

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika-matematika fakulteti

“Matematika” kafedrası

Samadov Samad Odilovich

**« Geofizika masalalarini o'rganishda teskari masalalar tadbig'i »
mavzusida**

5130100 – “Matematika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr
darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**“ Ish ko'rildi va himoyaga
ruxsat berildi ”**

“ _____ ” _____ 2015 y.

**Ilmiy rahbar _____kat o'qituv
Sh.B.Merajova**

**Taqrizchi : _____ prof.I.I.Safarov
“ _____ ” _____2015 y**

Kafedra mudiri : _____

dots. R. T. Muxitdinov

“ _____ ” _____2015 y

«Himoya qilishga ruxsat berildi »

Fakultet dekani prof. Sh.M. Mirzayev

“ ____ ” _____ 2015 y.

Mundarija

Kirish	3-8
I Matematik fizika tenglamalari uchun asosiy masalalarning qo'yilishi	
I.1 Matematik fizika tenglamalari uchun to'g'ri masalalar.....	9-13
I.2 Matematik fizika tenglamalari uchun teskari masalalar.....	14-23
II Geofizika masalalarida teskari masalalarining tadbig'i	
II.1 Geofizika masalalarining qo'yilishi	24-27
II.2 Teskari masalalar yordamida geofizika masalalarni yechish	39
Xotima	40
Adabiyotlar	41

KIRISH

Agar fanni ulkan bir daraxt deb
tasavvur qilsak, tadqiqotlar uning
ildizini tashkil etadi.

I.A.Karimov.

Konstitutsiyamizda belgilab berilgan asosiy maqsadlarimiz barchamizga yaxshi ma'lum. Ya'ni, Bosh qomusimiz bozor iqtisodiyotiga asoslangan mustaqil demokratik davlat qurish, inson manfaatlari, huquq va erkinliklari, qonun ustuvorligi va mamlakatimiz barcha fuqarolari uchun qonun oldida tenglik tamoyili ta'minlanadigan fuqarolik jamiyatini shakllantirishning mustahkam poydevorini yaratib berdi.

O'zbekistonimizga mos tarixiy, milliy, an'anaviy va iqtisodiy vaziyat va xususiyatlarni inobatga olmasdan turib, "bozor iqtisodiyotining shiddatli girdobiga o'zingni tashlasang, uning o'zi ko'zlangan manzilga olib chiqadi" degan xomxayollardan butunlay voz kechdik. Va bugungi kunda butun dunyoda tan olingan, "o'zbek modeli" deb nom olgan jamiyatimizni tubdan isloh etish, erkinlashtirish, demokratik yangi davlat qurish, uni modernizatsiya qilish bo'yicha puxta o'ylangan taraqqiyot yo'limizni tanlab oldik.

Biz tanlagan va mashhur besh tamoyilga asoslangan taraqqiyot modelining naqadar haqqoniy va samarali ekani biz qurayotgan yangi demokratik tizimda, iqtisodiyotimiz rivojlanishining barqaror, barchani hayratda qoldirayotgan sur'atlarida, xalqimizning hayot darajasi va sifati ortib borayotganida o'zining amaliy tasdig'ini topmoqda.

O'tgan davrda biz duch kelgan og'ir sinov va muammolarga qaramasdan, mustaqillik yillarida O'zbekiston iqtisodiyoti qariyb 5 barobar, aholi daromadlari jon boshiga o'rtacha 8,7 barobar o'sganini, mamlakatimiz aholisi bu davrda 1,5-marta ko'payib, 2015-yilning 1-yanvarida 31 million 500 ming kishini tashkil

etishini inobatga oladigan bo'lsak, bunday ulkan natijalarga erishganimizni, ochig'ini aytganda, ba'zan tasavvur qilishning o'zi ham qiyin.

Mamlakatimizda amalga oshirilayotgan olamshumul o'zgarishlar, shahar va qishloqlarimizning qiyofasi tobora chiroy ochib, aholimizning farovonligi yuksalib borayotgani haqida gapirganda, bunday yangilanishlarning g'oyat muhim manbalari – avvalo, odamlarimizning ongu tafakkuri, dunyoqarashi va kayfiyati tubdan o'zgarib, ularning yon-atrofimizda ro'y berayotgan voqea-hodisalarga daxldorlik hissi, ertangi kunga munosabati va ishonchi tobora mustahkamlanib, siyosiy saviyasi va huquqiy madaniyati o'sib borayotgani haqida alohida to'xtalishni o'rinli deb bilaman

Jahon tarixi barchamizga bir haqiqatni doimo eslatib turadi – hayotimiz taraqqiyoti hech qachon bir joyda to'xtab turmaydi, xuddi shu kabi jamiyatimizni isloh etish va demokratlashtirish, mamlakatni modernizatsiya qilish va yangilash bir muddatlik ish emas, balki muntazam davom etadigan uzluksiz jarayondir.

Ayniqsa, bugun biz XXI asrda – intellektual mehnat birlamchi ahamiyat kasb etayotgan globallashuv va internet asrida yashayotganimizni hisobga oladigan bo'lsak, jahon bozorida raqobat kurashining miqyosi va keskinligi tobora ortib borayotgani bu haqiqatni yana tasdiqlab bermoqda.

Shuning uchun ham qo'lga kiritilgan yutuqlar bilan chegaralanmasdan, xotirjamlik va havolanish kayfiyatiga berilmasligimiz, aksincha, yangi marralar sari intilishimiz, doimo izlanib yashashimiz, taraqqiyot va yangilanish yo'lidan izchillik bilan yanada ilgarilab borishimiz zarur.

Istiqlol mamlakatimiz yosh olimlariga jahon ilm-fani oldida turgan dolzarb masalalarni hal etishda faol ishtirok etish imkonini berdi. Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti huzurida Kembrij universiteti (Buyuk Britaniya) ishtirokida Yuqori texnologiyalar markazining tashkil etilgani ham bunga yorqin misoldir. Innovatsion loyihalar ishlab chiquvchilar orasida yosh mutaxassislarning ulushi tobora ortib borayotir. Yosh olimlar kengashi iste'dodli yoshlarni qo'llab-quvvatlash maqsadida ilmiy va innovatsion faoliyatni

rivojlantirish bo'yicha ilm-fan yo'lini tanlagan yoshlarni rag'batlantirishga qaratilgan maqsadli strategiyani ishlab chiqdi.

Respublikamiz mustaqillikka erishgandan keyin bizning o'zbek yigit-qizlari jahon arenalarida sport va ilm-fanning turli sohalarida yutuqlarga erishib yurtimiz sharafiga himoya qilishmoqda. Ularga o'z sohasini mukammal biladigan mutaxassislar bo'lib yetishishi uchun jahon standartlari darajasida bilim berish, fanlarni chuqur o'rgatish, fanning ishlab chiqarish bilan aloqasini mustahkamlash bugungi kunning muhim vazifalaridan biridir.

O'zbekiston mustaqilligining 21-yilligi arafasida Fanlar akademiyasining Astronomiya institutiga yaponiyalik olimlar tomonidan 22948-kichik sayyora-asteroid kashf etilgani, unga Xalqaro astronomiya ittifoqi "Maydanak" nomini bergani ham olimlarimiz ilmiy yutuqlari e'tirofidan dalolatdir. Garvard kichik sayyoralar markazi tomonidan chop etilgan xabarda Maydanak O'zbekistonda joylashgan jahon miqyosidagi astronomik observatoriya ekani ta'kidlangan. Umuman, chet ellik astronomlar turli vaqtlarda kashf etilgan besh kichik sayyora jahon ilm-fani rivojiga beqiyos hissa qo'shgan buyuk ajdodlarimiz sharafiga O'zbekiston, Avitsenna, Ulug'bek, Beruniy va Xorazmiy nomini bergan. Yana bir sayyora 2009-yilda o'zbekistonlik olimlar tomonidan Maydanak observatoriyasida kashf etildi. Prezidentimiz Islom Karimovning taklifiga binoan unga azaldan jahon astronomiyasi markazi bo'lgan shahar Samarqand nomi berildi. O'tgan yillar davomida Fanlar akademiyasi olimlari xalqaro ahamiyatga molik boshqa ko'plab muhim fundamental ilmiy natijalarga erishdi. Gen-nokaut texnologiyasi yordamida g'o'zaning ildiz tizimi rivojlangan, hosildorligi yuqori, tolasi sifatli, ertapishar va sho'rlanishga chidamli noyob transgen navining yaratilgani mamlakatimiz paxtachiligida erishilgan eng katta ilmiy yutuq bo'ldi. Olimlarimiz tomonidan serhosil "Mehnat" va "AN-16" g'o'za navlari ham yaratilib, ular har yili katta maydonlarda yetishtirilmoqda. Bundan tashqari, 10 jildli noyob "Tabiiy birikmalar (tabiiy resurslar, tuzilma va xususiyatlar)" ilmiy-amaliy nashri tayyorlanib, ilk bor ingliz tilida chop etildi, mahalliy o'simlik

xomashyosi asosida o'ttizdan ziyod dorivor preparatlar yaratildi. Ayni paytda O'zbekiston Fanlar akademiyasi muassasalarining jahondagi yirik ilmiy markazlar bilan to'g'ridan-to'g'ri ilmiy aloqalari tenglik va o'zaro manfaatdor. Oliy ta'lim muassasalarida tabiiy fanlarning o'qitilishi integratsiyasining afzalligi, birinchidan, mavzu, bo'lim, bob va fanlararo bog'lanishlar natijasida talabalarda mustaqil fikrlash, tashabbuskorlik, bilimlarni puxta va ongli o'zlashtirish ko'nikmalari takomillashadi, ular tabiiy va ijtimoiy hodisalarni kuzatadi, qiyoslaydi, xulosalaydi va xotirada saqlaydi. Natijada talabada ijodiy tafakkur, mustaqil ishlash qobiliyati rivojlantiriladi.lik asosida sezilarli ravishda kengayib bormoqda. Har qanday voqelik makon va zamonda ro'y berishi tabiiy fan namoyandalarning doimiy e'tiborida bo'lib kelgan. Akademik I. P. Gerasimovning bilimlarni kundalik hayot bilan uyg'unlashtirish jamiyatning muhim talabi ekanligini ta'kidlab o'tganligi zamonaviylik sifat ko'rsatgichiga mos keladi.

XXI asrga kelib, tabiat va jamiyat munosabatlari tufayli 40 dan ziyod sayyoraviy-global muammolar yuzaga keldi-ki, ularning vujudga kelishida asosan inson omili yetakchilik qiladi. Demak, dunyo hamjamiyati mazkur muammolarni bartaraf qilishda antropogen omillarga katta e'tibor qaratmoqda. Har bir kishi tabiat boyliklaridan samarali, tejab, asrab-avaylab foydalanishi bugungi kunning talabi ekanligini doimo mas'uliyat bilan his qilishi lozim.

Mamlakatimizda mazkur yo'nalishning echimi sifatida "Komil inson" tarbiyasi asos qilib olindi. "Komil inson" ning asosiy fazilatlaridan biri uning ma'naviy etukligidir. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti I. A. Karimovning "Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch" nomli asarida ma'naviyat tushunchasi shunday ta'riflangan: "Ma'naviyat tushunchasi jamiyat hayotidagi g'oyaviy, mafkuraviy, ma'rifiy, madaniy, diniy va axloqiy qarashlarni o'zida to'la mujassam etadi" (20 b.). Mazkur ma'naviyat so'zining poydevorlaridan biri sifatida ma'rifat va madaniyat tushunchalarining ham alohida qayd qilinganligi e'tiborga loyiq. Komil insondagi asosiy xususiyatlardan yana biri fan sirlarini chuqur

o'zlashtirishidir. Ushbu vazifani fanlar amalga oshiradi. Bugungi kunda olimlar o'rtasida fan tushunchasi o'rniga fanlar tizimi (sistema) so'zi keng iste'molga kirdi.

Fan so'zining etimologiyasi "haqiqat", "bilish" ma'nolarini anglatadi. Haqiqatni yuzaga chiqarishda fanlarning o'zaro hamkorligi katta ahamiyatga ega. Muammolarning serqirraligi, uning echimida bir necha fanlarning o'zaro hamkorligi, qolaversa asrlar o'tishi bilan ma'lum fanning bir necha fanlarga bo'linishi bunday yondashuvning asosiy sababi hisoblanadi. Tabiat to'g'risidagi ilmiy bilimlar yig'indisi tufayli tabiiy fanlar shakllangan. Unga fizika, kimyo, biologiya, geografiya, geologiya, anatomiya, kosmologiya fanlari, shuningdek, geokimyo, geofizika, meteorologiya, fiziologiya astrokimyo, biokimyo, antropologiya kabi o'ndan ortiq oraliq fanlar kiradi. Galaktika, Quyosh sistemasi, sayyoralar va Yer, inson, hayot, materiya mazkur fanlarning fundamental tushunchasi bo'lib, geografik qobiq, biosfera, ekotizim (ekosistema), sotsiosistema esa o'rganish ob'ekti va predmetidir. Albatta, matematika to'g'ridan-to'g'ri tabiiy fanlar tarkibiga kirmasa ham, tabiiy fan olimlarining tadqiqotlari uchun asosiy vosita-qurol bo'lib kelgan va kelmoqda. Tabiat inson tafakkuri bilan hisoblashadimi? Nima uchun tabiiy jarayonlarni tavsiflashda matematika fani zarur bo'ladi?

Bitiruv malakaviy ishining dolzarbligi: Malakaviy bitiruv ishi matematik fizika fanida muhim o'rin tutgan bo'lib, Geofizika masalalarini o'rganishda teskari masalalar tadbig'iga bag'ishlangan. Talabalar bunday masalalarni yechishda qator qiyinchiliklarga duch keladilar. Buning sababi bunday masalalar mantiqiy fikrlashni, mavzu yuzasidan bilimlarni talab qiladi. Mazkur malakaviy bitiruv ishi mavzuning xuddi shu jihatlarini yoritishga qaratilganligi, qolaversa bir qancha fizik hodisa va jarayonlarning aniq matematik metodini tuzishda hamda uni yechishda qo'l kelganligi bilan dolzarb hisoblanadi.

Bitiruv malakaviy ishning ob'ekti : Geofizika masalalari, teskari masalalar.

Bitiruv malakaviy ishning asosiy maqsadi:

1. Matematik fizika tenglamalari va ularga qo'yiladigan to'g'ri va teskari masalalar haqida ma'lumot berish.
2. Geofizika masalalarini o'rganish.

Bitiruv malakaviy ishning vazifalari:

1. Geofizika masalalarida teskari masalalarining tadbig'i haqida umumiy ma'lumot berishdan iboratdir.
2. Geofizika masalalarini teskari masalalar yordamida tadqiq etishdan iborat

Bitiruv malakaviy ishimizning o'rganilganlik darajasi:Qo'yilgan mavzu to'liq o'rganilgan.

Bitiruv malakaviy ishning predmeti: Furrye usuli, xususiy hosilali differensial tenglamalar.

Bitiruv malakaviy ishimizning ilmiy farazi:Yer yuzasida boladigan seysmik jarayonlarni o'rganib,statistik ma'lumotlar to'plashda qo'llash.

Bitiruv malakaviy ishimizning ilmiy yangiligi: bu bitiruv malakaviy ishi ilmiy xarakterga ega bo'lib,teskari masalalarni amaliy tadbig'i o'rganilgan.

Bitiruv malakaviy ishimizning amaliy ahamiyati BMIning amaliy ahamiyati mavzu va mavzuga oid misol-masalalarni tahlil hamda tadqiqi hisoblanadi.

Olingan natija talaba yoshlar hamda o'qituvchilar uchun muhim qo'llanma sifatida va murakkablik darajasi ancha yuqori bo'lgan bir qancha masalalarni yechishda amaliy asos bo'lishi mumkin.

Bitiruv malakaviy ishimizning metodologik asosi:BMI uchun geofizika masalalarining qo'yilishi,yer qatlamlarini o'rganish metodologik asos bo'lib xizmat qiladi.

Bitiruv malakaviy ishimizning metodlari:Mavzu xususiy hosilali diffirensial tenglamaga qo'yilgan teskeri masalalar yordamida o'rganilgan.

Bitiruv malakaviy ishning hajmi va tuzilishi: BMI kirish, ikki bob, to'rtta paragraf, ikki bobning xulosasi, xotima va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

I MATEMATIK FIZIKANING ASOSIY TENGLAMALARI

MASALALARINING QO'YILISHI

1.1.MATEMATIK FIZIKANING ASOSIY TENGLAMALARI

MASALALARINING QO'YILISHI

Differensial tenglamalar deb, noma'lumi bir yoki bir necha o'zgaruvchili funksiya va uning hosilalari bo'lgan tenglamalarga aytiladi.

Agar tenglamada noma'lum funksiya ko'p o'zgaruvchining (o'zgaruvchi 2 tadan kam bo'lmasligi kerak) funksiyasi bo'lsa, bunday tenglama xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

1.1.1-ta'rif: x, y erkli o'zgaruvchining $u(x, y)$ noma'lum funksiyasi va funksiyaning ikkinchi tartibli xususiy hosilalari orasidagi bog'lanishga, ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar deyiladi.

1.1.2-ta'rif: E^2 fazoda ikkinchi tartibli xususiy hosilalari mavjud qandaydir $u(x, y)$ funksiya berilgan bo'lsin ($u_{xy} = u_{yx}$). U holda

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}) = 0 \quad (1.1.1)$$

tenglama umumiy holda berilgan xususiy hosilali tenglama deyiladi.

Bu yerda F - qandaydir funksiya. Xuddi shunga o'xshash ko'p erkli o'zgaruvchili ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, u_{x_1}, u_{x_2}, \dots, u_{x_n}, \dots, u_{x_i x_j}, \dots) = 0 \quad (1.1.2)$$

1.1.3-ta'rif: Xususiy hosilali differensial tenglama yuqori tartibli hosilalarga nisbatan chiziqli deyiladi, agarda u yuqori tartibli hosilalarga nisbatan ushbu ko'rinishga ega bo'lsa:

$$a_{11}(x, y) \cdot u_{xx} + 2a_{12}(x, y) \cdot u_{xy} + a_{11}(x, y) \cdot u_{yy} + F(x, y, u, u_x, u_y) = 0 \quad (1.1.3)$$

1.1.4-ta'rif: Quyidagi ko'rinishdagi tenglamalarga kvazichiziqli tenglamalar deyiladi:

$$a_{11}(x, y, u, u_x, u_y) \cdot u_{xx} + 2a_{12}(x, y, u, u_x, u_y) \cdot u_{xy} + a_{22}(x, y, u, u_x, u_y) \cdot u_{yy} + F(x, y, u, u_x, u_y) = 0 \quad (1.1.4)$$

1.1.5-ta’rif: Tenglama chiziqli deyiladi, agarda u barcha xususiy hosilalarga va noma’lum funksiyaning o’ziga nisbatan ham chiziqli bo’lsa, ya’ni quyidagi ko’rinishga ega bo’lsa,

$$a_{11}(x, y) \cdot u_{xx} + 2a_{12}(x, y) \cdot u_{xy} + a_{22}(x, y) \cdot u_{yy} + b_1(x, y) \cdot u_x + b_2(x, y) \cdot u_y + c(x, y) \cdot u + f(x, y) = 0 \quad (1.1.5)$$

Ushbu tenglamada $a_{11}(x, y), a_{12}(x, y), a_{22}(x, y), b_1(x, y), b_2(x, y), c(x, y)$ - (1.1.5) tenglamaning koeffitsientlari, $f(x, y)$ - (1.1.5) tenglamaning ozod hadi deyiladi.

1.1.6-ta’rif: Agar (1.1.5) tenglamada $f(x, y) \equiv 0$ bo’lsa, u holda (1.1.5) tenglama bir jinsli tenglama deyiladi. Aks holda, agar $f(x, y) \neq 0$ bo’lsa, (1.1.5) tenglama bir jinsli bo’lmagan differensial tenglama deyiladi.

Biror fizik jarayonni to’la o’rganish uchun, bu jarayonni tasvirlayotgan tenglamalardan tashqari, uning boshlang’ich holatini (boshlang’ich shartlarni) va jarayon sodir bo’ladigan sohaning chegarasidagi holatini (chegaraviy shartlarni) berish zarurdir. Matematik nuqtai nazardan bu narsa differensial tenglamalar yechimining yagona emasligi bilan bog’liqdir.

Oddiy differensial tenglamalar kursidan ma’lumki, n – tartibli

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

tenglamaning yechimi n ta ixtiyoriy o’zgarmasga bog’liqdir, ya’ni $y = \varphi(x, c_1, \dots, c_n)$. Bu o’zgarmaslarni aniqlash uchun noma’lum funksiya $y(x)$ qo’shimcha shartlarni qanoatlantirishi kerak.

Xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun bu masala murakkabroqdir. Bu tenglamalarning yechimi ixtiyoriy o’zgarmaslarga emas, balki ixtiyoriy funksiylarga bog’liq bo’lib, bu funksiylar soni tenglamalar tartibiga teng bo’ladi. Ixtiyoriy funksiylar argumentlarining soni yechim argumentlari sonidan bitta kam bo’ladi.

1.1.1.Misol. Quyidagi tenglamaning umumiy yechimini toping: $u_{xy}=0$.

Dastlab x bo’yicha, so’ngra y bo’yicha integrallaymiz, natijada

$u(x, y) = f_1(x) + f_2(y)$ yechimni olamiz. Ko’rib turganingizdek, xususiy hosilali

differential tenglamaning yechimida tenglama tartibiga teng miqdorda, ya'ni ikkita funksiya qatnashayapti, bu funksiyalar argumenti esa yechim argumentlari sonidan bitta kam.

1.1.2.Misol.Quyidagi tenglamaning ham umumiy yechimini topaylik:

$$u_{xyy}=0.$$

Yuqoridagidek mulohaza yuritsak umumiy yechim:

$$u(x, y) = f_1(x)y + f_2(x) + f_3(y).$$

1.1.3.Misol.Quyidagi tenglamaning ham umumiy yechimini topaylik:

$$u_{xyz}=0.$$

Yuqoridagidek mulohaza yuritsak umumiy yechim:

$$u(x, y, z) = x \cdot y \cdot f_1(x, y) + x \cdot f_2(x, z) + f_3(y, z).$$

Oxirgi misolda, ko'rib turganingizdek yechimda tenglama tartibiga mos uchta funksiya qatnashayapti, yechim uch o'zgaruvchili bo'lgani uchun bu funksiyalar argumenti ikki o'zgaruvchili.

Shunday qilib, aniq fizik jarayonni ifodolovchi yechimni ajratib olish uchun qo'shimcha shartlarni berish zarurdir. Bunday qo'shimcha shartlar boshlang'ich va chegaraviy shartlardan iboratdir.

Jarayon sodir bo'layotgan soha $G \in R^n$ bo'lib, S uning chegarasi bo'lsin. S ni bo'laklari silliq sirt hisoblaymiz.

Differential tenglamalar uchun, asosan, 3 tipdagi masalalar bir biridan farq qiladi.

- a) Koshi masalasi. Bu masala, asosan giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; G soha butun R^n fazo bilan ustma ust tushadi, bu holda chegaraviy shartlar bo'lmaydi.
- b) Chegaraviy masala. Elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; S da chegaraviy shartlar beriladi, boshlang'ich shartlar tabiiy bo'lmaydi.
- c) Aralash masala. Giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; $G \neq R^n$ bo'lib, boshlang'ich va chegaraviy shartlar beriladi.

d) Boshqa masalalar. Ikkinchi tartibli ikki o'zgaruvchili kanonik ko'rinishga keltrilgan ushbu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y)u = f(x, y)$$

umumiy chiziqli tenglama berilgan bo'lsin. Bu tenglamaning xarakteristikalar tenglamasi $dy^2 - dx^2 = 0$ dan iborat. Bundan $x - y = \text{const}$, $x + y = \text{const}$ to'g'ri chiziqlar oilasi berilgan tenglamaning xarakteristikalari ekanligi kelib chiqadi.

Uchlari A, B, C va D nuqtalarda, tomonlari berilgan tenglamaning xarakteristikalaridan iborat bo'lgan to'rtburchakni G orqali belgilab olamiz. Odatda bu turtburchak Xarakteristik turtburchak deyiladi.

Gursa masalasi. G turtburchakda regulyar, $\bar{G}$ da uzluksiz va

$u|_{AB} = \varphi$, $u|_{CB} = \psi$ shartlarni qanoatlantiruvchi berilgan tenglamaning yechimi topilsin.

Masalaning qo'yilishiga asosan, φ va ψ funksiyalar berilgan sohasida uzluksiz va $\varphi(A) = \psi(A)$ shart bajarilishi zarur. Demak, Gursa masalasida tenglamaning ikkita kesishadigan Xarakteristikalarida bitta chegaraviy shart beriladi.

Gursa masalasida shartlar xarakteristikalarda berilgani uchun ba masala Xarakteristik masala deb ham yuritiladi.

Endi G orqali $y = 0$ o'qning ixtiyoriy $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ kesmasi va yuqorida berilgan tenglamaning $AC : x + y = x_1$, $BC : x - y = x_2$ xarakteristikalari bilan chegaralangan uchburchakni belgilaymiz.

Bu uchburchak xarakteristik uchburchak deyiladi.

Korrekt (to'g'ri) qo'yilgan masala tushunchasi. Matematik fizika masalalarining qo'yilishida ayrim funksiyalar (boshlang'ich, chegaraviy shartlar) ishtirok etadi: qo'yilgan masalaning yechimi tabiiy, shu funksiyalarga bog'liq

bo'ladi. Bu funksiyalar, odatda tajriba asosida aniqlanadi, shuning uchun ham ularni absolyut aniq topish mumkin emas.

Demak, boshlang'ich va chegaraviy shartlarda hamma vaqt xatolikning bo'lishi muqarrardir. Bu xatolik o'z navbatida yechimga ham ta'sir qiladi. Boshlang'ich va chegaraviy masalalarni tekshirishda, yechimning mavjudligi va yagonaligidan tashqari boshlang'ich va chegaraviy shartlarda qo'yilgan xatolikning yechimga qanday ta'sir qilishini aniqlash muhim ahamiyatga egadir.

Har qanday masalaning mohiyati berilgan $\varphi \in E_\varphi$ funksiyalarga asosan uning $u \in E_u$ yechimini topishdan iboratdir, bu yerda E_u va E_φ - metrikalari ρ_u va ρ_φ bo'lgan qandaydir metrik fazolar. Bu fazolar masalaning qo'yilishi bilan aniqlanadi. Masalaning yechimi tushunchasi aniqlangan bo'lib, Har bir $\varphi \in E_\varphi$ elementlar yagona $u = R(\varphi) \in E_u$ yechim mos kelsin.

Agar $\forall \varepsilon > 0$ uchun shunday $\delta(\varepsilon) > 0$ sonni ko'rsatish mumkin bo'lib, $\rho_\varphi(\varphi_1, \varphi_2) \leq \delta(\varepsilon)$ tengsizlikdan $\rho_u(u_1, u_2) \leq \varepsilon$ tengsizlik kelib chiqsa, masala (E_u, E_φ) fazolar juftida turg'un masala deyiladi.

Bunda $u_i = R(\varphi_i)$, $u_i \in E_u$, $\varphi_i \in E_\varphi$, $i = 1, 2, \dots$ masalaning yechimi berilgan shartlar (boshlang'ich va chegaraviy shartlar, tenglamaning koeffisientlari, ozod hadi va x.k.) ga uzluksiz bog'liq bo'ladi.

Agar tekshirilayotgan masala uchun ushbu

- 1) ixtiyoriy $\varphi \in E_\varphi$ uchun $u \in E_u$ yechim mavjud;
- 2) u yechim yagona;
- 3) masala (E_u, E_φ) fazolar juftligida turg'un shartlar bajarilsa, masala (E_u, E_φ) fazolar juftligida korrekt (to'g'ri) qo'yilgan yoki to'g'ridan to'g'ri korrekt masala deyiladi.

Aks holda masala korekt qo'yilmagan masala deyiladi, ya'ni yuqoridagi talablardan kamida bittasi bajarilmaydi.

1.2. MATEMATIK FIZIKA TENGLAMALARI UCHUN TESKARI MASALA TUSHUNCHASI

Odatda matematik fizikada quyidagi masalalar ko'rib chiqiladi. Differensial tenglama yechimini qanoatlantiradigan differensial tenglama va bir qancha qo'shimcha shartlar beriladi. Odatda bu qo'shimcha shartlar barcha differensial tenglamalar yechimlarining ichidan bitta yechimni ajratishga imkon beradi. Differensial tenglamalarning klassifikatsiyasi ham mavjud. Bunda har bir sinfning differensial tenglama uchun tipik yechish usullari mavjud.

Masalan: Koshi masalasi, giperbolik va parabolik tenglamalar, ularning aralash masalasi, elliptik tenglamalar uchun Dirixle va Neyman masalalari. Bu tipdagi masalarning alohida belgisi ularning korrektiligida. Quyida matematik fizikada ko'riladigan korrekt masalalarni, to'g'ri masalalar deb ataymiz. Har bir to'g'ri masalaning tuzilishi bir qancha funksiyalar berilishini taxmin qiladi. Bu funksiyalarning bir qismi differensial tenglamaga kirsam, (masalan: chiziqli tenglama koeffitsiyenti), qolgan qismi—asosiy shartlarda bo'ladi. Natijada berilgan funksiyalar to'plami bo'yicha to'g'ri masalaning yechimi, yangi funksiya - masalaning yechimi muvofiqligida qo'yiladi. Bu bilan to'g'ri masala ma'lumotlari bo'yicha aniqlangan operator quriladi.

Endi faraz qilamizki to'g'ri masalada odatda beriladigan funksiyalarning ba'zilari, noma'lum, uning o'rnida esa to'g'ri masalaning yechimi uchun boshqa bir qo'shimcha shart berilgan. Bunday masalalar matematik fizikada teskari masala deb ataladi. Bunday masalalarni o'rganish mavzuning asosi hisoblanadi.

To'g'ri masalaning yechimi haqidagi qo'shimcha shart turli xil ko'rinishda berilishi mumkin. Masalan: bu bir nechta mustaqil o'zgaruvchilar bo'lishi mumkin yoki yechimning integral xarakteristikalarini bo'lishi mumkin. Agar teskari masalada qidirilayotgan funksiyalar faqat differensial tenglamalar tarkibiga kirsam, unda bu masala differensial tenglama yechishni bildiradi. Teskari masalalarning

boshqa tiplari ham bo'lishi mumkin, masalan: boshlang'ich va chegaraviy shartlarni topish haqidagi masalalar.

Teskari masala qo'yilishi bo'yicha bir nechta misol keltiramiz.

1.2.1.Misol. $q(x)$ -butun son o'qida x bo'yicha uzluksiz funksiya bo'lsin, $u(x,y)$ esa –Koshi masalasining yechimi bo'lsin:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} + q(x) \right] u = 0, \quad (x,y) \in R^2 \quad (1.2.1)$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad (x,y) \in R. \quad (1.2.2)$$

Berilgan funksiyalar $q(x)$, $\varphi(x)$ larda masala (1.2.1), (1.2.2) korrekt qo'yilgan. Bu masalaning klassik yechimi mavjud bo'lishi uchun (ya'ni R^2 dagi uzluksiz va xususiy hosila $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ larning yechimi) $\varphi(x)$ funksiyaning uzluksiz differensiallanishini talab qilish kifoya.

(1.2.1) tenglamani yechilishi:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -q(x)u$$

Berilgan tenglamaning xarakteristik tenglamalari:

$$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{-1} = \frac{du}{-q(x)u}.$$

$$dx = -dy$$

$$dx = \frac{du}{-q(x)u}$$

Tenglamalarni yechib,

$$x + y = C_1$$

$$C_2 = u e^{-\int q(x) dx}$$

(1.2.1) tenglamaning umumiy yechimi:

$$\Phi(x + y, u e^{-\int q(x) dx}) = 0$$

Oshkor ko'rinishdagi yeshimi:

$$u = e_0^{\int_0^x q(s)ds} \cdot f(x+y)$$

(1.2.2) boshlang'ich shartdan foydalanib, $f(x+y)$ funksiyaning ko'rinishini aniqlaymiz:

$$u(x,0) = f(x) e_0^{\int_0^x q(s)ds} = \varphi(x) \qquad f(x) = e^{-\int_0^x q(s)ds} \varphi(x)$$

$$f(x+y) = e^{-\int_0^{x+y} q(s)ds} \varphi(x+y)$$

$$u(x,y) = e_0^{\int_0^x q(s)ds} \varphi(x+y) e^{-\int_0^{x+y} q(s)ds}$$

Berilgan (1.2.1) – (1.2.2) masalaning yechimi:

$$u(x,y) = e_{x+y}^{\int_0^x q(s)ds} \cdot \varphi(x+y)$$

Endi teskari masalani qarylik:

Faraz qilamizki bu shart bajarilgan (1.2.1), (1.2.2) masalaning quyidagi yechim haqidagi qo'shimcha ma'lumot bo'yicha $q(x)$ funksiyaning topish masalasini ko'rib chiqamiz:

$$u(0,y) = \psi(y), \qquad y \in R. \qquad (1.2.3)$$

(1.2.1), (1.2.2) masalaning yechimi quyidagi formula bilan aniqlaniladi:

$$u(0,y) = \psi(y), \quad (x,y) \in R^2. \qquad (1.2.4)$$

(1.2.3) shartni hisobga olsak:

$$\psi(y) = \varphi(y) \exp\left(\int_y^0 q(\xi) d\xi\right), \quad y \in R. \qquad (1.2.5)$$

Bu uchun (1.2.1) – (1.2.2) masalaning yechimidan foydalanamiz:

$$u(x,y) = e_{x+y}^{\int_0^x q(s)ds} \cdot \varphi(x+y)$$

$$u(0,y) = \varphi(y) e_y^{\int_0^0 q(s)ds} = \psi(y)$$

$$e_y^{\int_0^0 q(s)ds} = \frac{\psi(y)}{\varphi(y)} \qquad -\int_y^0 q(s)ds = \ln \frac{\psi(y)}{\varphi(y)}$$

$$q(x) = -\frac{d}{dx} \ln \frac{\psi(y)}{\varphi(y)}$$

(1.2.5) tenglamadan ko`rinadiki teskari masalaning yechimi $\varphi(x)$ funksiya nollar to'plamining o'lchamiga bog'liq. Agar bu o'lcham nolga teng bo'lsa teskari masalaning yechimi yagona bo'ladi, nollar o'lchami musbat bo'lsa cheksiz ko'p yechim mavjud. Faraz qilaylik $\varphi(x) \neq 0, x \in R$ bo'lsin. Yechim mavjud bo'lishi uchun $\varphi(x)$ funksiya quyidagi shartlarni bajarishi kerak:

2.1.1-Xossa $\psi(y)$ funksiya $y \in R$ uchun uzluksiz differensiallanuvchi.

Bu holda teskari masalaning yechimi quyidagi formula bilan beriladi:

$$-q(x) = -\frac{d}{dx} \ln \frac{\psi(x)}{\varphi(x)}, \quad x \in R. \quad (1.2.6)$$

1.2.2.Misol. (1.2.1), (1.2.2) masalada uzluksiz $q(x)$ funksiyaning aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Bunda yechim haqidagi quyidagi qo'shimcha shartdan foydalanamiz:

$$u(x,h) = \psi(x), \quad x \in R, h > 0 \quad (1.2.7)$$

Olingan masala, $q(x)$ funksiyaning quyidagi tenglikdan aniqlash masalasiga ekvivalent:

$$\psi(x) = \varphi(x+h) \exp\left(\int_{x+h}^x q(\xi) d\xi\right). \quad (1.2.8)$$

$\varphi(x) \neq 0, x \in R$ bo'lsin. Masala yechimga ega bo'lishi uchun quyidagi zaruriy shartlar bajarilishi kerak.

1) $\psi(x)$ funksiya $x \in R$ da uzluksiz differensiallanuvchi;

$$2) \frac{\psi(x)}{\varphi(x+h)} > 0, \quad x \in R.$$

Bu shartlar bajarilganda (1.2.8) tenglama

$$q(x) - q(x+h) = f(x), \quad f(x) \equiv \frac{d}{dx} \ln \frac{\psi(x)}{\varphi(x+h)}, \quad (1.2.9)$$

$$\int_0^h q(\xi) d\xi = \ln \frac{\psi(0)}{\varphi(h)}.$$

tengliklarga ekvivalent. $\psi(x) \equiv 0$ bo'lganda (1.2.9) tenglamaning noldan farqli yechimi mavjud, $[0, h]$ chegarasida integrali nolga teng bo'lgan h davrli $q(x)$ davriy funksiya bo'lsa u holda teskari masalaning yechimi mavjud bo'lmaydi. Teskari masala yagona yechimini ajratib olish uchun $q(x)$ funksiyalar sinfiga qo'shimcha shartlarni qo'yish zarur. Qaysiki bu shartlar (1.2.9) bir jinsli tenglamalar trivial bo'lmagan yechimlaridan qutilish imkonini bersin. Bunday qo'shimcha shart sifatida masalan $q(x)$ funksiyani $x \rightarrow \infty$ da kamayish shartini qo'yish mumkin. Yana talab qilsakki $f(x)$ funksiya $x \rightarrow \infty$ yoqori darajali kamayishga ega bo'lsa, masalan $f(x) = O(x^{-a})$, $a > 1$, u holda teskari masalaning yagona yechimi mavjud va u quyidagi formula asosida topiladi:

$$q(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f(x + kh).$$

1.2.3-misol. Quyidagi chegaraviy shartlar asosida:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) u = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \quad (1.2.10)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t > 0, \quad u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad (1.2.11)$$

berilgan isitilgan chekli sterjen boshlang'ich holatini toping. Bunda fiksirlangan $t = T$ vaqtda chegaraviy masala yechimi quyidagicha bo'lsin:

$$u(x, T) = \psi(x), \quad 0 < x < \pi. \quad (1.2.12)$$

(1.2.10), (1.2.11) masalaning yechimi Furiye metodi orqali topiladi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t} \varphi_n \sin nx. \quad (1.2.13)$$

Bu yerda φ_n - $\varphi(x)$ funksiyaning $\sin nx, n=1, 2, 3, \dots$ funksiyalar sistemasi bo'yicha Furiye koeffitsiyentlari. (1.2.13) formulada $t = T$ desak:

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 T} \varphi_n \sin nx, \quad x \in [0, \pi] \quad (1.2.14)$$

Bundan

$$\varphi_n = e^{-n^2 T} \psi_n, \quad n=1, 2, \dots$$

Bu yerda $\psi_n - \psi(x)$ funksiyaning Furye koeffitsiyenti. $\varphi_n, n=1,2,\dots$ koeffitsiyentlar $\varphi(x) \in L^2[0,\pi]$ ning har qanday funksiyasini aniqlagani sababli, $\varphi(x) \in L^2[0,\pi]$ sinfda teskari masalaning yechimi yagona. Bundan ko`rinadiki (1.2.11) dagi shart :

$$\lim_{t \rightarrow +0} \int_0^\pi [u(x,t) - \varphi(x)]^2 dx = 0$$

bo`lganda bajariladi. Teskari masalaning mavjud bo`lishi uchun quyidagi shartning bajarilishi zarur va yetarli:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \psi_n^2 e^{2n^2 T} < \infty$$

Amaliyotda odatda differensial tenglamalarning o`zgaruvchi koeffitsiyentlarini topish masalalari dolzarb sanaladi. Chunki differensial tenglamalar biror fizik jarayonni ifoda etsa, tenglama koeffitsiyenti bo`lsa, bu jarayonlar ro`y berayotgan muhitning fizik xarakterikalarini tasvirlaydi. Masalan: agar  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  torning kichik tebranishlarni ifoda etsa, bunda  $a = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$  va bu yerda  $T$ -taranglik,  $\rho$ -torning zichligini ifoda etadi. Agar zichlik bir nuqtadan ikkinchisiga qarab o`zgarsa, a -tor nuqtasi funksiyasidir, ya`ni  $a=a(x)$ . Biz bilamizki agar ochiq uchda vaqt birligidagi tebranishlar rejimi ma`lum bo`lsa, yarim chegaralangan $\rho(x)$ zichligini topish mumkin.

Izotrop muhitlar uchun taranglik nazariyasi tenglamalar sistemasi uch parametr mavjud: modda zichligi, Lamé parametrlari(moddaning taranglik xususiyatlarini xarakterlaydi), Maksvell sistemasi – dielektrik va magnit o`tkazuvchanlik koeffitsiyenti. Ko`p vaqtda bu parametrlar o`zgarmas emas, bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga qarab o`zgaradi, ya`ni koordinatalar funksiyasidir. Ularni to`g`ridan-to`g`ri o`lchash imkoni bo`lmaganligi sababli, modda xususiyatlarini aniqlovchi masala teskari masala bo`ladi. Bu masala yechimi haqida beriladigan qo`simcha ma`lumotlar fizik jarayonlar xarakteristikalarini bilan beriladi. Bu ko`proq geofizik masalalarda namoyon bo`ladi.

Amaliy ahamiyatga ega bo'lgan yana bir masala elektromagnit razvedkasi teskari masalasidir. Elektromagnit maydonning muhit bilan birgalikdagi munosabati Maksvell tenglamalar sistemasi bilan beriladi:

$$\operatorname{rot} H = \frac{\partial}{\partial t}(\xi E) + \sigma E + j, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu H), \quad (1.2.15)$$

Bunda ε dielektriklik va μ muhitning magnit o'tkazuvchanligi ko'effitsiyentlari, shuningdek elektr o'tkazuvchanlik σ . Elektromagnit razvedka shundan iboratki yer ustidagi maxsus elektrik tebranishlar orqali hosil bo'ladigan elektr va magnit maydonlar o'lchanadi. Bu o'clhashlardan ε, μ, σ parametrlari topish talab qilinadi. Odatda amaliyotda tanlangan muhitni bir jinsli qatlamlar sistemasi sifatida qaraladi. Shu shartda to'g'ri masala yechiladi va parametrlar shunday tanlaniladiki to'g'ri masala yechimida kuzatilgan natijalarga yaqin yechim tanlab olinadi. 1950 yillargacha barcha elektrorazvedkalar doimiy tokda bajarilardi. A.N.Tixonovning ishlari 1949 yildan o'zgaruvchan elektromagnit maydonlardan foydalanishga sabab bo'ldi. U yerda analitik funksiyaning sinfida, o'zgaruvchi elektromagnit maydonida o'lchangan, faqat chuqurlikka bo'g'liq bo'lgan σ funksiyasining yagonaligi isbotlandi.

Yana ikki teskari masala –Shturm Liuvill va tarqoqlik masalalari haqida eslatib o'tmoqchiman. Ular birta differensial operatorga bog'liq:

$$l_q = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x).$$

Oddiy differensial tenglamalar nazariyasidan Shturm-Liuvil masalalari yaxshi ma'lum, ya'ni berilgan chegaraviy shartlarda differensial operator l_q ning xos sonlari va xos funksiyalarini topish bilan bog'liq. Doimiy ravishda ($[a,b]$ kesma yopiq va $[a,b]$ oraliqdagi $q(x)$ funksiya uzluksiz) bu masala λ ning noldan farqli yechimlarini topish uchundir

$$l_q y = \lambda y, \quad y'(a) - hy(a) = 0, \quad y'(b) + Hy(b) = 0 \quad (1.2.16)$$

Ma'lumki bu masala yagona $+\infty$ zichlashish nuqtasi bilan sonli ketma –ketlikni hosil qiladi. Ketma-ketlikga mos xos $y_n(x)$ funksiyasini quyidagi shart bilan normallashtirish mumkin:

$$y_n(a)=1, \quad y_n'(a)=h \quad (1.2.17)$$

Shturm –Liuvillning teskari masalasi quyidagicha qo'yiladi. (1.2.16) dan $p(\lambda)$ spektrial funksiyasi ma'lum bo'lganda, $q(x)$ ni topish talab qilinadi. $p(\lambda)$ funksiyasi barcha λ larda aniqlangan, kamaymaydigan funksiya va $p(-\infty)=0$. Ko'rilayotgan holatda bu bo'lakli o'zgarmas funksiya: ikkita qo'shni xos λ_{n-1}, λ_n sonlari orasida joylashgan λ soni uchun doimiy, λ_n nuqtasida $\|y_n\|^{-2}$ qiymatli sakrashga ega, bunda $\|y_n\|$ (1.2.17) shartni qanoatlantiruvchi $y_n(x)$ funksiyasining $L_2[a,b]$ dagi normasi:

$$\|y_n(x)\|^2 = \int_a^b y_n^2(x) dx.$$

Shunday qilib ikkita sonli ketma –ketlik

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, \dots \quad \forall a \quad \|y_1\|, \|y_2\|, \|y_3\|, \dots, \|y_n\|, \dots$$

$p(\lambda)$ ni to'liq aniqlab beradi.

Shturm-Liuvill teskari masalasi bo'yicha birinchi natijalar 1929 yilda V.A. Ambartsumyan tomonidan va 1945 yilda G.Borg tomonidan olindi. Shturm-Liuvill teskari masalasi nazariyasi 1950-yillarda jadal rivojlandi. Uni o'rganishda V.A. Marchenko, M.G. Kreyn, I.M. Gelfandning ishlari asosiy rol o'ynadi.

l_q differensial operator uchun teskari tarqoqlik masalasi, $x \rightarrow +\infty$ da tez kamayuvchi $q(x)$ funksiyalar sinfi bilan bog'liq. Oddiylik uchun $x \geq b > 0$ da $q(x) \in O(0; +\infty)$ va $q(x) = 0$ deb tahlil qilamiz va $(0; +\infty)$ bo'lgan oraliqda tenglama yechimini ko'rib chiqamiz

$$l_q y = \lambda y, \quad \lambda \in (-\infty; +\infty) \quad (1.2.18)$$

chegaraviy shartlari

$$y'(0) - hy(0) = 0 \quad (1.2.19)$$

(1.2.18), (1.2.19) masalaning chegaralangan va noldan farqli yechimlari xos funksiya va λ daga mos keluvchi sonlar xos sonlar deb ataladi. $y(x; \lambda)$ bilan quyidagi Koshi shartlari bilan berilgan (1.2.18) masala yechimini belgilaymiz:

$$y(0, \lambda) = 1, \quad y'(0, \lambda) = h \quad (1.2.20)$$

Ixtiyoriy $\lambda > 0$ uchun (1.2.18), (1.2.20) masalaning yechimi $x \geq b$ larda quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$y(x, \lambda) = C(\lambda)[e^{i\sqrt{\lambda}x} - S(\lambda)e^{-i\sqrt{\lambda}x}]$$

Bunda $C(\lambda) \neq 0$ (aks holda Koshi masalasi yechimining yagonaligida Koshi berilganlarining nolga tengligi $x = b$ bo'lganda $y(x, \lambda) \equiv 0$, $x \in (0, +\infty)$ bo'lardi, bu esa (1.2.20) ga zid). Shunday qilib, (1.2.18), (1.2.19) masalaning har qanday $\lambda > 0$ uchun noldan farqli va $(0, +\infty)$ da chegaralangan yechimi mavjud. Boshqacha aytganda, har qanday $\lambda > 0$ bu masalaning xos sonidir. $\lambda \leq 0$ da boshqacha bo'ladi. Bu holatda masala yechimi (1.2.18), (1.2.20) $x \geq b$ holatda ikki mustaqil bir jinsli $y'' + \lambda y = 0$ ($\lambda \leq 0$) (ulardan biri $x \rightarrow +\infty$ da cheksiz o'sadi) tenglama chiziqli yechimining chiziqli kombinatsiyasi sifatida tasavvur qilish mumkin. Faqat cheksiz o'suvchi funksiya koeffitsiyenti nolga aylanganigagina (1.2.18), (1.2.19) masalaning xos funksiyasini olishimiz mumkin. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki $\lambda < 0$ uchun xos sonlarning $\lambda = \lambda_n$, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ chekli sonlari mavjud. Bunda $x \geq b$ uchun xos funksiyalar quyidagi ko'rinishga ega:

$$y_n(x) = y(x, \lambda_n) = m_n e^{-\sqrt{|\lambda_n|}x}$$

bunda $y_n(x) \in L_2(0, +\infty)$.

$S(\lambda)$, λ_n , $\|y_n\|$, $n = 1, 2, \dots, N$ kattaliklarining birlashmasi, tarqoqlik masalasining ma'lumotlari deb ataladi. (1.2.18), (1.2.19) tarqoqlik teskari masalasi quyidagicha tuziladi: tarqoqlik ma'lumotlari berilgan, l_q ni topish talab qilingan.

Aniqlanishicha tarqoqlik ma'lumotlari (1.2.19) shart bilan birga differensial operator l_q ning spektral funksiyasini aniqlaydi. Bu ma'noda tarqoqlik teskari masalasi Shturm-Liuvillning teskari masalasiga olib kelinadi. Yechim boshlang'ich

shartlarga uzluksiz bog'liq bo'lmasligi ham mumkin. B.A. Marchenko tarqoqlik ma'lumotlari asosida $q(x)$ qurish usulini tavsiya qildi. Z.S. Agronovich, V.A. Marchenko kitoblarida teskari tarqoqlik masalasining matritsali varianti ko'rib chiqildi. K. Shadan, P. Sabatye masalani yechish usullari, metodlariga bag'ishlab kitoblar yozdilar. Shu yo'nalishda P. Laksa va R. Fillipsalar tomonidan monografiyalar yozildi.

Xususiyl hosilali differensial tenglamalar yordamida bir jinsli bo'lmagan qatlamli muhitlarda to'liq tarqalishiga doir teskari masalalar A.C. Alekseyeva va A. G. Megrabovalar tomonidan tadqiq qilingan va natijalar olingan.

To'liq tarqalishiga qarab muhitning shakli, tuzilishini aniqlash masalasi bilan V. N. Stepanov, V. M. Isaqov, A. M. Buxgeymmlar shug'ullanishdi.

I bob yuzasidan xulosa

I bobda dastlab differensial tenglamalar haqida ma'lumot berilgan. Matematik fizika tenglamalariga qoyiladigan korrekt va nokorrekt masala tushunchasi ta'rifi keltirilgan. Xususiyl hosilali differensial tenglamalarga qo'yiladigan to'g'ri masalalar bilan birga teskari masalalar qaralgan. Shuningdek bu masalarning o'rganilish tarixi ham qaralgan. Teskari masalalar konkret misollarda o'rganilgan.

II GEOFIZIKA MASALALARIDA TESKARI MASALALARINING TADBIG'I

2.1 Geofizika masalalarining qo'yilishi

Geofizika yoki yer fizikasi-sayyoramiz va uning yaqin atrofi - Quyosh sistemasini o'rganuvchi fanlar kompleksi. Yer va boshqa osmon jismlari taxminan 4,6 mlrd yil avval tashkil topgan. Yer, Oy va meteoritlar eng qadimiy jinslarining yoshi xuddi shunga teng. (Jinslarning yoshi ularning oxirgi marta erish yoki changdan kondensatlanishi paytidan hisoblanadi, o'zlari esa ba'zi izotoplarning nisbiy tarkibiga qarab aniqlanadi).

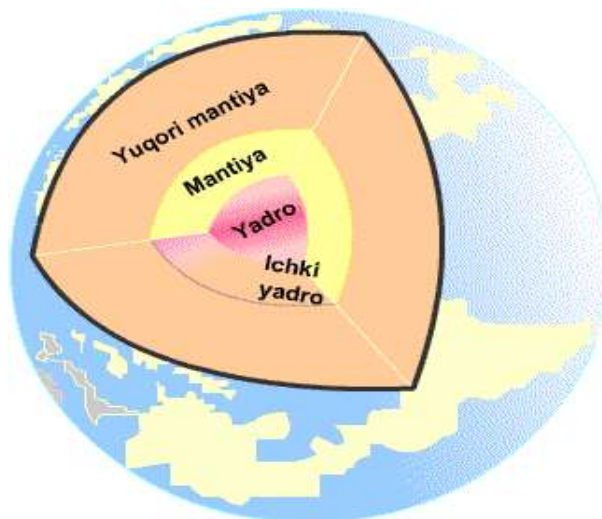
Sayyoralar kichik osmon jinslarining to'qnashishidan vujudga kelgan. Yirik meteoritlarning tushgan ko'p sonli izlarini-eng qadimiy voqealarning darakchilari sifatida-Oyning sirtida binoklsiz ham ko'rish mumkin. Bunda Oydagi soya joylarining ba'zan dumaloq shaklli ekanligi-yoshi 3-4 mlrd. yil bo'lgan, ulkan kraterlarning keyingi to'qnashuvlari tufayli yarim yemirilgan shakli ekanligidan dalildir. Yerda esa bunday izlar qolmagan, buning sababi sayyoramizning suyuq ekanligidir.

Yerimizni suyuq deyish g'ayritabiiy tuyuladi, chunki yer moddasining oqayotganligi bizga deyarli sezilmaydi. Biroq yer moddasi oqadi va uning oqish tezligi yiliga bir necha santimetrni tashkil qiladi. Bunday tezlik bilan yer sharining diametriga teng masofani o'tish uchun qancha vaqt kerak bo'lishini hisoblash oson. Bunday vaqtda, ya'ni 0,5 mlrd. yil ichida, yer sirti juda sezilarli o'zgaradi, shuning uchun yerda eng qadimiy jinslarni topish qiyin.



1-rasm

Aslida yerning juda yupqa (bor-yo'g'i 20-40 km) po'sti –Yer qobig'igina haqiqiy qattiqdir. Sayyoramizning ichki tuzilishi asosan seysmologiya – Yer sharida tovushning tarqalishini o'rganuvchi fan ma'lumotlaridan ma'lumdir. Chuqurlik ortgan sari yer jinslarining temperaturasi ko'tarila boradi. Yuqori temperaturalar ta'sirida jinslar yumshoqlashadi va modda 40 km dan 400 km gacha chuqurlikda uzoq muddatli kuchlar (nagruzkalar) ta'sirida oqishi mumkin. Masalan, bor-yo'g'i 10 ming yillar avval iqlimning isishi tufayli, xuddi hozirgi vaqtda Antraktida va Grenlandiyani qoplagandek, Shimoliy Yevropa va Kanadani qoplagan ulkan muzliklar erishi ro'y bergan. Yer qobig'i ikki kilometrli muz qatlami og'irligidan hosil bo'lgach, ko'tarila boshlagan. Skandinaviya va Amerikaning shimolida bunday ko'tarilish yiliga bir necha millimetr tezlik bilan hozir ham davom etmoqdi. Bunday ko'tarilish yuqori mantiyaning yopishqoq oqimidan yuzaga keladi.



2-rasm

M a n t i y a deb jinslarning temperaturasi taxminan 4,5 ming graduslarga ko'tariladigan 40 km dan 2920 km gacha chuqurlikdagi butun qatlamga aytiladi. Mantiya qatlamida jinslarning zichligi sakrash yo'li bilan 5,5 dan 10g/sm³ gacha kattalashadi, undan quyida esa Yer moddasi erigan holatda bo'ladi. Yerning suyuq yadrosi deb ataladigan 3450 km radiusli bu qism asl ma'nosi bilan ham suyuqdir, u hatto tovush to'lqinlarida hosil bo'ladigan qisqa muddatli kuchlar ta'sirida ham oqadi. Yuqori elektr o'tkazuvchanlikka ega bo'lgan bu suyuqlikning doimiy oqishlari, aftidan, Yer magnit maydonining paydo bo'lishiga olib kelsa kerak ([q.Magnitosfera](#)). Nihoyat, Yerning asl markazida radiusi 1250 km bo'lgan ichki qattiq yadro ham bor, uning zichligi 13 g/sm³ ga yaqin moddiy tuzilgan.

Yer qobig'i-litosfera, ya'ni tosh qobiq deb ham ataladi va u bir-biriga nisbatan sekin-asta siljiydigan alohida plitalardan iborat. Asosiy litosfera plitalari va ularning hozirgi zamon harakatlari rasmda ko'rsatilgan. O'rtacha-okean tog'liklari rayonlarida yerning yangi qobig'i paydo (2-rasm: yerning ichki tuzilishi) bo'lmoqda, uch kilometrlik cho'kmalar qatlami bilan qoplangan eski qobiq esa kontinentlar ostiga «sho'ng'ib», tobora yo'qolib bormoqda. Plitalarning o'zaro siljishlaridan, yer qattiq qobig'ining paydo bo'lishi va yemirilishidan yer qimirlashlari sodir bo'ladi. Cho'kib borayotgan litosfera plitasi yuqori temperaturalar zonasiga tushib qolganda ximiyaviy reaksiyalar sodir bo'lib, uning

cho'kma qatlamini o'zgartiradi. Bunda gazlar va suv bug'lari hosil bo'ladi; ular vulkanlar tarzida otilib chiqadi va ehtimol, cho'kmalar organik moddalarining bir qismi neftga aylanishi mumkin.

Yer birlamchi atmosferasining paydo bo'lishiga xuddi shu vulkanlar faoliyati sabab bo'lgan, mantiya moddasining differensiyasida hosil bo'lgan suv esa Dunyo okeanini vujudga keltirgan.

Geofizika bu sanab o'tilgan yo'nalishlardan tashqari yerning vaqt davomidagi o'zgarib turadigan aylanishini, yerning asl shaklini, Yer va Oyning o'zaro ta'sirini (suv ko'tarilishlari, aylanishning sekunlashishi), yerning iqlimi va h. k. larni o'rganadi.

Geofizikaning asosiy masalasi - yerning ustki qatlamlarini kuzatish asnosida yerning ichki qatlamlari tuzilishini o'rganish. Jamlangan fizik ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki yerning fizik parametrlari uch o'zgaruvchli funksiyalardan iborat. Chuqurlashib borgan sayin ular ko'proq o'zgaradi. Lekin fizik parametrlarni o'lchash uncha chuqur bo'lmagan yuqori qatlamda mumkinligi tufayli (eng chuqur geofizik quduq chuqurligi 11 kmdan oshmaydi) yerning ichki tuzilishini o'rganishning yagona yo'li teskari masalalarga olib kelinadi. Teskari masala tuzilishining ko'p qismi aynan geofizika tufayli kelib chiqqan. Ularning ba'zilariga to'xtalib o'tamiz .

2.2 Teskari masalalar yordamida geofizika masalalarni yechish

Yer ichki tuzilishining o'rganish amaliy jihatdan muhim va qiziqarli. U bilan foydali qazilmalarni topish, yer relyefining tuzilishi, vulqonlarning otilish jarayoni, zilzilalarga bog'liq. Ammo yer qatlamining 5-10 km chuqurligiga bo'lgan qismini organish imkoniyati mavjud .Shu sababli yerning chuqur qatlamlarini o'rganish usuli muhim ahamiyat kasb etadi.Geofizikada qator bunday usullar mavjud.Ular qatoriga seysmik , magnit , gravimetrik elektrik usullarning kiradi. Bular orasida seysmik usul iqtisodli jihatga unumli va yer qatlamlarinin o'rganishda foydali.Yer silkinishlari va su'niy portilatish natijasida tebranishlarni o'rganishdan iborat.Yer

ichidagi portlatishlar natijasida yer ichidagi o'zgarish tebranish va ikki tipdagi to'lqinlar ko'rinishida bo'ladi. Katta tezlik bilan boruvchi to'lqinlar siqilgan va uzulgan to'qinlar ular o'zlarining tarqalishi bog'lamlari bilan ustma-ust tushuvchi tebranishlardan iborat. Bular bo'ylama to'lqinlar. 2-tur to'lqinlar siljish yoki tebranish tarqalish yo'nalishdagi tebranish aylanma to'lqinga ko'ndalang to'lqin deyiladi .

Bo'ylama va ko'ndalang to'lqin tarqalish tezligi elementlarning egiluvchanlik xossalariga bog'liq ular orqali o'tadi.

$$v_p = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}} \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.2.1)$$

Bu yerda λ, μ - parametrlari bo'lib jismlar egiluvchanlik xossasini xarakterlaydi, ρ - jisimlarning zichligi, v_s, v_p - bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlarning mos ravishda tezligi. Egiluvchan jism to'lqinlarining parametrlari bilan xarakterlanadi. Shuning uchun v_s, v_p tarqalish tezliklari ma'lum bo'lsa (2.2.1) munosabatlar yer jismlarihaqida yetarlicha katta malumot berar edi, shuning uchun seysmologiyaning asosiy masalalaridan biri bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlarning tarqalish tezliglarini aniqlashdan iborat. Uni yechimi uchun yer silkinishlari mobaynida yer sirtida tebranishlardan foydalanadi. Yer ichida egiluvchan to'lqinlarning tarqalish jarayoni egiluvchanligi nazariyasidagi dinamik tebranma sistemasi bilan ifodalanadi. Ular tahlili bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlar yer egiluvchan qatlamida yorug'lik va tovush to'lqinlarinig tarqalishi qonunlariga asosan tarqaladi. Ya'ni turli fizikaviy xossalarga ega 2 ta muhim chegaralarda sirg'ali va aks etadi. Ularda tarqalish tezliklari tezlik kattaligi bilan bog'liq to'lqinlar bo'lib metrikada geofizik. Bunday xususiy holda yer ichida v_s, v_p tezliklarni topishda quyidagi teskari kinematik masalani qo'yilishidan foydalanish

uchun

$$\begin{cases} n^2 u_{tt} = \Delta u + \delta(x - x^0, t) \\ u|_{C < 0} \equiv 0 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Bu yerda $\Delta - X_1, X_n$ o'zgaruvchilar bo'yicha Laplas operatori $n-2$ marta uzluksiz difrensanlanuvchi $x = (x_1, \dots, x_n)$ o'zgaruvchilarning funksiyasi. $0 \leq n_0 \leq n(x) \leq N_0$ shartni qanoatlantiradi $n(x)$ funksiya fizik ma'nosi bu

funksiya muhitini sindirish nazorati $\frac{1}{n(x)}$ –muhitga vozmushini tarqalish tezligi

Seysmik stansiyalarda o'tkazilgan kuzatishlar har bir yer silkinishlarga bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlarda sirt gadograflarini qo'yish imkoniyatini beradi (yerni seysmik to'lqinlarda zilzilalarga stansiyalgacha tarqalish vaqti jadvali)

Ma'lumki seysmik nurlar, ular orqali silkinishlar tarqaladi yer sirtidan chiqishdan oldin yerni chuqur qatlamlaridan o'tadi. Demak, sirt godograf yerning chuqur qatlamlari tuzulishi haqqida integral malumotga ega. Ko'p zilzilalar natijasida godograf ma'lumotlarga ega bo'ladilar. Ular yordamida yer ichida seysmik to'lqinlarda tarqalish tezligini olish mumkin.

1905-1907 yillar Gerglotu va Buxertlar seysmik teskari kinematik masalni ko'rib chiqdilar.

Yer kurrasining turli tumanlarida tez-tez bo'lib turadigan zilzilani yer ichida tarqaladigan seysmik to'lqinlar keltirib chiqaradi. Bu esa yer usti qatlamlarining keskin silkinishiga olib keladi. Yer qatlamida seysmik to'lqinlarning tarqalishi, tinch turgan suvga tashlangan toshdan hosil bo'ladigan to'lqinlarga o'xshaydi. Yer qatlami ustida zilzila episentridan seysmik to'lqin fronti tarqaladi. Suvda tarqaladigan to'lqinlar bilan qattiq jismlarda tarqaladigan to'lqinlarning faqat bitta farqi bor. Qattiq jismda ikki tipli to'lqinlar mavjud: bo'ylama va ko'ndalang

to'liqlar. Bo'ylama to'liqlar tezligi, ko'ndalang to'liqlar tezligidan katta. Suyuq muhitda ko'ndalang to'liqlar yo'q. Yerning ta'sirlangan nuqtalari bilan ta'sirlanmagan nuqtalari chegarasida ko'ndalang to'liqlar vujudga keladi. Biroq bu ko'ndalang to'liqlar ta'sirlangan nuqtalar ustida harakatlanadi (bu narsani kichik vaqt oralig'i bilan suvga tashlangan tosh ustiga yana bitta tosh tashlaga o'xshatish mumkin) shuning uchun uni doim yer qatlami ustida aniq ajratish qiyin. Ko'ndalang va bo'ylama tarqalgan to'liqlardan tashqari yer qatlami ustidan "yer-havo" keskin chegarasidan kelib chiqqan to'liqlar ham tarqaladi. Endi biror bir seysmik to'liq frontining yerning ustidan harakatlanishini ko'rib chiqamiz. Front formasi va uning ustki qatlam ustida harakatlanish tezligi, yer ichidagi seysmik to'liqlarning harakatlanish tezligiga bog'liq. Masalan yerning sferik simmetrik modeli uchun to'liq tezligi faqat chuqurlikka bog'liq bo'lgan paytda frontlar seysmik to'liq tezligiga bog'liq bo'lgan episentrlardan harakatlanayotgan aylanalarni tashkil qiladi. Agar tezlik uchala kordinataga ham bog'liq bo'lsa to'liqlar fronti murakkab egri chiziqni tashkil qiladi. Ancha oldin (XIX va XX yuz yilliklar oralig'ida) geofizikada savol qo'yildi: yer ustki qatlamidagi seysmik to'liq frontlari harakat tezliklaridan kelib chiqib yerning ichki qatlami seysmik to'liqlari harakat tezligini topish mumkinmi? Qayd qilib o'tish kerakki bu moddalarning taranglik xususiyatiga bog'liq. Masalan: to'g'ri chiziq v_p va ko'ndalang to'liq v_s moddaning taranglik xarakteristikalarini —Lamening λ, μ parametrlari va uning ρ -zichlik formulalariga bog'liq

$$v_p = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

v_s, v_p tezliklari yer moddalari haqidagi ancha ma'lumotni beradi. Shuning uchun geofizikada v_s, v_p larni yer kurrasi nuqtasi funksiyasi sifatida aniqlashga bo'lgan qiziqish tasodifiy emas.

Yuqorida ko'rilganlarni matematik formulalar orqali ifoda etamiz. Uch o'lcovli fazo R^3 da, S chegarali D -sohani qaraymiz. Bu sohada signal

$v(x), x = (x_1, x_2, x_3)$ tezlik bilan tarqalsin. $\tau(x, x^0)$ orqali signalning x^0 nuqtadan x nuqtagacha yetib kelish vaqtini belgilaymiz. $\tau(x, x^0)$ funksiyasi quyidagi tenglamani

$$|\nabla_x \tau(x, x^0)| = \frac{1}{v(x)} \quad (2.2.3)$$

va

$$\tau(x, x^0) = O(|x - x^0|), \quad x \rightarrow x^0. \quad (2.2.4)$$

shartni qanoatlantiradi.

Bu yerda ∇_x - x o'zgaruvchi bilan aniqlanadigan gradient simvoli. $\tau(x, x^0) = t$ esa t vaqtda x^0 manbaning to'liq fronti aniqlaydi. Shuning uchun S yuza bo'yicha frontning harakatlanish qoidasiga asosan $v(x)$ ni topish masalasi quyidagicha qo'yiladi. (2.2.4) shartni qanoatlantiruvchi (2.2.3) tenglamaning $x \in D$ uchun $v(x)$ yechimi topilsin. Bunda $x \in S$ va $x^0 \in m, \tau(x, x^0)$ berilgan deb qaralsin.

Qo'yilgan masala seysmikaning teskari kinematik masalasi nomini olgan. Buning ustiga tez-tez $m=s$ ga deb taxmin qilinadi. (2.2.3) tenglama xarakteristikalarini ko'rib chiqamiz va x, x^0 nuqtalaridan o'tuvchi xarakteristikalarni $\Gamma(x, x^0)$ bilan belgilaymiz (faraz qilamizki har bir x, x^0 nuqta juftligiga D sohada faqat birta $\Gamma(x, x^0)$ to'g'ri keladi). U holda $\tau(x, x^0)$ funksiya quyidagi formula orqali hisoblanadi.

$$\tau(x, x^0) = \int_{\Gamma(x, x^0)} \frac{|dx|}{v(x)}, \quad |dx| = \left(\sum_{k=1}^3 dx_k^2 \right)^{1/2} \quad (2.2.5)$$

Bunda

$$d\tau = |dx| / v(x). \quad (2.2.6)$$

(2.2.6) formula $\overline{D}$ sohada riman metrikasini beradi, $\Gamma(x, x^0)$ egri chiziq bu metrikada eng qisqa bo'ladi va $\tau(x, x^0)$ esa uning uzunligini belgilaydi. Shuning uchun $m=s$ teskari kinematik masala quyidagicha tuzilishi mumkin: Agar bu metrikada D hudud chegaralari nuqtalari orasidagi oraliq ma'lum bo'lsa, D ning ichidan (2.2.6) shaklidagi metrika topilsin (ya'ni $v(x)$ funksiya topilsin).

Birinchi teskari kinematik masala asrimizning boshida nemis geofiziklari G. Gerlots va E. Vixertomlar tomonidan ko`rib chiqilgan. Yerning sferik simmetriyasi taxminida ular :  $v=v(\Gamma), \Gamma=|x|$ , agar  $\tau(x, x^0)$  funksiya fiksirlangan nuqta  $x^0 \in S = \{x: |x|=1\}$  uchun va ixtiyoriy  $x \in S$  bo`lsa $v(r)$ funksiyani topish mumkinlihi ko`rsatishdi. Ular ishlab chiqqan formula lokal xarakterga ega: agar  $x$  birlik  $S$  sferaning chegarasidan o`tmadan, sferik sektor $|x-x^0| \leq \Delta$ dan o`tsa, $v(r)$ funksiya $r \in [r_0, 1]$, $r_0 = r_0(\Delta)$ uchun aniqlanadi. Bunda $r_0 \rightarrow 1$ ga, agar $\Delta \rightarrow 0$ va $r_0 \rightarrow 0$, agar $\Delta \rightarrow 2$. Shuningdek G.Gerlots va E. Vixertomlar tomonidan teskari kinematik masalaning yechimi $\frac{d}{dr}(\frac{r}{v(r)}) > 0$ shart bajarilgandagina mavjudligi aniqlandi. Bu narsa $m(r) = r/v(r)$ funksiyasini monoton kamayishini bildiradi. Agar $m(r)$ funksiyaning monotonlik sharti buzilsa, teskari kinematik masala yagona yeshimga ega bo`lmaydi.

Yerning sferik –simmetrik modeli uchun teskari kinematik masalasining yechimi yer ichki qatlamlari tuzilishi haqidagi tasavvurlarimizning rivojlanishiga olib keldi. Seysmik ma`lumotlarning analizlari natijasida yer radiusi bo`yicha tarqaladigan bo`ylama va ko`ndalang to`lqinlar tarqalishi tezligi aniqlandi va yer sharining asosiy strukturaviy elementlari aniqlandi: qobiq, qatlam va yadro.

Albatta yerning sferik simmetrik modeli faqatgina uning real tuzilishiga bo`lgan birinchi yaqinlashishdir. Seysmologik ma`lumotlar hisoblashlaridan doimiy og`ishlar , teskari kinematik masalalarni yanada to`liq ya`ni ikki o`lchovli, uch o`lchovli masalalarni o`rganishga olib keldi.

Teskari masalaning yechimida ko`ringan yerning ichki qatlamini o`rganishda kinematik yondashishning kamchiligi yer qatlamidagi to`lqinli maydonni ko`proq ishlatishga olib keldi. Yerda mavjud bo`lgan seysmostansiyalar zilzilalarning to`liq seysmogrammalarini qayd qiladi, ya`ni  $U(x, t, x^0)$  yuzalarda nuqtalar kesishishi vektorini  $t$  vaqt funksiyasi sifatida o`lchaydi. x, t o`zgaruvchli

$U(x, t, x^0)$ funksiya taranglik nazariyasi dinamik tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi

$$\begin{aligned} \rho(x) \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} &= \operatorname{div} \sigma_i + F_i(x, t, x^0), \quad i=1,2,3 \\ \sigma_{ij} &= \mu(x) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \lambda(x) \delta_{ij} \operatorname{div} U, \quad i,j=1,2,3. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Bu yerda U_i - U ning x_i o'q'dagi qo'shma vektorining proyeksiyasi. $\sigma_i - x_i$ o'qi bilan parallel maydondagi kuchlanish vektori va δ_{ij} -komponentalari –Kroneker simvoli; $F_i - x_i$ o'qiga tashqi F kuchlarning proyeksion vektori. (2.2.7) sistemasiga chegaraviy shartni qo'shish kerakki, agar S - ixtiyoriy yuzada, maydondagi n- yo'nalishli intilgan kuchlanish vektori 0 ga teng bo'lishi kerak:

$$\sigma_n|_S = \sum_{i=1}^3 \sigma_i|_S \cos(n, x_i) = 0 \quad (2.2.8)$$

Eng oddiy holatda zilzilani $F(x, t, x^0)$ funksiyasi bilan modellashtirish mumkin

$$F(x, t, x^0) = \delta(x - x^0) f(t, x^0), \quad (2.2.9)$$

bunda $\delta(x - x^0)$ Dirak funksiyasi, $t < 0$ uchun $f(t, x^0) \equiv 0$. $f(t, x^0)$ funksiyasi teskari masala tuzishda ρ, λ, μ parametrlari bilan bir qatorda noma'lum funksiyalar qatoriga kirishi kerak. Teskari masala quyidagi tarzda tuzilishi mumkin: D sohada ρ muhit zichligi, Lamé taranglik parametrlari λ, μ va $f(t, x^0)$ manbaning vektor funksiyasi topilsin, agar $x \in S, t \geq 0$ va $x^0 \in m \in \bar{D}$ uchun $U(x, t, x^0)$ vektor ma'lum bo'lsa. Bu masala seysmikaning teskari dinamik masalasi deb nomlanadi. Bu masalaning qo'yilishi to'liq emasligini qayd qilib o'tamiz. Hattoki (2.2.9) taxminida agar $x^0 \in S$ bo'lsa, x^0 nuqtasining kordinatasi oldindan ma'lum emas. Shuning uchun u ham qidiriladigan funksiyalar sirasiga kiritilishi kerak. Lekin masalaning bunday qo'yilishi ham seysmikaning teskari dinamik masala kuzatishlari uchun judayam murakkab va ehtimolliklar juda yuqori bo'lgandagina yechilgan.

Ba'zi bir sonli natijalar.

Model tajribalar uchun $r_0 = 0,96$; $\varphi = \frac{\pi}{10}$ (2.2.10) parametrlar bilan

D_0 sohani olamiz. Parametrlar bunday tanlash tasodifiy emas u real yer shari sohasiga mos bo'lib, katta yer sharining kesimini beradi. AB soha yoyiga Pomir-Baykal ko'lidan o'tadigan katta shar yoyi to'g'ri keladi. Yer sharining bu hududi bo'yicha anchagina seysmologik material to'plangan. Ulardan bu hududning leantiyasining tuzulishini aniqlashda foydalaniladi. Tezlikning bir o'lchovli taqsimlanishi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$n_0(r) = \frac{1}{28,07 + r \cdot 20,33} \quad (2.2.11)$$

Bu funksiya dan quyidagi barcha hisoblashlarda foydalanamiz. $n_1(r, \varphi)$ da sifatida koeffitsiyentlari r ga bog'liq turli xil trigonometrik ko'p hadlar olindi, ularning burchaklari $\frac{\pi}{\varphi}$ ga karrali. φ_i^* manbalar va φ_k^0 keyingi nuqtalar $\frac{\pi}{100}$ doimiy qadam bilan AB yoy nuqtalarida yotadi. Yer sirtida 2ta qo'shni nuqtalar orasidagi masofa 200 km ga yaqin. φ_{kn} funtsiyalar bu holda $r^* = 1$ quyidagi formulalar bilan topilgan:

$$\varphi_{kn}(\rho) = \int_{\rho}^1 (1-r)^n \frac{m_0(r)}{\sqrt{m_0^2(r) - m_0^2(\rho)}} \cos 10k \times \int_{\rho}^r \frac{m_0(t) dt}{t \sqrt{m_0^2(t) - m_0^2(\rho)}} dr \quad (2.2.12)$$

2-5 rasmda funksiyaning grafiklari turli k va n qiymatlari uchun keltirilgan.

Eksperiment quygi sxema bo'yicha olib borilgan:

1. $n_1(r, \varphi)$ funksiya quyidagi ko'rinishda berilgan:

$$n_1(r, \varphi) = \sum_{k=-M}^M n_k^1(r) e^{ik\varphi} \quad (2.2.13)$$

2. so'ng quyidagi funksiya orqali

$$n(r, \varphi) = n_0(r) + n_1(r, \varphi) \quad (2.2.14)$$

vaqt bo'yicha o'tish $\tau(\varphi_e^k, \varphi_k^0)$ funksiya topilgan.

$$3. r_0(r^*, \varphi^*, \varphi^0) = \int_{\rho}^1 \frac{m_0^2(r) dr}{r \sqrt{m_0^2(r) - m_0^2(\rho)}} \pm \int_{\rho}^{r^*} \frac{m_0^2(r) dr}{r \sqrt{m_0^2(r) - m_0^2(\rho)}} \quad (2.2.15)$$

Formula yordamida $\tau_0(\varphi_l^*, \varphi_k^0)$ funksiya, so'ngra $\tau_1(\varphi_l^*, \varphi_k^0)$ funksiya topilgan.

4. Eng kichik kvadrat metodi yordamida

$$\frac{1}{R_1} r(r^*, \varphi^*, \varphi^0) = \sum_{k=-M}^M \sum_{n=0}^N A_{kn} e^{ik\alpha} \psi_{kn}(\rho, r^*) \quad (2.2.16)$$

formuladan A_{kn} koefitsiyentlar topilgan va $n_1(r, \varphi)$ funksiya qurulgan.

Muhitning 4 holi uchun natijalarni keltiramiz.

$$r_0 = 0,96 \quad \varphi = \frac{\pi}{10} \quad (2.2.10)$$

$$n_0(r) = \frac{1}{28,07 + r \cdot 20,33} \quad (2.2.11)$$

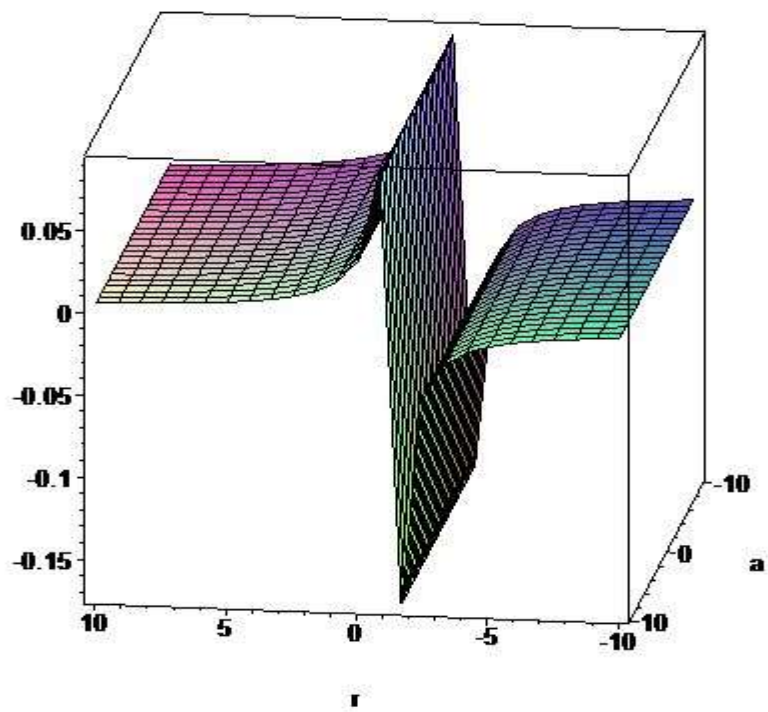
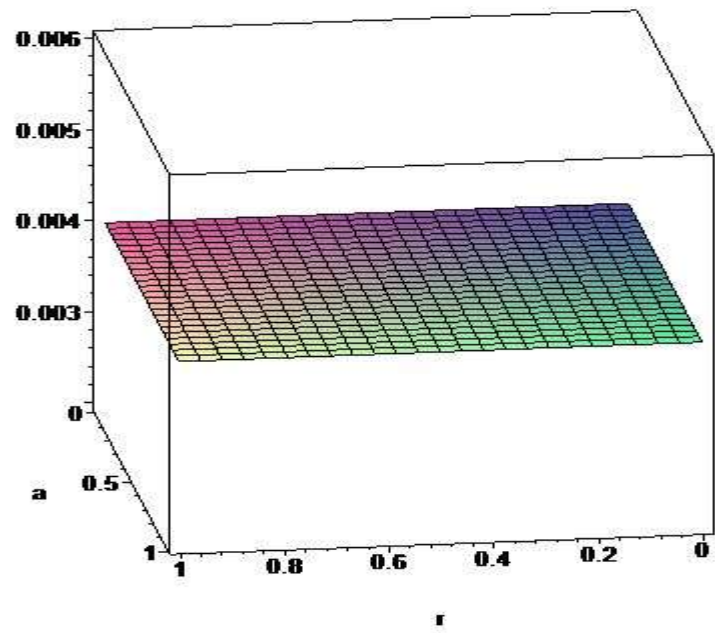
$$\varphi_{kn}(\rho) = \int_{\rho}^1 (1-r)^n \frac{m_0(r)}{\sqrt{m_0^2(r) - m_0^2(\rho)}} \cos 10k \times \int_{\rho}^r \frac{m_0(\rho) dt}{t \sqrt{m_0^2(t) - m_0^2(\rho)}} dr \quad (2.2.12)$$

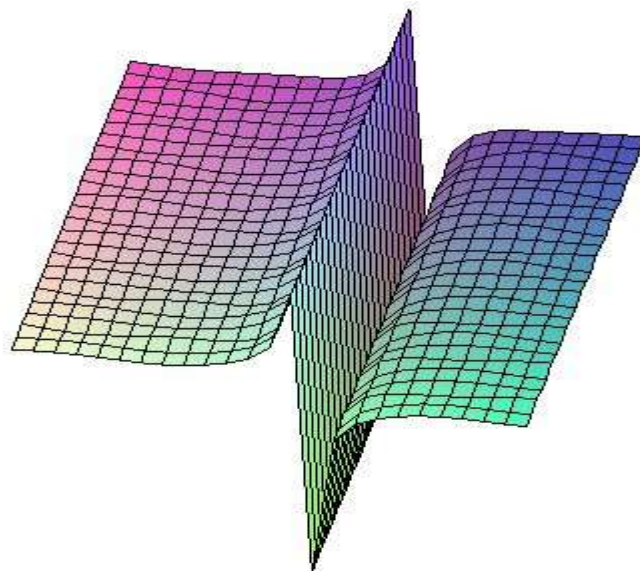
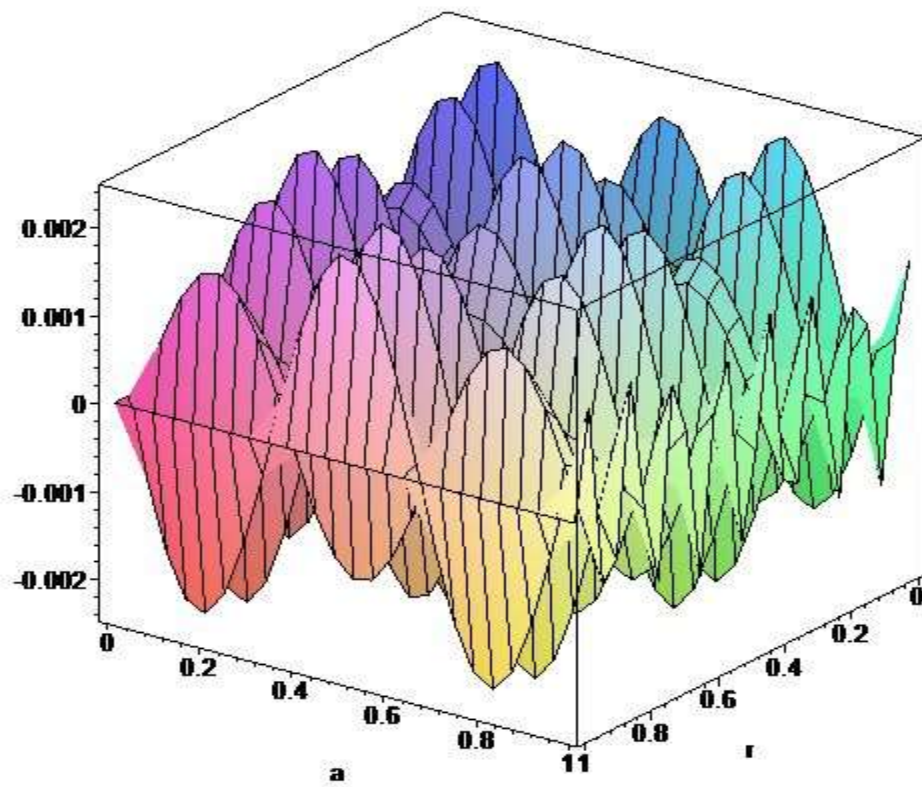
$$\psi_{kn}^-(p) = 10^n \psi_{kn}(p) \quad (2.2.13)$$

Bu hollarning har birida $n_1(r, \varphi)$ funksiya $n_0(r)$ funksiyadan 10% oshmaydi.

6-11 rasmlarda D_0 sohaning yoki $\varphi_0 = \text{const}$ yoki $r = \text{const}$ bo'lgan kesimlar

bo'yicha grafiklar keltirilgan. Bu tasvirlarda uzluksiz chiziq bilan aniq $n_1(r, \varphi)$ funksiya, shtrix chiziq orqali tiklangan funksiya tasvirlangan.





II bob yuzasidan xulosa

II bobda geofizika masalarining qo'yilishi va ulardan ba'zilarining teskari masalalar yordamida o'rganilishi bayon etilgan.

Xotima

Ushbu bitiruv malakaviy ishida matematik fizika tenglamalari, ularning tiplari, ularning klassifikatsiyasi, ularga qo'yiladigan asosiy hamda bir qancha boshqa masalalar, Koshi masalasi va unig qo'yilishida xarakteristikalarining roli, aralash tipdagi tenglama, ularga qo'yiladigan to'g'ri masalalar, teskari masala tushunchasi, teskari masalani qo'yilishiga misollar keltirilgan.

Geofizikaning asosiy masalasi - yerning ustki qatlamlarini kuzatish asnosida yerning ichki qatlamlari tuzilishini o'rganish. Jamlangan fizik ma'lumotlar shuni ko'rsatadiki yerning fizik parametrlari uch o'zgaruvchli funksiyalardan iborat. Chuqurlashib borgan sayin ular ko'proq o'zgaradi. Lekin fizik parametrlarni o'lchash uncha chuqur bo'lmagan yuqori qatlamda mumkinligi tufayli (eng chuqur geofizik quduq chuqurligi 11 kmdan oshmaydi) yerning ichki tuzilishini o'rganishning yagona yo'li teskari masalalarga olib kelinadi. Teskari masala tuzilishining ko'p qismi aynan geofizika tufayli kelib chiqqan. Teskari masalarning paydo bo'lishi geofizika masalalari bilan chambarchas bog'liq bo'lgani tufayli ushbu masala BMI da o'rganilgan.

BMI ham amaliy ham nazariy ahamiyatga ega. Ushbu bitiruv malakaviy ishidan barcha oliy o'quv yurtlari «Matematika» va «Fizika» ta'lim yo'nalishlari o'qituvchilari va talabalari muhim qo'llanma sifatida foydalanishlari mumkin. Bundan tashqari bu bitiruv malakaviy ishi murakkablik darajasi ancha yuqori bo'lgan bir qancha masalalarni yechishda amaliy asos bo'lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar

1. I.A.Karimov “ Inson baxt uchun tug’iladi “. Toshkent, “ Sharq ” , 2001y,127 b.
2. “ Sog’lom bola yili ” Davlat dasturi. 2014-yil, 19- fevral.
3. Романов В.Г “ Обратные задачи математической физики ”. Москва. “ Наука ” , 1984 г , 245 ст.
4. Салоҳиддинов М.С “ Математик физика тенгламалари ”. Тошкент. “ Ўзбекистон ”, 2002й , 448 б.
5. Жўраев Т.Ж. , Абдиназаров С. “ Математик физика тенгламалари ”. Тошкент. “ Университет ”, 2003й , 334 б.
6. Салоҳиддинов М.С “ Математик физика тенгламалари фанидан масалалар тўплами ”. Тошкент. “ Mumtoz so’z ”, 2010й , 372 б.
7. Романов В.Г Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Изд. “Наука”, Сибирское отделение Новосибирск 1972 г. 164 стр.
8. Internet resurslari: www.ziyonet.uz , www.ilm.uz .
9. Merajova Sh.B, Mamatova N.H, Samadov S.O ”O`rta maxsus kasb-hunar ta’limi jarayonida sifat va samaradorlikni oshirishning dolzarb muammolari” respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. Buxoro 2015y. 148-151b.
10. Дурдиев Д. К. Меражова Ш. Б. Об единственности решения обратной задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа: двумерный случай. ”Современные методы математической физики и их приложения” Ташкент 2015.
11. Merajova Sh.B, Mamatova N.H, Samadov S.O “Matematika va uni zamonaviy pedagogik texnologiyalar yordamida o`qitish muammolari” respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. Navoiy-2015y. 251-252b

