun bizda ehtiyoj iste'mol mollari bilan ta'minlanganlik past darajada. Rejali boshqarishdagi iste'mol buyumlarga davlat bahosi ijtimoiy nuqtai nazardan yaxshidek ko'rinsada, aslida bu o'zini oqlamaydi va natijada mahsulot ishlab chiqaruvchilar rentabelsiz ishlab, davlatdan qarzдор bo'ladi. Ikkinchidan, arzon mollarni davlat savdo tashkilotlaridan sotib ololmasdan, bu mollarni savdogarlardan qimmat bahoga oladi. Bozor iqtisodiyoti sharoitida ma'muriy buyruqbozlik usullari iqtisodiy boshqaruv usullari bilan almashinganda korxonalar o'z xohishi bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish rejasini tuzib berish, ularni bozor baho-larida sotishni o'zlari belgilashadi. Mahsulotning bozor bahosi miqdori mahsulotga bo'lgan talab va taklif munosabatlari orqali belgilanadi. Bozor baholari davlat tomonidan ko'rsatilgan baholarni iqtisodiy salbiy tamonlarini xaspo'shlash bilan bir qatorda o'z kamchiliklariga ega bo'lib, ijtimoiy xususiyatga egadir. Jahon amaliyotidan ma'lumki, bozor munosabatlari sharoitida pul qadirsizlanib, mahsulotlarga qo'yilgan baxolar doimiy va sezilarli darajada usishi munosabati bilan aholining turmush sharoiti yomonlashib, kambag'allar ko'payadi, xullas, davlat qashshoqlasha boradi. Buning oldini olish uchun bozor baholari ustidan ham alohida nazorat o'rnatish zarur. Baho shakllanishining bozor va rejali iqtisoddagi ijtimoiy-iqtisodiy ahamiyatini belgilash, bahoni hisoblashning qat'iy sonli usullarini ishlab chiqishni taqozo etib, bunda hozirgi iqtisodiy-matematik usullar va modellarni qo'llash ko'zda tutiladi.

“Iqtisodiy-matematik usullar va modellar (IMUM)” fanini o’rganishdan maqsad makro-va mikroiqtisodiyot, ularning tarmoqlari, firmalar faoliyati kabi iqtisodiy ob’ektlar misolida iqtisodiy masalarni qo’yilishi, ularning iqtisodiy mazmunini o’rganish, kompyuterlarda yechish va olingan natijalarni tahlil qilish malakalarini hosil qilishdir.

Ko’rsda ko’riladigan masalalar:

- . **iqtisodiy hodisa va jarayonlarni matematik modellarini qurish va ularni yechish usulini tanlash;**
- . **matematik modellarni tahlil qilish asosida iqtisodiy jarayon qonuniyatlari haqida tushuncha va bilimlarni chuqurlashtirish;**
- . **turli matematik modellarni makro-va mikroiqtisodiyotda qo’llanishni o’rganish.**

Iqtisodiy jarayonlar o’ta murakkab va tasodifiy omillarga bog’liqdir. Shu sababli ularni turli-tuman matematik modellari yaratilgan. Bu modellarning har biri o’z kamchilik va yutuqlariga egadir. Ko’rilayotgan iqtisodiy masalani maqsad va hususiyatlaridan kelib chiqib mos (adekvat) modelini va cheklanishlarini tanlab olish kerak bo’ladi.

1-mavzu: Iqtisodiyotni boshqarishda iqtisodiy-matematik modellar va usullarni qo'llash samaradorligi. Fanning maqsadi, vazifalari va boshqa fanlar bilan aloqasi.

Reja:

1.1. Model va modellashtirish tushunchalari va bosqichlari

1.2. Modellarning sinflari va bosqichlari

1.3. Iqtisodiy matematik modellarni klassifikatsiyasi

Hammamizga ma'lumki tabiat va jamiyat xossalari kuzatilayotganda ular to'g'risida dastlabki tushunchalar hosil bo'ladi. Bu tushunchalar oddiy so'zlashuv tilida, turli rasmlar, sxemalar, belgilar orqali ifodalanishi mumkin.

Xuddi ana shunday tushunchalarga model deyiladi.

Model so'zi lotincha *modulus* so'zidan olingan bo'lib, o'lchov, me'yor degan ma'noni anglatadi.

Keng ma'noda esa model biror ob'ekt yoki ob'ektlar sistemasining namunasidir. Yoki boshqacha qilib aytganda model bu shunday bir moddiy yoki hayoliy-g'oyaviy tasavvur qilinadigan ob'ekt bo'lib uni bevosita tekshirish, o'rganish jarayonida kuzatilayotgan ob'ekt haqida yangidan-yangi ma'lumotlar-tafsilotlarni aniqlash mumkin bo'ladi.

Masalan yerning moduli globus, yoki pasportdagi suratni-uning egasini modeli deyish mumkin.

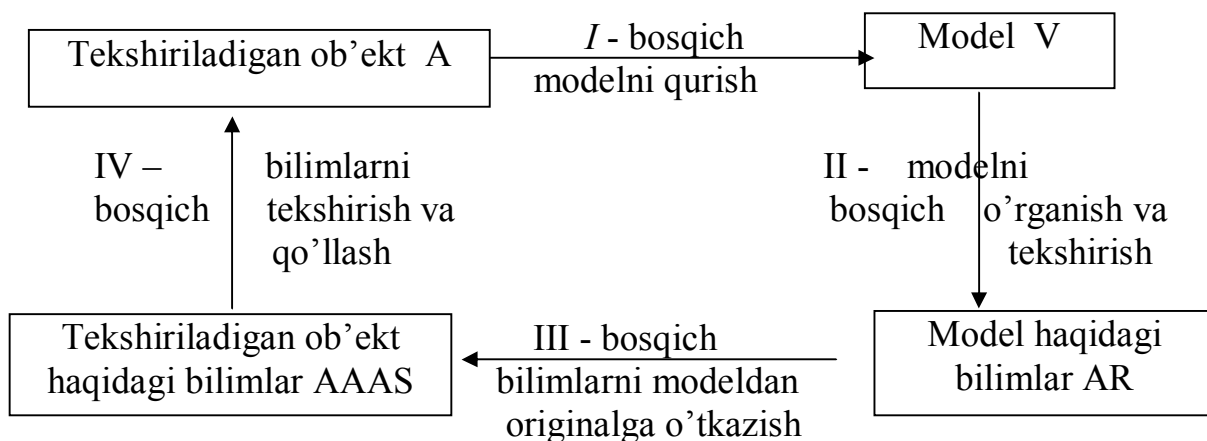
Ifodalanagan modellar yordamida kuzatilayotgan ob'ektni bilish esa modellashtirish deyiladi. Yoki boshqacha qilib aytganda modellashtirish deganda ob'ektni bevosita emas balki model deyiladigan yordamchi ob'ektni tahlil qilish asosida chetdan o'rganish, bilish tushuniladi.

Modellashtirish usulini foydalanishning zaruriyati va ahamiyati shundaki u juda ko'p ob'ektlar yoki shu ob'ektga doir muammolarni bevosita yoki umuman (qachonki ob'ektga tushish, uni ko'rish, bilish mumkin emas, masalan yerni yadrosi, koinotni tubi, yoki amaliyotda mavjud bo'lmagan: iqtisodni kelgusi holati, jamiyatni kelgusidagi talabi va h.k.) tekshirish yoki o'rganish umuman mumkin emas.

Odatda modellashtirish quydagi elementlarni saqlovchi jarayondan iborat bo'ladi:

- sub'ekt (tekshiruvchi);
- tekshiriladigan ob'ekt;
- o'rganilayotgan ob'ekt bilan o'rganayotgan sub'ekt munosabatlari orasida vositachi bo'lgan model.

Modellashtirish jarayonini ma'nosini eng sodda holda sxema tarzida qo'yidagicha ifodalash mumkin:



1.2. Modellarni klassifikatsiyasi

Odatda modellarni ularning qo'llanish sohasi, modellashtirilayotgan ob'ektni harakteri, modellashtirish vositalari, modellarni tafsilotligi darajasi va boshqa ko'pgina belgilariga ko'ra sinflarga ajratiladi.

Umuman barcha modellar to'plami ikkita katta sinfga bo'linadi:

- moddiy (predmetli, ko'rgazmali) modellarga;
- g'oyaviy (abstrakt) modellarga.

Birinchi turdagi moddiy modellar odatda tabiiy yoki suniy kelib chiqish xususiyatlariga ko'ra biror-bir moddiy ob'ektlarda ifodalanadi.

Ikkinchi turdagi modellar esa - odatda inson ongining - fikrining mahsuli bo'lib bunday modellar ustida amallar inson ongida bajariladi.

O'z navbatida moddiy modellar ham: fizik, geometrik va predmetli matematik modellarga bo'linadi.

Fizik modellarda originalni tashqi o'xshashligi saqlanadi, hamda o'rganishimiz kerak bo'lgan predmetdagi kerakli xususiyatlari va muhim alohida tomonlarini ma'lum fizik jarayon va holatlarini o'rganish uchun aks ettiriladi.

Geometrik modellarda asosan o'rganishimiz, tekshirishimiz kerak bo'lgan predmetni ichki holatlarini (rasmlar, chizmalar, sxemalar va boshqa) o'xshashligini aks ettiradi.

Matematik modellar yordamida tekshirilayotgan ob'ektlar va jarayonlarni xossalari, xususiyatdari, tafsilotlari-tavsiflari tenglamalar, tengsizliklar va funksiyalar ko'rinishida yoziladi. Yechiladigan masalani matematik shartlarida belgilar, ya'ni harflar, raqamlar va ulardan tuziladigan formulalar aks ettiriladi, qaysiki ularda o'rganilayotgan voqea va holatlarni turli parametrlari, noma'lumlari ham hisobga olingan bo'ladi.

G'oyaviy (abstrakt - mavhum ravishda fikr yuritiladigan) modellarga: konsepsiyalar (qarashlar tizimi), tushunchalar, gipotezalar misol bo'la oladi. Odatda iqtisodiy tekshirishlarda asosan abstrakt modellashtirish qo'llaniladi.

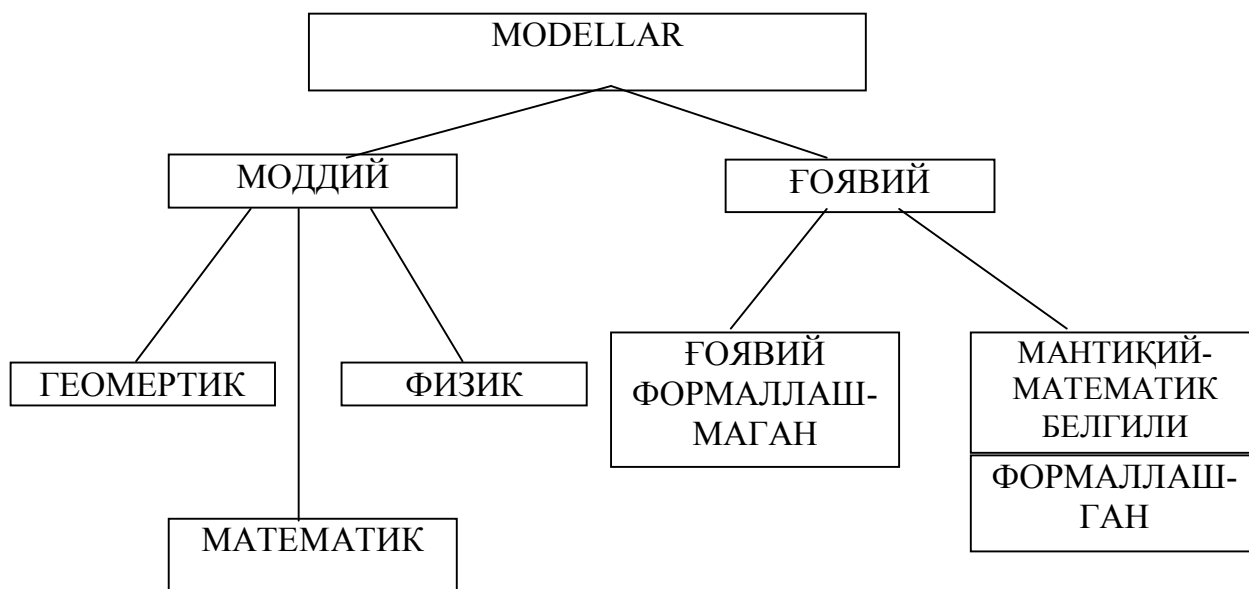
O'z navbatida g'oyaviy modellar ham:

- a) hayoliy, fikirlangan, norasmiy-shakliga e'tibor berilmaydigan modellarga va
- b) rasmiylashtirilgan (formallashtirilgan muayyan shaklga

keltirilgan) mantiqiy - matematik, belgili-matematik modellarga bo'linadi. Mantiqiy-matematik modellar tekshirilayotgan ob'ektni muhim xossalarini aks ettiruvchi matematik munosabatlar va mantiqiy ifodalar tizimini ifodalaydi (funksiyalar, tengsizliklar, algoritmlar va h.k.).

Matematik modellar guruhida iqtisodiy matematik modellar (IMM) alohida ahamiyat kasb etadi. IMM bu iqtisodiy jarayon va holatlarni aks ettiradi. Iqtisodiy jarayonlarni modeli o'rganilayotgan va umumlashtirilayotgan holatni qonuniyatlarini miqdor va sifat jihatdan tekshirishning eng samarali vositalaridan biridir. Shuningdek IMM ni qurish mantiqiy amallarni kompyuterga o'tkazishning zarur shartlaridan biridir. Aynan IMMlar yordamida masalalar yechimini tez topish, aniqlash va olingan natijalarni chuqur asoslash mumkin bo'ladi.

MODELLARNI KLASSIFIKATSIYASI



1.3. Iqtisodiy -matematik modellarni sinflari/

Iqtisodiy-matematik modellarni (IMM) juda ko'p belgilarga ko'ra sinflarga bo'lish mumkin.

Iqtisodiy-matematik modellar mo'ljaliga ko'ra nazariy-analitik hamda amaliy iqtisodiy matematik modellarga bo'linadi.

Nazariy-analitik, iqtisodiy-matematik modellar iqtisodiy jarayonlarni eng umumiy qonuniyatlarini tekshirishlarda qo'llaniladi.

Amaliy iqtisodiy-matematik modellar esa aniq iqtisodiy tahlil, rejalashtirish, taxminlashtirish (istiqbolni belgilash), boshqarish kabi masalalarni yechishda foydalaniladi.

Tashqi muhit bilan aloqasini, hamda ichki parametrlarini va karakteristikalarini aks ettirishiga qarab iqtisodiy matematik modellar strukturali va funksional modellarga bo'linadi. Strukturali IMMlar tizimni ichki tashkiliy qismini aks ettiradi: ya'ni tarkibiy elementlarini, ularni o'zaro aloqalarini,

shuningdek tizimga kirish va chiqishlarni ifodalaydi. Bunday modellar murakkab tizimlarni tashkil etish jarayonlarini modellashtirishda qo'llaniladi.

Strukturali iqtisodiy-matematik modellarga tarmoqlararo aloqalar modeli misol bo'lishi mumkin.

Funksional iqtisodiy matematik modellarni eng muhim mo'ljali ob'ektni mazmunini bilish - aks ettirishdir. Bunday modellarga pul-tovar munosabatlari sharoitida iste'molchilarni xulqi modellari misol bo'la oladi.

O'z navbatida hodisalar orasidagi aloqalarni aks ettirish harakteriga ko'ra determenlashgan va stoxostik iqtisodiy matematik modellar bir-biridan farq qiladi. Determenli modellar tarkibida tasodifiy xodisalar - voqealar ishtirok ettirilmaydi. Stoxostik modellarda esa iqtisodiy jarayonlarni rivojlanishiga tasodifiy holatlar, hodisalarni ta'siri o'rganiladi.

O'z navbatida vaqt omili-faktorini aks ettirish holatiga ko'ra dinamik iqtisodiy - matematik modellar sinfi va faqat ma'lum bir oraliq davrdan bog'liqlik holatini ifodalovchi statistik IMM sinfi bir - biridan farq qiladi.

Bog'lanishlar-alloqalarni aks ettirish shakliga ko'ra modellar chiziqli va chiziqsiz iqtisodiy matematik modellarga bo'linadi. Ammo amaliyotda – iqtisodiyotda juda ko'pchilik bog'lanishlar chiziqsiz bog'lanish harakteriga mos keladi. Shuning uchun bunday holatlarda hamma vaqt ham iqtisodiyotda miqdoriy tahlilni chiziqsiz bog'lanishini chiziqli bog'lanish bilan almashtirish qo'l kelavermaydi, balki har bir holat chuqur va har tomonlama asoslanishi kerak.

Iqtisodiy matematik modellar hisobga olinadigan ekzogen (modeldan tashqarida aniqlanadigan) va endogen (model yordamida aniqlanadigan) o'zgaruvchilar bo'yicha ochiq yoki yopiq modellarga bo'linadi. Biroq ekzogen o'zgaruvchilar hisobga olinmaydigan yopiq IMM juda kam onda - sonda uchraydi. Ko'pchilik IMM ochiq yoki juda kam hollarda yopiq modellarga xos bo'ladi.

Axborotlarni agregatlanganligi (bir necha turlari, qismlaridan iboratligi) murakkabligi darajasiga ko'ra murakkab va batafsil IMMga bo'linadi, ya'ni yuqori darajali batafsillashgan jarayonlarni aks ettiruvchi IMMga "Mikromodel" va xalq xo'jaligini murakkab modellarini «Makromodel»lar deb ataladi.

Modellashtirish ob'ektiga yondashish bo'yicha normativ va diskret IMMlar bir - biridan farq qiladi. Normativ IMM maqsadli jarayonlarni tartibli boshqarishni aks ettiradi. Diskret modellar esa faqat kuzatilayotgan omillar - faktorlarni ta'sirini aks ettiradi, ifodalaydi.

Normativ modellarga xalq xo'jaligi tarmoqlarini rivojlanishi imkoniyatlari va vositalarini aks ettiruvchi modellar misol bo'la oladi.

Diskret modellarga misol sifatida harid funksiyasi, ishlab chiqarish funksiyalarini misol keltirish mumkin.

Umuman yakun qilib aytganda matematik usullar bilan iqtisodiy tekshirishlar o'tkazish jarayonida IMMni yangi turlari va ularni sinflarga bo'lish va integratsiyalashni yangi belgilari paydo bo'lishi muqarrardir.

Tayanch so'z va iboralar:

Model, moddiy (fizik, geometrik, matematik) va g'oyaviy (rasmiylashgan, rasmiylashmagan) modellar. Nazariy-analitik, amaliy iqtisodiy-matematik, strukturali, funksional, determenlashgan, stoxostik, dinamik, statistik, chiziqli, chiqizsiz, ekzogen, endogen, ochiq, yopiq, mikro, makro, normativ, diskret modellar va iqtisodiy matematik usullar, modellashtirish, sub'ekt, ob'ekt.

Takrorlash uchun savollar:

1. Iqtisodiy matematik usullar va modellar fanini predmeti.
2. Iqtisodiy matematik usullarni amaliyotga qo'llanishning zaruriyati va ahamiyati.
3. Modellashtirish usulini qo'llashning zaruriyati va ahamiyati nima?
4. Modellashtirish jarayonini mazmuni va bosqichlari deganda nimani tushunasiz?
5. Modellar va iqtisodiy-matematik modellar klassifikatsiyasini bilasizmi?
6. Iqtisodiy-matematik modellar klassifikatsiyasini bilasizmi?

Foydalanilgan adabiyotlar

1. G.N. Nasretdinov "Matematik ekonomika elementlari", T.: "O'qituvchi", 1984 y.
2. O. Abdullayev, T. Shodiyev "Iqtisodiy kibernetika", T.: "O'qituvchi", 1988
3. A.A. Spirin, G.P. Fomin "Ekonomiko-matematicheskiye metody i modeli v torgovle", uchebnoye posobiye, M.: "Ekonomika", 1988 y.
4. N.I. Shedrin, A.N. Karxov "Ekonomiko-matematicheskiye metody v torgovle", M.: "Ekonomika", 1980 y.

2-mavzu: Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo'llash. Chiziqli dasturlash masalasini umumiy qo'yilishi va iqtisodiy talqini.

Reja:

1. **Chiziqli dasturlash (CHD) masalasining qo'yilishi va uning turli formalarda ifodalanishi. Asosiy tushunchalar.**
2. **Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqini va uni grafik usulda yechish.**

1. Ma'lumki, chiziqli dasturlash matematik dasturlashning tarkibiy qismi bo'lib hisoblanadi. Chiziqli dasturlash masalasini umumiy holda qaraymiz.

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (1)$$

chiziqli funksiya va

[illegible]

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

chiziqli cheklash shartlari sistemasi berilgan bo'lsin, bunda a_{ij}, b_i va c_j lar berilgan o'zgarmas miqdorlar.

Chiziqli dasturlash masalasi, bu $x_1, x_2, \dots, x_n$ o'zgaruvchilarning shunday qiymatlarini topish kerakki, ular (2), (3) cheklash sistemasini qanoatlantirib, (1) chiziqli funksiya minimum (maksimum) qiymatga ega bo'lsin.

Chiziqli dasturlash masalasining umumiy qo'yilishini bir necha formalarda (shakllarda) yozish mumkin.

1. Vektorlar shaklida yozilishi. Ushbu belgilashlarni kiritamiz:

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \dots, A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix},$$

$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ bo'lib, $CX = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ skalyar ko'paytma bo'lsin. Bu holda chiziqli dasturlash masalasini vektor ko'rinishda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$Z = CX$$

chiziqli funksiya minimumga ega bo'ladigan X vektorning

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n = A_0, \quad X \geq 0 \quad (4)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi qiymatini toping.

2. Matritsa shaklida yozilishi.

$AX = A_0, \quad X \geq 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi $Z = CX$ chiziqli funksiya minimum qiymatga ega bo'ladigan X vektorning qiymatini toping, bunda

$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ satr matritsa, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ ustun matritsa va $A = (a_{ij})$ sistema matritsasi hamda $A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$ ustun matritsa bo'ladi.

3. Yig'indi belgisi orqali yozilishi.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ chiziqli funksiya minimumga ega bo'ladigan x_j o'zgaruvchilarning qiymatini toping.

1-ta'rif. (2) va (3) shartlarni qanoatlantiruvchi $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorga chiziqli dasturlash masalasining mumkin bo'lgan yechimi yoki qisqacha rejasi (plani) deyiladi.

2-ta'rif. (4) yoyilmaga kiruvchi x_i larning musbat hadli A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) vektorlari chiziqli bog'lanmagan bo'lsa, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ rejaga tayanch reja (yechim) deyiladi.

A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) vektorlar m o'lchovli bo'lganligi uchun tayanch reja ta'rifidan ko'rinadiki, uning musbat hadli koeffitsiyentlari m dan katta bo'lmaydi.

3-ta'rif. Tayanch reja (yechim) m ta musbat komponentlarga ega bo'lsa, unga maxsusmas, aks holda maxsus reja deyiladi.

4-ta'rif. Chiziqli funksiya minimum (maksimum) qiymatga ega bo'ladigan reja (yechim)ga chiziqli dasturlash masalasining optimal rejasi (yechimi) deyiladi.

Chiziqli dasturlash masalasi yechimining ayrim xossalarini qaraymiz:

1) chiziqli dasturlash masalasi cheklash shartlari sistemasining rejalari (mumkin bo'lgan yechimlari) to'plami bo'sh to'plamni yoki R^n fazoning qavariq to'plamini tashkil etadi;

2) chiziqli dasturlash masalasining rejalari to'plami bo'sh to'plam bo'lmasa va maqsadli funksiya bu to'plamda yuqoridan (quyidan) chegaralangan bo'lsa, masala maksimum (minimum) optimal yechimga ega bo'ladi;

3) chiziqli dasturlash masalasining optimal yechimi mavjud bo'lsa, bu yechim mumkin bo'lgan yechimlar to'plamining chegaraviy nuqtalarida bo'ladi.

2. Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqinini (tasvirini) $n = 2$, ayrim hollarda $n = 3$ bo'lganda ifodalash mumkin. Chiziqli dasturlash masalasi quyidagicha berilgan bo'lsin:

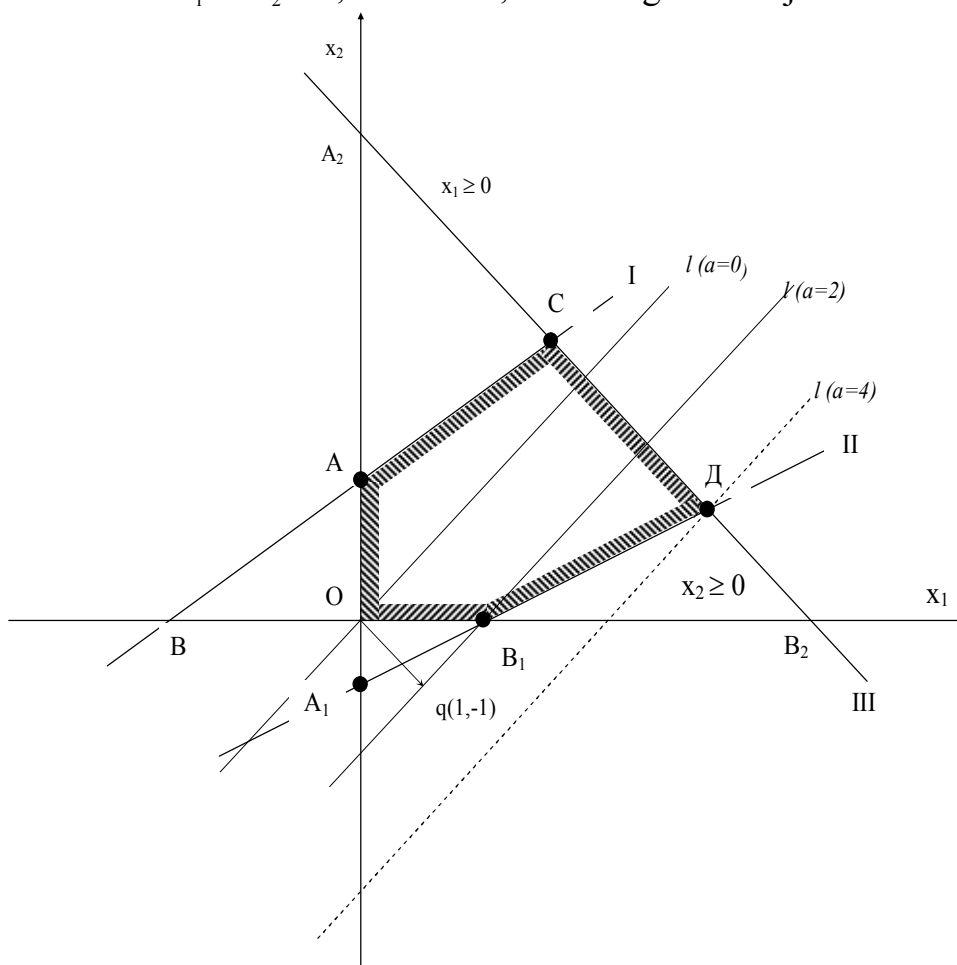
$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

tengsizliklar sistemasini qanoatlantiruvchi x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning shunday qiymatini topish kerakki, $f = x_1 - x_2$ funksiya maksimum qiymatga ega bo'lsin.

Yechish. 1) $-2x_1 + 3x_2 \leq 9$ tengsizlik bilan aniqlanadigan geometrik tasvirni aniqlaymiz. Buning uchun oldin $-2x_1 + 3x_2 = 9$ to'g'ri chiziqni x_1Ox_2 koordinat tekisligida yasaymiz. Ma'lumki, to'g'ri chiziq $A(0;3)$ va $B(-4,5;0)$ nuqtalardan o'tadi.

Endi $-2x_1 + 3x_2 \leq 9$ tengsizlikka mos geometrik tasvirni aniqlash uchun, berilgan tengsizlikka koordinatlar boshi $O(0;0)$ nuqtaning koordinatalarini qo'yamiz: $-2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 9$ yoki $0 \leq 9$ tengsizlik bajariladi, shuning uchun $-2x_1 + 3x_2 \leq 9$ tengsizlik bilan aniqlanadigan geometrik tasvir koordinatlar boshi, $O(0;0)$ nuqtani o'z ichiga olgan yarim tekislikdan iborat bo'ladi.

2) Xuddi yuqoridagidek kolgan tengsizliklarga mos kelgan yarim tekisliklarni yasaymiz. $x_1 - 2x_2 = 2$, bu to'g'ri chiziq $A_1(0;-1)$, $B_1(2;0)$ nuqtalardan o'tadi. $x_1 - 2x_2 \leq 2$, $0 - 2 \cdot 0 \leq 2$, $0 \leq 2$ tengsizlik bajariladi.



1-chizma

3) $x_1 + x_2 = 8$ to'g'ri chiziq $A_2(0;8)$, $B_2(8;0)$ nuqtalardan o'tadi.

$x_1 + x_2 \leq 8, 0 + 0 \leq 8, 0 \leq 8$ bo'ladi.

4) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ yarim tekisliklarni ham yasaymiz:

Shunday qilib, berilgan tengsizliklar sistemasini qanoatlantiradigan mumkin bo'lgan yechimlar to'plami - $OACDB$ yechimlar ko'pburchagini hosil qildik. Ma'lumki, bu to'plam qavariq to'plamdan iborat, ya'ni birinchi xossa bajariladi (1-chizma).

Endigi masala bu to'plamning shunday nuqtasini topish kerakki, $F = x_1 - x_2$ chiziqli funksiya max qiymatga ega bo'lsin. Tekislikda F bir xil qiymatlar qabul qiladigan nuqtalarning joylanishini topamiz. Buning uchun $F = a$ deb olamiz. Bu holda $x_1 - x_2 = a$ tenglama hosil bo'lib, bu F funksiya bir xil a qiymat qabul qiladigan to'g'ri chiziqdır. a ning o'rniga har xil qiymatlar qo'yish bilan ℓ parallel to'g'ri chiziqlarni hosil qilamiz. Bu to'g'ri chiziqlarning har biriga sath chizig'i (ya'ni funksiya bir xil qiymatlar qabul qiluvchi to'g'ri chiziq) deyiladi.

Chiziqli funksiya koeffitsiyentlaridan tuzilgan $\vec{q}(1, -1)$ vektorni qaraymiz. Bu vektorga perpendikulyar ℓ chiziqni o'tkazamiz (bu sath chiziqlardan biri) va uni o'ziga parallel mumkin bo'lgan yechimlar to'plami bilan kesishmay qolguncha siljitamiz. Bu yerda, masalada maksimal qiymat topilishi kerak bo'lsa, vektorning yo'nalishi bo'yicha, minimal qiymat topilishi kerak bo'lsa, vektorning yo'nalishiga qarama-qarshi tomonga siljiriladi.

ℓ to'g'ri chiziqni o'ziga-o'zini parallel qanchalik siljitilmasin, bari bir mumkin bo'lgan yechimlar to'plamini kesib o'taversa, chiziqli funksiya yuqoridan (minimal qiymatlar uchun quyidan) chegaralanmagan bo'ladi va optimal yechimga ega bo'lmaydi. Qaralayotgan masalada ℓ chiziqni parallel siljirilganda $OACDB$ mumkin bo'lgan yechimlar to'plami bilan D nuqtada oxirgi umumiy nuqtada ega bo'lib, bu nuqtada funksiya maksimal qiymatga ega bo'ladi. Ma'lumki, bu nuqta $x_1 - 2x_2 = 2, x_1 + x_2 = 8$ to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasi bo'lib, ularni birgalikda yechib nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 8 \end{cases} \Big| 2$$

$$3x_1 = 18, \quad x_1 = 6, \quad 6 - 2x_2 = 2, \quad -2x_2 = -4, \quad x_2 = 2.$$

Shunday qilib, D nuqtaning $x_1 = 6, x_2 = 2$ koordinatalari masala yechimi bo'ladi.

$$F_{\max} = 6 - 2 = 4.$$

Bu bilan chiziqli dasturlash masalasining 3-xossaning ham bajarilishini ko'rsatdik.

3. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning simpleks usuli. Payqash mumkinki, yechimlar ko'pburchagining shunday burchak nuqtasi mavjudki, bu nuqtada chiziqli funksiya optimal qiymatga ega bo'ladi. Yechimlar ko'pburchagining har bir burchak nuqtasiga birorta tayanch yechim mos keladi.

yoyilma hosil bo'ladi, bunda

$$A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, A_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A_{m+1} = \begin{pmatrix} a_{1,m+1} \\ a_{2,m+1} \\ \dots \\ a_{m,m+1} \end{pmatrix}, \dots, A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix},$$

$A_1, A_2, \dots, A_m$ vektorlar m o'lchovli fazoning chiziqli bog'lanmagan birlik vektorlari bo'ladi. Bular bu fazoning bazisini tashkil etadi. Shuning uchun, (8) yoyilmada bazis o'zgaruvchilari uchun $x_1, x_2, \dots, x_m$ larni olib, ozod $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$ o'zgaruvchilarni 0 ga teng deb, hamda $b_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, m)$ ekanligini hisobga olib, $A_1, A_2, \dots, A_m$ birlik vektorlar bo'lganligi uchun

$$X_0 = (x_1 = b_1, x_2 = b_2, \dots, x_m = b_m, x_{m+1} = 0, x_{m+2} = 0, \dots, x_n = 0) \quad (9)$$

boshlang'ich rejani hosil qilamiz. (9) reja

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_m A_m = A_0 \quad (10)$$

yoyilmaga mos kelib, $A_1, A_2, \dots, A_m$ vektorlar chiziqli bog'lanmagan, demak boshlang'ich olingan reja tayanch reja ham bo'ladi.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Mumkin bo'lgan yechim, tayanch reja, maxsusmas reja, maxsus reja, optimal reja, yechimlar ko'pburchagi, sath chizig'i, simpleks usul, rejani ketma-ket yaxshilash, ochuvchi (kalit) element, yo'naltiruvchi (kalit) satr, yo'naltiruvchi (kalit) ustun, bosh satr, chiziqli dasturlashning kanonik masalasi, boshlang'ich reja, optimallik sharti, simpleks usul algoritmi, sun'iy bazis, aralash shartli masalalar.

Takrorlash uchun savollar

1. Chiziqli dasturlash (CHD) nima?
2. Chiziqli dasturlash masalasi (CHDM) vektor formada qanday yoziladi?
3. CHDM ning kanonik ko'rinishi nima?
4. CHDMning geometrik tasvirini nechta o'zgaruvchi uchun ko'rsatish mumkin?
5. Simpleks usulning mohiyati nimadan iborat?
6. Simpleks usulning optimallik sharti qanday?
7. Ochuvchi (kalit) element deb nimaga aytiladi?
8. Yo'naltiruvchi (kalit) ustun va satr deb nimaga aytiladi?
9. Bosh satr qanday satr?
10. Maqsadli funksiya nima?
11. Cheklash shartlarida qanday shartlar bo'lishi mumkin?
12. $(m+1)$ satr baholari qanday topiladi?
13. Birinchi simpleks jadval qanday tuziladi?
14. Qanday holda 2-simpleks jadvalni tuzishga o'tiladi?
15. 2-simpleks jadval qanday tuziladi?

16. Chiziqli funksiyaning chegaralanmaganlik sharti simpleks jadvalda qanday ifodalanadi?
17. Simpleks jadvallardan optimal yechimning yagonaligi qanday aniqlanadi?
18. Sun'iy o'zgaruvchi qanday holda kiritiladi?
19. Sun'iy bazis usuli nima?
20. Qanday masalalarga aralash shartli masalalar deyiladi?
21. Aralash shartli masalalar qanday masalaga keltiriladi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

Ushbu CHDMning maksimum va minimum qiymatlarini geometrik usulda toping.

- | | |
|--|--|
| <p>1. $f = 5x_1 + 3x_2,$</p> $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + 4x_2 \leq 8, \\ x_1 \leq 5, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | <p>2. $f = x_1 + 2x_2,$</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 6x_2 \leq 3, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>3. $f = 10x_1 + 6x_2,$</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 7x_1 + 9x_2 \leq 63, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | <p>4. $f = 4x_1 + 2x_2,$</p> $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>5. $f = 3x_1 + x_2,$</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 5x_1 - 4x_2 \geq -2, \\ 7x_1 + 5x_2 \geq 35, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | <p>6. $f = 12x_1 + 15x_2,$</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>7. $f = x_1 + 3x_2,$</p> $\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 \geq 30, \\ -x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | <p>8. $f = x_1 + x_2,$</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| <p>9. $f = 2x_1 + 3x_2,$</p> | |

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ x_2 \leq 2, \\ 2x_1 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10-19 masalalarda ikki xildagi mahsulot ishlab chiqarish uchun uch turdagi xom ashyo ishlatiladi. i ($i=1,2,3$) turdagi xom ashyo miqdori b_i . Bir birlik j ($j=1,2$) xildagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan i ($i=1,2,3$) turdagi xom ashyo miqdori (a_{ij}), xom ashyo zahirasi b_i va 1 birlik mahsulotni realizatsiya qilishdan olinadigan foyda (c_j), quyidagi matritsa bilan berilgan bo'lsin:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \\ c_1 & c_2 & f \end{pmatrix},$$

Umumiy foyda f eng katta bo'ladigan mahsulotlar ishlab chiqarish rejasini simpleks usuldan foydalanib tuzing:

$$10. \begin{pmatrix} 10 & 9 & 1870 \\ 5 & 11 & 1455 \\ 4 & 15 & 1815 \\ 7 & 9 & f \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 15 & 4 & 1095 \\ 11 & 5 & 855 \\ 9 & 10 & 1080 \\ 3 & 2 & f \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 8 & 2 & 840 \\ 6 & 3 & 870 \\ 3 & 2 & 560 \\ 6 & 2 & f \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 11 & 3 & 671 \\ 8 & 4 & 588 \\ 5 & 3 & 423 \\ 5 & 2 & f \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 438 \\ 3 & 6 & 747 \\ 3 & 7 & 812 \\ 7 & 5 & f \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 16 & 4 & 784 \\ 8 & 7 & 552 \\ 5 & 9 & 567 \\ 4 & 6 & f \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 428 \\ 3 & 6 & 672 \\ 2 & 8 & 672 \\ 3 & 8 & f \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 4 & 3 & 440 \\ 3 & 4 & 393 \\ 3 & 5 & 450 \\ 6 & 5 & f \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & 3 & 480 \\ 3 & 4 & 444 \\ 2 & 6 & 556 \\ 2 & 4 & f \end{pmatrix} \qquad 19. \begin{pmatrix} 12 & 3 & 684 \\ 10 & 5 & 690 \\ 3 & 6 & 558 \\ 2 & 3 & f \end{pmatrix}$$

20. $z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini sun'iy bazis usulidan foydalanib toping.

21. $z = -x_1 + 3x_2 + 2x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 3, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 \leq 5, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini simpleks usul bilan toping.

22. $z = x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 8x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

23. $z = 5x_1 + 2x_2 - x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 1, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

24. $z = 2x_1 + 3x_2 + (5/2)x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 10, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 12, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini toping.

ADABIYOTLAR

1. Safayeva Q., Beknazarova N. Operatsiyalarni tekshirishning matematik usullari. 1-qism. – Toshkent, O'qituvchi, 1984.
2. Karasev A.I., Aksyutina Z.M., Saveleva T.I. Kurs visshey matematiki dlya ekonomicheskix vuzov. Chast II. – M.: Visshaya shkola, 1982, 320 s.
3. Kuznesov Yu.N. i dr. Matematicheskoye programmirovaniye. – M.: Visshaya shkola, 1980, 300 s.
4. Malik G.S. Osnovi ekonomiko-matematicheskoye metodi v planirovanii. – M.: Visshaya shkola, 1988, 279 s.
5. Arzamashev A.A., Shestakov A.A. Kratkiy kurs visshey matematiki. – M.: Sentorosoyuz, 1965, 460 s.
6. Taxa X. Vvedeniye v issledovaniye operatsii. Tom 1,2. – M.: Mir, 1985.
7. Kuznesov A.V., Sakovich V.A., Xolod N.I. Visshaya matematika. Matematicheskoye programmirovaniye, Izd-vo: Visheyshaya shkola, 2001 g., 352 str.

3-mavzu.Chiziqli dasturlash masalasini echishning simpleks usuli.

Reja:

- 1.Chiziqli dasturlash masalasini yechishning simpleks usuli.
2. Sun'iy bazis usuli.
3. Aralash shartli masalalar.

Endi sismples usulning optimallik shartini qaraymiz. Chiziqli dasturlashning (5)-(7) masalasi qo'yilgan bo'lib, reja mavjud va u maxsusmas bo'lsin. Bu holda (9) tayanch yechim uchun ushbuni hosil qilamiz:

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_m A_m = A_0, \quad (11)$$

$$x_1 c_1 + x_2 c_2 + \dots + x_m c_m = Z(X_0), \quad (12)$$

bunda hamma $x_i > 0$, $Z(X_0)$ chiziqli funksiyaning bu rejaga mos kelgan qiymatini ifodalaydi.

Istalgan A_j vektor $A_1, A_2, \dots, A_m$ bazis vektorlari orqali yagona yoyilmaga:

$$x_{1j} A_1 + x_{2j} A_2 + \dots + x_{mj} A_m = A_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

ega bo'ladi, shuning uchun A_j vektor yoyilmasiga bu bazisda chiziqli funksiyaning yagona

$$x_{1j} c_1 + x_{2j} c_2 + \dots + x_{mj} c_j = Z_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

qiymati mos keladi. $C_j - A_j$ vektorga mos chiziqli funksiya dagi koeffitsiyentlari bo'lsin. Kuyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz:

1-teorema. Biror A_j vektor uchun $Z_j - C_j > 0$ baho bajarilsa, X_0 reja optimal bo'lmaydi va shunday X_1 rejani topish mumkinki, $Z(X_1) < Z(X_0)$ tengsizlik bajariladi (teoremaning isbotini o'quv rejasi kengroq kurslardan topish mumkin).

1-natija. Biror X_0 reja uchun hamma $A_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$ vektorlar uchun shu bazisdagi yoyilmasi uchun

$$Z_j - C_j \leq 0$$

shart bajarilsa, X_0 reja optimal bo'ladi.

(5)-(7) chiziqli dasturlash masalasi maksimumga yechilayotgan bo'lsa quyidagi teorema o'rinli bo'ladi.

2-teorema. Biror A_j vektor uchun $Z_j - C_j < 0$ baho bajarilsa, X_0 reja optimal bo'lmaydi va shunday X_1 yechim mavjudki, $Z(X_1) > Z(X_0)$ tengsizlik bajariladi.

2-natija. Biror X_0 reja va hamma $A_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$ lar uchun

$$Z_j - C_j \geq 0$$

shart bajarilsa, X_0 reja optimal bo'ladi.

Endi simpleks usul algoritmini qaraymiz.

$X_0 = (x_1 = b_1, x_2 = b_2, \dots, x_m = b_m, x_{m+1} = 0, x_{m+2} = 0, \dots, x_n = 0)$ reja (5)-(7) chiziqli dasturlash masalasining tayanch yechimi bo'lsin. Bu tayanch yechim optimalligini tekshirish uchun (6) sistema A_j ($j = 1, 2, \dots, n$) vektorlarni $A_1, A_2, \dots, A_m$ bazis vektorlari orqali yoyib $Z_j - C_j$ baholarni hisoblaymiz. Bazis birlik bazis bo'lganligi uchun A_j vektorlarning bu bazisdagi yoyilmasi koeffitsiyentlari uchun uning komponentlari xizmat qiladi, ya'ni $x_{ij} = a_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) bo'ladi. Keyingi hisoblashlarni bajarish uchun jadvallar tuzish kulay. Sb - bazis ustunga bazis vektoriga mos kelgan chiziqli funksiyadagi koeffitsiyentlarni yozamiz. A_0 ustuniga boshlang'ich rejani yozib, hisoblashlar natijasida shu ustundan optimal yechim qiymatini aniqlaymiz. A_j ($j = 1, 2, \dots, n$) ustunlarga, j - vektorning bazis yoyilmasidagi koeffitsiyentlari yozilib, bundan keyin ularni X_j bilan belgilaymiz. $(m+1)$ - satrning A_0 ustuniga chiziqli funksiyaning $Z(X_0)$ qiymati yoziladi, A_j lar ustunlariga $Z_j - C_j$ bahoning qiymatlari yoziladi.

Funksiyaning $Z(X_0)$ va $Z_j = Z(X_j)$ qiymatlarini quyidagi skalyar ko'paytmalar shaklida topiladi:

$$Z(X_0) = C_0 X_0 = \sum_{i=1}^m c_i x_i,$$

$$Z_j = C_0 X_j = \sum_{i=1}^m c_i x_{ij}, j = 1, 2, \dots, n,$$

bunda C_i bazis vektorlarining chiziqli funksiyadagi mos koeffitsiyent-laridir. Shunday qilib, 1-simpleks jadvalni hosil qilamiz.

1-simpleks jadval.

i	Bazislar	Bazis koef. Sb	A_0	C_1	C_2	...	C_l	...	C_m	C_{m+1}	...	C_j	...	C_k	...	C_n
				A_1	A_2	...	A_l	...	A_m	A_{m+1}	...	A_j	...	A_k	...	A_n
1	A_1	C_1	x_1	1	0	...	0	...	0	$x_{1,m+1}$	...	x_{1j}	...	x_{1k}	...	x_{1n}
2	A_2	C_2	x_2	0	1	...	0	...	0	$x_{2,m+1}$	...	x_{2j}	...	x_{2k}	...	x_{2n}
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
l	A_l	C_l	x_l	0	0	...	1	...	0	$x_{l,m+1}$	...	x_{lj}	...	x_{lk}	...	x_{ln}
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
m	A_m	C_m	x_m	0	0	...	0	...	1	$x_{m,m+1}$	...	x_{mj}	...	x_{mk}	...	x_{mn}

$m+1$	$Z_j - C_j$	Z_0	0	0	$\dots$	0	$\dots$	0	$Z_{m+1} - C_{m+1}$	$\dots$	$Z_j - C_j$	$\dots$	$Z_k - C_k$	$\dots$	$Z_n - C_n$
-------	-------------	-------	-----	-----	---------	-----	---------	-----	---------------------	---------	-------------	---------	-------------	---------	-------------

Birinci simpleks jadval tuzilgandan keyin uning $(m+1)$ satrini qaraymiz. Chiziqli dasturlash masalasi minimumga yechilayotgan bo'lsa, barcha $j=1,2,\dots,n$ lar uchun $Z_j - C_j \leq 0$ yoki masala maksimumga yechilayotgan bo'lsa, $Z_j - C_j \geq 0$ bo'lsa, tayanch yechim optimal bo'ladi va chiziqli funksiyaning optimal qiymati $Z(X_0)$ dan iborat bo'ladi.

Chiziqli dasturlash masalasi minimumga yechilayotgan bo'lib, $Z_j - C_j > 0$ bo'lsa, X_0 yechim optimal bo'lmaydi va bu bahoga mos vektorni bazisga kiritib yechimni yaxshilash mumkin, ya'ni chiziqli funksiyaning oldingi qiymatidan kichikroq qiymatini topish mumkin bo'ladi.

Musbat baholar bir nechta bo'lsa, ulardan eng kattasini bazisga kiritiladi. Eng kattalari bir nechta bo'lsa, ulardan $\min(C_j)$ bo'lgani oldin bazisga kiritiladi. Hech bo'lmaganda bitta musbat $Z_j - C_j > 0$ baho uchun mos vektor yoyilmasidagi x_{ij} ko'effitsiyentlari ichida manfiylari bo'lsa, chiziqli funksiya yechimlar ko'pburchagida chegarlanmagan bo'ladi.

Eng katta $\theta_{0j}(Z_j - C_j) = \theta_{0k}(Z_k - C_k)$ bo'lsin, ya'ni maksimal qiymat k - vektor uchun bo'lsin, $m < k \leq n$. Bu holda A_k vektor bazisga kiritilib, $\min(x_i/x_{ik})$ ($x_{ik} > 0$) mos kelgan vektor bazisdan chiqariladi. $\min(x_i/x_{ik}) = x_l/x_{lk}$ bo'lsin, ya'ni l - satrdagi A_l vektor bazisdan chiqariladi. x_{lk} element ochuvchi (kalitli) element deyiladi va bu elementga mos ustun va satrlar yo'naltiruvchi (kalitli) deb ataladi.

Yangi tayanch yechim va vektorlar yangi bazisdagi yoyilmasi ($j=1,2,\dots,n$ uchun)

$$\begin{cases} x'_{ij} = x_{ij} - \frac{x_{lj}}{x_{lk}} x_{ik}, & i \neq l \\ x'_{lj} = \frac{x_{lj}}{x_{lk}}, & (i = l) \end{cases}$$

formulalar yordamida topiladi. Bu Jordan-Gauss noma'lumlarni to'la yo'qotish formulalaridir, haqiqatan $j=k$ uchun

$$\begin{cases} x'_{ik} = x_{ik} - \frac{x_{lk}}{x_{lk}} x_{ik} = 0, & (i \neq l), \\ x'_{lk} = \frac{x_{lk}}{x_{lk}} = 1, & (i = l), \end{cases}$$

hosil bo'ladi, ya'ni bazisga kiritilgan vektor yoyilmasi uchun ochuvchi element ko'effitsiyenti 1 bo'lib qolgan ko'effitsiyentlari 0 lardan iborat bo'ladi.

Shunday qilib, A_0, A_j ($j=1,2,\dots,n$) vektorlarning yangi bazisdagi yoyilmasi ko'effitsiyentlarini, yangi tayanch yechim bahosi qiymatini hamda chiziqli funksiya qiymatini topish uchun yo'naltiruvchi satr hamma

elementlarini yechuvchi elementga bo'lamiz va bir marta to'liq Jordan-Gauss metodidan foydalanib, 2-simpleks jadvalni tuzamiz.

2-simpleks jadval.

i	Bazislar	Bazis koef. S_b	A_0	C_1	C_2	...	C_l	...	C_m	C_{m+1}	...	C_j	...	C_k	...	C_n
				A_1	A_2	...	A_l	...	A_m	A_{m+1}	...	A_j	...	A_k	...	A_n
1	A_1	C_1	x'_1	1	0	...	x'_{1l}	...	0	$x'_{1,m+1}$	...	x'_{1j}	...	0	...	x'_{1n}
2	A_2	C_2	x'_2	0	1	...	x'_{2l}	...	0	$x'_{2,m+1}$	...	x'_{2j}	...	0	...	x'_{2n}
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
l	A_l	C_l	x'_l	0	0	...	x'_{ll}	...	0	$x'_{l,m+1}$	...	x'_{lj}	...	1	...	x'_{ln}
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
m	A_m	C_m	x'_m	0	0	...	x'_{ml}	...	1	$x'_{m,m+1}$	...	x'_{mj}	...	0	...	x'_{mn}
$m+1$	$Z_j - C_j$	Z'_0	Z'_0	0	0	...	$Z'_l - C_l$	Z'_0	0	$Z'_{m+1} - C_{m+1}$	...	$Z'_j - C_j$	...	0	...	$Z'_n - C_n$

Hisoblashlarning to'g'ri bajarilganligini

$$Z(X_0) = C_0 X_0; \quad Z_j - C_j = C_0 X_j - C_j$$

formulalar yordamida nazorat qilish mumkin.

2-simpleks jadvalning $(m+1)$ satrida hamma baholar $Z_j - C_j \leq 0$ bo'lsa olingan X_0 yechim optimal bo'ladi. Musbat baholar bo'lsa, keyingi tayanch yechimni topishga o'tiladi. Jarayon optimal yechimni olguncha davom ettiriladi yoki chiziqli funksiya chegaralanmaganligi ko'rsatiladi. Optimal yechim baholar ichidagi 0 baho fakat bazis vektorlariga mos kelsa, optimal yechim yagona bo'ladi, 0 baho bazisda bo'lmagan vektorga ham mos kelsa, umuman optimal yechim yagona bo'lmaydi.

Chiziqli dasturlash masalasida chiziqli funksiyaning maksimum qiymati topilayotgan bo'lsa va $\min(Z_j - C_j) < 0$ baholar bir nechta bo'lsa, ulardan $\min(C_j)$ bo'lgan vektor oldin bazisga kiritiladi. Bu holda ham simpleks usul jarayoni, chiziqli funksiyaning minimum qiymatini topishdagidek bo'ladi.

1-misol. $z = 4x_1 + 6x_2$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 16x_1 + 4x_2 \leq 784, \\ -8x_1 - 7x_2 \geq -552, \\ 5x_1 + 9x_2 \leq 567, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

Yechish. Boshlang'ich tayanch yechim qaralgan usulda ozod hadlarning faqat musbat qiymatlarida topilganligi uchun ikkinchi tengsizlikni (-1)ga ko'paytirib

$$\begin{cases} 16x_1 + 4x_2 \leq 784, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 552, \\ 5x_1 + 9x_2 \leq 567, \quad x \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

cheklash shartlarini hosil qilamiz. Endi tengsizliklardan tengliklarga o'tamiz:

$$\begin{cases} 16x_1 + 4x_2 + x_3 = 784, \\ 8x_1 + 7x_2 + x_4 = 552, \\ 5x_1 + 9x_2 + x_5 = 567, \quad x_j \geq 0 (j = 1, 2, 3, 4, 5). \end{cases}$$

Oxirgi sistemani vektor formada yozamiz:

$$A_0 = \begin{pmatrix} 784 \\ 552 \\ 567 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

A_3, A_4, A_5 birlik vektorlarni boshlang'ich tayanch yechim uchun qabul qilib, x_1, x_2 noma'lumlarni 0 ga teng deymiz. Natijada $X_0 = (x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 784, x_4 = 552, x_5 = 567)$ tayanch yechimni olamiz, bunga

$$x_3 A_3 + x_4 A_4 + x_5 A_5 = A_0$$

yoyilma mos keladi.

X_0 yechimning optimalligini tekshirish uchun birinchi simpleks jadvalni tuzamiz:

1-simpleks jadval.

i	Bazis-lar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	4	6	0	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	A_3	0	784	16	4	1	0	0
2	A_4	0	552	8	7	0	1	0
3	A_5	0	567	5	9	0	0	1
$m+1$	$Z_j - C_j$		0	-4	-6	0	0	0

$Z(X_0)$ va $Z_j - C_j$ baholarni hisoblaymiz:

$$Z(X_0) = 4 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 0 \cdot 784 + 0 \cdot 552 + 0 \cdot 567 = 0,$$

$$\begin{aligned} Z_1 = C_6 X_1 &= 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 9 = 0, & Z_2 = C_6 X_2 &= 0, & Z_3 = C_6 X_3 &= 0, & Z_4 = C_6 X_4 &= 0, \\ Z_5 = C_6 X_5 &= 0, & Z_1 - C_1 &= 0 - 4 = -4, & Z_2 - C_2 &= 0 - 6 = -6, & Z_3 - C_3 &= 0 - 0 = 0, \\ Z_4 - C_4 &= 0 - 0 = 0, & Z_5 - C_5 &= 0 - 0 = 0. \end{aligned}$$

Olingan baholar ichida ikkita, $Z_1 - C_1 = -4 < 0$, $Z_2 - C_2 = -6 < 0$ manfiy baholar mavjud bo'lib, ular boshlang'ich tayanch yechim optimal emasligini bildiradi. Bazisga $\min(C_j) = -6$ bo'lgan vektor A_2 ni kiritamiz.

$\min\left(\frac{784}{4}; \frac{552}{7}; \frac{567}{9}\right) = 63$ bo'lganligi uchun ochuvchi (kalit) element 9 bo'lib, u

joylashgan ustun va satrlar yo'naltiruvchi bo'ladi. Demak, bazisga A_2 vektorni kiritib A_5 vektorni bazisdan chiqaramiz. 2-simpleks jadvalni tuzamiz:

2-simpleks jadval.

i	Bazis-lar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	4	6	0	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	A_3	0	532	124/9	0	1	0	-4/9
2	A_4	0	111	37/9	0	0	1	-7/9
3	A_2	6	63	5/9	1	0	0	1/9
$m+1$	$Z_j - C_j$		378	-6/9	0	0	0	6/9

Birinchi simpleks jadvaldagi yo'naltiruvchi (kalit) satrga mos ikkinchi simpleks jadvaldagi satrga bosh satr deb ataymiz va uning elementlarini hisoblashdan boshlaymiz: 3-satr ya'ni yo'naltiruvchi (kalit) satr elementlarini ochuvchi (kalit) elementga bo'lib, 63, 5/9, 1, 0, 0, 1/9 larni topamiz. Bu satrni 4 ga ko'paytirib 1-satr mos elementlaridan ayirib 532, 124/9, 0, 1, 0, -4/9, 2-simpleks jadval birinchi satr elementlarini, 7 ga ko'paytirib 2-satr elementlaridan ayirib, 111, 37/9, 0, 0, -7/9, 2-jadvalning 2-satr elementlarini hisobladik. Endi 6 ga ko'paytirib ($m+1$) satr mos elementlariga qo'shib 378, -6/9, 0, 0, 0, 6/9 2-jadvalning ($m+1$) satr elementlarini olamiz.

2-simpleks jadvalda

$$X_0^{(1)} = (x_1 = 0, x_2 = 63, x_3 = 532, x_4 = 111, x_5 = 0)$$

2-tayanch yechim olindi. Bu yechimga chiziqli funksiyaning

$$Z(X_0^{(1)}) = 4 \cdot 0 + 6 \cdot 63 + 0 \cdot 532 + 0 \cdot 111 + 0 \cdot 0 = 372$$

qiymati mos keladi.

($m+1$) - satrda $Z_1 - C_1 = -6/9$ manfiy baho mavjud bo'lganligi uchun $X_0^{(1)}$ yechim optimal emas. A_1 vektor bazisga kiritilishi kerak.

$$\min\left(\frac{532}{124/9}, \frac{111}{37/9}, \frac{63}{5/9}\right) = \frac{111}{37/9} = 27 \text{ bo'lib, } 37/9 \text{ ochuvchi (kalit) element bo'ladi.}$$

Bazisdan A_4 vektor chiqariladi, 3-simpleks jadvalda bosh satr 2-satr bo'lib uning elementlari mos ravishda

$$27, 1, 0, 0, 9/37, -7/37$$

bo'ladi. Oldingi jadvaldagidek, Jordan-Gauss to'la yo'qotish usulidan foydalanib, boshqa satrlar elementlarni hisoblab, 3-simpleks jadvalni tuzamiz:

3-simpleks jadval.

i	Bazis-lar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	4	6	0	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	A_3	0	160	0	0	1	-124/37	80/37
2	A_1	4	27	1	0	0	9/37	-7/37

3	A_2	6	48	0	1	0	-5/37	8/37
$m+1$	$Z_j - C_j$		396	0	0	0	6/37	20/37

($m+1$) satrda, 3-iteratsiyada manfiy baholar yo'q, demak, olingan reja optimal bo'lib, $X_0^{(2)} = (27, 48, 160, 0, 0)$ optimal yechim bo'ladi. $Z_{\max}(X_0^{(2)}) = 4 \cdot 27 + 6 \cdot 48 + 0 \cdot 160 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 396$. ($m+1$) - satr baholaridan kelib chiqadiki, optimal yechim yagonadir, chunki 0 baholar faqat bazis o'zgaruvchilariga mos keladi.

4. Sun'iy bazis usuli. Yuqorida qaralgan chiziqli dasturlash masalasida cheklash shartlarida m tartibli birlik matritsa mavjud edi, ya'ni cheklash shartlari $AX \leq A_0, A_0 \geq 0$ edi, bunday sistema hamisha birlik matritsaga ega bo'ladi. Chiziqli dasturlash ko'p masalalarida cheklash shartlari yuqoridagidek bo'lmay va birlik matritsa mavjud bo'lmaydi. Bunday hollarda sun'iy bazis usulidan foydalaniladi. Sun'iy bazis usulini quyidagi misolda qaraymiz [3, 68-bet].

2-misol. $z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3, \quad x_j \geq 0 \quad (j=1,2,3,4) \end{cases}$$

shartlar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimal qiymatini toping.

Yechish. Ma'lumki, cheklash shartlari sistemasida birlik matritsa mavjud emas. Har bir tenglamaga bittadan manfiy bo'lmagan, mos ravishda $x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$ sun'iy o'zgaruvchilarni kiritamiz. Endi berilgan masalaga nisbatan kengaytirilgan masala deb ataluvchi ushbu masalaga o'tamiz:

$z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 - Mx_5 - Mx_6$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 3, \quad x_j \geq 0 \quad (j=1,2,3,4,5,6) \end{cases}$$

shartlar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimal qiymatini toping (bunda M yetarlicha kichik manfiy son, masala minimumga yechilayotgan bo'lsa yetarlicha katta musbat son deb olinadi). Vektor shaklida

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 + A_5x_5 + A_6x_6 = A_0$$

ko'rinishda bo'ladi. Bazis uchun A_5, A_6 birlik vektorlarni olamiz. Bu sun'iy bazisni tashqil etadi. Erkin o'zgaruvchilar x_1, x_2, x_3, x_4 larni 0 ga tenglab, birinchi tayanch $X_0 = (0, 0, 0, 0, 3, 3)$ yechimni olamiz.

1-simpleks jadvalni tuzamiz:

Jadvalning ($m+1$) va ($m+2$) satrlarini to'ldirishda

$$Z(X_0) = C_0 X_0 = -M \cdot 3 - M \cdot 3 + 0 = 0 - 6M;$$

$$Z_1 - C_1 = C_0 X_1 - C_1 = -M \cdot 1 - M \cdot 2 - 5 = -5 - 3M;$$

1-simpleks jadval

i	Bazis-lar	Bazis koeffi-	A_0	5	3	4	1	-M	-M
-----	-----------	------------------	-------	---	---	---	---	----	----

		<i>siyent-lar Sb</i>		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1	A_5	$-M$	3	1	3	2	2	1	0
2	A_6	$-M$	3	2	2	1	1	0	1
$m+1$	$Z_j - C_j$		0	-5	-3	-4	1	0	0
$m+2$	$Z_j - C_j$		-6	-3	-5	-3	-3	0	0

$$Z_2 - C_2 = C_6 X_2 - C_2 = -M \cdot 3 - M \cdot 2 - 3 = -3 - 5M,$$

$$Z_3 - C_3 = C_6 X_3 - C_3 = -M \cdot 2 - M \cdot 1 - 3 = -4 - 3M,$$

$$Z_4 - C_4 = C_6 X_4 - C_4 = -M \cdot 2 - M \cdot 1 - (-1) = 1 - 3M,$$

$$Z_5 - C_5 = C_6 X_5 - C_5 = -M \cdot 1 - M \cdot 0 - (-M) = 0 + 0 \cdot M,$$

$$Z_6 - C_6 = C_6 X_6 - C_6 = -M \cdot 0 - M \cdot 1 - (-M) = 0 + 0 \cdot M$$

hisoblashlarni bajarib, $Z_j - C_j$ baholar ikkita qo'shiluvchilardan iborat hamda M ning chiziqli funksiyasi ekanligini payqaymiz.

Hisoblashlarning qulayligi uchun $(m+1)$ satrga chiziqli funksiyaning ozod hadini, $(m+2)$ satrga esa M ning koeffitsientlarini yozamiz. $(m+2)$ satrda manfiy sonlarning mavjudligi tayanch yechimning optimal emasligini bildiradi va uni yaxshilash mumkin bo'ladi. Jadvalning asosiy qismi $(m+2)$ satrda manfiy sonlarning mavjudligi tayanch yechimning optimal emasligini bildiradi va uni yaxshilash mumkin bo'ladi. Jadvalning asosiy qismi $(m+2)$ satrida eng kichik son (-5) A_2 vektor bahosi bo'lganligi uchun yo'naltiruvchi (kalit) ustun (A_2) ustuni bo'ladi. $\min\left(\frac{3}{3}, \frac{3}{2}\right) = 1$, bo'lganligi uchun A_5 vektor satri yo'naltiruvchi (kalit) satr, 3 ochuvchi (kalit) element bo'ladi. Demak, A_5 ni bazisdan chiqarib o'rniga A_2 vektorni bazisga kiritamiz. 2-simpleks jadvalni tuzamiz.

2-simpleks jadval.

I	<i>Bazislar</i>	<i>Bazis koeffi-siyent-lar Sb</i>	A_0	5	3	4	1	-M	-M
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1	A_2	3	1	1/3	1	2/3	2/3	1/3	0
2	A_6	$-M$	1	1/3	0	-1/3	-1/3	-2/3	1
$m+1$	$Z_j - C_j$		3	-4	0	-2	3	1	0
$m+2$	$Z_j - C_j$		-1	-4/3	0	1/3	1/3	5/3	0

2-simpleks jadvalning $(m+2)$ satri asosiy qismida (-4/3) manfiy son bo'lganligi uchun A_1 vektor ustuni yo'naltiruvchi (kalit) ustun, A_6 vektor satri yo'naltiruvchi (kalit) satr, 4/3 ochuvchi (kalit) element bo'ladi. Bazisdan A_6 sun'iy vektorni chiqarib, A_1 vektorni bazisga kiritib, 2-simpleks jadvaldagidek, 3-simpleks jadvalni hosil qilamiz:

3-simpleks jadval.

i	Bazislar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	5	3	4	1	-M	-M
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1	A_2	3	3/4	0	1	3/4	3/4	1/2	-1/4
2	A_1	5	3/4	1	0	-1/4	-1/4	-1/2	3/4
$M+1$	$Z_j - C_j$		6	0	0	-3	2	-1	3
$M+2$	$Z_j - C_j$		0	0	0	0	0	1	1

3-jadvalda $(m+2)$ katrda sun'iy bazis baholaridan tashqari hamma baholar 0 ga teng bo'ladi:

M sonning tanlanishiga asosan A_5 va A_6 vektorlar endi bazisga tushmaydi, shuning uchun uni bundan keyin qaramasak ham bo'ladi, lekin, teskari matritsani olish uchun uni saqlash mumkin.

$\bar{X}_0 = (3/4, 3/4, 0, 0, 0, 0)$ tayanch yechim berilgan masalaning ham yechimi bo'ladi, lekin u optimal emas, chunki $(m+1)$ satrda manfiy baho mavjud. Endi yechimni yaxshilash $(m+1)$ satr bo'yicha olib boriladi. $Z_2 - C_2 = -3 < 0$ bo'lganligi uchun A_3 vektor ustuni yo'naltiruvchi (kalit) ustun, A_2 vektor satri yo'naltiruvchi (kalit) satr, 3/4 ochuvchi (kalit) element bo'lib, $m+2$ katr endi hisobga olinmaydi. Yuqorida ko'rsatilgan usul bilan 4-simpleks jadvalni tuzamiz:

4-simpleks jadval.

i	Bazislar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	5	3	4	1	-M	-M
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1	A_3	4	1	0	4/3	1	1	2/3	-1/3
2	A_1	5	1	1	1/3	0	0	-1/3	2/3
$M+1$	$Z_j - C_j$		9	0	4	0	5	$1+M$	$2+M$

4-simpleks jadvaldan qo'yilgan masalaning optimal yechimi $\bar{X} = (1, 0, 1)$ bo'lib, $Z_{\max}(\bar{X}) = 9$ bo'ladi. Birinchi va ikkinchi satrlarni o'zaro almashtirib, A_5 va A_6 vektorlar ustunida teskari matritsani hosil qilamiz.

Qaralgan misoldan ko'rinadiki, cheklash shartlarida birlik matritsa mavjud bo'lsa, m ta jadval, sun'iy bazis kiritilgan bo'lsa, taxminan $2m$ ta jadval tuziladi.

5. Aralash shartli masalalar.

Chiziqli dasturlash masalasi quyidagicha qo'yilgan bo'lsin:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \leq b_k, \\ a_{k+1,1}x_1 + a_{k+1,2}x_2 + \dots + a_{k+1,n}x_n = b_{k+1}, \\ \dots\dots\dots, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \\ x_j \geq 0 \ (j=1,2,\dots,n) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini toping.

Bu cheklash shartlari k ta tengsizliklar ($1 \leq k \leq m$) va $m-k$ ta tenglamalardan iborat bo'lib, m tartibli, birlik matritsaga ega emas. Bunday cheklash shartlari mavjud bo'lgan chiziqli dasturlash masalasiga chiziqli dasturlashning aralash shartli masalasi deyiladi. Bunday masalalarning bazisi qo'shimcha va sun'iy bazis vektorlaridan iborat bo'ladi.

Aralash shartlar sistemasida d ta tenglamalar bo'lsin. Boshlang'ich tayanch yechimni olish uchun d dan ko'p bo'lmagan sun'iy o'zgaruvchilar kiritish kerak bo'ladi.

1-misol. $z = -x_1 - 2x_2 + x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_j \geq 0 \ (j=1,2,3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini toping.

Yechish. Bu masalada tengsizliklardan tenglamalarga o'tsak, ikkita sun'iy o'zgaruvchi kiritishga to'g'ri keladi. Bunday qilmaslik uchun, ikkinchi tengsizlikni 2 ga bo'lib, keyin uni tenglamaga aylantiramiz va hosil bo'lgan tenglamani uchinchi tenglamadan ayiramiz, hamda 3-tenglamaga sun'iy o'zgaruvchi kiritamiz: natijada ushbu chiziqli dasturlash masalasini hosil qilamiz:

$$z = -x_1 - 2x_2 + x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + M \cdot x_6$$

chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3/2 \cdot x_1 + 3/2 \cdot x_2 + x_3 + x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_6 = 4, \\ x_j \geq 0 \ (j=1,2,\dots,6) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini toping.

Masala, vektor formada

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 + A_5x_5 + A_6x_6 = A_0$$

bo'ladi. A_4, A_5, A_6 vektorlarni bazis uchun olamiz, bular aralash bazisdan iborat bo'ladi. Erkin o'zgaruvchi x_1, x_2, x_3 larni 0 ga tenglashtirib, $X_0 = (0, 0, 0, 6, 1, 4)$ boshlang'ich tayanch yechimga ega bo'lamiz. Simpleks usul bilan 1-jadvalni hosil qilib, optimal yechim $X_0^{(3)} = (14/5, 12/5, 2/5)$ ekanligini aniqlaymiz va $Z_{\min} = -36/5$ bo'ladi.

1-jadval.

i	Bazisl ar	Bazis koeffi- siyent- lar S_b	A_0	-1	-2	1	0	0	M
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1	A_4	0	6	-1	4	-2	1	0	0
2	A_5	0	1	3/2	-3/2	1	0	1	0
3	A_6	M	4	2	-1	2	0	0	1
$m+1$	$Z_j - C_j$		0	1	2	-1	0	0	0
$m+2$	$Z_j - C_j$		4	2	-1	2	0	0	0
1	A_4	0	8	2	1	0	1	2	0
2	A_3	1	1	3/2	-3/2	1	0	1	0
3	A_6	M	2	-1	2	0	0	-2	1
$m+1$	$Z_j - C_j$		1	5/2	1/2	0	0	1	0
$m+2$	$Z_j - C_j$		2	-1	2	0	0	-2	0
1	A_4	0	7	5/2	0	0	1	3	-1/2
2	A_3	1	5/2	3/4	0	1	0	-1/2	3/4
3	A_2	-2	1	-1/2	1	0	0	-1	1/2
$m+1$	$Z_j - C_j$		1/2	11/4	0	0	0	3/2	$(-1/4)-M$
1	A_1	-1	14/5	1	0	0	2/5	6/5	-1/5
2	A_3	1	2/5	0	0	1	-3/10	-7/5	9/10
3	A_2	-2	12/5	0	1	0	1/5	-2/5	2/5
$m+1$	$Z_j - C_j$		-36/5	0	0	0	-11/5	-9/5	$(3/10)-M$

chiziqli dasturlash masalasi cheklash shartlari fakat $AX \geq A_0, A_0 \geq 0$ ko'rinishdagi shartlardan iborat bo'lsa, uni bazisda bitta sun'iy vektor bo'lgan masalaga keltirish mumkin. Buning uchun oldin tengsizliklarni $AX - X' = A_0$, (bunda $X' = (x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m})$) qo'shimcha o'zgaruvchilar ko'rinish-dagi tenglamalar sistemasiga keltiriladi.

Tenglamalardan $\max b_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$) bo'lganidan qolgan tenglamalarni ayirib, $(m-1)$ shartlarda birlik vektorlarni hosil qilish mumkin bo'ladi. $\max b_i$ bo'lgan tenglamada sun'iy o'zgaruvchi kiritiladi.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Mumkin bo'lgan yechim, tayanch reja, maxsusmas reja, maxsus reja, optimal reja, yechimlar ko'pburchagi, sath chizig'i, simpleks usul, rejani ketma-ket yaxshilash, ochuvchi (kalit) element, yo'naltiruvchi (kalit) satr, yo'naltiruvchi (kalit) ustun, bosh satr, chiziqli dasturlashning kanonik masalasi, boshlang'ich reja, optimallik sharti, simpleks usul algoritmi, sun'iy bazis, aralash shartli masalalar.

Takrorlash uchun savollar

22. Chiziqli dasturlash (CHD) nima?
23. Chiziqli dasturlash masalasi (CHDM) vektor formada qanday yoziladi?
24. CHDM ning kanonik ko'rinishi nima?
25. CHDMning geometrik tasvirini nechta o'zgaruvchi uchun ko'rsatish mumkin?
26. Simpleks usulning mohiyati nimadan iborat?
27. Simpleks usulning optimallik sharti qanday?
28. Ochuvchi (kalit) element deb nimaga aytiladi?
29. Yo'naltiruvchi (kalit) ustun va satr deb nimaga aytiladi?
30. Bosh satr qanday satr?
31. Maqsadli funksiya nima?
32. Cheklash shartlarida qanday shartlar bo'lishi mumkin?
33. $(m+1)$ satr baholari qanday topiladi?
34. Birinchi simpleks jadval qanday tuziladi?
35. Qanday holda 2-simpleks jadvalni tuzishga o'tiladi?
36. 2-simpleks jadval qanday tuziladi?
37. Chiziqli funksiyaning chegaralanmaganlik sharti simpleks jadvalda qanday ifodalanadi?
38. Simpleks jadvallardan optimal yechimning yagonaligi qanday aniqlanadi?
39. Sun'iy o'zgaruvchi qanday holda kiritiladi?
40. Sun'iy bazis usuli nima?
41. Qanday masalalarga aralash shartli masalalar deyiladi?
42. Aralash shartli masalalar qanday masalaga keltiriladi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

Ushbu CHDMning maksimum va minimum qiymatlarini geometrik usulda toping.

1. $f = 5x_1 + 3x_2,$

2. $f = x_1 + 2x_2,$

- $$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + 4x_2 \leq 8, \\ x_1 \leq 5, \\ x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
3. $f = 10x_1 + 6x_2,$
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 7x_1 + 9x_2 \leq 63, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
5. $f = 3x_1 + x_2,$
- $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 5x_1 - 4x_2 \geq -2, \\ 7x_1 + 5x_2 \geq 35, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
7. $f = x_1 + 3x_2,$
- $$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 \geq 30, \\ -x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
9. $f = 2x_1 + 3x_2,$
- $$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ x_2 \leq 2, \\ 2x_1 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 6x_2 \leq 3, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
4. $f = 4x_1 + 2x_2,$
- $$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
6. $f = 12x_1 + 15x_2,$
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
8. $f = x_1 + x_2,$
- $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10-19 masalalarda ikki xildagi mahsulot ishlab chiqarish uchun uch turdagi xom ashyo ishlatiladi. i ($i=1,2,3$) turdagi xom ashyo miqdori b_i . Bir birlik j ($j=1,2$) xildagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan i ($i=1,2,3$) turdagi xom ashyo miqdori (a_{ij}), xom ashyo zahirasi b_i va 1 birlik mahsulotni realizatsiya qilishdan olinadigan foyda (c_j), quyidagi matritsa bilan berilgan bo'lsin:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \\ c_1 & c_2 & f \end{pmatrix},$$

Umumiy foyda f eng katta bo'ladigan mahsulotlar ishlab chiqarish rejasini simpleks usuldan foydalanib tuzing:

$$10. \begin{pmatrix} 10 & 9 & 1870 \\ 5 & 11 & 1455 \\ 4 & 15 & 1815 \\ 7 & 9 & f \end{pmatrix} \quad 11. \begin{pmatrix} 15 & 4 & 1095 \\ 11 & 5 & 855 \\ 9 & 10 & 1080 \\ 3 & 2 & f \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 8 & 2 & 840 \\ 6 & 3 & 870 \\ 3 & 2 & 560 \\ 6 & 2 & f \end{pmatrix} \quad 13. \begin{pmatrix} 11 & 3 & 671 \\ 8 & 4 & 588 \\ 5 & 3 & 423 \\ 5 & 2 & f \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 438 \\ 3 & 6 & 747 \\ 3 & 7 & 812 \\ 7 & 5 & f \end{pmatrix} \quad 15. \begin{pmatrix} 16 & 4 & 784 \\ 8 & 7 & 552 \\ 5 & 9 & 567 \\ 4 & 6 & f \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 428 \\ 3 & 6 & 672 \\ 2 & 8 & 672 \\ 3 & 8 & f \end{pmatrix} \quad 17. \begin{pmatrix} 4 & 3 & 440 \\ 3 & 4 & 393 \\ 3 & 5 & 450 \\ 6 & 5 & f \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & 3 & 480 \\ 3 & 4 & 444 \\ 2 & 6 & 556 \\ 2 & 4 & f \end{pmatrix} \quad 19. \begin{pmatrix} 12 & 3 & 684 \\ 10 & 5 & 690 \\ 3 & 6 & 558 \\ 2 & 3 & f \end{pmatrix}$$

$$20. \quad z = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 \text{ chiziqli funktsiyaning}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini sun'iy bazis usulidan foydalanib toping.

$$21. \quad z = -x_1 + 3x_2 + 2x_3 \text{ chiziqli funktsiyaning}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 3, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 \leq 5, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini simpleks usul bilan toping.

$$22. \quad z = x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 \text{ chiziqli funktsiyaning}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 8x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

23. $z = 5x_1 + 2x_2 - x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 1, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

24. $z = 2x_1 + 3x_2 + (5/2)x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 10, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 12, \\ x_j \geq 0, (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini toping.

4- mavzu. Cheklangan resurslarni samarali taqsimlash masalasini yechishda ikkilanganlik nazariyasi.

Reja:

1. Ikkilanma masalalar.
2. To'g'ri va ikkilanma masalalar va ular yechimlarining iqtisodiy talqini.
3. Ikkilanma simpleks usul.

1. Chiziqli dasturlashning har bir masalasi ikkilanma (qo'shma) deb ataluvchi boshqa chiziqli masala bilan uzviy bog'langan. Bunda birinchi masalaga boshlang'ich yoki to'g'ri deyiladi. Bu masalalar birgalikda o'zaro ikkilanma masalalar juftini tashkil etib ulardan istalganini boshlang'ich deb qarash mumkin. Bularidan birining yechimini topish bilan ikkinchisining ham yechimini olish mumkin.

Ikkilanma masala - CHDning ko'makchi (yordamchi) masalasi bo'lib boshlang'ich masala shartlaridan aniq qoidalar yordamida bevosita olinadi. Ikkilanma masalani tuzish qoidalarini ifodalaymiz:

1) boshlang'ich masalada maqsadli funksiya maksimumi topilayotgan bo'lsa, ikkilanma masalada maqsadli funksiya minimumi topiladi;

2) boshlang'ich masala cheklash shartlari soni m ikkilanma masala o'zgaruvchilari soniga, boshlang'ich masala n o'zgaruvchilari soni esa ikkilanma masala cheklash shartlari soniga teng; Odatda ikkilanma masala o'zgaruvchilarini y_i ($i=1,2,...,m$) bilan belgilanadi;

3) boshlang'ich masala o'zgaruvchilari, unga ikkilanma masalaning cheklash shartlari bilan bog'langanligi uchun har bir $x_j \geq 0$ o'zgaruvchiga unga ikkilanma masalada " $\leq$ " ($z \rightarrow \max$ bo'lsa) yoki " $\geq$ " ($z \rightarrow \min$ bo'lsa) cheklash shartlari mos keladi;

4) biror belgi bilan cheklanmagan boshlang'ich masaladagi har bir x_j o'zgaruvchiga, unga ikkilanma masalada " $=$ " ko'rinishdagi shart mos keladi va aksincha;

5) boshlang'ich masalaning cheklash shartlaridagi b_i ($i=1,2,...,m$) ozod hadlari, unga ikkilanma masalada y_i ($i=1,2,...,m$) o'zgaruvchilarning maqsadli funksiyadgi koeffitsiyentlaridan, x_j larning boshlang'ich masala maqsadli funksiyasidagi koeffitsiyentlari c_j ($j=1,2,...,n$) lar esa ikkilanma masala cheklash shartlari ozod hadlaridan iborat bo'ladi;

6) boshlang'ich masala cheklash shartlari noma'lumlarining koeffitsiyentlari matritsasi $A=(a_{ij})$ unga ikkilanma masala cheklash shartlari noma'lumlari matritsasida A^T - transponirlangan bo'ladi. Boshlang'ich va unga ikkilanma masalalarning bog'likligi ko'rinarli bo'lishi uchun uni quyidagi jadvalda yozamiz:

Boshlang'ich masala	Ikkilanma masala
1. $F \rightarrow \max$	1. $z \rightarrow \min$

II.	$F = CX \rightarrow \min ,$ $AX \geq B ,$ $X \geq 0 .$	$Z = BY \rightarrow \max ,$ $YA \leq C ,$ $Y \geq 0 .$
III.	$F = CX \rightarrow \max ,$ $AX = B ,$ $X \geq 0 .$	$Z = BY \rightarrow \min ,$ $YA \geq C ,$ $Y \geq 0 .$
IV.	$F = CX \rightarrow \min ,$ $AX = B ,$ $X \geq 0 .$	$Z = YB \rightarrow \max ,$ $YA \leq C ,$ $Y \geq 0 .$

Bunda ikkilanma masalaning noma'lumlari $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ satr matritsa bo'ladi.

I va II ikkilanma masalalar juftiga simmetrik, III va IV masalalar juftiga esa "—" ko'rinishdagi cheklash shartlari bo'lganligi uchun simmetrik bo'lmagan masalalar deyiladi.

Yuqoridagi ko'rsatilgan to'rtta hol bilan CHD istalgan masalasining unga ikkilanma masalasini tuzish mumkin.

Endi bir necha misollar qaraymiz:

1-misol.

$$F = x_1 - x_2 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

masalaga ikkilanma masalani tuzing.

Yechish. Buning uchun 2-tengsizlikni (-1) ko'paytirib ushbu masalani hosil qilamiz: Bu masalani 1 ko'rinishga keltiramiz;

$$F = x_1 - x_2 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Bu holda ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$z = 1 \cdot y_1 + 0 \cdot y_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} y_1 - y_2 \geq 1, \\ -y_1 + y_2 \geq -1, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

2-misol. Ushbu masalaga ikkilanma masalani tuzing:

$$F = 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 12, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 10, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 7, \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Yechish. Buning uchun (II) va (IV) ko'rinishlardan foydalanamiz.

Ikkinchi tengsizlikni (-1)ga ko'paytirish bilan o'zgartiramiz:

$$f = 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 12, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \geq -10, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 7, \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Endi ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$f = 12y_1 - 10y_2 + 7y_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + 3y_3 = 7, \\ -y_1 - 2y_2 + 5y_3 \leq 6, \\ 2y_1 + y_2 \leq 3, \\ -3y_1 - y_2 + 4y_3 = -1, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \end{cases}$$

Bu masala orqali o'zaro ikkilanma masalani tuzishning ayrim qoidalarini ko'rsatamiz. Boshlang'ich masalada cheklash shartlari $m=3$, demak unga ikkilanma masalada uchta o'zgaruvchi bo'lishi kerak y_1, y_2, y_3 . Boshlang'ich masalada o'zgaruvchilar soni $n=4$ bo'lganligi uchun ikkilanma masalada cheklash shartlari soni to'rtta bo'ldi. Boshlang'ich masalaning x_1 va x_4 o'zgaruvchilari biror belgi bilan chegaralanmagan bo'lgani uchun ikkilanma masalada birinchi va to'rtinchi cheklashlar tenglik ko'rinishida bo'ladi. Boshlang'ich masalada uchinchi cheklash sharti tenglik ko'rinishida bo'lganligi uchun y_3 o'zgaruvchi biror belgi bilan chegaralanmagan.

2) O'zaro ikkilanma masalalar o'zgaruvchilarining iqtisodiy talqini. Resurslardan optimal foydalanish haqidagi masalada ikki xil R_1 va R_2 mahsulotlar ishlab chiqarish uchun R_1 , R_2 va R_3 uch xildagi xom ashyolardan foydalanish kerak edi, ularning miqdori albatta chegaralangan bo'ladi. Bu masalada:

1) har bir xom ashyo miqdori;
2) har bir resursdan bir-birlik mahsulot ishlab chiqarishga ketgan sarfi;
3) har bir mahsulotni realizatsiya qilishdan olinadigan foydalar berilganida har bir mahsulotni ishlab chiqarishning shunday miqdorini aniqlangki, korxona ularni realizatsiya qilishdan maksimal foyda olsun. Bunday boshlang'ich masalaning matematik modeli quyidagicha bo'lsin:

$$f = 12x_1 + 15x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \leq 36, \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 40, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Endi faraz qilaylik, qandaydir sabab bilan korxona mahsulot ishlab chiqarishdan voz kechadi va bor resurslarni sotishga qaror qiladi. Tabiiyki, korxona resurslarni sotib hamda foyda olishni va u foyda mahsulot ishlab chiqargandagidan kam bo'lmasligini istaydi. Resurslarni sotib oluvchi haridorni

esa uni iloji boricha kam bahoda olish qiziqtiradi. Endi shunday savol tug'iladi. Resurslarni qanday bahoda sotish kerak?

Resurslarni nisbiy baholash uchun boshlang'ich masalaga ikkilanma masalani tuzamiz.

Buning uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz: y_1 - R_1 resursning bahosi bo'lsin; y_2 - R_2 , y_3 - R_3 resurslarning bahosi bo'lsin. Haridorni $z = 36y_1 + 20y_2 + 40y_3$ chiziqli funksiyaning minimal qiymati qiziqtiradi, ya'ni butun resurslar bahosini kamaytirish bo'ladi. Cheklash shartlarida shu ifodalanishi kerakki, korxona resurslarni sotganda ham, mahsulot ishlab chiqargandagiga nisbatan ko'proq foyda olinishi kerak, ya'ni

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 4y_3 \geq 12, \\ 6y_1 + 2y_2 + 8y_3 \geq 15. \end{cases}$$

Bu sistemada birinchi cheklash shartining ma'nosi - bir birlik R_1 mahsulotni ishlab chiqarish uchun ketgan resurslar bahosi uni realizatsiya qilishdan keladigan foydadan kichik bo'lishi mumkin emas. Ikkinchi cheklash xuddi shunday R_2 mahsulot uchun bo'ladi. Bundan tashqari ravshanki, xom ashyolar bahosi manfiy bo'lmaydi, ya'ni $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$.

Shunday qilib, boshlang'ich masalaga ikkilanma masala quyidagicha bo'ladi:

$$z = 36y_1 + 20y_2 + 40y_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6y_1 + 4y_2 + 4y_3 \geq 12, \\ 6y_1 + 2y_2 + 8y_3 \geq 15, \end{cases}$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0.$$

Demak, ikkilanma masala o'zgaruvchilarining iqtisodiy ma'nosi korxona resurslarini nisbiy baholashdan iboratdir. Bu baholar nisbiydir, chunki bir xil resurslar har xil korxonalar uchun har xil bahoga ega bo'ladi. Bunday baholar maishiy xizmat korxonalarida ko'proq uchraydi. Masalan, oshxonadan xom (go'sht, baliq va boshqalar) oziq-ovqatlar, ko'zoynakning oynasini tuzatish ustaxonasidan, ko'zoynak oynasini sotib olish bahosi magazindan olinganiga nisbatan balandroq bo'ladi. Har bir korxona bu mollar uchun, ulardan ovqatlar pishirib sotishga va ko'zoynakka oynani qo'yib berishga nisbatan kam bo'lmagan foyda olishga harakat qiladi.

Teorema: O'zaro ikkilanma masalalar juftidan birortasi optimal yechimga ega bo'lsa, boshqasi ham optimal yechimga ega bo'lib, maqsadli funksiya ekstremal qiymatlari uchun $F_{\max} = z_{\min}, F_{\min} = z_{\max}$ munosabat bajariladi. Masalalarning birida maqsadli funksiya chegaralanmagan bo'lsa, ikkinchisi ham yechimga ega bo'lmaydi.

Yuqorida ta'kidlanganidek, o'zaro ikkilanma masalalardan birining yechimini topish bilan ikkinchisining ham yechimini olish mumkin. Buning qanday bajarilishiga misol sifatida simpleks usul bilan yechilgan masa-laga ikkilanma masalaning yechimini qanday olishni ko'rsatamiz. Ma'lumki, 4-jadvalda $x_1 = 2,5, x_2 = 2$ yechim optimal edi va $F_{\max} = 3 \cdot \frac{5}{2} + 6 \cdot 2 = 19,5$. Ikkilanma

masala o'zgaruvchilarini y_1, y_2, y_3, y_4 bilan belgilaylik. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ bo'lganligi uchun cheklash shartlari

$$\begin{cases} 4y_1 - y_2 + y_3 \geq 3, \\ 5y_1 + y_2 + y_4 \geq 6 \end{cases} \quad (1)$$

bo'ladi.

Boshlang'ich masalaning cheklash shartlari " $\leq$ " tengsizliklardan iborat bo'lganligi uchun

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0. \quad (2)$$

(1) va (2) shartlarida

$$z = 20y_1 + y_2 + 3y_3 + 2y_4 \quad (3)$$

chiziqli funksiyaning minimal qiymatini topish kerak.

O'zaro ikkilanmalik teoremasidan ma'lumki

$$z_{\min} = F_{\max}.$$

Simpleks usul 4-jadvali $(m+1)$ satridan $y_1 = \frac{3}{4}, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = \frac{9}{4}$

ekanligini aniqlaymiz va

$$z_{\min} = 20 \cdot \frac{3}{4} + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{9}{4} = 15 + 4,5 = 19,5 = F_{\max}.$$

3. Ikkilanma simpleks usul. Ma'lumki boshlang'ich (to'g'ri) masalaning yechimini olish uchun ikkilanma masalaga o'tib, uning optimal yechimi baholaridan foydalanib boshlang'ich masala optimal yechimini ham olish mumkin.

Qo'shimcha bazis, birlik matritsaga ega bo'lgan boshlang'ich masala birinchi simpleks jadvaliga e'tibor bersak, ustunlar bo'yicha boshlang'ich masala, satrlar bo'yicha ikkilanma masala yozilganligi payqaymiz hamda boshlang'ich masala baholari bo'lib c_j lar, ikkilanma masala baholari bo'lib, esa b_i xizmat qiladi. Boshlang'ich masala yozilgan simpleks jadval bo'yicha ikkilanma masalani yechamiz va ikkilanma masala optimal yechimini olamiz, shu bilan birga boshlang'ich masala optimal yechimiga ham ega bo'ladi. Bunday usulga ikkilanma simpleks usul deb ataladi.

Kanonik ko'rinishda qo'yilgan CHD ning $Z = CX, AX = A_0, X \geq 0$ boshlang'ich masalasining minimum qiymatini topish kerak bo'lsin. Bunga mos ikkilanma masalada $F = YA_0$ funksiyaning $YA \leq C$ shartlarni qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini topish kerak bo'ladi. Faraz qilaylik, $D = (A_1, A_2, \dots, A_l, \dots, A_m)$ bazis shunday tanlanganki $X = D^{-1}A_0 = (x_1, x_2, \dots, x_l, \dots, x_m)$ vektor komponentlaridan hech bo'lmaganda bittasi manfiy (masalan, $x_l < 0$) bo'lib, lekin hamma A_j vektorlar uchun $z_j - c_j \leq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) munosabat bajarilsin. Ikkilanmalik teoremasiga asosan, $Y = C_{\text{bas}} D^{-1}$ ikkilanma masalaning yechimi bo'ladi. Bu yechim optimal bo'lmaydi, chunki birinchidan, tanlangan X bazisda manfiy komponent mavjud va boshlang'ich masalaning yechimi emas,

ikkinchidan, ikkilanma masalaning optimal yechimi baholari manfiy bo'lmashligi kerak.

Shunday qilib, $x_{ij} < 0$ komponentga mos A_i vektorni boshlang'ich masala bazisidan chiqarib, manfiy bahoga ega bo'lgan vektorni esa ikkilanma masala bazisiga kiritish kerak bo'ladi.

Boshlang'ich masala bazisiga kiritiladigan vektorni tanlash uchun ι - satrni qaraymiz: bunda $x_{ij} < 0$ larga ega bo'lmasa ikkilanma masala chiziqli funksiyasi yechimlar ko'pburchagida chegaralanmagan bo'lib, boshlang'ich masala esa yechimga ega bo'lmaydi. Ayrim $x_{ij} < 0$ bo'lsa, bu manfiy qiymatlarga mos ustunlar uchun

$$\min(x_i/x_{ij}) \geq 0 \quad (4)$$

larni hisoblaymiz va $\max \theta_{0j}(z_j - c_j)$ ga mos vektorni aniqlaymiz. Masala minimumga yechilayotgan bo'lsa, $\max \theta_{0j}(z_j - c_j)$ ga mos vektorni, masala maksimumga yechilayotgan bo'lsa, masala maksimumga yechilayotgan bo'lsa $\min \theta_{0j}(z_j - c_j)$ ga mos vektorni aniqlaymiz. Bu vektorni boshlang'ich masala bazisiga kiritamiz. Boshlang'ich masala bazisidan chiqariladigan vektorni yo'naltiruvchi satr aniqlaydi.

$\theta_{0j} = \min(x_i/x_{ij}) = 0$, ya'ni $x_i = 0$ bo'lsa, x_{ij} ochuvchi element uchun, $x_{ij} > 0$ bo'lgan holdagina olinadi. Bu bosqichda ochuvchi elementni bunday tanlash X vektor manfiy komponentlarining ko'payishiga olib kelmaydi. Jarayonni $X \geq 0$ ni olguncha davom ettiramiz va ikkilanma masalaning optimal yechimini topamiz, demak, boshlang'ich masalaning ham optimal yechimini olamiz.

Ikkilanma simpleks usuli algoritmi bo'yicha, jarayonida $z_j - c_j \leq 0$ shartni hamma $x_i < 0$ larni yukotguncha hisobga olmaslik mumkin va keyin optimal yechimni oddiy simpleks usul bilan topamiz. Buni hamma $x_i < 0$ bo'lsa, ishlatish qulay bo'lib, boshlang'ich masala yechimiga o'tishda bitta iteratsiyani θ_{0j} minimumi bilan emas, nisbatning maksimumi orqali, ya'ni $\theta_{0j} = \max(x_i/x_{ij}) > 0$ bilan aniqlanadi.

Ikkilanma simpleks usul bilan CHD masalasini musbat bazisda cheklash shartlari sistemasi ozod hadlari istalgan ishorali bo'lganda ham yechish mumkin. Bunday usul, cheklash shartlari sistemasi shakl almashtirishlari sonini va simpleks jadval o'lchami (soni)ni kamaytirishga imkon beradi.

3-misol. $z = -2x_1 + x_2 + 5x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 5, \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini toping.

Yechish. Ikkinchi tengsizlikni (-1) ga ko'paytiramiz, hamda qo'shimcha o'zgaruvchilar kiritib, birinchi ikkala tengsizlikni tenglamaga aylantirib ushbuni hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 + x_5 = -5, \quad x_j \geq 0 \quad (j=1,2,3,4,5). \end{cases}$$

Birinchi simpleks jadvalni tuzamiz: A_4 va A_5 vektorlarni bazis uchun qabul qilamiz. $x_2 = -5 < 0$ bo'lganligi uchun, ikkinchi satr koeffitsiyent-larini qaraymiz. Bu koeffitsiyentlardan A_1 va A_3 vektorlar ustunida manfiy koeffitsiyentlar mavjud. (4) qoida bo'yicha hisoblashlarni bajaramiz:

$$\theta_{01} = \min(4/1, -5/(-1)) = 4/1, \quad \theta_{01}(z_1 - c_1) = 4/1 \cdot 2 = 8,$$

$$\theta_{03} = -5/(-1) = 5, \quad \theta_{03}(z_3 - c_3) = 5 \cdot (-5) = -25.$$

Chiziqli funktsiyaning minimum qiymati topilayotganligi uchun

$$\max \theta_{0j}(z_j - c_j) = \max(-25, 8) = 8$$

bo'lib, A_1 vektor kalit ustun, kalit satr A_4 vektor satri bo'lib ochuvchi (kalit) element 1 bo'ladi. A_4 vektorni bazisdan chiqarib bazisga A_1 vektorni kiritamiz.

1-simpleks jadval.

I	Bazis	Bazis koeff.	A_0	-2	1	5	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	A_4	0	4	1	1	-1	1	0
2	A_5	0	-5	-1	5	-1	0	1
$m+1$	$z_j - c_j$		0	2	-1	-5	0	0

1-simpleks jadvalda Jordan-Gauss to'liq yo'qotish usulidan bir marta foydalanib, 2-simpleks jadvalni tuzamiz va keyingi iteratsiyada javobni olamiz:

2-simpleks jadval.

I	Bazis	Bazis koeff.	A_0	-2	1	5	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	A_1	-2	4	1	1	-1	1	0
2	A_5	0	-1	0	6	-2	1	1
$m+1$	$z_j - c_j$		-8	0	-3	-3	-2	0
1	A_1	-2	9/2	1	-2	0	1/2	-1/2
2	A_3	5	1/2	0	-3	1	-1/2	-1/2
$m+1$	$z_j - c_j$		-13/2	0	-12	0	-7/2	-3/2

Boshlang'ich masalaning optimal yechimi $X = (9/2, 0, 1/2)$ bo'lib, $z_{\min} = -2 \cdot 9/2 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 1/2 = -9 + 5/2 = -13/2$.

Ikkilanma masalaning yechimi

$$Y = (7/2, 3/2)$$

bo'ladi.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Ikkilanma va boshlang'ich masalalar, m cheklash shartlari soni, y_i ($i=1,2,\dots,m$) ikkilanma masala o'zgaruvchilari soni, x_j ($j=1,2,\dots,n$) o'zgaruvchilar soni, ikkilanma masala n cheklash shartlar soni, i ta cheklash " $\leq$ "

ko'rinishda, $y_i \geq 0$ ko'rinishda x_j biror belgi bilan chegaralanmagan, j ta “=” ko'rinishdagi belgili shart, boshlang'ich masalada “=” shart, ikkilanma masalada, boshlang'ich masala ozod hadlari, ikkilanma masala chiziqli funksiyasi (b_i) koeffitsiyentlari, boshlang'ich va ikkilanma masalalar matritsa ko'rinishda yozilishi, o'zaro ikkilanma masalalar o'zgaruvchilarining iqtisodiy talqini, o'zaro ikkilanmalik teoremasi, ikkilanma simpleks usul.

Takrorlash uchun savollar

1. Ikkilanma masala deb qanday masalaga aytiladi?
2. Qanday masalaga boshlang'ich deyiladi?
3. Ikkilanma masalani tuzish qoidalarini ifodalang.
4. Boshlang'ich masalada i ta cheklash “ $\leq$ ” ko'rinishda bo'lsa ikkilanma masalada unga nima mos keladi?
5. Boshlang'ich masala cheklash shartlaridagi ozod hadlarga ikkilanma masalada nima mos keladi?
6. Ikkilanma masala maqsadli funksiyasi noma'lumlari koeffitsiyent-lariga boshlang'ich masalada nima mos qo'yiladi?
7. Boshlang'ich masala cheklash shartlari soniga ikkilanma masalada nima mos keladi?
8. Boshlang'ich masala o'zgaruvchilari soni, ikkilanma masalada nimani ifodalaydi?
9. Boshlang'ich masala maksimumga qo'yilgan bo'lsa, ikkilanma masala qanday qo'yiladi?
10. i ta “=” shartga ikkilanma masalada nima to'g'ri keladi?
11. Ikkilanma masaladagi “=” shartga boshlang'ich masalada qanday shart mos keladi?
12. Boshlang'ich masala cheklash shartlari matritsasi nima?
13. Ikkilanma va boshlang'ich masalalarni matritsa ko'rinishda yozing.
14. Qanday masalalarga simmetrik deyiladi?
15. Simmetrik bo'lmagan masalalar nima?
16. O'zaro ikkilanma masalalar o'zgaruvchilarining iqtisodiy ma'nosi qanday bo'ladi?
17. O'zaro ikkilanmalik teoremasi nima?
18. Ikkilanma simpleks usul deb nimaga aytiladi?
19. Ikkilanma simpleks usul algoritmi nima?
20. Boshlang'ich masala bazisiga kiritiladigan vektor qanday tanlanadi?
21. Boshlang'ich va ikkilanma masalalar qanday holda yechimga ega bo'lmaydi?
22. Boshlang'ich masala bazisidan chiqariladigan vektorni qanday tanlaymiz?
23. Ikkilanma va boshlang'ich masalalar yechimi oxirgi (optimal) jadvaldan qanday aniqlanadi?

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. $z = 3x_1 + 2x_2 - 4x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 7, \\ x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini toping.

2. Ikkilanma simpleks usuldan foydalanib ushbu masalalarni yeching:

1) $z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4, \\ x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, 3, 4) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

3. $z = 2x_1 + 3x_2 + 5/2 \cdot x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 16, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 12, \\ x_j \geq 0 \ (j = 1, 2, 3) \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini toping.

4. 2-mavzudagi (10-19) boshlang'ich masalalarga mos ikkilanma masalalarni tuzing va ularning iqtisodiy tasvirini o'zgaruvchilar va cheklashlarning ma'nosini tushuntiring hamda yechimni boshlang'ich masala yechimidan foydalanib toping.

5- mavzu. Xomashyo va materiallardan optimal foydalanish modellari. Optimal qirqish masalasi.

Reja:

1. Korxonani vositalaridan optimal foydalanish masalasi
2. Korxona ishlab chiqarish quvvatidan optimal foydalanish masalasi
3. Texnik materiallardan optimal qirqish modellari

1. Korxona vositalaridan optimal foydalanish masalasi.

Sanoat korxonalarida bir necha asbob uskunalar mavjud. Ularni 2 turtga bo'lish mumkin.

- 1). Agar vositalarda faqat bitta operatsiya bajarish mumkin bo'lsa, ularni o'zaro almashishi mumkin bo'lmagan vositalar deb aytiladi.
- 2). Agar vositalarda bir necha turdagi operatsiyalar qilinsa, ularni o'zaro almashuvchi vositalar deyiladi.

Birinchi turdagi vositalarda detalga ketma-ket ishlov beriladi.

Agar har bitta detalga har bitta stanokda ishlov berish vaqti aniq bo'lsa, stanoklarning ish vaqti fondi, hamda tayyor mahsulotlardan olinadigan foyda aniqlansa, masalaning yechish maqsadi vositalarni optimal ish planini topish bo'ladi. Boshqa so'z bilan aytganda, qaysi turdagi detalni va qancha ishlab chiqarish kerakki, ulardan olingan foyda eng maksimal bo'lish uchun.

Quyidagi belgilarni kiritamiz.

j – mahsulotlar turlari;

C_j – j detal birligidan olinadigan foyda;

a_{ji} – i turdagi vositadan j turdagi mahsulot birligiga ishlov berish uchun ketgan vaqt harajati;

A_j – i turdagi vositasini ish vaqti fondi;

X_j – optimal planda ishlab chiqariladigan j - turdagi mahsulotlar soni.

Iqtisodiy-matematik modeli.

$$F = \sum C_{jj} * X_j = \max$$

Mahsulotlardan olinadigan foyda eng maksimal bo'lishi kerak.

- 1) j - mahsulotni i - vositada ishlab chiqarganda unga ketgan vaqt harajati vositalarni ish vaqti foyizidan oshib ketmasligi sharti

$$\sum a_{ij} * x_j < A_i$$

- 2) $X_j > 0$

Yuqorida ko'rilgan model korxonada ishlab chiqarish quvvatidan foydalanishning optimal variantini to'liq aniqlab olmaydi. Shuning uchun ishlab chiqarish programmasini bir nechta variantlarida, masalan, korxona yillik planining bajarilishini hisobga olgan holda, plan strukturasini o'zgartirmay, maksimal mahsulot ishlab chiqarish, mahsulotning uning to'la assortimenti bo'yicha ishlab chiqarish, asbob-uskunalaridan to'la foydalanish, maksimal

foйда olish programmasini bajarish kabilarni hisobga olib qaraganda korxona ishlab chiqarish quvvatidan oqilona foydalangan bo'ladi.

Sanoat korxonalarida ba'zan mahsulot ishlab chiqarish uchun avtomatlar, avtomat liniyalar, yoki ma'lum bir guruxdagi vositalar ishtirok etishi mumkin. Masalan, detal ishlab chiqarishda bir qancha o'zaroalmashuvchi stanoklardan foydalanadi. Bu asbob-uskunalarining mehnat unumdorligi, mahsulot ishlab chiqarish uchun saflanadigan vaqti, tannarxi har xil bo'lishi mumkin. Shuning uchun bo'nday vaqtda asbob uskunalaridan optimal foydalanib, mahsulot ishlab chiqarishni taqsimlash masalasini matematik tarzda ifodalash zarur.

Masalaning iqtisodiy qo'yilishi.

Bir necha xil vositalar mavjud. Har bir turdagi vositada bir necha turdagi mahsulot ishlab chiqarilishi mumkin. Yani har bir vosita turini vaqt fondi ma'lum.

Har bir detalni ishlab chiqarish tannarxi ham aniq.

Detallarni ishlab chiqarish vositalarda ishlov berish uchun shunday taqsimlash kerakki umumiy ketgan harajatlarning miqdori minimal bo'lsin.

Masalani formalizatsiyalashtiramiz.

j - detal turining nomeri;

A_i - i turdagi vositaning ish vaqti fondi;

L_{ij} - j turdagi detalni bir birligiga i nomerdagi vositada ishlov berish vaqt harajati normativi;

B_j - j turdagi detalga ishlov berish plani;

C_{ij} - i turdagi vositada bir dona j turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun ketadigan harajatlar;

X_{ij} - i turdagi vositadan ishlab chiqaradigan j - turdagi detallar soni.

Iqtisodiy-matematik model.

Masalaning maqsadi: Detallarga ishlov berish uchun ketgan umumiy harajatlar eng kam bo'lsin

$$F = \sum \sum C_{ij} * X_{ij} \rightarrow \min$$

1) Detallarga ishlov berganda i turdagi vosita vaqt harajati shu vositani ish vaqt fondidan ortib ketmasin

$$\sum L_{ij} * X_{ij} \leq A_i$$

2) Hamma turdagi vositalarda ishlov berilgan detallarni soni ishlab chiqarish planiga teng bo'lishi kerak

$$\sum X_{ij} = B_j$$

3) $X_{ij} > 0$.

Mutaxassislar o'rtasida turli xildagi ishlarni taqsimlash masalasi. Korxonada bir necha mutaxassislar mavjud. Har bir mutaxassis mavjud ishlarni

bajara oladi. Ularni kvalifikatsiyasiga ko'ra ish unumdorligi ham har xil bo'lishi mumkin. Shuning uchun har bir ishni mutaxassisga shunday taqsimlash kerakki, unda har bir mutahassis o'ziga topshirilgan ishni katta mehnat unumdorligi bilan bajarsin. Bu shart bajarilishi uchun mutaxassislarni ishlarga optimal taqsimlash kerak.

i - mutaxassisning tartib nomeri;

j - bajaradigan ish nomeri;

P_{ij} - j - nomerli ishni bajarish uchun i - nomerli mutaxassisning sarf qiladigan vaqt miqdori;

X_{ij} - j - nomerli ishni bajarish uchun i - nomerli mutaxassislar soni.

Masalani iqtisodiy matematik modeli.

Masalaning optimallik mezon. Hamma mutaxassislar bo'yicha bajarilishi kerak bo'lgan, hamma ishlar uchun minimal vaqt sarflash asos qilib olinadi

$$F = \sum \sum P_{ij} * X_{ij} \rightarrow \min$$

1) har bir mutaxassis faqat bir ishga biriktiriladi

$$\sum X_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}$$

2) har bir ishni faqat bitta mutaxassis bajarishi mumkin

$$X_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}$$

2. Korxona faoliyatini optimal planlashtirish masalalari

Xozirgi vaqtda iqtisodiy tizimimiz bozor iqtisodiyotiga o'tish davrida turibdi. Bozor iqtisodiyoti deganda biz har bir korxonani mustaqilligi, o'z-o'zini faoliyatini boshqarish imkoniyatlariga asoslanib, korxonalar ishlab chiqarish mahsulotlari o'zini narxini bozorda aniqlash, mahsulotga talab bo'lsa, uning sifati iste'molchilarni qoniqtirsa, demak korxona daromadi ko'payadi, ishchilarning farovonligi oshadi, korxonada qo'shimcha mahsulot ishlab chiqarishga imkoniyat tug'iladi. Demak, qanchalik korxona resurslari optimal sarflansa, qanchalik sifatli mahsulot ko'p ishlab chiqilsa shuncha daromad ko'payadi. Korxonani bir necha ish yuritish variantlaridan eng optimalini topishda optimal boshqarishni, matematik metodlarni ahamiyati oshib boradi.

Eski xo'jalik davrida ham EHMLar qo'llangan, lekin ular to'liq iqtisodiy tahlilda o'z o'rinlarini topmadi. Nazariy tomondan rivojlandi-yu, xo'jalik mexanizimi qabul qilmadi, chunki optimal boshqarishda korxonalarda qiziqish bo'lmagan. Resurs fondlari beriladi, xo'jalik hisobi yo'q, mahsulot albatta realizatsiya qilinadi, oylik chegaralangan, ortiqcha daromad byudjetga o'tib ketadi.

Hozirgi zamon sanoat korxonalarida texnik, iqtisodiy, tashkiliy va boshqa masalalarni hal etmay turib, ishlab chiqarishni planlashtirish va boshqarish masalasini hal etish qiyin.

Bu masalani fan va texnika so'ngi yutuqlaridan, hususan matematik metodlar va EHMLardan, oqilona foydalanilgandagina amalga oshirishi mumkin.

Korxonada quyidagi optimal planlashtirish masalalari qo'yiladi:

1. Korxona ishlab chiqarish quvvatlaridan optimal foydalanish modellari;
2. Ishlab chiqarish vositalarini optimal usulda yuklash masalasi;
3. Texnik materiallarni optimal qirqish modeli;
4. Korxona ishchilarni ish joylariga optimal taqsimlash masalasi.

Sanoat korxonalarining asosiy texnik-iqtisodiy ko'rsatkichlaridan biri, uni ishlab chiqarish quvvatidir. Bu ko'rsatkich orqali korxonaning ishlab chiqarish programmasi belgilanib, mahsulot ishlab chiqarishni ko'paytirish yo'llari hamda iqtisodiy ob'ektlar va ishlab chiqarish rezervlari aniqlanadi.

Ishlab chiqarish quvvatidan to'la foydalanish hozirgi vaqtda ishlab chiqarishning iqtisodiy samaradorligini oshirishning muhim faktorlaridan biri hisoblanadi. Matematik modellar berilgan resurslariga ko'ra mahsulot hajmi va strukturasini optimal variantini topishga yordam beradi.

Bu masala quyidagi holda vujudga keladi, ya'ni agar ishlab chiqarish resurslari aniq bo'lganda, bir necha xil mahsulot ishlab chiqarish zarur bo'ladi. Masalani yechish natijasida uning optimal ishlab chiqarish programmasi aniqlanadi.

Masalaning iqtisodiy qo'yilishi.

Faraz qilaylik, korxonada n xilda mahsulot bor. Uni sotish uchun m turdagi ishlab chiqarish resurslari (moddiy, mehnat, energiya, asbob-uskunalar, maydonlar ...) qatnashadi. Shuni unitmaslik kerakki, bu turdagi resurslar chegaralangandir. Quyidagi belgilarni beramiz:

j - sotiladigan mahsulot turlari indeksi ($i = \overline{1, n}$);

i - foydalaniladigan resurslari indeksi;

A_i - i turdagi foydalaniladigan resurslar hajmi;

a_{ij} - j xildagi mahsulot birligini i turdagi resurs yordamida sotilish uchun qilingan harajatlar normasi;

P_j - j xildagi mahsulot sotilishidan olinadigan foyda;

X_j - j xil tovarlarni sotish hajmi.

Agar korxonada har xil turdagi bir birlik mahsulot ishlab chiqarish bahosi, yoki undan olinadigan foyda ma'lum bo'lsa, masalaning matematik modeli quyidagicha bo'ladi.

Shunday X_j o'zgaruvchilar topilsinki

$$F = \sum P_j X_j \rightarrow \max$$

bo'lib, quyidagi shartlar bajarilsin:

- 1) mahsulotlarni sotish uchun sarflangan jami resurslar, mavjud resurslar hajmidan ko'p bo'lmasin

$$\sum a_{ij} X_j < A_i \quad (i = \overline{1, n})$$

- 2) noma'lum o'zgaruvchilar manfiy bo'lmasligi sharti

$$x_j > 0.$$

Bu modelning optimal mezoni sifatida maksimal mahsulot ishlab chiqarish yoki maksimal foyda kabi ko'rsatkichlar qabul qilingan. Modeldan ko'rinib

turibdiki, mahsulot ishlab chiqarishning hajmi to'g'risida hech qanday chekliliklar ko'rsatilmagan. Shunnig uchun korxona ishlab chiqarish quvvatining optimal variantida ayrim tovarlar sotish darajasi juda katta bo'lsa, ayrimlarini esa ishlab chiqarishda umuman qatnashmasligi mumkin. Bu esa iste'molchilarni talabini qondirmaslikka olib keladi.

Agar planlashtirish davrida sotilayotgan mahsulotlarga talab ma'lum bo'lsa, modelga qo'shimcha chegaraviy shart kiritish zarur.

Agar $B_j - j$ mahsulotni sotish plani bo'lsa, unda

$$F = \sum P_j X_j \rightarrow \max$$

$$1) \sum a_{ij} * X_j < A_i \quad (i = \overline{1, m});$$

2) tovar miqdori iste'molchilar talabini qondirsin.

$$\sum X_j > B_j \quad (j = \overline{1, n});$$

$$3) X_j > 0.$$

Masalaning matitsaviy modeli quyidagicha:

i	Mahsulot b/b ketgan resurslar harajatining normasi						A
	1	2		J		n	
	X	X		X_j		X_n	
1	a_1	a_2	...	a	...	a	A
2	a	a	...	a	...	a	A
			...		...		
i	a	a	...	a	...	a	A_i
			...		...		
m	a	a	...	a	...	a	A_m
P_i	P	P	...	P_j	...	P_n	

Shu ma'lumotlar asosida yana bitta masala tuzish mumkin:

$$F = \sum A_i Y_i \rightarrow \min$$

$$1) \sum a_{ij} * Y_i > P_j \quad (j = \overline{1, n});$$

2) $Y_i > 0, Y_i - i$ turdagi resursni optimal bahosi.

Optimal baholar maqsad funksiyani o'zgarishini ko'rsatadi. Agar defitsit resursni mavjud fondini bir birlikka oshirsak, maqsad funksiyamiz Y_i qiymatiga oshadi. Ortiqcha, sarflanmay qolgan resurslarni optimal bahosi 0-ga bo'ladi, chunki resursni fondi o'zgarishi maqsad funksiyaga ta'sir qilmaydi.

Mahsulot uchun hisoblangan optimal baholar quyidagicha ifodalanadi.

Optimal planga kirmagan mahsulot bir birligi sotilsa, maqsad funksiya qanchaga kamayishini optimal baholar yordamida aniqlash mumkin.

3. Texnik materiallarni optimal qirqish modellari

Ishlab chiqarishga turli xil sanoat xom ashyolar (masalan, rulon, proqat, truba va xokazo) keltiriladi. Bu xom ashyolardan mahsulot ishlab chiqarish uchun ularni zarur kattalikdagi va formadagi qismlarga bo'lishga yoki bichishga to'g'ri keladi. Keyinchalik ulardan komplektlar tayyorlab, har xil detallardan bitta mahsulot qilinadi. Xom ashyoni bichishda esa ma'lum qismi chiqindiga chiqib ketishi mumkin. Shuning uchun chiqindini kamaytirish, xom ashyoni tejash, bichishning optimal usullarini topish masalasi muhim ahamiyatga egadir.

Bichish planini matematik modelini tuzish uchun material bo'laklarini qirqilishini bir necha variantlarda hal etish mumkin, chunki har xil variantlarda chiqindilar har xil bo'ladi. Barcha variantda zagotovkalarga bo'lgan talabni qondirgan holda umumiy chiqindilar miqdorini kamaytirish zarur.

Xom ashyoni bichishni ikkita mezon asosida tashkil qilish mumkin:

- 1) Umumiy chiqindini minimumlashtirish mezoni;
- 2) Tayyor komplektlarni maksimumlash mezoni.

Masalaning iqtisodiy qo'yilishi

Xom ashyoni bir necha qirqish variantlari topilgan.

Mahsulotni ishlab chiqarish uchun qirqilgan detallarni kerakli miqdori ma'lum. Masalan, yechish natijasida detallarni qirqish plani bajarilgan holda umumiy chiqindilarni miqdori eng kam bo'lishi kerak.

Masalani modelini tuzish uchun quyidagi belgilarni kiritamiz:

i - material bo'laklarini bichish varianti indeksi ($i = \overline{1, m}$);

j - tayyorlanayotgan mahsulot indeksi;

B_j - j xildagi detallarning soni;

P_{ij} - i variantni qo'llagan holda bir birlik material bo'ladigan tayyorlangan j xildagi detallar soni;

A - xom ashyo material bo'laklarini mavjud miqdori;

C_i - i variant qo'llagan holda har bir materialdan chiqqan chiqindi miqdori;

x_i - i variantni qo'llab qirqilgan materialning (rulon, taxta, truba va boshqa shakldagi) bo'laklar soni.

Masalaning matritsa modeli

j	1	2	...	j	...			
i	B_1	B_2	...	B_j	...			
1	P_{11}	P_{12}	...	P_{1j}	...			
2	P_{21}	P_{22}	...	P_{2j}	...			
...	...	...	...	...	...	...	...	...

i	P_{i1}	P_{i2}	...	P_{ij}	...	P_{ij}	X_i	C_i
...	...	...	...	...	...	...	...	...
m	P_{m1}	P_{m2}	...	P_{mj}	...	P_{mj}	X_m	C_m

Iqtisodiy matematik model.

Umumiy chiqindilarni minimumlashtirish mezoni quyidagicha yoziladi:

$$F = \sum_{i=1}^m C_i x_i \rightarrow \min ;$$

- 1) har bir xildagi detallar soni planga mos bo'lishi shart.

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} x_i = B_j \quad (j = 1, n);$$

- 2) qirqilgan material bo'laklari mavjud material zapasidan oshib ketmasligi shart

$$\sum_{i=1}^m x_i < A;$$

- 3) $x_i > 0$.

Tayyor komplektlarni maksimizatsiyalash mezoni masalasi.

Masalani qo'yilishi quyidagicha.

Bir necha material mavjud. Ulardan har xil usullar bilan (variantlar bilan) detallar bichilishi mumkin. Detallar soni noma'lum, lekin ulardan yechiladigan komplektlarni soni eng ko'p bo'lishi kerak.

Har bir komplektga kiradigan detallarni soni aniqlangan.

Z - detallardan tashkil bo'lgan komplektlarning soni.

A_j - bitta komplektga kiradigan j detallarning soni.

Iqtisodiy matematik model.

Optimal mezon – komplektlarni sonini maksimallashtirish

$$Y = Z \rightarrow \max$$

- 1) j xildagi detallarning miqdori komplektlarning doimiy miqdoriga proporsional bo'lishi kerak

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} x_i = a_j Z$$

- 2) qirqilgan material bo'laklarining umumiy miqdori material zapasiga teng bo'lishi kerak

$$\sum_i x_i < A$$

- 3) $x_i > 0$.

Xom ashyo material bo'laklari bir necha tiporazmerda korxonaga keltirilishi mumkin. Bu holatda har bitta tiporazmer bo'yicha alohida qirqilish variantlari tuzilishi kerak. Har bitta tiporazmer bo'yicha material bo'laklari sarflanishiga chegara qo'yiladi.

Quyidagi belgilar kiritamiz:

k - tiporazmerlar indeksi,

r - tiporazmerlar miqdori,

P_{ijk} - k tiporazmerlardan i variant bo'yicha qirqilgan j detallarning soni,

X_{ik} - k tiporazmerlardan i variant bo'yicha qirqilgan material bo'laklarining soni,

B_j - j detalga bo'lgan talab,

A_k - k tiporazmerlardagi material bo'laklarining soni,

C_{ik} - k tiporazmer i - variant bo'yicha qirqilganda chiqadigan chiqindining miqdori.

Masalaning matematik modeli.

Umumiy chiqindi minimumlashtirilsin

$$F = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m C_{ik} X_{ik} \rightarrow \min$$

Shartlar tizimi:

- 1) hamma tiporazmerlardan qirqilgan detallarni soni ishlab chiqarish programmasiga mos bo'lish shart

$$\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^m P_{ijk} X_{ik} > B_j \quad (j = \overline{1, n});$$

- 2) qirqilgan tiporazmerlardagi material bo'laklari mavjud material zapaslaridan oshib ketmaslik shart

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} < A_k \quad (k = \overline{1, r}).$$

Tayanch iboralar

1. Korxona va firma
2. Korxona vositalari
3. Detal birligi

6- mavzu. Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo'llash. Transport masalasi

Reja:

1. Transport masalasining qo'yilishi va uni yechish usullari.
2. Transport masalasiga keltiriladigan iqtisodiyotning ba'zi masalalari va ularni yechish.
3. Parametrli chiziqli dasturlash masalalari.
4. Butun sonli dasturlash masalasining qo'yilishi va uni yechish usuli.

1. Transport masalasining qo'yilishi va yechish usullari.

Hozirgi paytda transport masalasi modeli nazariyada ham, har xil iqtisodiy jarayonlarni rejalashtirishda ham keng qo'llanilmoqda. Ayniqsa, muhim bo'lgan sanoat va qishloq xo'jalik mahsulotlarini ratsional yetishtirib berishda, hamda katta yuklar oqimini tashishda va boshqa transport ishlarini optimal rejalashtirishda katta ahamiyatga egadir.

1) Masalaning qo'yilishi va matematik modeli. Bir jinsli mahsulot m ta A_i ($i = \overline{1, m}$) ta'minlovchilarda mos ravishda a_i ($i = \overline{1, m}$) birlik miqdorda bo'lsin, shu mahsulotlarni n ta iste'molchilarga mos ravishda b_j ($j = \overline{1, n}$) birlik miqdorda yetkazib berish kerak bo'lsin, i -ta'minlovchidan j -iste'molchiga tashish harajati C_{ij} aniq bo'lsin. Yukni tashishni shunday rejalashtirish kerakki, hamma iste'molchilarning talabi qondirilib tashishga ketgan harajat minimal bo'lsin. x_{ij} - i -ta'minlovchidan j - iste'molchiga rejalashtirilgan yukning miqdori bo'lsin. Bu holda masala shartini quyidagi jadval ko'rinishida yozish mumkin.

1-jadval

Ta'minlovchilar	Iste'molchilar				Zahiralar
	V_1	V_2	...	V_n	
A_1	K_{11} x_{11}	K_{12} x_{12}	...	K_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	K_{21} x_{21}	K_{22} x_{22}	...	K_{2n} x_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	K_{m1} x_{m1}	K_{m2} x_{m2}	...	K_{mn} x_{mn}	a_m
Talablar	b_1	b_2	...	b_n	$\sum a_{ij} = \sum b_{ij}$

Bu jadvalga rejalashtirish matritsasi deyiladi.

Masalaning matematik modelini tuzamiz. i - ta'minlovchidan j - iste'molchiga rejalashtirilgan yukning miqdori x_{ij} yuk birligida bo'lganligi

uchun, tashish bahosi $C_{ij}x_{ij}$ bo'ladi. Butun rejalashtirish bahosi quyidagi yig'indidan iborat bo'ladi:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij}.$$

Cheklash shartlari sistemasi quyidagicha bo'ladi:

a) hamma yuk tashilishi kerak, ya'ni $\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \ (i = 1, 2, \dots, m)$

bu tenglamalar yuqoridagi jadval satrlaridan olinadi;

b) hamma talablar qanoatlantirilishi kerak, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \ (j = 1, \dots, n),$$

bu tenglamalar jadvaldagi ustunlardan olinadi.

Shunday qilib, transport masalasining matematik modeli quyidagicha bo'ladi:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij} \text{ chiziqli funksiyaning}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \ (i = \overline{1, m}), \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \ (j = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, \ (i = 1, 2, \dots, m, \ j = 1, 2, \dots, n)$$

cheklash shartlar sistemasini qanoatlantiradigan, eng kichik qiymatini toping.

Qaralayotgan modelda

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (3)$$

bo'ladi. Bunday modelga yopiq model deyiladi.

Teorema: Zahiralar jami miqdori talablar jami miqdoriga teng bo'lgan istalgan transport masalasi yechimga ega.

3-tenglik bajarilmasa, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$$

bo'lsa, transport masalasining ochiq modeli kelib chiqadi. Bunda ikki hol bo'lishi mumkin: a) ta'minlovchilardagi yuklar jami miqdori, iste'molchilar jami talabidan kam bo'lishi, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j ;$$

b) ta'minlovchilardagi yuklarning jami miqdori, iste'molchilar jami talabi miqdoridan ko'p bo'lishi, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j .$$

Ikkala holda ham, birinchisida soxta ta'minlovchi, ikkinchisida soxta iste'molchi kiritish bilan masalani transport masalasining yopiq modeliga keltirish mumkin.

Birinchi holda, yuk miqdori

$$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$$

ayirmaga teng, soxta ta'minlovchi, ikkinchi holda esa talab miqdori

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$$

ayirmaga teng bo'lgan soxta iste'molchi kiritib, yopiq modelga kelamiz. Bunda soxta ta'minlovchidan yuklarni tashish harajati sifatida soxta ta'minlovchi satrida, bir xil bo'lgan istalgan sonni olish mumkin. Odatda ularni 0 deb olinadi. Soxta iste'molchi ustunida ham tashish harajati sifatida bir xil ixtiyoriy sonni olish mumkin, bu yerda ham odatda 0 olinadi.

Transport masalasining ochiq modelida optimal yechim topilgandan keyin mavjud bitta yoki bir nechta iste'molchining talabi ta'minlanmay qoladi, xuddi shuningdek, ikkinchi holda, mavjud yuklarning ortig'i bir yoki bir necha ta'minlovchida taqsimlanmay qoladi.

Transport masalasining (1) va (2) shartlar sistemasini qaraymiz. Bu sistema $m \cdot n$ noma'lumdan va (3) munosabat bilan bog'langan $m + n$ tenglamalardan iborat. (1) va (2) sistemalarni alohida hadlab qo'shsak ikkita bir xil tenglama hosil qilamiz. 1-jadvalda bunday qo'shish ustunlarni va satrlarni hadlab qo'shish, bilan teng kuchlidir. Cheklash shartlar sistemasida ikkita bir xil tenglamalarning bo'lishi, ularning chiziqli bog'langanligini bildiradi. Bulardan birini hisobga olmasak shartlar sistemasi $m + n - 1$ chiziqli bog'lanmagan tenglamalarni o'z ichiga oladi. Demak, boshlang'ich mumkin bo'lgan bazis yechim $m + n - 1$ bazis o'zgaruvchisini o'z ichiga olishi kerak. Boshlang'ich rejani tuzishning bir necha usullari mavjud.

2). Shimoliy-g'arbiy burchak usuli.

Bu usulda x_{ij} larning qiymatini aniqlash shimoliy-g'arbiy burchakdan boshlanadi. $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$ olinib, bu yerda 3 ta hol bo'lishi mumkin: a) $a_i < b_j$ bo'lsa, $x_{i1} = a_i$ bo'lib, $i = 1$ satr keyin qaralmay, birinchi iste'molchining talabi a_i ga kamayadi;

b) $a_i > b_j$ bo'lsa, $x_{i1} = b_j$ bo'lib, $j = 1$ ustun keyin qaralmaydi va birinchi ta'minlovchidagi yuk b_j ga kamayadi;

v) $a_i = b_j$ bo'lsa, $x_{i1} = a_i = b_j$ bo'lib, $i = 1$ satr va $j = 1$ ustun keyin qaralmaydi, bu variant maxsus rejaga olib keladi. Oxirgi qadamda bitta satr va bitta ustun qolib, u to'ldirilib jarayon tamom bo'ladi.

Ma'lumki, olingan yechimda to'ldirilgan katakchalar soni $m + n - 1$ bo'lishi kerak, shuning uchun ham bu rejada uni tekshirib ko'rish kerak bo'ladi. Agar bu shart bajarilmasa, ya'ni to'ldirilgan katakchalar soni $m + n - 1$ dan kam bo'lsa, olingan plan maxsus bo'lib, bunda eng kam baholi katakchalarga 0 qo'yish bilan ular sonini $m + n - 1$ ga yetkaziladi. 0 larni qo'yishda jadvalda hamma uchlari to'ldirilgan to'g'ri to'rtburchaklar bo'lmasligi kerak. Masalan, $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$ yoki $x_{11}, x_{1n}, x_{21}, x_{2n}$ lar birdaniga to'ldirilmasligi kerak.

3) Transport masalasini taqsimot usuli bilan yechish. Transport masalasini bu usul bilan yechishni sonli misolda qaraymiz. Transport masalasi 1-jadval bilan berilgan bo'lsin.

1-jadval.

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
A_1	250 t	7	9	16	10	16
A_2	350 t	13	12	18	12	20
A_3	300 t	19	15	10	13	13
Talablar	900	150 t	170 t	190 t	210 t	180 t

Yechish: Bu masalada zahiralar miqdori talablar yig'indisiga teng, demak, masala yopiq transport masalasidir.

Birinchi rejani shimoliy-g'arbiy burchak usulidan foydalanib tuzamiz. V_1 iste'molchiga A_1 ta'minlovchidan 150 t rejalashtirib, A_1 ta'minlovchidagi yuk 150 t ga kamayib 100 t bo'ladi va V_1 iste'molchi qanoatlantiriladi. A_1 ta'minlovchidagi qolgan 100 t yukni V_2 iste'molchiga rejalashtiramiz, uning talabi 170 t bo'lganligi uchun A_2 ta'minlovchidan 70 t berilib, V_2 iste'molchi ham qanoatlantiriladi va A_2 ta'minlovchidagi yuk 70 t ga kamayib, 280 t bo'ladi. A_2 ta'minlovchidagi yukdan 190 t yukni V_3 iste'molchiga rejalashtirib, qolgan yukni V_4 iste'molchiga va hokazo, bu jarayonni davom ettirib, oxiri A_3 ta'minlovchida 180 t yuk qolib, uni V_5 iste'molchiga rejalashtirib, hamma talablar qanoatlantiriladi, zahirada yuk qolmaydi. Bularni quyidagi jadvalda yozamiz.

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
A_1	250 t	7 150	9 100	16	10	16
A_2	350 t	13	12 70	18 190	12 90	20
A_3	300 t	19	15	10	13 120	13 180
Talablar	900	150 t	170 t	190 t	210 t	180 t

Shunday qilib, boshlang'ich rejani shimoliy-g'arbiy burchak usulidan foydalanib tuzdik. Bu masalada ta'minlovchilar soni $m = 3$, iste'molchilar soni

$n = 5$, to'ldirilgan katakchalar soni 7 ta. $m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ bo'lganligi uchun, olingan reja maxsusmas bo'ladi.

Boshlang'ich taqsimlash uchun umumiy tashish harajatini hisoblaymiz:

$$S_1 = 150 \cdot 7 + 100 \cdot 9 + 70 \cdot 12 + 190 \cdot 18 + 90 \cdot 12 + 120 \cdot 13 + 180 \cdot 13 = \\ = 1050 + 900 + 840 + 3420 + 1080 + 1560 + 2340 = 11190 \text{ so'm (ta'riflar}$$

so'mlarda deb olindi).

Endi tuzilgan rejaning optimal yoki optimalmasligini tekshiramiz. Buning uchun har bir bo'sh katakcha uchun yopiq siniq chiziq zanjiri (siki) hosil qilib, bular bo'yicha baholarning algebraik yig'indisini hisoblaymiz. Masalan, 1-satr va 3-ustun uchun yopiq siniq chiziq zanjiri quyidagicha bo'ladi:

-		9	+		16
	100				
+		12			18
	70		190		-

Bunda bo'sh katak ishorasi (+) bo'lib, qolganlari navbat bilan almashinadi (bu yerda navbat soat strelkasi yo'nalishi yoki unga qarama-qarshi yo'nalishda bo'lishi mumkin, uning farqi yo'q).

Bu baholar algebraik yig'indisini Δ_{13} bilan belgilasak, $\Delta_{13} = 16 - 18 + 12 - 9 = 1$; bo'ladi. Xuddi yuqoridagidek qolgan bo'sh kataklar uchun ular quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta_{14} = 10 - 12 + 12 - 9 = 22 - 21 = 1;$$

$$\Delta_{15} = 16 - 13 + 13 - 12 + 12 - 9 = 7;$$

$$\Delta_{21} = 13 - 7 + 9 - 12 = 22 - 19 = 3;$$

$$\Delta_{25} = 20 - 12 + 13 - 13 = 8;$$

$$\Delta_{31} = 19 - 7 + 9 - 12 + 12 - 13 = 18 - 20 = -2;$$

$$\Delta_{32} = 15 - 12 + 12 - 13 = 15 - 13 = 2;$$

$$\Delta_{33} = 10 - 18 + 12 - 13 = 22 - 31 = -9.$$

Baholar (ta'riflar) algebraik yig'indilarida manfiy sonlarning bo'lishi, tuzilgan reja optimal emasligini ko'rsatadi va rejani yaxshilash mumkin bo'ladi. Endi yangi reja tuzamiz, buning uchun manfiy sonlardan eng kichigi olinadi, ular bir necha bo'lsa, ixtiyoriysini olib taqsimlashni shu katak uchun tuzilgan yopiq siniq chiziq zanjiri bo'yicha o'zgartiramiz. Qaralayotgan misolda eng

kichik manfiy algebraik yig'indi (-9) bo'lganligi uchun 3-satr 3-ustundagi katakcha uchun yopiq siniq chiziqli zanjiri (sikl)ni qaraymiz:

-		18	+		12
	190		90		
		10			13
+			120		-

-		18	+		12
	190-120		90+120		
		10			13
+		120			-

Manfiy kataklardagi yuk miqdorining eng kichigini (bu 13 baholi katakchada bo'lib, 120 ga teng) olib, uni manfiy burchaklardan ayirib, musbat burchaklarga qo'shib, yangi reja hosil qilamiz. Bu o'zgarishni jadvalda amalga oshirib (boshqa katakchalardagi sonlar o'zgarmaydi) quyidagi yangi rejani olamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar				
		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
A_1	250 t	7 150	9 100	16	10	16
A_2	350 t	13	12 70	18 70	12 210	20
A_3	300 t	19	15	10 120	13	13 180
Talablar	900	150 t	170 t	190 t	210 t	180 t

Bu tuzilgan yangi reja uchun yuk tashish jami bahosini hisoblaymiz:

$$S_2 = 150 \cdot 7 + 100 \cdot 9 + 70 \cdot 12 + 70 \cdot 18 + 210 \cdot 12 + 120 \cdot 10 + 180 \cdot 13 = \\ = 1050 + 900 + 840 + 1260 + 2520 + 1200 + 2340 = 10110 \text{ so'm.}$$

Demak, umumiy harajat $S_2 - S_1 = 11190 - 10110 = 1080$ ga kamaydi.

Endi tuzilgan rejaning optimalligini tekshiramiz. Buning uchun yangi tuzilgan rejadagi bo'sh katakchalar uchun baholarning algebraik yig'indisini hisoblaymiz:

$$\Delta_{34} = 13 - 12 + 18 - 10 = 31 - 22 = 9.$$

$$\Delta_{23} = 18 - 10 + 13 - 16 + 9 - 12 = 40 - 38 = 2;$$

$$\Delta_{25} = 20 - 16 + 9 - 12 = 29 - 28 = 1;$$

$$\Delta_{31} = 19 - 13 + 16 - 7 = 35 - 20 = 15;$$

$$\Delta_{32} = 15 - 13 + 16 - 9 = 31 - 22 = 9;$$

$$\Delta_{34} = 13 - 13 + 16 - 9 + 12 - 12 = 7.$$

Shunday qilib, tuzilgan reja uchun baholarning algebraik yig'indilari ichida manfiylari yo'q, shuning uchun bu tuzilgan reja optimal bo'lib, umumiy harajat $S_3 = 9940$ ko'm bo'ladi va uni endi yaxshilash mumkin emas.

4). Transport masalasini potentsiallar usuli bilan yechish. Biror usuldan foydalanib boshlang'ich yechim topilgandan keyin uni optimal yechimgacha yaxshilash uchun potentsiallar deb ataluvchi usuldan foydalanish mumkin.

Potentsiallar usuli algoritmini qaraymiz:

1-qadam. Har bir A_i - ta'minlovchiga α_i ($i = \overline{1, m}$) sonni mos qo'yamiz, bu songa A_i ning potentsiali deb ataladi. B_j iste'molchiga ham β_j ($j = \overline{1, n}$) sonni mos qo'yamiz va unga B_j ning potentsiali deyiladi.

Har bir to'ldirilgan katak uchun ya'ni har bir bazis o'zgaruvchi uchun

$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij} \quad (1)$$

tenglik tuziladi. Hosil qilingan sistema $m + n - 1$ ta tenglamadan iborat, chunki bazis o'zgaruvchilari soni $m + n - 1$ (to'ldirilgan kataklar soni) edi. Hamda $m + n$ ta no'malumga ega bo'ladi. Ma'lumki, bunday tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimlar to'plamiga ega bo'lib, ularning istalgani izlanayotgan potentsiallarni o'z ichiga oladi. Bu yechimlardan birontasini topish uchun, sistemadagi birorta potentsialga ixtiyoriy qiymat beriladi. Odatda $\alpha_1 = 0$ yoki $\alpha_1 = 1$ deb olinib, boshqa potentsiallar qiymati topiladi.

2-qadam. Har bir to'ldirilmagan katak uchun ya'ni bazisda bo'lmagan o'zgaruvchi uchun qo'shimcha tarif (narx) deb ataluvchi

$$c'_{ij} = \alpha_i + \beta_j \quad (2)$$

larni hisoblaymiz.

3-qadam. Olingan yechimning optimalligini tekshiramiz. Har bir to'ldirilmagan katak uchun

$$S_{ij} = c_{ij} - c'_{ij} \quad (3)$$

larni hisoblaymiz. Hamma S_{ij} lar uchun $S_{ij} \geq 0$ bo'lsa, olingan reja optimal bo'ladi, aks holda reja optimal bo'lmaydi va uni yaxshilash kerak bo'ladi. Rejani qo'shimcha ta'rif eng kichik manfiy sonli katak uchun, yopiq siniq chiziq zanjiri (sikl) bo'yicha o'zgartiramiz. Bu hol taqsimot usulidagidek bajariladi. Bu o'zgarishni jadvalda bajarib yangi yaxshilangan reja olinadi va yana 1-qadamga o'tiladi.

Potentsiallar usulini sonli misolda qaraymiz.

1-misol. A_1 ta'minlovchida $a_1 = 11$ tonna, A_2 ta'minlovchida $a_2 = 14$ tonna yuk bor. Ta'minlovchilardagi yuklarni B_1 iste'molchiga $b_1 = 10$ tonna, B_2 iste'molchiga $b_2 = 8$ tonna, B_3 iste'molchiga $b_3 = 7$ tonna miqdorda taqsimlashni

tashkil qilish kerak bo'lsin. C_{ij} i -ta'minlovchidan j -iste'molchiga yuk l birligini tashish bahosi (so'mlarda) quyidagi matritsa bilan berilgan:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

(sonlar shartli, ataylab kichik qilib olindi).

Yukni taqsimlashning shunday rejasini tuzingki, uni tashish uchun ketadigan umumiy transport harajati minimal bo'lsin. Masalani potentsiallar usuli bilan yeching.

Yechish. Masala shartida berilganlarni jadval ko'rinishda yozamiz va boshlang'ich bazis yechimni shimoliy-g'arbiy burchak usulidan foydalanib tuzamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar		
		V_1	V_2	V_3
A_1	$a_1=11$	8 10	6 1	5
A_2	$a_2=14$	4 7	5 7	7
Talablar	25	$b_1=10$	$b_2=8$	$b_3=7$

$2+3-1=4$, to'ldirilgan katakchalar soni ham 4 ta, demak olingan reja maxsusmas bo'lib, umumiy transport harajati

$$S_1 = 10 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 7 \cdot 7 = 170 \text{ ko'm.}$$

1-qadam. A_1 ta'minlovchiga α_1 , A_2 ta'minlovchiga α_2 potentsiallarni, B_1, B_2, B_3 iste'molchilarga mos ravishda $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ potentsiallarni mos qo'yamiz.

Har bir to'ldirilgan katakcha uchun (1) formulaga asosan tenglama hosil qilib, quyidagi sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 8, \\ \alpha_1 + \beta_2 = 6, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 5, \\ \alpha_2 + \beta_3 = 7. \end{cases}$$

Sistemada noma'lumlar soni 5 ta tenglamalar soni esa 4 ta, shuning uchun α_1 ni ixtiyoriy, masalan, $\alpha_1 = 0$ deb olib, qolgan noma'lumlar qiymatini topamiz. Birinchi tenglamada $\alpha_1 = 0$ bo'lsa, $0 + \beta_1 = 8$, $\beta_1 = 8$ bo'ladi.

Ikkinchi tenglamadan esa $\beta_2 = 6$, uchinchi tenglamadan $\alpha_2 + 6 = 5$, $\alpha_2 = -1$ shuningdek $-1 + \beta_3 = 7$, $\beta_3 = 8$ ekanligini topamiz, ya'ni $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = -1, \beta_1 = 8, \beta_2 = 6, \beta_3 = 8$.

2-qadam. Har bir to'ldirilmagan katakchalar uchun c'_{ij} qo'shimcha ta'riflarni (2) formula bo'yicha topamiz:

$$c'_{13} = \alpha_1 + \beta_3 = 0 + 8 = 8,$$

$$c'_{21} = \alpha_2 + \beta_1 = -1 + 8 = 7.$$

3-qadam. Olingan boshlang'ich yechimning optimalligini (3) formula yordamida tekshiramiz:

$$S_{ij} = c_{ij} - c'_{ij}, \quad S_{13} = c_{13} - c'_{13} = 5 - 8 = -3, \quad S_{21} = c_{21} - c'_{21} = 4 - 7 = -3,$$

$$S_{13} = -3 < 0, \quad S_{21} = -3 < 0.$$

Ikkala katakcha uchun ham optimallik mezoni bajarilmaydi. Demak, olingan yechimni yaxshilash mumkin. Ikkala to'ldirilmagan katakchalar uchun ham

$$S_{13} = S_{21} = -3$$

bo'lganligi uchun ularning ixtiyoriysini olib, bu katakcha uchun yopiq siniq chiziqlar zanjirini masalan 1-3 katakcha uchun a) jadvalni tuzamiz:

a)

-	6	5	+
1			
5	7		
7	7		
+			-

b)

6	5
	1
5	7
8	6

Manfiy burchaklardagi eng kam yukni manfiy burchaklardan ayirib, musbat burchaklarga qo'shib, b) jadvalga ega bo'lamiz. Bu o'zgarishni boshlang'ich yechim jadvaliga kirgizib ikkinchi yaxshilangan yechimni olamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar		
		V_1	V_2	V_3
A_1	$a_1=11$	8 10	6	5 1
A_2	$a_2=14$	4	5 8	7 6
Talablar	25	$b_1=10$	$b_2=8$	$b_3=7$

$$S_2 = 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 8 + 7 \cdot 6 = 80 + 5 + 40 + 42 = 167 \text{ ko'm.}$$

Olingan rejaning maxsusmasligini tekshiramiz: $m + n - 1 = 2 + 3 - 1 = 4$ bo'lib, to'ldirilgan katakchalar soni ham 4 ta, shuning uchun olingan yechim maxsusmasdir.

1-qadamga o'tamiz:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 8, & \alpha_1 = 0, \beta_1 = 8, \\ \alpha_1 + \beta_3 = 5, & 0 + \beta_3 = 5, \beta_3 = 5, \\ \alpha_2 + \beta_3 = 5, & \alpha_2 + 5 = 7, \alpha_2 = 2, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 7, & 2 + \beta_2 = 5, \beta_2 = 3. \end{cases}$$

$$c'_{12} = \alpha_1 + \beta_2 = 0 + 8 = 8, \quad c'_{21} = \alpha_2 + \beta_1 = 2 + 8 = 10,$$

$$S_{12} = c_{12} - c'_{12} = 6 - 8 = -2, \quad S_{21} = c_{21} - c'_{21} = 4 - 10 = -6.$$

2-1 katakcha uchun yopiq siniq chiziqli zanjirini tuzamiz (v jadval):

v)

	-		+
	8		5
10		1	
	4		7
		6	
	+		-

g)

	8		5
4		7	
	4		7
6			

Manfiy burchaklardagi yukning kichigi 6, bu yukni manfiy burchaklardan ayirib, musbat burchaklarga qo'shib g) jadvalni olamiz. Bu o'zgarishni oxirgi yechim jadvaliga kirgizib quyidagi yechimga ega bo'lamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar		
		V_1	V_2	V_3
A_1	$a_1=11$	8 4	6	5 7
A_2	$a_2=14$	4 6	5 8	7
Talablar	25	$b_1=10$	$b_2=8$	$b_3=7$

$$S_3 = 8 \cdot 4 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 32 + 35 + 24 + 40 = 131 \text{ ko'm.}$$

Olingan yechim ham maxsusmasdir.

Yana, 1-qadamga qaytamiz.

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 8, & \alpha_1 = 0, \beta_1 = 8, \\ \alpha_1 + \beta_3 = 5, & \beta_3 = 5, \alpha_2 + 8 = 4, \\ \alpha_2 + \beta_3 = 5, & \alpha_2 = -4, -4 + \beta_2 = 5, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 7, & \beta_2 = 9. \end{cases}$$

$$c'_{12} = \alpha_1 + \beta_2 = 0 + 9 = 9, \quad c'_{23} = \alpha_2 + \beta_3 = -4 + 5 = 1,$$

$$S_{12} = 6 - 9 = -3, \quad S_{23} = c_{23} - c'_{23} = 7 - 1 = 6.$$

$S_{12} = -3 < 0$ bo'lganligi uchun yechim optimal emas, uni yaxshilaymiz.

1-2 katakcha uchun yopiq siniq chiziqli zanjirini tuzamiz (d jadval):

d)

	-		+
	8		6
4			
	4		5
6		8	
	+		-

e)

	8		6
		4	
	4		5
10		4	

Manfiy burchaklardagi yuklarning kichigi 4 bo'lganligi uchun uni manfiy burchaklardan ayiramiz, musbat burchaklarga qo'shamiz va ye) jadvalni hosil qilib, bu o'zgarishni oldingi yechim jadvaliga kirgizib quyidagi rejaga ega bo'lamiz:

Ta'minlovchilar	Zahiralar	Iste'molchilar		
		V_1	V_2	V_3
A_1	$a_1=11$	8	6 4	5 7
A_2	$a_2=14$	4 10	5 4	7
Talablar	25	$b_1=10$	$b_2=8$	$b_3=7$

$$S_4 = 6 \cdot 4 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 119 \text{ ko'm.}$$

Oxirgi tuzilgan yechim uchun yana 1-qadamga qaytamiz:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_2 = 6, & \alpha_1 = 0, \beta_2 = 6, \\ \alpha_1 + \beta_3 = 5, & 0 + \beta_3 = 5, \beta_3 = 5, \\ \alpha_2 + \beta_1 = 4, & \alpha_2 + 6 = 5, \alpha_2 = -1, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 5, & -1 + \beta_2 = 5, \beta_2 = 6. \end{cases}$$

$$c'_{11} = \alpha_1 + \beta_1 = 0 + 5 = 5, \quad c'_{23} = \alpha_2 + \beta_3 = -1 + 5 = 4,$$

$$S_{11} = c_{11} - c'_{11} = 8 - 5 = 3, \quad S_{23} = c_{23} - c'_{23} = 7 - 4 = 3,$$

$$S_{11} = 3 > 0, \quad S_{23} = 3 > 0.$$

Olingan yechim optimaldir, chunki to'ldirilmagan katakchalar uchun hamma $S_{ij} > 0$ musbatdir. Shunday qilib, optimal rejada bazis o'zgaruvchilar qiymati:

$x_{12} = 4, x_{13} = 7, x_{21} = 10, x_{22} = 4$ bo'lib, umumiy transport harajati $S=119$ so'm bo'ladi.

2. Transport masalasiga keltiriladigan iqtisodiyotning ba'zi masalalari.

Transport masalasini yuklarni tashishga hech qanday aloqasi bo'lmagan iqtisodiy masalalarni yechishga tadbiq etish mumkin. Transport masalasidagi maqsadli funksiya C_{ij} ko'effitsiyentlari faqat yo'l harajati (narxi) bo'lmasdan masalaning muayyan qo'yilishiga qarab har xil ma'noda bo'lishi mumkin. Masalan, masofa, vaqt, unumdorlik, mahsuldorlik va boshqalar. Shunday masalalardan bir nechasing qo'yilishi va uning matematik modelini qaraymiz.

1). Avtotransportning bo'sh (yuksiz) o'tadigan yo'lini minimallashtirish bilan unumdorlikni oshirish masalasi. Ma'lumki, muayyan yuklar oqimini tashishda transportlar, amalda bo'sh (yuksiz) yo'l yuradi. Transportning yuksiz yurishini kamaytirish albatta unumdorlikning oshishiga olib keladi. Bunday masalaning matematik modelini tuzamiz.

Bir smenada m ta A_i ta'minlovchilardan n ta B_j iste'molchilarga x_{ij} ($i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$) bir jinsli (bitta va shu transport bilan tashiladigan yuk bir xil ma'nosida) yuk tashilishi kerak bo'lsin. Yukni tashish jarayonida transport smena mobaynida B_j iste'molchidan mos ravishda b_j avtotonna yuksiz yurishi hamda A_i ($i=1,2,\dots,m$) ta'minlovchilargacha yetkazilishi kerak bo'lgan mos ravishda a_i avtotonna yuklar ma'lum bo'lsin. Har bir iste'molchidan, har bir ta'minlovchigacha bo'lgan masofa l_{ji} ma'lum.

Avtomobil transporti bilan yuk tashishni shunday rejalashtirish kerakki, rejadagi hamma yuklar tashilib, yuksiz bosib o'tilgan jami yo'l yurish minimal bo'lsin.

l_{ji} bilan j - iste'molchiga yuk tushirilgandan keyin i - ta'minlovchigacha yuksiz yuradigan transport miqdori avtotonna bo'lsin, bu holda jami yuksiz yurish miqdori

$$W = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m l_{ji} y_{ji} \quad (1)$$

funksiya bilan ifodalanadi. Masalaning qo'yilishidan

$$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i$$

bo'ladi. Shunday qilib, bu masalada (1) chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m y_{ji} = b_j, j=1,2,\dots,n, y_{ji} \geq 0, \\ \sum_{j=1}^n y_{ji} = a_i, i=1,2,\dots,m \end{cases}$$

cheklash shartlar sistemasini qanoatlantiruvchi minimal qiymatini topish kerak bo'ladi.

Avtotransportning yuksiz yurishini kamaytirish, rejadagi yukni tashishga ajratiladigan avtomobillar sonini kamaytirish bilan ularning unumdorligini oshirishga va sezilarli iqtisodiy samaraga olib keladi.

2) Stanoklarda detallarga ishlov berish operatsiyalarini taqsimlash masalasi. Korxonada m ta turdagi stanok bo'lib, ularning maksimal ishlash vaqti imkoniyati mos ravishda a_i ($i=1,2,\dots,m$) soat bo'lsin. Har bir stanok n ta operatsiya bajarishi mumkin. Har bir operatsiyani bajarish jami vaqti mos ravishda b_j ($j=1,2,\dots,n$) soat bo'lsin. i - stanokning j - operatsiyani bajarish unumdorligi C_{ij} ma'lum. Stanoklarning qaysisida qanday operatsiyalar bajarilishi vaqtini shunday rejalashtiringki bunda ishlov berilgan detallar soni maksimal bo'lsin.

Masalaning matematik modelini tuzish uchun x_{ij} ($i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$) bilan i - stanok, j - operatsiyani bajarish vaqtini belgilaymiz. Bu holda i -stanokda ishlov berilgan detallar miqdori $C_{ij}x_{ij}$ bo'ladi. Hamma stanoklarda ishlov berilgan detallarning jami miqdori

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij}$$

funksiya bilan ifoda ifodalanadi. i -stanokning maksimal ishlash vaqti imkoniyati a_i bilan chegaralanganligi uchun, undan to'liq foydalanilsa

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i=1,2,\dots,m \text{ bo'lib, to'liq foydalanilmasa } \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, i=1,2,\dots,m \text{ bo'ladi.}$$

Ikkinchi tomondan j - operatsiyaga ajratilgan vaqt b_j soat bo'lganligi uchun $\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=1,2,\dots,n$ bo'ladi. Masala shartlaridan ma'lumki, hamma stanoklarning umumiy ishlash vaqti, stanoklarning maksimal ishlash vaqt imkoniyati yig'indisiga va hamma operatsiyalarni bajarishi zarur bo'lgan vaqtlar yig'indisiga teng, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^m a_i \text{ va } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n b_j$$

tenglik bajariladi. Oxirgi tengliklardan

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

kelib chiqadi.

Shunday qilib, $z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij}$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i=1,2,\dots,m, x_{ij} \geq 0, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=1,2,\dots,n \end{cases}$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi maksimal qiymatini topish kerak bo'ladi. Bunday masalani potentsiallar usulidan foydalanib yechish mumkin.

3. Parametrli chiziqli dasturlash masalalari.

Ma'lumki, chiziqli dasturlashning umumiy masalalari o'zgarmas miqdorlar: C_j , a_{ij} koeffitsiyentlarni, ozod hadlar b_i ($i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$) larni o'z ichiga oladi. Lekin, amalda bu miqdorlar aniqlanishidan o'zgaruvchi bo'lib, biror intervalda o'zgarishi mumkin. Iqtisodiy masalaning optimal yechimi, bu sonlarning biror mumkin bo'lgan intervalda o'zgarishida optimalliligicha qolishini tekshirish zarur bo'ladi. Shuning uchun, chiziqli dasturlash masalasi koeffitsiyentlari va ozod hadlarining o'zgarishi optimal yechimga qanday ta'sir etishini tekshirish masalasi yuzaga keladi. Bunday tekshirishlar parametrli chiziqli dasturlash masalasiga olib keladi. Parametrli dasturlash har xil iqtisodiy jarayonlar, ishlab chiqarishni rejalashtirish, optimal boshqarishni tekshirish natijasida hosil bo'ladi.

1) Chiziqli funksiya $Z = \sum_{j=1}^n C_j x_j$

C_j koeffitsiyentlari biror, masalan, $[C_j - C'_j, C_j + C'_j]$ intervalda o'zgarsin.

Tekshirishlarning qulayligi uchun chiziqli funksiya koeffitsiyentlarini

$$C_j(\lambda) = C'_j + \lambda C''_j$$

ifoda bilan almashtiramiz, bu yerda C'_j, C''_j o'zgarmaslar, λ - biror chegarada o'zgaruvchi parametr bo'lsin.

Endi chiziqli dasturlash masalasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

$$x_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

chiziqli cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi shunday $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorni topish kerakki, λ ning $\delta \leq \lambda \leq \varphi$ intervaldagi har bir qiymati uchun

$$Z = \sum_{j=1}^n (C'_j + \lambda C''_j) x_j \quad (3)$$

chiziqli funksiya minimum qiymatga ega bo'lsin.

Bunday masalaning yechimini λ parametrning o'zgarishiga qarab tekshiramiz. $\lambda = \delta$ bo'lsin, simpleks usuldan foydalanib ushbu ikki holatga kelimiz: 1) $\lambda = \delta$ uchun optimal reja mavjud; 2) $\lambda = \delta$ uchun chiziqli funksiya chegaralanmagan.

Bunday hollarni alohida-alohida tekshiramiz:

1-hol. $\lambda = \delta$ uchun optimal reja olingan bo'lib, $A_1, A_2, \dots, A_n$ sistemasidan olingan m ta vektorlardan iborat biror bazisga mos kelsin. Optimallik shartiga asosan uning $m+1$ satri baholari $Z_j - C_j \leq 0$ shartni qanoatlantiradi. $C_j = C'_j + \delta C''_j$ bo'lganligi uchun optimallik sharti $Z_j - C_j = \alpha_j + \delta \beta_j \leq 0, j = 1, 2, \dots, n$ ko'rinishda bo'ladi, bu yerda α_j, β_j lar biror haqiqiy sonlar. Bundan ma'lum bo'ladiki $\alpha_j + \lambda \beta_j \leq 0, j = 1, 2, \dots, n$ tengsizliklar sistemasi birgalikda bo'lib, hamma $\beta_j < 0$ lar uchun $\lambda \geq -\alpha_j / \beta_j$, hamma $\beta_j > 0$ lar uchun $\lambda \leq -\alpha_j / \beta_j$ yechimlarga ega bo'ladi.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\underline{\lambda} = \begin{cases} \max_{\beta_j < 0} (-\alpha_j / \beta_j) \\ -\infty, \text{ барча } \beta_j > 0 \text{ лар учун,} \end{cases}$$

$$\bar{\lambda} = \begin{cases} \min_{\beta_j < 0} (-\alpha_j / \beta_j) \\ +\infty, \text{ барча } \beta_j < 0 \text{ лар учун,} \end{cases}$$

bo'lsin, bu holda masalaning $\lambda = \delta$ bo'lgandagi optimal yechimi $\underline{\lambda} \leq \lambda \leq \bar{\lambda}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma λ lar uchun optimal yechimi mos keladi. Bu holda $[\delta, \varphi]$ intervalning chap chetki nuqtasi aniq, ya'ni $\underline{\lambda} \leq \delta$ bo'ladi. Endi $[\delta, \varphi]$ intervalning o'ng chetki nuqtasini aniqlash kerak yoki $\underline{\lambda} \geq \varphi$ bo'lganda

masalaning yechimi yo'qligini isbotlash kerak bo'ladi. Demak, $\bar{\lambda}$ chekli bo'lsa, $\varphi \leq \bar{\lambda}$ bo'ladi. $\lambda = +\infty$ bo'lsa, yechish jarayoni tugaydi.

δ va φ larning qiymati oldindan berilmagan bo'lsa, lekin λ ning o'zgarish intervali sistemasini va ularga mos optimal yechimni topish kerak bo'lsa, $\alpha_j + \lambda \beta_j \leq 0$, $j=1,2,\dots,n$ tengsizliklar sistemasi yechimga ega bo'lgan bazisni aniqlash kerak va shu sistema yordamida $\underline{\lambda}$ va $\bar{\lambda}$ larni topish mumkin. Keyin $\lambda > \bar{\lambda}$ va $\lambda < \underline{\lambda}$ bo'lganda tekshirishni yuqoridagi usul bilan davom ettirish kerak bo'ladi.

Bunday masalalarning boshqa hollarini matematik dasturlash o'quv rejasi kengroq kurslarda o'rganiladi.

Endi parametrik dasturlashga misol qaraymiz.

1-misol. Korxona ikki M va N turdagi mahsulot ishlab chiqarish uchun uch xildagi xom ashyodan foydalanadi. Har bir mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi hamda xom ashyo zahirasi ushbu jadvalda berilgan.

Xom ashyo turlari	1 birlik mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi		Xom ashyo zahirasi
	M	N	
I	4	1	16
II	2	2	22
III	6	3	36

Mahsulotlar narxi, M mahsulot uchun 2 dan 12 so'mgacha, N mahsulot uchun 13 dan 3 so'mgacha o'zgarishi mumkin bo'lsin va bu o'zgarish $C_1 = 2+t$, $C_2 = 13-t$ tengliklar bilan ifodalansin, bunda $0 \leq t \leq 10$.

Har bir turdagi mahsulotlar narxlarining mumkin bo'lgan o'zgarishini hisobga olgan holda ularni ishlab chiqarishdan umumiy qiymati maksimum bo'ladigan rejani tuzing [5, 194-bet].

Yechish. x_1 bilan ishlab chiqarilishi kerak bo'lgan M mahsulot miqdorini, x_2 bilan ishlab chiqarilishi kerak bo'lgan N mahsulotning miqdorini belgilaylik. Bu belgilashdan keyin masalaning matematik modeli quyidagicha ifodalanadi:

t ($0 \leq t \leq 10$) parametrining har bir qiymati uchun

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 22, \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 36, \end{cases} \quad (1)$$

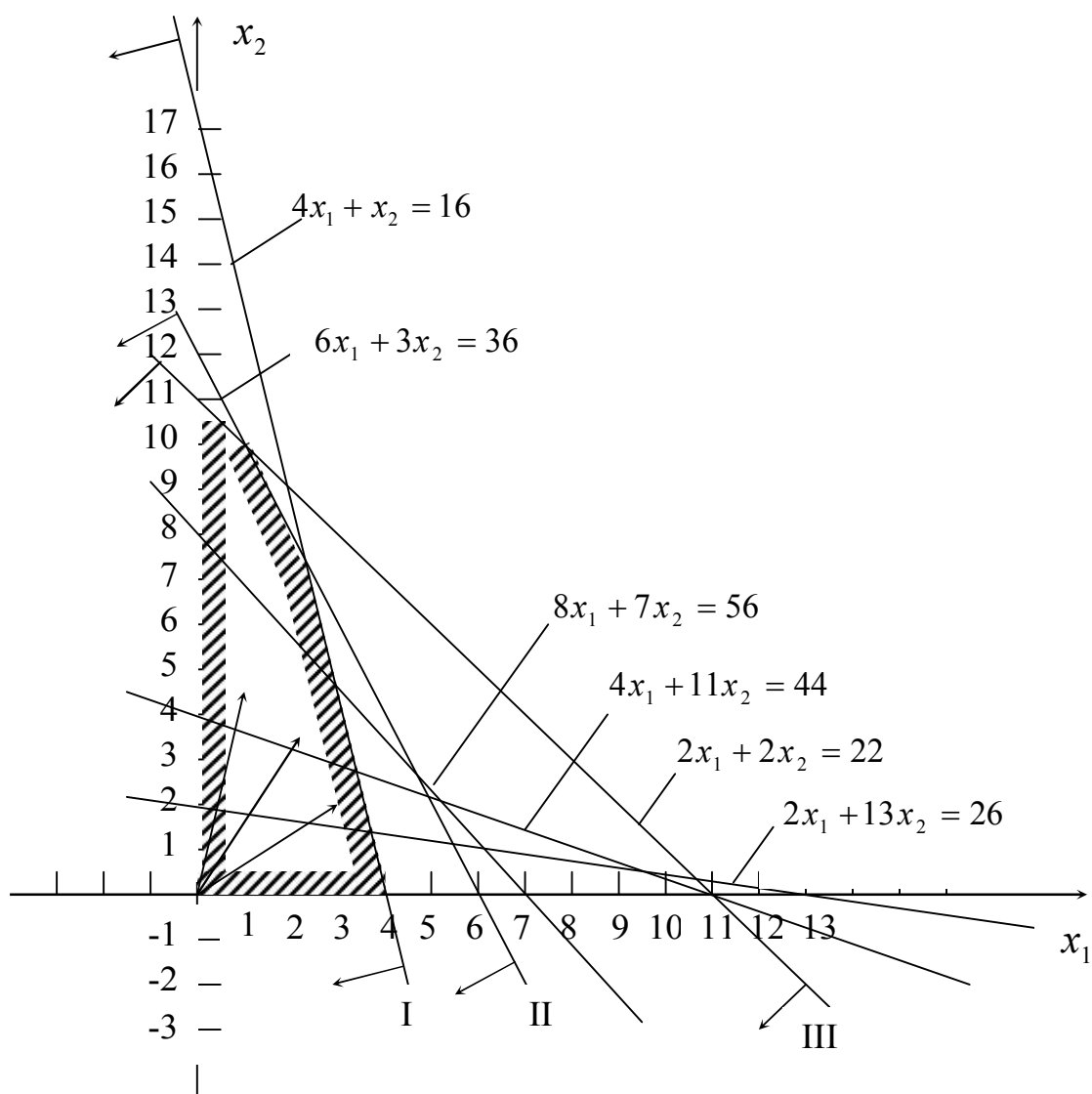
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (2)$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi x_1, x_2 o'zgaruvchilarning shunday qiymatini topish kerakki $F = (2+t)x_1 + (13-t)x_2$ (3)

maqsadli funksiya maksimum qiymatga ega bo'lsin.

(1) va (2) tengsizliklarga mos yechimlar ko'pburchagini yasaymiz (1-chizma).

Keyin $t=0$ uchun $2x_1 + 13x_2 = 26$ (26 soni ixtiyoriy olindi) to'g'ri chiziqni va $\bar{C}(2;13)$ vektorni yasaymiz. Yasalgan to'g'ri chiziqni $\bar{C}$ vektor yo'nalishi



1-chizma.

bo'yicha (o'zini-o'ziga) parallel siljitib, uning $OABDE$ yechimlar ko'pburchagi bilan oxirgi, umumiy nuqtasi $A(0;11)$ da bo'lishini aniqlaymiz. Demak, (1)-(3) masala $t=0$ bo'lganda $X_0(0,11)$ optimal yechimga ega bo'ladi. Bu yechimning mohiyati M mahsulot 1 birligining narxi $2+0=2$ so'm, N mahsulot 1 birligining narxi $13-0=13$ so'm bo'lganda, N mahsulotdan 11 birlik, M mahsulotdan esa ishlab chiqarilmaganda umumiy baho $F_{\max}=143$ bo'lib, u optimal bo'ladi.

Endi $t=2$ bo'lsin. $(2+2)x_1 + (13-2)x_2 = 4x_1 + 11x_2 = 44$ (44 soni ixtiyoriy olindi) to'g'ri chiziqni, $\overline{C}_1(4;11)$ vektorni yasab, to'g'ri chiziqni o'zini-o'ziga parallel siljitib, $A(0,11)$ nuqtada yechimlar ko'pburchagi bilan oxirgi umumiy nuqtaga ega bo'lishini aniqlab, $t=2$ bo'lganda ham $X_0(0,11)$ yechim optimal yechim ekanligini topamiz. Bundan M mahsulot narxi $2+2=4$ so'm va N mahsulot narxi $13-2=11$ so'm bo'lganda ham N mahsulotdan 11 birlik, M mahsulot ishlab chiqarilmaganda korxona uchun maqsadga muvofiqqligini ifodalaydi hamda mahsulotlarning umumiy bahosi $F_{\max}=4 \cdot 0 + 11 \cdot 11 = 121$ so'm bo'ladi.

1-chizmadan ko'rinadiki, ishlab chiqarishning bu rejasi t ning istalgan qiymati uchun $(2+t)x_1 + (13-t)x_2 = h$ to'g'ri chiziq $2x_1 + 2x_2 = 22$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgunga qadar optimal yechim bo'lib qoladi. Parallellik $\frac{2+t}{2} = \frac{13-t}{2}$, ya'ni $t=5,5$ bo'lganda bajariladi. t ning bu qiymati uchun AV kesmaning istalgan nuqtasi (1)-(3) masalaning optimal rejasi bo'ladi.

Shunday qilib, $0 \leq t \leq 5,5$ uchun $X_0(0,11)$ optimal reja bo'lib qoladi va maqsadli funksiya maksimum qiymati

$$F_{\max} = (2+t) \cdot 0 + (13-t) \cdot 11 = 143 - 11t$$

bo'ladi.

Endi t ning 5,5 dan katta biror qiymatini olaylik, masalan, $t=6$ bo'lsin. $t=6$ uchun (1)-(3) masalaning yechimini izlaymiz.

$(2+6)x_1 + (13-6)x_2 = 56$ (56 soni ixtiyoriy olindi) to'g'ri chiziqni va $\overline{C}_2(8,7)$ vektorni yasaymiz. Yasalgan to'g'ri chiziqni $\overline{C}_2$ vektorning yo'nalishi bo'yicha o'zini-o'ziga parallel siljitib, uning yechimlar ko'pburchagi bilan $B(1,10)$ nuqtada oxirgi umumiy nuqtaga ega bo'lishini aniqlaymiz. Demak, $t=6$ bo'lganda (1)-(3) masala optimal yechimga ega bo'ladi. Bu yechimning mohiyati 1 birlik M mahsulotning narxi $2+6=8$ so'm, 1 birlik N mahsulotning narxi $13-6=7$ so'm bo'lganda, mahsulotlarni ishlab chiqarishning optimal rejasi M mahsulotdan 1 birlik, N mahsulotdan 10 birlik ishlab chiqarish kerak bo'ladi. Bunday rejada mahsulot ishlab chiqarishning umumiy bahosi maksimum

$$F_{\max} = 8 \cdot 1 + 7 \cdot 10 = 78 \text{ so'm}$$

bo'ladi.

1-chizmadan ko'rinadiki, har qanday $t \geq 5,5$ uchun ishlab chiqarishning $X_1(1,10)$ rejasi $(2+t)x_1 + (13-t)x_2 = h$ to'g'ri chiziq $6x_1 + 3x_2 = 36$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lib qolgunga qadar optimal reja bo'lib qoladi. Parallellik

$\frac{2+t}{6} = \frac{13-t}{3}$, ya'ni $t=8$ bo'lganda bajariladi. t ning bu qiymati uchun VD kesmaning istalgan nuqtasi (1)-(3) masalaning optimal rejasi bo'ladi. Demak, har qanday $5,5 \leq t \leq 8$ uchun $X_1(1,10)$ (1)-(3) masalaning optimal rejasi bo'lib, maqsadli funksiyaning maksimal qiymati

$$F_{\max} = (2+t) \cdot 1 + (13-t) \cdot 10 = 132 - 9t$$

bo'ladi.

1-chizmadan foydalanib, yuqoridagidek mulohaza yuritib, har qanday $8 \leq t \leq 10$ uchun (1)-(3) masalaning optimal yechimi $X_2(2,8)$ bo'lishini topish mumkin (buni topishni o'quvchiga havola etamiz). Bu rejada har qanday $8 \leq t \leq 10$ uchun maqsadli funksiyaning masimal qiymati

$$F_{\max} = 108 - 6t$$

bo'ladi.

Shunday qilib, (1)-(3) masalaning ushbu yechimini hosil qilamiz:

$0 \leq t \leq 5,5$ bo'lsa, optimal reja $X_0(0,11)$ bo'lib, $F_{\max} = 143 - 11t$ bo'ladi;

$5,5 \leq t \leq 8$ bo'lsa, optimal reja $X_1(1,10)$ bo'lib, $F_{\max} = 132 - 9t$ bo'ladi;

$8 \leq t \leq 10$ bo'lsa, optimal reja $X_2(2,8)$ bo'lib, $F_{\max} = 108 - 6t$ bo'ladi;

4. Butun sonli dasturlash masalasining qo'yilishi va uni yechish usuli

Ma'lumki, iqtisodning ko'p masalalarini yechish, butun sonli yechimni topish bilan bog'liq. Bunday masalalarda yechimning butun son bo'lishi talab etiladi. Masalan, korxonalar orasida mahsulot ishlab chiqarish topshiriqlari, buyumlarni bichish, kemalar ishlab chiqarish, samolyotlarni reyslarga taqsimlash va hokazo. Bunday misollarni ko'plab keltirish mumkin. Ayrim masalalarda, uning qo'yilishiga qarab, yechimni butun songacha ixchamlab olish mumkin. Lekin boshqa hollarda ixchamlab olish, optimal yechimdan katta farq qilishi mumkin.

Butun sonli dasturlash masalasi ham chiziqli dasturlash masalasidek qo'yilib, optimal yechim o'zgaruvchilarning qiymati butun musbat son bo'lsin,

degan qo'shimcha talab qo'yiladi, ya'ni $Z = \sum_{j=1}^n C_j x_j$ chiziqli funksiyaning

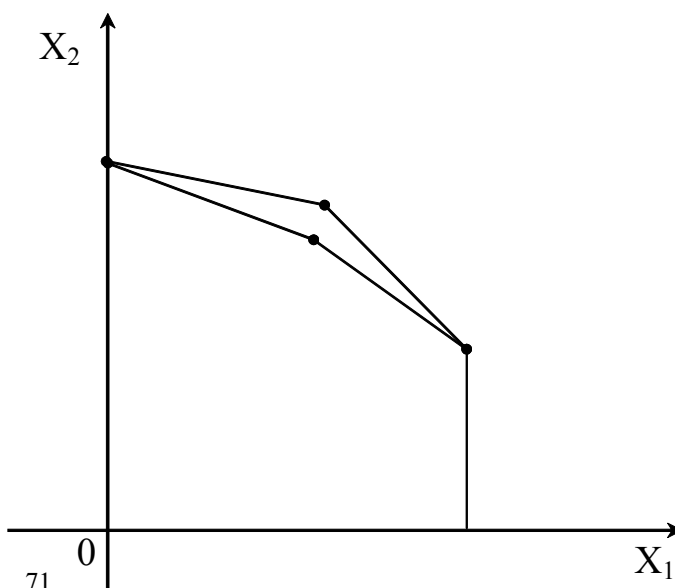
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad x_j \text{ lar butun,}$$

$$x_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, n)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi minimal yechimini topish kerak bo'ladi.

Chiziqli dasturlash masalasi yechimlar ko'pburchagiga ega (2-chizma) bo'lsin.

Masalaga, butun sonli yechimni topish talabini qo'ysak, yechimlar to'plami, yakkaalangan butun sonlar majmuidan iborat bo'lib qavariq to'plam bo'lmaydi.



Chetki butun sonli nuqtalarni tutashtirib, hamda koordinat-lar o'qi yordamida yangi kontur hosil qilamiz.

2-chizma.

Bu holda ushbu xossalarga ega chiziqli programmalash masalasini hosil qilamiz:

1) yangi yechimlar ko'pburchagi butun sonli nuqtalarga ega bo'lib, boshlang'ich masala yechimlar ko'pburchagi bilan chegaralangan; yangi ko'pburchakning hamma burchak nuqtalari butun sonli;

2) chiziqli funksiya yechimlar ko'pburchagining burchak nuqtalarida optimumga erishganligi uchun, bunday yechimlar ko'pburchagini yasash bilan butun sonli programmalash masalasi yechilgan bo'ladi.

Bunday yechish usuli Gomori tomonidan taklif qilingan bo'lib simpleks-metodga (usulga) asoslangan. Bunda, butun sonli talabga e'tibor bermasdan masala simpleks-usul bilan yechiladi. Olingan optimal yechim butun sonli bo'lsa, masala yechilgan bo'ladi. Optimal yechim ichida hech bo'lmaganda x_i bitta kasr sonli komponentga ega bo'lsa, bu komponent butun sonli bo'lishini hisobga olingan qo'shimcha talab qo'yiladi va masalani yechish simpleks usul bilan yangi optimal yechimni topishgacha davom ettiriladi. Keyingi optimal yechim ham butun sonli bo'lmasa, navbatdagi qo'shimcha shart qo'yiladi va jarayon butun sonli yechimni olgungacha davom ettiriladi yoki butun sonli yechimga ega emasligi isbotlanadi. Bu x_i kasr son bo'lib x_{ij} satrdagi hamma sonlar butun bo'lib qolsa o'rinli bo'ladi.

Endi qo'shimcha shartlarni tuzishga o'tamiz. $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m, \dots, x_n)$ optimal yechim $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$ bazisda olingan bo'lsin. Bu holda oxirgi simpleks jadval quyidagicha bo'ladi:

$$\overline{X} = \begin{pmatrix} x_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & x_{1,m+1} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n} \\ x_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & x_{2,m+1} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_i & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & x_{i,m+1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_m & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & x_{m,m+1} & \dots & x_{mj} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

x_i komponent kasr son bo'lsin, bunda x_{ij} lardan ham bir nechta kasr son bo'ladi (aks holda masala butun sonli yechimga ega bo'lmaydi). $[x_i]$ va $[x_{ij}]$ lar bilan mos ravishda x_i va x_{ij} sonlarning butun qismini ya'ni x_i va x_{ij} sonlardan oshmaydigan katta butun qismini belgilaymiz. Bu holda x_i va x_{ij} sonlarning q_i va q_{ij} kasr qismlari:

$$x_i - [x_i] = q_i \quad x_{ij} - [x_{ij}] = q_{ij}$$

bo'lganligi uchun q_i va q_{ij} lar manfiy sonlar bo'lmaydi.

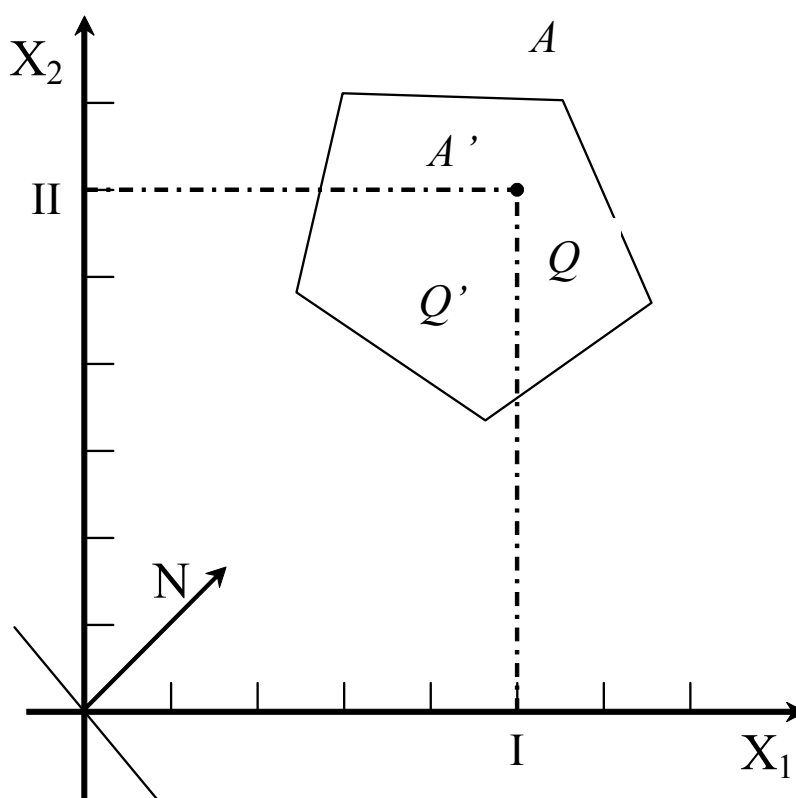
$x_j \geq 0$, ($j = 1, 2, \dots, n$) lar masala shartiga asosan manfiy bo'lmagani uchun ushbu ayirma

$$[(q_{i1}x_1 + q_{i2}x_2 + \dots + q_{in}x_n) - q_i] \geq 0$$

bo'lib, manfiy son bo'lmaydigan butun son bo'ladi. Oxirgi tengsizlikning chap tomonidan x_{n+1} manfiy bo'lmagan butun qo'shimcha o'zgaruvchini ayirib, hamda (-1) ga ko'paytirib tenglamaga aylantirib oxirgi simpleks jadvalga tirkaymiz. Keyingi jadvalda ikkilanma simpleks usuldan foydalanib yangi yechimni olamiz. Olingan yechim butun sonli bo'lmasa oxirgi simpleks jadvalda yangi qo'shimcha shartni tuzamiz.

Optimal yechimda bir necha x_i lar kasr sonlar bo'lsa, qo'shimcha shart $\max q_i$ uchun tuzilib, bu optimal butun sonli yechimni olish jarayonini tezlashtiradi.

Qo'shimcha shartlarning geometrik tasvirini qaraymiz (3-chizma). Q yechimlar ko'pburchagining A nuqtasida $Z(A) = \max$ qiymatga ega bo'lib, A kasr sonli nuqta bo'lsin. Butun sonli optimal yechimni olish uchun kiritilgan qo'shimcha shart, Q yechimlar ko'pburchagidan Q' kohani kesiladiki, uning A' burchak nuqtasida chiziqli funksiya, koordinatalari butun sonlar bo'lgan optimal yechimga ega bo'lsin.



3-chizma.

Gomori usulini ushbu misolda qaraymiz:

$z = x_1 - x_2 - 3x_3$ chiziqli funksiyaning

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2, \\ 3x_1 + x_3 \leq 5, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j=1,2,3)$$

x_j lar butun sonlar, cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi minimum qiymatini toping.

Yechish. Qo'yilgan masalani x_j lar butun sonlar talabiga e'tibor bermasdan simpleks usul bilan yechib, $X=(1/3, 11/3, 4)$ optimal yechimga ega bo'lamiz. Bunda x_1 va x_2 kasr sonlar bo'lganligi uchun qo'shimcha shartlar tuzamiz. Qo'shimcha shartni $x_2=11/3$ uchun tuzamiz, chunki unda kasr qismi katta

$$q_2 = x_2 - [x_2] = 11/3 - 3 = 2/3,$$

$$q_{21} = 0 - 0 = 0, \quad q_{22} = 1 - 1 = 0, \quad q_{23} = 0 - 0 = 0,$$

$$q_{24} = x_{24} - [x_{24}] = -\frac{1}{3} - (-1) = \frac{2}{3}, \quad q_{25} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3},$$

$$q_{26} = x_{26} - [x_{26}] = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}.$$

Demak, qo'shimcha shart

$$\frac{2}{3}x_4 + \frac{1}{3}x_5 + \frac{2}{3}x_6 - \frac{2}{3} \geq 0$$

bo'ladi. Oxirgi tengsizlikni (-1) ko'paytirib, x_7 yangi o'zgaruvchi kiritsak,

$$-\frac{2}{3}x_4 - \frac{1}{3}x_5 - \frac{2}{3}x_6 + x_7 = -\frac{2}{3}$$

tenglik hosil bo'ladi. Bu tenglikni oxirgi simpleks jadval oxiriga yozib ushbu jadvalni hosil qilamiz.

i	$Bazis$	$Bazis$ $koeff.$ S	A_0	1	-1	-3	0	0	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
1	A_3	-3	4	0	0	1	2	1	0	0
2	A_2	-1	11/3	0	1	0	-1/3	1/3	2/3	0
3	A_1	1	1/3	1	0	0	-2/3	-1/3	1/3	0
$m+1$	$Z_j - C_j$		-46/3	0	0	0	-19/3	-11/3	-1/3	0
4	A_7	0	-2/3	0	0	0	-2/3	-1/3	-2/3	1

ikkilanma simpleks algoritmini bir marta qo'llasak, ushbu jadval hosil bo'ladi.

I	$Bazis$	$Bazis$ $koeff.$ S	A_0	1	-1	-3	0	0	0	0
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
1	A_3	-3	4	0	0	1	2	1	0	0
2	A_2	-1	3	0	1	0	-1	0	0	1
3	A_1	1	0	1	0	0	-1	-1/2	0	1/2
4	A_6	0	1	0	0	0	1	1/2	1	-

										3/2
$m+1$	$Z_j - C_j$	-15	0	0	0	-6	-7/2	0	-	1/2

Oxirgi jadvaldan $X = (0, 3, 4)$ bo'lib, $Z_{\min} = -15$ butun sonli yechimni olamiz.

Eslatma. Boshlang'ich bazisda sun'iy vektorlar kiritilgan bo'lsa, qo'shimcha shartlarni tuzishda ular hisobga olinmaydi.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Transport masalasi, rejalashtirish matritsasi, transport masalasining matematik modeli, yopiq model, ochiq model, shimoliy-g'arbiy burchak usuli, taqsimot usuli, yopiq siniq chiziq zanjiri (sikl), baholarning algebraik yig'indisi, potentsiallar, potentsiallar usuli, stanoklarda detallarga ishlov berish operatsiyalarini taqsimlash masalasi, avtotransportning yuksiz bosib o'tadigan yo'lini minimallashtirish masalasi, parametrli chiziqli dasturlash masalasi, butun sonli dasturlash masalasi, Gomori usuli.

Takrorlash uchun savollar

1. Transport masalasi qanday qo'yiladi?
2. Transport masalasining yopiq modeli nima?
3. Rejalashtirish matritsasi nima?
4. Transport masalasining matematik modeli qanday?
5. Qanday modelga ochiq model deyiladi?
6. Shimoliy-g'arbiy burchak usuli nima?
7. Taqsimot usuli qanday usul?
8. Taqsimot usulining optimallik mezoni (kriteriysi) nima?
9. Transport masalasining qo'yilishini jadvalda ko'rsating?
10. Transport masalasida boshlang'ich reja qanday tuziladi?
11. Transport masalasi chegara shartlari sistemasi nechta chiziqli bog'lanmagan tenglamalarni o'z ichiga oladi?
12. Yopiq siniq chiziq zanjiri (sikl) nima?
13. Baholarning algebraik yig'indisi qanday topiladi?
14. Ta'minlovchining potentsiali nima?
15. Iste'molchining potentsiali qanday topiladi?
16. Qo'shimcha ta'rif nima?
17. Potentsiallar usulining optimallik mezoni qanday topiladi?
18. Potentsiallar usulining algoritmi qanday?
19. Transport masalasiga qanday masalalarni keltirish mumkin?
20. Stanoklarda detallarga ishlov berish masalasi nima?
21. Parametrli chiziqli dasturlash masalasi qanday qo'yiladi?
22. Parametrning ma'nosi nima?
23. Parametrli dasturlash qanday holda kelib chiqadi?

24. Chiziqli funksiya C_j koeffitsiyentlari uchun parametrli dasturlash nima?
25. Iqtisodning qanday masalalari butun sonli dasturlashga olib keladi, misollar keltiring?
26. Butun sonli dasturlash, chiziqli dasturlashdan nima bilan farq qiladi?
27. Butun sonli dasturlashning qo'shimcha shartlari nima?
28. Gomori usuli nimalardan iborat?
29. Qo'shimcha shartlarning geometrik tasviri qanday?
30. Gomori usulini misolda ko'rsating.

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1-10 misollarda, bir xildagi mahsulotni taqsimlashda uchta ta'minlovchi va beshta iste'molchi bor. a_i ($i=1,2,3$) ta'minlovchilardagi yuklar miqdori, b_j ($j=1,2,3,4,5$) iste'molchilarning yuklarga talablari, C_{ij} i -ta'minlovchidan j -iste'molchigacha yuk 1 birligining tashish bahosi (so'm) quyidagi matritsa bilan berilgan bo'lsin:

a_1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}
a_2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}
a_3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5

Yuk tashishning shunday rejasini tuzingki, uni tashish uchun ketadigan umumiy transport harajati minimal bo'lsin. Masalani taqsimot va potensiallar usullari bilan yeching.

1.

160	6	13	14	18	14
400	25	14	7	5	16
240	11	4	10	18	9
	170	190	140	180	120

2.

350	5	13	18	17	8
400	6	10	15	6	3
250	24	21	9	16	17
	175	225	230	170	200

3.

350	22	14	16	28	30
200	19	17	26	36	36
300	37	30	31	39	41
	170	140	200	195	145

4.

150	14	6	4	9	4
250	17	10	19	11	5
200	15	11	6	13	8
	180	120	90	105	105

5.

280	4	7	8	14	9
340	15	11	6	17	11
280	13	18	10	12	22
	170	160	190	200	180

6.

250	7	9	16	10	16
350	13	12	18	12	20
300	9	15	0	13	13
	150	170	190	210	180

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 7. \quad 400 & 13 & 9 & 5 & 11 & 17 \\
 250 & 14 & 5 & 12 & 14 & 22 \\
 350 & 20 & 17 & 13 & 18 & 21 \\
 \hline
 & 200 & 170 & 230 & 225 & 175
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 8. \quad 220 & 20 & 17 & 13 & 2 & 17 \\
 400 & 6 & 10 & 9 & 4 & 15 \\
 280 & 3 & 7 & 13 & 6 & 23 \\
 \hline
 & 160 & 180 & 170 & 200 & 190
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 9. \quad 150 & 8 & 20 & 7 & 11 & 16 \\
 200 & 4 & 14 & 12 & 15 & 17 \\
 150 & 15 & 22 & 11 & 12 & 19 \\
 \hline
 & 160 & 70 & 90 & 80 & 100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 10. \quad 200 & 5 & 7 & 4 & 2 & 5 \\
 175 & 7 & 1 & 3 & 1 & 10 \\
 225 & 2 & 3 & 6 & 8 & 7 \\
 \hline
 & 100 & 130 & 80 & 190 & 100
 \end{array}$$

Adabiyotlar

1. Safayeva Q., Beknazarova N. Operatsiyalarni tekshirishning matematik usullari. 1-qism, -Toshkent, O'qituvchi, 1984.
2. Karasev A.I. i dr. Kurs visshey matematiki dlya ekonomicheskix vuzov. Chast II. – M.: Visshaya shkola, 1982, 320 s.
3. Kuznesov A.V., i dr. Matematicheskoye programmirovaniye. Uchebnoye posobiye. –M.: Visshaya shkola, 1980, 300 s.
4. Karmanov V.G. Matematicheskoye programmirovaniye. Uchebnoye posobiye, Izd-vo: FIZMATLIT, 2001 g., 264 str.
5. Kostevich L.S. Matematicheskoye programmirovaniye. Izd-vo: Novoye znaniye, 2003 g., 214 s.

7- mavzu. Iqtisodiy sub'ektlar o'rtasida xo'jalik aloqalarini optimallashtirish. Ko'p bosqichli. Transport masalasi.

Reja:

1. Transport masalasini iqtisodiy qo'yilishi va turlari.
2. Matritsa va matematik modelni tuzilishi.
3. Transport masalasida optimal baholarni qo'llanilishi.
4. Ko'p bosqichli transport masalasi.

1. Transport masalasini iqtisodiy qo'yilishi va turlari

Bir necha ishlab chiqarish korxonalarida bir xil mahsulot zapaslari mavjud. Ularni iste'molchilarga yetkazib berish zarur. Har bir ishlab chiqarish korxonani taklif qiladigan mahsulotlarni hajmi, iste'molchilarning talab hajmi, har bir taminotchidan har bir iste'molchiga bir birlik mahsulot tashish uchun ketgan transport harajatlari ma'lum.

Ta'minotchilar va iste'molchilar orasidagi shunday optimal xo'jalik aloqalarni aniqlash kerakki natijada iste'molchilarni mahsulotga bo'lgan talabi ishlab chiqaruvchilarni imkoniyatiga qarab qondirilsin va yuklarni tashishga ketgan transport harajatlari eng kam bo'lsin.

Transport modeli mahsulot turiga ko'ra bir mahsulotli va ko'p mahsulotli transport modellarga bo'linadi.

Ko'p mahsulotli model o'z o'rnida o'zaroalmashinuvchi va o'zaroalmashishi mumkin bo'lmagan mahsulotlar uchun alohida tuziladi. Agar tovarlar o'zaroalmashinuvchi bo'lsa bu holda ularni shartli mahsulotga keltirib oddiy, bir mahsulotli transport masalasi usullari bilan yechish mumkin. Masalani sut, sut mahsulotlari.

Mahsulotlar iste'molchilarga yetkazib berishdan avval, qayta ishlash jarayonidan o'tish zarur bo'lsa, bu holda ko'p bosqichli transport masalasi hosil bo'ladi va xususiy usullar bilan yechiladi. Tuzilgan davrga ko'ra statik va tuzilgan davrga ko'ra statik va dinamik transport masalalari mavjud. Dinamik transport masalasini matritsa modeli blok shaklida tuzilib vaqt omilini e'tiborga oladi.

Ba'zi bir masalalarda transport harajatlari tashqari ishlab chiqarish harajatlari ham e'tiborga olinadi. Bu holda ishlab chiqarish transport masalasi hosil bo'ladi:

i - ishlab chiqarish korxonalari nomeri, $(i = \overline{1, m})$;

j - iste'molchi nomeri, $(j = \overline{1, n})$;

$A_i = j$ ishlab chiqarish punktdagi mahsulot zapasi;

$B_j - i$ iste'mol punktdagi talab hajmi;

$C_{ij} - i$ ishlab chiqarish korxonadan j iste'mol punk tiga bir birlik mahsulot tashish uchun ketgan transport harajatlari;

$X_{ij} - i$ ishlab chiqarish korxonadan j iste'mol punktiga tashilishi kerak bo'lgan yukning izlanayotgan hajmi.

2. Matritsa va matematik modelni tuzilishi

Masalani matritsaviy modeli.

$i \backslash j$	B_1	B_2	$\dots$	B_j	$\dots$	B_n
A_1	t_{21} X_{11}	t_{12} X_{22}	$\dots$	t_{1j} X_{2j}	$\dots$	t_{1n} X_{1n}
A_2	t_{21} X_{21}	t_{22} X_{22}	$\dots$	t_{2i} X_{mi}	$\dots$	t_{2n} X_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_i	t_{i1} X_{i1}	t_{i2} X_{i2}	$\dots$	t_{ij} X_{ij}	$\dots$	t_{in} X_{in}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	t_{m1} X_{m1}	t_{m2} X_{m2}	$\dots$	t_{mj} X_{mi}	$\dots$	t_{in} X_{mn}

Masalani matritsaviy modeli.

Umuman transport harajatlari minimal bo'lsin

$$F = \sum_i \sum_j t_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

Shartlar sistemasi:

1) ishlab chiqarish korxonalardan tashilishi kerak bo'lgan tovar hajmi korxona quvvatidan oshib ketmasin

$$\sum_j X_{ij} \leq A_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

2) iste'mol punktlariga boradigan mahsulot oqimlari hajmi talab hajmidan oshib ketmasin

$$\sum_j X_{ij} \leq B_j, \quad (j = \overline{1, n})$$

3) agar ta'minotchilarni umumiy quvvati iste'molchilarni umumiy talabiga teng bo'lsa 1) va 2) shartlar qat'iy tenglik ko'rinishida beriladi va yopiq transport masalasi hosil bo'ladi:

$$a) \sum_i A_i = \sum_j B_j.$$

Ayrim hollarda bunday muvozanat bo'lmasligi mumkin. Bu holda transport masalasini ochiq modeli tuziladi

$$b) \sum_i A_i < \sum_j B_j;$$

$$c) \sum_i A_i > \sum_j B_j.$$

Ochiq turdagi modelni yopiq holga keltirish uchun sun'iy ta'minotchi yoki sun'iy iste'molchi kiritiladi.

$$\text{Agar } \sum_i A_i > \sum_j B_j; \text{ bo'lsa, unda } \sum_i A_i = \sum_j B_j + \text{sun'iy};$$

Agar $\sum_i A_i < \sum_j B_j$ bo'lsa, unda $\sum_i A_i + A^{sun'iy} = \sum_j B_j$.

Yopiq holga keltirilgan model ma'lum usullar bilan yechiladi (potensial usuli, Brudno usuli...).

3. Transport masalasida optimal baholarni qo'llanilishi

Transport masalasida 3 xil ikkilamchi baholar mavjud:

- 1) U_i potentsiali-ishlab chiqarish korxonalarini baholaydi,
- 2) V_j potentsial-iste'mol talabini baholaydi,
- 3) V_j potentsial-xo'jalik aloqalarni baholaydi.

Agar optimal yechimga kirmagan aloqalar qo'llanilsa umumiy harajatlarda har bir mahsulot birligi miqdoriga oshadi.

$\Delta_{ij} = U_i + V_j - t_{ij}$ potentsial-ishlab chiqarish korxonani quvvatib bir birlikka o'zgarsa umumiy transport harajatlari qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi. U_i manfiy bo'lsa kamayadi, musbat bo'lsa ko'payadi.

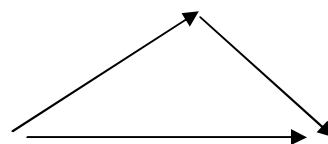
V_j potentsial-talab hajmi bir birlikka o'zgarsa umumiy harajat qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi. Manfiy bo'lsa kamayadi, musbat bo'lsa oshadi.

4. Ko'p bosqichli transport masalasi

Ko'p bosqichli transport masala mahsulot ishlab chiqarish punktidan iste'mol qiluvchi punktga yetib borish jarayonida vositachi orqali yetib boradi. Bu masalaning 2 xil ko'rinishi bo'lishi mumkin:

- 1) $A \rightarrow B \rightarrow C$;

Bu yerda A -ishlab chiqarish punktlari,
 B -vositachi yoki baza,
 C -iste'mol qiluvchi punktlar.



Birinchi turdagi masalada ishlab chiqarish punktlar bilan iste'mol qiluvchi punktlar orasida to'g'ri aloqalar yo'q va mahsulot albatta vositachi orqali yetkazib beriladi.

Ikkinchi turdagi masalada mahsulotning ayrim qismi bevosita ishlab chiqarish punktdan iste'mol qiluvchi punktga yetkazib berilishi mumkin, ya'ni ishlab chiqaruvchilar bilan iste'molchilar orasida to'g'ri aloqalar mavjud.

	C_1	...	C_k	B_1	...	B_m
A_1						
...	t_{ik}	...	X_{ik}			
A_n						
C_1	X_1					
...		X_i		t_{kj}	...	X_{kj}
C_k			X_k			

i -ishlab chiqaruvchi punktlar soni,
 k -vositachilar soni,
 j -iste'mol punktlar soni,
 A_j -ishlab chiqarish punktdagi mahsulot hajmi,
 C_k -vositachi qabul qilish quvvati,
 B_j -iste'molchilarning ehtiyoji,
 t_{ik} -ishlab chiqarish punktdan vositachiga bir birlik mahsulot yetkazib berish uchun transport harajati,
 t_{kj} -bir birlik mahsulotni vositachidan iste'mol qiluvchi puntga yetkazib berish uchun transport harajatlari,
 X_k -vositachining ishlatilmasdan qolgan quvvati.
 Noma'lumlar sifatidan quyidagi ko'rsatkichlar qabul qilinishi mumkin:
 X_{ik} - i ishlab chiqaruvchi punktdan k vositachiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi,
 X_{kj} - k vositachidan j iste'molchiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi.

Iqtisodiy – matematik modeli.

Maqsad funksiyasi:

$$F = \sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} \rightarrow \min$$

Chegaralovchi shartlari:

1. $\sum_k X_{ik} \leq A_i$,
2. $\sum_i X_{ik} + X_k^o = C_k$,
3. $\sum_j X_{kj} + X_k^o = C_k$,
4. $\sum_k X_{kj} = B_j$.

2-chi turdagi masala uchun tuzilgan matritsaviy modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

	C_1	...	C_k	B_1	...	B_m
A_1			t_{ik}		t_{ij}	
...		X_{ik}			X_{ij}	
A_n						
C_1	X_1^o				t_{kj}	
...					X_{kj}	
C_k			X_k^o			

Masalaning iqtisodiy-matematik modeli.

Maqsad funksiyasi:

$$F = \sum_i \sum_k t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} + \sum_i \sum_j t_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

Chegaraviy shartlari:

1. $\sum_k X_{ik} + \sum_j X_{jk} \leq A_i$,
2. $\sum_i X_{ik} + X_k^0 = C_k$,
3. $\sum_j X_{kj} + X_k^0 = C_k$,
4. $\sum_i X_{ij} + \sum_k X_{kj} = B_j$.

Bu turdagi ko'p bosqichli mahsulot yetkazib berish masalasining ikkinchi turidagi matritsaviy va iqtisodiy matematik modelida qo'shimcha belgilar kiritiladi:

$T_{ij} - i$ ishlab chiqaruvchi puntan j iste'molchiga bir birlik mahsulotni yetkazib berish harajatlari.

Noma'lum sifatida yangi ko'rsatkich qo'shiladi:

$X_{ij} - i$ ishlab chiqaruvchi puntan j iste'molchiga yetkazib berilgan mahsulot hajmi.

Birinchi ko'rinishdagi modelning matritsaviy ko'rinishda ikkinchi kvadratda mahsulot yetkazilishi ta'kidlanar edi. Lekin ikkinchi ko'rinishdagi modelda ishlab chiqaruvchilar bilan iste'molchilar orasidagi to'g'ri aloqalar shu kvadratda aks ettiriladi. Agar iste'molchilar yoki ishlab chiqaruvchi punktlar orasida balans mahsulot bo'yicha bajarilmasa u holda keyingi holatlar ro'y berishi mumkin:

- 1) ta'minotchilardagi umumiy mahsulot hajmi iste'molchilarning umumiy talabidan katta bo'lishi mumkin. U holda yechimda kompyuter qo'shimcha sun'iy iste'molchini kiritadi. Bu qo'shimcha iste'molchi sifatida birinchi bosqichda sun'iy vositachi bo'lishi mumkin, ikkinchi bosqichda esa qo'shimcha sun'iy iste'molchi bo'lishi mumkin.
- 2) Ta'minotchilardagi umumiy mahsulot hajmi iste'molchining umumiy talabidan kichik bo'lishi mumkin. Bunda ta'minotchiga iste'mol yechimda qo'shimcha sun'iy ta'minotchi qo'shtiladi va shu punktdagi mahsulot hajmi ta'minotchilarning yetmagan quvvatiga teng bo'ladi.

Sun'iy ta'minotchi o'rnida:

birinchi bosqichda-qo'shimcha ishlab chiqaruvchi punkt bo'lishi mumkin, ikkinchi bosqichda-qo'shimcha sun'iy vositachi bo'lishi mumkin.

Sun'iy ta'minotchi yoki iste'molchi o'rnida shu modelni qo'llash jarayonida shu mahsulot bozorida yangi yoki ta'minotchi, yoki yangi iste'molchini topish to'g'risida ma'lumot beriladi.

Ko'p bosqichli bir turdagi mahsulotni yetkazib berish masalasi.

Mahsulot nomi: Palto.

Yetkazib beruvchi korxonalar: Namangandagi "Yulduz", Farg'onadagi "Sharq", Samarqanddagi "Chinor", Navoiydagi "Childuxtaron" korxonalari.

Vositachilar: "Tojinisso Ltd", "LRD Rayimhoji", "Fisher KoLtd" firmalari.

Iste'molchi magazinlar "Gango", "Zuhro", "Zarafshon" magazinlari.

Biz quyidagicha belgilashlar kiritamiz.

$A_i - i$ ishlab chiqaruvchi punktdagi mahsulot hajmi,

$C_k - k$ bazaning (vositachilarning) qabul qilish quvvati,

$B_j - j$ iste'mol punktlarning shu mahsulotga bo'lgan talabi.

Belgilashlarga asoson:

$A_1 = 200$ ("Yulduz" korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_2 = 300$ ("Sharq" korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_3 = 150$ ("Chinor" korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$A_4 = 250$ ("Childuxtaron" korxonasining ishlab chiqarish quvvati),

$B_1 = 100$ ("Ganga" magazinining paltoga bo'lgan talabi),

$B_2 = 200$ ("Zuhro" magazinining paltoga bo'lgan talabi),

$B_3 = 250$ ("Zarafshon" magazinining paltoga bo'lgan talabi),

$C_1 = 100$ ("Tojinniso Ltd" qabul qilish quvvati),

$C_2 = 250$ ("LRD Rayimhoji" firmasi qabul qilish quvvati),

$C_3 = 300$ ("Fisher Ko.Ltd" firmasi qabul qilish quvvati).

Bu ma'lumotlarni va yetkazib berish harajatlarini quyidagi jadvalga kiritamiz:

	$C_1 = 100$	$C_2 = 250$	$C_3 = 300$	$B_1 = 100$	$B_2 = 200$	$B_3 = 250$
$A_1 = 200$	50 X_{11}	35 X_{12}	40 X_{13}	999	999	999
$A_2 = 300$	30 X_{21}	45 X_{22}	28 X_{23}	999	999	999
$A_3 = 150$	38 X_{31}	35 X_{32}	25 X_{33}	999	999	999
$C_1 = 100$	0 X_1	999	999	50 X_{44}	35 X_{45}	40 X_{46}
$C_2 = 250$	999	0 X_2	999	40 X_{54}	35 X_{55}	29 X_{56}
$C_3 = 300$	999	999	0 X_3	33 X_{64}	42 X_{65}	24 X_{66}

Bu yerda i - ishlab chiqaruvchilar;

k - vositachilar;

j - iste'molchilar;

t_{ik} - i punktdan k bazaga yetkazib berish transport harajatlari;

t_{kj} - k bazadan j iste'molchiga yetkazib berish transport harajatlari.

Jadvalimizda yetkazib berish transport harajatlari yuqori chap burchakda yozilgan. Vertikal ustunda ishlab chiqaruvchilar bilan bir qatorda vositachilar ham

joylashgan. Gorizontal grafiklarda esa iste'molchilar bilan xuddi o'sha vositachilar joylashgan. Noma'lumlar esa quyidagilardir:

$X_{ik} - i$ punktdan k bazaga yetkaziladigan mahsulot hajmi;

$X_{kj} - k$ bazadan j iste'molchiga yetkaziladigan mahsulot hajmi.

I-chi kvadratimizda ishlab chiqaruvchilardan vositachilari mahsulot yetkazib berish operatsiyalarini amalga oshirish jarayonlari aks etgan.

II-chi kvadrantda esa ishlab chiqaruvchilardan iste'molchilarga yetkazib berish jarayoni aks etgan. Bizning masalamizda $A \rightarrow C \rightarrow B$ sxema bo'yicha, ya'ni ishlab chiqaruvchilardan vositachilarga, ulardan esa iste'molchilarga, mahsulot yetkazilish kerak. Shuning uchun bu kvadrantga yetkazib berish transport harajatlari maksimum qilib qo'yamiz.

III-chi kvadrantda X_1, X_3 deb belgilangan kataklarda vositachilarning qabul qilish quvvatidan qanchasi ishlatilmasdan qolib ketganligini ko'rsatadi. Qolgan kataklarga esa maksimum qiymatni kiritamiz, chunki masalamiz berilishi bo'yicha bazadan bazaga mahsulot o'tmaydi.

IV-chi kvadrantda bazadan iste'molchilarga palto yetkazib berish jarayoni aks etgan. Modelimiz quyidagi shartlar asosida tuzilishi lozim:

1) har bir ishlab chiqaruvchi punktlardagi mavjud bo'lgan mahsulot bazalarga olib chiqib ketilishi kerak. Barcha vositachilarga yetkazilgan mahsulot hajmining yig'indisi, ishlab chiqaruvchi punktlardagi mavjud bo'lgan mahsulot hajmidan oshib ketmasligi kerak:

$$\sum_k X_{ik} \leq A_i;$$

2) har bir vositachi barcha ishlab chiqarish punktlardan o'zining qabul qilish quvvatiga teng bo'lgan mahsulotni qabul qila oladi:

$$\sum_i X_{ik} + X_k^0 = C_k;$$

3) har bir bazadan hamma iste'molchilarga yuboriladigan mahsulot hajmining yig'indisi shu bazaning qabul qilish quvvatiga teng bo'lishi kerak:

$$\sum_j X_{kj} + X_k^0 = C_k;$$

4) hamma bazalardan har bir iste'molchi punktga yuboriladigan mahsulotning yig'indisi shu iste'molchining talabini qondirish kerak:

$$\sum_k X_{kj} = B_j;$$

Optimallik mezoni. Maqsad funksiya:

$$F = \sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} + \sum_k \sum_j t_{kj} \rightarrow \min.$$

Maqsad funksiyada 1-chi qism $\left(\sum_i \sum_j t_{ik} \cdot X_{ik} \right)$ ishlab chiqaruvchilardan mahsulotni bazaga yetkazib berish harajatlari yig'indisini bildirsa, 2-chi qismi $\left(\sum_k \sum_j t_{kj} \cdot X_{kj} \right)$ esa bazadan iste'molchilarga yetkazib berish harajatlari hajmini ifodalaydi. Bu funksiyaning ikkala qismining yig'indisi minimumga intilish kerak.

Taxlil

Yakuniy jadvalda birinchi ustunda ishlab chiqaruvchilar (S_1, S_2, S_3, S_4) va vositachilar (S_5, S_6, S_7). Ikkinchi ustunda esa iste'molchilar (D_4, D_5, D_6) va vositachilar (D_1, D_2, D_3) aks etgan. Uchinchi ustunda ishlab chiqaruvchilardan va vositachilardan, mos ravishda vositachilarga va iste'molchilarga yetkazib beriladigan palto hajmi (donada) aks etgan. To'rtinchi ustunda yetkazib berish harajatlari yozilgan. Bizning yakuniy jadvalimizning birinchi ustunda "sun'iy" so'zi berilgan jadvalda yo'q. Bor bo'lganda bu sun'iy ishlab chiqaruvchi punktni yoki sun'iy bazani anglatar edi. "V" qatorlarda "sun'iy" so'zi qatnashgan.

Yetkazib beruvchi	oluvchi	Yetkazish	Baho	Yetkazib beruvchi	oluvchi	Yetkazish	Baho
	D1		50,00				
	D2	0,0	35,00				
S1	D3	200,0	40,00				
S1	D4	0,0	999,0				
S1	D5	0,0	999,0	S4	D2		
S1	D6	0,0	999,0	S5	D3	0,0	
S1	sun'iy	0,0	0,0	S5	D4	0,0	999,0
S1	D1	0,0	30,00	S5	D5	0,0	40,00
S1	D2	0,0	45,00	S5	D6	0,0	35,00
S2	D3	0,0	28,00	S5	sun'iy	0,0	29,00
S2	D4	200,0	999,0	S5	D1	0,0	0,0
S2	D5	0,0	999,0	S5	D2	0,0	999,0
S2	D6	0,0	999,0	S6	D3	0,0	0,0
S2	sun'iy	0,0	0,0	S6	D4	0,0	999,0
S2	D1	100,0	38,0	S6	D5	0,0	30,00
S2	D2	0,0	35,0	S6	D6	50,0	245,00
S3	D3	50,0	25,0	S6	sun'iy	200,0	45,00
S3	D4	100,0	999,0	S6	D1	0,0	0,0
S3	D5	0,0	999,0	S6	D2	0,0	999,0
S3	D6	0,0	999,0	S6	D3	0,0	999,0
S3	sun'iy	0,0	0,0	S7	D4	0,0	0,0
S3	D1	0,0	50,00	S7	D5	0,0	33,00
S3	D2	0,0	45,00	S7	D6	50,0	42,00
S4	D3	0,0	35,00	S7	sun'iy	0,0	24,00
S4	D4	0,0	999,0	S7	D1	250,0	0,0
S4	D5	0,0	0	S7	D2	0,0	
S4	D6	0,0	999,0	S7	D3		
S4	sun'iy	250,0	999,0				
S4	D1	100,0	0,0				
			0,0				
			999,0				

Endi, yakuniy jadvaldagi ko'rsatkichlarni boshlang'ich jadvaliga qo'yganimizda bu jadval quyidagi ko'rinishga keladi.

	$C_1 = 100$	$C_2 = 250$	$C_3 = 300$	$B_1 = 100$	$B_2 = 200$	sun'iy
$A_1 = 200$	50	35 200	40	999	999	0
$A_2 = 300$	30	45	28 200	999	999	0 100
$A_3 = 150$	38	35 50	25 100	999	999	0
$C_1 = 100$	0 100	999	999	50	40	0 250
$C_2 = 250$	999	0	999	40 50	29	0
$C_3 = 300$	999	999	0	33 50	24	0

Jadvalni tahlil qilsak, "Yulduz" korxonasidan 200 dona palto vositachi (baza) "LRD Rayimhoji" firmasiga jo'natiladi. "Sharq" korxonasidan 200 dona palto vositachi "Fisher" Ko. Ltd firmasiga jo'natildi. "Chinor" korxonasidan 50 dona palto "LRD Rahimhoji" firmasiga jo'natilgan. Shu korxonadan 100 dona palto "Fisher Ko. Ltd" firmasiga jo'natildi. Bular 1-chi kvadrat bo'lib mahsulot yetishtiruvchi punktdan bazaga paltoni yetkazish bosqichini aks ettiradi.

Ikkinchi kvadrant, mahsulot ishlab chiqaruvchi punktdan to'g'ri iste'molchiga yekazib berish bosqichini aks ettiradi, bizning masalamizda bu bosqich yo'q bo'lganligi uchun, bu yerda operatsiyalar ta'qiqlanadi.

Uchinchi kvadrantda bazalarning qabul qilish quvvatidan qanday foydalanganligi ko'rsatiladi. Birinchi bazaning 100 dona qabul qilish quvvati ishlatilmay qolgan, qolganlarniki to'liq ishlatilgan.

To'rtinchi kvadrant vositachidan iste'molchilarga yuboriladigan mahsulot hajmi aks etgan. Bundan 2-chi bazadan 1-chi iste'molchiga korxona 50 dona, 2-chi iste'molchiga 200 dona, 3-chi bazadan 1-chi iste'molchiga 50 dona, 3-chi iste'molchiga 250 dona yetkazib berilgan. Ishlab chiqarilgan palto iste'molchiga magazinlar talabidan 350 donaga ortiq. Shuning uchun, qo'shimcha baza topish kerak. Kompyuter bunga, sun'iy baza kiritgan. "Sun'iy" iste'molchilarning transport harajatlari 0-ga teng.

4-chi ishlab chiqaruvchi korxonadan 250 dona palto 4-chi sun'iy bazaga jo'natilgan, 2-chi ishlab chiqarishdan 100 dona palto 2-chi sun'iy bazaga jo'natilgan.

Modelimizdagi shartlar bizning xususiy holda quyidagicha bo'ladi:

- 1) $X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq A_1 = 200;$
 $X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq A_2 = 300;$
 $X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq A_3 = 150;$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq A_4 = 250;$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_1 = C_1 = 100; \\ & X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_2 = C_2 = 250; \\ & X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_3 = C_3 = 300; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_1 = C_1 = 100; \\ & X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_2 = C_2 = 250; \\ & X_{74} + X_{75} + X_{76} + X_{32} = C_3 = 300; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & X_{54} + X_{64} + X_{66} = A_1 = 200; \\ & X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq A_2 = 300; \\ & X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq A_3 = 150; \end{aligned}$$

Optimallik mezoni:

$$\begin{aligned} F = & 50 \cdot X_{11} + 30 \cdot X_{21} + 38 \cdot X_{31} + 50 \cdot X_{41} + 35 \cdot X_{12} + 45 \cdot X_{22} + 35 \cdot X_{32} + \\ & 45 \cdot X_{42} + 40 \cdot X_{13} + 28 \cdot X_{23} + 25 \cdot X_{33} + 35 \cdot X_{43} + 40 \cdot X_{54} + 35 \cdot X_{55} + \\ & 25 \cdot X_{56} + 30 \cdot X_{64} + 25 \cdot X_{65} + 45 \cdot X_{66} + 33 \cdot X_{74} + 42 \cdot X_{75} + 24 \cdot X_{76} \rightarrow \min \end{aligned}$$

Tayanch iboralar

1. Transport masalasi
2. Matritsaviy va matematik model
3. Optimal baho
4. Ko'p bosqichli transport masalasi

Tekshirish uchun savollar

1. Transport masalasining qanday turlarini bilasiz?
2. Transport masalasining matritsaviy va matematik modelini tuzing.
3. Ko'p bosqichli transport masalasi nima?

8- mavzu. ISHLAB CHIQARISHNI RIVOJLANTIRISH VA JOYLASHTIRISH MODELLARI HAMDA EKSPERT BAHOLASH USULLARI

Reja:

1. Xalq xo'jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va uning turlari.
2. Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari.
3. Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari.
4. Ekspert baholash usullari.

1. Xalq xo'jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va uning turlari

O'zbekiston Respublikasining iqtisodiy turli-tuman va korxonalardan iborat bo'lib ular respublika xududining turli joylarida faoliyat olib boradilar. Ularning samarali faoliyati respublika iqtisodiyotini asosini tashkil qiladi, shuning uchun ham ularni samarali joylashtirish va rivojlantirish doimo dolzarb muammodir. Respublikaning barcha xududlari tabiiy resurslar va ishchi kuchlariga boydir.

Iqtisodiy nazariyadan ma'lumki har bir tarmoqning korxonalarini rivojlantirish va joylashtirishga turli xildagi omillar ta'sir etadi va ularni hisobga olish talab qilinadi. Bozor iqtisodiyoti sharoitida har bir tarmoqning, korxonaning rivojlanishi va joylashishi uning mahsulotiga bo'lgan talablarning shakllanishi bilan aniqlanadi. Tarmoq sistemasini optimallashtirishda uning mahsulotiga bo'lgan talab bilan birga quyidagi asosiy elementlar va jarayonlarni ko'rsatish mumkin:

-ishlab chiqarish korxonasi ishlab chiqarish asosi bo'lib tarmoq masalasida asosiy elementdir. Masalaning qo'yilishiga qarab bu korxonalar guruxi, korxona yoki sex, uchastka bo'lishi mumkin;

-korxonaning faoliyat olib borish turlari – bu uning ishlab chiqarish harakteristikasi bo'lib, ishlab chiqarish harajatlari va natijalarining miqdorini, samaradorligini bildiradi;

-transport aloqalarini amalga oshirish turlari – ob'ektdan, korxonadan iste'molchilarga mahsulotni tashib ketish shartlarini harakterlaydi. Bunda yuk tashish yo'nalishi, transport turi va samaradorligi aniqlanadi.

Ishlab chiqarishni optimal rivojlantirish va joylashtirish modellari tanlangan maqsad mezoniga qarab quyidagi muammolarni aniqlashga imkon beradi:

a) ishlab chiqarish korxonalarini rivojlantirish, joylashtirish va ixtisoslashtirish;

b) mavjud texnologiyalar ichidan eng samaralilarini tanlash;

v) yangi qurilish va qayta jixozlash o'rtasidagi optimal nisbatni tanlash;

g) transport aloqalarini aniqlash;

d) rivojlantirish uchun zarur bo'lgan kapital mablag'lar va boshqa resurslarga bo'lgan talabni aniqlash va ularni samarali taqsimlash;

e) ishlab chiqarilayotgan mahsulotlarni samaradorligini baholash;

Korxonalarni rivojlantirish va joylashtirish modellari mazmuni, ko'rib chiqilishi va boshqa belgilari bo'yicha turli tiplarga bo'linadi. Iqtisodiy – matematik modellashtirish nazariyasi va amaliyotiga bag'ishlangan adabiyotlardan quyidagi tiplari keltirilgan:

- optimallashtirilayotgan sistemani (tarmoqni) ifodalanishiga qarab bir bosqichli va ko'p bosqichli. Bir bosqichli masalada sistema bir butun deb faraz qilinadi va shunday holda bir model yordamida modellashtiriladi. Ko'p bosqichli va ular orasidagi munosabatlar bilan birgalikda optimallashtiriladi;

- tanlangan maqsad mezoniga qarab tuzilgan masala harajatlarini minimallashtirish, talabi yuqori bo'lgan kamyob mahsulotlarni ishlab chiqarishni maksimlashtirish, olinadigan foydani maksimallashtirish, tejamkorlik samarasini oshirish va boshqalar;

- masalaga kiritilgan yillar davriga qarab statistik va dinamik modellar;

- ishlab chiqarish usullariga va kiritilgan o'zgaruvchilarning o'zgarishiga qarab diskret / o'zgarmovchi / va o'zgaruvchi harakterli modellar;

- masalaga kiritilgan mahsulotlar va resurslar turlari bo'yicha bir mahsulotli va ko'p mahsulotli ishlab chiqarish modellari;

- ishlab chiqarish rejasiga transport omilini ta'sirini hisobga olish bo'yicha ishlab chiqarish va ishlab chiqarish-transport modellari;

- ishlab chiqarish korxonalarini qamrab olinishiga qarab bir etapli va ko'p etapli modellar;

- transport aloqalarini ifodalanishiga qarab ishlab chiqarish-transport masalasi turli va jadvalli modellarga bo'linadi.

Yuqorida keltirilgan korxonalarining rivojlantirish va joylashtirish modellaridan amalda foydalanish modellashtirilayotgan tarmoq, ishlab chiqarilayotgan mahsulot turlari, foydalanilayotgan resurslarga va boshqa bir qancha omillarga bog'liq bo'ladi.

2.Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari

Har qanday iqtisodiy ob'ekt-korxona o'z faoliyati davrida turli xildagi o'zgarishlarini ta'siri ostida bo'lishi mumkin: kengayishi, qayta jixozlanishi, ishlab chiqarishni kamaytirishi va boshqalar.

Bunda korxonaning mavjud ishlab chiqarish quvvatlaridan to'la foydalanish, ishlab chiqarilayotgan mahsulotlar tarkibini bozor talabiga moslashtirish va ularni hajmini aniqlash joriy rejalashtirish muommolariga kiradi.

Yangi quvvatlarni yaratish, mavjudlarini o'zgartirish, kengaytirish muommolari esa perspektiv rejalashtirish usullari orqali xal qilinadi.

Tarmoqni joriy rejalashtirishni iqtisodiy-matematika masalasini umumiy ko'rinishi mavjud resurslar doirasida olinadigan natijani maksimallashtirishga qaratilgan bo'lib yuqorida keltirilgan ma'lum bir model yordamida yechiladi va tahlil qilinadi. Tarmoqni kelajakka perspektiv rejalashtirishda esa aksincha-avvaldan ko'zlangan natijalarga erishish uchun zarur bo'lgan harajatlarni

minimallashtirish ko'zda tutiladi. Bunda asosan kelgusidagi bozor talabini bashorat qilish katta ahamiyat kasb etadi. Shunday qilib tarmoqning perspektiv rejalashtirish masalasida uning korxonalarini joylashtirish, iqtisoslashtirish va kengaytirish

muommolari hal qilinadi. Bunday masalani yechilishi natijasida tarmoq korxonalarini joylashtirish punktlari, ularning quvvatlari, ishlab chiqarish korxonalarini iste'molchilar bilan birlashtirish muommolarini hal qiladi. Masalani qo'yilishi va yechilishi jarayonida quyidagilarga e'tibor berish kerak bo'ladi: har bir punkt va rayonga ta'aluqli xom ashyo bazalari, xom ashyoning sifati va ko'rinishi; transport tarmog'i iste'molchilariga yaqinligi va mahsulotga bo'lgan bozor talabi; yangi korxonalarni ko'rish va eskilarini kengaytirish va qayta jixozlash uchun zarur bo'lgan maydonlarni va kapital qo'yilmalarni mavjudligi va x.k.

Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rejalashtirish masalasini modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

i - ishlab chiqarish korxonalarini punkti indeksi, $(i = \overline{1, m})$

j - iste'mol punktlari indeksi, $(j = \overline{1, n})$

b_j - j punktining mahsulotga bo'lgan talabi;

a_j - j punktining maksimal ishlab chiqarish quvvati;

C_{ij} - bir birlik mahsulotni i punktdan j punktga tashish bilan bog'liq bo'lgan harajatlari;

S_i - i punktda bir birlik mahsulotni ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lgan ishlab chiqarish harajatlari (kengaytirish yoki qayta jixozlash);

X_{ij} - i ishlab chiqarish punktida j iste'mol punktiga tashilishi zarur bo'lgan mahsulot miqdori;

x_i - i punktdagi korxonani ishlab chiqarish quvvati.

Yuqoridagi belgilashlar orqali masalaning maqsad mezonini va asosiy shartlarini ifodalaymiz: ishlab chiqarish va yetkazib berish harajatlari belgilangan shartlar doirasida minimallashtirilsin

$$F = \sum_i S_i \cdot x_i + \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

quyidagi shartlar bajarilganida:

-har bir iste'mol punktiga tashib keltirilgan mahsulotlarning umumiy yig'indisi uning talabiga teng bo'lsin:

$$\sum_i X_{ij} = b_j, \quad (j = \overline{1, m})$$

-har bir ishlab chiqaruvchi korxonadan tashib keltirilgan mahsulotlar miqdori korxonaning maksimal quvvatidan ortib ketmasin, korxonaning quvvati esa uning maksimal imkoniyatlari bilan aniqlanadi:

$$\sum_j X_{ij} = x_i \leq a_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

Bunda tashilayotgan mahsulotlarning hajmi va korxonalarning ishlab chiqarish quvvatlari manfiy bulmasligi kerak.

$$\begin{array}{lll} X_{ij} \geq 0, & i = \overline{1, m} & j = \overline{1, n} \\ x_i \geq 0, & i = \overline{1, m}. & \end{array}$$

3. Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rivojlantirish modellari

Bunda modellarda tarmoqda yangi qurilishi kerak bo'lgan va qayta jixozlanadigan korxonalaridan tashqari ularning ishlab chiqarish hajmi ham aniqlanadi. Bunda turli xildagi mahsulotlar ishlab chiqarish ko'zda tutiladi. Bu mahsulotlar korxonaning asosiy mahsulotlari bilan birga ishlab chiqarilishi mumkin.

Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rivojlantirish masalasining sodda iqtisodiy matematik modelini tuzish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

i - ishlab chiqarish punktlari indeksi;

j - iste'mol qilish punktlarining indeksi;

k - ishlab chiqarilayotgan mahsulotlar turlari;

b_j^k - j punktning k mahsulotga bo'lgan talabi;

a_i - i punktdagi korxonaning maksimal ishlab chiqarish quvvati;

C_{ij}^k - bir birlik k turdagi mahsulotni i yo'nalish punktidan j punktidagi iste'molchiga tashish harajatlari;

S_i^k - i punktdan k mahsulotni ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lgan harajatlar;

S_i - i punktda asosiy mahsulotni ishlab chiqarish harajatlari;

X_{ij}^k - k mahsulotni i punktdan j iste'molchiga tashish hajmi;

X_i^k - i korxonada k turdagi mahsulotni ishlab chiqarish hajmi;

X_i - i punktdagi korxonaning umumiy quvvati.

Kiritilgan belgilashlar yordamida turli xildagi mahsulotlarni ishlab chiqarish korxonalarini joylashtirish va rivojlantirish iqtisodiy matematik modelini maqsad mezonini quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz: umumiy ishlab chiqarish va tashish transport harajatlari minimallashtirilsin

$$F = \sum_i S_i \cdot X_i + \sum_i \sum_k C_i^k \cdot X_i^k + \sum_i \sum_j \sum_k C_{ij}^k \cdot X_{ij}^k \rightarrow \min.$$

Bunda quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

-har bir iste'molchining turli mahsulotlarga bo'lgan talabi to'la qanoatlantirilishi zarur:

$$\sum_i X_{ij}^k = b_j^k, \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, k};$$

-har bir ishlab chiqaruvchidan tashib ketilgan turli mahsulotlar ishlab chiqarish hajmiga teng bo'ladi:

$$\sum_j X_{ij}^k = X_i^k, \quad k = \overline{1, k}, \quad i = \overline{1, m};$$

-korxonaning turli ishlab chiqarilgan mahsulotlari uning maksimal ishlab chiqarish quvvatidan oshib ketmasligi kerak:

$$\sum_k X_i^k = X_i, \quad i = \overline{1, m};$$

-modelda foydalangan noma'lumlar manfiy bo'lmasligi shart:

$$\begin{aligned} X_{ij}^k &\geq 0, & i &= \overline{1, m}, & j &= \overline{1, n}, & k &= \overline{1, k}; \\ X_i^k &\geq 0, & i &= \overline{1, m}, & k &= \overline{1, k}; \\ X_i &\geq 0, & i &= \overline{1, m}. \end{aligned}$$

4. Ekspert baholash usullari

Ekspert (lotincha "tajribali") ekspertiza protsedurasi uch etapdan iborat:

- 1) ekspertizaga tayyorlanish;
- 2) ekspertlar bilan so'rov o'tkazish;
- 3) so'rov natijalarini qayta ishlash.

Ekspertlarning o'zlari ikkinchi bosqichda qatnashdilar.

Tayyorgarlik ishi uch qismdan iborat:

- 1) savol shakli va mazmunini belgilash,
- 2) savollarni tuzish,
- 3) ekspertlarni shaxsan tanlash va jalb etish.

So'rov shakllari: intervyu olish, muloqat, yig'ilish, g'oyalarni tanlash, o'yinlar o'tkazish, anketa tuzish va Delfi usuli.

So'roqlar individual yoki gruxlarda, yuzma-yuz va sirtidan o'tkazish mumkin.

Anketa va intervyularda savolni tanlash qiyin. Savollar ochiq yoki yopiq yoki bir necha shaklda bo'lishi mumkin. Ochiq javoblar sifatli yoki erkin holda sonli ifodalarda bo'ladi.

Yopiq savolga javoblar "ha", "yo'q", "bilmayman" singari bo'ladi.

Ko'p savollar bo'lganda zarur javob chiziladi.

Avvalambor ekspertlarni tanlash, ularning malakalariga e'tibor berish va keyinchalik guruxlar tuzish zarur.

Kerakli belgilardan ekspertning ishchanligi, maxorati zarur.

Buning uchun ko'p mutaxassislarga savol berib u yoki bu sohada kim ekspert ekanligini so'rash mumkin. Keyinchalik eng ko'p ovoz olganni ekspert guruxiga kiritish lozim:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Ishbilarmonlik bilan ishtirokchilarning boshqa sifatleri ilmiy yondashishi, fikrlash doirasi va saviyasi ham hisobga olinadi.

Guruxlardagi ekspertlar soni so'rov usuliga bog'liq. Yuzma-yuz uchrashuv uchun 10-15 kishi kifoya. Agar vaqt, mehnat va mablag' sarfi cheklanmagan bo'lsa sirdan so'roq o'tkazilganda ekspertlar soni cheklanmagan.

Bu usul "g'oyalar jangi" deb nom olgan. U yuzma-yuz so'rov usuli bo'lib asrimizning 50-chi yillarida kashf etilgan. Dastlab 10-15 kishidan iborat gurux tuziladi. Tayyorgarlik jarayonida ekspertlarga eslatma tayyorlanadi va unda muammoli holatlar, markaziy masalalar, muhokama savollari va oldindan g'oyalarni o'ylab qo'yish so'raladi.

Yig'ilishni o'tkazish uchun rais saylanadi. U yig'ilishni ochadi. Ekspertlarga nutq uchun 2-3 minut ajratiladi va u bir necha gal takrorlanadi. Bu usulda tanqidiy fikrlar ijobiy muhokama qilinadi.

Bu usulda tanqidiy fikrlar ijobiy muhokama qilinadi.

Muhokama stenogramma qilinadi. Muhokamaga 20-45 minut ajratiladi.

Keyingi bosqichda seans natijalari boshqa mutaxassislar guruxi tomonidan qayta ishlanadi. Bu bosqichda jami g'oyalar tanqid etiladi va g'oyalar, takliflarning so'ngi ro'yxati tuziladi. Bu ro'yxatga samarali va amaliy g'oyalar kiritiladi.

Bundan tashqari "Delfi usuli" mavjud bo'lib, u AQShda 60-chi yillarda yaratilgan. U sirdan so'rov o'tkazishga asoslangan. Uning hususiyatlari: sirtqi, anonim so'rovlar bir necha bosqichlarda o'tkaziladi, teskari aloqa mavjud, birinchi turdan tashqari har gal ekspertlar oldingi turdagi natijalar haqida axborot olishadi.

Dastlab ekspertlarga anketalar tarqatiladi, unda muammo izoxlanadi, savollar ro'yxati va unga javob berish tavsifi keltiriladi.

Ekspert javoblarni qo'l qo'ymasdan pochta orqali jo'natiladi. Tashkilotchilar ekspertlar javoblarini qayta ishlaydi, baho chiqaradi. Mazmun jixatdan o'rtachalar, farqlar va dispersiya hisoblanadi. Bir oy o'tgandan keyin ikkinchi tur o'tkaziladi. Ekspertlarga birinchi tur natijalari bayon qilinib savollar beriladi. Birinchi tur javoblarini inobatga olib ekspertlardan savollarga javob berishi so'raladi. Javoblar yana umumlashtirilib zarur bo'lsa yana qo'shimcha turlar o'tkaziladi. Agar uchinchi turdan so'ng javoblardagi farqlar katta bo'lmasa so'rov o'tkazish to'xtatiladi. Oxirgi tur natijalari umumlashtiriladi va tugallangan hisoblanadi.

Agar javob sonli miqdorlarda bo'lsa, jami ekspertlar guruxining javobini baholash uchun arifmetik o'rtacha, medianana va moda topiladi. Fikrlar farqi uchun variatsiya kvadratik farq, dispersiya va kvartillar hisoblanadi.

Ekspert baholashning ayrim usullarida, jumladan Delfi usulida medianana, birinchi va uchunchi kvartillar hisoblanadi.

Arifmetik o'rtchaga nisbatan medianana afzalligi;

-medianana ayrim ekspert fikriga to'g'ri kelishi;

-medianaga ayrim ekspertlarning javobi o'rtachadan farq qilishi ta'sir qilmaydi.

Tayanch iboralar

1. Rivojlantirish va joylashtirish
2. Rivojlantirish modellari
3. Ekspert baholash
4. Masala turlari

Tekshirish uchun savollar

1. Xalq xo'jaligi tarmoqlarini rivojlantirish va joylashtirish masalalari va ularning turlarini aytib berish.
2. Bir turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modellari qanday ko'rinishda bo'ladi?
3. Ko'p turdagi mahsulotlarni ishlab chiqaruvchi korxonalarni joylashtirish va rivojlantirish modelini ko'rsatib bering?

9- mavzu. Istemolchi tanlovini modellashtirish. Optimallashtirishning chiziqsiz modellari. Naflik funksiyasi. Logranj ko'paytuvchisi yordamida iste'molchi tanlovini optimallashtirish

Reja:

1. Nochiziqli (chiziqli bo'lmagan) dasturlash masalasining qo'yilishi.
2. Lagranjning ko'paytuvchilar usuli.
3. Shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usullari.
4. Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari yordamida yechish.

1. Ma'lumki, hozirgacha qaralgan mavzularda maqsadli funksiya va cheklash shartlari chiziqli (birinchi darajali) bo'lgan hollarni qaradik. Lekin, hamma modellar ham chiziqli bo'lavermaydi, ya'ni real amaliy masalalarda chiziqli bo'lmagan bog'lanishlarga duch kelamiz. Boshqacha aytganda, chiziqli bo'lmagan dasturlash (programmash) nazariyasini yaratishga to'g'ri keldi. Hozirgi davrda chiziqli bo'lmagan dasturlash o'zining rivojlanish holatida desak bo'ladi.

Matematik dasturlash masalalarida maqsadli funksiya va cheklash shartlari sistemasi (yoki ulardan biri) chiziqli bo'lmasa, bunday masalalarga chiziqli bo'lmagan dasturlash (CHBD) masalalari deyiladi. Bu masala umumiy holda quyidagicha qo'yiladi:

$$\begin{cases} g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, & i = 1, 2, \dots, k, \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, & i = k+1, k+2, \dots, m \end{cases} \quad (1)$$

cheklash shartlari sistemasini qanoatlantiruvchi shunday $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorni topish kerakki

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

maqsadli funksiya ekstremum qiymatga erishadigan bo'lsin, bunda $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ va $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyalar berilgan deb olinadi. Odatda $x_1, x_2, \dots, x_n$ o'zgaruvchilarga manfiy emas degan shart ham qo'yiladi. Bundan tashkari yechim butun sonli bo'lsin degan shart ham qo'yilishi mumkin. Masalaning bunday qo'yilishiga odatda shartli ekstremum deb yuritiladi.

Ma'lumki maqsadli funksiya va cheklash shartlari chiziqli bo'lsa, CHBD masalasidan CHD masalasi kelib chiqadi.

Masalaning qo'yilishidan ko'rinadiki, CHBD masalalari sinfi CHD masalasiga nisbatan juda keng sohadir.

CHBD da hali universal (CHD dagi simpleks usuliga o'xshash) usullar ishlab chiqilmagan. Mavjud usullar, biror turdagi masalalarni yechishga moslangan bo'lsa ham ularning tatbiqlarining ahamiyati kundan-kunga oshib bormoqda.

CHBD da asosiy natijalar cheklash shartlari sistemasi chiziqli, maqsadli funksiya chiziqli bo'lmagan hollarda olingan deyish mumkin.

CHD dagi kabi CHBD masalalarini ham ikki o'zgaruvchi uchun grafik usulda yechish mumkin.

1-misol. Ushbu

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0,5, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi $X = (x_1, x_2)$ vektorning

$$Z = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2$$

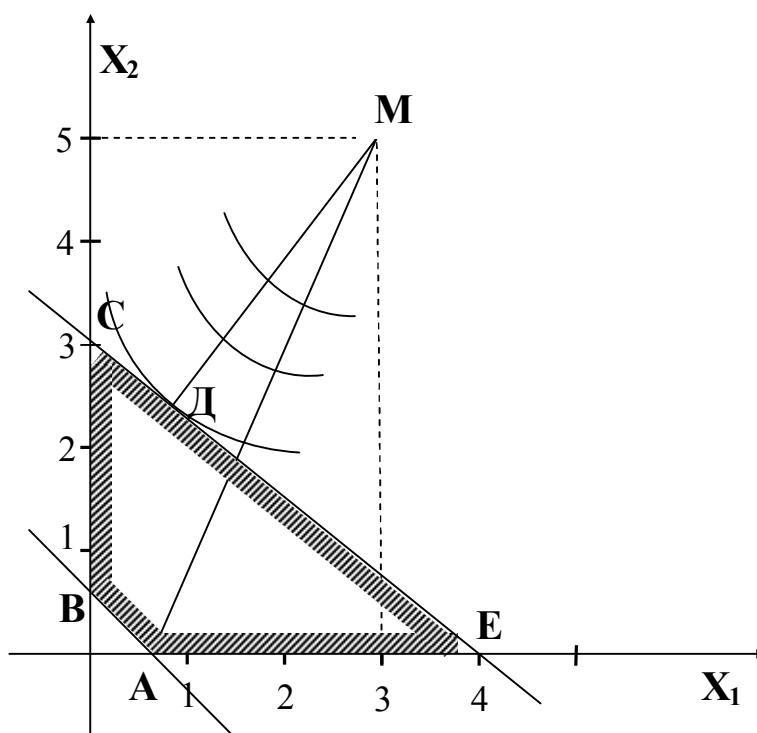
funksiya minimum va maksimumga ega bo'ladigan qiymatini toping.

Yechish. Cheklash shartlari chiziqli bo'lganligi uchun, xuddi CHD dagidek X_1OX_2 koordinatlar tekisligida AVSE (1-chizma) mumkin bo'lgan yechimlar ko'pburchagini hosil qilamiz. $Z = k$ ($k > 0$) desak markazi $M(3,5)$ nuqtada radiusi $\sqrt{k}$ teng bo'lgan

$$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2 = k$$

aylanani hosil qilamiz. Ma'lumki, aylanma radiusining ortishi (kamayishi) bilan Z maqsadli funksiya qiymati ham ortadi (kamayadi). Markazi M nuqtada bo'lgan har xil radiusli aylanalar o'tkazish bilan yechimlar ko'pburchagi bilan birinchi umumiy nuqta D nuqta bo'ladi va $Z(D) = 289/25$ bo'lib, $D\left(\frac{24}{25}, \frac{57}{25}\right)$

nuqtada funksiya minimum qiymatga erishadi. Aylanalardan radiusi o'sib borishi va yechimlar ko'pburchagi bilan oxirgi umumiylik A nuqtada bo'ladi. Demak, eng katta radiusli aylana A nuqtadan o'tib, bu nuqtada Z maqsadli funksiya maksimum $Z(A) = 31,25$ qiymatga ega bo'ladi.



1-chizma

2. 1) Cheklashlari tenglik tarzida bo'lgan masalalarni Lagranjning ko'paytuvchilar usuli yordamida yechish. CHBD ushbu masalasi berilgan bo'lsin:

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

funksiyaning

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi maksimum qiymati topilsin. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ va $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), (i = 1, 2, \dots, m)$ funksiyalar birinchi tartibli xususiy hosilalari bilan birgalikda uzluksiz bo'lsin. Bu masalani yechish uchun quyidagi funksiyani tuzamiz:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (3)$$

hamda $\frac{\partial F}{\partial x_j} (j = 1, 2, \dots, n), \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} (i = 1, 2, \dots, m)$ xususiy hosilalarni topib, ularni nolga

tenglashtiramiz, natijada ushbu tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4)$$

(3) - funksiyaga Lagranj funksiyasi, λ_i sonlarga Lagranj ko'paytuvchilari deyiladi. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiya biror $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ nuqtada ekstremumga ega bo'lsa, shunday $\lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$ vektor topiladiki $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, \lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_m^{(0)})$ nuqta (4) tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi. Demak, (4) tenglamalar sistemasi uchun shunday nuqtalar to'plamini topamizki, bu nuqtalarda Z funksiya ekstremum qiymatlarga ega bo'lishi mumkin. Bunda global minimum yoki maksimumni topish qoidasi noma'lum bo'ladi. Lekin, tenglamalar sistemasining yechimi topilgan bo'lsa, global maksimum (minimum)ni topish uchun bu nuqtalardagi funksiya qiymatlarini topib ularni solishtirish bilan natijaga ega bo'lish mumkin. $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ va $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n), (i = 1, 2, \dots, m)$ funksiyalar ikkinchi tartibli xususiy hosilalarga ega va ular uzluksiz bo'lsa, (4) sistema yechimi bo'lgan nuqtalarda lokal ekstremumga ega bo'lishining yetarli shartini ko'rsatish mumkin. Lekin, bunday shartni keltirib chiqarishning amaliy ahamiyati katta emas.

2-misol. Lagranj ko'paytmalar usulidan foydalanib, $Z = x_1 \cdot x_2$ funksiyaning $2x_1 + x_2 = 4$ tenglamani qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

Yechish. Lagranj funksiyasini topamiz

$$F(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda(2x_1 + x_2 - 4)$$

Bu funksiya x_1, x_2 va λ lar bo'yicha xususiy hosilalarni topib, ularni nolga tenglashtirib, ushbu tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x_2 + 2\lambda = 0, \\ x_1 + \lambda = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 4 = 0. \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasining yechimi $\lambda = -1, x_1 = 1, x_2 = 2$

$$Z_{\max} = 1 \cdot 2 = 2$$

bo'ladi.

Lagranj usulini, nazariy tomondan ayrim cheklashlar tengsizlik ko'rinishida va yechimlar manfiymas shartlarida ham qo'llash mumkin. Bunda, yordamchi o'zgaruvchilar kiritish bilan tengsizliklar tenglamalarga aylantiriladi hamda yordamchi o'zgaruvchilarga manfiymaslik sharti qo'yiladi. Z funksiya yechimlar sohasining ichki nuqtalarida ham chegaraviy nuqtalarida ham ekstremal qiymatlarga ega bo'lishi mumkin. Birinchi bosqichda (4) sistemaning manfiy bo'lmagan yechimlari topiladi va yechimlarda Z funksiyaning qiymatlari hisoblanadi. Manfiymas oktantning chegaraviy nuqtalarida tekshirish uchun, o'zgaruvchilarni ketma-ket bittadan 0 ga teng bo'lgan holni qaraymiz. Keyin, xuddi shu masalani $(n-1)$ o'zgaruvchi uchun yechamiz. Bu masalalar uchun (4) sistemani hosil qilamiz va uning yechimlarini topib, Z funksiyaning bu yechimlar uchun qiymatlarini hisoblaymiz. Shunday n ta masalani 0 ga teng deb masalani $n-2$ o'zgaruvchi uchun yechamiz (Bunday masalalar soni

$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$ bo'ladi). Oxirgi bosqichda $n-m$ o'zgaruvchini 0 ga tenglab

kolgan m o'zgaruvchini aniqlaymiz. Bu yechimlar uchun Z funksiya qiymatini hisoblaymiz. Z funksiyaning hisoblangan hamma qiymatlarini solishtirib global ekstremumni topamiz. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar uchun bu hisoblashlar ancha murakkablikka olib keladi.

3. Shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usullari. Ushbu

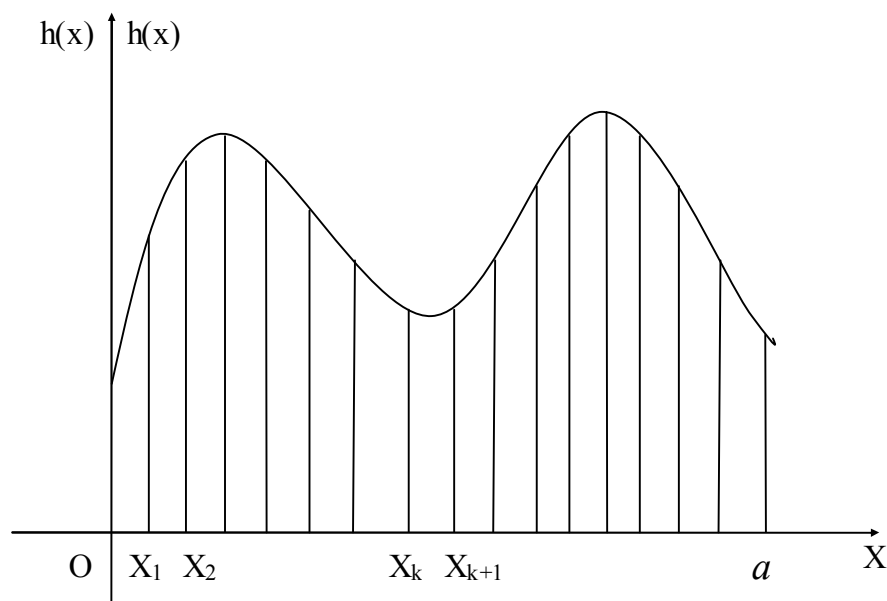
$$g_i(x) = \sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) \quad \{\leq, =, \geq\}, b_i, i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$Z = f(x) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \rightarrow \max (\min) \quad (3)$$

masalani taqribiy yechish usullarini qaraymiz. (1)-(3) masalaning barcha $g_i(x), i = \overline{1, m}$ chegaraviy funksiyalari va $f(x)$ maqsad funksiya separabel ko'rinishda, ya'ni n ta funksiyalarning yig'indisi sifatida ifodalangan deb olamiz. Bu masalaning taqribiy yechish usullari uning siniq chiziqli approksimatsiyasini hosil qilib, so'ngra hosil bo'lgan taqribiy masalaga simpleks usulni qo'llab yechishga asoslangan. Ma'lumki, bunday yo'l bilan taqribiy masalaning va shu jumladan, berilgan (1)-(3) masalaning taqribiy lokal optimumini topish mumkin. Fakat ayrim hollardagina ya'ni, agar $g_{ij}(x_j)$ va $f_j(x_j)$ funksiyalar biror D to'plamda aniqlangan qavariq yoki botiq funksiyalar bo'lgandagina taqribiy masalaning global optimumni topish mumkin va shu asosda berilgan (1)-(3) masalaning global optimumiga yaqin yechimni hosil qilish mumkin.

Faraz qilaylik, $[0, a]$ oraliqda aniqlangan ixtiyoriy bir argumentli uzluksiz $h(x)$ funksiya berilgan bo'lsin (2-chizma)



4-chizma

$0 \leq x \leq a$ intervalda $r+1$ ta x_k nuqtalarni shunday qilib olamizki, $x_0 = 0, x_1 < x_2 < \dots < x_r = a$ o'rinli bo'lsin. So'ngra, har bir x_k va $h_k = h(x_k)$ ni topamiz hamda (x_k, h_k) va (x_{k+1}, h_{k+1}) , $(k=0, 1, \dots, r-1)$ nuqtalarni kesmalar bilan tutashtiramiz. Natijada siniq chiziqli $h(\tilde{x})$ approksimatsiya (yaqinlashish) hosil bo'ladi. Bu funksiya $h(x)$ funksiyaning $[0, a]$ kesmadagi siniq chiziqli approksimatsiyasi bo'ladi. Approksimatsiyaning aniqligi x_k nuqtalar zichligini tanlashga bog'liq. Bu nuqtalar qancha zich joylashgan bo'lsa, $h(\tilde{x})$ funksiya $h(x)$ funksiyaning shuncha aniqroq approksimatsiya qiladi.

Endi hosil bo'lgan $h(\tilde{x})$ funksiyaning analitik ifodasini aniqlaymiz. Agar $x \in [x_k, x_{k+1}]$ bo'lsa, $h(x)$ funksiya quyidagi ko'rinishdagi $h(\tilde{x})$ funksiya orqali approksimatsiya qilinadi:

$$h(\tilde{x}) = h_k + \frac{h_{k+1} - h_k}{x_{k+1} - x_k}(x - x_k). \quad (4)$$

Bundan tashqari x nuqta x_k va x_{k+1} nuqtalarni tutashtiruvchi kesmada yotganligi sababli uni shu nuqtalarning qavariq kombinatsiyasi orqali ifodalash mumkin, ya'ni:

$$x = \lambda x_{k+1} + (1 - \lambda)x_k, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (5)$$

Bundan

$$x - x_k = \lambda(x_{k+1} - x_k) \quad (6)$$

va

$$h(\tilde{x}) = h_k + \lambda(h_{k+1} - h_k) \quad (7)$$

ifodaga ega bo'lamiz. (7) da $\lambda = \lambda_{k+1}$, $1 - \lambda = \lambda_k$ deb qabul qilsak,

$$h(\tilde{x}) = \lambda_{k+1} h_{k+1} + \lambda_k h_k$$

ifoda hosil bo'ladi. Shunday qilib, aytish mumkinki, ixtiyoriy tayinlangan $x \in [x_k, x_{k+1}]$ nuqta uchun λ_k va λ_{k+1} larning birdan-bir qiymati mavjud bo'lib, ular uchun quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:

$$\begin{cases} x = \lambda_k x_k + \lambda_{k+1} x_{k+1} \\ h(\tilde{x}) = \lambda_{k+1} h_{k+1} + \lambda_k h_k \\ \lambda_k + \lambda_{k+1} = 1, \quad \lambda_k, \lambda_{k+1} \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

Birdan ortiq bo'lmagan λ_k yoki ikkita qo'shni λ_k va λ_{k+1} lar 0 dan farqli bo'lsin deb qabul qilsak, ixtiyoriy $x \in [0, a]$ nuqtani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$x = \sum_{k=0}^r \lambda_k x_k, \quad \sum_{k=0}^r \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geq 0, \quad k = \overline{0, r} \quad (9)$$

Bu holda siniq chiziqli $h(\tilde{x})$ funksiyaning analitik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$h(\tilde{x}) = \sum_{k=0}^r \lambda_k h_k, \quad (10)$$

bu yerda $x \in [0, a]$ va

$$x = \sum_{k=0}^r \lambda_k x_k, \quad \sum_{k=0}^r \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geq 0, \quad k = \overline{0, r}.$$

Endi (1)-(3) masalaning siniq chiziqli approksimatsiyasini hosil qilish uchun masaladagi x_j no'malumlarining har biri $[0, a_j]$ intervalga tegishli bo'lgan qiymatlarini qabul qiladi deb faraz qilamiz. $[0, a_j]$ oraliqni $x_{0j}, x_{1j}, \dots, x_{r_j}$ nuqtalar yordamida r_j ta kesmalarga ajratamizki, ular uchun

$$x_{0j} = 0, \quad x_{1j} < x_{2j} < \dots < x_{r_j} = a_j$$

munosabat o'rinli bo'lsin.

$f_j(x_j)$ va $g_{ij}(x_j)$ funksiylarning bu nuqtalardagi qiymatini topamiz:

$$f_j(x_j) = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} f_{kj} = f_j(x_{kj}), \quad (11)$$

$$g_{ij}(x_j) = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} g_{ikj}, \quad g_{ikj} = g_{ij}(x_{kj}), \quad (12)$$

$$x_j = \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} x_{kj}, \quad (13)$$

$$\sum_{k=0}^r \lambda_{kj} = 1, \quad \lambda_{kj} \geq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (14)$$

(11)-(14) munosabatlarga asosan berilgan masalani quyidagi taqribiy masala bilan almashtiriladi:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{g}_{ij}(x_j) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} g_{ikj} \{ \leq, =, \geq \} b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (15)$$

$$\sum_{k=0}^r \lambda_{kj} = 1, \quad \lambda_{kj} \geq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, \quad j = \overline{1, n} \quad (16)$$

$$\tilde{Z} = \tilde{f}(X) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{r_j} \lambda_{kj} f_{kj} \rightarrow \max(\min). \quad (17)$$

Bu masalada λ_{kj} larning shunday qiymatlarini topish kerakki, ular (15)-(16) shartlarni qanoatlantirib, (17) maqsadli funksiya maksimum (minimum) qiymatga ega bo'lsin. Masalaning taqribiy yechimini topishda simpleks usulni qo'llash mumkin. (15)-(17) masalani simpleks usul bilan yechish jarayonida optimallik mezonini (kriteriyasi)

$$\Delta_{kj} = C_{\sigma} B^{-1} A_{kj} - C_{kj} \leq 0, \quad k = \overline{0, r_j}, j = \overline{1, n} \quad (18)$$

bilan tekshirib boriladi, bu yerda A_{kj} (15)-(17) masalalarning chegaraviy shartlarini ifodalovchi vektor, V bazis matritsa va $C_{kj} = f_{kj}$. (15)-(17) masalaning tayanch rejasi (18) shartni qanoatlantirmasa, bu plan masalaning optimal yechimi bo'ladi.

4. Iqtisodiyotga oid masalalarni chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari bilan yechish.

Masala. Bir xildagi mahsulot $K_1, K_2, \dots, K_n$ korxonalarda ishlab chiqarilishi mumkin bo'lsin. j - korxonaning oladigan foydasi

$$f_j(x_j) = (a_j - k_j x_j) x_j \quad (1)$$

chiziqli bo'lmagan funksiya bilan ifodalansin, bunda x_j - ishlab chiqarilgan mahsulot birliklardagi miqdori, $a_j > 0, k_j > 0$ o'zgarmas koeffitsiyentlar.

K_j - korxonaning ishlab chiqarish quvvati M_j ham ma'lum bo'lsin.

N - miqdor birligidagi mahsulotga bo'lgan buyurtmani korxonalar o'rtasida shunday taqsimlash kerakki, mahsulot ishlab chiqarishdan eng katta foyda olinadigan bo'lsin.

Yechish. Masalaning matematik modeli quyidagicha bo'ladi:

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^n (a_j - k_j x_j) x_j \quad (2)$$

maqsadli funksiyaning

$$\sum_{j=1}^n x_j = N, \quad (3)$$

$$0 \leq x_j \leq M_j \quad (4)$$

cheklash shartlarini qanoatlantiruvchi maksimum qiymatini toping.

Masalani xususiylashtiramiz. $n=5, N=1000$ bo'lsin. a_j, k_j va M_j parametrlarning qiymati ushbu jadvalda berilgan:

Parametrlar	Korxonalar				
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
a_j	20	18	22	19	21

k_j	0,020	0,015	0,022	0,018	0,016
M_j	250	260	240	270	200

(2) funksiya har bir qo'shiluvchisidan x_j bo'yicha olingan hosila

$$\left[(a_j - k_j x_j) x_j \right]' = -2k_j < 0$$

bo'lib, uning botiq funksiya ekanligi kelib chiqadi.

Birinchi bosqichda (2), (3) masalaning yechimini topamiz:

Bu masala uchun Lagranj funksiyasi

$$F(\bar{x}, \lambda) = \sum_{j=1}^n (a_j - k_j x_j) x_j + \lambda \left(N - \sum_{j=1}^n x_j \right)$$

bo'lib, xususiy hosilalarni topib, ularni 0 ga tenglashtirib, ushbuni hosil qilamiz:

$$\begin{cases} a_j - 2k_j x_j = \lambda, \\ \sum_{j=1}^n x_j = N \end{cases}$$

xususiy holda

$$\begin{cases} a_j - 2k_j x_j = \lambda, (j=1, 2, 3, 4, 5) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = N \end{cases} \quad (5)$$

(5) sistemadan

$$x_j = \frac{a_j - \lambda}{2k_j}, (j=1, 2, 3, 4, 5) \quad (6)$$

x_j larni (5) sistemaning 2-tenglamasiga qo'ysak,

$$\sum_{j=1}^5 \frac{a_j}{k_j} - \lambda \sum_{j=1}^5 \frac{1}{k_j} = 2N$$

hosil bo'ladi. Oxirgi tenglikdan Lagranj ko'paytuvchisini topsak:

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^5 \frac{a_j}{k_j} - 2N}{\sum_{j=1}^5 \frac{1}{k_j}} \quad (7)$$

bo'ladi. λ ning topilgan qiymatini (6) tenglikka qo'yib, x_j larning qiymatini topamiz.

Sonli qiymatlarni (7) va (6) formulalarga qo'yib, hisoblasak, $\lambda = 12,734$; $x_1 = 181,6$; $x_2 = 175,5$; $x_3 = 210,6$; $x_4 = 174,1$; $x_5 = 258,3$ bo'ladi. Bunda $x_5 = 258,3$ K_5 korxona quvvatidan ortiq bo'ldi, chunki uning quvvati $M_5 = 200$ edi. $x_5 = 200$ deymiz.

Ikkinchi bosqichda (2) funksiya, lekin

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 800, \quad n = 4$$

shartda, xuddi birinchi bosqichdagidek, masalani yechib, $\lambda = 12,198$; $x_1 = 195$; $x_2 = 193,4$; $x_3 = 222,8$; $x_4 = 188,8$ larni olamiz. Olingan qiymatlar (2)-(3) masala shartlarini qanoatlantiradi.

Shunday qilib, buyurtmani korxonalar o'rtasida optimal taqsimlash $x_1 = 195$; $x_2 = 193$; $x_3 = 223$; $x_4 = 189$; $x_5 = 200$ (1 gacha yaxlitlab olinganda) bo'lib, maksimal foyda, ya'ni $\max f(\bar{x}) = 16375$ bo'ladi.

Mavzuning tayanch tushunchalari.

Nochiziqli dasturlash, chiziqli bo'lmagan bog'lanishlar, nochiziqli maqsadli funksiya, chiziqli bo'lmagan cheklash shartlari, butun sonli yechim, shartli ekstremum, Lagranj ko'paytuvchilar usuli, Lagranj funksiyasi, Lagranj ko'paytuvchilari, global ekstremum, cheklash shartlari tenglik va tengsizliklar tarzida, shartli ekstremum masalasini yechishning sonli usuli.

Takrorlash uchun savollar

1. Chiziqli bo'lmagan (nochiziqli) bog'lanishlar deb nimani tushunasiz?
2. Chiziqli bo'lmagan dasturlash masalasi qanday hollarda kelib chiqadi?
3. Chiziqli bo'lmagan dasturlash masalasi nima?
4. Chiziqli bo'lmagan dasturlash masalasi umumiy holda qanday qo'yiladi?
5. Shartli ekstremum masalasi nima?
6. Chiziqli bo'lmagan dasturlash masalasidan qanday holda CHD masalasi kelib chiqadi?
7. CHBD masalasini yechishning umumiy (universal) usullari mavjudmi?
8. CHBD masalalarini grafik usulda yechish mumkinki va qanday?
9. CHBD masalasining qanday xillari bo'lishi mumkin?
10. Qanday funksiyaga Lagranj funksiyasi deyiladi?
11. Lagranj ko'paytuvchilari nima?
12. Lagranj ko'paytuvchilar usulining mohiyati nimadan iborat?
13. Global ekstremum nima?
14. Lokal ekstremum nima?
15. Lagranj usulini CHBD masalasining cheklash shartlari tenglik tarzida bo'lsa qanday qo'llaniladi?
16. Lagranj usulini CHBD masalasining cheklash shartlari tengsizlik tarzida bo'lsa qo'llash mumkinmi?
17. Shartli ekstremum masalasini sonli usullar bilan yechishning mohiyati nimadan iborat?
18. Iqtisodiyotga oid masalalarni CHBD usul bilan yechishning mohiyati nima? Misollar keltirib yecha olasizmi?

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar.

1. $F = 6 - 4x_1 - 3x_2$ funksiyaning x_1 va x_2 o'zgaruvchilar $x_1^2 + x_2^2 = 1$ tenglama bilan bog'langan shartdagi ekstremumni toping.
2. $z = x_1 \cdot x_2^2$ funksiyaning $x_1 + 2x_2 = 1$ shartda ekstremumini Lagranj ko'paytuvchilar usulidan foydalanib toping.
3. $y = x_1 \cdot x_2$ funksiyaning $x_1 + 2x_2 = 1$ shartda ekstremumini Lagranj ko'paytuvchilar usulidan foydalanib toping.
4. Ushbu $y = x_1 \cdot x_2$ funksiyaning x_1 va x_2 o'zgaruvchilar $2x + 3y - 5 = 0$ tenglama bilan bog'langanlik shartida ekstremumini Lagranj ko'paytuvchilar usulidan foydalanib toping.

Adabiyotlar

1. Abramov L.M., Kapustin V.F. Matematicheskoye programmirovaniye. Teoriya vipuklogo programmirovaniya. Izd-vo: «SPbGU», 2001 g., 264 str.
2. Kostevich L.S. Matematicheskoye programmirovaniye. Izd-vo: Novoye znaniye, 2003 g., 214 s.
3. Safayeva Q., Beknazarova N. Operatsiyalarni tekshirishning matematik usullari. 2-qism, -Toshkent, 1990.
4. Soatov Yo.U. Oliy matematika. J.3. – Toshkent, O'zbekiston, 1996.
5. Nasritdinov G. Matematicheskoye programmirovaniye. Teksti leksiy. – Tashkent, «Universitet», 2002 g., 72 str.

10- mavzu. Tarmoqlararo balans

Reja:

10.1 Tarmoqlararo balans usulining ahamiyati, mazmuni va vazifalari

10.2 Tarmoqlararo hisobot balansining statistik modellari

10.3 Tarmoqlararo rejali balansining dinamik modellari

10.1 Tarmoqlararo balans usulining ahamiyati, mazmuni va vazifalari

Tarmoqlararo balans usuli asosiy iqtisodiyot-matematik usullardan biri bo'lib, alohida korxona darajasida ham, xalq xo'jaligini tarmog'i darajasida ham, butun xalq xo'jaligi darajasida ham mahsulot ishlab chiqarish va taqsimlashni tahlil qilish, me'yorlash rejalashtirish hamda taxminlashtirish uchun keng qo'llaniladi va katta ahamiyatga ega.

Tarmoqlararo balansning bosh g'oyasi shundan iboratki, ijtimoiy ishlab chiqarish jarayonida har bir tarmoq, bir tomondan ishlab chiqaruvchi, ikkinchi tomondan esa iste'molchi tarzida qatnashadi.

Tarmoqlararo balans modeli ishlab chiqarishning barcha tarmoqlari o'rtasidagi o'zaro mahsulot yetkazib berish, asosiy ishlab chiqarish fondlarining hajmi va tarmoq strukturasini hamda xalq xo'jaligini mehnat resurslari bilan ta'minlanganligi va shu kabilar haqidagi yagona axborot tizimidir. Bunday model barcha tarmoqlararo aloqalarni aniq hisobga olish asosida rejaning balans qilingan ko'rsatkichlarini hisoblab chiqish va ularning mumkin bo'lgan ko'pgina variantlarni ko'rib chiqish muammosini hal qilish imkonini beradi.

Tarmoqlararo balans ijtimoiy ishlab chiqarishda mavjud bo'lgan butun aloqalar zanjirini aniqlash muammosini yechish imkonini yaratadi. Analitik ahamiyatga ko'ra tarmoqlararo balans hisobot va rejali balanslarga bo'linadi.

Tarmoqlararo hisobot balanslari moddiy ishlab chiqarish va hisobot davrida tarkib topgan tarmoqlararo aloqalarning strukturasini kompleks tahlil qilish, shuningdek rejali tarmoqlararo balanslar uchun dastlabki axborotni tayyorlash uchun ishlab chiqiladi.

Tarmoqlararo rejali balans rejalashtirishning dastlabki va yakuniy bosqichlarida qo'llaniladi. Rejali balansdan xalq xo'jaligini rivojlantirishda moddiy ishlab chiqarishning eng ratsional strukturasini topish muammosini yechish maqsadida foydalanish alohida ahamiyat kasb etadi.

O'z navbatida tarmoqlararo balans modellari vaqt omili bo'yicha statistik va dinamik modellarga bo'linadi. Rejalashtirish amaliyotida natura, qiymat va natura-qiymat balanslari ham qo'llaniladi.

Hozirgi paytda respublika, regional va yirik iqtisodiy rayonlar, hududiy ishlab chiqarish majmuilari bo'yicha tarmoqlararo balanslarni tuzish juda aktual masala hisoblanadi.

10.2 Tarmoqlararo hisobot balansining statistik modellari

Tarmoqlararo balans modeli asosini ishlab chiqarilgan mahsulotlarni taqsimlash balanslari tashkil etadi. Bu o'rinda shuni ta'kidlash kerakki, jami ishlab chiqarilgan mahsulotning bir qismi tarmoqlararo ishlab chiqarishni joriy harajatlariga sarflansa, boshqa bir qismi ishlab chiqarish sferasiga qaytib tushmaydi, biroq iste'molga va jamg'armaga sarflanadi. Busiz esa kengaytirilgan takror ishlab chiqarishni tasavvur etib ham bo'lmaydi.

Aytaylik, jami ijtimoiy mahsulot aniq bir davr-vaqtda (1 yil, 5 yil, chorak, ya'ni bir ishlab chiqarish siklida) xalq xo'jaligining n -ta tarmog'ida ishlab chiqarilsin.

Faraz qilaylik $X_1, X_2, \dots, X_n$ lar 1-chi, 2-chi, ..., n -chi tarmoqlardagi jami ishlab chiqarilgan mahsulotlarni hajmini bildirsin (natura ko'rinishida). Mos ravishda X_{ik} orqali i tarmoqning k -chi tarmoqqa yuborishi kerak bo'lgan mahsulot miqdorini (hajmini) belgilaymiz.

Shuningdek U_i orqali i - tarmoqning ishlab chiqarish sferasiga kelib tushmaydigan, biroq iste'mol va jamg'armaga ketadigan mahsulot miqdorini belgilaymiz va uni, ya'ni U_i –ni i -chi tarmoqni oxirgi (yakuniy) mahsuloti deb ataymiz.

O'z navbatida yukorida aytilganlardan kelib chiqqan holda ijtimoiy mahsulotni ishlab chiqarish va taqsimlash jarayonini qo'yidagi jadval orqali ifodalash mumkin:

Ishlab chiqaruvchi tarmoqlar	Ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi	Iste'molchi tarmoqlar						Oxirgi mahsulot
		1	2	...	k	...	n	
1	X_1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1k}	...	X_{1n}	U_1
2	X_2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2k}	...	X_{2n}	U_2
⋮	⋮	...	...	...	...	...	...	...
i	X_i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ik}	...	X_{in}	U_i
⋮	⋮	...	...	...	...	...	..	...
n	X_n	X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nk}	...	X_{nn}	U_n

Ushbu jadvalga xalq xo'jaligini tarmoqlararo balansining modeli yoki iqtisodiy haritasi deb aytish mumkin yoki ushbu tarmoqlararo balans jadvalini matematik tilda qo'yidagi tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalash mumkin:

Bu yerda X_k – k -chi iste'molchi tarmoqning moddiy harajatlarini bildiradi; $V_i + M_i$ - uning sof mahsulotini; V_i - mehnatga to'lanadigan summasini; M_i - sof daromad-foydani bildiradi.

O'z navbatida (1) tenglamalar sistemasida har bir qo'shiluvchi X_{ik} larni X_{ik} ga bo'lamiz va ko'paytiramiz, hamda

$$\frac{X_{ik}}{X_{\cdot k}} = a_{ik} \quad (4)$$

deb belgilab, uning shaklini o'zgartiramiz. Natijada aik koeffitsiyentlarni qiymatlari va $U_1, U_2, \dots, U_n$ (yoki $X_1, X_2, \dots, X_n$) miqdorlari berilgan n-noma'lum n- ta tenglamalarni sistemasini odatdagi matematik ko'rinishiga ega bo'lamiz.

[illegible]

bu yerda aik- miqdor to'g'ri harajatlar koeffitsiyentlari deyiladi hamda barcha tarmoqlar uchun qo'vidagi matritsa ko'rinishida bo'ladi:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{pmatrix} \quad (6)$$

to'g'ri harajatlar koeffitsiyentlari natural balansda bir birlik K mahsulotni ishlab chiqarish uchun i mahsulot sarfining texnologik normasini bildiradi. Qiymatli balansda esa aik- koeffitsiyentlar k- tarmoqni yalpi mahsulotni har bir sumiga i-tarmoqni mos ravishda sarfi - harajatlarini bildiradi.

Tarmoqlararo balans modelida to'g'ri harajatlar koeffitsiyentlari aik ni doimiy deb hisoblanadi. Ushbu farazimiz xo'jalikda to'plangan o'zaro aloqalarni o'rganish va tahlil qilishdan tarmoqni proporsional taraqqiyotini prognoz qilish (taxminlashtirish) va ularni o'sish suratlarini rejalashtirish imkonini beradi. O'z navbatida (4) dan

$$X_{ik} = a_{ik}X_k \quad (7)$$

ekanligini tushunish qiyin emas, ya'ni i- tarmoqning k- tarmoq uchun yuboradigan mahsulotining miqdori (hajmi), i- chi tarmoqning k- chi tarmoqda bir birlik mahsulot ishlab chiqarish uchun sarflanadigan mahsulotni hajmi-miqdori, k- chi tarmoqda ishlab chiqariladigan mahsulotning soniga ko'paytmasiga teng bo'ladi.

O'z navbatida (5) tenglamalar sistemasiga (7) ni qo'yib barcha noma'lum hadlarni tenglikni chap tomoniga o'tkazib tegishli shakl almashtirish (soddalashtirish) lardan so'ng tarmoqlararo balansning yangi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

Ushbu tarmoqlararo balansning tenglamalar sistemasi qo'yidagi matritsali tenglamaga teng kuchliligi ham tushunarli ekanligini hisobga olsak, u holda

ga, yoki

tarmoqlararo balansning matritsali modeliga ega bo'lamiz.

Bu yerda: E - birlik matritsasi

A- tarmoqlar bo'yicha to'g'ri harajatlar
koeffitsiyentlarining matritsasi

X- tarmoqlar bo'yicha ishlab chiqarishning noma'lum hajmi matritsasi

U- tarmoqlar bo'yicha berilgan yakuniy mahsulot xajmi
matritsasi

O'z navbatida (9), (10) tarmoqlararo balans modellari yordamida amaliyotda qo'vidagi muammolarni yechish mumkin:

1. Berilgan yalpi mahsulot hajmi $X_1, X_2, \dots, X_n$ lar bo'yicha tarmoqlarni yakuniy mahsulot hajmi $U_1, U_2, \dots, U_n$ larni aniqlash, ya'ni matritsa shaklida:

$$U = (Y e - A) X$$
2. Berilgan to'g'ri harajatlar koeffitsiyentlari matritsasi A - bo'yicha to'la harajatlar koeffitsiyentlarini matritsasi R -ni aniqlash. Qaysiki A - ni elementlari tarmoqlarni istiqbolini rejalashtirishning muhim ko'rsatkichlari sifatida xizmat qiladi. Matritsa ko'rinishida

$$P = (E - A)^{-1} = \frac{E}{|E - A|}$$

3. Berilgan yakuniy mahsulot hajmi $U_1, U_2, \dots, U_n$ lar bo'yicha tarmoqlarning yalpi mahsulot hajmlari $X_1, X_2, \dots, X_n$ larni aniqlash. Matritsa ko'rinishida

$$X = (Y_e - A)^{-1} \cdot U = R \cdot U$$

4. Tarmoqlar bo'yicha berilgan n - ta yalpi va yakuniy mahsulotlarni $X_1, U_2, X_3, U_4, \dots, X_{n-1}, U_n$ xajmlari bo'yicha qolgan $U_1, X_2, U_3, X_4, \dots, U_{n-1}, X_n$ larni xajmlarini aniqlash.

10.3. Tarmoklararo rejali balansning dinamik modeli

Tarmoqlararo balansning dinamik modellari statistik modellardan farqli ravishda iqtisodni ma’lum bir davrdagi holatini aks ettirib qolmasdan balki

uning rivojlanish jarayonini ifodalash, iqtisodning oldingi va keyingi bosqichlari bilan bog'lanishini belgilab berish hamda iqtisodiy matematik usullarni ishlab chiqarishning real-aniq shartlariga yaqinlashtirish kabi maqsadlar uchun xizmat qiladi.

Dinamik modelda ishlab chiqarishning kapital mablag'lari statistik modelni tarkibidagi yakuniy mahsulot qismidan ajratiladi va ularni ishlab chiqarish hajmini o'sishiga-ortishiga ta'siri va tuzilishini tekshiriladi.

Kapital mablag'lar va mahsulotni ko'payish miqdorlari orasidagi bog'lanishlar dinamik tenglamalar sistemasini qo'rishning asosi bo'lib hisoblanadi. O'z navbatida dinamik tenglamalar sistemasini yechish esa ishlab chiqarish darajasini aniqlashga olib keladi. Biroq statistik modeldan farqli ravishda dinamik variantda ishlab chiqarishning izlanayotgan (topiladigan) darajasi oldingi davrdagi ishlab chiqarish hajmiga (darajasiga) bog'liq bo'ladi.

Tarmoqlararo mahsulot ishlab chiqarish va uning taqsimoti balansining dinamik modeli jadval ko'rinishida qo'yidagicha ifodalanadi:

Ishlab chiqaruvchi tarmoqlar	Tarmoqlararo joriy harajatlar oqimi	Tarmoqlararo ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi (fondlarning o'sishi, ko'payishi)	Yakuniy mahsulot	Yalpi mahsulot
	1 2 ... K ... n	1 2 K ... N	Z_i	X_i
1	$X_{11} \ X_{12} \ \dots X_k \ \dots X_n$	$\Delta F_{11} \ \Delta F_{12} \ \dots \Delta F_{1k} \ \dots \Delta F_{1n}$	Z_1	X_1
2	$X_{21} \ X_{22} \ \dots X_{2k} \ \dots X_{2n}$	$\Delta F_{21} \ \Delta F_{22} \ \dots \Delta F_{2k} \ \dots \Delta F_{2n}$	Z_2	X_2
$\vdots$	$- \quad - \quad - \quad -$	$- \quad - \quad - \quad -$	$-$	$-$
I	$X_{i1} \ X_{i2} \ \dots X_{ik} \ \dots X_{in}$	$\Delta F_{i1} \ \Delta F_{i2} \ \dots \Delta F_{ik} \ \dots \Delta F_{in}$	Z_i	X_i
$\vdots$	$- \quad - \quad - \quad -$	$- \quad - \quad - \quad -$	$-$	$-$
N	$X_{n1} \ X_{n2} \ \dots X_{nk} \ \dots X_{nn}$	$\Delta F_{n1} \ \Delta F_{n2} \ \dots \Delta F_{nk} \ \dots \Delta F_{nn}$	Z_n	X_n

Ushbu modeldagi joriy harajatlar matritsasini koeffitsiyentlari X_{ik} , statistik modeldagi X_{ik} ga mos keladi. Tarmoqlararo ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi ΔF_{ik} esa i- chi tarmoqda ishlab chiqarilgan mahsulotning kapital mablag' sifatida k- chi tarmoq uchun yuboriladigan qismini bildiradi. Bu esa moddiy jihatdan iste'molchi tarmoqlarda xomashyo va mahsulotlar zaxirasini oshirishni anglatadi yoki ishlab chiqarish jixozlari, qurilishlari, maydonlari, transport vositalari kabilarni ko'payishiga olib keladi. Shuningdek dinamik modelda yakuniy mahsulot Z_i , i- tarmoqning shaxsiy iste'moli va ijtimoiy (jamoat) iste'moliga, ishlab chiqarishning jamg'armasiga, tugallanmagan qurilishlariga, eksport kabilarga ketadigan, sarflanadigan qismini o'z ichiga oladi. Yana shuni ta'kidlash lozimki, dinamik modelda ishlab chiqarishning kapital mablag'lar oqimi va yakuniy mahsulotlar yig'indisi (birgalikda) statistik tarmoqlararo balans modelidagi yakuniy mahsulotni tashkil etadi, ya'ni

$$\sum_{k=1}^n \Delta \Phi_{ik} + Z_i = Y_i, (i = \overline{1, n}) \quad (11)$$

va mos ravishda (2) ni

$$X_i = \sum_{k=1}^n X_{ik} + \sum_{k=1}^n \Delta \Phi_{ik} + Z_i, (i = \overline{1, n}) \quad (12)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

O'z navbatida tarmoqlararo balansning statistik modelida bo'lgani singari joriy harajatlar oqimini to'g'ri moddiy harajatlar koeffitsiyentlari yordamida tarmoqlarning yalpi mahsuloti orqali qo'yidagicha ifodalaymiz:

$$X_{ik} = a_{ik} X_k \quad (13)$$

Biroq, agar joriy harajatlar oqimi mahsulot ishlab chiqarishning miqdorini jami hajmi bilan bog'liq bo'lsa, u holda kapital mablag'lar oqimi mahsulot ishlab chiqarish hajmini oshishiga-ko'payishiga olib keladi yoki aniqroq qilib aytganda, qaralayotgan davr uchun mablag'larni qo'yilishi mahsulotni ortishiga-ko'payishiga olib keladi.

Agar qaralayotgan davr t - bo'lsa, u holda ko'paygan mahsulot ΔX_k - ni, t -davrdagi absolyut darajasi bilan oldingi ($t-1$) davrdagi ishlab chiqarishning absolyut darajalari orasidagi farq sifatida aniqlanadi, ya'ni

$$\Delta X_k = X_{kt} - X_{k,t-1} \quad (14)$$

O'z navbatida mahsulotni ko'payishi fondlarni (kapital mablag'larni-qo'yilmalarni) ko'payishiga proporsionalligini hisobga olsak, u holda

$$\Delta F_{ik} = b_{ik} \Delta X_k \quad (15)$$

bo'ladi. Bu yerda b_{ik} - proporsionallik koeffitsiyenti bo'lib, fondlarni ko'payishini – mahsulotni ko'payishiga nisbati kabi topiladi, ya'ni

$$b_{ik} = \frac{\Delta F_{ik}}{\Delta X_k} \quad (16)$$

Mazkur b_{ik} - proporsionallik koeffitsiyenti k -chi tarmoqning ishlab chiqarish quvvatini bir birlik mahsulotga oshirish (ko'paytirish) uchun i - chi tarmoqni qancha mahsuloti talab qilinishi (berilishi) kerakligini bildiradi yoki boshqacha so'z bilan aytganda k - chi tarmoqda mahsulot ishlab chiqarishni bir birlikga oshirish uchun qaratilgan fondlar sig'imini bildiradi. Shuningdek proporsionallik koeffitsiyenti b_{ik} ni kapital mablag'lar – qo'yilmalar koeffitsiyenti deb ham aytiladi va qo'yidagi formula (kvadrat matritsa) bilan topiladi:

$$[b_{ik}] = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{ik} & \dots & b_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Qo'yilmalar koeffitsiyentini matritsasi kapital mablag'larni iqtisodiy-statistik tahlil qilish, rejalashtirish uchun katta ahamiyat kasb etadi.

Kapital mablag'larni ko'proq qismi asosiy fondlarni o'stirishga yo'naltiriladi, shuning uchun dinamik modellarni ishlab chiqishda bosh e'tibor asosiy fondlarning kapital qo'yilmalariga qaratiladi.

O'z navbatida joriy harajatlar va kapital mablag'lar koeffitsiyentlari yordamida (12) tenglamani qo'yidagicha yozamiz:

$$X_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k + \sum_{k=1}^n b_{ik} \Delta X_k + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (18)$$

(18) birinchi darajali chekli ayirmali tenglamalar sistemasini tashkil etadi. Mazkur (18) tenglamani oddiy tenglamalar sistemasiga keltirish uchun ishlab chiqarishning hajmi va yakuniy mahsulot biror t- davrga tegishli a- mahsulotni ko'payishi-o'sishi esa (t - 1) davrga nisbatan taqqoslab olingan deb hisoblanishi kerak. U holda

$$X_i^{(t)} = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k^{(t)} + \sum_{k=1}^n b_{ik} (X_k^{(t)} - X_k^{(t-1)}) + Z_i^{(t)}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (19)$$

Bundan esa

$$X_i^{(t)} = \sum_{k=1}^n (a_{ik} + b_{ik}) X_k^{(t)} - \sum_{k=1}^n b_{ik} X_k^{(t-1)} + Z_i^{(t)}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (20)$$

ga ega bulamiz.

Shuningdek, aytaylik bizga o'tgan (t - 1) davrda barcha tarmoqlarni ishlab chiqarish darajasi $X_k^{(t-1)}$ miqdor va t- davrdagi yakuniy mahsulot ma'lum bo'lsin. U holda (20) ifoda n- noma'lumli n- ta chiziqli tenglamalar sistemasini tashkil etadi (yoki bu (20) ifoda t- davrdagi ishlab chiqarish darajasini ifodalaydi).

Mazkur tarmoqlararo balansning dinamik tenglamalar sistemasini yechish keyingi davrda mahsulot ishlab chikarishni oldingi davrda erishilgan mahsulot ishlab chiqarish darajasidan bog'liq holda aniqlash imkonini beradi. Davrlar orasidagi bog'lanishni esa aynan mahsulotni bir birlikga oshiruvchi kapital mablag'ni anglatuvchi-mablag'lar (qo'yilmalar) koeffitsiyenti orqali o'rnatiladi-amalga oshiriladi.

O'z navbatida diskret tahlildan uzluksiz tahlilga o'tish uchun (12) ni o'rniga qo'yidagi:

$$X_i = \sum_{k=1}^n X_{ik} + \sum_{k=1}^n \frac{d\Phi_{ik}}{dt} + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (21)$$

va (15) ifodadan

$$\frac{d\Phi_{ik}}{dt} = b_{ik} \frac{dX_k}{dt} \quad (22)$$

larga ega bo'lamiz.

Shuningdek, (12), (13), (22) lardan

$$X_i = \sum_{k=1}^n a_{ik} X_k + \sum_{k=1}^n b_{ik} \frac{dX_k}{dt} + Z_i, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (23)$$

birinchi darajali, doimiy koeffitsiyentli n- ta chiziqli differensial tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Mazkur tenglamalar sistemasini yechish uchun joriy va kapital harajatlar (mablag'lar) matritsasini koeffitsiyentlari bilan bir qatorda ayrim $t = 0$ boshlang'ich moment vaqtidagi barcha tarmoqlar bo'yicha ishlab chiqarish darajasini va yakuniy mahsulot miqdorini vaqtga ko'ra ($Z_i(t)$ funksiya ko'rinishida) o'zgarish qonuniyatlarini bilish juda muhimdir.

Yuqorida keltirilgan ma'lumotlar - bilimlar asosida (18) tenglamalar sistemasi yordamida hisoblash boshlangan momentidan (vaqtdan) boshlab istalgan uzoq vaqtga bo'lgan muddatlarga nazar nazariy jihatdan ishlab chiqarish darajasini topish - aniqlash mumkin bo'ladi. Biroq amaliyotda ancha-muncha ishonchli yalpi va yakuniy mahsulot ishlab chiqarish hajmini vaqtni funksiyasi sifatida faqat cheklangan vaqt oralig'ida olinishi mumkin.

Tayanch so'z va iboralar:

Balans (muvozanat), tarmoq, tarmoqlararo balans, hisobot va rejali balans, tarmoqlararo balansning statistik va dinamik modellari, natura, qiymat va natura-qiymat balanslari, ishlab chiqaruvchi tarmoq, iste'molchi tarmoq, ishlab chiqarish xajmi, oxirgi mahsulot, xalq xo'jaligini iqtisodiy kartasi, ishlab chiqarishni joriy (to'g'ri), chet va to'la harajatlari koeffitsiyenti matritsalarini, kapital mablag'lar oqimi, proporsionallik koeffitsiyenti (matritsasi). Diskret va uslaksiz tahlil.

Takrorlash uchun savollar:

1. Tarmoqlararo balans usulining mazmuni va uni amaliyotga tadbqiqini bilasizmi?
2. Tarmoqlararo balans modellarini qanday turlarini bilasiz?
3. Tarmoqlar bo'yicha ishlab chiqarishning hajmi, yakuniy mahsulot hajmi, to'g'ri, chet va to'la harajat koeffitsiyent lari matritsalarini aniqlash modellari va ularni iqtisodiy mohiyatini bilasizmi?
4. Tarmoqlararo balansning statistik (hisobot) va dinamik (rejali) modellarini turlari, mazmuni, tadbqiqi, ahamiyati nimalardan iborat?
5. Tarmoqlararo balansning matritsaviy modeli va uning yordamida yechiladigan masalalarni bilasizmi?
6. Fondlarni o'sishi, kapital mablag'lar oqimi, qo'yilmalar koeffitsiyenti deganda nimalarni tushunasiz?

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O. Abdullayev, T. Shodiyev "Iqtisodiy kibernetika", T.: "O'qituvchi", 1988 y.
2. A.Gershgorin, "Matematicheskoye programmirovaniye", M.: "Ekonomika", 1980 g.
3. L.L. Terexov "Ekonomiko-matematicheskoye metodi", M.: "Statistika", 1978g.
4. YU.G. Yepishin "Ekonomiko-matematicheskoye metodi i modeli v planirovaniy potrebitelskoy kooperatsii", M.: "Ekonomika", 1975, 1978gg.
5. A.G. Granberg "Dinamicheskoye modeli narodnogo xozyaystva", M.: "Ekonomika", 1985 g.

11- mavzu. DINAMIK DASTURLASHNING AMALIY MASALALARI

Reja:

1. Dinamik dasturlash haqida tushunchalar.
2. Resurslarning optimal taqsimoti.
3. Bellman funksional-ekstremal tenglamasi.
4. Dinamik dasturlash usuli.
5. Iqtisodiyotga oid ba'zi masalalarni dinamik dasturlash usuli yordamida yechish.

1. Dinamik dasturlash optimal yechimni topishning ko'p bosqichli tuzilishdagi masalalarni yechish usulidir. Dinamik dasturlash usullarini har xil turdagi matematik modellarni yechishga qo'llanilishi mumkin.

Chiziqli va chiziqli bo'lmagan dasturlash masalalarida iqtisodiy jarayonlar statik (vaqtga bog'liq bo'lmagan) holda qaraladi va optimal yechim bir bosqichda topiladi.

Iqtisodiy jarayonlar tabiiy holda bir necha bosqichlarga bo'linadi. Masalan, rejalashtirish va boshqarish jarayonlari, bu yerda bosqichlar: 3 yil, 1 yil, kvartal, oy, hafta bo'lishi mumkin. Lekin, bu usullardan vaqt qatnashmagan jarayonlarda ham foydalaniladi. Bu yerda dinamika yechilayotgan masalalarda emas, uning yechish usulidadir.

Shunday qilib, dinamik dasturlash (DD) mavzusi optimal rejalashtirish masalalari bo'lib, bunda dinamika yechimni topishda vaqtning yoki amallar ketma-ketligida ifodalanadi.

DD mohiyati shundan iboratki, masalaning optimal yechimini topish ko'p bosqichli (qadamli) jarayonga keltiriladi. Bu shundan iboratki, optimal yechimni topishda, nisbatan katta bo'lmagan, yechish osonroq bo'lgan bosqichlarga bo'linadi.

DD usullari bilan kapital mablag'larni optimal taqsimlashda zahiralardan (resurslardan) optimal foydalanishda jihozlarni optimal almashtirishda va boshqa ko'p sohalarda foydalaniladi.

DD quyidagi xususiyatlarga ega:

1) DD ko'p bosqichli jarayonning yagona yechimi emas, balki har bir davrga mos keluvchi va yakuniy manfaatni ko'zlovchi yechimlar ketma-ketligi topiladi;

2) DD masalani yechish jarayoni har bir bosqichida yakuniy maqsadni ko'zlovchi yechimni aniqlash kerak bo'ladi, ya'ni yechimlar orasida yakuniy maqsadga erishishga maksimal hissa kushuvchi yechim topilishi kerak bo'ladi.

Shunday qilib, ma'lum qadamdagi optimal yechim faqat shu qadam nuqtai nazaridan emas, balki butun jarayonning yakuniy maqsadi nuqtai nazaridan optimal yechim bo'lishi kerak. Bunday prinsip DD ning optimallik prinsipi deb ataladi.

Optimallik prinsipiga amal qilish, har bir qadamda qabul qilingan yechimni kelgusida qanday natijalarga olib kelishini e'tiborga olib borish demakdir.

$$u^t = (u_1^t, u_2^t, \dots, u_n^t)$$

vektor bilan aniklash mumkin, bu yerda u_j^t ($j = \overline{1, n}$) j korxona uchun qadamning boshida ajratilgan xom ashyo, kapital mablag' va xokazolarning miqdorini bildiradi.

Butun birlashmaning T davr ichidagi boshqarishni

$$u = (u^1, u^2, \dots, u^T)$$

vektor bilan ifodalash mumkin. Birlashmadagi korxonalar sistemasining rivojlanish dinamikasini ifodalash uchun ularning holati darajasini kursatuvchi

$$X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^T)$$

vektorni kiritamiz, bu yerda X_j^t ($t = \overline{1, T}$) t qadamning boshida sistemaning moddiy-ashyoviy, moliyaviy holati darajasini kursatuvchi vektor bo'lib, uning komponentlari korxonadagi mehnat resurslari, asosiy fondlar moliyaviy axvol darajasini kursatadi, ya'ni

$$X_i^t = (X_{i1}^t, X_{i2}^t, \dots, X_{il}^t).$$

Demak, boshqarish vektori, sistemaning T boshidagi holatini kursatuvchi vektordir, ya'ni

$$u^t = u^t(X^{t-1}).$$

Sistemaning boshlangich holati X^0 berilgan bo'ladi. Maqsad funksiya sifatida birlashmaning T davr ichida oladigan daromadlar yig'indisini ifodalovchi

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max.$$

funksiyani kiritamiz. Har bir t qadamning boshida sistemaning X^t holat darajasiga va u^t boshqarish vektoriga ma'lum bir chegaralovchi shartlar qo'yilishi mumkin. Bu shartlar sistemasi to'plamini D bilan belgilaymiz va uni mumkin bo'lgan boshqarishlar to'plami deb karaymiz.

Shunday qilib, ushbu DD masalasi kelib chiqadi:

$$u^t \in D, \tag{1}$$

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max. \tag{2}$$

(1)-(2) modelga ishlab chiqarishning dinamik modeli deb ataladi. Bunga asosan, har bir t qadamdagi u^t boshqarishni shunday aniklash kerakki, natijada sistemaning rejalashtirilayotgan davrdagi erishgan daromadlar yig'indisi maksimal bo'lgan.

DD masalasining umumiy holda qo'yilishi. Boshqarish mumkin bo'lgan jarayonni karaymiz. Bu jarayonni t ta ($t = \overline{1, T}$) bosqichga ajratish mumkin bo'lsin. Jarayonning har bir t bosqichi boshidagi holatini x_t vektor bilan belgilaymiz:

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}).$$

Jarayon davomida sistemaning holati uzgaradi. Uning x_{t-1} holatdan x_t holatga utishiga u_t boshqarish ta'sir kiladi. Demak, x_t ni x_{t-1} va u_t uzgaruvchilarning funksiyasi sifatida ifodalash mumkin, ya'ni

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t).$$

Bunda, u_t boshqarishni ixtiyoriy ravishda emas, uni mumkin bo'lgan boshqarishlar to'plamidan, ya'ni

$$u_t \in D_t$$

dan tanlash kerak. Demak, bunday aniklashlarda jarayonning butun karalayotgan davr $[0, T]$ ichidagi rivojlanishi $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{T-1}$ vektorlar ketma-ketligi orqali aniklanadi ($X_t \in \bar{X}_t$, X_t mumkin bo'lgan holatlar to'plami).

Jarayonni boshlangich X_0 holatdan sunggi X_T holatga utkazuvchi $u_1, u_2, \dots, u_T$ boshqarishlar ketma-ketligi strategiya deb ataladi. Bunday strategiyalar ichida jarayonni eng yaxshi X_T holatga utkazuvchi strategiyani tanlash kerak. Buni amalga oshirish uchun

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t)$$

maqsad funksiyani kiritamiz, bunda $Z_t(x_{t-1}, x_t)$ sistemaning x_{t-1} holatdan x_t holatga utganda hisoblanadigan va bu holatlarni solishtirishda ishlatiladigan "baholovchi" funksiyadir.

Shunday qilib, DD masalasi umumiy holda quyidagicha qo'yiladi: sistemaning boshlangich holati x_0 ma'lum bo'lganda shunday

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T)$$

strategiyani tanlash kerakki, u

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t), \quad x_t \in \bar{X}_t, \quad u_t \in D_t, \quad t = \overline{1, T} \quad (3)$$

shartlarni kanoatlantirib

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t) \quad (4)$$

funksiya ekstremal qiymatga ega bo'lsin.

3. Bellmannning funksional ekstremal tenglamasi. Birinchi qadamdagi boshqarish u_1 bo'lsin, buning natijasida jarayon x_0 holatdan x_1 holatga o'tadi va $Z_1(x_0, x_1)$ yutuq (zarar) keltiradi. Ikkinchi qadam u_2 boshqarish jarayoni x_1 holatdan x_2 holatga ko'chiradi va natijada $Z_2(x_1, x_2)$ yutuq (zarar) keltiradi va hokazo k - qadamda u_k boshqarish jarayoni x_{k-1} holatdan x_k holatga ko'chadi va $Z_k(x_{k-1}, x_k)$ yutuq (zarar) keltiradi.

Demak, jarayonni x_0 holatdan x_1 holatga ko'chirish uchun shunday $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_T)$ boshqarishni (strategiyani) tanlash kerakki, undagi $Z_T(x_0, \bar{u})$ yutuq (zarar) maksimal (minimal) bo'lsin, ya'ni

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) \rightarrow \max (\min),$$

$$Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T)$$

yig'indi ko'rinishda yozsak, DD masalasi quyidagicha ifodalanadi:

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T) \quad (5)$$

funksiya maksimumga ega bo'ladigan

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T)$$

strategiyani topish kerak. Ushbu belgilashlarni kiritamiz:

$$D_T, D_{T-1,T}, \dots, D_{1,2,\dots,T} = D$$

bu yerda DT masalaning oxirgi bosqichdagi aniqlanish sohasi, $D_{T-1,T}$ T va $T-1$ bosqichlardagi aniqlanish sohasi, $D_{1,2,\dots,T} = D$ berilgan masalaning aniqlanish sohasi bo'lsin.

Maqsadli funksiyaning oxirgi bosqichdagi optimal qiymatini $f_1(x_{T-1})$ bilan belgilaymiz:

$$f_1(x_{T-1}) = \max (\min) Z_T(x_{T-1}, u_T), \quad u_{T-1} \in D_T. \quad (6)$$

Shuningdek, T va $T-1$ qadamdagi shartli optimal qiymatini $f_2(x_{T-2})$ bilan belgilasak

$$f_2(x_{T-2}) = \max (\min) [Z_{T-1}(x_{T-2}, u_{T-1}) + f_1(x_{T-1})], \quad (7)$$

$$u_{T-2} \in D_{T-1,T}$$

bo'ladi. Xuddi shunday qilib

$$f_3(x_{T-3}) = \max (\min) [Z_{T-2}(x_{T-3}, u_{T-2}) + f_2(x_{T-2})], \quad (8)$$

$$u_{T-3} \in D_{T-2,T-1,T}$$

.....

$$f_k(x_{T-k}) = \max (\min) [Z_{T-k+1}(x_{T-k}, u_{T-k+1}) + f_{k-1}(x_{T-k+1})], \quad k = \overline{1, T-1}, \quad (9)$$

$$f_T(x_0) = \max (\min) [Z_2(x_0, u_1) + f_{T-1}(x_1)], \quad (10)$$

$$u_1 \in D$$

ega bo'lamiz. (9), (10) ifodalar optimallik prinsipining matematik ifodalanishi bo'lib, ularga Bellman funksional-ekstremal tenglamalari yoki DD ning asosiy funksional tenglamalari deyiladi. DD nazariyasiga amerikalik olim R.Bellman katta hissa qo'shdi. Asosiy funksional-ekstremal tenglamalarni ishlab chiqish, unga tegishlidir.

Funksional-ekstremal tenglamalar yordamida DD ning T bosqichdagi yechimini $T-1$ bosqichdagi yechim orqali topiladi. Shuning uchun (9), (10) ifodalarni Bellman rekurrent munosabatlari deb ham yuritiladi. Bunda dastlab oxirgi T qadamdagi u_T boshqarish topiladi. Bu boshqarish jarayonni x_{T-1} holatdan x_T holatga ko'chiradi. Demak, u_T x_{T-1} ga bog'liq bo'ladi, ya'ni

$$u_T = u_T(x_{T-1}). \quad (11)$$

(11) shartni kanoatlantiruvchi boshqarishni T bosqichdagi shartli optimal yechim deymiz. Oxirgi ikkita $T-1$ va T qadamlardagi masalaning shartli optimal yechimi

$$u_{T-1} = u_{T-1}(x_{T-2})$$

topiladi. So'ngra masalaning oxirgi uchta bosqichdagi shartli optimal yechimi

$$u_{T-2} = u_{T-2}(x_{T-3})$$

aniqlanadi va hokazo. Shunday usul bilan birinchi qadamdagi masalaga yetib boriladi va

$$u_1(x_0), u_2(x_1), \dots, u_{T-1}(x_{T-2}), u_T(x_{T-1})$$

shartli optimal yechimlar ketma-ketligi hosil qilinadi. Keyin bu jarayonni oldingiga nisbatan teskari yo'nalishda, ya'ni birinchi bosqichdan-yakuniy bosqichga tomon yana bir takrorlab, har bir bosqichdagi optimal $u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*$ boshqarish aniqlanadi.

4. Dinamik dasturlash usuli. T bosqichli masalani yechish jarayonini qaraymiz. Oldin jarayonni teskari yo'nalishda ya'ni x_{T-1} dan x_0 ga tomon tahlil qilamiz. Buning uchun T bosqich uchun funksional-ekstremal tenglamani tuzamiz, bu tenglama (6) ko'rinishda bo'ladi. T bosqichning boshida jarayon $x_{T-1,1}, x_{T-1,2}, \dots, x_{T-1,k}$ holatlarda bo'lishi mumkin. Sodda uchun butun sonli $x_{T-1,k} \in x_{T-1}$ holatlarni qaraymiz. Bu holatlarning har biri uchun T bosqichdagi shartli optimal $u_{T,1}, u_{T,2}, \dots, u_{T,k}$ yechimlar (12) va ularga mos keluvchi

$$Z_{T,1}, Z_{T,2}, \dots, Z_{T,k} \quad (13)$$

daromad (zarar) lar topiladi. (12) yechimlar orasida $f_1(x_{T-1})$ funksiyaga maksimum (minimum) qiymat beruvchi va u^* optimal strategiyaning tarkibiga kiruvchi u_T^* yechim bo'ladi. Shunday qilib, oxirgi qadam optimallasadi, ya'ni bu qadamning boshida jarayon qanday bo'lishidan kat'iy nazar qabul qilinadigan yechim aniqlanadi.

Keyin $T-1$ o'tiladi. Bu qadam uchun funksional-ekstremal tenglama (7) ko'rinishda bo'ladi. Bu qadamda ham, yukoridagidek har bir mumkin bo'lgan $x_{T-2,k} \in x_{T-2}$ holat uchun mumkin bo'lgan $u_{T-k,k} \in D_{T-1}$ yechim va unga mos keluvchi $Z_{T-1,k}$ daromad (zarar) topiladi. Sungra $Z_{T-1,k} + f_1$ yig'indilarni o'zaro solishtirib, har bir $x_{T-2,k}$ holatga mos keluvchi yig'indini, shu bilan unga mos keluvchi shartli optimal yechim $u_{T-1,k}$ topiladi. Bu yechimlar orasida $f_2(x_{T-2})$ funksiyaga ekstremal qiymat beruvchi va optimal u^* strategiyaning tarkibiga kiruvchi u_{T-1}^* yechim bo'ladi.

Bu usulni davom ettirib, jarayonning birinchi qadamiga yetib kelamiz. Bu qadamda jarayon faqat bitta aniq holatda bo'lishi mumkin. Shuning uchun

birinchi qadamda oldingi bosqichlarda topilgan barcha shartli optimal yechimlarni nazarga oluvchi va x_0 holatga mos keluvchi optimal yechim topiladi.

Shunday qilib, hamma mumkin bo'lgan holatlar uchun ketma-ket $f_1, f_2, \dots, f_{T-1}, f_T$ funksiyalarning qiymatlari va turli bosqich va holatlarga tegishli yechimlar, shu jumladan u^* optimal strategiyaning tarkibiga kiruvchi optimal $u_T^*, u_{T-1}^*, \dots, u_1^*$ yechimlar topiladi. Bu yechimlar asosida tuzilgan u^* strategiya $f_T(x_0)$ funksiyaga ekstremal qiymat beradi. Optimal

$$u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_{T-1}^*, u_T^*)$$

strategiyani aniqlash uchun jarayonni to'g'ri yo'nalishda (x_0 dan x_{T-1} ga tomon) yana bir tekshirib chiqiladi. Bunda, eng avval aniq boshlang'ich x_0 holatdan va topilgan $f_T(x_0)$ funksiyaning qiymatidan foydalanib, u_1^* topiladi. Keyin u_1^* va $f_{T-1}(x_1)$ orqali u_1^* topiladi va hokazo. Eng oxirida u_{T-1}^* va $f_{T-1}(x_1)$ orqali u_T^* topiladi.

5. Dinamik dasturlash usullari bilan yechiladigan iqtisodiy masalalar. 1) Samolyot yoqilg'isi harajatining minimumini topish masalasi [7, 238 bet]. N_0 balandlikda va V_0 tezlik bilan harakatlanayotgan samolyot Nk balandlikka ko'tarilib, Vk tezlikka ega bo'lishi kerak bo'lsin.

Samolyotning biror N_1 balandlikdan N_2 balandlikka o'tishi uchun ketadigan yoqilg'i harajati ma'lum, bunda tezlik o'zgarmas, hamda V_1 tezlikdan ixtiyoriy V_2 tezlikka o'tishi uchun ham ketadigan yoqilg'i harajati ma'lum, bu holda balandlik o'zgarmas.

Samolyotni boshqarishning shunday optimal rejasini tuzish kerakki, yoqilg'i uchun ketgan harajat minimal bo'lsin.

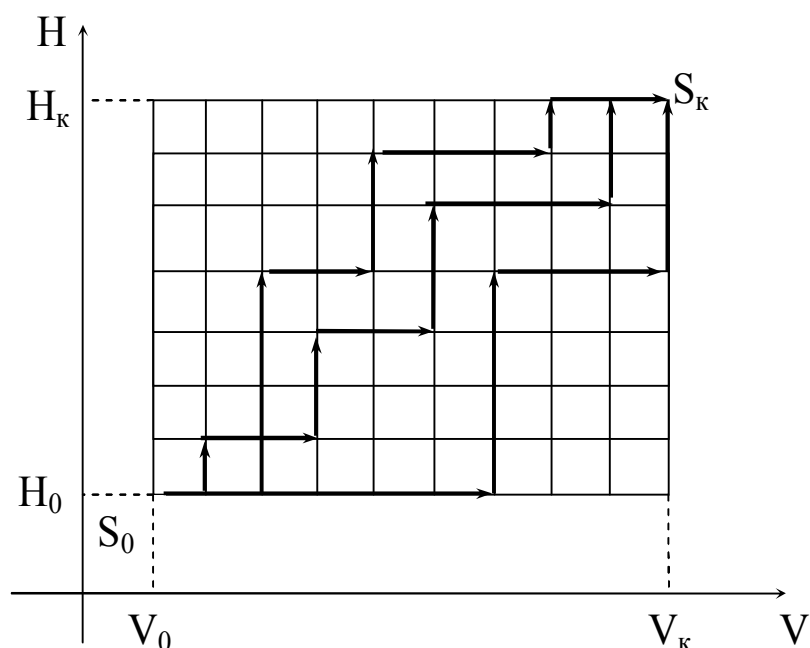
Yechish. S sistemaning holati ikkita parametrga: V tezlik va N balandlikka bog'liq. Sistemani VOH koordinatlar tekisligida ifodalash mumkin. $V=V_0$, $V=V_k$ va $N=N_0$, $N=Nk$ chiziklar bilan chegaralangan to'g'ri to'rtburchakni qaraymiz.

$S_0(V_0, H_0)$ sistemaning boshlang'ich $Sk(Vk, Hk)$ uning yakuniy holati bo'lsin. masala yechimini DD usuli bilan yechish uchun $Nk-N_0$ kesmani, n_1 , (Vk, V_0) kesmani n_2 teng bo'laklarga ajratamiz. Har bir bosqichda samolyot yoki

$$\Delta H = \frac{H_k - H_0}{n_1} \text{ balandlikka, yoki } \Delta V = \frac{V_k - V_0}{n_2} \text{ tezlikka ega bo'lishi mumkin.}$$

Ma'lumki, yechimlar siniq chiziqlar to'plamidan iborat bo'ladi.

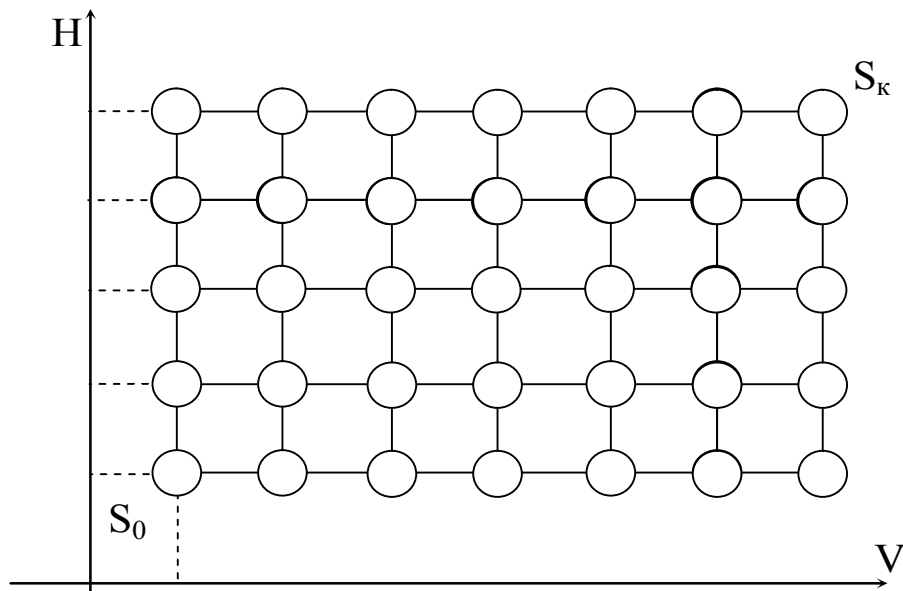
Maqsad shundan iboratki siniq chiziqlar to'plamidan shundayini tanlash



1-chizma

kerakki, V yoqilg'i sarfi minimum bo'lsin. Bunday masalani yechishda hamma siniq chiziqlar bo'yicha sarflarni hisoblab, ulardan eng kichigini olish mumkin. Lekin n_1 va n_2 lar katta bo'lganda, bu hisoblashlar katta murakkablikka olib keladi. Kompyuterning ham katta vaqtini oladi.

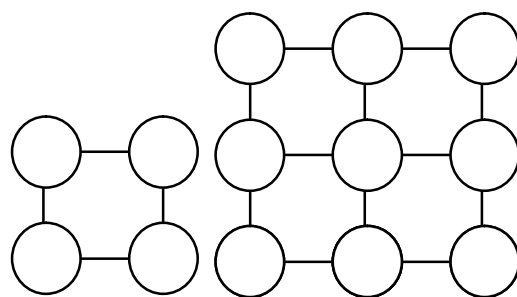
Bunday masalalar DD usullari yordamida tezroq va oddiy yechiladi. Quyidagi muayyan masalani karaymiz: Masala sharti 2-chizmada berilgan.



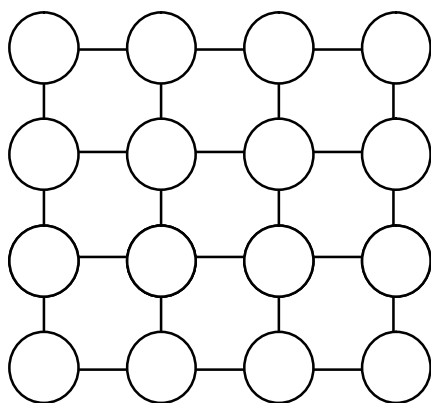
2-chizma.

$n_1=4$, $n_2=6$, $k=4+6=10$ bosqichdan iborat.

Optimallashtirishni S_{10} oxirgi bosqichdan boshlaymiz. Buni aloxida olib karaymiz.



3-chizma

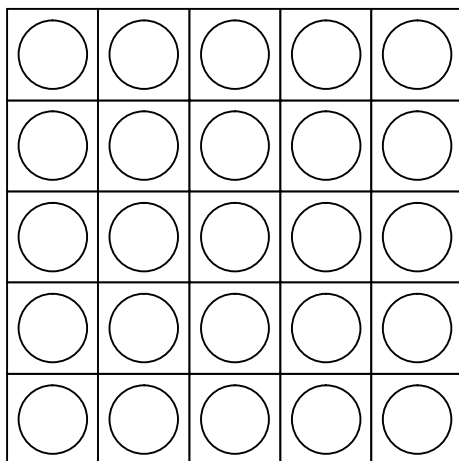


4-chizma

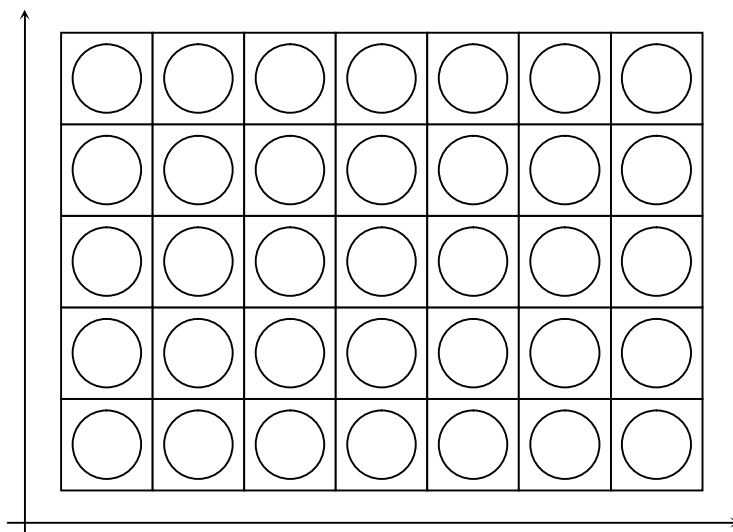
5-chizma

S_{10} holatga A_1 va A_2 nuqtalarning bittasi orqali kelish mumkin. Oxirgi qadamda samolyot A_1 ga kelgan bo'lsa S_{10} holatga utish uchun u faqat tezlikni oshiradi va bunga 8 birlik yoqilg'i ketadi. Samolyot A_2 nuqtaga kelgan bo'lsa, balandlikni oshirib, 11 birlik yoqilg'i sarflab S_{10} holatga keladi. Shartli optimal boshqarishni milli chiziq (strelka) bilan belgilab qo'yamiz (3-chizma). Shunday qilib oxirgi qadam rejalashtirildi. Endi 9-qadamga o'tamiz. Bunda A_1 va A_2 nuqtalarga keladigan hamma hollarni qaraymiz. Bu nuqtalarga V_1 , V_2 va V_3 holatlardan kelishi mumkin (4-chizma). V_1 nuqtadan tanlash yo'q, ya'ni samolyot bu nuqtada bo'lsa, faqat tezlikni oshiradi va $9+8$ birlik yoqilg'i sarflab S_{10} nuqtaga keladi. V_2 nuqtadan S_{10} ga A_1 yoki A_2 nuqtalar orqali o'tish mumkin. Bunda A_1 orqali kelsa $10-8=18$, A_2 orqali kelsa, 24 birlik yoqilg'i sarflaydi, bundan kichigini tanlab, strelka qo'yamiz. 8-qadamda S_{10} holatga S_1 , S_2 , S_3 , S_4 nuqtalar orqali kelish mumkin, bunda S_1 , S_4 nuqtalardan kelishda tanlash yo'q. S_2 nuqtadan o'tishda $8+10+7=25$, $8+9+8=25$ ikki holatda ham 25 birlik yoqilg'i sarflanadi. S_3 nuqtadan kelsa $8+10+10=28$ yoki $11+13+10=34$, $12+11+11=34$ bo'lib, eng kichigi 28 birlik yoqilg'i sarflanadi. Har bir nuqta orqali S_{10} ga o'tishda sarflarning eng kichigini doiralarga yozib qo'yamiz (5-chizma). Endi 7-qadamga o'tamiz va hokazo (6-chizma).

Bu jarayonni davom ettirib, S_0 holatga kelamiz va minimum sarf 88 birlik yoqilg'i sarf bo'ladi. 7-chizmadan ko'rinadiki, optimal boshqarish yagona bo'lmasligi ham mumkin. Chizmada bu rejalar qalinroq chiziq bilan ko'rsatilgan.



6-chizma.



7-chizma.

Shunday qilib, optimal boshqarish rejasi quyidagicha bo'ladi: 1-qadamda tezlikni, 2-qadamda balandlikni, 3-qadamda tezlikni, 4-qadamda yana tezlikni, 5-qadamda ham tezlikni, 6-8 qadamlarda balandlikni 9-10 qadamlarda tezlikni oshirib S_{10} holatga kelish mumkin. 8-qadamda balandlikni oshirmasdan tezlikni, 9-qadamda balandlikni va 10-qadamda tezlikni oshirib ham S_{10} holatga kelish mumkin. Ikkala holda ham minimum harajat 88 yoqilg'i birligi bo'ladi.

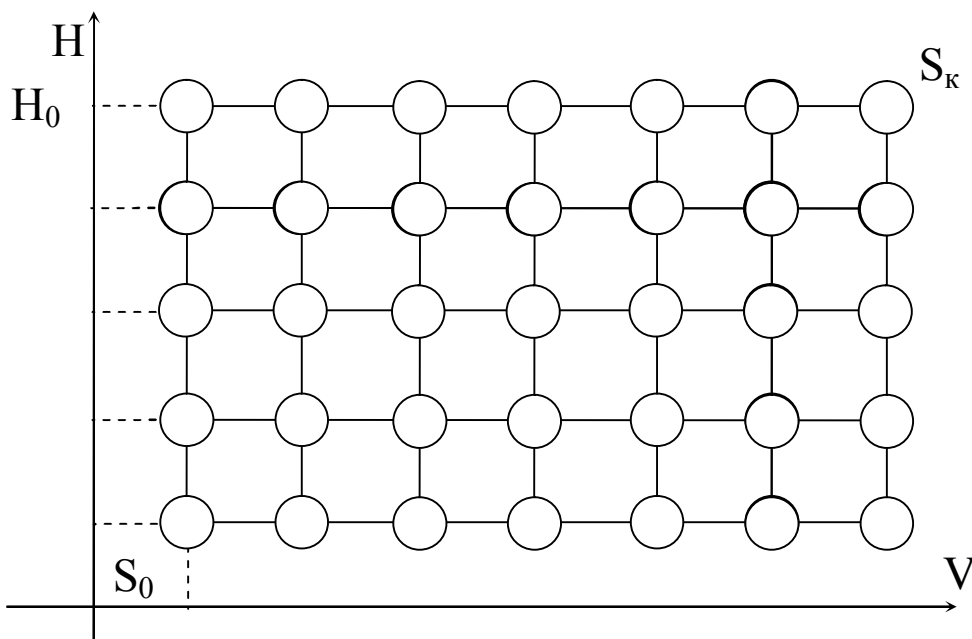
Qaralgan masalada, bir vaqtning o'zida tezlik va balandlikni ham oshirish hisobiga olinmaganligi uchun masalani yechish oddiylashdi. Birdaniga tezlikni va balandlikni oshirilsa, harakat diagonal bo'yicha bo'ladi. Bu holda tanlash ko'payadi yechish mazmuni oldingiga o'xshash bo'ladi. Bunga misol qilib 8-chizmadagi masalani ko'rsatish mumkin.

2) Endi Bellman funksional-ekstremal tenglamalari usuli tatbiqi sifatida iqtisodiyotga oid ushbu resurslarni optimal taqsimlash masalasini qaraymiz: x miqdordagi mablag'ni, ikkita bir xil bo'lmagan korxona rivojiga sarflash kerak bo'lsin.

Birinchi korxonaga u miqdorda mablag' sarflansa, ikkinchisiga $x-u$ mablag' sarflanadi va mos ravishda $g(y)$ va $h(x-y)$ foyda oladi. y - miqdorni

shunday tanlash kerakki, umumiy V foyda maksimal bo'lsin. Bu masalani analitik usulda

$$W_1(x, y) = g(y) + h(x - y) \quad (1)$$



8-chizma

funksiyaning $y \in [0, x]$ uchun maksimum qiymatini topishga keltiriladi.

g va h , $x \geq 0$ qiymatlar uchun uzluksiz funksiyalar bo'lsa, (1) funksiya maksimum qiymatga albatta, ega bo'ladi. Demak, $V_1(x, y)$ funksiyaning maksimal qiymati bir bosqichli jarayonning mumkin bo'lgan maksimal qiymatini ifodalaydi. Bunda foydaning o'lchov birligi, x - mablag'ning o'lchov birligidan farq qilishi mumkin (masalan, x pul birligi, $g(y)$ esa u mablag'ga sotib olingan uskunalarni o'rnatish bilan inson mehnati iqtisodi bo'lishi mumkin).

Ikki bosqichli jarayonni qaraymiz. Faraz qilaylik, $g(y)$ foyda olish uchun zarur bo'lgan harajat, boshlang'ich miqdori ay miqdorgacha kamaysin, bunda $0 \leq a < 1$ o'zgarmas son. Shunga uxshash $h(x-y)$ miqdorda foyda olish uchun zarur bo'lgan harajat miqdori boshlang'ich $(x-u)$ mablag' miqdori $b(x-y)$ gacha $0 \leq b < 1$ kamayadi. Shunday qilib, jarayonning bir bosqichi natijasida mablag' qoldig'i

$$ay + b(x - y)$$

ni tashkil etadi. $ay + b(x - y)$ qolgan mablag'ni qayta taqsimlaymiz,

$$x_1 = y_1 + (x_1 - y_1)$$

bunda $0 \leq y_1 \leq x_1$. Bu taqsimlash natijasida $g(y_1) + h(x_1 - y_1)$ daromad olinadi. Umumiy daromad

$$W_2(x, y, y_1) = g(y) + h(x - y) + g(y_1) + h(x_1 - y_1)$$

bo'ladi. Bu ikki o'zgaruvchili funksiyaning $0 \leq y \leq x$ va $0 \leq y_1 \leq x_1$ shartlarda maksimumini topish bilan ikkinchi bosqichdagi umumiy maksimal daromad olinadi.

harakterlovchi o'zgaruvchi; $f_N(x)$ - kriteriyaning natijaviy qiymati; y_N - boshqaruvchi o'zgaruvchi, uning tanlanishiga qarab kriteriyaning natijaviy qiymati o'zgaradi; $g_N(y_N)$ kriteriyaning N bosqichda y_N ning optimal tanlanishiga qarab ($0 \leq y_N \leq x$) topilgan qiymati; $f_{N-1}(x - y_N)$ - $(N-1)$ bosqichdagi kriteriyaning natijaviy qiymati.

N bosqichda $y_N = y_N^*$ optimal boshqarish tanlangan bo'lsin. $(N-1)$ bosqichdagi holat ushbu tenglama bilan ifodalanadi:

$$f_{N-1}(x - y_N^*) = \max_{0 \leq y_{N-1} \leq x - y_N^*} [g_{N-1}(y_{N-1}) + f_{N-2}(x - y_N^* - y_{N-1})]. \quad (8)$$

Endi bu funksional-ekstremal tenglamalar usuliga sonli misol qaraymiz.

Ma'lumki, resurslardan olinadigan umumiy (jami) daromad, mablag'ning boshlang'ich miqdori x va N bosqichlar soniga bog'liq. x mablag'ni u va $x-u$ miqdorlarda taqsimlash natijasida k - yilda $g_k(x, y)$ daromad olinib, $r_k(x, y)$ mablag' qoldig'i qoldi, deylik. Shunday boshqarishni tanlash zarurki, N - bosqichli jarayonda olinadigan umumiy daromad maksimum bo'lsin. $g_k(x, y)$ va $r_k(x, y)$ funksiyalar uzluksiz bo'lsin, bu yerda $x \geq 0, 0 \leq y \leq x, 0 \leq r_k(x, y) \leq ax, a \leq 1, k = 1, 2, \dots$. $f_{kN}(x)$ - N bosqichli jarayonning umumiy daromadi. Bir bosqichli, ya'ni $N=1$ uchun

$$f_{k1}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_k(x, y)$$

$N \geq 2$ bo'lganda

$$f_{kN}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1, N-1}[r_k(x, y)]\}$$

bo'ladi. $k=N$ uchun

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_N(x, y), \quad (9)$$

va $k = N-1, N-2, \dots, 2, 1$ uchun

$$f_k(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1}[r_k(x, y)]\}. \quad (10)$$

Misol. Ikkita I va II tarmoqlarni rivojlantirish uchun 5 yilga x mablag' ajratilgan. U miqdordagi mablag'ni I tarmoqqa sarflasak, bir yilda $\varphi(y) = y^2$ daromad olish mumkin va uning miqdori $\phi(y) = 0,75y$ ga kamayadi. $(x-u)$ miqdordagi mablag'ni II tarmoqqa sarflab, bir yilda $\xi(x-y) = 2(x-y)^2$ daromad olish mumkin va u $\rho(x-y) = 0,3(x-y)$ ga kamayadi.

Ajratilgan mablag'ni rejalashtirilayotgan davrga tarmoqlararo shunday taqsimlash kerakki, olinadigan umumiy daromad maksimal bo'lsin.

Yechish. rejalashtiriladigan 5 yilni, 5 ta bosqichga ajratamiz, ya'ni $N=5, K=1, 2, 3, 4, 5$ bo'lsin.

Optimal yechimni aniqlashni 5 bosqichidan boshlaymiz, bu bosqich boshida x_4 qolgan mablag'ni taqsimlash kerak bo'ladi. Bunga mos u_5 ning optimal qiymatini topish kerak. (9) tenglamalar tarkibidagi ifodani tuzamiz:

$$g_5(x_4, y_5) = \varphi(y_5) + \xi(x_4 - y_5) = y_5^2 + (x_4 - y_5)^2;$$

$$-f_5(x_4) = \max_{0 \leq y_5 \leq x_4} [y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2].$$

$y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2$ funksiyaning $0 \leq y_5 \leq x_4$ oraliqdagi maksimum qiymatini topaylik. Zaruriy shartga asosan, $2y_5 - 4(x_4 - y_5) = 0$ bundan $y_5 = \frac{2}{3}x_4$.

Ikkinchi tartibli hosilani topamiz:

$$g_5''(x_4, y_5) = 2 + 4 > 0; \quad y_5 = \frac{2}{3}x_4$$

minimum nuqtasi bo'lib, $g_5(x_4, \frac{2}{3}x_4) = \frac{2}{3}x_4^2$. Funksiyaning $[0, x_4]$ kesmaning chetki nuqtalaridagi qiymatini hisoblaymiz:

$$y_5 = 0 \text{ bo'lganda, } g_5(x_4, y_5) = 2x_4^2$$

$$y_5 = x_4 \text{ bo'lganda, } g_5(x_4, y_5) = x_4^2$$

$2x_4^2 > x_4^2 > \frac{2}{3}x_4^2$ bo'lganligi uchun $g_5(x_4, y_5)$ funksiya $[0, x_4]$ kesmada $u=0$ bo'lganda eng katta qiymatga ega bo'lib, $u_5=0$ bo'lganda $f_5(x_4) = 2x_4$.

Shunday qilib, oxirgi bosqich boshidagi qolgan mablag'ni II tarmoqqa sarflansa, eng katta daromad olinadi.

(10) tenglamadan foydalanib 4, 3, 2, 1 bosqichlardagi mablag'larni ketma-ket taqsimlashning optimal qiymatini topiladi:

4-bosqich uchun

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{g_4(x_3, y_4) + f_5(x_4)\} = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4) + 2x_4^2\}$$

bo'lib, bunda x_3 4-bosqich boshidagi qolgan mablag', 4-bosqichda I tarmoq uchun u_4 mablag' sarflansa, $(x_3 - u_4)$ II tarmoqqa sarflanadi, ya'ni

$$x_4 = 0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4).$$

x_4 ning x_3, u_4 orqali ifodasini tenglamaga qo'yib

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2\}$$

4-bosqich tenglamasi hosil bo'ladi. Qavs ichidagi ifodaning

$$Z_4 = y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2$$

$[0, x_3]$ kesmadagi eng katta qiymatini hisoblaymiz:

$$\frac{\partial Z_4}{\partial y_4} = 2y_4 - 4(x_3 - y_4) + 4[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)](0,75 - 0,3);$$

$$6,81y_4 - 3,46x_3 = 0, \quad y_4 \approx 0,5x_3;$$

$$\frac{\partial^2 Z_4}{\partial y_4^2} = 6,81 > 0; \quad Z_4(0,5x_3) \approx 1,3x_3.$$

Demak, $u_4=0,5x_3$ minimum nuqtasi bo'ladi. Z_4 funksiyaning $[0, x_3]$ kesmaning chetki nuqtalaridagi qiymatini hisoblaymiz.

$u_4=0$ bo'lganda, $Z_4 = 2,18x_3^2$,

$u_4=x_3$ bo'lganda, $Z_4 = 2,125x_3^2$,

$2,18x_3^2 > 2,125x_3^2 > 1,3x_3^2$ bo'lganligi uchun Z_4 funksiya $[0, x_3]$ kesmada $u_4=0$ bo'lganda eng katta $Z_4 = 2,18x_3^2$ qiymatga ega bo'ladi. Shunday qilib, 4-bosqich boishda qolgan hamma mablag'ni II tarmoqqa sarflansa eng katta daromadga ega bo'ladi.

3-bosqich uchun funksional tenglamani yozamiz:

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{g_3(x_2, y_3) + f_4(x_3)\} = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{y_3^2 + 2(x_2 - y_3) + 2,18x_3^2\},$$

bu yerda x_2 - 3-bosqich boshidagi qoldiq mablag' bo'lib, uning u_3 qismini I tarmoqqa sarflasak, II tarmoqqa $x_2 - u_3$ qismi sarflanadi, ya'ni

$$x_3 = 0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3).$$

Bu bosqich tenglamasida x_3 ni x_2 va u_3 orqali ifodasi bilan almashtirsak

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{y_3^2 + 2(x_2 - y_3)^2 + 2,18[0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3)]^2\}$$

hosil bo'ladi. Bu funksiyaning $[0, x_2]$ kesmadagi eng katta qiymati $u_3=x_2$ nuqtada bo'lib, $f_3(x_2) = 2,23x_2^2$ bo'ladi. Xuddi 5, 4, 3 bosqichlardagidek 2 bosqich uchun

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \{y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23x_2^2\}$$

tenglamani hosil qilib

$$x_2 = 0,75y_1 + 0,3(x_1 - y_2)$$

ni bu tenglamaga qo'ysak

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \{y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23[0,75y_2 + 0,3(x_1 - y_2)]^2\}$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu funksiyaning $[0, x_1]$ kesmadagi eng katta qiymati $u_2=x_1$ nuqtada bo'lib, $f_2(x_1) = 2,25x_1^2$ bo'ladi. Endi birinchi bosqich uchun funksional tenglamani tuzamiz:

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \{y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25x^2\}$$

yoki

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \{y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25[0,75y_1 + 0,3(x - y_1)]^2\}.$$

Oxirgi funksiyaning $[0, x]$ kesmadagi eng katta qiymati $u_1=x$ nuqtada bo'lib, $f_1(x) = 2,27x^2$ bo'ladi. Demak, birinchi bosqichda eng katta daromadga erishish uchun hamma mablag'ni I tarmoqqa sarflash kerak ekan.

Shunday qilib, eng katta daromad olish uchun ajratilgan mablag'ni birinchi uch yilda hamma mablag'ni I tarmoqqa, keyingi 2 yilda kolgan mablag'ni II tarmoqqa taqsimlash kerak bo'ladi. Demak, birinchi yil boshida

hamma mablag'ni I tarmoqqa qo'yiladi va u yil oxirida $0,75x$ gacha kamayadi. Qolgan $0,75x$ mablag'ni 2-yil boshida yana I tarmoqqa qo'yiladi va yil oxirida $0,75 \cdot 0,75 = 0,56x$ gacha kamayadi. Uchinchi yil boshida $0,56x$ mablag'ni yana I tarmoqqa qo'yiladi hamda yil oxirida $0,75 \cdot 0,56 = 0,42x$ gacha kamayadi. 4-yil boshida $0,42x$ mablag'ni II tarmoqqa qo'yiladi va yil oxirida $0,3 \cdot 0,42x = 0,126x$ gacha kamayadi. 5-yil boshida $0,126x$ mablag'ni II tarmoqqa qo'yiladi va u yil oxirida $0,3 \cdot 0,126x = 0,038x$ bo'ladi. Bunday taqsimlash bilan 5 yilda optimal daromad $f(x) = 2,27x^2$ bo'ladi.

Mavzuning tayanch tushunchalari

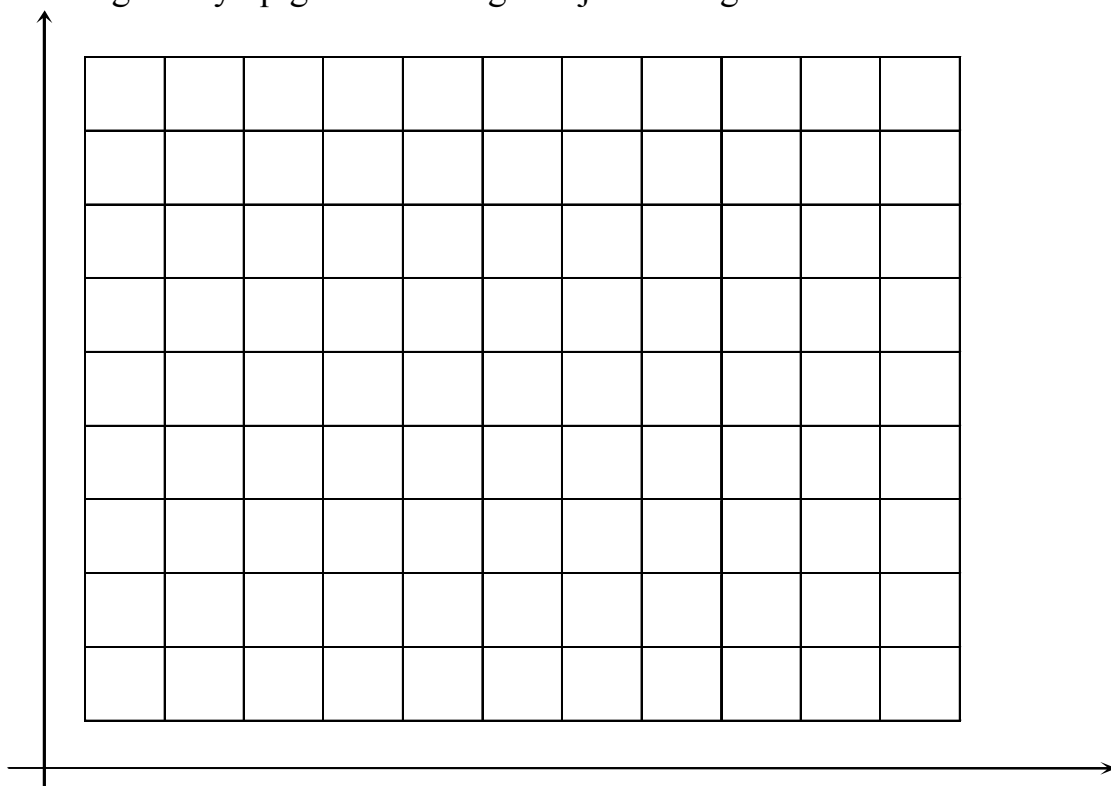
Dinamik dasturlash, ko'p bosqichli tuzilish, optimallik prinsipi (qoidasi), resurslarning optimal taqsimoti, boshqariluvchi jarayon, sistemaning holati, ishlab chiqarishning dinamik modeli, boshqarish strategiyasi, Bellman funksional ekstremal tenglamasi, optimallik prinsipining matematik modeli, rekurrent munosabatlar, dinamik dasturlash usuli, shartli optimal yechim, DD usuli bilan yechiladigan iqtisodiyot masalalari, Bellman funksional-ekstremal tenglamalari bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalar.

Takrorlash uchun savollar

1. Dinamik dasturlash qanday usul?
2. Dinamik dasturlash bilan qanday masalalar yechiladi?
3. Iqtisodiyotda bosqich deb nimalarni olish mumkin?
4. Dinamik faqat vaqtga bog'liqmi?
5. Dinamik dasturlashda dinamika nimada ifodalanadi?
6. Dinamik dasturlashning mohiyati nimada?
7. Dinamik dasturlash usullari bilan qanday masalalarni yechish mumkin?
8. Dinamik dasturlash qanday xususiyatlarga ega?
9. Optimallik prinsipi nima?
10. Resurslarning optimal taqsimoti masalasi nimadan iborat?
11. Ishlab chiqarishning boshqarilishiini nimadan iborat deb bilasiz?
12. DD masalasi umumiy holda qanday qo'yiladi?
13. Strategiya nima?
14. Bellman funksional-ekstremal tenglamasi nimadan iborat?
15. Bellman rekurrent munosabatlari nima?
16. Rekurrent munosabatlarda yechim nimadan boshlab topiladi?
17. Dinamik dasturlash usuli nimadan iborat?
18. Shartli optimal yechim nima?
19. DD usullari bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalarga misollar keltiring.
20. Bellman funksional-ekstremal tenglamalari usuli bilan yechiladigan iqtisodiyotga oid masalalarga misollarkeltiring.
21. Resurslarni optimal taqsimlashda Bellman funksional tenglamalari-dan foydalansa bo'ladimi?

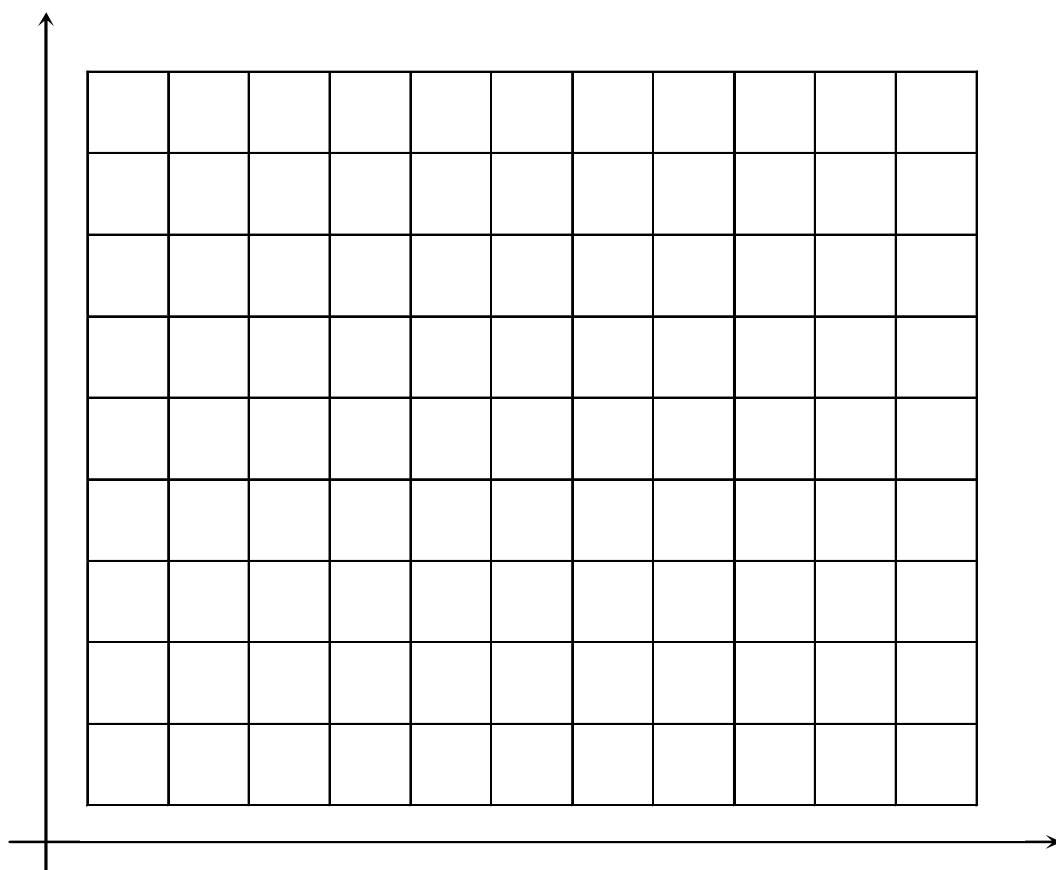
Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. 9-chizmada berilgan shartlar bo'yicha samolyotni boshqarish jarayonida eng kam yoqilg'i sarflanadigan rejani tuzing.



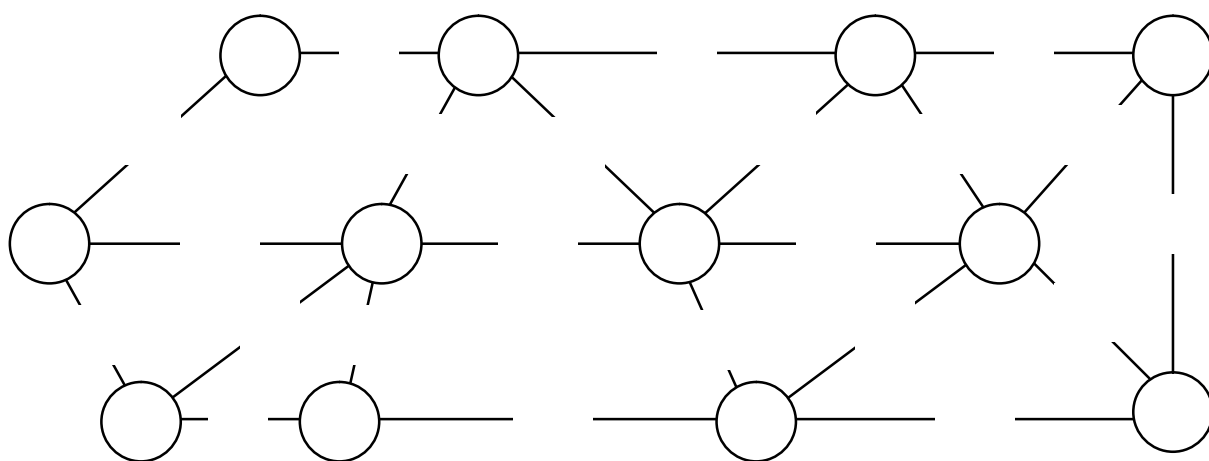
9-chizma

2. 10-jadvalda berilgan shartlar bo'yicha samolyotni boshqarish jarayonida eng kam yoqilg'i sarflanadigan rejani tuzing.



10-chizma.

3. 11-chizma doiralarida raqamli aholi punktlari, ularni bog'lovchi to'g'ri chiziqdagi sonlar ular orasidagi masofalar bo'lsa 1 aholi punktidan 8 punktgacha eng qisqa yo'lni toping.



11-chizma.

4. 11-chizmada 2, 3, 5 punktlardan 8 punktgacha eng qisqa masofali yo'llarni ko'rsating.

5. Ikkita K_1 va K_2 korxonalarining ishini 4 yillik davrga rejalashtirilayotgan bo'lsin. $Z_0=1000$ birlik mablag'ni K_1 va K_2 korxonalar

o'rtasida, yillar bo'yicha shunday taqsimlash kerakki, rejalashtirilayotgan davrda olingan jami daromad maksimal bo'lsin. Daromad va qoldiq funksiyalari 1-jadvalda berilgan:

1-jadval.

<i>Korxonalar</i>	<i>i-yilga ajratilgan mablag'</i>	<i>Funksiyalar</i>	
		<i>Daromad</i>	<i>Qoldiq</i>
K_1	x_i	$(3-0,002x_i)x_i$	$0,06x_i$
K_2	y_i	$(2-0,001y_i)y_i$	$0,8y_i$

Adabiyotlar

1. Abramov L.M., Kapustin V.F. Matematicheskoye programmirovaniye. Teoriya vipuklogo programmirovaniya. Izd-vo: «SPbGU», 2001 g., 264 str.
2. Kostevich L.S. Matematicheskoye programmirovaniye. Izd-vo: Novoye znaniye, 2003 g., 214 s.
3. Korobov P.N. Matematicheskoye programmirovaniye i modelirovaniye ekonomicheskix protsessov, Izd-vo: DNK, Seriya: Klassicheskoye obrazovaniye, 2003 g., 376 str.
4. Kuznesov A.V., Sakovich V.A., Xolod N.I. Visshaya matematika. Matematicheskoye programmirovaniye, Izd-vo: Visheyshaya shkola, 2001 g., 352 str.
5. Karmanov V.G. Matematicheskoye programmirovaniye. Uchebnoye posobiye, Izd-vo: FIZMATLIT, 2001 g., 264 str.
6. Safayeva Q., Beknazarova N. Operatsiyalarni tekshirishning matematik usullari. 2-qism, -Toshkent: 1990.
7. Kuznesov Yu.N. i dr. Matematicheskoye programmirovaniye: Uchebnoye posobiye. – M.: Visshaya shkola. 1980. -300s.

12-mavzu. Tovar zaxiralarini boshqarish modellari

Reja:

12.1. Tovar zaxiralarini boshqarishning ahamiyati va vazifalari

12.2. Bir turdagi joriy tovar zaxiralarini boshqarish modellari. Vilson formulasi

12.3. Kup turdagi tovar zaxiralarini boshqarishning matematik modellari

12.4. Sug'urtali tovar zaxiralarini boshqarish modellari

12.1. Tovar zaxiralarini boshqarishning ahamiyati va vazifalari

Amaliyotda xo'jalik ishlab chiqarish faoliyatini bir maromda amalga oshirishni ilmiy asosda tashkil etish uchun sanoat, savdo, tayyorlov, umumiy ovqatlanish va boshqa korxonalarda ma'lum miqdordagi moddiy tovar zaxiralari tuplanadi va saqlanadi. Chunki omborxonalarda zaxiralarni kerakli miqdordan kam yoki ko'p hajmda saqlanishi korxona uchun iqtisodiy zarar yetkazishi mumkin. Masalan, omborlarda keragidan ko'p miqdorda zaxiralarni saqlanishi xalq xo'jaligini oborot vositalarini aylanishini sekinlashishiga sabab bo'ladi hamda u ortiqcha tovar zaxiralarini saqlanishi korxonani qo'shimcha harajatlarni sarflashiga keltiradi. Ikkinchi tomondan, ushbu korxonadagi ortiqcha zaxiralar bir vaqtning o'zida boshqa korxonalarda yetishmasligi natijasida ishlab chiqarish jarayonlarida uzulishlar bo'lishiga sabab bo'lishi mumkin. Alohida hollarda esa xom-ashyolarni yetarli miqdorlarda bo'lmasligi hatto ishlab chiqarishni to'xtatilishiga, iste'molchilarni talabini qondirilmazligiga ham sabab bo'lishi mumkin.

Shuning uchun tovar zaxiralarini saqlashni to'g'ri va ilmiy jihatdan normalashtirish katta ahamiyatga egadir.

Shu boisdan tovar zaxiralarini saqlash ko'rsatkichlarini rejalashtirish-optimalashtirish bu iqtisodiy-tashkiliy tadbirlar majmuidan (kompleksidan) iboratdir. Ushbu muammo-kompleksning asosiy vazifasi zaxiralarni saqlashning normalashtirish (me'yorlashtirish) ni iqtisodiy matematik modelashtirish va usullari asosida zamonaviy kompyuterlardan foydalanib amalga oshirib qachon, qancha miqdorda, umumiy harajatlari eng kichik miqdorda bo'ladigan u yoki bu tovar zaxiralarini olish samarali ekanligini aniqlab berishdan iboratdir.

O'z navbatida iqtisodiy matematik usullar yordamida aniqlangan zaxiralar miqdori ishlab chiqarish ehtiyojini ta'minlash va ortiqcha katta miqdordagi zaxiralarni saqlashga mablag' sarf qilmaslik imkonini beradi.

Zaxiralarni saqlashni boshqarish nazariyasi, usullari iqtisodiyotni turli tarmoqlari bilan bir qatorda juda ko'p miqdorda oziq-ovqat va turli tovar zaxiralariga ega bo'lgan savdo, tijorat, umumiy ovqatlanish korxonalari, tayyorlov idoralari kabi sohalarda keng qo'llanilishi mumkin.

Odatda, amaliyotda eng avvalo joriy tovar zaxiralari normalanadi. Joriy tovar zaxiralarini normalash esa qo'yidagi kabi tadbirlarni bajarish bilan amalga oshiriladi:

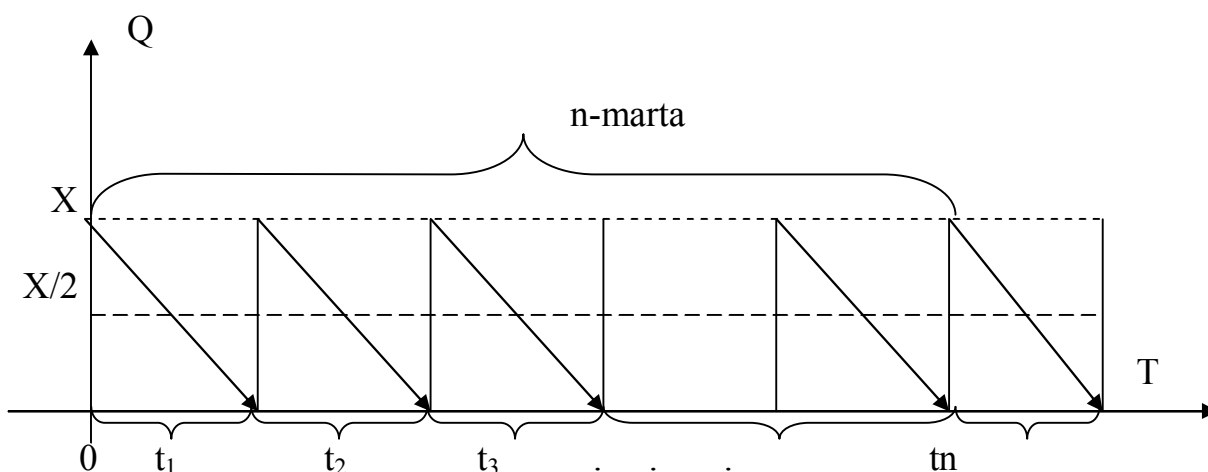
- Zaxiralarni tashib keltirish davri va chastotasini aniqlash;
- Tovarlariga bo'lgan talab-ehtiyoj miqdori-hajmini aniqlash;
- Buyurtmani tashib keltirish tartibini aniqlash;
- Buyurtmani bajarish shartlarini belgilash.

12.2. Bir turdagi joriy tovar zaxiralarini boshkarish modellari.

Vilson formulasi

Joriy tovar zaxiralarini saqlashni optimallashtirishni umumiy masalalarini sodda modellarda qarab chiqamiz. Bunday modellarda qo'yidagi dastlabki taxminlar foydalaniladi:

1. Faqat bir turdagi tovar yoki tovarlar guruhi
2. Rejalashtirilayotgan davrda ehtiyoj oldindan to'la aniqlash
3. Tovarlarini yangi partiyalari qat'iy reja asosida keltirish
4. Harajatlar zaxiralarni tashib keltirish va saqlash harajatlari
5. Zaxiralar ko'lamini $n = \frac{Q}{X} = \frac{T}{t}$ (1) munosabatni qanoatlantirgan holda tovar zaxiralarini bir tekisda realizatsiya qilish natijasida bir maromda kamayib boradi va chizma orqali qo'yidagicha tasvirlanadi:



Bu yerda Q – rejalashtirilgan T – davrda omborga keltiriladigan jami tovarlarni to'la hajmi (miqdori);

X – bitta partiyada keltiriladigan tovarlarni o'lchovi (bir marta tashib keltirish hajmi-miqdori);

T – rejalashtirilayotgan davrni davomiyligi;

t – tovarlarni tashib keltirish partiyalari orasidagi interval (vaqt);

n – tashib keltiriladigan tovar partiyalarining soni.

O'z navbatida (1) dan ko'rinib turibdiki, agar tovar zaxiralarini tez-tez, kichik partiyalar bilan tashisak, ya'ni $n \rightarrow \infty, x \rightarrow 0, t \rightarrow \infty, u \rightarrow 0$ holda transport sarflari (harajatlari) ortgan holda saklash uchun sarflanadigan harajatlari kamayadi.

Agar tovar zaxiralarini axyon-axyonda va katta partiyalar bilan tashib kelsak, ya'ni $n \rightarrow 1, x \rightarrow Q, t \rightarrow T$, bu holda transport harajatlari kamaygan holda saqlash uchun ketadigan sarflar ortib boradi.

Savol tug'iladi, xo'sh shu variantlardan qay biri tovar zaxiralarini boshqarishning samarali amalga oshirishni ta'minlaydi?

Qo'yilgan masalani optimal variantini-yechimini topish uchun tovarlarni bitta partiyada keltirishning doimiy harajatini K -bilan va rejalashtirilgan butun davr mobaynida bir birlik tovarni saqlashning doimiy harajatini S -bilan belgilab olamiz.

Tovar zaxiralarini boshqarishning jami harajatlari tashib keltiriladigan tovar partiyalarini hajmiga (soniga) bog'liq deb hisoblaymiz va uni Z -bilan belgilaymiz.

Rejalashtirilayotgan davrda o'rtacha joriy zaxirani saklashning to'la harajati $C \cdot \frac{X}{2}$ ni tashkil qiladi, chunki zaxirani darajasi bitta partiyada keltirish hajmi X -bilan aniqlanadigan darajadan nolgacha kamayadi. Shu sababli rejalashtirilayotgan davrdagi joriy zaxira $\frac{x-0}{2} = \frac{x}{2}$ ga teng bo'ladi.

Tashib keltirish bo'yicha harajatlari $k \frac{Q}{X}$ ni tashkil qiladi, bu yerda n - rejalashtirilayotgan davrda keltiriladigan tovarlar partiyalari sonini anglatadi.

Shunday qilib zaxiralarni boshqarishning jami harajatlari

$$Z = C \cdot \frac{X}{2} + k \frac{Q}{X} \quad (2)$$

bo'lib, jami harajatlari o'rtacha joriy zaxiralarni saqlash harajatlari va tovarlarni n - partiyasini tashib keltirish harajatlari yig'indisidan iborat bo'lar ekan.

Bu yerda $Z=f(x)$ funksiya (miqdor) O -dan Q gacha o'zgaradigan, bitta partiya tovarni tashib keltirish hajmi X - miqdorning chiziqsiz funksiyasi ekanligi bizga ma'lumdir.

Shunday qilib zaxiralarni rejalashtirishning ushbu mazkur masalasini matematika tilida qo'yidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

Noma'lum X - ning shunday miqdorini topish kerakki, qaysiki u

$$0 \leq X \leq Q \quad (2)$$

chegara shartlarni qanoatlantirgan holda qo'yidagi

$$Z = C \cdot \frac{X}{2} + k \frac{Q}{X} \quad (3)$$

maqsadli funksiyani eng kichik qiymatiga erishtirsin.

Bu masalani yechish uchun (3) funksiyani birinchi hosilini nolga tenglashtirib kiritik nuqtani topamiz.

$$\frac{dz}{dx} = \frac{c}{2} - \frac{kQ}{x^2} = 0 \quad \text{yoki} \quad \frac{c}{2} - \frac{kQ}{x^2} = 0$$

Bundan

$$X_{onm} = \sqrt{\frac{2kQ}{c}} \quad (4)$$

Ushbu (4) model bitta partiyada tashib keltiriladigan tovarning optimal o'lchovi xajmini aniqlash, hisoblash formulasi deyiladi. Yoki ushbu (4) modelni Vilson formulasi deb ham aytiladi.

Odatda minimumni maksimumdan ikkinchi hosila ishorasiga ko'ra ajratamiz, ya'ni

$$\frac{d^2Z}{dX^2} = \frac{2kQ}{x^3} > 0$$

Bundan o'z navbatida ekstremumlar teoremasiga asosan Z funksiya $X=X_0$ nuqtada minimumga egaligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, bitta partiyada tashib keltiriladigan tovarning optimal o'lchovi (hajmi)

$$X_o = \sqrt{\frac{2kQ}{c}} \quad (5)$$

O'rtacha joriy zaxirani optimal o'lchovi

$$\frac{X_o}{2} = \sqrt{\frac{kQ}{2c}} \quad (6)$$

Rejalashtirilgan davrda tovar zaxiralarini omborga tashib keltirish partiyalarini optimal soni

$$n_0 = \frac{Q}{X_o} = \sqrt{\frac{Qc}{2k}} \quad (7)$$

Tashib keltiriladigan partiyalar orasidagi optimal interval

$$t_0 = \frac{T}{n_0} = T \cdot \sqrt{\frac{2k}{cQ}} \quad (8)$$

Bu yerda T- rejalashtiriladigan davrni davomiyligi.

O'z navbatida tovar zaxiralarini boshqarishning optimal - eng kam harajatlari qo'yidagicha topiladi:

$$Z_0 = c \cdot \sqrt{\frac{kQ}{2c}} + k \cdot \sqrt{\frac{Qc}{2k}} = \sqrt{2ckQ} \quad (9)$$

Ko'rib chiqilgan masalaning shartlari ko'p darajada ideallashtirilgan. Amalda esa zaxiralarni saqlashni boshqarish sistemasi parametrlarining qiymatlari optimal qiymatlardan farq qiladi. Shu sababli bunday chetlanishlarning harajatlari juda ortib ketishiga olib kelmaydigan chegaralarni aniqlash muhim.

Harajat funksiyasi Z minimum soxasida sekin o'zgaradi, biroq X_0 nuqtadan, ayniqsa X -ni kichik qiymatlari tomonga uzoqlashsada Z kattalik juda tez o'zgaradi. Bitta tashib keltirish hajmida yo'l qo'yiladigan o'zgarishini aniqlaymiz. Keltirish hajmi X ning optimal keltirishdan chetlanishini α -orqali qo'yidagicha yozamiz:

$$X = \alpha X_0 \quad (10)$$

Agar keltirish hajmlari optimal bo'lmasa, u holda jami harajatlar qo'yidagicha bo'ladi:

$$Z = \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha} \sqrt{2kcQ} \quad (11)$$

Shunday qilib, harajatlarning nisbiy ortishi

$$\beta = \frac{Z}{Z_0} = \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha} \quad (12)$$

bundan
$$\alpha = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1} \quad (13)$$

Bu formuladan ma'lumki $\beta > 1$ bo'lishi kerak, aksincha α mavhum bo'lib qoladi. (13) formula harajatlar ortishi β ga qarab keltirish o'lchamlarining optimal hajmidan chetlanishni qanday aniqlashni ko'rsatadi. Masalan, agar harajatning optimal qiymatidan 20% ga ortishiga ruxsat etilsa, ya'ni $\beta = 1,2$ bo'lsa, u holda (13) dan $\alpha = 1,2 \pm 0,66$ ni hosil qilamiz, ya'ni α ning yo'l qo'yiladigan qiymatlarining intervali $0,54 \leq \alpha \leq 1,86$ bo'ladi. Demak, ayrim keltirish hajmini 46% kamaytirish yoki 86% ortirish mumkin. Aytilganlarga mos ravishda bu oraliq juda ham nosimmetrik bo'ladi (rasmga qaralsin).

12.3. Ko'p turdagi tovar zaxiralarini boshqarishning matematik modellari

Odatda, har bir savdo korxonasida ko'p turli tovar zaxiralari bo'ladi. Agar tovarlar o'zaro bir-birlarini o'rnini bosa olmasa, u holda har bir tovar uchun optimal o'lchovlarini aniqlash yuqoridagidek alohida tovar singari amalga oshiriladi. Bordiyu tovarlar o'zaro bir-birini almashtira olmasalar u paytda bunday tovarlarni guruhlariga birlashtirib, so'ng ular uchun alohida tovar singari tovar zaxiralarini optimallashtirish maqsadga muvofiqdir.

Biroq, amaliyotda boshqa cheklanishlar, ya'ni ombor o'lchovlarini cheklanishlari ham uchrab turadi. Bunday holda miqdori optimal bo'lgan tovar partiyasi, mavjud bo'lgan ombor sig'imiga joylashmaydi.

Qo'yida yuqorida ko'rilgandek muammoni-cheklanishlarni qanday inobatga olishlikni qarab chiqamiz.

Faraz qilaylik jami mavjud ombor sig'imi V (m^3) bo'lgan holda, bir birlik i -chi tovarni saqlash uchun Q_i (m^3) ombor sig'imi talab qilinsin.

Bu holda barcha tashib keltiriladigan tovarlar miqdoriga qo'yiladigan cheklanish (chegara) ni qo'yidagicha ifodalash mumkin:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_i \leq V$$

agarda

$$0 \leq X_i \leq Q_i$$

shart bajarilsa.

Natijada qo'yidagi chiziqli cheklanishlar va chiziqsiz maqsadli funksiyali

$$Z = \sum_{i=1}^m C_i \frac{X_i}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_i} \quad (16)$$

masalaga kelimiz.

Ushbu masalani chiziqsiz programmashtirishning umumiy usullari bilan yechish ham mumkin, biroq Lagranjning noma'lum ko'paytuvchilar usulini qo'llab yechish juda osonroqdir. Bizning karayotgan masalamiz uchun Lagranj funksiyasi qo'yidagicha ko'rinishda bo'ladi:

$$F = \sum_{i=1}^m C_i \frac{X_i}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_i} + \lambda (V - \sum_{i=1}^m v_i X_i) \quad (17)$$

(17) funksiya (16) funksiyaga mos keladi, agarda (17) da

$$V - \sum_{i=1}^m v_i X_i = 0, \quad (18)$$

$$\lambda < 0$$

yoki

$$V - \sum_{i=1}^m v_i X_i > 0, \quad (19)$$

$$\lambda = 0$$

lardan biri bajarilsa.

Endi λ ko'paytuvchini tanlash bilan har doim $F=Z$ bo'lishiga erishish mumkinligini ko'ramiz.

Buning uchun (17) dan xususiy hosilalar olamiz va ularni nolga tenglashtirib yechamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} &= \frac{c_1}{2} - \frac{k_1 Q_1}{X_1^2} - \lambda v_1 = 0 \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_2} &= \frac{c_2}{2} - \frac{k_2 Q_2}{X_2^2} - \lambda v_2 = 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_n} &= \frac{c_n}{2} - \frac{k_n Q_n}{X_n^2} - \lambda v_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

yoki (20) ning har bir tenglamasidan mos qiymatlarini aniqlaymiz.

$$\begin{aligned} X_1 &= \sqrt{\frac{2k_1 Q_1}{c_1 - 2\lambda v_1}} \\ X_2 &= \sqrt{\frac{2k_2 Q_2}{c_2 - 2\lambda v_2}} \\ &\dots\dots\dots \\ X_m &= \sqrt{\frac{2k_m Q_m}{c_m - 2\lambda v_m}} \end{aligned}$$

yoki umumiy holda

$$X_i = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda v_i}} \quad (21)$$

Ushbu (21) formulada, barcha X_i larda fakat λ noma'lum. Ushbu parametrni topish uchun X_i ni (14) ga qo'yamiz, ya'ni:

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda v_i}} \leq V \quad (22)$$

(22) da λ dan boshqa barcha miqdorlar ma'lum va $\lambda \leq 0$ ekanligi ko'rinib turibdi. $\lambda = \lambda_0$ aniq qiymatni esa hamma vaqt topish mumkin, ya'ni:

$$\lambda_0 = \frac{c_i}{2v_i} - \frac{k_i Q_i v_i}{V^2} \quad (23)$$

ga ega bo'lamiz.

O'z navbatida tovarlarning har biri uchun bitta tashib keltirishning optimal o'lchovi-miqdori topish mumkin.

$$X_{i0} = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \quad (24)$$

o'rtacha joriy optimal zaxira miqdori

$$\frac{X_{i0}}{2} = \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \quad (25)$$

Rejalashtirilgan davrda tovarlarni tashib keltirish partiyalarini optimal soni

$$n_{io} = \frac{Q}{X_{io}} = \sqrt{\frac{Q_i (c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2k_i}} \quad (26)$$

Tovarlarni tashib keltirish partiyalari orasidagi optimal interval-vaqt

$$t_{io} = \frac{T}{n_{io}} = T \cdot \sqrt{\frac{2k_i}{Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} \quad (27)$$

Bu yerda T-rejalashtiriladigan davrning davomiyligi.

O'z navbatida X_{i0} ning barcha qiymatlarini (16) qo'ysak, unda shu sharoitda zaxiralarni boshqarishni eng kam harajatlar miqdorini aniqlash formulasiga ega bo'lamiz, ya'ni:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sum_{i=1}^m c_i \frac{X_{io}}{2} + \sum_{i=1}^m k_i \frac{Q_i}{X_{io}} = \sum_{i=1}^m c_i \sqrt{\frac{k_i Q_i}{2(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} + \sum_{i=1}^m k_i \sqrt{\frac{Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2k_i}} = \\ &= \sum_{i=1}^m c_i \sqrt{\frac{k_i Q_i}{2(c_i - 2\lambda_0 v_i)}} + \sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{k_i Q_i(c_i - 2\lambda_0 v_i)}{2}} = \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{2k_i Q_i}{c_i - 2\lambda_0 v_i}} \left(\frac{c_i}{2} + \sqrt{\frac{(c_i - 2\lambda_0 v_i)^2}{4}} \right) = \sum_{i=1}^m X_{i0} \left(\frac{c_i}{2} + \frac{c_i - 2\lambda_0 v_i}{2} \right) = \sum_{i=1}^m X_{i0} (c_i - \lambda_0 v_i) = \sum_{i=1}^m (c_i - \lambda_0 v_i) X_{i0}$$

Shunday qilib ko'p mahsulotli tovar zaxiralarini boshqarishning optimal (eng kam) harajatlar miqdorini aniqlash formulasi:

$$Z = \sum_{i=1}^m (c_i - \lambda_0 v_i) X_{i0} \quad (27)$$

ga ega bo'lamiz

12.4. Sug'urtali tovar zaxiralarini boshqarish muammolari-modellari

Savdoni hajmi vaqt bo'yicha doimiy bo'lmasdan, balki o'zgarib turadi. Shuningdek tovarlarni belgilangan muddatlarda keltirish ham buzilib turishi mumkin. Biroq shunday sharoitlarda ham talabni qondirish lozim (zarur) bo'lsa, u holda sug'urta zaxiraga ega bo'lish talab etiladi. Albatta katta hajmdagi sug'urta zaxiralari savdoni tovar bilan ta'minlab tursada, biroq ularni sotib olish va saqlash uchun qo'shimcha mablag'larni talab qiladi. Katta bo'lmagan hajmdagi sug'urta zaxiralari esa sotuvda tovarlarni doimo bo'lib turishini ta'minlay olmaydi. Shuning uchun ilmiy asoslangan sug'urta zaxiraini miqdori savdoda doimo tovarni mavjudligini va ortiqcha katta sug'urta zaxiralari uchun mablag'larni sarflamaslikka imkoniyat yaratib beradi.

Faraz qilaylik korxona omborida A tovarga (buyumga) bo'lgan kundalik talab

$$P(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\xi-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (28)$$

normal taqsimot qonunga bo'ysinadigan ξ -tasodifiy miqdor bo'lishi statistik aniqlangan, bu yerda a- matematik kutilish, σ -o'rtacha kvadratik chetlanish ma'lum kattaliklar.

“Xizmat ko’rsatish ehtiyoji” deb, omborda tovarlar bo’lgan vaqtda xizmat ko’rsatish vaqtining omborning rejalashtirilayotgan ishlash davriga nisbatini olamiz. Masalan, ombor o’zi ishlagan 100 kun ichida 95 kun (ishlab chiqarish) savdo ehtiyojini qanoatlantirgan bo’lsa, u holda xizmat ko’rsatish ehtimoli $v=95/100=0,95$ bo’ladi.

Ombor bir maromda ishlash uchun β kattalikni – buyumlarning sug’urta zaxirasini ham, hisobga olingan zaxirani ham shunday rejalashtirilishi kerakki, zarur bo’lgan xizmat ko’rsatish ehtimoli ombordagi mavjud buyumlar sonidan ortiq va ularning o’rtacha sonidan kam bo’lmasin, ya’ni

$$P(\alpha < \xi < \beta) = v \quad (29)$$

bo’lsin.

ξ - normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo’lganligi uchun ehtimollar nazariyasi kursidan (29) munosabatni bunday yozish mumkin:

$$\Phi\left(\frac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) = v - 0,5 \quad (30)$$

bu yerda

$$\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Laplas funksiyasi.

Laplas funksiyasi jadvallaridan v, α, σ larni bilgan holda sug’urta zaxira kattaligi β -ni aniqlash mumkin.

Masalan, $v = 0,95$ da $\Phi\left(\frac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) = 0,45$ ni hosil qilamiz, bundan Laplas funksiyasi jadvallariga ko’ra qo’yidagilarni topamiz:

$$\frac{\beta - \alpha}{\sigma} = 1,65 \text{ yoki } \beta = \alpha + 1,65\sigma$$

β va α orasidagi ayirma 1,65 ga teng bo’lib, u berilgan xizmat ko’rsatish ehtimolini ta’minlaydigan sug’urta zaxira miqdorini aniqlaydi.

Mabodo ξ -ning taqsimot qonuni noma’lum bo’lsa, u holda sug’urta zaxira kattaligini asoslash uchun ushbu

$$P(|\xi - \alpha| > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \quad (31)$$

Chebichev tengsizligidan foydalanish mumkin.

Agar $\varepsilon = \beta - \alpha$ ni kiritilsa, u holda $P(\xi < \beta) \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{(\beta - \alpha)^2}$

So’ngra $P(\xi < \beta) + \beta(\xi > \beta) = 1$ tenglik o’rinli bo’lganligi uchun $P(\xi > \beta) = 1 - P(\xi < \beta) = 1 - v$ bundan $1 - v \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{(\beta - \alpha)^2}$ va sug’urta zaxira kattaligi qo’yidagicha aniqlanadi:

$$\beta - \alpha \leq \frac{\sigma}{\sqrt{2 \cdot (1 - v)}} \quad (32)$$

Masalan, $v=0,95$ uchun $\beta-\alpha=3,3\sigma$ ni hosil qilamiz.

Sug'urta zaxira $3,3\sigma$ ning oldingi holdagi sug'urta zaxirasi $1,65\sigma$ ga nisbatan ortib ketishi ξ ning taqsimot qonuni haqida ma'lumotga ega emasmiz. Sug'urta zaxiraini oldingi holatga nisbatan ortib ketishi yetarli axborotga ega emasligimiz uchun to'lov desak bo'ladi.

Endi sug'urta zaxiralarini amalda qanday aniqlash mumkinligini ko'ramiz.

Aytaylik, ombor ishlagan 10 kun ichida A –xil tovarga bo'lgan talab va ularning chastotalari haqidagi ma'lumotlar qo'yidagi jadvalda berilgan.

Jadval

Si	ξ	8	9	10	11	12
hi	h	1	2	4	2	1

Jadvaldagi ma'lumotlarga asosan qo'yidagilarni aniqlaymiz:

Tanlanmaning matematik kutilishi

$$M(\xi) = 8*0,1+9*0,2+10*0,4+11*0,2+12*0,1=10$$

Tanlanma dispersiyasi

$$D(\xi) = 8^2*0,1+9^2*0,2+10^2*0,4+11^2*0,2+12^2*0,1-10^2=0,9$$

Tanlanmani o'rtacha kvadratik chetlanishi

$$\sigma(\xi) = \sqrt{D(\xi)} = \sqrt{0,9} \approx 0,95$$

U holda xizmat ko'rsatish ehtimoli $\alpha=0,95$ bo'lganda $P-10 \leq 3,3*0,95 \approx 3$ ni hosil qilamiz, ya'ni sug'urta zaxira kattaligi 3 ta tovardan ortib ketmasligi kerak.

Tayanch so'z va iboralar:

Tovar, zaxira, joriy tovar zaxirasi, zaxiralarni boshqarish modellari, bir va ko'p turdagi tovar zaxiralari, sug'urtali zaxira, joriy tovar zaxiralari, tovar partiyalari va chastotalari, zaxiralarni tashib keltirish va saqlash harajatlari, ombor sig'imi, Lagranj ko'paytuvchisi. Normal taqsimot, Laplas funksiyasi, Chebishev tengsizligi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Tovar zaxiralarini boshqarishning zaruriyati, ahamiyati va vazifalarini bilasizmi?
2. Tovar zaxiralarini boshqarishni optimallashtirish deganda nimani tushunasiz?
3. Vilson formulasi va uni mazmuni?
4. Lagranj ko'paytuvchisi va uning iqtisodiy interpretatsiyasi – tadbiri deganda nimani tushunasiz?
5. Ko'p turdagi tovar zaxiralarini boshqarish modellari va xususiyati, ahamiyati, tadbiri deganda nimani tushunasiz?
6. Sug'urtali tovar zaxiralari modellarini va mohiyatini qanday tushunasiz?

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A.A.Spirin, G.P. Fomin “Ekonomiko-matematicheskiye metodi i modeli v trgovle” ucheb.posobiye. M.: Ekonomika, 1988 g.
2. N.I.Shedrin, A.N.Karxov “Ekonomiko-matematicheskiye metodi v trgovle” ucheb.posobiye. M.: Ekonomika, 1980 g.
3. R.A.Rutkovskiy, V.A.Sakovich “Ekonomiko-matematicheskiye metodi v trgovle” ucheb.posobiye. Minsk, Visshaya shkola, 1986 g.
4. M.M.Darbinyan “Tovarnie zapasi v trgovle i ix optimizatsiya” M.: Ekonomika, 1978 g.
5. L.P.Nagovitsina “Kak upravlyat tovarnimi zapasami” M.: Ekonomika, 1989 g

13- mavzu. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usuli

Reja:

- 13.1. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulining ahamiyati, qo'llanish sohalari va mo'ljali
- 13.2. Tarmoqli grafikni qurishning asosiy qoidalari va elementlari
- 13.3. Tarmoqli grafikni asosiy ko'rsatkichlari va ularni hisoblash qoidalari
- 13.4. Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish

13.1 Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usuli (TRBU) ni ahamiyati, qo'llanish sohalari va mo'ljali

Xalq xo'jaligimiz ko'lamini o'sishi va murakkabligi boshqarish va rejalashtirishni takomillashtirish, butun xo'jalik yuritish mexanizmini yaxshilash iqtisodiyot fanini hamisha dolzarb **muammolaridan** biri bo'lib kelgan. Mazkur **muammoni** yechish esa barcha ishlar majmuyi-kompleksini tashkiliy, iqtisodiy, moliyaviy va texnikaviy jihatlardan real aniq sharoitlarni hisobga olib amalga oshirishni taqozo etadi. Bunday ishlarni bajarish uchun rejalashtirish va boshqarishni tarmoqli (turli) grafik usuli juda qo'l keladi.

TRBU raxbar – mutaxassis e'tiborini bajariladigan ishlar majmuyining eng muhim omillariga – resurslarni qayta taqsimlash, sifat ko'rsatkichlarni yaxshilash natijasida barcha ishlarni belgilangan direktiv muddatlarda bajarilishini ta'minlashga qaratiladi. Umumlashtirib aytganda TRBU iqtisodiy jarayonlarni, murakkab loyihalarni, ishlanmalarni bajarilish rejasini tahlil qiluvchi, dinamik qayta quruvchi, modellashtiruvchi, grafikli (chizmalı) va hisoblovchi kompleks-majmua hisoblanadi.

TRBU ni qo'llaniladigan eng samarali sohalarga katta tarmoqlararo loyihalar, katta qurilishlar, korxonalarni yangi seriyali mahsulotlar ishlab chiqarishga tayyorlash, yalpi va yakka tartibda ishlab chiqarishni tashkil etish, kompleks ilmiy tadqiqot ishlarini bajarish kabilarni misol keltirish mumkin. Tijorat sohasida TRBU asosan:

- katta savdo markazlari, shahar savdo korxonalarini qurilishlarida;
- katta magazin-supermarketlar va markazlarni yangi jihozlar bilan jihozlashda, almashtirishda, yangi ilg'or xizmat turlariga o'tishda;
- shahar, viloyat, respublikalarda tijorat korxonalarini boshqarishni yangi tizimlarini yaratish kabilarda.

O'z navbatida shuni qayd etish lozimki, TRBU ni murakkab ishlanmalarni boshqarishda qo'llashni zamonaviy kompyuterlar vositasida amalga oshirilishi yanada samaraliroq bo'ladi.

Umuman TRBU ni tegishli amaliyotga qo'llash natijasida qo'yidagi kabi optimal ko'rsatkichlarni aniqlashga imkoniyat yaratiladi:

- Butun ish kompleksi – majmuyini bajarishni kam vaqtini aniqlash;
- Ishlanmani eng kam tannarxini topish-aniqlash;

- Resurslarni (pul, ish kuchi, texnika va h.k.) iloji boricha-mumkin qadar ko'proq tejash kabilarga erishish kabilardir.

13.2. Tarmoqli grafikni qurishni asosiy qoidalari va elementlari

Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulini asosiy rejaviy hujjati tarmoqli model (tur-grafik) bo'lib, u o'zida ishlanmani maqsadiga erishtirish uchun zarur bo'lgan bog'lanishlar va ishlarni axborot-dinamik modelini aks ettiradi. Boshqacha qilib aytganda tarmoqli grafik ko'zda tutilgan ishlar majmuini belgilangan muddatlarda bajarish uchun **qachon, qanday tartibda, nima uchun, qanday ketma-ketlikda** bajarilishini aloxida-aloxida, aniq o'zida aks ettirgan bo'ladi.

Tarmoqli grafik ikki element yordamida, ya'ni **ish** va **voqea** yordamida ko'riladi. **Ish** deb ma'lum natijaga olib keluvchi istalgan jarayonga aytiladi. Tarmoqli grafikda ish **yunalish** bilan belgilanadi va u ikkita **voqea** doirachani birlashtiradi.

Tarmoqli grafikda ish qo'yidagi uch xil ma'noda qo'llaniladi:

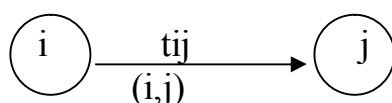
- Moddiy, mehnat va boshqa resurslarni talab etuvchi ish sifatida – **haqiqiy** ishni anglatadi;
- Bajarilishi uchun moddiy, mehnat va boshqa resurslarni talab etmaydigan biroq faqat vaqt resursini talab etadigan ish sifatida **kutuvchi ishni** bildiradi;
- Belgilab qo'yilgan, ya'ni bajarilishi uchun hech qanday resurslarni talab etmaydigan, balki faqat mantiqiy bog'lab turadigan holatni anglatuvchi ish soxta ishni bildiradi.

Haqiqiy va kutuvchi ma'nodagi ishlar tarmoqli grafikda **uzluksiz yo'nalish** bilan belgilanadi, **yolg'on ish esa uzlukli** yo'nalish bilan belgilanadi, ya'ni:



TRBU da **voqea** deganda biror-bir ishning boshlanishi yoki tugallanilishi tushuniladi. Voqea ikkilamchi ma'noga ega bo'ladi, ya'ni barcha oldingi ishlar uchun **tugallovchi** va keyingi ishlar uchun **boshlovchi** punkt hisoblanadi. Dastlabki voqea bu ish kompleksini boshlovchi momentini, tugallovchi voqea esa ish majmuyini tugallash momentini anglatadi. Dastlabki voqeaga birorta ham ish kelmaydi. Tugallovchi voqeadan birorta ham ish (yo'nalish) chiqmasligi kerak.

Istalgan voqeaga ma'lum i- nomer va ikki i va j voqealarni tutashtiruvchi ishga esa (i,j) nomer beriladi, ya'ni



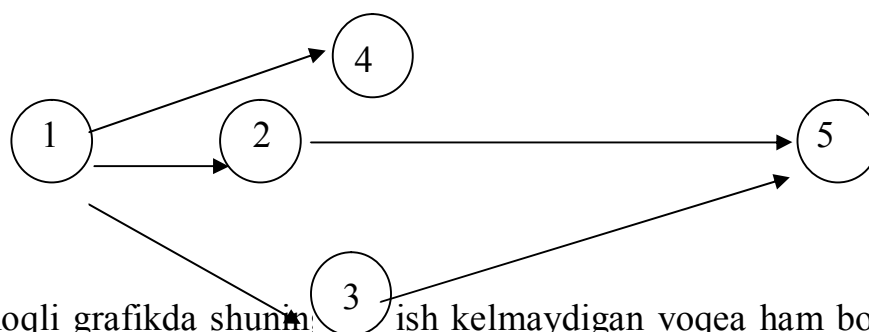
Yo'nalish voqealarni bajarilishi ketma-ketligini bildiradi, shuning uchun biror-bir ishning dastlabki nomeri keyingi nomerlaridan kichik bo'lishi kerak, ya'ni hamisha $i < j$ shartni istalgan (i, j) ish uchun bajarilishi shartdir.

Shuningdek har bir istalgan (i, j) ishga uning davomiylik muddatini bildiruvchi tij qiymat (kun, soat, hafta, oy, yil va miqdoriy ko'rsatkichlar mehnat sig'imi, moddiy resurslar tannarxi va h.k.) beriladi va u raqam bilan tegishli ishni-yo'nalishni ustiga yoziladi.

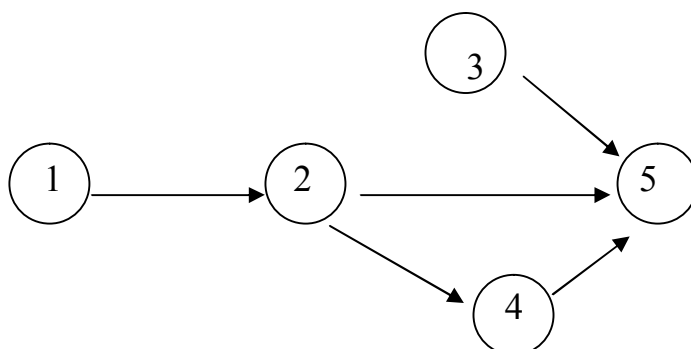
Voqea bu jarayon emas, shuning uchun uning bajarilishi vaqtni davom etishini talab etmaydi. **Ish bajariladi va ro'y beradi, voqea esa faqat ro'y beradi**, biroq bajarilmaydi.

Tarmoqli grafikni xatosiz ko'rish uchun qo'yidagi kabi asosiy qoidalarga rioya qilish kerak:

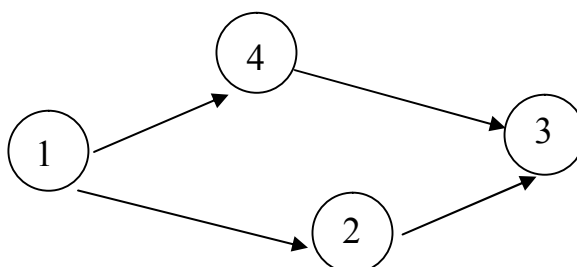
- Tarmokli grafikda tupiklar bo'lmasligi kerak, ya'ni ish chiqmaydigan voqealar bo'lmasligi kerak:



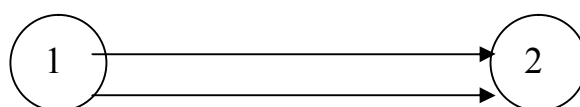
- Tarmoqli grafikda shuning, ish kelmaydigan voqea ham bo'lmasligi kerak:



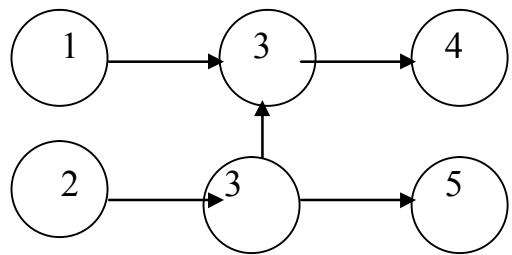
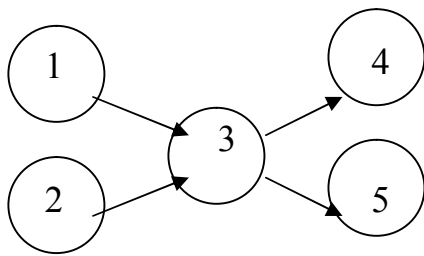
- Tarmoqli grafikda yopiq konturlar bo'lishi mumkin emas:



- Tarmoqli grafikda parallel ishlar ham bo'lishi mumkin emas:



- Tarmoqli grafikda qo'yidagi holat ham bo'lishi mumkin emas:



6.3. Tarmoqli grafikni asosiy ko'rsatkichlari va ularni hisoblash qoidalari. Kritik yo'l va uni aniqlash usullari

Tarmoqli grafikni eng muhim parametrlaridan biri **kritik yo'l** hisoblanadi.

Kritik yo'l butun ish majmuyi – kompleksida davomiyligi eng uzun bo'lgan yo'lni aniqlovchi yagona omil-faktor muammo hisobalanadi. Kritik yo'lni davomiyligini o'zgarishi butun ish majmuyini bajarilish muddatiga ta'sir etadi.

Kritik yul – tarmoqli grafikni eng muhim va xavfli uchastkasi – qismi hisoblanadi, hamda shu uchastkada ko'zda tutilgan ishlarni bajarilish muddatini buzilishi barcha ish majmuini bajarilish muddatini buzib yuborishga olib kelishi mumkin. Shuning uchun rahbarni va mas'ul shaxsni butun e'tiborini ushbu kritik uchastkaga qaratilgan bo'lishi kerak va shu uchastka ishlarini belgilangan muddatlarda so'zsiz bajarilishini ta'minlash maqsadida bu yoqqa qo'shimcha ravishda resurslarni jalb etish bilangina mazkur ishlarni direktiv muddatlarda kafolatli bajarilishini ta'minlanishi kerak bo'ladi.

Tarmoqli grafikdagi barcha qolgan yo'llar kritik yo'ldan farqli ravishda shiddatsiz, kritik bo'lmagan yo'l bo'lib hisoblanadi. Barcha shiddatli bo'lmagan yo'llardan davomiyligi kritik yo'lga yaqin bo'lgan yo'llar ajratiladi va ularga ham nazorat kuchaytiriladi. Agar tashkiliy tadbirlar natijasida kritik bo'lmagan yo'lni davomiyligi qisqartirilsa, u holda kritik yo'lga yaqin bo'lgan yo'llar ham kritik yo'l bo'lib qolishi mumkin va natijada butun ish kompleksi shiddatli-kritik kompleksga aylantirilishi kerak, toki biror-bir uchastkada moddiy, mehnat, pul, vaqt va boshqa resurslar-zaxiralar bekor turib qolmasin. Hamda rejalashtirilgan barcha ishlar kompleksini shiddatli ravishda belgilangan direktiv muddatlarida bajarilishi ta'minlansin.

Tarmoqli grafikda kritik yo'lni aniqlashning uch usuli mavjud:

1. Kritik yo'lni bevosita tarmoqli grafikda aniqlash uchun tarmoqli grafikdagi (1-chizma) birinchi va oxirgi voqealarni tutashtiruvchi to'la yo'llarni davomiyligi hisoblab chiqiladi va ularning ichidan davomiyligi uzoq-ko'p vaqt talab qiluvchi to'la yo'lga kritik yo'l deb aytiladi. Odatda kritik yo'l tarmoqli grafikda qalin yo'nalish bilan ajratiladi va kritik yo'lda yotgan voqea va ishlar ham kritik hisoblanadi, ya'ni hech qanday zapaslarga (moddiy, moliyaviy, vaqt resurslariga) ega bo'lmaydi.

Yangi mahsulotni ishlab chiqarishni tarmoqli grafigida (1- chizma) ishlab chiqarish uchun bajarilishi kerak bo'lgan ishlar mazmuni aks ettirilgan. Har bir yo'nalishlar ketma-ketligi mahsulotni ishlab chiqarish konstruksiyasidan boshlab to korxonani ishga tushirishgacha bo'lgan ishlarni o'tishi kerak bo'lgan

yo'llarni aks ettiradi. 1- voqea bilan 8- voqea turli chiziqli voqea va ishlar ketma-ketligi bilan tutashtirilgan, ya'ni:

1-2-3-4-8; 1-2-2-3-8; 1-2-3-5-7-8; 1-2-3-5-6-7-8.

Ushbu har bir voqea va ishlar ketma-ketligida navbatdagi voqea va ishlar faqat oldingi voqea va ishlar bajarilgandan keyingini ro'y beradi. Mazkur ketma-ketliklarni har birini davomiyligini yig'indisini aniqlaymiz, ya'ni:

$$L_1(t) = 4 + 2 + 3 + 16 = 15$$

$$L_2(t) = 4 + 2 + 18 = 24$$

$$L_3(t) = 4 + 2 + 3 + 12 + 1 = 22$$

$$L_4(t) = 4 + 2 + 3 + 1 + 12 + 1 = 23$$

O'z navbatida tarmoqli grafikda (1,2), (2,3), (3,8) ishlar ketma-ketligidan tashkil topgan birinchi (boshlovchi) va oxirgi (tugallovchi) voqealarni tutashtiruvchi L_2 tula yo'l eng uzun yo'l bo'lib – kritik yo'l hisoblanadi va uni davomiylik muddati 24-oyni tashkil etadi. Kritik yo'lda yotgan barcha voqea va ishlar ham kiritik deb hisoblanadi, hamda hech qanaqa zaxiralarga ega bo'lmaydi. Shuningdek tarmoqli grafikda kritik yo'l qalin yo'nalish bilan ajratiladi.

Kritik yo'lni aniqlashni mazkur yo'li tarmoqli grafik uncha murakkab bog'lanishlarga ega bo'lmagan hollarda, ya'ni ko'p bo'lmagan voqea va ishlardan tashkil topgan hollarda qo'l keladi, aks holda kritik yo'lni aniqlashni ikkinchi usuli qo'llaniladi.

2. Tarmoqli grafikda kritik yo'lni ikkinchi usul bilan aniqlash uchun har bir voqeani ro'y berishligini eng ertangi va mumkin bo'lgan kechki muddatlarini hisoblash kerak bo'ladi. O'z navbatida tarmoqli grafikdagi voqealarni ro'y berishligini ertangi va kechki muddatlarini qo'yidagicha tarzda hisoblanadi:

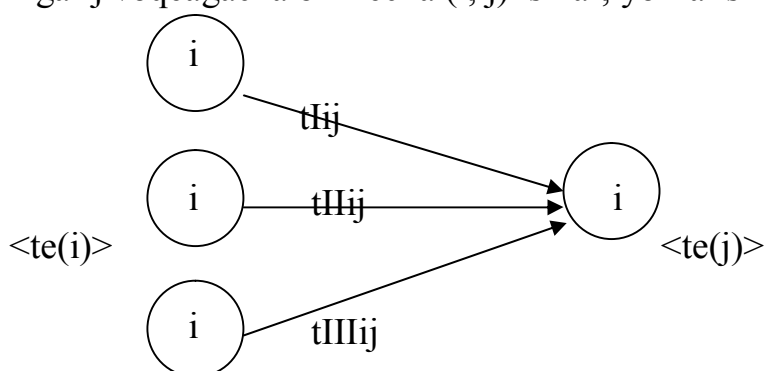
a) Agar j voqeaga fakat bitta yo'nalish–ish (i,j) kelgan holda j voqeani ro'y berishligini mumkin bo'lgan eng ertangi muddati $te(j)$ ni uni j voqeani ro'y berishligini mumkin bo'lgan eng kam vaqti – muddati sifatida aniqlaymiz. O'z navbatida bu muddat i voqeani ro'y berishligini ertangi muddati hamda (i, j) ishni davomiyligidan bog'liqdir, ya'ni:

$$\langle tp(i) \rangle \xrightarrow[t_{ij}]{(i, j)} \langle tp(j) \rangle \quad \text{dan}$$

$$te(j) = te(i) + t_{ij} \quad (1)$$

ga ega bo'lamiz.

Agar j voqeagacha bir necha (i, j) ishlar, yo'nalishlar kelgan bo'lsa, ya'ni:



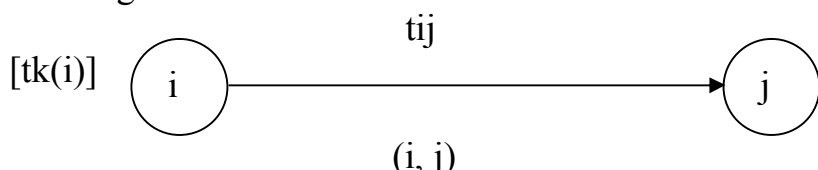
U holda j voqeani ro'y berishligini mumkin bo'lgan eng ertangi muddati qo'yidagi formula bilan hisoblanadi, ya'ni:

$$te(j) = \max_i | te(i) + tij | \quad (2)$$

Ushbu j voqeani ro'y berishligini ertangi muddatlarini tarmoqli grafikni tegishli voqeasi – doirasini ustida $\diamond$ belgisi - qavus ichida yoziladi.

b) i voqeani ro'y berishini kechki muddati $tk(i)$ deganda voqeani ro'y berishini shunday katta muddatini tushuniladiki, qaysiki undan keyingi voqeani ro'y berishligini kechki muddatlarini buzilishiga yo'l qo'yilmaydi.

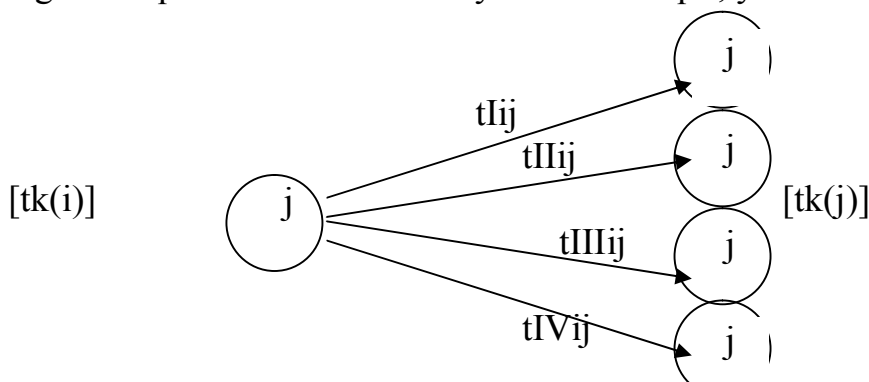
Agar i voqeadan faqat bitta (i, j) yo'nalish – ish chiqsa, u holda i voqeani ro'y berishligini kechki muddatini



$$tk(i) = tk(j) - tij \quad (3)$$

formula bilan aniqlanadi.

Agar i voqeadan bir nechta ish yo'nalish chiqsa, ya'ni:



U holda j voqeani ro'y berishligini mumkin bo'lgan eng kechki mudatini qo'yidagi formula bilan hisoblanadi, ya'ni:

$$tk(i) = \max_j | tk(j) - tij | \quad (4)$$

Ushbu i voqeani ro'y berishligini mumkin bo'lgan kechki muddatini tegishli doiracha ustida [] belgisi qavs ichida yoziladi. Yana shuni ta'kidlash lozimki, agar tarmoqli grafik uncha murakkab bo'lmasa u holda voqealarni ro'y berishini mumkin bo'lgan ertangi va kechki muddatlarini bevosita tarmoqli grafikni o'zida ham hisoblash mumkin va (2), (4) formulalardan odatda tarmoqli grafik murakkab tuzilishli ko'rinishlarda bo'lgan hollarda foydalanish qo'layroqdir.

O'z navbatida TRBU ni ikkinchi asosiy ko'rsatkichi (parametri) bo'lib, **vaqt zaxiralari** hisoblanadi. Odatda amaliyotda voqeani, ishni, to'la yo'lni vaqt zaxiralari bir-biridan farq qiladi.

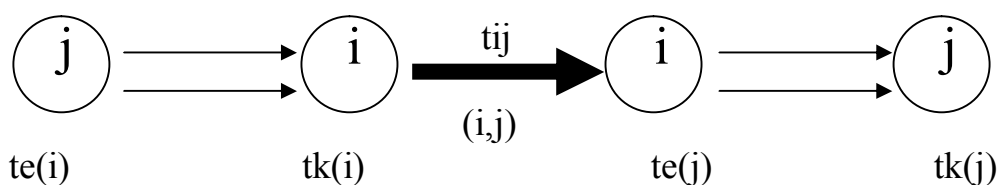
Voqeani vaqt zaxirasi R_i voqeani kechki ro'y berish vaqti $tk(i)$ dan uning ro'y berishligining ertangi muddati $te(i)$ ni ayirish bilan topiladi, ya'ni:

$$R_i = tk(i) - te(i) \quad (5)$$

Voqeani vaqt zaxiralari jami ishlar majmuyini umumiy bajarilish muddatini ko'paytirmasdan turib tegishli voqeani bajarish – ro'y berish muddatini uzaytirishni mumkin bo'lgan muddatni bildiradi. Odatda kritik yo'lda yotgan voqeani vaqt zaxiralari mavjud bo'lmaydi, chunki kritik yo'lda hamisha $te(i) = tk(i)$ va $te(i) - tk(i) = 0$ bo'lishi bizga mu'lum. Ammo kritik yo'lni aniqlashning ushbu yo'li zaruriy shart bo'lib hisoblanadi, biroq yetarli emas. Chunki ayrim hollarda garchand tegishli ish va ishlar ketma-ketligi, yo'llar, voqealar uchun $te(i) = tk(i)$ va bundan $te(i) - tk(i) = 0$ bo'lsada, lekin haqiqatda tegishli ish, ishlar ketma-ketligi va yo'llar kritik bo'lmasligi mumkin (2- chizma).

Bunday hollarda kritik yo'lni topishni uchinchi usuli, ya'ni vaqt zaxiralarini hisoblash usuli qo'l keladi. Ushbu usul bo'yicha tegishli yo'lni kritik yoki kritik emasligini aniqlash uchun qo'yidagi to'rt turdagi to'la, kafolatli, erkin, mustaqil vaqt zaxiralari (tz, kz, ez, mz) ni qiymatlari aniqlanadi.

Kritik yo'lda yotuvchi ishlar, odatda tarmoqli grafikdagi barcha ishlar miqdorining 10-30% ni tashkil etadi va ularga juda katta e'tibor berish kerak bo'ladi, chunki u ishlarni bajarilishini har qanday kechiktirilishi butun ish kompleksini bajarilish muddatini buzib yuborishi mumkin. Ammo kritik yo'lda yotmagan ishlarni bajarilishida ma'lum kechikishlarga yo'l qo'yilishi mumkin, qaysiki bu holat butun ish majmuyini bajarilish muddatiga ta'sir ko'rsatmaydi.



1- rasm

O'z navbatida tarmoqli grafikning barcha ishlari uchun vaqt zapaslarini miqdor jihatdan aniq baholash o'ta muhimdir. Darvoqe istalgan (i, j) ishni boshlanishi i voqeani ro'y berishi mumkin bo'lgan ertangi muddati $te(i)$ hamda kechki muddati $tk(i)$ va j voqeani ro'y berishini mumkin bo'lgan ertangi $te(j)$ hamda kechki muddati $te(j)$ larga ega bo'lganligi tufayli (i, j) ishni bajarilishi uchun mumkin bo'lgan to'rt xil vaqt zaxiralarini qo'yidagi formulalar orqali aniqlash mumkin (1-rasm):

To'la zaxira	$(TZ) = tk(j) - te(i) - tij$	(6)
Kafolatli zazaxira	$(KZ) = tk(j) - tk(i) - tij$	
Erkin zaxira	$(EZ) = te(j) - te(i) - tij$	
Mustaqil zaxira	$(MZ) = te(j) - tk(i) - tij$	

To'la zaxira – bu (i, j) ishni bajaruvchi uchun mumkin bo'lgan eng katta vaqt zapasini bildiradi, ya'ni oldingi ish bajaruvchiga ishini eng ertangi muddatda boshlashiga sharoit yaratib, o'zini ishini mumkin bo'lgan kechki-muddatda tugallashni ko'zda tutadi.

Kafolatli zaxira – bu ishni bajaruvchi uchun shunday vaqt zapasini anglatadiki – qaysiki oldingi bajaruvchi ishni eng noqulay bo'lgan kechki muddatda tugatgan holda o'zi ham ishni eng kechki muddatda tugatishni ko'zda tutadi.

Erkin zaxira – bu ishni barcha bajaruvchilar o'z ishlarini mumkin bo'lgan ertangi muddatlarda tugallaydilar va o'zlaridan keyingi bajaruvchilarni zaxiralarini sarflamaydilar.

Mustaqil zaxira – bu shunday zaxirani anglatadiki, qachonki oldingi ish bajaruvchi keyingi ish bajaruvchi uchun noqulay bo'lgan eng kechki muddatlarda o'z ishini tugallaydi, keyingi ish bajaruvchi esa o'zidan keyingi ish bajaruvchilarni zaxirasini ishlatmasdan o'z ishini ertangi muddatlarda tugallaydi.

Vaqt zaxiralari tarmoqli grafikni jami ishlar majmuyini bajarilish muddatini ko'paytirmasdan turib tegishli ishni bajarilishini uzaytirish mumkin bo'lgan muddatni bildiradi.

Shunday qilib, hamisha vaqt zaxiralari uchun qo'yidagi tengsizliklar bajarilishi kerak:

$$M3 \leq K3 \leq T3 \text{ va } M3 \leq E3 \leq T3 \quad (7)$$

Agar mustaqil zaxirani hisoblash formulasida manfiy ishorali songa ega bo'lsak, unda manfiy ishorali sonni nol (0) bilan almashtiriladi.

Odatda kritik yo'lda yotgan barcha ishlar uchun barcha to'rtta turdagi $T3$, $K3$, $E3$, $M3$ vaqt zaxiralari nolga teng bo'lib, mazkur xossa kritik yo'lni aniqlashning uchinchi usuli, ta'rifi bo'lib xizmat qiladi.

6.4. Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish

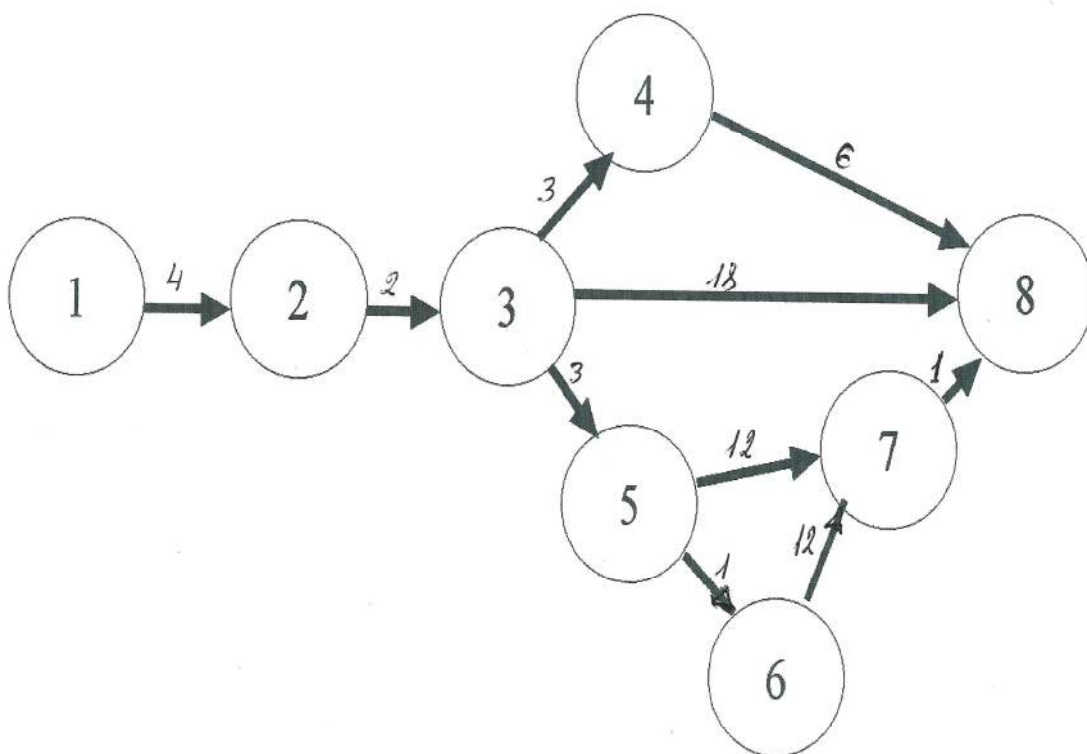
Tarmoqli grafikni tahlil etish va optimallashtirish amaliy va laboratoriya mashg'ulotida aniq-amaliy misolni yechish asosida bayon qilinadi.

1- jadval

Yangi mahsulot ishlab chiqarishni tarmoqli grafigi

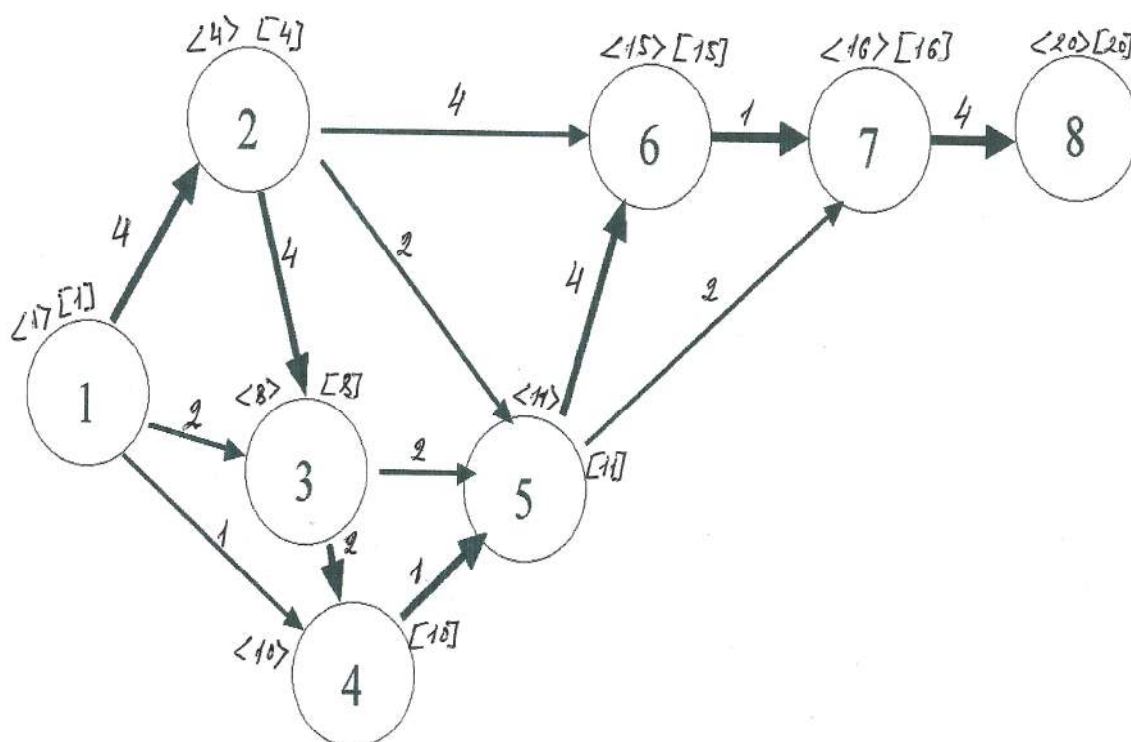
Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishning muddati, kun
(1,2)	Mahsulot konstruksiyasini ishlab chiqish	4
(2,3)	Ishlab chiqarish texnologiyasini aniqlash	2
(3,4)	Kadrlarni tanlash	3
(3,5)	Jihozlarni loyixalash	3
(5,6)	Jihozlarga buyurtma berish	1
(5,7)	Binoni qurish	12
(6,7)	Jihozlarni tayyorlash	12

(4,8)	Kadrlarni o'qitish	6
(7,8)	Jihozlarni montaj qilish	1
(3,8)	Xom-ashyo va materiallar bilan ta'minlash	18



3- чизма

Янги маҳсулот ишлаб чиқаришнинг тармоқли графиги (тури)



24.01.2023

Шаҳар савдо тармоқларини ривожлантириш режасини тармоқли графиги

2- jadval

Shahar savdo tarmoqlarini rivojlantirish rejasini tarmoqli grafigi

Ish (i, j)	Ishning mazmuni	Ishning muddati, kun
(1,2)	Shahar savdo tarmoqlari materiallarini-hujjatlarini o'rganish	3
(1,3)	Savdo tarmoqlari tuzilishini tovar oborotini hajmi va strukturasi mosligini o'rganish	2
(1,4)	Aholini savdo tarmoqlari bilan ta'minlangan-ligini o'rganish	1
(2,3)	Kelgusida foydalanish mumkin bo'lgan savdo maydonchalarini o'rganish	4
(2,5)	Savdo tarmoqlaridan foydalanishning samara-dorlik ko'rsatkichini hisoblab chiqish	2
(2,6)	Savdo tarmoqlarini texnik jihozlanish darajasini tahlil qilish	4
(3,4)	Kvartallar guruhlarini bo'yicha savdo tarmoqlari maydonini hisoblash	2
(3,5)	Har 1000 kishiga mos savdo maydonini normativini aniqlash	2
(4,5)	Aholini xaqiqatda savdo maydoni bilan ta'minlanganligini normativ bilan solishtirish	1

(5,6)	Savdo tarmog'iga bo'lgan umumiy ehtiyojini aniqlash	4
(5,7)	Chakana savdo korxonalari tipini aniqlash	2
(6,7)	Yangi tashkil etiladigan savdo maydonlarini aniqlash	1
(7,8)	Yangi quriladigan maydonlarni aniqlash	4

3-jadval

Yangi mahsulotni ishlab chiqarishni tarmoqli grafigida vaqt zaxiralarini hisoblash jadvali

Ishlar (i, j)	Ishlarni davomiy- ligi tij	Ishni boshlanishi		Ishning tugatilishi		Vakt zaxiralar			
		te(i)	tk(i)	te(i)	tk(i)	T3	K3	E3	M3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(1,2)	4	0	0	4	4	0	0	0	0
(2,3)	2	4	4	6	6	0	0	0	0
(3,4)	3	6	6	9	18	9	9	0	0
(3,5)	3	6	6	9	10	1	1	0	0
(3,8)	18	6	6	24	24	0	0	0	0
(4,8)	6	9	18	24	24	9	0	9	0
(5,6)	1	9	10	10	11	1	0	0	0
(5,7)	12	9	10	22	23	2	1	1	0
(6,7)	12	10	11	22	23	1	0	0	0
(7,8)	1	22	23	24	24	1	0	1	0

4-jadval

Shahar savdo tarmog'ini rivojlantirish tarmoqli grafigida vaqt zaxiralarini hisoblash jadvali

Ishlar (i, j)	Ishlarni davomiy -ligi tij	Ishni boshlani- shi		Ishning tugatili- shi		Vakt zaxiralar			
		te(i)	tk(i)	te(i)	tk(i)	T3	K3	E3	M3
1	2	3	4	5	6	7=6-3-2	8=6-4-2	9=5-3-2	10=5-4-2
(1,2)	3	1	1	4	4	0	0	0	0
(1,3)	2	1	1	8	8	5	5	5	5
(1,4)	1	1	1	10	10	8	8	8	8
(2,3)	4	4	4	8	8	0	0	0	0
(2,5)	2	4	4	11	11	5	5	5	5
(2,6)	4	4	4	15	15	7	7	7	7
(3,4)	2	8	8	10	10	0	0	0	0
(3,5)	2	8	8	11	11	1	1	1	1
(4,5)	1	10	10	11	11	0	0	0	0

(5,6)	4	11	11	15	15	0	0	0	0
(5,7)	2	11	11	16	16	3	3	3	3
(6,7)	1	15	15	16	16	0	0	0	0
(7,8)	4	16	16	20	20	0	0	0	0

Tayanch so'z va iboralar

Tarmoqli grafik (to'r), voqea, ish, haqiqiy, kutuvchi, yolg'on ishlar, to'la yo'l, kritik yo'l, vaqt zaxiralari (to'la, kafolatli, erkin, mustakil).

Takrorlash uchun savollar:

1. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usulini mohiyati, mazmuni va tadbiqini bilasizmi?
2. Tarmoqli grafikning asosiy elementlari va uni qurishning qonun-qoidalarini bilasizmi?
3. Kritik yo'l deganda nimani tushunasiz va uni aniqlashni qanday usullarini bilasiz?
4. Vaqt zaxiralarini turlari va ularni hisoblash qoidalarini bilasizmi?
5. Tarmoqli grafikni optimallashtirish deganda nimani tushunasiz?

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. A.A. Spirin, T.P. Fomin "Ekonomicheskoye-matematicheskoye metody i modeli v tovgovle", M.: "Ekonomika", 1988 g.
2. V.T. Voronin "Matematicheskoye metody planirovaniya i upravleniya v pishovoy promishlennosti", M. "Pishovaya promishlennost", 1977 g.
3. Setevye grafiki v planirovanii M.: "Vishshaya shkola", kollektiv avtorov.
4. YU.G.Yepishin "Ekonomiko-matematicheskoye metody v planirovanii potrebitelskoy kooperatsii", M.: "Ekonomika", 1975 g.
5. YU.M. Siddikov Iktisodiy matematik modelashtirish va metodlar, SamKI, 2004y.

14- mavzu. Bozordagi noaniqlik sharoitida o'yinlar nazariyasi modellari

Reja:

- 14.1. O'yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari
- 14.2. To'lov matritsasi. O'yinning bahosi. Maksmin va minmaks prinsiplari (qonun qoidalari)
- 14.3. O'yinlarni optimal aralash strategiyani qo'llab yechish
- 14.4. O'yinlarni chiziqli programmalashning masalasiga keltirib ikkilangan Simpleks usuli bilan yechish

14.1 O'yinlar nazariyasining asosiy tushunchalari

O'yinlar nazariyasi deb, ikki va undan ziyod qarama-qarshi o'yinchilar (tomonlar)ni manfaatlari to'qnashadigan konfliktli, raqobatligi jarayonlarni matematik modellashirishga aytiladi. Matematik modellarni tuzish o'yin qatnashchilari uchun eng yaxshi yechimlarni - yutuqlarni topish - muammosini hal qilishga imkoniyat yaratadi.

O'yinlar nazariyasi birinchi bo'lib AQShlik olim Fon Neyman tomonidan yaratilgan va unda qo'yidagi masalani yechish qaralgan: agar n -ta $A, V, S, \dots, D$ o'ynovchilar biror S o'yinni o'ynayotgan bo'lsa A -o'yinchi bu o'yinda yutib chiqishi uchun qanday strategiyani tanlashi kerak?

Strategiya deb o'yinchini har qanday holatda istalgan mumkin bo'lgan informatsiyaga ega bo'lgan holda va har qanday sharoitda tegishli ish tutishiga qaratilgan rejasiga aytiladi.

O'yin deganda ma'lum kelishib olingan shart va qoidalar to'plamini, **partiya** deganda shu shart va qoidalarni amalga oshirishni tushuniladi. Har bir partiyadan keyin A -o'yinchi o'yinning yutug'i deb atalmish - v_i yutuqqa (pul, ochko va hokazo) ega bo'ladi.

Ba'zi o'yinlarda yutqazilgan pullar yig'indisi yutilgan pullar yig'indisiga teng bo'ladi. Masalan A -o'yinchi v_1 so'm yutqazsa, V -o'yinchi v_2 so'm yutishi mumkin. Bu holda o'yindagi yutuqlar yig'indisi 0 ga teng bo'ladi ya'ni $(v_1 + v_2) = 0$. Bu yerda biz har bir o'yinchi faqat yutadi deb faraz qilamiz, chunki biror o'yinchi v so'm yutqazsa uning yutug'i $(-v)$ so'mga teng deb olinishi mumkin. O'yinlar shart va qoidalarga ko'ra va o'yinchilarning soniga qarab turlicha bo'ladi. Bundan so'ng biz ikki o'yinchining yutuqlar yig'indisi nolga teng bo'lgan o'yin bilan boshqacha aytganda, ikki o'yinchining nol yig'indili o'yini yoki matritsali o'yini bilan tanishamiz. Kelgusida bunday o'yinlarni matritsali o'yinlar deb aytilishi ham mumkin.

14.2. To'lov matritsasi. O'yinning bahosi. Maksmin va minmaks qonun-qoidalari

Aytaylik A o'yinchi m-ta sof ($A_1 A_2 \dots A_i \dots A_m$) strategiyaga, V o'yinchi ham mos ravishda n-ta sof ($V_1 V_2 \dots V_j \dots V_n$) strategiyaga ega bo'lsinlar. Bunday o'yin $m \times n$ o'lchovli o'yin deyiladi. Agar A va V o'yinchilar faqat o'zlarini sof strategiyalarini tanlasalar unda ular aij yutuqqa ega bo'lishadi, qaysiki bu A o'yinchini yutug'ini va V o'yinchini yutqazish miqdorini bildiradi. Shuning uchun aij ham musbat va ham manfiy bo'lishi mumkin. Agar $a_{ij} > 0$ bo'lsa unda A o'yinchi aij miqdorni yutadi va V o'yinchi uni yutqazadi. Agar $a_{ij} < 0$ bo'lsa u holda V o'yinchi aij miqdorni yutadi va A o'yinchi o'shancha miqdorni V o'yinchiga yutqazadi. Bunday holda A o'yinchini yutqazadi deb emas balki manfiy yutuqqa erishdi deyish ham mumkin bo'ladi.

Agar o'yinda tasodifiy yo'l tutilsa unda A_i va V_j strategiyalarning yutug'i ham tasodifiy bo'ladi. Bunday holda kutilayotgan yutuq uchun uning matematik kutilishi olinadi.

Faraz qilamiz, bizga $m \times n$ o'lchovli matritsali o'yinida aij ning hamma qiymatlari ma'lum va qulaylik uchun u qiymatlarning to'lov matritsasini quyidagi jadval ko'rinishida yozamiz:

Bj		V-o'yinchini strategiyalari					$\alpha = \max_{i,j} a_{ij}$
Ai		B_1	...	B_j	...	B_n	
A-o'yin chini stra- teg.	A_1	a_{11}	...	a_{1j}	...	a_{1n}	α_1
	...	...	...	...	...	...	...
	A_i	a_{i1}	...	a_{ij}	...	a_{in}	α_i
	...	...	...	...	...	...	...
	A_m	a_{m1}	...	a_{mj}	...	a_{mn}	α_m
$\beta = \min_j \max_i a_{ij}$		β_1	...	β_2	...	β_n	$\beta \quad \alpha$

Bu jadvalda satrlar A o'yinchini A_i strategiyalariga mos keladi, ustunlar V o'yinchini V_j strategiyalariga mos keladi. Odatda istalgan $m \times n$ o'lchovli o'yinni tuzishda uning yechimi sof strategiyada mavjud deb faraz qilamiz. So'ng V o'yinchining javob strategiyalarini hisobga olgan holda A o'yinchining $A_1 A_2 \dots A_i \dots A_m$ strategiyalaridan eng yaxshisini tanlab olamiz. Bu holda albatta istalgan A_i strategiyaga V o'yinchi V_j strategiya bilan javob qaytarishligini va A o'yinchini yutug'i uning (V) uchun eng kichik bo'lishligini e'tiborga olishimiz kerak. Ana shu V_j strategiyani topish uchun to'lov matritsasining A_i strategiyaga mos (i-nomerli satrda) aij ning eng kichigini topish kerak. Uni $\alpha_i = \min_j a_{ij}$ deb belgilaymiz. Bu yerda aij ning eng kichigi barcha ustunlar nomerlari bo'yicha tanlash bilan amalga oshiriladi.

A-o'yinchining strategiyasi o'zgarishi bilan unga mos α_i soni ham o'zgarib boradi. Albatta tabiiyki, A o'yinchi uchun shunday A_i strategiyaga

to'xtash lozimki qaysiki unda α_i -ning qiymati eng katta bo'lsin. Ana shu eng katta qiymatni α_i - bilan belgilaymiz va u qo'yidagicha yoziladi:

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} \text{ yoki bu yerda } \alpha_i = \min_j a_{ij} \text{ ligini e'tiborga olsak,}$$

u holda

$$\alpha_i = \max_i \min_j a_{ij} = v \text{ bo'ladi.} \quad (1)$$

Odatda α - miqdorni o'yinning quyi bahosi deb qabul qilingan yoki uni maksminli yutuq ham deb aytiladi. A-o'yinchining maksminga mos keluvchi strategiyasi maksminli strategiya deb aytiladi.

Agar A-o'yinchi maksmin strategiyaga tayangan holda o'yinni olib borsa u holda unga V o'yinchining qanday strategiya bilan javob qaytarishidan qat'iy nazar A-o'yinchiga hech bo'lmaganda α - dan kichik bo'lmagan yutuq kafolatlanadi. Shuning uchun ham α - o'yinning quyi bahosi deyiladi va u A o'yinchining shu o'yinda olishi kerak bo'lgan kafolatli eng kichik yutuq hisoblanadi.

Xuddi shunga o'xshash ravishda V o'yinchining startegiyalaridan ham eng yaxshisini aniqlash mumkin. V-o'yinchi A-o'yinchini yutuq miqdorini eng kichik bo'lishiga intiladi. Buning uchun V o'yinchi o'zining har bir Vj strategiyasi bo'yicha A o'yinchi qanday strategiyasini qarshi qo'yishidan qat'iy nazar eng katta yutuqqa (kam yutqazishga) erishishiga harakat qiladi, ya'ni u β_j ni $\beta_j = \max_i a_{ij}$ qiymatiga erishishiga harakat qiladi. Biroq V o'yinchi unga A o'yinchi β_j - yutuqlardan istalganini yutishga erishishiga imkon bermaslikka harakat qiladi qarshilik ko'rsatadi. Shuning uchun V o'yinchi faqat eng ko'p yutuq (kam yutqazishlarini) β -miqdordan kichik bo'lmagan eng kichigiga erishishni o'z oldiga maqsad qilib qo'yadi.

β - miqdor qo'yidagicha topiladi:

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} = v \quad (2)$$

Shunday qilib β - miqdor o'yinning yuqori chegarasi deb yoki minmaksli yutuq deb aytiladi. V o'yinchining minmaksga mos keluvchi strategiyasi minmaksli strategiya deb ataladi. Bu esa V o'yinchi uchun har qanday holda ham β - dan ko'p bo'lmagan boy berish va mos ravishda A o'yinchi uchun β - dan ko'p bo'lmagan yutuqlarga erishtiruvchi eng ehtiyotli strategiyadir.

O'yinlar nazariyasida o'yinchilar uchun maksmin va minmaks strategiyalarni tavsiya etuvchi ehtiyotkorlik prinsipi minmaks prinsipi deb aytiladi. Bu esa o'yinlarni ehtiyotkorlik yoki qarama-qarshi situatsiyalarni har ikkala o'yinchi uchun ham eng yaxshi yechimini topishdagi istaklaridan kelib chiqadi.

Hamma vaqt $\alpha \leq \beta$. Ammo

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = \beta = v \quad (3)$$

bo'lsa u holda A o'yinchining yutug'i to'la aniqlangan son, o'yin esa to'la aniqlangan o'yin va v-yutuq o'yini bahosi deyiladi hamda to'lov matritsasini $a_{i_0j_0}$ elementiga teng bo'ladi. To'la aniqlangan o'yin gohida egar no'qtali o'yin deyiladi. Ushbu o'yin matritsasida $a_{i_0j_0}$ element bir vaqtini o'zida i_0 - satrda eng kichik (minimum), j_0 - ustunda eng katta (maksimal) hisoblanib o'yinni egar nuqtasi deyiladi. Egari nuqtaga o'yinchilarni optimal strategiyalari mos keladi va ularni to'plami o'yinni yechimi bo'lib quyidagi xossaga ega bo'ladi. Agar o'yinchilardan biri o'zini optimal strategiyasiga amal qilsa u holda boshqa o'yinchiga oldingi o'yinchini strategiyasidan chetlanishi foydali bo'lmaydi.

Misol: qo'yidagi yutuq matritsasi bilan berilgan o'yin yechilsin:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & -4 \\ -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Yechish: A o'yinchi o'yinda o'zining istalgan strategiyasini - satrini tanlar ekan biroq V o'yinchi qanday strategiya bilan javob qaytarishini bilmaydi, lekin shu narsa ayonki V o'yinchi iloji boricha kamroq yutqazish (ko'proq yutish) uchun qarshilik ko'rsatishga harakat qiladi. Shuning uchun A o'yinchi o'zini tegishli strategiyasini qo'llaganda eng kichik yutuqqa umid qiladi, ya'ni:

$$\alpha_1 = \min_{i=1} \{1, 2, 3\} = 1; \quad \alpha_2 = \min_{i=2} \{0, 3, -4\} = -4; \quad \alpha_3 = \min_{i=3} \{-2, -1, 5\} = -2$$

So'ng shu eng kichik yutuqlarni eng kattasini tanlaydi, ya'ni:

$$\alpha = \max_{i=1,2,3} \alpha_i = \max_{i=1,2,3} \{1; -4; -2\} = 1 = \underline{\nu}$$

va $\underline{\nu}$ o'yinni qo'yi chegarasiga ega bo'ladi. Shunday qilib A o'yinchi V o'yinchini ko'rsatgan qarshiligiga qaramasdan kafolatli eng katta yutuq $\alpha = 1 = \underline{\nu}$ ga erishadi.

O'z navbatida V o'yinchi A o'yinchini mos strategiyalariga o'z strategiyalarini qarshi qo'yib iloji boricha kam yutqazishga (ko'p yutishga) harakat qiladi, ya'ni:

$$\beta_1 = \max_{j=1} \{1, 0, -2\} = 1; \quad \beta_2 = \max_{j=2} \{2, 3, -1\} = 3; \quad \beta_3 = \max_{j=3} \{3, -4, 5\} = 5$$

Hamda shu katta yutuq (yutqazishlarni) eng kichigiga to'xtaladi, ya'ni:

$$\beta = \min_{i=1,2,3} \beta_i = \min_{i=1,2,3} \{1; 3; 5\} = 1 = \bar{\nu}$$

va o'yinni yuqori chegarasi $\bar{\nu}$ ga erishadi.

Shunday qilib agar o'yin matritsasi egari nuqtaga ega bo'lsa, u holda o'yinni yechimga egaligi aniq bo'ladi.

Ammo o'yin matritsasida egari nuqtaga ega bo'lmagan o'yinni yechimini topish masalasini qanday hal qilish kerak degan savol tug'iladi. Bunday

o'yinlarda $\alpha < \beta$ bo'lib har bir o'yinchi uchun minmaksli strategiyasini qo'llash α dan ko'p bo'lmagan yutuq va β dan kam bo'lmagan yutqazishga erishishni ta'minlaydi. Har bir o'yinchi uchun yutuqni ko'paytirish (yutqazishni kamaytirish) masalasi tug'iladi. Bunday yechimni topishga o'yinchilar bittadan emas, balki bir necha strategiyalarini qo'llash orqali erishishlari mumkin. Buning ustiga qaysi strategiyani qo'llash tasodifiy ravishda amalga oshiriladi. O'z navbatida o'yinchilarni o'z startegiyalarini tasodifiy ravishda tanlashiga aralash strategiya deb aytiladi.

14.3 O'yinlarni aralash strategiyani qo'llab yechish

Ta'rif: Komponentlari $X_i^* \geq 0$ va $\sum X_i^* = 1$ shartlarni qanoatlantiruvchi $\bar{X}_A^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ vektor qator A o'yinchining aralash strategiyasi deyiladi hamda, komponentlari $U_j^* \geq 0$, $\sum U_j^* = 1$ shartlarni qanoatlantiruvchi $\bar{Y}_B^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$ vektor ustun V o'yinchining aralash strategiyasi deyiladi.

X_i^* va U_j^* mos ravishda A o'yinchini o'zining i-yurishini (qatorini) va V o'yinchining j-yurishini (ustunini) tanlash chastotalarini bildiradi.

Ushbu strategiyalar o'yin sharti bo'yicha uni A va V o'yinchi qo'llashi mumkin bo'lgan barcha sof strategiyalarini tashkil etganligi uchun ular to'la hodisalar guruhini tashkil etadi va X_i^* hamda U_j^* ehtimollar uchun $\sum X_i^* = 1$, $\sum U_j^* = 1$ o'rinli bo'ladi.

Odatda sof strategiyalar birlik vektori bilan beriladigan aralash strategiyalarni xususiy holi hisoblanadi.

Ta'rif: Agar $P = \| a_{ij} \|$ matritsali o'yinda A o'yinchi $\bar{X}_A^*$ aralash strategiyasini V o'yinchi $\bar{Y}_B^*$ aralash strategiyasini qo'llaganda A o'yinchining yutuq (to'lov) funksiyasi yoki boshqacha aytganda uning yutug'ini matematik kutilishi $f(x, y)$ qo'yidagi formula bilan topiladi:

$$f(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{X}_A^* P \bar{Y}_B^* = \sum_i \sum_j X_i^* a_{ij} Y_j^* \quad (4)$$

Bu yerda $\bar{X}_A^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ A o'yinchining va $\bar{Y}_B^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$ V o'yinchining ixtiyoriy aralash strategiyalaridir.

Ta'rif: Matritsali o'yinning yechimi deb $\bar{X}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ va $\bar{Y}^* = (U_1^*, U_2^*, \dots, U_n^*)$ juft aralash strategiyalarga aytiladi, agarda $j=1, 2, \dots, n$ va $i=1, 2, \dots, m$ strategiyalar uchun qo'yidagi tengsizlik bajarilsa:

$$f(\bar{x}, \bar{y}^*) \leq f(\bar{x}^*, \bar{y}^*) \leq f(\bar{x}^*, \bar{y}) \quad (5)$$

bu yerda $\bar{X}^*$ va $\bar{Y}^*$ strategiyalarga optimal strategiyalar deyiladi. Ularni qo'llanilishi A o'yinchi uchun X strategiyani qo'llagandan kam bo'lmagan o'rtacha yutuq, V o'yinchi uchun esa U strategiyani qo'llagandagi yutqazishdan ko'p bo'lmagan o'rtacha yutqazish (yutuq)larga erishishni ta'minlaydi.

Optimal strategiyalar to'plami $(\bar{X}^*, \bar{V}^*)$ optimal yechim deb, to'lov funksiyasini qiymati $v = f(\bar{X}^*, \bar{V}^*)$ o'yinning bahosi deb aytiladi.

O'z navbatida o'yinlar nazariyasining quyidagi asosiy fundamental F.Neyman teoremasini eslab o'tish o'rinli bo'ladi:

1. Har qanday chekli nol yig'indili matritsali o'yin aralash strategiyada kamida bitta yechimga ega bo'ladi.

2. Agar o'yinchilardan biri o'zining optimal aralash strategiyasini qo'llasa ikkinchi o'yinchini o'z strategiyasini qay chastotada qo'llashidan qat'iy nazar birinchi o'yinchi yutug'ini bahosi v ga teng bo'ladi.

Misol: Quyidagi $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ to'lov matritsasi bilan berilgan o'yinni tekshirilsin va yechimi topilsin.

Yechish: Avvalambor ushbu o'yinni optimal sof strategiyasini qo'llab egar nuqtaga egami yoki yo'qmi ekanligini tekshiramiz:

$$\alpha_1 = -1, \alpha_2 = 1, \alpha = 1$$

$$\beta_1 = 3, \beta_2 = 2, \beta = 2$$

O'z navbatida $\alpha \neq \beta$ ekanligi berilgan o'yinda optimal sof strategiyani qo'llaganda mazkur o'yin yechimga ega emasligi, ya'ni unda egar nuqta mavjud emasligini ko'rdik. Ushbu o'yinni yechish uchun aralash strategiyani qo'llash kerak. Faraz qilamiz A o'yinchi uchun uning aralash strategiyasi $\bar{X}_A^* = (x_1, x_2)$ vektori bilan berilayapti va o'yinni bahosi v -ga teng bo'lsin. U holda yuqoridagi teoremaga asosan V o'yinchi o'zini V_1 va V_2 strategiyalarini qo'llaganda A o'yinchi o'yinning bahosi V -ga teng bo'lgan o'rtacha yutuqqa erishadi, ya'ni:

$$\begin{cases} -X_1^* + 3X_2^* = An & (\text{Agar V o'yinchi } V_1 \text{ strategiyasini qo'llasa}) \\ 2X_1^* + X_2^* = An & (\text{Agar V o'yinchi } V_2 \text{ strategiyani qo'llasa}) \\ X_1^* + X_2^* = 1 & \text{chastotalar uchun} \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini yechib $X_1^* = 2/5$; $X_2^* = 3/5$; $v = 7/5$ larga ega bo'lamiz.

Endi xuddi shunga mos ravishda V o'yinchini optimal strategiyasini topamiz, ya'ni A o'yinchi o'zini A_1 va A_2 strategiyalarini qo'llaganda V o'yinchi o'yinning bahosi V ga teng bo'lgan o'rtacha yutuqqa erishadi, ya'ni:

$$\begin{cases} U_1^* + 2U_2^* = An & (\text{Agar A o'yinchi o'zini } A_1 \text{ strategiyasini qo'llaganda}) \\ 3U_1^* + U_2^* = An & (\text{Agar A o'yinchi o'zini } A_2 \text{ strategiyasini qo'llaganda}) \\ U_1^* + U_2^* = 1 & \text{chastotalar uchun} \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini yechib $U_1^* = 1/5$; $U_2^* = 4/5$; $An = 7/5$ larga ega bo'lamiz.

Shunday qilib mazkur o'yin yechimga ega bo'lish uchun A o'yinchi

$\bar{X}_A^* = (2/5; 3/5)$ va V o'yinchi $\bar{V}_B^* = (1/5; 4/5)$ aralash strategiyalarni qo'llashi kerak ekan. O'shanda har ikkala o'yinchi ham eng katta yutuqqa erishib o'yinning bahosi $An = 7/5$ ga teng bo'lar ekan.

14.4. O'yinlarni chiziqli programmalashtirishning masalasiga keltirib ikkilangan simpleks usuli bilan yechish

Istalgan $m \times n$ o'lchovli chekli o'yinni chiziqli programmashtirish masalasiga keltirib yechishni qarab chiqamiz.

O'yinni to'lov matritsasi aij (jadvali) bizga ma'lum deb hisoblaymiz. O'yinni yechimini ya'ni A va V o'yinchilarni aralash strategiyalari $\bar{X}_A^* = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ va $\bar{Y}_B^* = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ larni topamiz.

Buning uchun eng avvalo $\bar{X}_A^*$ aralash strategiyani topamiz. Ushbu strategiya A o'yinchiga V o'yinchini qanday strategiyasini qo'llashidan qat'iy nazar AAn dan kam bo'lmagan yutuqqa hamda V o'yinchiga u optimal strategiyani tanlaganda An ga teng bo'lgan yutuqni ta'minlashi kerak.

Faraz qilaylik o'yinning bahosi $An > 0$ bo'lsin. Buning uchun esa aij to'lov matritsasini barcha elementlari musbat bo'lishi kerak. Bunga erishish uchun istalgan o'yinda aij ni hamma elementlariga bir xil katta miqdor M ni qo'shish bilan erishish mumkin.

Ushbu holda o'yinni bahosi M martaga oshsada, ammo (strategiyani tanlash) yechim o'zgarmaydi. Shuningdek yana faraz qilamiz A o'yinchi o'zini optimal aralash strategiyasi $\bar{X}_A^*$ (bizga hali ma'lum bo'lmagan) ni qo'llaydi. V o'yinchi esa o'zini istalgan V_j sof strategiyasini qo'llaydi. U vaqtda A o'yinchining o'rtacha yutug'i quyidagidan iborat bo'ladi:

$$a_j = a_{1j} x_1^* + a_{2j} x_2^* + \dots + a_{mj} x_m^* \quad (6)$$

Ammo o'yinlar nazariyasini teoremasiga ko'ra istalgan ajni v dan kichik bo'lishi mumkin emas. Bundan esa quyidagi n ta tengsizlikka ega bo'lamiz.

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1^* + a_{21}x_2^* + \cdots + a_{m1}x_m^* \geq v \\ a_{12}x_1^* + a_{22}x_2^* + \cdots + a_{m2}x_m^* \geq v \\ \\ a_{1n}x_1^* + a_{2n}x_2^* + \cdots + a_{mn}x_m^* \geq v \\ x_1^* \geq 0, x_2^* \geq 0, \dots, x_m^* \geq 0 \end{array} \right\} \quad (7)$$

yoki

[illegible]

Bu yerda qo'yidagi belgilashlarni kiritamiz:

va

ga ega bo'lamiz. Bu yerda shart bo'yicha barcha X_i lar musbat o'zgaruvchilar va ular quyidagi

shartni qanoatlantiradi.

Shuningdek A o'yinchi o'zini kafolatli n yutug'ini maksimallashtirishga harakat qiladi. Bu esa $1/A_n$ ni eng kichik qiymatni qabul qilishini bildiradi.

Shunday qilib o'yinni yechish masalasi chiziqli programmashtirishning quyidagi masalasiga keltirildi:

$X_1, X_2, \dots, X_n$ larni (10) shartni qanoatlantiradigan shunday musbat qiymatlarini topish kerakki natijada quyidagi chiziqli maqsad funksiyasi

eng kichik - minimal qiymatga erishsin.

Ushbu masalani yechib

munosabatlardan X_i^* va $\frac{1}{v} = Lx$ larni topiladi.

Yuqorida qayd etilganlarga o'xshash tarzda fikr yuritib A o'yinchini A_i sof strategiyasini hamda V o'yinchini optimal strategiyalarini ketma-ket qo'llagan holda chiziqli programmashtirishning qo'yidagi, yuqoridagi masalaga ikkilamchi bo'lgan (qo'shma) masalasini yechishga kelimiz:

$U_1, U_2, \dots, U_n$ o'zgaruvchilarni shunday musbat qiymatlarini topish kerakki.

tengsizliklar sistemasini qanoatlantirgan holda quyidagi chiziqli maqsad funksiyasini

$$Ly = yz + y_2 + \dots + y_n \rightarrow \max \quad (15)$$

ni eng katta maksimum qiymatga erishsin.

O'z navbatida A o'yinchidan farqli ravishda V o'yinchi v ni minimallashtirishga harakat qiladi (iloji boricha kamroq yutqazishga). Shuning uchun $Lx=1/v$ ni minimallashtirish o'rniga $Ly=1/v$ ni maksimallashtirishga harakat qilinayapti. Mazkur masalani yechilib

$$y_i = \frac{y_i^*}{v} \quad (16)$$

va $Ly_{(\max)} = 1/v$ munosabatlardan v hamda U_i^* lar topiladi.

Misol: Quyidagi

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 7 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

to'lov matritsasi bilan berilgan o'yinni yechimi topilsin:

Yechish: A o'yinchini optimal strategiyasini topish uchun chiziqli programmalashning qo'yidagi masalasiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} 6X_1^* + 4X_2^* + 5X_3^* &\geq 1 \\ 2X_1^* + 3X_2^* + 5X_3^* &\geq 1 \\ 5X_1^* + 7X_2^* + 6X_3^* &\geq 1 \\ X_1^* &\geq 0, X_2^* \geq 0, X_3^* \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi $T_{\min} = X_1^* + X_2^* + X_3^*$ topilsin.

V o'yinchini optimal strategiyasini topish uchun quyidagi ikkilamchi masalaga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} 6U_1^* + 2U_2^* + 5U_3^* &\leq 1 \\ 4U_1^* + 3U_2^* + 7U_3^* &\leq 1 \\ 5U_1^* + 5U_2^* + 6U_3^* &\leq 1 \\ U_1^* &\geq 0, U_2^* \geq 0, U_3^* \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi $Z_{\max} = Y_1^* + Y_2^* + Y_3^*$ topilsin:

Ushbu ikki masaladan Simpleks usuli bilan ikkinchisini yechish qulay va indeks satridan bir vaqtni o'zida birinchi masalani yechimini ham topish mumkin. Buning uchun avval Y_4, Y_5, Y_6 . Qo'shimcha o'zgaruvchilar yordamida tengsizlikni tenglamaga aylantirib olingan deb yechimini qo'yidagi jadvalda keltiramiz:

Bazisli O'zgaruv Chilarn Koeff.	Bazis- li o'z- garuv- chilar	Ozod koef- fitsi- entlar	1	1	1	Balans o'zgaruvchilari		
			U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	U ₅	U ₆
0	U ₄	1	6	2	5	1	0	0
0	U ₅	1	4	3	7	0	1	0
0	U ₆	1	5	5	6	0	0	1
Z		0	-1	-1	-1	0	0	0
0	U ₄	3/5	4	0	13/5	1	0	-2/5
0	U ₅	2/5	1	0	17/5	0	0	-3/5
1	U ₂	1/5	1	1	6/5	0	0	1/5
Z		1/5	0	0	1/5	0	0	1/5

Simpleks usulini 1-chi iteratsiyasidan so'ng quyidagi yechimga ega bo'lamiz:

$$y_1^* = 0; \quad y_2^* = \frac{1}{5}; \quad y_3^* = 0; \quad \text{va} \quad z_{\max} = \frac{1}{v} = 5$$

$$v = \frac{1}{z_{\max}} = 5 \quad \text{hamda} \quad y_i^* = v y_i^*; \quad \text{ga asosan} \quad y_1^* = 0; \quad y_2^* = 1; \quad y_3^* = 0;$$

Shunday qilib V o'yinchi uchun aralash strategiya $\bar{y}_B^* = (0, 1, 0)$ ekan.

Indeks satridan Y_4 , Y_5 , Y_6 . o'zgaruvchilarga mos ravishda birinchi masalani yechimini topamiz:

$$v = \frac{1}{T_{\min}} = 5 \quad x_1^* = 0; \quad x_2^* = 0; \quad x_3^* = \frac{1}{5};$$

$$\text{ammo} \quad x_i^* = v x_i^*; \quad \text{ga asosan} \quad x_1^* = 0; \quad x_2^* = 0; \quad x_3^* = 1;$$

O'z navbatida $X_A^* = (0, 0, 1)$ A-o'yinchini yutuqqa erishtiruvchi aralash strategiya hisoblanadi.

Shunday qilib mazkur o'yinda o'yinchilar yutuqqa erishishi uchun A o'yinchi o'zini $X_A^* = (0, 0, 1)$ aralash strategiyasini, V-o'yinchi esa $Y_B^* = (0, 1, 0)$ aralash strategiyasini qo'llashi kerkak ekan. Aynan shu holda A-o'yinchi eng ko'p yutuqqa, V-o'yinchi esa eng kam yutqazishga (eng ko'p yutuqqa) erishadilar va uyinnning yutug'i $v=5$ teng bo'ladi.

Tayanch so'z va iboralar:

O'yinlar nazariyasi, o'yin, strategiya, optimal strategiya, aralash strategiya, partiya, yutuq, o'yinning yutug'i, o'yining bahosi, to'lov matritsasi, nol yig'indili o'yin, matritsali o'yin, chekli va cheksiz o'yin, maxmin va minmax qoidalar, to'lov funksiyasi.

Takrorlash uchun savollar:

1. O'yinlar nazariyasini asosiy maqsadini bilasizmi?
2. O'yin, partiya, strategiya deganda nimani tushunasiz?
3. To'lov matritsasi, o'yinni bahosi, maxmin va minmax qoidalarini mazmunini bilasizmi?
4. Qanday hollarda o'yinni yechish uchun aralash strategiyadan foydalanasiz?
5. O'yinlarni chiziqli programmalashtirishning masalasiga keltirib ikkilangan simpleks usuli bilan yechishning maqsadi va afzalligi nimada?

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. K.Safayeva, N.Beknazarova Operatsiyalarni tekshirishning matematik usullari. Toshkent, I-qism, O'qituvchi, 1984, 1990 y.
2. N.I.Shedrin, A.N.Karxov. Ekonomika matematicheskoye metod v trgovle. M.: Ekonomika, 1980 g.
3. Yu.N.Kuznesov, V.I.Kuzbov, A.B.Voloshenko. Matematicheskoye programmirovaniye . M.: Visshaya shkola, 1980 g.
4. Yu.M. Siddiqov "O'yinlar nazariyasi modellari", Samarqand, 2000 yil, ma'ruza matni

15- mavzu. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi va modellari

Reja:

15.1. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining umumiy tushunchalari

15.2. Navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellari

15.3. Navbatli yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellari

15.4. Aralash tipdagi yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellari

15.1 Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining umumiy tushunchalari

Odatda bizlar har kuni har soat va har daqiqada biror bir turdagi xizmat turini ko'rsatish yoki undan bahramand bo'lish holatiga duch kelamiz. O'z navbatida juda ko'plab miqdorda qimmatli vaqtlarimizni, ta'tilimiz, ijodiy ishlarimiz, xizmat vazifamizni bajarish hisobidan uzundan-uzoq navbatlarga turishga sarflaymiz. Shu o'rinda savol tug'iladi. Xo'sh, yalpi xizmat ko'rsatish tizimini qanday qilib optimal tarzda tashkil qilsak, navbatlarning uzunligi va xizmat ko'rsatuvchilarning bekor turib qolishlik vaqti juda kam miqdorda bo'ladi? Ushbu muammoni yechish uchun dunyoning ko'pgina mamlakatlarida uzoq yillardan beri olimlar, mutaxassislar shug'ullanib kelmoqdalar. Bu borada ko'plab yalpi xizmat ko'rsatish tizimini modellari turli yillarda taklif etilgan. Jumladan dastlab A.Ya.Xinchin., B.V.Genedenko (Rossiya), A.Erlang (Daniya) kabilar asarlarida. Biroq hali qo'yilgan talablarga, insoniyat taraqqiyoti hamda ehtiyojiga to'liq mos keladigan, jumladan ekstremal holatlarni hisobga oladigan modellar yaratilmadi. Ayrımlari tegishli sohalarga mos kelsa, qo'l kelsa boshqa sohaga qisman mos kelmayapti - rele holatini aks etirolmayapti, chunki tegishli YAXKT jarayonlarida hisobga olish mumkin bo'lmagan ko'plab omillar tez-tez uchrab turadi. Shularga qarmasdan biz amaliyotga qo'llanishi mumkin bo'lgan YAXKTni ayrim idellashtirilgan modellarini ko'rib chiqamiz. Haqiqatdan ham yalpi xizmat ko'rsatish tizimi masalalari amaliy faoliyatimizni juda ko'plab sohalarida tez-tez uchrab turadi. Xususan savdo, tayyorlov, umumiy ovqatlanish, maishiy xizmat ko'rsatish tizimi korxonalari, bank, soliqqa tortish, moliya tizimi idoralari, telefon stansiyalari, poliklinikalar, shifoxonalar bilek sotuvchi kassalar, aeroportlar, temir yo'l vokzallari, yoqilg'i qo'yish shaxobchalari va boshqalar yalpi xizmat ko'rsatish tizimiga misol bo'la oladi, qaysiki ularda inson ehtiyojlarining biron-bir turini qondirish bo'yicha xizmat ko'rsatiladi.

Amaliyotda asosan uch turdagi ya'ni navbatli, navbatsiz va aralash turdagi yalpi xizmat ko'rsatish tizimi tez-tez uchrab turadi. Msalan: magazinda haridorlar birin-ketin sotuvchiga yoki kassirga murojaat qiladilar. Sotuvchi navbatdagi haridorga xizmat qilish uchun ma'lum bir vaqt sarflab, so'ng keyingi haridorga xizmat ko'rsatadi. Albatta sotuvchini xizmat ko'rsatish samaradorligini avvalo uning ishni bajarish tezligi hamda haridorlar oqimining harakat tezligiga bog'liq. Tabiiyki, sotuvchilar sonini ko'paytirish xizmat ko'rsatishni tezlashtiradi., biroq haridorlar soni sotuvchilar sonidan ko'p bo'lsa, albatta navbat hosil bo'ladi. Navbatni o'rtacha uzunligi yalpi xizmat ko'rsatish

tizimi ishining sifati va samaradorligini hamda uning o'tkazuvchanlik quvvatini ifodalaydi. Shunday qilib, yalpi xizmat ko'rsatish tizimi uchun xos (tipik) **muammo-masala** kelib chiqadi. Xizmat ko'rsatish tizimini qanday tashkil qilish kerakki, natijada talablar navbati va kanallarni ishlamasdan bo'sh turib qolishlik ehtimoli, ulushi juda kichik bo'lsin. Kelgusida mazkur tipga oid xizmat ko'rsatish tizimini navbatli yalpi xizmat ko'rsatish tizimi (NYAXKT) deb ataymiz.

Amaliyotda ayrim YAXKTda navbat hosil bo'lmaydi. Masalan telefon orqali so'zlashuvda abonent rad javobini oldi, qachonki u chaqirayotgan raqam shu lahzada band bo'lsa. U qaytadan so'zlashishga (xizmat olishga) harakat qilishi mumkin, ammo navbatga turmaydi. Bunday turdagi yalpi xizmat ko'rsatish tizimini ishlash samaradorligini rad etishlar natijasidagi yo'qotishlar ulushi yoki rad etishlar foizi orqali aniqlanadi. Amaliyotda bunday YAXKTni rad etishli (qaytarishli) yoki navbatsiz xizmat ko'rsatish tizimi deb aytiladi.

O'z navbatida amaliyotda aralash tipdagi (navbatli va navbatsiz) YAXKTlari ham tez-tez uchrab turadi va bunday tizimning ish samaradorligini navbatning o'rtacha uzunligi va qaytarishlar foizi belgilab beradi. Aralash tipdagi YAXKT miga misol sifatida umumiy ovqatlanish korxonalari, yoqilg'i quyish shaxobchalari kabilar misol bo'la oladi.

Tushayotgan talablar oqimi. Yalpi xizmat ko'rsatish tizimining terminologiyasiga ko'ra, xizmat olish uchun kirayotgan, kelayotgan, tushayotgan istalgan ob'ektga (birlik, chaqiriq, buyurtma, mijoz, va h.k.) talab deb aytiladi. Talablar oqimi deb omborga, magazinga, haridorlarga tovar yetkazib beruvchilardan kelayotgan tovarlar oqimi, soliq idoralariga tushayotgan pul tushumi oqimi, soliq to'lovchilar oqimi, banklarga pul qo'yishga kelayotgan mijozlar oqimi kabilarga aytiladi.

Xizmat ko'rsatish jarayonini amalga oshiradigan - bajaradigan shaxs yoki texnik vositaga xizmat ko'rsatish kanali deb aytiladi. Jumladan, kanal degani - inson, sotuvchi, vrach, usta, dispetcher, avtomat kabilar tushuniladi.

O'z navbatida yalpi xizmat ko'rsatish tizimi nazariyasi element-larini o'rganishni xizmat olish uchun tushayotgan talablar oqimidan boshlash maqsadga muvofiqdir. Talablar oqimida har ikki yonma-yon qo'shni talablar orasidagi vaqt tasodifiy miqdor bo'lib, bizga bog'liq bo'lmagan holda ro'y beradi - biroq, biz o'rtacha interval-oraliq berilgan hamda T-ga teng deb olamiz, ya'ni:

$$T = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_n}{n}$$

Bu yerda t_i lar xizmat olish uchun tushayotgan talablar orasidagi o'rtacha vaqtni bildiradi.

O'z navbatida $\lambda = 1/T$ (1) miqdor talablarini tushish, kirish tezkorligi deyiladi va u bir birlik vaqt ichiga xizmat ko'rsatish tizimiga tushayotgan talablarning o'rtacha sonini bildiradi. Bu yerda o'zaro bog'langan λ va T ko'rsatkichlar talablar oqimining muhim karakteristikalar bo'lib hisoblanadilar.

T-ni o'rtacha qiymatida har ikki qo'shni talablar orasidagi oraliq intervalni taqsimlanish qonuniyati quyidagi normal, teng taqsimlangan, eksponensial ikki tomonlama eksponensial taqsimot qonunlaridan biriga mos kelishi mumkin. Shunday qilib yalpi xizmat ko'rsatish tizimini o'tkazuvchanlik qobiliyati nafaqat talablar orasidagi o'rtacha interval T - ga bog'liq, balki oraliqni taqsimot qonunini turiga ham ko'p jihatdan bog'liqdir. Bu esa o'z navbatida oqimining tezligi bilan bir qatorda qo'shni talablar orasidagi vaqt oralig'ini taqsimot qonuniyatini ham bilish muhim ekanligini anglatadi.

Amaliyotda o'tkazilgan ko'p sonli tekshirishlarni natijasiga ko'ra, ko'proq hollarda qo'shni talablar orasidagi o'rtacha vaqt oralig'ini eksponensial taqsimoti ko'proq uchramoqda. Bunday hollarda oqimga Puansoncha oqim deyiladi. Shuningdek Puanson oqimini barcha xossalari va harakteristikalari yagona λ (yoki T) parametr orqali to'la aniqlanadi va yalpi xizmat ko'rsatish tizimini harakteristikalarini hisoblashni jiddiy ravishda soddalashtiradi.

Xizmat ko'rsatish tizimi. Istalgan yalpi xizmat ko'rsatish tizimi bir yoki bir necha kanallardan tashkil topgan bo'ladi. O'z navbatida har bir kanal navbatdagi talabga xizmat ko'rsatish uchun ma'lum tasodifiy vaqtini sarflaydi. Biroq biz barcha kanallarda xizmat ko'rsatish o'rtacha vaqti bir xil bo'lib u τ - ga teng deb qaraymiz.

O'z navbatida $\mu = 1/\tau$ (2) miqdor kanalni xizmat ko'rsatish tezligi deyiladi va u bir birlik vaqt ichida kanalni o'rtacha qancha talabga xizmat ko'rsatish tezligini anglatadi.

Ammo amaliyotda τ va μ lar bilan bir qatorda taqsimot qonunlarini bilish ham muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki bitta o'rtacha vaqt bo'yicha xizmat ko'rsatishni taqsimot qonunlari bir vaqtni o'zida turli normal, teng taqsimlangan, eksponensial taqsimot qonunlariga xos bo'lishi ham mumkin.

O'z navbatida:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1/T}{1/\tau} = \frac{\tau}{T} = \lambda\tau \quad (3)$$

miqdor kanalni yuklanish parametri bo'lib, u o'lchovsiz miqdordir. Shuning uchun uni hisoblashdan oldin talablar oqimi va kanalni ko'rsatgichlarini bir xil o'lchov birligiga keltirish maqsadga muvofiq bo'ladi, chunki qariyb barcha xizmat ko'rsatish formulalari faqat α - miqdor orqali ifodalanadi.

15.2. Navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimini modellari

Navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimida barcha kanallar xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan paytda kelgan (tushgan) talablar navbatga turmaydi, balki tizimini tark etadi, biroq xizmat olish uchun yangitdan murojaat qilishi mumkin. Mazkur tipga oid yalpi xizmat ko'rsatish tizimini kelgusida navbatsiz (qaytarishli) yalpi xizmat ko'rsatish tizimi deb ataymiz.

O'z navbatida n - kanalli yalpi xizmat ko'rsatish tizimida tushayotgan talablar oqimiga xizmat ko'rsatish sifatini belgilovchi harakteristikalari quyidagi ko'rsatkichlar orqali aniqlanadi:

- n - kanalli (navbatsiz) YAXKTni ishlamasdan bekor turib qolishlik ulushi (ehtimoli):

$$P_0 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha^i}{i!} \right)^{-1} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}}; \quad \frac{\alpha^0}{0!} = 1 \quad (4)$$

- n - ta kanaldan 1,2,3..... k ta kanalni talablarga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik ulushi (ehtimoli):

$$P_k = \frac{\alpha^k}{K!} P_0 = \frac{\alpha^k}{K!} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\alpha^i}{i!} \right)^{-1} = \frac{\frac{\alpha^k}{k!}}{1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}}; \quad (k=0,1,2,\dots,n-1) \quad (5)$$

- n - ta kanalli navbatsiz YAXKT ni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik ulushi (ehtimoli):

$$P_n = \frac{\alpha^n}{n!} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\alpha^i}{i!} \right)^{-1} = \frac{\frac{\alpha^n}{n!}}{1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}} \quad (6)$$

- n - kanalli navbatsiz YAXKTda xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarni o'rtacha soni, ya'ni $\bar{n}$:

$$\bar{n} = \alpha(1 - P_n) \quad (7)$$

O'z navbatida shuni qayd etish kerakki, $R_0, R_1, R_2, \dots, R_K, \dots, R_n$ lar mos ravishda navbatsiz YAXKT da 1, 2, ..., K , ..., N ta kanallarni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik va bekor-bo'sh turib qolishlik hodisalarini aks etirganligi uchun ehtimollar nazariyasining to'la guruh hodisalarini ehtimollarini yig'indisi birga tengligi qayd etilgan teorema muvofiq ravishda kanallarni bandlik va bo'sh turib qolishlik ehtimollarini yig'indisi ham birga tengligi shartini bajarilishi o'rinli bo'ladi, ya'ni:

$$R_0 + R_1 + R_2 + \dots + R_K + \dots + R_n = 1 \quad (8)$$

Kanallarni soni $n=1$ bo'lganda (4) - (7) formulalar qo'yidagicha yoziladi:

- bitta kanalni ishlamasdan bo'sh-bekor turib qolishlik ulushi, ehtimoli:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \alpha}; \quad \frac{\alpha^0}{0!} = 1 \quad (4^1)$$

- bitta kanalni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik ulushi, ehtimoli:

$$P_1 = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (5^1)$$

- xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarni o'rtacha soni:

$$\bar{n} = \alpha(1 - P_1) \quad (7^1)$$

- kanalni xizmat ko'rsatish va bekor turib qolishlik ulushi (ehtimollari) yig'indisi:

$$R_0 + R_1 = 1 \quad (8^1)$$

YAXKTda kanallar soni $n=2$ bo'lganda (4) - (7) formulalar qo'yidagicha yoziladi:

- Ikkita kanalni ishlamasdan bo'sh turib qolishlik ulushi, ehtimoli:

$$P_o = \frac{2}{2 + 2\alpha + \alpha^2} \quad (4'')$$

- Ikkita kanalni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganligi ulushi, ehtimoli:

$$P_2 = \frac{\alpha^2}{2 + 2\alpha + \alpha^2} \quad (6'')$$

- Ikkita kanaldan faqat bittasini xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganlik ulushi ehtimoli:

$$P_1 = \alpha \cdot P_o = \frac{2\alpha}{2 + 2\alpha + \alpha^2} \quad (5'')$$

- Ikkita kanaldan xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarni o'rtacha soni:

$$\bar{n} = \alpha(1 - P_2) \quad (7'')$$

- Kanallarni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik va bo'sh turib qolishlik ulushlarining yig'indisi:

$$R_0 + R_1 + R_2 = 1 \quad (8'')$$

Misol. Supermarketing buyurtmalar qabul qilish bo'limiga buyurtmalar ikkita telefondan qabul qilinmoqda. Bir soat ichida tushayotgan buyurtmalarni o'rtacha soni 90 tani, har bir buyurtmani rasmiylashtirish uchun sarflanadigan o'rtacha vaqt esa 2 minutni tashkil etadi. Ikki kanalli navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimini ko'rsatgichlari topilsin?

ECHISH: Masalani shartiga ko'ra 2 kanalli tizimga tushayotgan talablar tezligi:

$$\lambda = \frac{1}{T} = 90 \frac{1}{\text{soat}}$$

- Kanallarni xizmat ko'rsatish tezligi esa

$$\mu = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2 \text{ min}} = \frac{60}{2} = 30 \frac{1}{\text{soat}}$$

bo'lganligi uchun:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{90 \frac{1}{\text{soat}}}{30 \frac{1}{\text{soat}}} = 3 \quad \text{ga teng bo'ladi.}$$

O'z navbatida har ikkala telefonni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganlik ulushi (ehtimoli):

$$P_2 = \frac{\alpha^2}{2 + 2\alpha + \alpha^2} = \frac{9}{2 + 6 + 9} = \frac{9}{17} \approx 0,53$$

Ikkita telefondan faqat bittasini xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganlik ulushi (ehtimoli):

$$P_1 = \frac{\alpha}{1!} \cdot P_0 = \frac{2\alpha}{2 + 2\alpha + \alpha^2} = \frac{6}{17} \approx 0,35$$

Har ikkala telefonni ishlamasdan bekor turib qolishlik ulushi (ehtimoli):

$$P_0 = \frac{2}{2 + 2\alpha + \alpha^2} = \frac{2}{2 + 6 + 9} = \frac{2}{17} \approx 0,11$$

Xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan telefonlarni (kanallarni) o'rtacha soni:

$$\bar{n} = \alpha (1 - R_2) = 3 (1 - 0,53) = 1,47$$

Hamda: $R_0 + R_1 + R_2 = 0,12 + 0,35 + 0,53 = 1$

Shunday qilib mazkur masala shartiga ko'ra ikki kanalli navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimida har ikkala telefon birgalikda ish kunining 53% vaqtida, faqat bitta telefon 35% vaqtida xizmat ko'rsatish bilan band va 11% vaqt mobaynida har ikkala telefon bo'sh turib qolar ekan. Yoki ish kuni mobaynida ikkita telefondan o'rtacha faqat 1,5 tasi xizmat ko'rsatish bilan band bo'lar ekan.

Ammo shuni qayd qilish lozimki, navbatsiz YAXKT amalda uncha ko'p uchramaydi, balkim navbatli va aralash tipdagi YAXKTlari tez-tez uchrab turadi.

15.3 Navbatli yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellari

Navbat hosil bo'ladigan tizim navbatli yalpi xizmat ko'rsatish tizimi deb aytiladi. Talab tushgan paytda tizimni barcha kanallari xizmat ko'rsatish bilan band bo'lsa, u holda navbatda turadi. Ammo n-kanalli navbatli yalpi xizmat ko'rsatish tizimida tushayotgan talablar tezligi λ - ga, xizmat ko'rsatish tezligi μ - ga teng bo'lsa, u holda navbatsiz yalpi xizmat ko'rsatish tizimidan farqli ravishda ushbu tizimda quyidagi $\alpha < n$ yoki $\lambda < n\mu$ doimiylik shartini bajarilishi shartdir. Aks holda navbatni uzunligi juda oshib ketishi mumkin va bunday tizimdan foydalanish samarali bo'lmaydi. Shuning uchun kanallarning xizmat ko'rsatish tezliklarining yig'indisi $n\mu$ tushayotgan talablar oqimining tezligi λ - dan doimo katta bo'lishligi shartdir. Ushbu **shart-muammo navbatsiz** tizimdan farqli ravishda navbatli tizim uchun shuning uchun o'rinliki, chunki hamma tushayotgan talablar albatta xizmat olishi kerak.

O'z navbatida Puassoncha talablar oqimi va xizmat ko'rsatishni eksponensial qonuniyatli n-kanalli navbatli YAXKT ni ish sifatini aniqlovchi asosiy ko'rsatkichlar quyidagilardan iborat:

- barcha n-ta kanalni ishlamasdan bo'sh turib qolishlik vaqti ulushi, ehtimoli:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!} + \frac{\alpha^{n+1}}{(n-\alpha)n!} \right]^{-1} \quad (9)$$

- n-ta kanaldan faqat K-ta kanalni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik vaqtining ulushi, ehtimoli:

$$P_k = \frac{\alpha^k}{K!} \cdot P_0; \quad (K = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (10)$$

- barcha n-ta kanalni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik vaqti, ulushi, ehtimoli:

$$P_n = \frac{\alpha^n}{n!} \cdot P_0 + \frac{\alpha^{n+1}}{(n-\alpha)n!} \cdot P_0 \quad (11)$$

bu yerda $\frac{\alpha^n}{n!} \cdot P_0$ - tizimda navbatning yo'qligi va kanalning to'la yuklanganligi holatini ifodalaydi

$\frac{\alpha^{n+1}}{(n-\alpha)n!}$ - esa tizimda navbatni mavjudligini ifodalaydi.

- n-kanalli yalpi xizmat ko'rsatish tizimda navbatning o'rtacha uzunligi:

$$L_n = \frac{\alpha^{n+1} P_0}{(n-\alpha)^2 (n-1)!} \quad (12)$$

- tizimda xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarni o'rtacha soni:

$$\bar{n} = \alpha \quad (13)$$

O'z navbatida barcha n-ta kanallarni ishlamasdan bo'sh turib qolishligi holati, n – ta kanaldan faqat K-ta kanalni ish bilan band bo'lishlik holati, barcha n-ta kanalni hammasini xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik holatlari hodisalarining to'la guruhini tashkil qilganligi uchun, hodisalar guruhining ro'y berishlik ehtimollarini yig'indisi doimo birga teng bo'lishi, ya'ni:

$$P_0 + P_1 + \dots + P_k + \dots + P_n \quad (14)$$

shartni bajarilishi shartdir.

Amaliyotda kanallar soni $n=1$ bo'lganda (9)-(14) formulalar quyidagicha tarzda soddalashadi:

$$R_0 = 1 - \alpha \quad (9^1)$$

$$R_1 = \bar{n} = \alpha \quad (10^1)$$

$$L_1 = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \quad (12^1)$$

$$P_0 + P_1 = 1 \quad (14^1)$$

Hamda (9¹) - (14¹) formulalar o'rinli bo'ladi, agarda $\lambda < n\mu$ doimiylik sharti bajarilsa.

Agar kanallar soni $n=2$ bo'lsa, u holda (9) - (14) formulalar qo'yidagicha aniqlanadi:

$$P_0 = \frac{2 - \alpha}{2 + \alpha} \quad (9'')$$

$$P_1 = \frac{\alpha}{1!} \cdot P_0 = \frac{\alpha(2 - \alpha)}{2 + \alpha} \quad (10'')$$

$$P_2 = \frac{\alpha^2}{2 + \alpha} \quad (11'')$$

$$R_0 = R_1 + R_2 = 1 \quad (14'')$$

$$L_2 = \frac{\alpha^3}{4 - \alpha^2} \quad (12'')$$

hamda (9'') (12'') formulalar o'rinli bo'ladi, agarda $\lambda < n\mu$ shart bajarilsa.

O'z navbatida, navbatni uzunligi L ni hisoblash bilan bir qatorda navbatda o'rtacha kutish vaqtini quyidagi formula bilan topiladi:

$$V = L T \quad (15)$$

Buning ma'nosi shundan iboratki, xizmat olish uchun navbatda turuvchi talablar o'rtacha L -ta talabni xizmat olishini kutishi kerak. Chunki navbatli tizimda talablar yo'qotilmasligi sababli xizmat ko'rsatilgan talablar tezligi, tushayotgan talablar tezligiga teng bo'ladi. Shuning uchun xizmat ko'rsatilgan talablar orasidagi o'rtacha vaqt - o'rtacha interval, tushayotgan talablar orasidagi o'rtacha interval T -ga teng.

Navbatni o'rtacha uzunligi L va o'rtacha kutish vaqti - $V=L \cdot T$ lar xizmat ko'rsatuvchi kanallar soni, xizmat ko'rsatish tezligi va talablarni tushish tezliklari hamda xizmat ko'rsatishning tegishli taqsimoti qonunlari va talablar orasidagi intervapdan bog'liq bo'ladi.

15.4. Aralash tipli yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellari

Odatda amaliyotda tez-tez navbat paydo bo'ladigan va xizmat ko'rsatilmay rad etiladigan (aralash tipdagi) yalpi xizmat ko'rsatish tizimlari uchrab turadi. Masalan, umumiy ovqatlanish korxonalarida xizmat olish uchun mijozlar tizimda mavjud bo'sh o'rindiqlar sonini yoki tushlik tanaffus vaqtini cheklanganligini hisobga olishi kerak bo'ladi. Faraz qilaylik navbatdagi joylar soni m -ga teng bo'lsin, navbatga kutib turish mumkin bo'lgan vaqti t_0 ga teng bo'lsin. Agar talab tushganda bo'sh o'rindiq bo'lsa, unga xizmat ko'rsatiladi, aks holda tizimni tark etadi. Shuningdek cheklangan kutish vaqtida talab yo'qotiladi, agar uning navbatga turish vaqti t_0 dan oshib ketsa.

Aralash tipdagi yalpi xizmat ko'rsatish tizimida xizmat ko'rsatishni samaradorligi ko'rsatkichlari navbatsiz yoki navbatli tizimga nisbatan

murakkabroq formulalar bilan hisoblanadi. Jumladan n-kanalli aralash tipdagi YAXKT uchun navbatda m-ta joy o'rin bo'lgan holda talablarni Puansoncha oqimi va xizmat ko'rsatishni eksponensial qonuniyatli tizimni harakteristikalarini quyidagi ko'rsatkichlar bilan aniqlanadi:

- ishlamasdan bekor turib qolishlik ulushi:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{\alpha^n}{n} \left(1 + \frac{\alpha}{n!} + \frac{\alpha^2}{n!} + \dots + \frac{\alpha^m}{n^m!} \right) \right]^{-1} \quad (16)$$

- Yo'qotilgan talablar ulushi:

$$P_{n+m} = \frac{\alpha^{n+m}}{n! n^m} P_0 \quad (17)$$

- kanalni bandlik ko'rsatkichlari:

$$P_k = \frac{\alpha^k}{K!} P_0; \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (18)$$

- navbatning o'rtacha uzunligi:

$$L_n = \frac{\alpha^{n+1} P_0}{(n-\alpha)^2 (n-1)!} \left[1 - 2 \left(\frac{\alpha}{n} \right)^m + \left(\frac{\alpha}{n} \right)^{m+1} \right] \quad (19)$$

formulalar bilan aniqlanadi.

Ayrim hollarda navbatni uzunligi cheklangan bir kanalni (n=1) xizmat ko'rsatish tizimini ko'rsatkichlari quyidagicha aniqlanadi :

$$P_0 = \frac{1-\alpha}{1-\alpha^{m+2}} \quad (16^1)$$

$$L_1 = \frac{\alpha^2}{1-\alpha} \cdot \frac{1-2\alpha^m + \alpha^{m+1}}{1-\alpha^{m+2}} \quad (19^1)$$

O'z navbatida m=0 bo'lganda (16) - (19) lardan (4) - (7) formulalarni ko'rsatkichlariga, ya'ni navbatsiz (Erlang formulalariga) tizimga kelimiz, m=0 da esa (9) - (13) navbatli tizimni ko'rsatkichlariga kelimiz.

Agar har bir talab uchun kutish vaqti t_0 miqdor bilan chegaralangan bo'lsa, u holda talablarni Puasson oqimi va xizmat ko'rsatishni eksponensial qonuniyatlari uchun n-kanalli tizimni o'tkazuvchanlik qobiliyati ko'rsatkichlari quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{\alpha^n}{n!} \cdot \frac{n - \alpha e^{-\mu(n-\alpha)t_0}}{n - \alpha} \right]^{-1} \quad (20)$$

$$L_0 = \frac{n - [n + \lambda t_0 (n - \alpha)] e^{-\mu(n-\alpha)t_0}}{(n - \alpha)^2 n!} \cdot \tau \cdot P_0 \quad (21)$$

Yo'qotilgan talablar ulushi:

$$P = \frac{\alpha^{n+1} P_0}{n!} e^{-n\mu(n-\alpha)} \quad (22)$$

Agar $\alpha=n$ bo'lsa, u holda o'tkazuvchanlik qobiliyati ko'rsatkichlari quyidagicha soddalashgan holda aniqlanadi :

$$P_0 = \left[1 + \frac{\alpha}{1!} + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{\alpha^n}{n} (1 + \lambda t_0) \right]^{-1} \quad (16^1)$$

$$L_n = \frac{\alpha^n}{n!} \left(1 + \frac{\lambda t_0}{2} \right) t_0 P_0 \quad (19^1)$$

$$P = \frac{\alpha^n}{n!} P_0 \quad (22^1)$$

Tayanch so'z va iboralar:

Talab, talablar oqimini tushish, kelish tezligi, kanal, kanalni xizmat ko'rsatish tezligi, yalpi xizmat ko'rsatish tizimi: navbatsiz, navbatli, aralash tipdagi, kanallarni xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishlik va ishlamasdan bekor turib qolishlik ulushlari (ehtimollari) modellari, navbatni uzunligi, doimiylik sharti.

Takrorlash uchun savollar:

1. Yalpi xizmat ko'rsatish tizimining asosiy maqsadini va vazifasini bilasizmi?
2. Yalpi xizmat ko'rsatish tizimining turlari (navbatsiz, navbatli va aralash tipdagi)ni, harakteristikalarini va ularni aniqlash modellarini bilasizmi?
3. Doimiylik sharti ($\alpha < n$) deganda nimani tushunasiz?
4. Yalpi xizmat ko'rsatish tizimi modellarini amaliyotning qanday soxalariga tadbiq etish mumkin va oqibatda qanday natijalarga erishish mumkinligini bilasizmi?

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A.A. Spirin. T.P. Fomin "Ekonomiko-matetimateskiye metodi i modeli v trgovle", M.Ekonomika.
2. YU.G.Yepishin. "Ekonomiko-matetimateskiye metodi i modeli v trgovle", M.Ekonomika, 1978..

16- mavzu. MAKROIQTISODIY JARAYONLARNING MODELLARI

Reja:

1. Takror ishlab chiqarish proporsiyalarini modellashtirish.
2. Iqtisodiy sistemaning muvozanati.
3. Muvozanatning bir mahsulotli modeli.
4. Ijtimoiy yalpi mahsulotning strukturasi va matematik modeli.
5. Makro iqtisodiy modellar.

1. Takror ishlab chiqarish proporsiyalarni modellashtirish

Xalq xo'jaligi darajasida shakillantiriladigan kengaytirilgan takror ishlab chiqarish modeli o'sish sur'ati va proporsiyalarni aniqlash uchun xizmat qiladi. Iqtisodiy o'sishning bir sektorli va ikki sektorli modellarini ko'rib chiqish mumkin. Bunday modellarni yaratish uchun quyidagi belgilar qabo'l qilinadi.

$X(t)$ - bir yilda ishlab chiqarilgan milliy daromad;

$Y(t)$ - noishlab chiqarish sohasidagi asosiy fondlarning o'sishiga ketgan harajatlar ham qo'shiladigan milliy daromadning iste'mol qilinadigan qismi;

$J(t)$ - asosiy ishlab chiqarish fondlarning o'sishiga kapital qo'yilmalar;

$S(t)$ - sof ishlab chiqarishga kapital qo'yilmalar normasi (hissasi).

Bunda iqtisodiy mazmunga binoan quyidagini yozish mumkin:

$$X(t) = Y(t) + J(t)$$

Jamg'arma normasi esa $S(t) = \frac{J(t)}{X(t)}$ bo'yicha aniqlanadi.

Jamg'arma normasini miqdori bilan iqtisodiy o'sish sur'ati o'rtasida o'zviy aloqa mavjud. Bu bog'liqlikni ifodalash uchun $V(t)$ parametri belgilanadi. U milliy daromadning joriy o'sishi bilan asosiy ishlab chiqarish fondlariga (ya'ni sarflangan kapital samarasining darajasi) sof kapital qo'yilmalar o'rtasidagi nisbatini harakterlaydi:

$$U(t) = \frac{X(t+1) - X(t)}{Y(t)} = \frac{\Delta X(t)}{Y(t)}$$

$Y(t) = S(t) \cdot X(t)$ bo'lganligi uchun

$$U(t) = \frac{\Delta X(t)}{S(t) \cdot X(t)}; \quad \frac{\Delta X(t)}{X(t)} = S(t) \cdot U(t) \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

Binobarin, milliy daromadning o'sish sur'ati sarflangan kapital samarasining jamg'arma iqtisodiy o'sish formasini ifodalaydi. Agar jamg'arma normasi va kapital qo'yilma bilan ta'minganlanganlik iqtisodiy o'sish va oshish (kamayish) ning mustaqil parametirlari bo'lsa, jamg'arish normasi boshqa teng sharoitlarda milliy daromad o'sish sur'atlarining proporsional ortishi (kamayishi) bilan birga kechadi. Sarflangan kapital samaradorligini doimiylik darajasini qabul qilib, Harrad – Domarning iqtisodiy o'sish modeliga ega bo'lamiz

$$X(t) = Y(t) + J(t)$$

$$\Delta K(t) = J(t)$$

$$J(t) = S \cdot X(t)$$

$$X(t) = q \cdot K(t)$$

Bunda $K(t)$ iqtisodiyotdagi asosiy ishlab chiqarish fodalarning hajmini belgilaydi. q fondlarning samaradorlik koeffitsiyentidir $q = X/K$. Bu modeldan “kechikish” yo’q bo’lganda, iqtisodiy o’sishning o’zoq muddatli sur’ati tenglamasini chiqarish mumkin

$$\lambda = \frac{\Delta X(t)}{X(t)} = q \cdot S$$

Iqtisodiy o’sishning nazariy modelida yangi ishlab chiqarish quvvatlarini ko’rish va o’zlashtirish ma’lum vaqtni ya’ni L va K o’rtasidagi vaqt dagi mavjud olishi fakti abstraklashtiradi.

Pirovard xilma-xil nisbatdan differensial tenglama orqali o’zluksiz o’sish formasiga o’tamiz. Bunda mehnat unumdorligining o’sish sur’ati $q(t) = \frac{X(t)}{L(t)}$ va uning fond bilan ta’minlanganligini $q(t) = \frac{X(t)}{L(t)}$ bog’lovchi o’zaro nisbatga asoslanamiz; bu yerda $L(t)$ ijtimoiy ishlab chiqarishda band bo’lgan ishchilar sonini ifodalaydi.

$$\text{Demak, } \frac{q(t)}{q(t)} = F\left(\frac{U(t)}{U(t)}\right).$$

Rejali iqtisodiyot sharoitida ish bilan band bo’lganlar o’sish sur’atining $L/L = n$ qandaydir barqaror ekzogen shakllantiruvchi mavjud deb taxmin qilish mumkin.

Iqtisodiy o’sishning bir sektorli makroiqtisodiy model (“Salou modeli”) qo’yidagicha yoziladi.

$$X(t) = Y(t) + U(t) \cdot K(t) = 1(t)$$

$$\frac{q'(t)}{q(t)} = F\left(\frac{U'(t)}{U(t)}\right) \quad \frac{L'(t)}{L(t)} = \text{const} = n$$

Rasman yuqorida keltirilgan model iqtisodiy rivojlanishning statsionar troyektoriyasini beradi. Bunda daromadning o’sishi jamg’arish normasiga bog’liq bo’lmaydi. Jumladan, (F chiziqli funksiyasi uchun) biz quyidagini olamiz:

$$\frac{X}{Y} = n \cdot \frac{v}{1-a}.$$

Shunga ko’ra statsionar troyektoriyadagi o’sish sur’ati jamg’arish normasining darajasidan qat’iy nazar ish bilan bandlikni o’sishi hamda a va v parametrlari (texnik taraqqiyot sur’ati) bilan aniqlanadi.

2. Iqtisodiy sistemaning muvozanatli holati va muvozanatga ta'sir etuvchi omillar

“Muvozanat” termini ekonomikaning shunday holatini ifodalash uchun qo'llaniladiki, sistema bu holatda tashqi qo'zg'atuvchi bo'lmasa istalgancha davom etishi mumkin. Iqtisodiy muvozanatning holati iqtisodiy atamalardan hech biri o'zgartirishdan manfaatdor emasligi bilan harakterlanadi.

Iqtisodiy muvozanat – o'zgarib turuvchi sotsial muxitdagi iqtisodiy sistemaning barqaror hamda optimal mavjud bo'lishidir. Xatti-harakati topshiriq berilgan sharoitda ayrim maqsadga yo'naltirilgan funksiyaning optimallashtirish qoidasi bilan aniqlanadigan optimal iqtisodiy sistemalar muvozanat holatdagi sistema modeli bo'la oladi. Maqsadga yo'naltirilgan funksiyaning yo'l qo'yiladigan chegaralari optimizatsiyaning yetarlicha aniq qoidalari bilan beriladi. Sistema optimal ishlashining sintezi sistema muvozanat holatining sintezi hisoblanadi, shuning uchun iqtisodiy sistemadagi barcha o'zgarishlarni qayta tuzuvchi real mexanizim loyihalashtirish lozim.

Masalan, oila iste'molchilari demogirafik o'zgarishlariga yoki ilmiy-texnik taraqqiyotning bexosdan o'sishiga daromad va iste'mol boyliklarini taqsimlash shuningdek ishlab chiqarish va jamg'arma usullaridagi o'zgarishlarga muvofiq kelishi kerak.

Muvozanatda ishlash tegishli teskari aloqa sistemasi, axborot ta'minotisiz bo'lishi mumkin emas.

Muvozanati narxlarini tartibga soladigan bozor jarayoni bilan saqlanadigan iqtisodiy sistemalar iqtisodiy muvozanatning boshqa misoli bo'la oladi. Bu o'rinda tashqi muxitdagi o'zgarishlar talab va taklif o'rtasidagi farqni o'zgartirish va keyinchalik narxlar sistemasini o'zgartirishi vositasida qoplanadi. Sistema xatti-harakatini muvozanat modellari yordamida tadqiq qilishda ikki problema yuzaga keladi. Ulardan biri sistema ishlab turishi jarayonida vujudga keladigan sistema troyektoriyasini topish problemasidir.

Iqtisodiy muvozanat, odatda, aniq ifodalangan umumiy mezon bo'lmaydi. Umumiy mezonni izlash o'z xatti-harakatlarini optimallashtirishga kirituvchi elementlar (qainashchilar)ning munosabatlari mexanizmi shakillanishiga bo'g'liq bo'lgan boshqa vazifa bilan almashtiriladi.

Muvozanat modellari bir mahsulotli va ko'p mahsulotli sistematik va dinamik bo'ladi.

Bunday modellarda iqtisodiy sistemaning ijtimoiy makrodarajada ishlab chiqarish va taqsimlash tarzidagi xatti-harakati bayon qilinadi. Bir mahsulotli sxemada bir xil turdagi mahsulotdan ayni bir vaqtda mehnat predmeti va iste'mol predmeti tarzida foydalanish nazarda tutiladi. Ko'p mahsulotli modelda bir necha mahsulot ko'zdan kechirib chiqiladi. Bunda ularni taqsimlash sxemasi ko'zlangan mo'ljalga ko'ra o'zlashtirilishi mumkin.

3. Muvozanatning bir mahsulotli modeli

Biror-bir iqtisodiy sistemada bir turli i mahsulot ishlab chiqarilayapti va taqsimlanayapti dab faraz qilaylik. Planli davr boshida mahsulot zapasi (oborot fondi) $O_x > 0$ ning borligiga asoslangan mahsulot sarfining intensivligi X ga teng, jonli mehnatning mavjud resurslari uning L intensivligida sarflashni ta'minlaydi. Iqtisodiy sistemaning chiqish signali (yalpi mahsulotning intensivligi)ni Z bilan belgilanadi. Yalpi mahsulot intensivligidan qisman mehnat predmeti va qisman iste'mol predmeti sifatida C intensivligida iste'mol qilinadi.

Iqtisodiy sistemaning statsionar rejimini topish talab qilinsin. Bu davrda boshlang'ich zapasining miqdori o'zgarmas bo'lganda ishlab chiqarish va iste'molning berilgan darajasi ta'minlanadi. Bunday rejim, so'zsiz, tashqaridan qo'shimcha ishlab chiqarish omillarini jalb qilish hisobiga ta'minlanadi. Ishlab chiqarish natijasi va omillari o'rtasidagi aloqa tenglamasi qo'ydagicha yoziladi:

$$Z = f(X, L) \quad (1)$$

Sarflangan mehnat va iste'molchilar o'rtasidagi teskari aloqa balans nisbatida beriladi:

$$C = f(L) \quad (2)$$

Sistemaning "chiqish" signali, ya'ni A nuqtasi uchun statistik muvozanatlik qo'ydagi ifodaga ega:

$$Z = X - C \quad (3)$$

Yuqorida keltirilgan (1) – (3) mustaqil tenglamalar to'rt o'zgaruvchini X, Z, L, C o'z ichiga olib, bitta erkin darajaga egadir. Sistema xatti-harakatini aniqlash uchun o'zgaruvchilardan birini masalan, (mahsulotning boshlang'ich zapasiga muvofiq keluvchi-intensivlik)ni berish kerak. Uning qiymatini tenglamalarga (2) va (3) qo'yib, oddiy o'zgartirishlardan so'ng quyidagi nisbatan olamiz:

$$F(X_o, L) - X_o = f(L)$$

So'ngra qolgan o'zgaruvchilar Z va C ni hisoblaymiz.

Sistemaning muvozanat holati chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi va iste'mol hamda sarflangan jonli mehnat o'rtasidagi chiziqli bog'liqlik uchun aniq bo'lib qoladi. Bunday holda funksiya (1) ishlab chiqarish va yalpi mahsulot omillariga nisbatan ikki chiziqli nisbatga bo'linadi:

$$X = a Z; L = b Z; C = vL.$$

Bunda a va b mablag' va mehnat talab koeffitsiyentlari, v - iste'mol normasi. Nisbatli (3) nazarda tutib, quyidagini yozamiz: Berilgan rejim sharoitlarida sistemaning muvozanati

$(1-a)Z = \frac{1-a}{a}$ koeffitsiyentlari pirovard mahsulot birligiga to'g'ri keluvchi ishlab chiqarish omillari sarfini aniqlaydi. Bu koeffitsiyentlarining kamayishi iste'mol normasini oshishga olib keladi.

Biroq bu fikrlarning barchasi mahsulotning oddiy takror ishlab chiqarish uchun tug'ridir. Endi mahsulotning kengaytirilgan ishlab chiqarish jarayonini tasvirlovchi va dinamik tenglamalar ko'rinishida berilgan muvozanat modelini ko'rib chiqamiz. Mahsulotni mehnat predmeti ko'rinishdagi sarfining intensivligi esa $L = L(t)$ funksiyasida berilgan.

Kengaytirilgan takror ishlab chiqarish jarayonida ishlab chiqarilgan mahsulotning bir qismini uning zapasini jamg'arish maqsadida foydalaniladigan kapital qo'yilma $G(t)$ tarzida realizatsiya qilish lozim. Kapital qo'yilmalar realizatsiyasida kichik ishga e'tibor bermay muvozanatning A nuqtadan dinamik modelini qo'ydagicha yozish mumkin:

$$Z(t) - X(t) - G(t) - C(t) = 0 \quad (4)$$

Ishlab chiqarish funksiyasi tenglamasini ko'rinishi quyidagicha yoziladi:

$$X(t) = aZ(t) \quad (5)$$

Iste'molchi va mehnat sarflari o'rtasidagi teskari aloqa qo'yidagicha yoziladi:

$$C(t) = \nu L(t) \quad (6)$$

Jamg'arish jarayonini kapital qo'yilmalar bilan ishlab chiqarish, o'sish sur'ati orqali ifodalasak

$$\frac{K}{a} \cdot \frac{dX(t)}{dt} = G(t) \quad (7)$$

deb yozish mumkin. Bunday K mahsulot qo'shimcha biriligini yaratishiga ketgan kapital qo'shimchalar sarfini ifodalash koeffitsiyenti.

(3)dan (4)ga bog'liqligidan foydalanib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\frac{1-a}{a}G - C - \frac{K}{a} \cdot \frac{dx}{dt} = 0 \quad (8)$$

Rejali davirda o'sish sur'ati doimiy va λ -ga teng bo'ladi deb taxmin qilamiz. Bunda rejali davrdagi yalpi mahsulotning hajmi quyidagi ifodadan topiladi:

$$G(t) = G(0)e^{\lambda t} \quad (9)$$

Qolgan ko'rsatkichlar ham shunga muvofiq aniqlanadi:

$$Z(t) = \frac{G(0)}{a}e^{\lambda t}; \quad L(t) = \frac{K\lambda}{a}G(0)e^{\lambda t}; \quad C(t) = \frac{1-a-K\lambda}{a}G(0)e^{\lambda t} \quad (10)$$

Bunda ishlab chiqarishni ta'minlash uchun sarflangan jonli mehnat intensivligini

$$L(t) = -\frac{b}{a}G(0)e^{\lambda t} \quad (11)$$

Shaklida yozish mumkin.

Berilgan dinamik model reja sharoitidagi muvozanat sistema parametrlari o'rtasidagi quyidagi bog'lanishlar erishiladi:

$$Y = \frac{1-a-K\lambda}{b}$$

Mazkur nisbatni ishlab chiqarish omillari sarflarining normalari o'zgarishsiz bo'lgan holda kengaytirilgan takror ishlab chiqarish realizatsiyasi iste'mol normasi pasayishi bilan birga kechadi degan xulosa kelib chiqadi. Uning o'rni mehnat unumdorligining o'sishi yoki material foydali unumdorligini o'sishi yoki ish koeffitsiyentini oshirish hisobiga qoplanishi mumkin.

Muvozanat modellarida iqtisodiy sistemaning ko'plab qatnashchilari berilgan deb taxmin qilinadi.

Sistema faoliyatiga uning tashqi talablarini hisobga olgan holda mustaqil qarorlar qabul qiladigan va bunda boshqa qatnashuvchilar bilan mahsulotning almashinishi va taqsimlanishi yuzasidan xo'jalik munosabatlariga kirishishadigan a'zolari o'zaro harakati jarayoni sifatida qaraladi.

Muvozanat modellari yordamida sistema harakati tekshirilgan ikki problema vujudga keladi. Birinchisi (troyektoriya) final holatda bo'lish. Bu holatda sistema o'z harakati jarayonida keladi.

Ikkinchisi bu jarayonda har bir alohida qatnashuvchining o'zaro mustaqil harakatiga yo'l qo'yilishi yoki kuyilmasligi masalasini hal qilish.

Xo'jalik sistemasi $f_i(X)$ individual maqsadli funksiyalar va R_j ishlab chiqarish imkoniyatlari sohalari bo'lgan $X_j (j = \overline{1, N})$ mahsulot chiqarish rejalari bo'lib, N qatnashuvchilar (yacheykalar)dan iborat, deb faraz qilaylik.

$\bar{X} = X(X_j)$ orqali alohida qatnashuvchilarning rejasini belgilaymiz. Bunda ijtimoiy chegaralanishlar hisobga olinadi. Ular xo'jalik yacheykalari rivojining mumkin bo'lgan ko'p planlari yuzasidan yo'l qo'yiladigan yechimlar sohasini Q_x belgilab beradi hamda vektorli optimallashtirish vazifasini tuzish mumkin bo'ladi. Ko'pgina samarador planlarni Q_x aniqlash sistemasining mumkin bo'lgan final holati yoki troyektoriyasi sohasini ancha toraytirish mumkin. Muvozanatning topilgan xolati (troyektoriyasi xo'jalik yacheykalarining o'zaro iqtisodiy aloqalar doirasidagi kelishilgan faoliyatidan iboratdir). Shuni uqtirib o'tish kerakki, bu prinsiplarning hususan, almashinish va taqsimlash prinsiplarining o'zgarishi sistema muvozanatlik holatining ham o'zgarishiga olib kelishi mumkin.

4. Ijtimoiy yalpi mahsulotning strukturasi va matematik modeli

Makromodellash - iqtisodiy tadqiqotlarda, xalq xo'jaligini tahlil qilish va planlashtirishda matematik metodlarni qo'llanishidir. Bunda iqtisodiy sistema bir butun ob'ekt tarzida ko'rib chiqiladi.

Modellash natijasida xalq xo'jaligini iqtisodiy rivojlantirishning optimal sur'atlari topiladi. Kengaytirilgan takror ishlab chiqarishni modellashda xalq xo'jaligi tarmoqlarning iqtisodiy yuksalishini balanslash va yanada yaxshilash vazifasi qo'yiladi. Bunda optimal modellar emas, balki balansli modellar ishlatiladi.

Kengaytirilgan takror ishlab chiqarish jarayonini modellashni ikki jixatdan ko'rib chiqishi mumkin:

- a) moddiy boyliklarning natural formasi jixatdan;
- b) moddiy boyliklarni qiymat formasi jixatdan.

Ijtimoiy mahsulotni takror ishlab chiqarish natural moddiy formada va qiymat yoki pul formasida amalga oshiriladi.

Modellash jarayonida ijtimoiy mahsulotning natural (buyum) formasida muhim ahamiyatga ega.

Ijtimoiy mahsulot natural-moddiy jixatdan ishlab chiqarilgan mehnat buyumlari, mehnat vositalari va iste'mol buyumlari majmuasini o'z ichiga oladi. Qiymat jixatdan esa iste'mol qilingan ishlab chiqarish vositalari qiymatini, yangidan vujudga keltirilgan mahsulotlarning o'zi uchun sarf qilingan mehnat natijasida ishlab chiqarilgan qismining qiymatini o'z ichiga oladi. Ijtimoiy yalpi mahsulot natural strukturasi jixatdan oraliq mahsulot, yalpi kapital mablag'lar va ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lmagan iste'mol mablag'lar va ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lmagan iste'mol fondiga ajratiladi.

Oraliq mahsulot umumiy mahsulotning bir qismi bo'lib, joriy ishlab chiqarish harajatlarini qoplashga mo'ljallangandir.

Yalpi kapital mablag'lar - umumiy mahsulotning ishlab chiqarish jarayonida sarflangan mehnat qurollari o'rnini qoplashga mo'ljallangan qismidir.

Ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lmagan iste'mol fondi-umumiy mahsulotning iste'mol buyumlaridan iborat qismidir. Yalpi ijtimoiy mahsulot natural strukturasi matematik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$X_t = \Pi_t + K_t + C_t$$

Bu yerda X_t - t davr ichida hosil qilingan yalpi ijtimoiy mahsulot;

Π_t - oraliq mahsulot miqdori;

K_t - yalpi kapital mablag'lar;

C_t - ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lmagan iste'mol fondi.

Ijtimoiy yalpi mahsulotning matematik modelini tuzish uchun "farq operatori" va "surilish operatori" degan tushunchalardan ifodalaniladi.

Matematikada operator deb X to'plamiga qarashli o'zgaruvchi elementiga Y to'plamidan ma'lum y element mos kelishini aniqlaydigan qonun (qoida)ga aytiladi. Farq operatori Δ funksiyaning o'tgan davridagi qiymati bilan hozirgi davrdagi qiymati o'rtasidagi farqqa teng:

$$\Delta = \varepsilon_{t-l} - \varepsilon_t$$

Farq operatori quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\Delta \varepsilon_t = \varepsilon_{t+l} - \varepsilon_t$$

Surilish operatori E funksiyaning o'tgan davrdagi qiymati bilan hozirgi qiymati o'rtasidagi nisbatga teng:

$$E = \frac{\varepsilon_{t+l}}{\varepsilon_t}$$

Bu operatorlar chiziqli bo'lganligidan ularga superpozitsiya prinsipi qo'llanishi mumkin:

$$(\Delta_1 + \Delta_2)\varepsilon_t = \Delta_1\varepsilon_t + \Delta_2\varepsilon_t$$

yoki

$$\Delta(Z\varepsilon_t) = Z(\Delta\varepsilon_t).$$

Farq operatorini mahsulotning qo'shimcha ko'p ayish sur'ati orqali, surish operatorini esa ko'p ayish sur'ati λ_t orqali ifodalash mumkin. Ko'p ayish sur'ati bilan qo'shimcha ko'p ayish sur'ati o'rtasidagi farq 1-ga teng: $\Delta = E - 1$.

Buning isboti $\varepsilon_{t+1} = E\varepsilon_t$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t = E\varepsilon_t - \varepsilon_t = \varepsilon_t(E - 1), \text{ ya'ni } \Delta = E - 1.$$

O'sish sur'ati quyidagi formula yordamida topiladi:

$$\mu_t = \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t}$$

Qo'shimcha o'sish sur'atini topish formulasi

$$\lambda_t = \frac{\Delta S_t}{\varepsilon_t}.$$

4. Makro iqtisodiy modellar

Makro iqtisodiy modellar talabi tovar-pul munosabatlarining mavjudligidan va xalq xo'jaligining prinsiplaridan kelib chiqadi:

1. Xalq xo'jalikni rivojlanishi proporsiyalari va sur'atlariqiymati ifodasida, mehnat o'lchovida va natural ifodada uyg'unlashtirishi kerak;
2. Aholining pullik daromadlari tovar fond bilan balanslashtirilgan bo'lishi kerak;
3. Mexnatning har qanday turlariga haq to'lashning turli xil darajalari mos kelishi kerak;
4. Iqtisodiyotning rivojlanishi mamlakat aktiv aholisining bandligini ta'minlashi kerak.

5. Jamiyat hamma a'zolarining turmush darajasi minimal darajadan past bo'lmasligi kerak.

Dinamik makroiqtisodiy modellarda texnika taraqqiyoti va uning asosida mehnat unumdorligini hisobga olish katta ahamiyatga egadir.

Ijtimoiy mahsulot ikki asosiy bo'linmasining makro iqtisodiy modeli quyidagi ko'rinishga ega:

$$y = aZ_1 + (1 + a_2)Z_2,$$

$$Z_1 = a_2Z_2 + \lambda y,$$

$$Z_2 = (1 - a_2)Z_1 + (1 - \lambda)y$$

bunda y - pirovard ijtimoiy mahsulot;

a_1 - shartli -sof foydaning nisbati va I bo'linmaning tarmoqsiz tovar mahsulot;

a_2 - II bo'linmaning tarmoqlaridan tashqari tovar mahsuloti hajmida o'lgangan I bo'linmaning tarmoqdan tashqari yetkazib bergan mahsuloti hajmi.

y va λ mazmunlarini berilgan deb hisoblasak, unda Z_1 va Z_2 ga nisbatan tenglamalar ko'rsatilgan sistemasining quyidagi yechimlarini olamiz:

$$Z_1 = \frac{a_1(1 - \lambda) + \lambda}{1 - a_2(1 - a_1)} \cdot y$$

$$Z_2 = \frac{1 + a_1\lambda}{1 - a_2(1 - a_1)}$$

Shunday qilib, tarmoqdan tashqari yetkazib berishlar hajmi Z_1 va Z_2 pirovard ijtimoiy mahsulot y hamda uning moddiy λ va qiymati (a) sostavini belgilovchi ikki parametrlarning funksiyalaridir.

Tayanch iboralar

1. Takror ishlab chiqarish proporsiyalari
2. Iqtisodiy sistema
3. Sistema muvozanati
4. Makro model
5. Mikro model

Tekshirish uchun savollar

1. Takror ishlab chiqarish proporsiyalari nimalar?
2. Iqtisodiy o'sish modelini tushintirib bering?
3. Iqtisodiy sistema muvozanati nima va unga ta'sir etuvchi omillarni sanab bering?
4. Ijtimoiy yalpi mahsulot tarkibi va uning modelini tuzing.

Adabiyotlar

1. Ж.О.Бреин.”Манагемент Информатион Сйстемс”. Нев Йорк-Лондон, 1995 г.
2. Очилов М.Ф., Қобулов А.В., Абдуллаев О.М., Кенжабоев О.Т. “Маркетинг стратегияси моделлари ва истиқболлаш”. Т., “ТФНТИ”. 1997 й.
3. Економетрика. Под ред. Шадиева Т.Ш. Т., Шарқ , 1999 г.

MUNDARIJA

Kirish.....	3
1. Iqtisodiyotni boshqarishda iqtisodiy-matematik modellar va usullarni qo'llash samaradorligi. Fanning maqsadi, vazifalari va boshqa fanlar bilan aloqasi.....	5
2. Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo'llash. Chiziqli dasturlash masalasini umumiy qo'yilishi va iqtisodiy talqini.....	10
3. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning simpleks usuli.....	20
4. Cheklangan resurslarni samarali taqsimlash masalasini yechishda ikkilanganlik nazariyasi.....	34
5. Xomashyo va materiallardan optimal foydalanish modellari. Optimal qirqish masalasi.....	45
6. Iqtisodiy jarayonlarda optimallashtirish usullarini qo'llash. Transport masalasi.....	53
7. Iqtisodiy sub'ektlar o'rtasida xo'jalik aloqalarini optimallashtirish. Ko'p bosqichli.....	78
8. Ishlab chiqarishni rivojlantirish va joylashtirish modellari hamda ekspert baholash usullari	88
9. Istemolchi tanlovini modellashtirish. Optimallashtirishning chiziqsiz modellari. Naflik funksiyasi. Logranj ko'paytuvchisi yordamida iste'molchi tanlovini optimallashtirish.....	95
10. Tarmoqlararo balans.....	105
11. Dinamik dasturlashning amaliy masalalari.....	115
12. Tovar zaxiralarini boshqarish modellari.....	134
13. Tarmoqli rejalashtirish va boshqarish usuli.....	145
14. Bozordagi noaniqlik sharoitida o'yinlar nazariyasi modellari.....	157
15. Ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi va modellari.....	168
16. Makroiqtisodiy jarayonlarning modellari.....	178