

Fizika – matematika fakul'teti

“Matematika” kafedrası

5130100 «Matematika» ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr
darajasini olish uchun

Qayumov Umidjon Usmonali o'gli

“Keli daraxtida aniqlangan Potts modelining asosiy holatlari”

mavzusida

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**“Ish ko'rildi va himoyaga ruxsat
berildi”**

Ilmiy rahbar_____ **prof. U. A Rozikov**
”_____” _____ **2015y.**

Kafedra mudiri:

_____ **dots. Muhitdinov R.T.**
”_____” _____ **2015y.**

Taqrizchi: _____
”_____” _____ **2015y.**

“Himoya qilishga ruxsat berildi”

Fakultet dekani _____ **prof. Sh.M.Mirzayev**
«_____» _____ **2015 y**

Buxoro- 2015y.

Mundarija.

Kirish.....	3
I BOB. Asosiy tushunchalar.....	10
I.1. Graflar va Gruppalar nazariyasi.....	10
I.2. Keli daraxti va uning gruppaviy tasnifi.....	16
II BOB. Asosiy holatlar.....	21
II.1. Potts modeli uchun $q=4$ bo'lgandagi asosiy holatlar.....	21
II.2. Keli daraxtida aniqlangan modellar va Potts modeli uchun birlik shardagi energyasi.....	42
Xotima.....	46
Foydalanilgan adabiyotlar.....	47

KIRISH

“O‘z oldimizga qo‘yilgan yuksak vazifa va marralarga erishishda zamonaviy bilim va tarbiya sohibi bo‘lgan, yangicha fikrlaydigan yoshlarimiz bizning asosiy tayanchimiz va suyanchimizdir”.

I.A.Karimov.

Biz mustaqil O‘zbekiston yoshlari har tomonlama yetuk barkamol avlod bo‘lib yetishishimiz uchun keng imkoniyatlar yaratib, Prezidentimiz Islom Abdug‘aniyevich Karimov yosh avlod tarbiyasiga juda katta e‘tibor berib kelmoqdalar. Jumladan, asosiy vazifamiz Vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirish nomli Prezidentimiz I.A.Karimovning 2014-yilning asosiy yakunlari 2015-yilda O‘zbekistonning ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanishini eng muhim ustuvor yo‘nalishlariga bag‘ishlangan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma‘ruzasida:

Biz farzandlarimizning nafaqat jismoniy va ma‘naviy sog‘lom o‘ssishi, balki ularning eng zamonaviy intellektual bilimlarga ega bo‘lish bilan birgalikda, ingliz tilini mukammal biladigan uyg‘un rivojlangan insonlar bo‘lib, XXI asr talablariga to‘liq javob beradigan barkamol avlod bo‘lib voyaga yetishi uchun zarur barcha imkoniyat va sharoitlarni yaratishni o‘z oldimizga maqsad qilib qo‘yganmiz.

Shu kunlarda hukumatimiz tomonidan ushbu masala yuzasidan qabul qilingan Davlat dasturi ana shu ezgu maqsadga erishish yo‘llarida jami davlat va nodavlat manbalari hisobga olingan holda mavjud barcha resurs va imkoniyatlarning safarbar etishni ko‘zda tutadi kabi satrlarni o‘qish mumkin.

Shuningdek, 2014 yil “Soglom bola” yili davlat dasturi to‘g‘risida O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti qarorida “ta‘lim jarayonida yangi axborot kommunikatsiya va pedagogik texnologiyalarda, elektron dasturlar, multimediya vositalarini keng joriy etish orqali mamlakatimiz maktablarida, kasb-hunar

kollejlari, litseylar va oliy o'quv yurtlarida o'qitish sifatini tubdan yaxshilash, ilm-fanni yanada rivojlantirish, iqtidorli va qobiliyatli yoshlarni ilmiy faoliyatiga keng etibor qaratish, ularning o'z ijodiy va intellektual salohiyatini ro'yobga chiqarish uchun sharoit yaratishga doir kompleks chora-tadbirlarni ishlab chiqish "ko'zda tutilgan vazifalardan hisoblanar ekan, darslarda yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanish ta'lim samaradorligini oshirish Prezirentimiz ta'kidlaganidek, "erkin fikrlashga" o'rgatish uchun ayni muddao bo'ldi.

Mamlakatimizning istiqlol yo'lidagi birinchi qadamlaridan, buyuk ma'naviyatimizni tiklash va yanada yuksaltirish, milliy ta'lim-tarbiya tizimini takomillashtirish, uning milliy zaminini mustahkamlash, zamon talablari bilan uyg'unlashtirish asosida jahon andozalari va ko'nikmalari darajasiga chiqarish maqsadida katta ahamiyat berib kelinmoqda. Bu jarayonda oxirgi yillarda qilingan ishlar haqida qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Maktab sohasida "ta'lim haqida" qonun qabul qilindi. 1996-1997 o'quv yilidan maktabning birinchi sinflarda o'qish uchun yangi alifboda olib borildi. Yangi imlo, alifboda o'qitish uchun zarur dastur, qo'llanma va darsliklar yaratildi. Joylarda maktablarda o'qituvchi-murabbiylarga, ularning moddiy va ma'naviy rag'batlantirish, yordam berish masalalariga e'tibor ancha kuchaytirildi.

O'rta maxsus ta'lim sohasida viloyatlarda, joylarda biznes maktabi, kichik va o'rta maktab uchun kasb- hunar kurslarining ochilishi, bozor iqtisodoyoti talablaridan kelib chiqqan holda, yangi mutaxassisliklarning ochilishi e'tiborga loyiqdir.

Oliy maktab sohasida test usuli joriy etilishi, viloyatlar markazlarida pedagogic institutlarning universitetlarga aylantirilishi va joylardagi o'quv yurtlariga yuqori ta'sis nizomi berilishi, tashkil etilgan milliy tashkilot va xalqaro jamoalar hisobidan chet ellarga tajriba almashish va talabalarni o'qishga yuborish yo'lga qo'yilishi, iqtisod va biznes sohasidagi mutaxasis va o'qituvchilarni qayta tayyorlash bo'yicha aniq maqsadga yo'naltirilgan ishlar olib borilishi, o'tish davrida 2 mingdan ortiq talaba va mutaxasisning chet ellarda o'qib kelishi, 100dan

ortiq chet el mutaxassisining Respublikamiz o'quv muassasalariga jalb qilinishini qayd etishimiz zarur.

Shuni alohida ta'kidlash lozimki, ta'lim-tarbiya sohasida islohotlar o'tkazish va ularning asosiy yo'nalishlari, talablari va maqsadlarini aniqlash, hamda tegishli xulosalarni chiqarishda, bugungi muhokama qilinadigan hujjatlarda keng jamoatchiligimizning fikr-mulohazalari, tarbiya va izohlari ifoda topgan desak hech qanday mubolag'a bo'lmaydi. Shuning uchun ham amaldagi ta'lim-tarbiya tizimining zaif tomonlarini, zamon talablari, jamiyatimiz kelajagi va maqsadlariga javob bermaydigan jihatlarini chuqur tasavvur qilish, erkin, badavlat yashayotgan mamlakatlar tajribasini o'rganish, o'z o'lkamizga yuksak malakali, har jihatdan yetuk kadrlar tayyorlash dasturining asosiy sharti bo'lmog'i lozim. Shuning uchun ta'lim-tarbiya sohasida ham belgilanayotgan islohotlarni hayotga tadbiq qilishda islohotlarni bosqichma-bosqich o'tkazish prinsipi qo'yilgan.

Birinchi bosqich-o'tish davri bo'lib, u 1997-2001 yillarda, ya'ni 4 yil davomida joriy etiladi. Bunda kadrlar tayyorlash tizimi salohiyatini saqlab qolish, uni rivojlantirish uchun huquqiy-me'yoriy, ilmiy metodik, moliyaviy moddiy shart- sharoitlar yaratish lozim. Bu bosqichda asosan quyidagi vazifalarni bajarish kerak:

Milliy dasturni amalga oshirishning boshlanishi: yangi talablarga javob bera oladigan pedagog kadrlarni tayyorlash; o'quv shart-sharoitlarini yaratish va yangi o'quv programmalari ustida ishlash umumta'lim maktablarini tuzish jihatidan qayta qurish; uch yillik ta'lim o'rta maxsus va kasb-hunar bilim yurtlari tizimiga zamin tayyorlash; uzluksiz ta'lim tizimiga asos soladigan tadbirlarni amalga oshirish; ijtimoiy himoyani kafolatlash kabi masalalarni yechish bosqichi.

Ikkinchi bosqich-2001-2005 yillarni o'z ichiga oladi. Bunda milliy dasturni keng miqyosda to'liq amalga oshirishga erishish darkor. Tabiiyki, tizim faoliyatining samaradorligini, mehnat bozorini inobatga olib, ijtimoiy-iqtisodiy sharoitlardan kelib chiqib, dastur g'oyalarini va qoidalarini kerakli o'zgartirishlar kiritilgan.

Uchinchi bosqich-2005 va keyingi yillarga mo'ljallangan bo'lib, unda tajribalarni tahlil etish va umumlashtirish asosida o'zgaruvchan ijtimoiy-iqtisodiy shart-sharoitlarni e'tiborga olgan holda kadrlar tayyorlash tizimini takomillashtirish va yanada rivojlantirish zarur.

Umumlashtirilgan holda kadrlar tayyorlash tizimining shakllanishi va faoliyat ko'rsatishning asosiy tamoyillari quyidagi vazifalarni o'z ichiga oladi:

- barcha xil va turdagi ta'lim muassasalarida yuqori malakali mutaxassislar tayyorlash uchun uzluksiz ta'lim, fan va ishlab chiqarish salohiyatidan samarali foydalanish;

- davlat ta'lim standartlarini joriy etish va ularning faoliyat ko'rsatish mexanizmini ishlab chiqish;

- ixtisosliklar, malaka darajasiga ko'ra mutaxasislarga bo'lgan umumdavlat va mintaqaviy talablarning istiqbolini aniqlash;

- ta'lim tizimini tuzilish va mazmun jihatidan isloh qilish uchun o'qituvchilarni va murabbiylarni qayta tayyorlash;

- davlat va ijtimoiy muassasalarning kasbga yo'naltirish bo'yicha faoliyatini takomillashtirish. Bunda kasb tanlashning bozor ehtiyojlari va imkoniyatlarini e'tiborga olish zarur, toki har bir shaxs o'ziga mos kasbni egallay olsin;

- o'quvchi yoshlarni vatanga sadoqat, yuksak axloq, ma'naviyat va ma'rifat, mehnatga vijdonan munosabatda bo'lish ruhida tarbiyalash;

- ta'lim muassasalarini, birinchi navbatda umumta'lim maktablarini davlat tomonidan moliyaviy va moddiy texnikaviy soliq ta'minlash me'yorlarini oshirish va uning mexanizmini takomillashtirish;

- kadrlar tayyorlash tizimi iste'molchilari-korxonalar, muassasalar, firmalar, kadrlar va boshqa tuzilmalarning imkoniyatlaridan, birinchi navbatda, o'rta maxsus kasb-hunar o'quv yurtlarining moddiy va moliyaviy bazasini mustahkamlash uchun mumkin qadar kengroq foydalanish;

- kadrlar tayyorlash va ta'lim sohasida chet el sarmoyalarini, xalqaro donolik tashkilotlari va jamg'armalarining mablag'larini jalb etish;

- qonun doirasida o'quv rejalari, dasturlari va o'qitish yo'riqlari, ta'limiy xizmatlarni belgilashda ta'lim muassasalariga, birinchi navbatda, oliy yurtlariga mustaqillik berish va o'zini-o'zi boshqarish usullarini joriy etish;

Tabiiyki, bunday murakkab vazifalarni oshirishda davlat va jamiyatning mas'uliyati alohida ahamiyat kasb etadi. Davlat va jamiyat kadrlar tayyorlash tizimini uzluksiz rivojlantirish va takomillashtirish vakili bo'lishi zarur. Ular yuqori malakali rag'batga qodir mutaxassislar tayyorlash bo'yicha ta'lim muassasalarining faoliyatini uyg'unlashtirish lozim.

Kadrlar tayyorlash milliy dasturi "Ta'lim to'g'risida"gi O'zbekiston Respublikasi qonunining qoidalariga muvofiq holda tayyorlangan bo'lib, milliy tajribaning tahlili va ta'lim tizimidagi jahon miqyosidagi ustuvor yutuqlari asosida tayyorlangan hamda yuksak umumiy va kasb-hunar madaniyatiga, ijodiy va ijtimoiy faollikda, ijtimoiy-siyosiy hayotda mustaqil ravishda mol'jalni to'g'ri ola bilish mahoratiga ega bo'lgan, istiqbol vazifalarini ilgari surish va hal qodir kadrlarning yangi avlodini shakllantirishga yo'naltirilgandir.

Dastur kadrlar tayyorlash milliy modelini ro'yobga chiqarishni, har tomonlama kamol topgan, jamiyatda turmushga moslashgan, ta'lim va kasb-hunar dasturini ongli ravishda tiklash va keyinchalik puxta o'zlashtirish uchun ijtimoiy-siyosiy, huquqiy, psixologik-pedagogik va boshqa tarzdagi sharoitlarni yaratishni, jamiyat, davlat va oila oldida o'z javobgarligini his etadigan fuqarolarni tarbiyalashni nazarda tutadi.

Bugun biz tez sur'atlar bilan o'zgarib borayotgan, imkoniyat hozirga qadar boshidan kechirgan davrlardan tubdan farq qiladigan o'ta shiddatli va murakkab bir zamonda yashamoqdamiz. Davlat va siyosat arboblari, faylasuflar va jamiyatshunos olimlar, sharhlovchi va jurnalistlar bu davrni turlicha ta'riflab, har xil nomlar bilan atamoqda. Kimdir uni yuksak texnologiyalar zamoni desa, kimdur tafakkur asri, yana birov yalpi axborotlashuv davri sifatida izohlamokda. Albatta bu fikrlarni barchasiga ham ma'lum ma'noda haqiqat ratsional mag'iz bor. Chunki ularning har biri o'zida bugungi serqirra va rang-barang hayotning qaysidir belgi alomatini aks ettirishi tabiiy. Ammo ko'pchilikning ongida bu davr globallashuv

davri tariqasida ta'surot uyg'otmoqda. Ana shunday globallashuv fenomi haqida gapirganda, bu atama bugungi kunda ilmiy-falsafiy, hayotiy tushuncha sifatida juda keng ma'noni anglatishni ta'kidlash lozim. Umumiy nuqtai nazardan qaraganda, bu jarayon mutlaqo yangicha ma'no-mazmundagi ijtimoiy-siyosiy, tabiiy-biologik global muhitning shakllanishi va shu bilan birga, mavjud milliy va mintaqaviy muammolarning jahon miqyosidagi muammolarning jahon miqyosidagi muammolarga aylanib borishini ifoda etmoqda. Globallashuv jarayoni hayotimizga tobora tez va chuqur kirib kelayotganining asosiy omili va sababi xususida gapirganda shuni obyektiv tan olish kerak-bugungi kunda har qaysi davlatning taraqqiyoti va ravnaqi, nafaqat yaqin va uzoq qo'shnilar, balki jahon miqyosida boshqa mintaq va hududlar bilan shunday chambarchas bog'lanib boryaptiki, biror mamlakatning bu jarayondan chetga turishi ijobiy natijalarga olib kelmasligini tushunish, anglash qiyin emas. Shu ma'noda, globallashuv bu avvalo hayot suratlarining beqiyos darajada tezlashuvi demakdir. Har bir ijtimoiy hodisaning ijobiy va salbiy tomoni bo'lgani singari globallashuv jarayoni ham bundan mustasno emas. Hozirgi paytda uning g'oyat o'tkir va keng qamrovli ta'sirini deyarli barcha sohalarida ko'rish, his etish mumkin. Ayniqsa davlatlar va xalqlar o'rtasidagi integratsiya va hamkorlik aloqalarining kuchayishi, xorijiy investitsiyalar kapital va tovarlar ishchi kuchining erkin harakati uchun qulayliklar vujudga kelishi, ko'plab yangi ish o'rinlarining yaratilishi, zamonaviy kommunikatsiya va axborot texnologiyalarning ilm-fan yutuqlarining umuminsoniy negizda uyg'unlashuvi, ekologik ofatlar paytida o'zaro yordam ko'rsatish imkoniyatlarning ortishi tabiiyki, bularning barchasiga globallashuv tufayli erishilmoqda. Ayni paytda hayot haqiqati shuni ko'rsatadiki har qanday taraqqiyot mahsuludan ikki xil maqsadda ezgulik va yovuzlik yo'lida foydalanish mumkin.

Mavzuning dolzarbligi. Bitiruv malakaviy ishda Keli daraxtida aniqlangan Potts modeli uchun asosiy holatlarni topish masalasi qaralgan. Kristal panjarasi daraxt tipida bo'lgan moddalarning faza almashishlarini topish statistik fizikaning

asosiy masalalaridan biridir. Gibbs o'lchovlari soni kristal panjarasi daraxt tipida bo'lgan moddalarning faza almashishlar soniga tengligi U.A. Rozikovlarning ishlarida isbotlangan. Biz BMIda Gibbs o'lchovlarini topishda muhim sanalgan Asosiy holatlarni tahlil qildik. Bu masala esa o'lchovlar nazariyasida juda muhimdir.

Bitiruv malakaviy ishimning maqsadi. Chegaraviy Gibbs o'lchovlarini ifodalovchi Keli daraxtida aniqlangan Potts modelining asosiy holatlarini topish.

Bitiruv malakaviy ishimning vazifasi: Uchunchi tartibli Keli daraxtida aniqlangan Potts modelining asosiy holatlarini topish, spin qiymati q ga teng bo'lgan Potts modelining birlik shardagi energiyasini hisoblash formulasini yaratish.

Bitiruv malakaviy ishimning o'rganganlik darajasi. U.A. Rozikov va G.I.Botirovlarning ushbu sohadagi ilmiy maqolalari o'rganildi. Ikkinchi tartibli Keli daraxtida qaralgan masalalar o'rganilib, uchunchi tartibli Keli daraxtiga umumlashtirildi.

Bitiruv malakaviy ishimning predmeti. Bitiruv malakaviy ishimning predmeti birlik sharlarda aniqlangan konfiguratsiyalar, birlik sharlarning energiyalari.

Bitiruv malakaviy ishimning obyekti Bitiruv malakaviy ishimning obyekti Potts modeli va uning asosiy holatlari.

Bitiruv malakaviy ishimning Ilmiy farazi. Keli daraxtida aniqlangan spin qiymati 3 ga teng bo'lgan Potts modelining asosiy holatlari umumlashtirildi.

Bitiruv malakaviy ishimning yangiligi. Uchunchi tartibli Keli daraxtida aniqlangan spin qiymati 4 ga teng bo'lgan Potts modelining asosiy holatlari topildi, shuningdek itiyoriy tartibli Keli daraxtida aniqlangan Potts modeli uchun birlik sharda energiyani hisoblash formulasi yaratildi.

Bitiruv malakaviy ishimning amaliy ahamiyati. Gibbs o'lchovlari to'plamini topishda, shuningdek asosiy holatlarini hisoblashda va Matematik analiz hamda Ehtimollar nazariyasi fanlarining maxsus kurslarini o'qitishda muhim ahamiyatga ega.

Bitiruv malakaviy ishimning metodologik asosi: Ushbu bitiruv malakaviy ishida Potts modeli va uning asosiy holatlari yoritilgan, Matematik analiz fanining tanlangan boblarida o'lchovlar nazariyasi mavzularida metalogik asoslash mumkin.

Bitiruv malakaviy ishimning metodlari. Matematik induksiya usuli, algebraik usullar va MATHEMATHICA dasturiy paketidan foydalanildi.

Bitiruv malakaviy ishimizning tarkibi hajmi. Malakaviy bitiruv ishi mundarija, kirish, 2 ta bob, 4 ta paragraf, 2 ta bob xulosasi, xotima va adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, sahifani tashkil etadi.

1.1.GRAFLAR NAZARIYASI

Dastlab graflar haqida qisqacha tarixiy malumotlar, grafning abstrakt matematik tushuncha sifatidagi ta'rifi va u bilan bog'liq boshlang'ich tushunchalar, graflarning geometrik ravishda, maxsus turdagi ko'phad yordamida, qo'shnilik va insidentlik matritsalarini vositasida berilishi yoritiladi. So'ngra grafning elementlari ustida sodda amallar, graflarni birlashtirish, biriktirish va ko'paytirish amallari, mar-shrutlar va zanjirlar, grafning bog'lamlilik tushunchasi, Eyler va Gamilton graflari, graflarda masofa tushunchasi, minimal masofali yo'l haqidagi masala, daraxt va unga ekvivalent tushunchalar, grafning siklomatik soni bayon qilinadi. Tarmoq tushunchasi, tar-moqdagi oqimlar, maksimal oqim haqidagi masala va bu masalalarni hal qilish uchun Ford algoritmi ham ushbu bobda keltiriladi.

Graflarning berilish usullariga ko'ra: Graf, orgraf, uch, qirra, yoy, sirtmoq, karrali qirralar, uchning lokal darajasi, multigraf, ko'phad, grafning uchlari qo'shniligi matritsasi, oriyentirlanmagan multigrafning uchlari qo'shniligi matritsasi, oriyentirlangan grafning uchlari qo'shniligi matritsasi, sirtmoqsiz orgraf uchlari qo'shniligi matritsasi, grafning qirralari qo'shniligi matritsasi, insidentlik matritsasi.

Grafning geometrik ifodalanishi.

Graflarning turlicha berilish usullari mavjud. Grafning abstrakt matematik ta'rifi uning berilish usullaridan biridir. Grafning abstrakt matematik ta'rifi uni tasavvur qilish, anglash, uning xossalari o'rganish va bu xossalarni amalda qo'llash jarayonida ba'zi qiyinchiliklar tug'dirishi tabiiydir. Shuning uchun grafning boshqa berilish usullaridan ham foydalaniladi. Masalan, grafning elementlarini, ya'ni uchlari va qirralarini (yoylarini) yozish yoki aytish grafning berilish usuli sifatida qaralishi mumkin. Albatta, grafning yana boshqa berilish usullari ham mavjud. Quyida bu usullarning bir nechasi bilan tanishamiz.

Grafning uchlari tekislikda yoki fazoda nuqtalar bilan, qirralarini (yoylarini) esa mos uchlarni tutashtiruvchi uzluksiz chiziqlar bilan ifodalab, qandaydir diagrammaga – **grafning ko'rgazmali tasviriga** ega bo'lamiz. Agar uchlari to'plami va bu uchlarning tutashishlarini ko'rgazmali qilib taqdim qilish kerak bo'lsa, grafning geometrik tasvirlanishiga mos shaklni qog'ozda chizib grafni tasvirlash mumkin.

Shuni ta'kidlaymizki, ba'zi hollarda diagrammada graf uchlari doirachalar yordamida yoki qandaydir boshqa usulda ifodalanadi. Grafning qirralariga (yoylariga) mos chiziqlarning to'g'ri yoki egri bo'lishi va ularning uzunligi ahamiyatga ega emas. Muhimi, bu chiziqlar uzluksiz bo'lib, grafning qandaydir ikkita uchlari tutashtirishi lozim. Agar qirra yo'nalishga ega bo'lsa (ya'ni u yoy bo'lsa), u holda bunday qirrani ifodalovchi chiziqda yo'nalish biror usul bilan, masalan, strelka bilan ko'rsatiladi.

Ixtiyoriy graf uchun bunday diagrammalarni istalgancha tuzish mumkinligi ravshan. Agar biror diagrammada grafning uchlari mos keluvchi nuqtalar ustma-ust tushmasa, qirralarga mos keluvchi chiziqlar, chetki nuqtalarni hisobga olmaganida, umumiy nuqtalarga ega bo'lmasa, bunday diagramma **grafning geometrik ifodalanishi** deyiladi. Shuni ta'kidlash kerakki, bitta graf turlicha geometrik ifodalanishi mumkin.

Graflar izomorfligining ta'rifi va grafni geometrik ifodalashning mohiyatidan kelib chiqadiki, abstrakt ta'rif yordamida ifodalanган graf va uning geometrik ifodalanishi o'zaro izomorf bo'ladi. Tabiiyki, izomorf graflar turlicha geometrik ifodalanishlari mumkin.

1.1.1- teorema. Har qanday chekli grafni 3 o'lchovli Evklid fazosida geometrik ifodalash mumkin.

Isboti. Teoremaning quyidagi konstruktiv isbotini keltiramiz. Grafning abstrakt ta'rifiga binoan uning hech bo'lmasa bitta uchi mavjud. Agar grafda faqat bitta uch bo'lsa, u holda uni 3 o'lchovli Evklid fazosining biror nuqtasi sifatida ifodalaymiz. Agar grafda uchlar bittadan ko'p bo'lsa, u holda ularni uch o'lchovli Evklid fazosidagi biror to'g'ri chiziqning (hech qaysi ikkitasi ustma-ust tushmaydigan) nuqtalariga mos keladi deb hisoblaymiz. Shu to'g'ri chiziqdan qirralarning (yoylarning) har biriga mos keluvchi turli yarim tekisliklarni o'tkazamiz (graf chekli bo'lgani uchun buning imkoniyati bor).

Graflar nazariyasi haqida umumiy malumotlar. 1736-yilda L. Eyler tomonidan o'sha davrda qiziqarli amaliy masalalardan biri hisoblangan Kyosingsberg ko'priklari haqidagi masalaning qo'yilishi va yechilishi **graflar nazariyasining** paydo bo'lishiga asos bo'ldi.

Kyosingsberg shahridagi Pregel daryosi ustida qurilgan yetti ko'prikning joylashuvi qadimiy xaritada tasvirlangan Kyosingsberg — bu shahar 1255-yilda asoslangan bo'lib, Sharqiy Prussiyadagi Pregel daryosi qirg'oqlarida joylashgan. 1946-yildan boshlab, Ka-liningrad, hozir Rossiya Federatsiyasi tarkibida.

XIX asrning o'rtalarida graflar nazariyasi bilan bog'liq tadqiqotlar G.Kirxgof va A.Keli ishlarida paydo bo'ldi. "Graflar" iborasi D.Kyonig tomonidan 1936- yilda graflar nazariyasiga bag'ishlangan dastlabki darslikda uchraydi.

Graflar nazariyasi bo'yicha tadqiqotlar natijalari inson faoliyatining turli sohalarida qo'llaniladi. Ulardan ba'zilari quyidagilardir: boshqotirmalarni hal qilish; qiziqarli o'yinlar; yo'llar, elektr zanjirlari, integral sxemalari va boshqarish sistemalarini loyihalashtirish; avtomatlar, blok-sxemalar va kompyuter uchun programmalarni tadqiq qilish va hokazo.

Bog'liq boshlangich tushunchalar. Avvalo, grafning abstrakt matematik tushuncha sifatidagi ta'rifini va boshqa ba'zi sodda tushunchalarni keltiramiz. V qandaydir bo'shmas to'plam bo'lsin ($V \neq \emptyset$). Uning $v_1 \in V$ va $v_2 \in V$ elementlaridan tuzilgan $\langle v_1, v_2 \rangle$ ko'rinishdagi barcha juftliklar (kortejlar) to'plamini (V to'plamning o'z-o'ziga Dekart ko'paytmasini) $V \times V$ bilan belgilaymiz. Graf deb shunday $\langle V, U \rangle$, juftlikka aytiladiki, bu yerda $V \neq \emptyset$ va $U \subseteq \langle v_1, v_2 \rangle$ ($v_1 \in V, v_2 \in V$) ko'rinishdagi juftliklar korteji bo'lib, $V \times V$ to'plamning elementlaridan tuzilgandir.

$G=(V, U)$ graf berilgan bo'lsin. V to'plamning elementlariga G grafning uchlari, V to'plamning o'ziga esa, graf uchlari to'plami deyiladi.

Graflar nazariyasida «uch» iborasi o'rniga, ba'zan, tugun yoki nuqta iborasi ham qo'llaniladi. Umuman olganda, hanuzgacha graflar nazariyasining ba'zi iboralari bo'yicha umumiy kelishuv qaror topmagan. Shuning uchun, bundan keyingi ta'riflarda, imkoniyat boricha, muqobil (alternativ) iboralarni ham keltirishga harakat qilamiz.

Gruppalar nazariyasi.

Bir amalli algebraik sistemalarning eng muhimi gruppalaridir. Bu tushuncha juda ham keng tadbiiq sohalariga ega bo'lib, katta mustaqil fan-gruppalar nazariyasining mavzui bo'lib xizmat qiladi. Ushbu mavzu gruppalar nazariyasida kirish sifatida qaralishi mumkin, unda gruppalar haqida, ular bilan har bir matematik tanishib chiqish shart bo'lgan elementar ma'lumotlar bayon qilinadi.

Gruppa deb assotsiativ bo'lgan (ammo kommutativ bo'lishi shart bo'lmagan) bitta algebraik amalli G to'plamga aytiladi. Shu bilan birga bu amal uchun teskari amal ham mavjud bo'lishi shart. Gruppaviy amal nokommutativ bo'lishi mumkinligi sababli teskari amalning bajarilishi quyidagini bildiradi: G dan olingan ixtiyoriy ikkita a va b elementlar uchun G da bir qiymatli aniqlangan shunday x element va bir qiymatli aniqlangan shunday y element mavjud $ax = b, ay = b$ bo'ladi.

Agar G grupp chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lsa, u holda u chekli grupp, undagi elementlarning soni esa gruppaning tartibi deyiladi. Agar G gruppada aniqlangan amal kommutativ bo'lsa, u holda G kommutativ yoki Abel gruppasi deyiladi. Grupp ta'rifidan kelib chiqadigan eng sodda natijalarni ko'rsatamiz. Teskari amalning mavjudligidan kelib chiqib natijalarga o'tamiz. G gruppada ixtiyoriy a element berilgan bo'lsin. Grupp ta'rifidan G da bir qiymatli aniqlangan shunday la elementning mavjudligi kelib chiqadiki, $ala = a$ bo'ladi, demak, bu element uni a elementga o'ngdan ko'paytirganda bir vazifasini bajaradi. Agar b element G gruppaning ixtiyoriy elementi bo'lsa uning mavjudligi gruppaning ta'rifidan kelib chiqadi, u holda

$$b = ya = y(ala) = (ya)la = bla$$

ni hosil qilamiz. Shunday qilib la element faqat avvalgi a elementga nisbatan emas, balki G gruppaning barcha elementlariga nisbatan ham o'nggi bir vazifasini o'taydi, shuning uchun uni biz e' orqali belgilaymiz. Teskari amalning ta'rifidagi 1 qiymatliligidan bu elementning yagonaligi kelib chiqadi. Xuddu shu yo'l bilan G gruppada G dan olingan barcha a lar uchun $e'' = a$ shartni qanoatlantiruvchi e'' elementning mavjudligi va yagonaligini isbotlash mumkin. Gruppaning ta'rifidan berilgan a element uchun shunday a' va e'' elementlarning mavjudligi va yagonaligi kelib chiqadiki, $aa' = 1, a''a = 1$ bo'ladi. Aslida a'' va a' elementlar ustma-ust tushadi:

$$a''aa' = a''(aa') = a'' \cdot 1 = a'', a''aa' = (a''a)a' = 1 \cdot a' = a'$$

tengliklardan $a'' = a$ kelib chiqadi. Bu element a elementga teskari deyiladi va $a'' = a'$ kelib chiqadi. Bu element a elementga teskari deyiladi va a^{-1} bilan belgilanadi, ya'ni :

$$aa^{-1} = a^{-1}a = 1$$

shunday qilib, gruppaning har qanday elementi bir qiymatli aniqlangan teskari elementga ega.

So'ngi tengliklardan a^{-1} uchun teskari element vazifasini a elementning o'zi bajarishi kelib chiqadi. So'ngra osongina ko'rish mumkinki, ko'paytuvchilarga teskari bo'lgan elementlarning teskari tartibda olingan ko'paytmasi bir nechta element ko'paytmasi uchun teskari element bo'ladi:

$$(a^1 a^2 \dots a^{m-1} a^m) = a^{m-1} a^{(m-1)^{-1}} \dots a^{2^{-1}} a^{1^{-1}}$$

Nihoyat, bir uchun assotsiativ amalga ega bo'lgan G ning barcha a lari uchun $al = a$ xossaga ega bo'lgan kamida bitta e element mavjud bo'lsa va agar bu o'nggi birlar ichiga kamida bitta shunday e^0 element mavjud bo'lsaki, unga nisbatan G ning har qanday a elementi kamida 1 ta o'ng teskari a^{-1} elementga ega ya'ni, $aa^{-1} = l^0$ bo'lsa, u holda, G grupp bo'ladi. a^{-1} element a uchun o'ng teskari elementlardan biri bo'lsin. U holda:

$$aa^{-1} = e^0 = e^0 e^0 = e^0 aa^{-1} \quad \text{ya'ni} \quad aa^{-1} = e^0 aa^{-1}.$$

Bu tenglikning ikkala tomoni a^{-1} uchun o'ng teskari elementlardan biriga o'ngdan ko'paytirib, $al^0 al^0$ ni hosil qilamiz, bu yerdan $a = e^0 a$ chunki e^0 element G uchun o'nggi birdir. Shunday qilib, e^0 element G uchun chapi ham e ekan.

Agar endi a element uchun a^{-1} ixtiyoriy o'ng teskari a_2^{-1} element esa ixtiyoriy chap teskari element bo'lsa, u holda,

$$\begin{aligned} a^{-1}aa &= (a_2^{-1}a)a^{-1} = a_1^{-1}, \\ a_2^{-1}aa_1^{-1} &= a_2^{-1}(aa_1^{-1}) = a_2^{-1} \end{aligned}$$

tengliklardan $a_1^{-1} = a_2^{-1}$ kelib chiqadi. Ya'ni G ning har qanday a elementi uchun a^{-1} teskari elementning mavjudligini osongina ko'rsatish mumkinki, $ax = b, ya = b$ tenglamalarni $x = a^{-1}b, y = ba^{-1}$ elementlar qanoatlantiradi. Bu yechimlarning yagonaligi quyidagidan kelib chiqadi. Agar, masalan, $ax_1 = ax_2$ bo'lsa, u holda bu tenglikning ikkala tomonini chapdan a^{-1} ga ko'paytirib, $x_1 = x_2$ hosil qilamiz.

1.2. Keli daraxti va uning gruppaviy tasnifi.

Oxirgi yillarda daraxtlarning avtomorfizmlar gruppasini o'rganishga doir juda ko'p ilmiy maqolalar vujudga kela boshladi, ayniqsa Keli daraxti (Keli daraxti ba'zi bir terminalogiyada Bete panjarasi ham deyiladi). Keli daraxti Γ^k , bu $k \geq 1$ tartibli cheksiz daraxt bo'lib, ya'ni har bir uchidan roppa-rosa $k + 1$ dona qirra chiquvchi, siklsiz cheksiz grafdir.

Faraz qilaylik, $\Gamma^k = (V, L, i)$, bu yerda $V - \Gamma^k$ -ni uchlar to'plami, L - uning qirralar to'plami va i - insidentlik funksiyasi, har bir $l \in L$ qirraga uning oxirgi nuqtalari $x, y \in V$ ni mos qo'yadi. Agar $i(e) = \{x, y\}$ bo'lsa, u holda x, y yaqin qo'shnilar deyiladi va bunda $l = \langle x, y \rangle$ ko'rinishda yozamiz. Keli daraxtida $d(x, y), x, y \in V$ masofa

$$d(x, y) = \min \{d : \exists x = x_0, x_1, \dots, x_{d-1}, x_d = y \in V\}$$

bu yerda $\langle x_0, x_1 \rangle, \langle x_1, x_2 \rangle, \dots, \langle x_{d-1}, x_d \rangle$ yaqin qo'shnilar formula yordamida kiritiladi. Yuqoridagi minimumni aniqlovchi

$$\pi = \{x = x_0, x_1 \dots \dots, x_{d-1}, x_d = y \in V\}$$

ketma-ketlik x dan y ga yo'l deyiladi. Bizga N.N.G'anixo'jaev va Blexerlarning birgalikdagi ishlaridan va U.A.Roziqov ilmiy maqolalaridan ma'lumki, Keli daraxtini uchlari bilan, tashkil etuvchilari $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$ bo'lgan ikkinchi tartibli $(k+1)$ ta siklik gruppalarni erkin ko'paytmasidan iborat bo'lgan G_k gruppasidagi munosabat haqida mulohaza yuritamiz.

Ta'rif 1.2.1 G gruppasi A_α qism gruppalarni erkin ko'paytmasi deyiladi, agar A_α qism gruppasi birgalikda butun G gruppasi hosil qilsa, ya'ni G ning har bir g elementi A_α dan olingan chekli elementlar ko'paytmasidan iborat bo'lsa:

$$g = a_1 a_2 \dots a_n, a_i \in A_\alpha, \overline{i = 1, n} \quad (1.2.1)$$

va agar G ning har bir elementi quyidagi shartlar ostida yagona (1.2.1) ko'rinishda bo'lsa,

- 1) barcha a_i elementlar birdan farqli
- 2) (1.2.1) da A_α qism gruppadan ikkita element yonma-yon turmaydi, umuman olganda (1.2.1) ko'paytmada bitta qism gruppaga kirgan bir necha ko'paytuvchini o'z ichiga olgan bo'lsa ham.

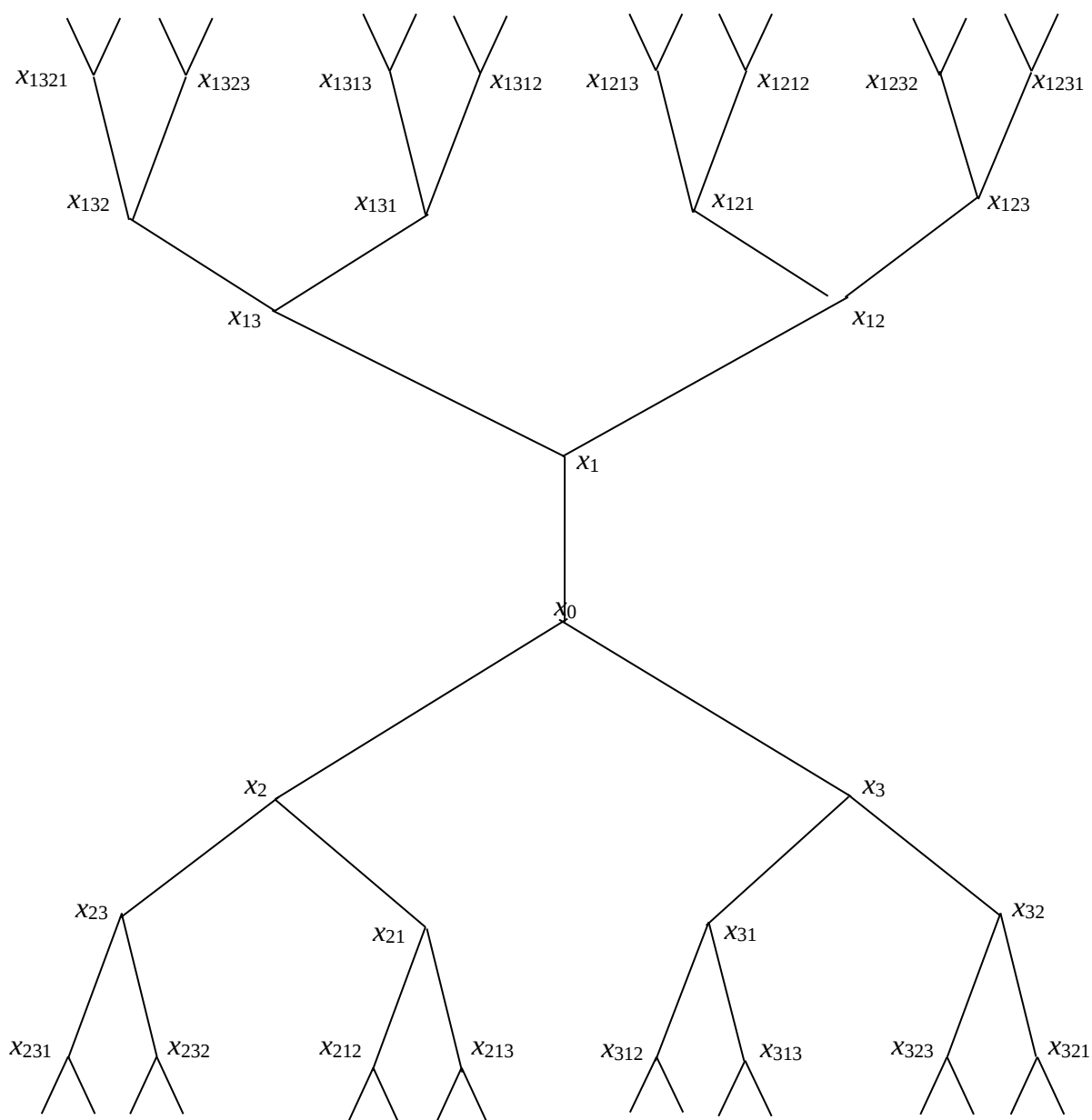
Faraz qilaylik, G_k – tashkil etuvchilari $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$ bo'lgan, $(k+1)$ ta ikkinchi tartibli siklik gruppalarni erkin ko'paytmasi bo'lsin.

Tasdiq: Keli daraxtining V uchlari to'plami bilan G_k gruppasi orasida o'zaro bir qiymatli moslik mavjud.

Isboti: Bu moslik quyidagicha quriladi. Fiksirlangan ixtiyoriy $x_0 \in V$ uchga G_k gruppasi e birlik elementini mos qo'yamiz. Umumiylikka zid bo'lmagan holda ko'rilayotgan grafni tekislikda deb qarashimiz mumkin. Keyin x_0 uchga qo'shni bo'lgan uchlarni soat strelkasi yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalish bilan $x_i \in V$ lar bilan nomerlab chiqamiz.

Har bir $x_i \in V$ uch uchun gruppaning $a_i, i = 1, k+1$ tashkil etuvchilarini mos qo'yamiz. Endi har bir $x_i \in V$ uchlar uchun ikkilik x_{ij} nomerlashni aniqlaymiz, bular x_i — ni qo'shnilari bo'ladi. x_i — ni bitta qo'shnilaridan biri x_0 bo'lib, unga $x_{ii} = x_0$ mos qo'yamiz va u holda qolgan $x_i \in V$ qo'shnilarni nomerlash yuqoridagi nomerlash qoidasi bo'yicha bo'ladi. Har bir x_{ij} uch uchun $a_i a_j, i, j = \overline{1, k+1}$ so'zni mos qo'yamiz, $x_{ii} = x_0$ va $a_i^2 = e$ bo'lgani uchun, u holda bu akslantirish keyingi qadamlarda ham saqlanadi.

$x_{i,j}$ uchlarning qo'shnilari uchun uchtalik nomerlashni quyidagicha kiritamiz. $x_{i,j}$ - ni bitta qo'shnisi x_i bo'lgani uchun, unga $x_{ijj} = x_i$ mos qo'yamiz va u holda qolgan qo'shnilarni nomerlash yuqoridagi kabi bir qiymatli aniqlanadi. Har bir x_{ijk} uch uchun $a_j a_j a_k$ so'zni mos qo'yamiz. Bu akslantirish oldingi qadam bilan mos keladi, chunki $x_{ijj} = x_i$ va $a_j a_j a_j = a_j a_j^2 = a_j$. Shunday qilib, Γ^k -Keli daraxtida uchlar to'plami V bilan G_k grupp orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin. Tasdiq isbot bo'ldi. Uni quyidagi rasmdan ham ko'rish mumkin.



1-chizma

$K=2$ bo'lgandagi keli daraxti

Yuqoridagi ko'rinishni o'ng ko'rinish deyiladi, chunki bu holda x va y - yon qo'shnilar va ularga mos keluvchi g va $l \in G_k$ - grupp elementlari yoki $g = ha_i$ yoki $h = ga_j$ ba'zi bir i, j uchun bo'lishi mumkin. Chap ko'rinishi ham xuddi yuqoridagiday aniqlanadi.

Faraz qilaylik, $G_k - T^k$, $k \geq 1$ Keli daraxtining o'ng ko'rinishi bo'lsin.

Ixtiyoriy $x \in G_k$ element quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3} \dots a_{i_n}, \text{ bu yerda } 1 \leq i_m \leq k+1, \quad m = \overline{1, n}$$

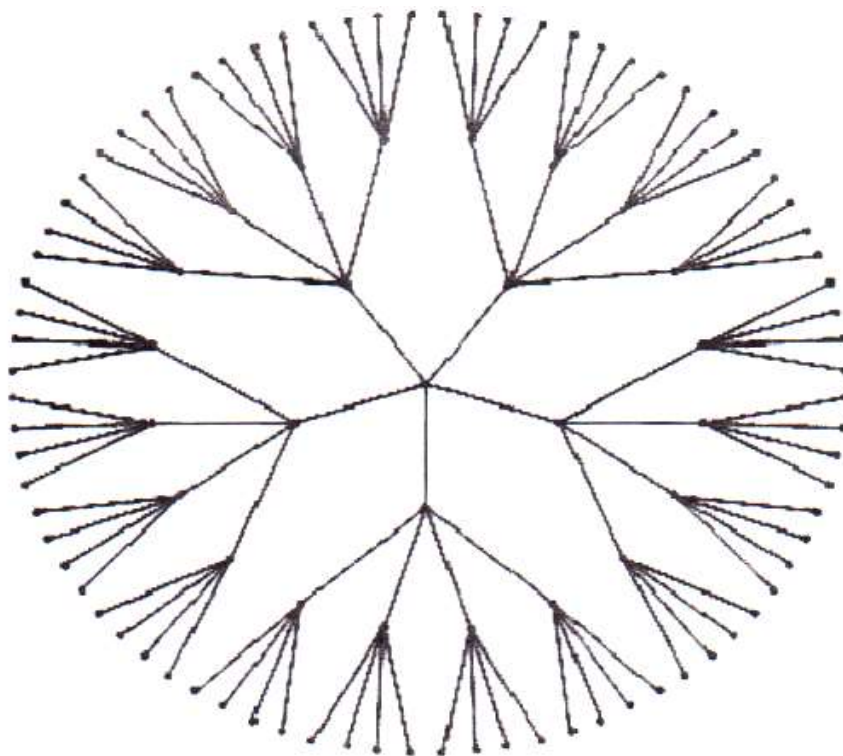
n -soni x so'zining uzunligi deyiladi va $l(x)$ ko'rinishda belgilanadi.

x so'zning qisqarmaydigan yozilishda $a_i, i = 1, 2, \dots, k+1$ harflar sonini $w_x(a_i)$ bilan belgilaymiz. Masalan, $x = a_3 a_5 a_4 a_5 a_2$, u holda

$$w_x(a_2) = w_x(a_3) = w_x(a_4) = 1, \quad w_x(a_5) = 2$$

Ravshanki, x so'zning uzunligi $l(x) = \sum_{i=1}^{k+1} w_x(a_i)$ bo'ladi, yuqoridagi misolda

$$l(x) = l(a_3 a_5 a_4 a_5 a_2) = 1 + 1 + 1 + 2 = 5.$$



2-chizma. $K=4$ bo'lgandagi Keli daraxti.

Xulosa

Biz quyi kurslarda faqat gruppalar nazariyasini juda yaxshi o'rgangan edik, unda aniqlanga amallar haqida ham, mening ishimda "Ozod grupp" va unig amallaridan foydalandim. Potts modeli uchun aniqlangan Keli daraxtiga N.N. Ganikhodjayev hamda U.A. Roziqovlar ishida ozod grupp elementlarini mos qo'yilishini isbotlashgan edi. Gibbs o'lchovlari soni Kristal panjara tipida bolgan moddalarning faza almashishlar soni tengligi. Gibbs o'lchovlari top'lamini topishda, shuningdek asosiy holatlarni hisoblashdava Matematik analiz hamda extimollar nazariyasi fanlarining maxsus kurslarini o'qitishda muhim ahamiyatga ega.

II.BOB. Asosiy holatlar.

II.1. Potts modeli uchun $q=4$ bo'lgandagi asosiy holatlar.

Gibbs o'lchovlarini topish uchun tahlil etilayotgan modellarning asosiy holatlarini topish muhum sanaladi, chunki topilgan asosiy holatlar Gibbs o'lchovlarini 1 ga intiltiradi. Ehtimollar nazariyasidan bizga malumki, o'lchovlarning 1 ga yaqinlashish hodisalarni realligini ta'minlaydi.

U.A.Roziqov va G.I.Botirovlarning ishlarida spin qiymati 3 ga teng bo'lgan Potts modeli uchun 2 tartibli Keli daraxtida asosiy holatlarni topish uchun, birlik sharlarga ajratilgan. U holda Potts modelining ko'rinishi quyidagiga teng bo'ladi:

$$H(\sigma) = \frac{1}{2} J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle \\ x, y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in V \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

Yuqoridagi Gamiltonyanga asosan 81 ta konfiguratsiya 6 ta sinflardan tashkil topgan birlik sharlarning energiyasiga teng bo'ladi.

$$1\text{-sinf: } U_1 = \frac{3}{2} J_1 + J_2$$

$$2\text{-sinf: } U_2 = J_1 + J_2$$

$$3\text{-sinf: } U_3 = 3J_3$$

$$4\text{-sinf: } U_4 = \frac{1}{2} J_1 + J_2$$

$$5\text{-sinf: } U_5 = \frac{1}{2} J_1$$

$$6\text{-sinf: } U_6 = J_2$$

Men bu bitiruv malakaviy ishda spin qiymati 4 ga teng bo'lgan Potts modeli uchun 3 tartibli Keli daraxtida aniqlangan asosiy holatlarni topish masalasini muhokama etdim. Demak, birlik sharlarda Potts modelining energiyasi ushbu formula yordamida hisoblanadi

$$U = \frac{1}{2} J_1 \sum_{\substack{\langle x,y \rangle \\ x,y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{d(x,y)=2 \\ x,y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

Uchinchi tartibli Keli daraxtida spin qiyamti 3 ga teng bo'lgan birlik sharlardagi konfiguratsiyalr soni 243 tani tashkil etadi, bular quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$1. \quad U = \frac{1}{2} J_1 (1+1+1+1) + J_2 (1+1+1+1+1+1) = 2J_1 + 6J_2$$

$$2. \quad U = \frac{1}{2} J_1 (1+1+0) + J_2 (1+0+0) = J_1 + J_2$$

$$3. \quad U = \frac{1}{2} J_1 (1+1+0) + J_2 (1+0+0) = J_1 + J_2$$

4. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0) + J_2(1+0+0) = J_1 + J_2$
5. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0) + J_2(1+0+0) = J_1 + J_2$
6. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0) + J_2(1+0+0) = J_1 + J_2$
7. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+1+1) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 2J_1 + 6J_2$
8. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0) + J_2(1+0+0) = J_1 + J_2$
9. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0) + J_2(1+0+0) = J_1 + J_2$
10. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
11. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+1+1) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 2J_1 + 6J_2$
12. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
13. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
14. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
15. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
16. $U = \frac{1}{2} J_1(1+1+1+1) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 2J_1 + 6J_2$
17. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
18. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
19. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$
20. $U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2$

$$\begin{aligned}
21. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
22. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
23. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
24. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
25. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
26. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
27. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
28. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
29. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
30. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
31. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
32. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
33. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0) + J_2(1+0+0) + J_2(0+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
34. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
35. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
36. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
37. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2
\end{aligned}$$

$$38. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$39. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$40. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$41. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$42. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$43. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$44. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$45. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$46. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$47. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$48. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$49. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$50. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$51. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$52. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$53. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$54. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2$$

$$\begin{aligned}
55. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
56. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
57. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
58. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
59. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
60. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
61. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
62. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
63. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
64. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
65. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
66. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
67. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
68. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
69. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
70. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2 \\
71. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_1 + J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
72. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
73. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
74. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
75. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
76. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
77. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
78. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
79. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
80. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
81. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
82. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
83. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
84. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
85. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
86. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
87. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
88. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2
\end{aligned}$$

$$89. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$90. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$91. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$92. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$93. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$94. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$95. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$96. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$97. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$98. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$99. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$100. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$101. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$102. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$103. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$104. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$105. \quad U = \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2$$

$$\begin{aligned}
106. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
107. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
108. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
109. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
110. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = 3J_2 \\
111. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
112. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
113. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
114. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
115. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
116. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
117. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
118. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
119. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
120. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
121. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
122. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
123. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
124. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
125. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
126. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
127. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
128. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
129. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
130. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
131. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+1+1+1+1) = 6J_2 \\
132. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
133. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
134. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
135. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
136. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
137. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
138. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+1) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
139. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
140. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
141. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
142. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
143. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
144. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
145. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
146. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
147. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
148. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
149. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
150. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
151. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
152. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
153. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
154. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
155. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
156. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
157. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
158. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
159. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
160. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
161. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
162. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
163. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
164. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
165. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
166. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
167. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
168. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
169. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
170. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
171. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+1+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
172. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
173. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
174. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
175. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
176. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
177. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
178. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
179. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
180. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
181. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
182. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
183. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
184. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+1+0+0) + J_2(1+1+0+0) = J_1 + 2J_2 \\
185. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
186. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
187. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
188. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
189. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
190. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
191. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
192. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
193. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+0+0+0) = J_2 \\
194. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
195. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
196. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
197. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
198. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
199. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
200. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
201. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
202. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
203. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
204. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
205. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
206. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(0+0+0+0) + J_2(1+1+0+0) = 2J_2 \\
207. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
208. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
209. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
210. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
211. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
212. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
213. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
214. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
215. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
216. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
217. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
218. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
219. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
220. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
221. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
222. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
223. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
224. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
225. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
226. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
227. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
228. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(0+0+0+0) = \frac{1}{2} J_1 \\
229. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
230. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
231. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
232. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
233. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
234. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
235. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
236. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
237. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
238. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
239. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
240. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \\
241. \quad U &= \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2
\end{aligned}$$

$$242. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2$$

$$243. \quad U = \frac{1}{2} J_1(1+0+0+0) + J_2(1+1+1+0) = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2$$

Demak, uchinchi tartibli Keli daraxtida spin qiymati 4 ga teng bo'lgan yuqoridagi 243 ta konfiguratsiyalardan energiyasi tenglarini ajratib, quyidagi 11 sinfdan iborat ekanligiga guvoh bo'lamiz.

$$1\text{-sinf} \quad U = 2J_1 + 6J_2$$

$$2\text{-sinf} \quad U = 6J_2$$

$$3\text{-sinf} \quad U = \frac{3}{2} J_1 + 3J_2$$

$$4\text{-sinf} \quad U = J_1 + 2J_2$$

$$5\text{-sinf} \quad U = 3J_2$$

$$6\text{-sinf} \quad U = J_2$$

$$7\text{-sinf} \quad U = \frac{1}{2} J_1$$

$$8\text{-sinf} \quad U = J_1 + J_2$$

$$9\text{-sinf} \quad U = 2J_2$$

$$10\text{-sinf} \quad U = \frac{1}{2} J_1 + J_2$$

$$11\text{-sinf} \quad U = \frac{1}{2} J_1 + 3J_2$$

11 ta sinfdan iborat bo'lgan energiyalar to'plamini Potts modeli uchun asosiy holat bo'ladigan sohlarni topish masalasini ko'rib chiqamiz. Bu masalani hal etish uchun, har bir energiyani minimallashtirish masalasi qaratadi, bu esa har bir energiyani boshqa energiyalardan katta emasligini topish deganidir. Demak, biz quyidagi 11 ta tengsizliklar sistemasining umumiy yechimlarini topib, ikki o'lchovli fazoda sohalarga ajratamiz.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2J_1 + 6J_2 \leq 6J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq 3J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq J_1 + J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq 2J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ 2J_1 + 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 6J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ 6J_2 \leq \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \\ 6J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ 6J_2 \leq 3J_2 \\ 6J_2 \leq J_2 \\ 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ 6J_2 \leq J_1 + J_2 \\ 6J_2 \leq 2J_2 \\ 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ 6J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq 6J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq 3J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq J_1 + J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq J_1 + J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq 2J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\}$$

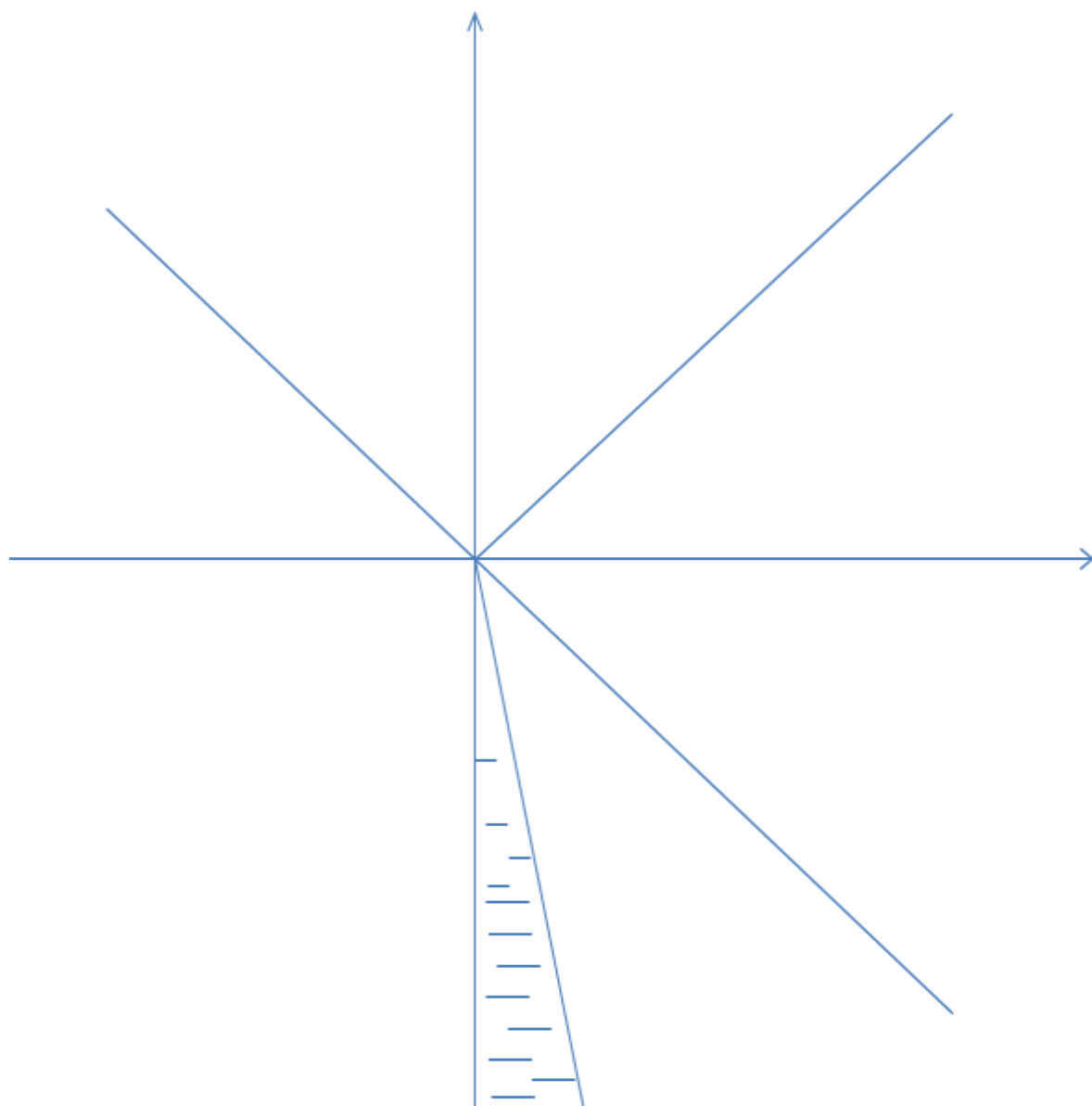
$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 + 2J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq 6J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq 3J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ J_1 + 2J_2 \leq J_1 + J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq 2J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ J_1 + 2J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 3J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ 3J_2 \leq \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \\ 3J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ 3J_2 \leq 6J_2 \\ 3J_2 \leq J_2 \\ 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ 3J_2 \leq J_1 + J_2 \\ 3J_2 \leq 2J_2 \\ 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ 3J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ J_2 \leq \frac{3}{2}J_1 + 3J_2 \\ J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ J_2 \leq 6J_2 \\ J_2 \leq 3J_2 \\ J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 \\ J_2 \leq J_1 + J_2 \\ J_2 \leq 2J_2 \\ J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + J_2 \\ J_2 \leq \frac{1}{2}J_1 + 3J_2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{1}{2} J_1 \leq 2J_1 + 6J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq J_1 + 2J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq 6J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq 3J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq J_1 + J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq 2J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
\frac{1}{2} J_1 \leq \frac{1}{2} J_1 + 3J_2
\end{array} \right.
\left\{ \begin{array}{l}
J_1 + J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\
J_1 + J_2 \leq \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
J_1 + J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\
J_1 + J_2 \leq 6J_2 \\
J_1 + J_2 \leq 3J_2 \\
J_1 + J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 \\
J_1 + J_2 \leq J_2 \\
J_1 + J_2 \leq 2J_2 \\
J_1 + J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
J_1 + J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + 3J_2
\end{array} \right.
\left\{ \begin{array}{l}
2J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\
2J_2 \leq \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\
2J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\
2J_2 \leq 6J_2 \\
2J_2 \leq 3J_2 \\
2J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 \\
2J_2 \leq J_1 + J_2 \\
2J_2 \leq J_2 \\
2J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + J_2 \\
2J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + 3J_2
\end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq 6J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq 3J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq J_1 + J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq 2J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq 2J_1 + 6J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq \frac{3}{2} J_1 + 3J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq J_1 + 2J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq 6J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq 3J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq J_1 + J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq 2J_2 \\ \frac{1}{2} J_1 + 3J_2 \leq \frac{1}{2} J_1 + J_2 \end{array} \right.$$

Yuqoridagi tensizliklar sistemasining yechimlari quyidagilardan iborat.

$$\begin{aligned} U_1 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 \geq 0, J_1 \geq -\frac{J_2}{12} \right\} & U_6 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 \leq 0, 0 \geq J_1 \geq \frac{J_2}{2} \right\} \\ U_2 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 \leq 0, J_1 \geq 0 \right\} & U_7 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 \leq 0, J_1 \leq \frac{J_2}{2} \right\} \\ U_3 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 \geq 0, J_1 \leq -\frac{J_2}{12} \right\} & U_8 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} \\ U_4 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} & U_9 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} \\ U_5 &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} & U_{10} &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} \\ & & U_{11} &= \left\{ (J_1, J_2) \in R^2 : J_2 = 0, J_1 = 0 \right\} \end{aligned}$$



3-chizma. Kelib chiqqan soha.

2.2. Keli daraxtida aniqlangan modellar va Potts modeli uchun birlik shardagi energyasi

Biz bu bandda Keli daraxtida aniqlangan bir nechta modellar va Potts modeli uchun birlik shardagi energyasining umumiy formulasini keltiramiz.

1) q- komponentli model. Bu modelning Gamiltoniyani quyidagicha aniqlanadi

$$H(G) = \sum_{\langle x,y \rangle \in L} \lambda(G(x)G(y)) + \sum_{x \in V} h(G(x))$$

bu yerda,

$$\lambda(V_i, V_j) = \lambda_{ij}, \quad i, j=1,2,$$

q- esa konfiguratsiyaning qabul qiladigan spin qiymatlari:

$$q * q, h(V_j) \in R, \quad j=1,2,\dots,q$$

va $(\tau \in \Omega)$ simmetrik matritsani tashkil qiladi. Ω - barcha konfiguratsiyalar to'plami.

Bu model uchun Rozikov va Botirovlarning olingan natijalari 2007 yilda Journal Statistical Mechanics: Theory and Experiment nomli jurnalda nashr etilgan.

2) Keli daraxtida o'zaro ta'siri 2 ga teng bo'lgan Potts modelining Gamiltoniyani quyidagi ko'rinishda ifodalanadi

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\substack{\langle x,y \rangle \\ x,y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x,y \in V \\ d(x,y)=2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$$

bu yerda

$$J_1, J_2 \in R \text{ va } \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} = \begin{cases} 1, & \sigma(x) = \sigma(y) \\ 0, & \sigma(x) \neq \sigma(y) \end{cases}$$

$\delta_{\sigma(x)\sigma(y)}$ Kroniker simvoli deyiladi.

Potts modeli uchun topilgan asosiy holatlar Rozikov va Botirovlar tomonidan Throry Mathematical Physics nomli jurnalda nashr etilgan. Bu maqolada Ikkinchi tartibli Keli daraxtida aniqlangan spin qiymati uchga teng bo'lgan Potts modeli uchun Asosiy holatlar va ularning sonlari topilgan.

Roziqov tomonidan Kroniker simvolining umumlashmasi quyidagi funksiya ko'rinishida kiritilgan.

$$U(\pi): \Omega_a \rightarrow \{|A|-1, |A|-2, \dots, |A| - \min\{|A|, |\Phi|\}\}$$

bu quyidagicha ifodalanadi:

$$V(\pi) = |A| - |\pi \cap \Phi| - \tau(x), x \in A$$

Masalan, agar G_A o'zgarmas konfiguratsiya bo'lsa u holda $|\pi \cap \Phi| = 1$ bo'ladi.

Shuni ta'kidlash lozimki agar $|A| = 2$ bo'lib $A = \{x, y\}$ bo'lsa, u holda:

$U(\{\tau(x), \tau(y)\}) = \sqrt{\tau(x)\tau(y)}$ bu yerda (a) – a ning butun qismi.

$$\sqrt{\tau(x)\tau(y)} = \begin{cases} 1, \tau(x) = \tau(y) \\ 0, \tau(x) \neq \tau(y) \end{cases}$$

$r \in N$ va $r^1 = \left\lceil \frac{r+1}{2} \right\rceil$ bo'lsin bu yerda (a)- a ning butun qismi. μ_r bilan barcha

$(x) = \{y \in V : d(x, y) \leq r^1\}$ radiusi r^1 bo'lgan barcha shartlar to'plamini belgilaymiz, ya'ni

$$\mu_r = \{br(x) : x \in V\}$$

Roziqov tomonidan quyidagi gamiltanian kiritilgan:

$$H(T) = -J \sum_{b \in Mr} V(\mathcal{A}) \text{ bu yerda } J \in R$$

Bu model uchun Keli daraxtining asosiy holatlari va ularning soni topilgan hamda Botirov tomonidan Mathematical Notes nomli jurnalda natijalar nashr etilgan.

3) 2- o'lchovli nazariya kvant maydonida panjarali model $d=2$ bo'lsin. H-qadam bilan Z^2 panjarani qaraymiz. Mo Gans statsionar taqsimotiga mos keluvchi gamiltanian quyidagicha aniqlanadi.

$$H_0 =$$

$$\frac{1}{2} \sum_q \left[(\mathcal{G}(x_1 + h, x_2) - \mathcal{G}(x_2, x_2 + h) - \mathcal{G}(x_2, x_2))^2 + m^2_0 h^2 \mathcal{G}^2(x_1, x_2) \right]$$

$X = (x_1, x_2)$ bu yerda $h \in Z^2$ dan olingan nuqta.

Keli daraxtida spin qiymatlari $\tau(x)_{x \in V} \Phi = \{\pm 1, \pm 2, \dots, \pm q\}$

to'plam elementlari qabul qiluvchi λ modellarning gamiltaniani quyidagicha aniqlanadi.

$$H(T) = H \lambda(\tau) = \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \lambda(\tau(x), \tau(y), J) \text{ bu yerda } J \in R^n, n \in N$$

barcha yon qo'shnilar bilan jamlanuvchidir.

Bu model uchun, M. Rakhmatullayev tomonidan kuchsiz asosiy holatlar tushunchasi kiritilgan va olingan natijalar Theory Mathematical Physics nomli jurnalda nashir etirilgan.

4) 2- o'lchovli panjarada Izing modeli quyidagicha aniqlanadi:

$$H_0 = J \sum_{At-t''11=1} \mathcal{G}(t^1) \mathcal{G}(t) = \pm 1, t^1, t^{11} \in Z^2$$

Agar $J > 0$ bo'lsa ferramagnit holati bo'ladi, bu yerda 2 ta davriy

$\mathcal{G}^+ = \{g(t) = 1\}$, $\mathcal{G} = \{g(t) = -1\}$ asosiy holat bo'ladi. Keli daraxtining birlik sharida energiyasini hisoblash:

$$\sqrt{\tau(x)\tau(y)} = \begin{cases} 1, & \text{agar } \tau(x) = \tau(y) \\ 0, & \text{agar } \tau(x) \neq \tau(y) \end{cases}.$$

Izing modeli uchun ixtiyoriy tartibli Keli daraxtida asosiy holatlar topilgan hamda bu natijalar U.A. Rozikov tomonidan Journal of Statistical Mechanics nomli jurnalda nashir etilgan.

Endi bitiruv malakaviy ishning asosiy natijasi haqida to'xtalamiz.

called a bounded configuration σ_b

M to'plam birlik sharlar to'plamidan iborat bo'lsin. σ konfiguratsiya $b \in M$ birlik sharda aniqlangan bo'lsa, bu konfiguratsiya chegaralangan konfiguratsiya deyiladi va σ_b kabi belgilanadi.

Potts modeli uchun, birlik shardagi energiyasini hisoblash formulasini quyidagicha kiritamiz:

$$U(\sigma_b) \equiv U(\sigma_b, J) = \frac{1}{2} J_1 \sum_{\substack{\langle x, y \rangle \\ x, y \in b}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + J_2 \sum_{\substack{x, y \in b \\ d(x, y) = 2}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} \quad (2.2.3)$$

bu yerda $J = (J_1, J_2) \in \mathbb{R}^2$.

Theorem 1. i) Markazi c nuqtada va qiymati $\sigma_b(c_b) = i$ bo'lgan σ_b konfiguratsiya (bu yerda c_b b sharning markazidir) hamda $|x : \sigma_b(x) = j| = m_j$, $j = 1, 2, \dots, q$ bu yerda $|A|$ A ning elementlar soni berilgan bo'lsin. U holda $U(\sigma_b)$ quyidagi ko'rinishda hisoblanadi

$$U(\sigma_b) \equiv U_{i,k}(m_j, J) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q \delta_{ij} m_j J_1 + \sum_{j=1}^q C_{m_j}^2 J_2 \quad (3)$$

bu yerda $m_j \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\sum_{j=1}^q m_j = k+1$ and $J = (J_1, J_2) \in \mathbb{R}^2$;

ii) Ixtiyoriy σ_b konfiguratsiya uchun, $U(\sigma_b)$ quyidagi to'plamga tegishli bo'ladi.

$$U(\sigma_b) \in \{U_{i,k}(m_j, J) : m_j \in N \cup \{0\}, \sum_{j=1}^q m_j = k + 1 \text{ va } J = (J_1, J_2) \in R^2\}.$$

Xulosa

Potts modeli uchun aniqlangan Keli daraxtida 3-tartibli spen qiymati 4 ga teng bo'lganda asosiy holatlar ko'rib chiqildi. Gibbs o'lchovlarini topish uchun tahlil etilayotgan modellarning asosiy holatlarini topish muhim sanaladi, chunki topilgan asosiy holatlar Gibbs o'lchovlarini 1 ga intildiradi. Ehtimollar nazariyasidan bizga malumki, o'lchovlarning 1 ga yaqinlashish hodisalarni realligini ta'minlaydi. Shuningdek Potts modeli uchun aniqlangan Keli daraxtida ixtiyoriy tartibli birlik sharning energiyasini hisoblash formulasi ishlab chiqildi. Kelajakda bu formulani bowqa sohalrda tadbiqlarini qo'llashga harakat qilaman.

Xotima

Hozirgi kunda zamonaviy matematikaning jumboqli masalalaridan hisoblangan o'lchovlar nazariyasiga har bir matematik qiziqib o'rganmoqda. Kristal panjara daraxt tipida bo'lgan moddalarning faza almashishlarini topish statistic fizikaning asosiy masalalaridan biridir. Gibbs o'lchovlari soni Kristal panjara tipida bolgan moddalarning faza almashishlar soni tengligi yani ma'lum bir siklik qonuniyatga bo'y sunishi o'zbek olimlari tomonidan o'rganilgan. Men bu Bitiruv Malakaviy Ishimda Gibbs o'lchovlarini topishda muhim sanalgan Asosiy holatlarni tahlil qildim va bu masala esa o'lchovlar nazariyasida juda muhimdir.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. I.A. Karimov, “*Yuksak ma’naviyat-yengilmas kuch*” Manaviyat Toshkent-2008 yil
2. I.A. Karimov, “*Barkamol avlod dasturi*” Manaviyat Toshkent-2010
3. Гроссман И., Магнус В. *Группы и графы*. М.: Мир, 1971. – 247 с.
4. To’rayev H.T., Azizov I., Otaqulov S. “*Kombinatorika va Graflar nazariyasi*” . Toshkent 2009y
5. G.I. Botirov, U.A. Roziqov, *Potts model with competing interactions on the Cayley tree: The countour method*, Teor. Math. Phys. 153(1) (2007), 1423-1433
6. Botirov G.I., Qayumov U.U., Energy of unit balls for Potts model on a Cayley tree // *Abstracts of the Conf. of Scientific Reports "New Theorems of Young mathematicians - 2013"*, 15-16 April 2013, p. 100-101..
7. Botirov G.I., Qayumov U.U., Phase transition for a model on Cayley tree of order four// Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Современные методы математической физики и их приложения" (Ташкент, 15-17 апреля 2015 г.) Т-2, с. 88-91.
8. N.N. Ganikhodjayev, *The Potts model on Z^d with countable set of spin values*, J.Math. Phys. 45(3) (2004), 1121-1127.
9. N.N. Ganikhodjayev, U.A. Roziqov, *The Potts model with countable set of spin values on a Cayley tree*, Lett. Math. Phsy 75(2) (2006), 99-109
10. N.N. Ganikhodjayev, *Group presentation and automorphisms of the Cayley tree*, Dokl. AN Uzbekistan. No. 5 (1994), 3-5
11. U.A. Roziqov, *Gibbs measures on Cayley trees*. World Scientific. 2013
12. Botirov G.I.: *Ground states for Potts model with competing interactions on Cayley tree* // *Uzbek Math. Jour.* No.4, (2011), pp.59-65.

13. Ganikhodjaev, N.N. and Rozikov, U.A.: *The Potts model with countable set of spin values on a Cayley Tree* // *Letters Math. Phys.* V.75 (2006), pp. 99-109.
14. Wu F.Y.: *The Potts model* // *Reviews of Modern Physics*, V.54, No.1, (1982), pp.235-268.
15. L. Accardi, F. Mukhamedov, M. Saburov, *On quantum Markov chains on Cayley tree ||: Phase transitions for the associated chain with XY-model on the Cayley tree of order three*, *Ann. Henri Poincare* 12(6) (2011)
16. P.M. Bleher, J. Ruiz, V.A Zagrebanov, *On the purity of the limiting Gibbs state for the Ising model on the Bethe lattice*, *J. Statist. Phys.* 79 (1995), 473-482.
17. P.M. Bleher, J. Ruiz, V.A Zagrebanov, *One-dimensional random-field Ising model; Gibbs states and structure of Ground states*, *J. Statist. Phys.* 84(5/6) (1996), 1077-1093.
18. M. Khamrayev, F.M. Mukhamedov, U.A. Rozikov, *On the uniqueness of Gibbs measures for p -adic non homogeneous λ -model on the Cayley tree*, *Lett. Math. Phys.* 70 (2004), 17-28