

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI**

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika – matematika fakulteti

“Axborot texnologiyalari” kafedrası

Raxmatova Gulmira Anvarovna
matematik paketlarda simvolik hisoblashlar
(mathcad, maple)
uslubiy qo'llanma

5130200-“Amaliy matematika va informatika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha
bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**“Ish ko`rildi va himoya qilishga
ruxsat berildi”**

Kafedra mudiri.

_____ dots.T.B.Boltayev

«_____» _____ 2015 y.

Ilmiy rahbar _____ dots.O.I. Jalolov

“_____” _____ 2015 y.

Taqrizchi _____ katta o'qit.R.B.Sariyev

“_____” _____ 2015 y.

“Himoyaga ruxsat berildi”

Fakultet dekani _____ prof.Sh.M.Mirzayev

“_____” _____ 2015-y.

Buxoro - 2015 yil

MUNDARIJA

KIRISH.....	3
I. Mathcad dasturi va unda simvolik hisoblashlar.....	7
1.1. Mathcadda oddiy hisoblashlar.....	7
1.2. Mathcadda funksiyaning hosilasi, boshlang'ichi, integrali va limitini simvolik hisoblashlar orqali hisoblash.....	20
1.3. Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirish.....	22
II. Maple dasturi va unda simvolik hisoblashlar.....	29
2.1. Mapleda oddiy hisoblashlar.....	29
2.2. Mapleda funksiyaning hosilasi, boshlang'ichi, integrali va limitini simvolik hisoblashlar orqali hisoblash.....	44
2.3. Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirish.....	58
XOTIMA.....	70
ADABIYOTLAR RO'YXATI.....	71

KIRISH

Respublikamiz ta'lim tizimidagi asosiy vazifa jahon talablariga mos keluvchi axborot texnologilarini o'qitish jarayoniga qo'llashdan iborat.

O'zbekistonda ta'lim tizimining axborotlashtirilishi xalqaro hamjamiyatda ham tan olindi. Masofaviy ta'limni rivojlantirish bo'yicha bir qator dasturlar ishlab chiqilmoqda. Iqtisodiyot va jamiyatda islohotlarning o'tkazilishi natijasida o'quv jarayonining zahira hajmini keskin oshirish bo'yicha yangi talablar qo'yildi. Hozirgi kunda axborot eng asosiy ishlab chiqaruvchi resurslardan biriga, iqtisodiyot va umuman jamiyatning rivojlanish poydevoriga aylanmoqda.

Yangi axborot – kommunikatsion texnologiyalar hozirgi kunda eng dolzarb mavzulardan biri bo'lib kelmoqda, sababi har bir sohani o'rganish, izlanish va tajriba ortirish uchun turli usullardan foydalanish kerak bo'ladi. Shuning uchun yangi axborot kommunikatsion texnologiyalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Respublikamizda olib borilayotgan islohotlarning tarkibida yuqori malakali mutaxasislarning roli benihoyat kattadir. Prezidentimiz ta'kidlaganidek, "Ertangi kunni yangicha fikrlay oladigan zamonaviy bilimga ega bo'lgan yuksak malakali mutaxasislarni talab etadi". Shu sababli xalqimizning boy intellektual merosi va umumbashariy qadriyatlari, zamonaviy madaniyat, iqtisodiyot, fan, texnika va texnologiyalar asosida yuksak mutaxasislar tayyorlash tizimi ishlab chiqildi va jadal sur'atlar bilan hayotga tadbiq etilmoqda.

O'zbekistonda o'qitish texnologiyalarini zamonaviylashtirish, jadallashtirish rivojlangan iqtisodiyotli mamlakatlarga qaraganda yanada dolzarb ahamiyatga ega. Chunki hozirgi kunda milliy ta'lim tizimining salohiyatli tizimli rivojlanishi yanada yuqori pog'onaga ko'tarildi.

Prezidentimiz I.A.Karimov axborot texnologiyalari bo'yicha so'zlagan nutqlarida axborot texnologiyalarni va kompyuterlarni jamiyat hayotiga kishilarning turmush tarziga, o'rta maktab, o'rta maxsus va oliy ta'lim muassasalariga jadallik bilan kirish g'oyasi ilgari surildi. Mamlakatimiz rivojlangan davlatlar qatoridan mustahkam o'rin egallashi uchun esa zamonaviy

kompyuter texnologiyalarini hayotimizning barcha jabhalariga keng joriy etish zarur.

Amaliy dasturlar paketi deganda ma`lum bir sohaga tegishli masalalarni yechish imkonini beruvchi, bir - biri bilan o`zaro bog`langan amaliy dasturlar majmuasi tushuniladi. Amaliy dasturlar paketiga berilgan ushbu ta`rif amaliy va tizimli dasturlardan birgalikda foydalanish orqali hisoblash mashinalarining amaliy darajasini oshirishga qaratilgan dasturiy ishlanmalarning keng doirasini o`z ichiga oladi. Hozirgi vaqtda ko`plab matematik paketlar yaratilgan va ulardan keng foydalanilmoqda. Ulardan eng ko`p tarqalganlari – bu *Maple*, *Matlab*, *Derive*, *Eureka*, *Mathematika*, *Mathcad* paketlari hisoblanadi. Bu paketlar ko`p funksional imkoniyatlarga ega bo`lgan paketlar hisoblanadi.

Bugungi kunda matematik paketlarning o`quv jarayonidagi o`rni va roli ancha sezilarli va samaraliroqdir. Talabalarda matematik paketlardan foydalanish ko`nikmalari va malakalarini shakllantirish informatika fanining asosiy komponentalaridan biridir. Murakkab matematik masalalarni yechishni osonlashtiradi. Matematik paketlardan o`quv jarayonida foydalanish matematik va texnik ta`limning fundamentalligini oshirishni ta`minlaydi. Talabalarni nazariy bilimlarini amaliyotga qo`llash malakalarini oshiradi.

O`quv jarayonida amaliy dasturlar vositasi bilan bevosita muloqot qilish jarayonida talabalar kompyuter texnologiyalarini professional masalalarni yechish vositasi ekanligini ko`radi va anglab yetadi.

Talabalarda yangi axborot texnologiyalari va ularning dasturiy vositalariga bo`lgan qiziqishi ancha sezilarlidir. Bu talabalar nafaqat matematika bo`yicha balki informatika bo`yicha ham yetarli chuqur bilimga ega bo`ladilar.

Bitiruv malakaviy ishimiz mavzusining dolzarbligi shundan iboratki, talabalarning mustaqil qayta o`zlashtirishni tashkil etish maqsadida ularni matematika fanlariga oid masalalarni matematik paketlardan *Maple*, *Mathcad* dasturlari yordamida bajarish usullarini o`rgatish. *Maple*, *Mathcad* dasturlarini funksional imkoniyatlarini ochib berish, bu matematik paketlar yordamida simvolik hisoblashlarni ko`rsatish, chiziqli algebra, matematik analiz, hisoblash

matematikasiga doir murakkab masalalarni yechish metodlarini ko`rsatish va darslarni o`tishda kompyuter texnologiyalaridan foydalanishni o`rgatish va shu bilan birga talabalarni bu sohadagi qiziqishlarini oshirish. Yechgan misollarni Maple, Mathcad dasturi yordamida tekshirish va o`z ustlarida mustaqil ishlashni o`rgatish.

Bitiruv malakaviy ishimizning maqsadi: Simvolik hisoblashlarni amalga oshirishda Maple, Mathcad dasturining funksional imkoniyatlarini ko`rsatish.

Bitiruv malakaviy ishimizning vazifasi: Dars jarayonida kompyuter texnologiyalaridan foydalanish. Hisoblash natijalarini to`g`riligini kompyuterda olingan natijalar bilan solishtirish. Talabalar uchun mustaqil shug`ullanishlari uchun uslubiy qo`llanma ko`rinishda tayyorlash. Talabalarga kompyuterda mustaqil o`zlari masala yechish usullarini ko`rsatish va talabalarni fanga bo`lgan qiziqishlarini oshirish.

**Bitiruv malakaviy ishimizning o`rganganlik darajasi:** Simvolik hisoblashlarni amalga oshirishda Maple, Mathcad dasturining funksional imkoniyatlarini ko`rsatish va Maple, Mathcad dasturi yordamida qanday matematik masalalarni bajarish mumkinligini namoyish qilib berish. Talabalar mustaqil o`zlari shug`ullanishlarini va o`rganishlari uchun uslubiy qo`llanma tayyorlash.

Bitiruv malakaviy ishimizning predmeti: Matematik paketlardan Maple, Mathcad dasturi va fanlarni o`qitishda Maple, Mathcad dasturidan foydalanish.

Bitiruv malakaviy ishimizning obyekti. Dasturiy ta`minotlar bilan jihozlangan kompyuter xonalari. Kompyuterda masala yechish algoritmlari va dasturlari. Masalalarni bajarishda kompyuter texnologiyalari va eng zamonaviy usullardan foydalanish. Fanlar bilan kompyuter texnologiyalarini o`zaro bir biriga bog`lash.

Bitiruv malakaviy ishimizning ilmiy farazi: Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirishlarda Maple, Mathcad dasturining funksional imkoniyatlaridan foydalanish usullarini ko`rsatish va dars jarayonida ularni qo`llash. Talabalarga

kompyuter orqali masalalar bajarish usul va algoritmlarini o`rgatish bilan birga ularga kompyuterda ishlash texnologiyalarini o`rgatish.

Bitiruv malakaviy ishimizning yangiligi: Murakkab masalalarni yechishda Maple, Mathcad dasturining funksional imkoniyatlarini ko`rsatish. Hisoblash usullari, Algebra, Matematik analiz fanlarini o`qitishda kompyuter texnologiyalaridan foydalanish va dars samaradorligini oshirish. Talabalar mustaqil masalalarni bajarib uni kompyuter orqali tekshirish juda katta ahamiyatga ega.

Bitiruv malakaviy ishimizning amaliy ahamiyati: Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirishlarda Maple, Mathcad dasturida turli xil usullarni qo`llash, talabalar o`z ustlarida mustaqil ishlashlari va bilim saviyalarini oshirish uchun kompyuter texnologiyalaridan foydalanish g`oyasi taklif etilgan. Ushbu usullardan amaliy va laboratoriya darslarida foydalanish mumkin.

Bitiruv malakaviy ishimizning metodologik asosi: Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirishlarda mavjud ayniyatlardan foydalanish.

Bitiruv malakaviy ishimizning metodlari: Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirishlarda Maple, Mathcad dasturida turli xil usullarni qo`llash.

Bitiruv malakaviy ishimizning tarkibi va hajmi: Kirish, 2 ta bob, har bir bobning qisqacha xulosasi, adabiyotlar ro`yxati, xotima va ilovalardan iborat bo`lib jami 70 betga bayon qilingan. I- bob Mathcad dasturi va unda simvolik hisoblashlarga bag`ishlangan bo`lib, 3 ta bo`limdan iborat. Bu bobda Mathcad dasturida oddiy hisoblashlar, funksiyalarni ifodalash, massivlar bilan ishlash, ifodalarni ayniy almashtirishlar va boshqa funksional imkoniyatlari qarab chiqilgan. Barcha amallar misollar yordamida tushunarli qilib keltirilgan.

II-bob Maple dasturi va unda simvolik hisoblashlar ga bag`ishlangan bo`lib, 3 ta bo`limdan iborat. Bu bobda Maple dasturida oddiy hisoblashlar, funksiyalarni ifodalash, massivlar bilan ishlash, ifodalarni ayniy almashtirishlar va boshqa funksional imkoniyatlari qarab chiqilgan. Kirish qismi 4 betdan iborat, tushuntirish qismi 70 betdan iborat. Bitiruv malakaviy ishida 10 ta adabiyotdan foydalanildi.

I. Mathcad dasturi va unda simvolik hisoblashlar.

1.1. Mathcadda oddiy hisoblashlar.

Mathcad foydalanuvchiga elektron jadval imkoniyatlari bilan birga WYSIWYG (nimani ko'rsangiz, o'shani olasiz) interfeys matn prosessorini havola qiladi. Tenglamalarni Mathcad da kiritish, tipografik matematik yozuv bilan ustma-ust tushadi. Xuddi elektron jadvallaridagidek Mathcad dagi hujjatga ixtiyoriy o'zgarish kiritsangiz bu o'zgarishga bog'liq bo'lgan barcha natijalar yangilanadi. Mathcad o'ta murakkab matematik formulalarni hisoblashga mo'jallangan bo'lsa ham, uni oddiy kalkulyator sifatida ishlatish mumkin.

Masalan: $20 - \frac{10}{5}$ ifodani tering. = belgisini kiritishingiz bilan Mathcad natijani

hisoblab ekranga chiqaradi. $20 - \frac{10}{5} = 18$

1.1-jadval. Arifmetik amallar.

Amal	Klavish	O'qilishi
•	*	Ko'paytirish
+	+	Qo'shish
-	-	Ayirish
:	/	Bo'lish

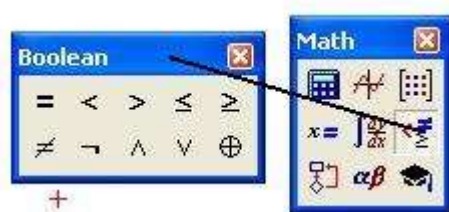
1.2-jadval. Munosabat amallar.

Amal	Klavish	O'qilishi
>	>	Katta
<	<	Kichik
=	Ctrl =	Teng
≥	Ctrl)	Katta yoki teng
≤	Ctrl (	Kichik yoki teng
≠	Ctrl #	Teng emas

1.3-jadval. Mantiqiy amallar.

Not $\neg$	And $\wedge$	Or $\vee$	Xor $\otimes$
$0 \neg = 1$	$0 \wedge 0 = 0$	$0 \vee 0 = 0$	$0 \otimes 0 = 0$
$1 \neg = 0$	$0 \wedge 1 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$0 \otimes 1 = 1$
	$1 \wedge 0 = 0$	$1 \vee 0 = 1$	$1 \otimes 0 = 1$
	$1 \wedge 1 = 1$	$1 \vee 1 = 1$	$1 \otimes 1 = 0$

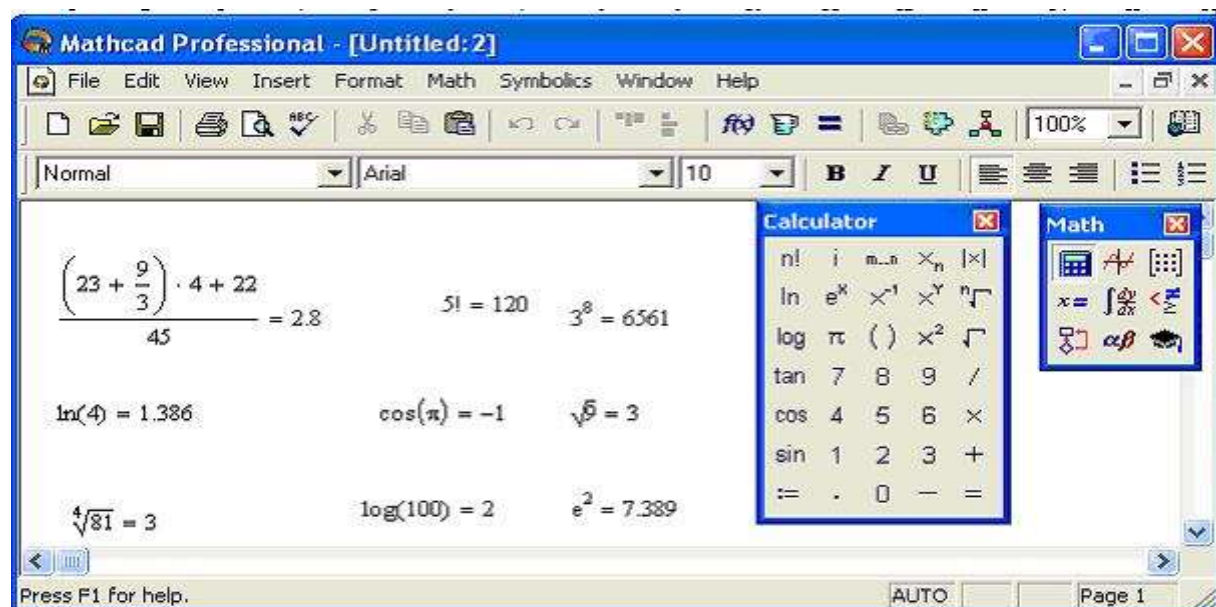
Munosabat va mantiqiy amallarni Boolean palitrasida olish mumkin.



1.1-chizma. Math oynasi.

Ushbu misol Mathcad ishlashining xususiyatlarini namoyish qiladi.

- 1) Formulalar kitobda qanday yozilsa Mathcad da ham shunday yoziladi.
- 2) Qaysi amalni birinchi bajarishni Mathcad o'zi aniqlaydi.
- 3) = belgisi yozilgandan keyin Mathcad natijani chiqaradi.
- 4) Operatorlar kiritilgandan so'ng kiritish maydonchasi deb nomlangan to'g'ri to'rtburchakni ko'rsatadi.
- 5) Ekrandagi ifodalarni tahrir qilish mumkin.

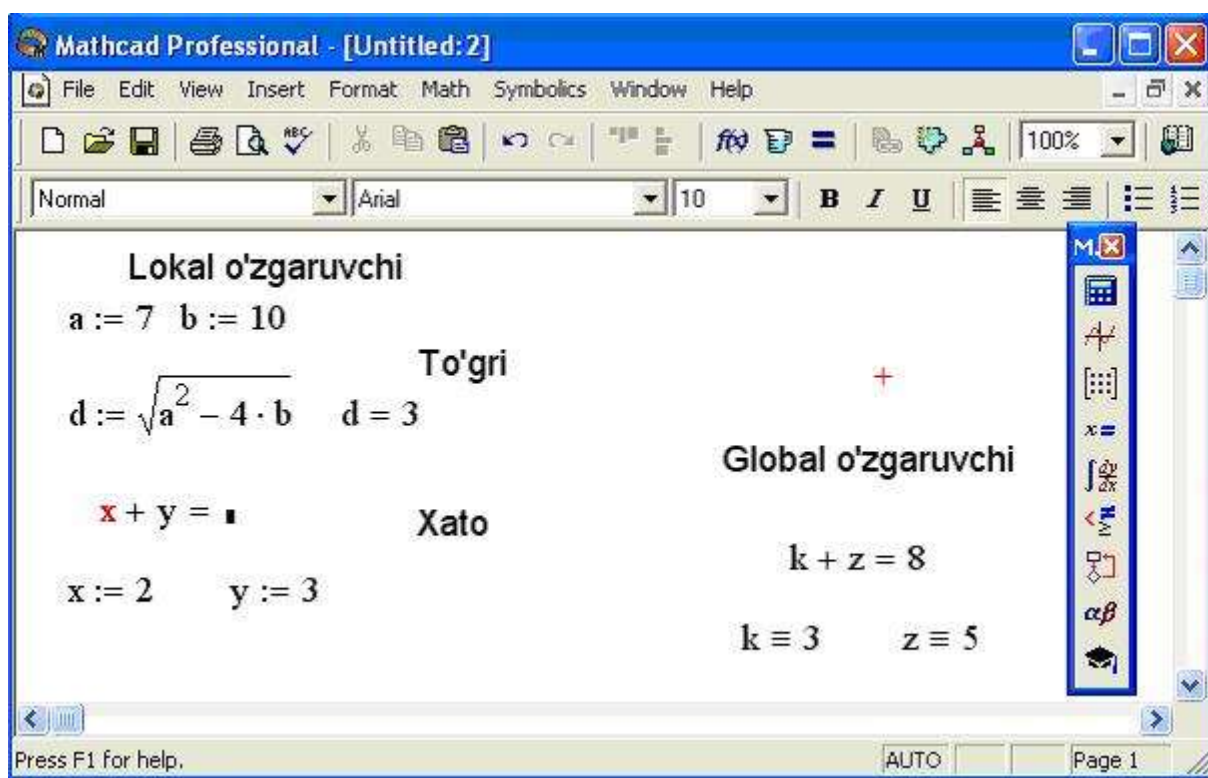


1.2-chizma. Oddiy hisoblashlarga doir.

O'garuvchi va funksiyalarni aniqlash.

Mathcad da o'zgaruvchi va funksiyalarni aniqlash mumkin.

Masalan t o'zgaruvchini aniqlash uchun t : kiritish lozim natijada $t := \blacksquare$ hosil bo'ladi, bo'sh maydonchaga ixtiyoriy son kiriting. Shu bilan t o'zgaruvchini aniqlash tugaydi $t := 10$. Ana shu tartibda har qanday o'zgaruvchini aniqlash mumkin. Bu yerda $:=$ o'zlashtirish operatori vazifasini bajaradi, yani $=$ dan o'ng tarafdagi qiymatni $=$ dan chap tarafdagi o'zgaruvchiga o'zlashtiradi. Biz bilamizki dasturlash tillarida lokal va global o'zgaruvchi tushunchasi mavjud, bu yerda ham bu tushuncha bor. Agar $t := \blacksquare$ o'zgaruvchi ko'rinishda aniqlansa u lokal o'zgaruvchi bo'ladi. Global o'zgaruvchi esa quyidagicha aniqlanadi $t \equiv 10$. Misol keltiramiz.



1.3-chizma. Lokal va Global o'zgaruvchilarni e'lon qilish.

Mathcad ishchi hujjatni teppadan pastga va chapdan o'ngga qarab o'qiydi. Yuqorida keltirilgan misolda, agar ifodani qiymatini hisoblashda o'zgaruvchilar ifodadan pastga e'lon qilingan bo'lsa, ifodani qiymatini hisoblashda xatolik yuz beradi. Global o'zgaruvchilarda esa ifoda qayerda yozilishidan qat'iy nazar ifodada global o'zgaruvchi qatnashgan bo'lsa unda tasir qiladi.

Mathcad da funksiyani ham aniqlash mumkin. Masalan $f(x)=x^2$ funksiyani qanday aniqlashni ko'rib chiqamiz.

1) $f(x)$: ni tering natijada $f(x):=$ ■ hosil bo'ladi.

2) x^2 ni tering natijada $f(x):=x^2$ funksiya hosil bo'ladi.

Bu yerda f funksiya nomi x esa funksiya argumenti. Funksiyaning ixtiyoriy nuqtadagi qiymatini hisoblash mumkin. Masalan $f(3)=9$, $f(5)=25$, $f(4)=16$. Xuddi shu tartibda ikki argumentli, uch argumentli va n argumentli funksiyani aniqlash mumkin. Masalan ikki argumentli funksiyani qanday aniqlashni ko'rib chiqamiz. $T(x,y):=x^2+y^2$, $T(2,1)=5$, $T(2,2)=4$.

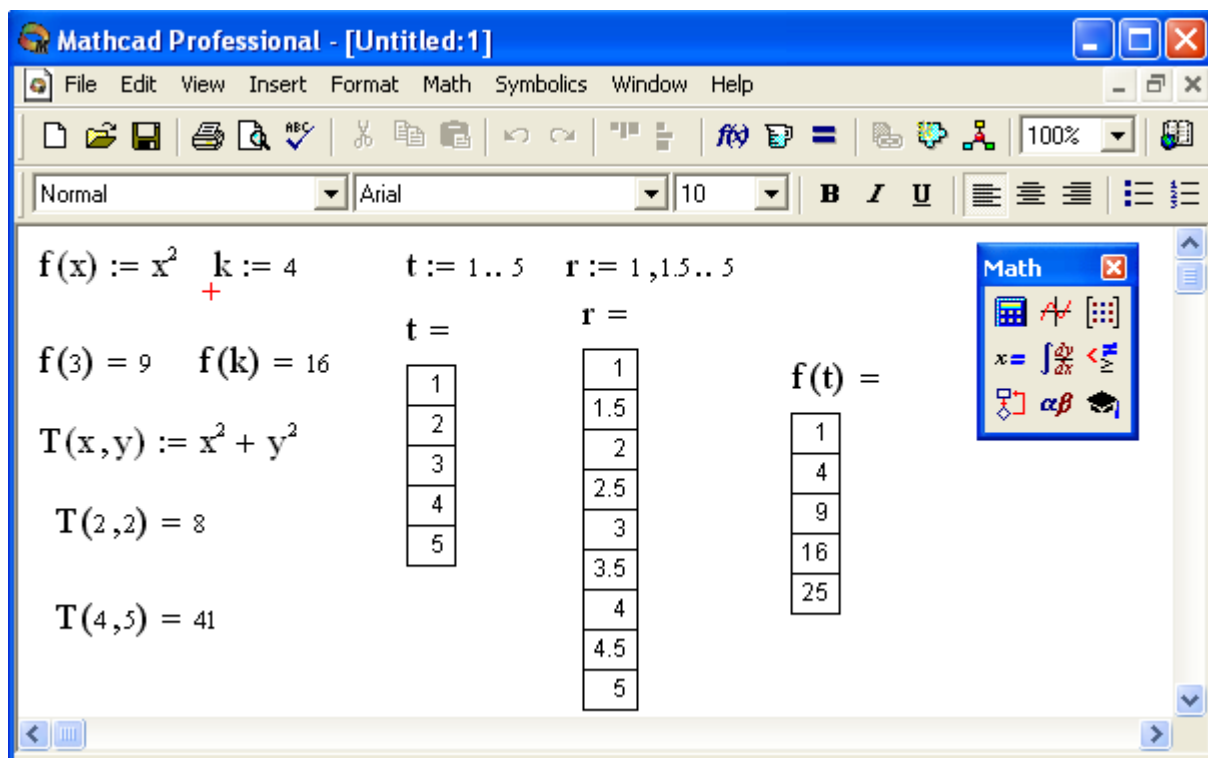
Mathcad takroriy yoki iteratsion hisoblashlarni amalga oshirishi mumkin. Bunda u diskret argumentli o'zgaruvchilardan foydalanadi. Masalan x o'zgaruvchining 10 dan 20 gacha 1 qadam bilan $\frac{x^2}{2}$ ifodaning qiymatlarini hisoblash talab qilingan bo'lsin. Buni quyidagicha amalga oshirish mumkin.

1) $x:=10,11$ ifodani tering

2) ; 20 ifodani tering

natijada $x:=10,11..20$ hosil bo'ladi, bu yerda .. faqat ; tugmasi orqali qo'yiladi aks holda xato hisoblanadi. Agar oraliq berilgan bo'lsa qadamni aniqlash quyidagicha bo'ladi. Birinchi qiymat kiritiladi va , dan so'ng ikkinchi son kiritiladi ular orasidagi ayirmani qadam sifatida oladi agar , dan keyin son ko'rsatilmasa qadamni 1 ga teng deb oladi. Diskret argument aniqlangandan keyin, shu o'zgaruvchini kiritib = ni kiritsak bizga jadval shaklida diskret o'zgaruvchining qiymatlari keltiriladi. Boshqa dasturlash tillari kabi Mathcad da ham o'zimiz ixtiyoriy funksiyani elon qilishimiz mumkin oldindan yaratilgan maxsus standart funksiyalardan foydalanishimiz mumkin. Masalan: $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$ va boshqa funksiyalar.

Funksiyalarni qanday aniqlashni, funksiya diskret argumentning qiymatlarida hisoblashni va standart funksiyalardan qanday foydalanishni 1.4-chizmada keltirilgan.



1.4-chizma. Funksiyani aniqlash.

Operatorlar.

Mathcad dasturida $+$, $*$, $-$, $/$ ga o'xshash oddiy operatorlardan tashqari yana bir qancha operatorlar mavjud. Masalan matrisani Transponirlash, determinantini hisoblash yoki integral va hosilani hisoblashning maxsus operatorlari qo'llaniladi. Bu bobda quyidagi bo'limlar mavjud.

- Operatorlar ro'yxati.
- Ko'paytma va yig'indilarni hisoblash.
- Hosila.
- Integrallar.

Operatorlar ro'yxati.

Ko'pgina operatorlarni operatorlar palitrasidan foydalanib ishchi hujjatga kiritish mumkin. Quyida operatorlarni klavishlar yordamida qanday hosil qilish mumkinligi keltirilgan. Bu keltirilgan jadvalda quyidagi belgilashlar ishlatiladi.

- A va B massivlarni ifodalaydi. (vektor va matrisalar)
- u va v haqiqiy va kompleks elementli vektorlar.
- M kvadrat matrisani ifodalaydi.

- z va w haqiqiy va kompleks sonlarni ifodalaydi.
- x va y haqiqiy sonlarni ifodalaydi.
- m va n butun sonlarni ifodalaydi.
- i - diskret argumentni ifodalaydi.
- t - ixtiyoriy o'zgaruvchi.
- f funksiyani ifodalaydi.
- X va Y o'zgaruvchi yoki turli ifodalar.

1.4-jadval. Operatorlar ro'yxati.

Amal	Belgisi	Klavish	Vazifasi
Qavslar	(X)	'	Operatorlarni gruppash
Quyi indeks	v_i	[	Vektorni ko'rsatilgan elementini qaytaradi.
Qo'sh indeks	$A_{m,n}$	[	Matritsani ko'rsatilgan elementini qaytaradi.
Yuqori indeks	$A^{<n>}$	[Ctrl] 6	A massivni n - ustunini qaytaradi.
Vektorizasiya	$\vec{X}$	[Ctrl] -	X ifodadagi amallarni har bir elementini alohida yozib qo'yadi.
Faktorial	$n!$	!	$1*2*....*n$ qiymatni qaytaradi.
Kompleks tutashtirish	$\overline{X}$	“	X ning mavhum qismini o'zgartiradi.
Transponirlash	A^T	[Ctrl] 1	Satr va ustunlar o'rnini almashtiradi.
Daraja	z^m	^	z ni m - darajaga ko'taradi.
Matrisa darajalari	M^n	^	M kvadrat matrisani n - darajasi, M^{-1} esa M ga teskari matrisa.
Ishorani o'zgartirish	$-X$	-	X ni -1 ga ko'paytiradi.
Elementlarni yig'indilash	$\sum_v$	[Ctrl] 4	V vektor elementlari yig'indisini hisoblaydi.
Kvadrat ildiz	$\sqrt{z}$	\	Musbat z uchun kvadrat ildiz

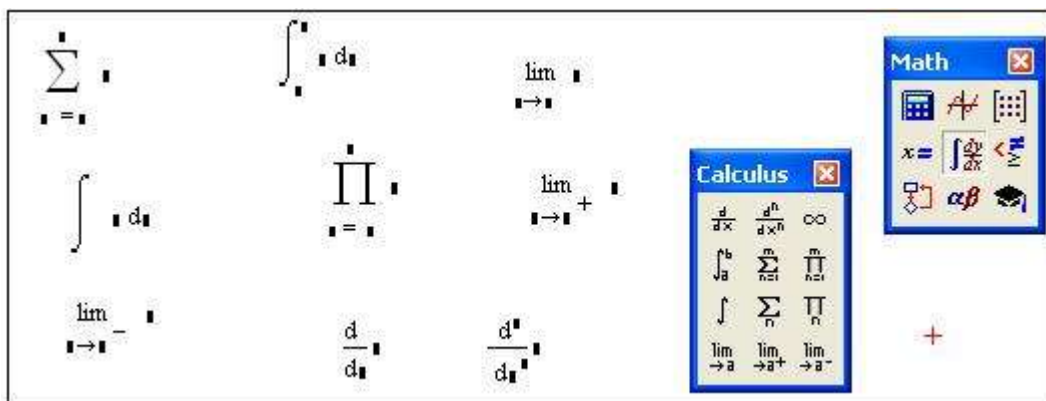
			qaytaradi.
n- darajali ildiz	$\sqrt[n]{z}$	[Ctrl] \	z ni n- darajali ildizini qaytaradi.
Absolyut qiymat	$ z $		$\sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2}$ ni qaytaradi
Vektor uzunligi	$ v $		Vektor uzunligini qaytaradi.
Determinant	$ M $		M kvadrat matrisani determinanti.
Bo'lish	$\frac{X}{z}$	/	X ifodani z skalyarga bo'ladi. Agar X massiv bo'lsa har bir elementini z ga bo'ladi
Ko'paytirish	$X*Y$	*	X va Y ko'paytmani qaytaradi.
Vektor ko'paytma	$u \times v$	[Ctrl] 8	3 elementli u va v vektorlarni ko'paytmasini qaytaradi.
Yig'indi	$\sum_{i=m}^n X$	[Ctrl] [Shift]4	x- ni I=m,m+1...n bo'yicha jamlaydi.
Ko'paytma	$\prod_{i=m}^n X$	[Ctrl] [Shift] 3	X ni i=m,m+1,...,n bo'yicha ko'paytiradi
Diskret argument bo'yicha yig'indi	$\sum_i X$	\$	X ni i diskret argument bo'yicha yig'indisini chiqaradi.
Diskret argument bo'yicha ko'payt	$\prod_i X$	#	X ni i diskret argument bo'yicha ko'paytmasini chiqaradi.
Integral	$\int_a^b f(t)dt$	&	f(t) dan [a;b] interval bo'yicha aniq integralini qaytaradi.
Hosila	$\frac{d}{dt} f(t)$	?	f(t) ni t boyicha hosilasini t nuqtadagi qiymati t ga aniq qiymat berish kerak.
n- tartibli hosila	$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	[Ctrl] ?	f(t) ni t bo'yicha n- tartibli hosilasining t nuqtadagi qiymati.
Qo'shish	$X+Y$	+	Yig'indini hisoblaydi
Ayirish	$X-Y$	-	Ayirmanini hisoblaydi
Qo'shishni ko'chirish	$X...+Y$	[Ctrl] [Enter]	Qo'shishni o'zi.

Katta	$x > y$	$>$	1 ni qaytaradi agar $x > y$ bo'lsa aks holda 0 , x,y haqiqiy sonlar.
Kichik	$x < y$	$<$	1 ni qaytaradi agar $x < y$ bo'lsa aks holda 0 , x,y haqiqiy sonlar.
Katta yoki teng	$x \geq y$	$\geq$	1 ni qaytaradi agar $x \geq y$ bo'lsa aks holda 0 , x,y haqiqiy sonlar.
Kichik yoki teng	$x \leq y$	$\leq$	1 ni qaytaradi agar $x \leq y$ bo'lsa aks holda 0 , x,y haqiqiy sonlar.
Teng emas	$z \neq w$	$\neq$	$z \neq w$ bo'lsa 1ni aks holda 0 ni qaytaradi
Teng	$X=Y$	[Ctrl] =	$X=Y$ bo'lsa 1ni aks holda 0 ni qaytaradi

Limit	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	[Ctrl] L	Funksiyani x aga intilgandagi limitini hisoblaydi.(simvolik rejimda)
Limit	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	[Ctrl] B	Funksiyani x aga chapdan intilgandagi limitini hisoblaydi. (simvolik rejimda)
Limit	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	[Ctrl] A	Funksiyani x aga o'ngdan intilgandagi limitini hisoblaydi. (simvolik rejimda)
Aniqmas integral	$\int f(t)dt$	[Ctrl] I	Funksiyani aniqmas integralini hisoblaydi. (simvolik rejimda)

Operatorlar to'plami bo'yicha yig'indi va ko'paytmani hisoblash.

Har bir operatorga mos klavishalar kombinasiyasini esda saqlash zaruriyatidan qutilish mumkin. Operatorlarni kiritish uchun operatorlar palitrasi ishlatilishi mumkin. Operatorlar palitrasini ochish uchun menyuning quyisida joylashgan instrumentlar yo'lakchasidagi tugmalar ishlatiladi. Har bir tugma umumiy ko'rsatgich bo'yicha gruppilangan operatorlar palitrasini ochadi. Buni qanday amalga oshirishni 1.5-chizmada keltirilgan.



1.5-chizma. Yig'indi va ko'paytma operatorlarini operatorlar palitrasidan olish.

Yig'indi operatori ifodani indeksning barcha qiymatlarida hisoblaydi. Ko'paytma operatori ham xuddi shunga o'xshash ifodaning ko'paytmasini indeksning barcha qiymatlari bo'yicha hisoblaydi.

Ishchi hujjatda yig'indi operatorini hosil qilish uchun

- Sichqoncha orqali bo'sh joyni ko'rsating. So'ng [Ctrl] [Shift] 4 klavishalarini bosing. $\sum_{i=1}^{\bullet}$ Yig'indi belgisi 4 ta bo'sh joy bilan paydo bo'ladi.

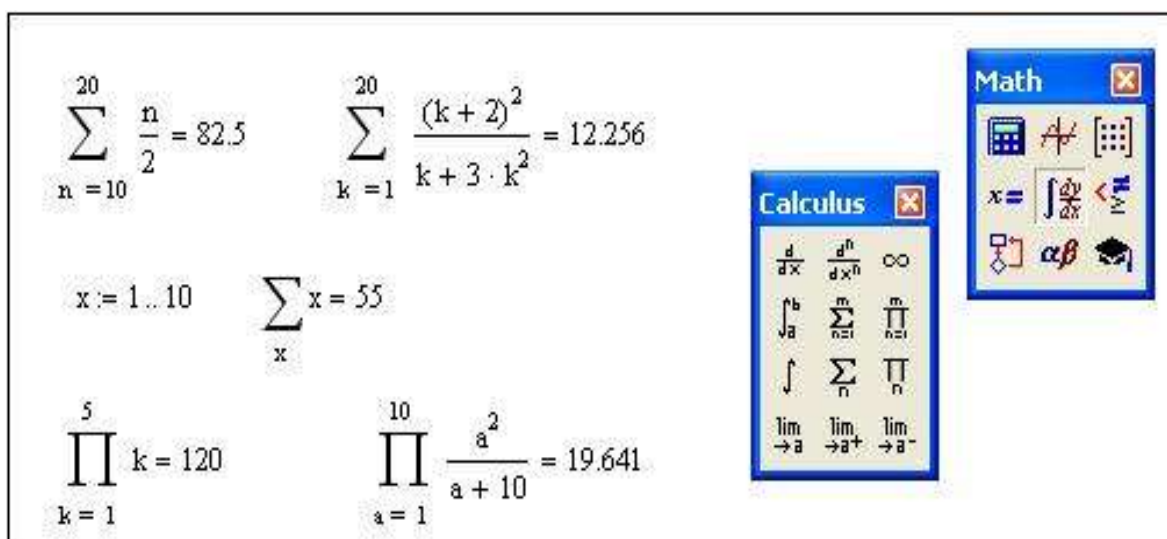
- Pastdagi bo'sh joydagi = belgisining chap tomonida o'zgaruvchini kiriting.

Bu o'zgaruvchi yig'ingi indeksi hisoblanadi. $\sum_{i=1}^{\bullet}$

- = dan o'ng tomondagi va yig'indini yuqorisidagi bo'sh joyga o'zgaruvchi qabul qiladigan qiymatlarni kiriting. $\sum_{i=1}^{10}$

- va qolgan bo'sh joyga o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan ifoda kiriting va = ni kiritsangiz yig'indini natijasini chiqaradi. $\sum_{i=1}^{10} i^2 = 385$

Xuddi shunday ko'paytma operatori tuziladi. Bu uchun [Ctrl] [Shift] 3 klavishalarini bosing va bo'sh joylarni yuqorida ko'rsatilganidek to'ldiring. 1.5-chizmada yig'indi va ko'paytma operatorlarini ishlatishga doir misollar keltirilgan.



1.6-chizma. Ko'paytma va yig'indilarni hisoblashga doir.

Vektor va matrisaviy operatorlar.

Bazi Mathcad dagi operatorlar matrisa va vektorlarni o'zgartirish uchun muhimdir. Bu operatorlarning ko'pi simvollardan iborat va jadval ko'rinishda keltiramiz

1.5-jadval. Matrisa ustida amallar.

Amal	Ko'rinishi	klavis	Manosi
Matrisani skalyar songa ko'paytirish	$A \bullet n$	*	A ning har bir elementi n ga ko'paytiriladi
Skalyar ko'paytma	$u \bullet v$	*	u va v ning uzunligi teng
Matrisaviy ko'paytma	$A \bullet B$	*	A ustunlar soni B qatorlar soniga teng
Matrisani vektorga ko'paytirish	$A \bullet v$	*	A ustunlar soni v ning satrlar soniga teng bo'lishi kerak
Matrisani songa bo'lish	$\frac{A}{n}$	/	Har bir massiv lementi n ga bo'linadi
Vektor va matrisani yig'indisi va ayirmasi	$A+B,$ $u+v$ $A-B, u-v$	+	Massivlar bir xil satr va bir xil ustunga ega bo'lishi kerak

Skalyar yig'indi	$A+n$	+	A ning har bir qiymatiga n qo'shiladi
Skalyar ayirma	$A-n$	-	A ning har bir qiymatidan n ayiriladi
Ishorani almashtirish	$-A$	-	A ni -1 ga ko'paytiradi
Matrisa darajasi	M^n	$\wedge$	n-darajali kvadrat matrisa M^{-1} , M ga teskari matrisa
Vektor uzunligi	$ v $	Shift+ \ 	
Determinant	$ M $	Shift+ \ 	
Transponirlash	A^T	Ctrl+1	Satr elementlarini ustun elementlariga almashtiradi
Vektor ko'paytma	Uxv	Ctrl+8	u va v lar uchun ko'paytmani hisoblaydi.
Kompleks	$\bar{A}$	“	A ning mavhum qismini belgisini almashtiradi
Yuqori daraja	$A^{<n>}$	Ctrl+6	Matrisaning n – ustuni
Vektorizasiya	$\vec{A}$	Ctrl+-	
Quyi indeks	$A_{n,m}$	[	
Elementlar yigindisi	$\sum v$	Ctrl+4	

Yuqoridagi jadvalda keltirilgan o'zgaruvchilarda.

- 1) A va B – matrisalar.
- 2) u va v - vektorlar.
- 3) M- kvadrat matrisa.
- 4) u_i va v_i -u va v vektorning elementlari.
- 5) m va n –butun sonlar.

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} & \mathbf{v} &:= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} & \mathbf{A} &:= \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 4 \\ 15 & 6 \end{pmatrix} & \mathbf{B} &:= \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 7 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \\
\mathbf{u} + \mathbf{v} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} & \mathbf{v} \cdot 3 &= \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} & \mathbf{u} - 4 &= \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} & |\mathbf{u}| &= 3.742 \\
\mathbf{A} \cdot 2 &= \begin{pmatrix} 2 & 24 \\ 6 & 8 \\ 30 & 12 \end{pmatrix} & \mathbf{A} + \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 2 & 18 \\ 10 & 8 \\ 20 & 12 \end{pmatrix} \\
\mathbf{A}^T &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 15 \\ 12 & 4 & 6 \end{pmatrix} & \mathbf{A}^{(2)} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} +
\end{aligned}$$

Mathcad o'zida algebra va chiziqli algebra uchun funksiyalarni saqlaydi. Bu funksiyalar vektorlar va matrisalarni ishlatish uchun tayinlangan. Keyingi jadvalda vektorli va matrisali funksiyalar keltirilgan.

Bunda : A va B –massivlar. V- vektor.

M va N – kvadrat matrisa.

z- skalyar son; m,n,i,j-butun sonlar.

1.6-jadval. Matrisa ustida amallar.

Funksiya nomi	Hosil bo'ladi
rows(A)	A massivning satrlar soni
cols(A)	A massiyning ustunlar soni
length(V)	V vektorning elementlar soni
last(V)	V vektor elementining oxirgi indeksi
max(A)	A massivning eng katta elementi
min(A)	A massivning eng kichik elementi
augment(A,B)	A va B massivni ketma-ket joylashtiradi. A va B ning satr elementlari teng bo'lishi kerak.
stack(A,B)	A va B massivni tagma-tag joylashtiradi. A va B ning ustun elementlari teng bo'lishi kerak.
Submatrix(A,m,n,i,j)	A-matrisaning m...n satr va i...j ustun elementlaridan iborat.

$$\text{ORIGIN} \equiv 1$$

$$M := \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 8 & 9 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

tagma-tag birlashtirish

ketma-ket birlashtirish

$$\text{stack}(A, M) = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 6 \\ 2 & 4 \\ 5 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$+ \text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 & 9 & 7 \\ 5 & 6 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

matrisa qismini qirqib olish

$$\text{submatrix}(M, 1, 2, 1, 2) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Massivlardan o'zgaruvchi va funksiyalarni e'lon qilishda ham ishlatish mumkin.

Masalan:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{bu yerda } a=5 \text{ ga } b=6 \text{ ga } c=7 \text{ ga teng.}$$

$$F(x) := \begin{pmatrix} x^2 & x \\ \sqrt{x} & -x \end{pmatrix} \quad F(4) := \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$F(4)_{2,2} = -4 \quad F(4)^{<2>} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

1.7-jadval. Matrisa va vektor elementlarini saralash.

sort(V)	V- vektor elementlarini o'sib borish tartibida joylashtirish.
reverse(V)	V- vektor elementlarini kamayib borish tartibida joylashtirish.
csort(M,n)	M-matrisa n-qator elementlarini saralash
rsort(M,n)	M-matrisa n- ustun elementlarini saralash

V vektor elementlarini o'sib borish tartibida joylashtirish $V := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{sort}(V) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ M matrisani 3-ustun elementlarini saralash $\text{csort}(M, 3) = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$	ORIGIN $\equiv$ 1 $+ M := \begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 1 & 9 \\ 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ Matrisani 2- qator elementlarini saralash $\text{rsort}(M, 2) = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 & 8 \\ 1 & 4 & 5 & 9 \\ 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$
---	--

1.2. Mathcadda funksiyani hosilasi, boshlang'ichi, integrali va limitini simvolik hisoblashlar orqali hisoblash

Mathcadning hosila operatori berilgan nuqtada funksiya hosilasining miqdoriy qiymatini topish uchun mo'ljallangan. Masalan x^3 ning $x=2$ nuqtada x bo'yicha hosilasini topish uchun quyidagilarni bajaring.

- Avval hosilani topish kerak bo'lgan nuqtani kiritish kerak. $x:=2$
- Hosila operatorini operatorlar palitrasidan yoki $[?]$ klavishasini bosish bilan hosil qiling. $\frac{d}{dx}$ ko'rinishda hosil bo'ladi.
- Maxrajdagi bo'sh joyga o'zgaruvchini kiriting. $\frac{d}{dx}$
- Qolgan bo'sh joyga esa ifodani kiriting. x^3
- $=$ belgisini bosib natijada $\frac{d}{dx}x^3 = 12$ hosil bo'ladi.

Xuddi shu tartibda funksiya n - darajali hosilasining biror nuqtadagi miqdoriy qiymati ham hisoblanadi va o'zgaruvchining diskret qiymatlarida ham funksiya hosilasining qiymatlarini hisoblash mumkin. $[Ctrl] ?$ klavishalarini bosib va yuqoridagi tartibda bo'sh joylarni to'ldiring. 1.7-chizmada bunga doir misollar keltirilgan.

$x := 4 \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 + 4 \cdot x}{x + 1} \right) + 2 \cdot x = 9.12$
 $f(y) := y + \frac{y^3}{4} \quad y := 2 \quad \frac{d}{dy} f(y) = 4$
 $\frac{d^3}{dy^3} f(y) = 1.5 \quad y := 1..5 \quad \frac{d}{dy} f(y) =$

1.75
4
7.75
13
19.75

1.7-chizma. Mathcad yordamida sonli differentsiallashtirishga doir misol.

Shuni esda saqlash kerakki, differensiallash natijasida funktsiyani hosilasi emas balki uning hosilasining biror nuqtadagi qiymatini qaytaradi. bundan tashqari biror bir funktsiyani boshqa bir funktsiyaning hosilasi ko'rinishida aniqlash mumkin.

Masalan $f(x) := \frac{d}{dx} g(x)$ bu metod funktsiyani ketma-ket nuqtalarda hisoblash uchun qo'llaniladi.

$$g(x) := 5 \cdot x^4 \quad x := -1..2$$

$$f(x) := \frac{d}{dx} g(x)$$

$f(x)$
-20
0
20
160

Mathcad da integrallash operatori bazi oraliqlarda funktsiya aniq integralini hisoblash uchun mo'ljallangan. Masalan $\sin^2 x$ ning $(0; \frac{\pi}{4})$ da aniq integrali quyidagicha hisoblanadi.

- Bo'sh joyni sichqoncha bilan belgilang va & belgisini kiriting. Integral osti ifodasi uchun bo'sh joyli integral belgisi paydo bo'ladi. $\int \cdot dx$
- Pastki bo'sh joyga 0 ni va yuqoriga esa $\frac{\pi}{4}$ ni kiriting. Integralni chegaralari ana shunday kiritiladi. $\int_0^{\pi} \cdot dx$
- Integral belgisidan keyingi bo'sh joyga integrallash kerak bo'lgan ifodani kiriting. $\int_0^{\pi} \sin(x)^2 dx$
- Qolgan bo'sh joyga integrallash o'zgaruvchisini kiriting $\int_0^{\pi} \sin(x)^2 dx$
- Natijani ko'rish uchun = tugmasini bosing. $\int_0^{\pi} \sin(x)^2 dx =$

Aniq integrallarni taxminiy hisoblash uchun Mathcad Romberg integrallashining sonli algoritmini qo'llaydi. Mathcad da sonli integrallashga bog'liq bir necha eslatma.

- Integral chegaralari aniq son bo'lishi kerak. Integrallash kerak bo'lgan ifoda faqat haqiqiy yoki kompleks bo'lishi kerak.
- Integral o'zgaruvchisidan tashqari integral ostidagi ifodalarning o'zgaruvchilari oldindan aniqlanishi kerak.

- Integrallash o'zgaruvchisi indeksisi, oddiy o'zgaruvchi bo'lishi kerak.
- Agar integrallash o'zgaruvchisi o'lchamli kattalik bo'lsa, integralning yuqori va quyi chegaralari ham o'sha o'lchamga ega bo'lishi kerak.

Hosilani hisoblashga doir

$$\frac{d}{dx} \cos(x^2) \rightarrow -2 \cdot \sin(x^2) \cdot x, \quad \frac{d^2}{dx^2} (x^2 + 2 \cdot x)^2 \rightarrow 2 \cdot (2 \cdot x + 2)^2 + 4 \cdot x^2 + 8 \cdot x$$

Integrallarni hisoblashga doir

$$\int_1^2 x^2 dx \rightarrow \frac{7}{3}, \quad \int_1^y x^2 dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot y^3 - \frac{1}{3}, \quad \int_0^b \int_1^a \sin(x) dx da \rightarrow -\sin(b) + \cos(1) \cdot b$$

Aniqmas integral yoki boshlang'ich funksiyalarni hisoblashlarga doir

$$\int e^{\frac{-1}{3}x} dx \rightarrow -3 \cdot \exp\left(\frac{-1}{3} \cdot x\right), \quad \int (3 \cdot x + 4)^3 dx \rightarrow \frac{1}{12} \cdot (3 \cdot x + 4)^4$$

Limit va yig'indilarni hisoblashga doir

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} \rightarrow -6, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1, \quad \sum_n n^2 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$$

1.8- chizma. Simvolik hisoblashlarga doir.

1.3. Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirish.

Mathcad dasturida o'zgaruvchilarning satrli tipi mavjud bo'lib ularning qiymatlari qo'shtirnoq ichida beriladi va ular ustida bir qancha amallarni bajarish mumkin. Quyida satr ustida bajariladigan funksiyalar keltirilgan.

- concat(s1,s2) – s1 va s2 satrlarni birlashtiradi.
- num2str(z) – z sonni satrga aylantiradi.
- str2num(s) – s satrni songa aylantiradi.
- str2vec(s) – s vektorni songa aylantiradi.
- vec2str(v) – v vektorni satr ko'rinishda aniqlaydi.
- strlen(s) – s satr uzunligini aniqlaydi.
- search(s,s1,n) – s satrda s1 belgini n-marta qatnashgan o'rnini aniqlaydi.
- substr(s,n,m)- s satrni n- belgisidan boshlab m- belgisigacha qirqib oladi.

satr elementlarini tartiblash nol dan boshlanadi.

```

A := "Salom "      B := "Buxoro"
concat(A,B) = "Salom Buxoro"    -- A va B satrlarni birlashtirish
strlen(B) = 6      -- B satr uzunligi
search(B,"o",1) = 3    -- o harfini B satrda 1- marta uchragan o'rnini
substr(A,1,3) = "alo"  -- A satrni 1 belgisidan 3 ta belgini qirqib oladi,

str2num("2") = 2      -- "2" satrni songa aylantiryapti.
num2str(2) = "2"      -- 2 sonni satrga aylantiryapti.

vec2str( $\begin{pmatrix} 97 \\ 98 \\ 99 \end{pmatrix}$ ) = "abc"    -- vektorni ASCII kodga mos satrga aylantiryapti.

str2vec("ABC") =  $\begin{pmatrix} 65 \\ 66 \\ 67 \end{pmatrix}$     -- vektorni ASCII kodga mos songa aylantiryapti.

```

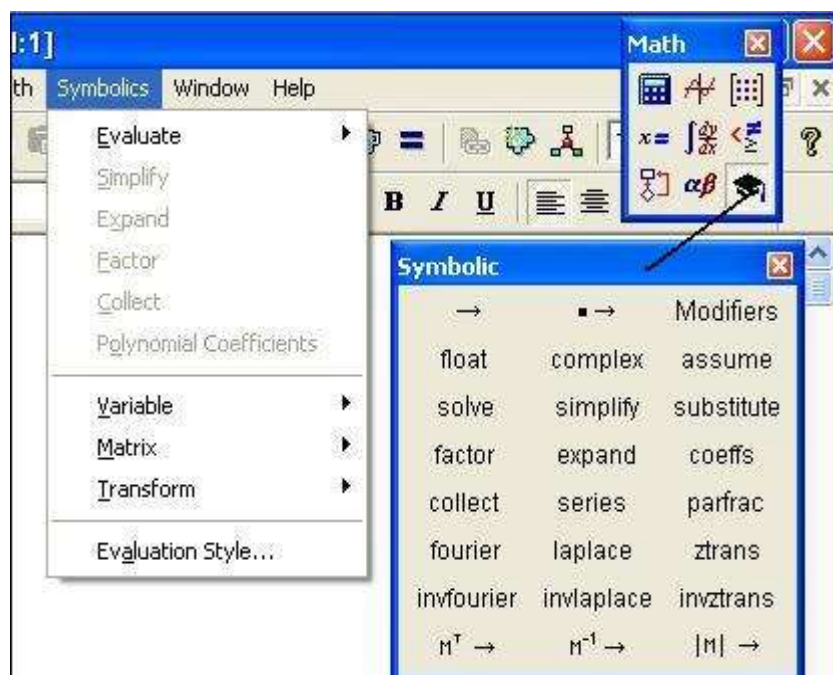
Shu vaqtgacha Mathcad da ifodalarni miqdor son jihatdan hisoblash tavsiflangan edi. Miqdor jihatdan hisoblashda Mathcad = belgisidan so'ng bir yoki bir nechta sonlarni chiqaradi. Bu sonlarni bilish foydali bo'lsa ham, ular orqali argumentlar va ifodalar o'rtasidagi bog'liqlikni tushunish qiyin. Mathcad simvolik matematikani qo'llaganda 1.9-chizmada ko'rsatilganidek, hisoblash natijasining o'rniga boshqa ifoda paydo bo'ladi. Bunda ifodaning o'zi yoki ko'paytuvchilarga ajratish yoki qatorga yoyish va hokazo bo'lishi mumkin.

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &\rightarrow (a+b)^2 \\
 (a+b)^2 \text{ expand} &\rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \\
 a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3 \text{ factor} &\rightarrow (a+b)^3
 \end{aligned}$$

1.9- chizma. Simvolik hisoblashlar.

Tenglikni simvolik belgisini sozlash.

Mathcadda simvolik belgilarni ishlatish uchun quyidagi ishlarni bajarang.



1.10-chizma. Simvolik belgini sozlash.

1.10-chizmadan ko'rinadiki simvolik hisoblashlarni menyuning Symbolics bo'limidan yoki matematika palitrasining ko'rsatilgan belgisi orqali ishlatish mumkin. $\rightarrow$ belgisi chap tomondan ifodani qabul qiladi va o'ng tomondan bu ifodani soddalashtirgan versiyasini beradi. Ifodadan so'ng 1.10-chizmadagi Symbolic bo'limda ko'rsatilgan buyruqlardan foydalanib, ifodani turli ko'rinishdagi soddalashtirgan hollarini olish mumkin.

Har bir buyruq qanday vazifani bajarishi quyidagi jadvalda keltirilgan.

1.8-jadval.

Nomi	Vazifasi
symplyfy	Ifodaning umumiy ko'paytuvchilarini qisqartirib va asosiy ayniyatlarni qo'llab, arifmetik almashtirishlarni bajarib ifodani soddalashtiradi.
expand	Ifodada yig'indining barcha darajalari va ko'paytmalarini ochib chiqadi.
series	Malum bir nuqta atrofida berilgan o'zgaruvchi bo'yicha

	ifodani teylor qatoriga yoyadi
factor	Agar butun ifodani ko'paytuvchilar ko'paytmasi shaklida ifodalash mumkin bo'lsa, tanlangan ifodani ko'paytuvchilarga ajratadi.
assume	Bu buyruqdan keyin keluvchi o'zgaruvchini Mathcad uning aniq qiymati mavjud bo'ganda ham bu o'zgaruvchini aniqlanmagan o'zgaruvchi sifatida qaraydi
complex	Mathcad simvolik almashtirishlarni kompleks sohada bajaradi.
coeffs	Ifodani $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ko'rinishda soddalashtirib barcha koeffitsiyentlarini aniqlaydi
substitute	Ifodadagi o'zgaruvchilarga boshqa qiymat berib ifodani soddalashtiradi.
solve	Ifodani ko'rsatilgan o'zgaruvchi bo'yicha nolga aylantiradigan qiymatlarini qaytaradi.

Symbolically buyrug'i yoki $\rightarrow$ belgisi.

Bu buyruqlarni menyuning Symbolics ► Evaluate ► Symbolically foydalanib ishlatish mumkin yoki [Ctrl] > tugmalaridan foydalanib ishlatish mumkin.

Misollar:

$$\sin(2 \cdot \pi) + \sin(1) \rightarrow \sin(1) , \quad \frac{d}{dx} \sin(x) \rightarrow \cos(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \rightarrow 4 , \quad \int \sin(x) dx \rightarrow -\cos(x)$$

Simplify buyrug'i.

Simplify buyrug'i ifodalarni soddalashtirishda ishlatiladi, bunda u barcha asosiy ayniyatlardan foydalanib ifodani sodda ko'rinishda keltiradi.

$$\frac{(a+3)^2}{a^2-9} \text{ simplify } \rightarrow \frac{(a+3)}{(a-3)},$$

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \text{ simplify } \rightarrow 1$$

$$\frac{5}{x+1} + \frac{x}{x-1} \text{ simplify } \rightarrow \frac{(6 \cdot x - 5 + x^2)}{[(x+1) \cdot (x-1)]}$$

Symbolic

→	▪→	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
M ^T →	M ⁻¹ →	M →

Math

1.11-chizma. Simplify buyrug'i ishlatilishi.

Expand buyrug'i.

Ifodada yig'indining barcha darajalari va ko'paytmalarini ochib chiqadi va ifodani soddalashtirilgan holda qaytaradi.

$$(a+b)^2 \text{ expand } \rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a-c)^3 \text{ expand } \rightarrow a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot c + 3 \cdot a \cdot c^2 - c^3$$

$$(x-y) \cdot (x+y) \text{ expand } \rightarrow x^2 - y^2$$

$$(a+b) \cdot (a-c) \text{ expand } \rightarrow a^2 - a \cdot c + a \cdot b - b \cdot c$$

$$(a+b+c)^2 \text{ expand } \rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2$$

Symbolic

→	▪→	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
M ^T →	M ⁻¹ →	M →

Math

1.12-chizma. Expand buyrug'i ishlatilishi.

Factor va complex buyruqlari.

Factor buyrug'i asosan ifodalarni ko'paytuvchilarga ajratishda ishlatiladi, bunda u agar ifodani ko'paytuvchilarga ajratib bo'lmasa ifodani o'zini qaytaradi.

$i \cdot 2 + 2 \text{ complex} \rightarrow 2 + 2 \cdot i$
 $e^{2i-2} \text{ complex} \rightarrow \exp(-2) \cdot \cos(2) + i \cdot \exp(-2) \cdot \sin(2)$
 $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \text{ factor} \rightarrow (a + b)^2$
 $x^2 - y^2 \text{ factor} \rightarrow (x - y) \cdot (x + y)$
 $a^2 - a \cdot c + a \cdot b - b \cdot c \text{ factor} \rightarrow (a + b) \cdot (a - c)$
 $x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6 \text{ factor} \rightarrow (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$
 $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + b^2 + 2 \cdot b \cdot c + c^2 \text{ factor} \rightarrow (a + b + c)^2$

Math

Symbolic

→	■→	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
$n^T \rightarrow$	$n^{-1} \rightarrow$	$ n \rightarrow$

1.13-chizma. Factor, complex buyrug'i ishlatilishi.

Coeffs va substitute buyruqlari.

coeffs buyrug'i berilgan ifodani soddalashtirib polinom koeffitsiyentlarini aniqlaydi. Substitute buyrug'i esa berilgan ifodani o'zgaruvchilarini almashtirib soddalashtiradi.

$a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + 2 \text{ coeffs, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ c \\ b \\ a \end{pmatrix}$
 $(x + 2)^2 \text{ coeffs, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (a + b) \cdot (a - b) \text{ coeffs, } a \rightarrow \begin{pmatrix} -b^2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $(a + b)^2 \text{ substitute, } a = 1 \rightarrow (1 + b)^2$
 $(a + b)^2 \text{ substitute, } a = 1, b = 2 \rightarrow 9$
 $(a + b)^2 \text{ substitute, } a = x + b \rightarrow (x + 2 \cdot b)^2$

Math

Symbolic

→	■→	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
$n^T \rightarrow$	$n^{-1} \rightarrow$	$ n \rightarrow$

1.14-chizma. Coeffs buyrug'i ishlatilishi.

solve buyruqlari.

Solve buyrug'i yordamida algebraik tenglamalarni yechish mumkin chunki bu buyruq ifodani biror o'zgaruvchiga nisbatan nollarini aniqlash imkoniyatiga ega.

The image shows a Mathcad worksheet with the 'Symbolic' menu open, highlighting the 'Solve' button. The menu also shows options like 'float', 'complex', 'assume', 'simplify', 'substitute', 'coeffs', 'parfrac', 'series', 'laplace', 'ztrans', 'invfourier', 'invlaplace', 'invztrans', and 'm^T →', 'm⁻¹ →', '|m| →'.

Below the menu, several equations are solved using the 'Solve' button:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \text{ solve, } x \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[-b + (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right] \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[-b - (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right] \end{bmatrix}$$

$$2 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 6 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x^4 + 9 \cdot x^3 + 31 \cdot x^2 + 59 \cdot x + 60 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -1 + 2 \cdot i \\ -1 - 2 \cdot i \end{pmatrix}$$

$$(x + 4) \cdot (x + 3) \cdot (x^2 + 5 \cdot x - 6) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.15-chizma. Solve buyrug'i ishlatilishi.

Xulosa

Mathcad dasturi matematik paketlardan hisoblanib, bunda matematikaga oid deyarli barcha masalalarni bajarish imkoniyati mavjud. Hazirgi kunda bunga o'xshash juda ko'p matematik paketlar mavjud. I-BOBda Mathcad dasturi bilan ishlash uchun kerak bo'ladigan asosiy amallar keltirilgan. Mathcad dasturida oddiy hisoblashlar qanday amalga oshiriladi, funksiyalarni tasvirlash, funksiya hosilasini, boshlang'ichini, integralini va limitini hisoblashda simvolik hisoblashlardan foydalanish usullari keltirilgan. Bundan tashqari Mathcad dasturida ifodalarni soddalashtirish, ayniy almashtirish usullari va birining natijasidan ikkinchisida foydalanish usullari keltirilgan. Bilamizki ifodalarni soddalashtirish va uni ixcham ko'rinishda keltirish juda katta ahamiyatga ega, Mathcad dasturi esa mana shunday imkoniyatlarga ega bo'lgan dastur hisoblanadi. Mathcad dasturida funksiya qanday kiritiladi va funksiyalarni tasvirlashning qanaqa usullari mavjud, shular to'g'risida to'liq ma'lumotlar kiritilgan.

II. Maple dasturi va unda simvolik hisoblashlar.

2.1. Mapleda oddiy hisoblashlar.

Maple muhitida oddiy ifodalar sonlar, arifmetik va mantiqiy amal belgilaridan iborat bo'ladi. Maple muhitida ham ifodalar xuddi dasturlash (Paskal, Basic) tillari kabi ostki hamda ustki indeksiz bitta satrga yoziladi.

Masalan: $(56.6 + 6.3 * 3.2) / (2.3^3 + 2^4)$.

Har qanday sonli ifodani qiymatini chiqarish uchun, klaviatura orqali standart matematik yozuvdan foydalanib kerakli ifoda teriladi va oxiriga (;) belgisi qo'yilib enter tugmachasi bosiladi. Oddiy ifodalarni qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi sonlar va amal belgilaridan foydalaniladi[4]:

- 1) raqamlar - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 .
- 2) arifmetik amallar - +, -, *, /, ^ yoki **, !.
- 3) munosabat amallar - >, <, >=, <=, =, <>.
- 4) mantiqiy amallar – and, or, not.
- 5) Maxsus belgilar – (,), [,], {, }, @, #, \$, &, %
- 6) Pi – π soni, infinity – cheksiz; Gamma – Eyler o'zgarmasi; true, false – mantiqiy o'zgarmlar,

Maple muhitida sonlar haqiqiy (real) va kompleks (complex) bo'ladi. Kompleks sonlarning algebraik ko'rinishi $z=x+iy$, buyruqlar satrida quyidagicha yoziladi:

> z:=x+i*y;

Sonlar butun va ratsional sonlarga bo'linadi. Butun sonlar (integer) o'nli yozuvda raqamlar bilan ifodalanadi. Ratsional sonlar 3 xil ko'rinishda berilishi mumkin: 1) bo'lish amalidan foydalangan holda ratsional kasr ko'rinishida, masalan: 28/70; 2) qo'zg'aluvchan vergulli (float), ko'rinishida, masalan: 2.3; 3) daraja ko'rinishida, masalan: $1.602 * 10^{(-19)}$ yoki 1.602E-19 ko'rinishdagi yozuv $1,602 \times 10^{-19}$ ni bildiradi.

Ratsional sonlarni aniq ko'rinishda emas, balki taqribiy qiymatini hosil qilish uchun butun sonlarni haqiqiy sonlar ko'rinishida yozish kerak bo'ladi. Masalan: 1)

Quyidagini bajaring : $> 75/4; \frac{75}{4}$

Endi shu ifodada 4 sonini haqiqiy son, ya'ni 4.0 ko'rinishida yozamiz.
Natijani kuzating.

> 75/4.;

18.75000000

2) $345 - \frac{34}{678}$ ni hisoblang.

> 345-34/678;

$\frac{116938}{339}$

Bu yerda endi 34 sonini haqiqiy son, ya'ni 34.0 ko'rinishida yozamiz.

> 345-34./678;

344.9498525

Foiz (%) belgisi oldingi buyruqni chaqirish vazifasini bajaradi. Bu belgi yozuvni qisqartirish uchun va oldingi buyruqni tezroq almashtirish maqsadida ishlatiladi. Masalan:

> a+b;

$a+b$

> %+c;

$a+b+c$.

Arifmetik ifodalarni hisoblash.

Maple muhitida arifmetik ifodalarni yozish va ularning qiymatlarini hisoblash ham mumkin. Arifmetik ifodalarni belgilash va ularni qiymatini berish uchun o'zgaruvchilardan foydalaniladi. Maple muhitida o'zgaruvchilar turi butun (integer), rasional (rational), haqiqiy (real), kompleks (complex) yoki satrli (string) bo'lishi mumkin.

O'zgaruvchilarga nom beriladi. O'zgaruvchilar nomi harflar, belgilar va raqamlar ketma-ketligidan iborat bo'lib, har doim harflardan boshlanishi lozim. Nom 524275 ta belgidan oshib ketmasligi kerak. Masalan: AB, tenglama, Y11, Var_1, Xmin, Ymax va boshqalar.

> A:=123; B:= 'Salom'

A:=123; B:= Salom

O'zgaruvchi nomi sifatida xizmatchi so'zlardan foydalanib bo'lmaydi.

O'zgaruvchilarga qiymat berish uchun := belgisi ishlatiladi.

Masalan:

n:=3; x:=234.568; y:=17/19; d:= 'Salom'; W:=2*Pi/3;

V:= [1,2,3]; M:= [[1,2,3].[4,5,6]]

Masalan:

a) Ifodani yozing :

> y:= a^2+b*x+d*c;

$y := a^2 + b x + d c$

b) a=2; b=4; c=5;x=6; d=7 qiymatlarda ifodani hisoblang

> a:=2:b:=4:c:=5:x:=6:d:=8:y:= a^2+b*x+d*c;

$y := 68$

Hisoblash jarayonida foydalanilgan o'zgaruvchilar qiymatlarini bekor qilish uchun restart buyrug'i ishlatiladi.

Maple muhitida quyidagi standart funksiyalardan foydalaniladi

2.1-jadval. Matematik funksiyalar.

Matematik yozuv	Mapleda yozuv	Matematik yozuv	Mapleda yozuv
e^x	exp(x)	Cosecx	csc(x)
lnx	ln(x)	Arcsinx	arcsin(x)
lgx	log10(x)	Arccosx	arccos(x)
$\log_a b$	log[a](x)	Arctgx	arctan(x)
$\sqrt{x}$	sqrt(x)	Arcctgx	arccot(x)
$ x $	abs(x)	Shx	sinh(x)
sinx	sin(x)	Chx	cosh(x)
cosx	cos(x)	Thx	tanh(x)
tgx	tan(x)	Cthx	coth(x)
ctgx	cot(x)	Secx	sec(x)

1-misol. Hisoblang: $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$. Quyidagini tering:

> (sqrt(6+2*sqrt(5))-sqrt(6-2*sqrt(5)))/sqrt(3);

va *Enter* tugmachasini bosamiz. Natija hosil bo'ladi:

$$\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

2-misol . Quyidagi ifodaning qiymatini x=4 va y=9 da hisoblang:

$$d := \sqrt{\sqrt{x+y} + 2x^3}$$

> x:=4:y:=9:d:= sqrt(sqrt(x+y)+2*x^3);

$$d := \sqrt{\sqrt{13} + 128}$$

Chiqarish satrida oldingi qiymatni hosil qilish uchun % va sonli qiymatni hosil qilish uchun evalf(%); yoki evalf(ifoda); buruqlari ishlatiladi.

> evalf(%);

11.47194627

3-misol. s=2, d=1.4 da quyidagi ifodani qiymatini hisoblang:

$$\frac{\sqrt{c-d}}{c^2 \cdot \sqrt{2 \cdot c}} \cdot \left(\sqrt{\frac{c-d}{c+d}} + \sqrt{\frac{c^2 + c \cdot d}{c^2 - c \cdot d}} \right)$$

Yechish:

> c:=2:d=1.4:sqrt(c-d)/(c^2*sqrt(2*c))*(sqrt((c-d)/(c+d))+sqrt((c^2+c*d) / (c^2-c*d)));

.2711630723

Maple muhitida funksiyalar va ular bilan ishlash.

Maple da ko'plab matematik, shu jumladan logarifmik, eksponensial, trigonometrik, teskari trigonometrik, giperbolik va boshqa funksiyalar ishlatiladi (standart funksiyalar jadvaliga qarang). Ularning hammasi bir argumentli. U butun, rasional, haqiqiy va kompleks bo'lishi mumkin. Funksiyalarda argumentlar qavs ichiga olinadi [5].

Masalan:

> sin(0);

0

> tan(Pi/3);

$\sqrt{3}$

```
> x:=Pi/2;y:=sin(x)+cos(x);
```

```
y := 1
```

```
> ln(1);
```

```
0
```

```
> arcsin(1);
```

```
 $\frac{1}{2}\pi$ 
```

Butun sonli funksiya va faktorial. Maple da quyidagi butun sonli funksiyalar ishlatiladi:

factorial (*n*) – faktorialni hisoblash funksiyasi;

iquo (*a,b*) – *a* ni *b* ga butun bo'lish;

irem (*a,b*) - *a* ni *b* ga bo'lish qoldig'i;

igcd (*a,b*) – eng katta umumiy bo'luvchi;

lcm (*a,b*) – eng kichik umumiy karrali.

max(*a,b*) - *a* va *b* sonlarining kattasini topish ;

min(*a,b*) - *a* va *b* sonlarining kichigini topish ;

Masalan.

```
> factorial(15);
```

```
1307674368000
```

```
> iquo(23,2);
```

```
11
```

```
> irem(26,3);
```

```
2
```

```
> igcd (6,12);
```

```
6
```

```
> lcm (13,11);
```

```
143
```

```
> max(4,7,-4);
```

```
7
```

Mapleda yaxlitlash funksiyalari quyidagicha:

abs – sonning absolyut qiymati;

ceil – argumentdan katta yoki unga teng bo'lgan eng kichik butun son;

floor – argumentdan kichik yoki unga teng bo'lgan eng katta butun son;

frac – sonning kasr qismi;

trunc – yaxlitlangan son;

round – sonning yaxlitlangan qiymati;

> abs (-4);

4

> ceil (3.8);

4

> floor (3,8);

3

> frac (3.8);

8

> trunc (3.8);

3

> round (3.8);

4

Kompleks argumentli funksiyalar. Kompleks sonlar va ma'lumotlar uchun quyidagi funksiyalar mavjud:

- Im - sonning mavhum qismi;

- Re - sonning haqiqiy qismi;

Masalan:

> z:=2+3*I;

$z := 2 + 3 I$

> [Re(z),Im(z)];

[2, 3]

Funksiyalarni tavsiflash usullari quyidagicha:

1-usul. Funksiyani ta'minlash operatori (:=) orqali aniqlash, ya'ni qandaydir ifodaga nom beriladi, masalan: > f:=sin(x)+cos(x);

$$f := \sin(x) + \cos(x)$$

Agar x o'zgaruvchining aniq qiymati berilsa, u holda x uchun f funksiya-ning qiymati hosil bo'ladi. Masalan, oldingi misolni davom ettirib f ning qiymatini $x+u > 0$ da hisoblash kerak bo'lsa, quyidagicha yoziladi:

$$> x := \pi/4;$$

$$x := \frac{1}{4} \pi$$

$$> f := x * \exp(-t);$$

$$f := \frac{1}{4} \pi e^{(-t)}$$

$$> \text{subs}(\{x=2, t=1\}, f);$$

$$\frac{1}{4} \pi e^{(-1)}$$

Maple muhitida barcha hisoblashlar jimlik qoidasi bo'yicha belgili amalga oshiriladi, ya'ni natija ochiq irratsional ko'rinishda bo'ladi. Taqribiy natijani qo'zg'aluvchan vergulli ko'rinishda olish uchun $\text{evalf}(f, t)$ buyrug'idan foydalaniladi, bu yerda f – ifoda, t – sonda verguldan keyin ifodalangan aniqlik. Masalan, oldingi misolni davomi sifatida funksiyaning qiymatini taqriban aniqlaymiz:

$$> \text{evalf}(\%);$$

$$.7357588824$$

2-usul. Funksiyani funksional operator yordamida aniqlash, bunda bitta yoki bir nechta ifodaga $(x_1, x_2, \dots)$ o'zgaruvchilar ketma-ketligi mos qo'yiladi. Masalan, ikki o'zgaruvchili funksiyaning funksional operator orqali aniqlash quyidagicha amalga oshiriladi:

$$> f := (x, y) \rightarrow \sin(x+y);$$

$$f := (x, y) \rightarrow \sin(x+y)$$

Funksiyaga murojoat matematikadagi usulga o'xshab oddiy ko'rinishda amalga oshiriladi, ya'ni qavs ichida argument o'rnida o'zgaruvchining aniq qiymati yoziladi.

Oldingi misolning davomi sifatida hisoblang:

$$> f(\pi/2, 0);$$

3-usul. `unapply(f,x1,x2,...)` buyrug'i yordamida, bu yerda f – ifoda, $x_1, x_2, \dots$ – funksional operatorlarda ifodani almashtirishga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilar to'plami. Masalan:

```
> f:=unapply(x^2+y^2,x,y);
```

$$f := (x, y) \rightarrow x^2 + y^2$$

$$> f(-7,5);$$

74

4-usul. *Maple* muhitida elementar bo'lmagan funksiyalarni ham ifodalash mumkin. Quyidagi ko'rinishdagi funksiya berilgan.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x < a_1 \\ f_2(x), & a_1 \leq x < a_2 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x), & x > a_n \end{cases}$$

U quyidagi buyruq asosida ifodalanadi.

```
> piecewise(1-shart,f1, 2-shart, f2, ...).
```

Masalan berilgan funksiya

Masalan berilgan funksiya

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0_1 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ \sin x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Quyidagi ko'rinishda yoziladi:

```
> f:=piecewise(x<0, 0, 0<=x and x<1, x, x>=1, sin(x));
```

$$f := \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & -x \leq 0 \textbf{ and } x < 1 \\ \sin(x) & 1 \leq x \end{cases}$$

Mapleda vektorlar va matritsalar ustida amallar.

Chiziqli algebra masalalarini yechish buyruqlarining asosiy qismi `linalg` kutubxonasida joylashgan. Shuning uchun ham matritsa va vektorlarga doir masalalarni yechishdan oldin `with(linalg)` buyrug'i bilan shu kutubxonani yuklash kerak bo'ladi[6].

Vektorlarni berilish usullari:

Maple muhitida vektorlarni aniqlash uchun `vector([x1,x2,...,xn])` buyrug'i ishlatiladi, bu yerda kvadrat qavslarda vergul bilan ajratilgan vektor koordinatalari ko'rsatiladi. Masalan:

```
> x:=vector([1,0,0]);
```

```
x:=[1, 0, 0]
```

Agar `x[i]` buyrug'i kiritilsa aniqlangan `x` vektorning koordinatasini chiqarish satrida hosil qilish mumkin, bu yerda `i` - koordinata nomeri. Masalan, oldingi misolda berilgan vektorning birinchi koordinatasini quyidagicha chiqarish mumkin:

```
> x[1];
```

```
1
```

Vektorni ro'yxat ko'rinishida yoki aksincha ro'yxatni vektor ko'rinishida tasvirlash uchun `convert(vector, list)` yoki `convert(list, vector)` buyruqlari ishlatiladi.

Vektorlarni qo'shish:

Ikkita a va b vektorlarni qo'shish quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi: 1) `evalm(a+b)`; 2) `matadd(a,b)`.

Agar `matadd(a,b,alpha,beta)` ko'rinishdagi format ishlatilsa `add` buyrug'i a va b vektorlarning chiziqli kombinasiyasini hisoblaydi: $\alpha a + \beta b$, bu yerda α, β - skalyar miqdorlar.

Vektorlarning skalyar, vektor ko'paytmasi va vektorlar orasidagi burchak:

Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n a_i b_i$ ni hisoblash uchun `dotprod(a,b)` buyrug'i ishlatiladi.

Ikki vektorning vektor ko'paytmasi $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ ni hisoblash uchun `crossprod(a,b)` buyrug'i ishlatiladi.

a va b ikki vektor orasidagi burchak `angle(a,b)` buyrug'i bilan aniqlanadi.

Vektor normasi:

$\mathbf{a} = (x_1, \dots, x_n)$ vektorning normasi (uzunligi) $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$ ni norm(a,2) buyrug'i yordamida hisoblash mumkin.

$\mathbf{a}$ vektorni normalize(a) buyrug'i yordamida ham normallashtirish mumkin, natijada birlik vektor $\frac{\mathbf{a}}{\|\mathbf{a}\|}$ hosil bo'ladi.

Misol:

1. Ikkita vektor berilgan: $\mathbf{a} = (2,1,3,2)$ va $\mathbf{b} = (1,2,-2,1)$. $\mathbf{a}$ va $\mathbf{b}$ vektorlar orasidagi $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ burchakni toping. Bu masalani yechish uchun quyidagini tering:

> with(linalg):

> a:=([2,1,3,2]); b:=([1,2,-2,1]);

a:=[2,1,3,2]

b:=[1,2,-2,1]

> dotprod(a,b);

0

> phi=angle(a,b);

$\phi = \frac{\pi}{2}$

2. Vektor ko'paytma $\mathbf{c} = [\mathbf{a}, \mathbf{b}]$, so'ngra esa skalyar ko'paytmani $(\mathbf{a}, \mathbf{c})$ hisoblang, bu yerda $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 3, 6)$.

> restart; with(linalg):a:=([2,-2,1]); b:=([2,3,6]);

a := [2, -2, 1]

b := [2, 3, 6]

> c:=crossprod(a,b);

c := [-15, -10, 10]

> dotprod(a,c);

0

3. $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$ vektor normasini toping.

> restart; with(linalg):

> a:=vector([1,2,3,4,5,6]): norm(a,2);

$\sqrt{91}$

Matritsalar ustida amallar.

Maple muhitida matritsalarini aniqlash uchun `matrix(n, m, [[a11,a12,...,a1n], [a21,a22,...,a2m],..., [an1,an2,...,anm]])` buyrug'i ishlatiladi, bu yerda n – matritsada satrlar soni, m – ustunlar soni. Bu sonlarni berish majburiy emas, faqat kvadrat qavslarda vergul bilan matritsa elementlarini berish kifoya qiladi[7].

Masalan: `> A:=matrix([[1,2,3],[-3,-2,-1]]);`

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Maple muhitida maxsus ko'rinishdagi matritsalarini hosil qilish uchun qo'shimcha buyruqlardan foydalaniladi. Xususan diagonal matritsalarini `diag` buyrug'i bilan hosil qilish mumkin:

`> J:=diag(1,2,3);`

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matritsalarini $f(i, j)$ funksiyalar yordamida hosil qilish mumkin, i, j – o'zgaruvchilar matritsa indekslaridir: `matrix(n, m, f)`, bu yerda n – satrlar soni, m – ustunlar soni. Masalan:

`> f:=(i, j)->x^i*y^j;`

$$f := (i, j) \rightarrow x^i y^j$$

`> A:=matrix(2,3,f);`

$$A := \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{bmatrix}$$

A matritsaning satrlar sonini `rowdim(A)`, ustunlar sonini `coldim(A)` buyruqlari orqali aniqlash mumkin.

Matritsalar ustida amallar:

Bir o'lchovli ikki matritsani qo'shish vektorlarni qo'shish kabi quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi: `evalm(A+B)` yoki `matadd(A,B)`. Ikki matritsaning ko'paytmasi quyidagi buyruqlar orqali amalga oshiriladi:

a) `evalm(A&*B)`; b) `multiply(A,B)`.

Ko'paytmani hisoblayotgan buyruqning ikkinchi argumenti sifatida vektorni ko'rsatish mumkin, masalan:

> A:=matrix([[1,0],[0,-1]]); B:=matrix([[-5,1], [7,4]]);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

> v:=vector([2,4]);

$$v := [2, 4]$$

> multiply(A,v);

$$[2, -4]$$

> multiply(A,B);

$$\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$$

> matadd(A,B);

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

evalm buyrug'i xuddi shunday matritsaga sonni qo'shish va ko'paytirish imkonini beradi. Masalan: > S:=matrix([[1,1],[2,3]]);

> evalm(2+3*S);

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$$

Determinantlar, minorlar va algebraik to'ldiruvchilar.

A matritsa determinant $\det(A)$ buyrug'i bilan hisoblanadi. $\text{minor}(A,i,j)$ buyrug'i matritsaning i -satri va j -ustunini o'chirishdan hosil bo'lgan matritsani beradi.

A matritsaning a_{ij} elementining M_{ij} minorini $\det(\text{minor}(A,i,j))$ buyruq bilan hisoblash mumkin.

A matritsa rangi $\text{rank}(A)$ buyrug'i bilan hisoblanadi. Diagonal elementlarining yig'indisidan iborat bo'lgan A matritsa izi (sled) $\text{trace}(A)$ buyrug'i bilan hisoblanadi. Masalan: > A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]);

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> det(A);
```

```
1
```

```
> minor(A,3,2);
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

```
> det(%);
```

```
-24
```

```
> trace(A);
```

```
9
```

Teskari va transponirlangan matritsa:

A^{-1} -teskari matritsa bo'lib, bunda $A^{-1}A=AA^{-1}=Ye$, bu yerda Ye - birlik matritsa. Uni ikki usul bilan hisoblash mumkin:

1) `evalm(1/A);` 2) `inverse(A)`.

A matritsani transponirlash– bu satr va ustunlarning o'rinlarini almashtirishdir. Natijada olingan matritsa transponirlangan deyiladi va A' bilan belgilanadi. Transponirlangan A' matritsa `transpose(A)` buyrug'i bilan hisoblanadi.

Masalan, oldingi punkda berilgan A matritsa uchun unga teskari va transponirlangan matritsani topamiz.

```
> inverse(A);
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> multiply(A,%);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> transpose(A);
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Matritsa turini aniqlash:

Matritsaning musbat yoki manfiy aniqlanganligi `definite(A,param)` buyrug'i yordamida aniqlanadi, bu yerda `param` quyidagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin: 'positive_def' – musbat aniqlangan ($A>0$), 'positive_semidef' – manfiymas aniqlangan ($A\geq 0$), 'negative_def' – manfiy aniqlangan ($A<0$), 'negative_semidef' – musbat emas aniqlangan ($A\leq 0$).

Bajarilish natijasida konstanta `true` – chin, `false` – yolg'on bo'lishi mumkin.
Masalan:

```
> A:=matrix([[2,1],[1,3]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

```
> definite(A,'positive_def');
```

true

A matritsaning ortogonalligi `orthog(A)` orqali tekshiriladi.

```
> V:=matrix([[1/2,1*sqrt(3)/2],
```

```
[1*sqrt(3)/2,-1/2]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

```
> orthog(V);
```

true

Matritsadan iborat funksiya.

A matritsani n darajaga ko'tarish `evalm(A^n)` buyrug'i orqali amalga oshiriladi. e^A matritsali eksponentasini hisoblash `exponential(A)` buyrug'i orqali amalga oshirilishi mumkin. Masalan:

```
> T:=matrix([[5*a,2*b],[-2*b,5*a]]);
```

$$T := \begin{bmatrix} 5a & 2b \\ -2b & 5a \end{bmatrix}$$

```
> exponential(T);
```

$$\begin{bmatrix} e^{(5a)} \cos(2b) & e^{(5a)} \sin(2b) \\ -e^{(5a)} \sin(2b) & e^{(5a)} \cos(2b) \end{bmatrix}$$

> evalm(T^2);

$$\begin{bmatrix} 25a^2 - 4b^2 & 20ab \\ -20ab & 25a^2 - 4b^2 \end{bmatrix}$$

Misollar

1. Matritsa berilgan: $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Quyidagilarni

toping: $(AB)C$, $\det A$, $\det B$, $\det C$, $\det[(AB)C]$. Tering:

> with(linalg):restart;

> A:=matrix([[4,3],[7,5]]):

> B:=matrix([[-28,93],[38,-126]]):

> C:=matrix([[7,3],[2,1]]):

> F:=evalm(A&*B&*C);

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

> Det(A)=det(A); Det(B)=det(B); Det(C)=det(C); Det(F)=det(F);

Det(A)=- 1

Det(B)= - 6

Det(C)=1

Det(F)=6

2. Matritsa berilgan: $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, toping: $\det A$, A^{-1} , A' , $\det(M_{22})$. Tering:

> A:=matrix([[2,5,7],[6,3,4],[5,-2,-3]]);

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

> Det(A)=det(A);

Det(A)= - 1

> transpose(A);

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

> inverse(A);

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$$

> det(minor(A,2,2));

- 41

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

3. Matritsa rangini toping:

> A:=matrix([[8,-4,5,5,9], [1,-3,-5,0,-7], [7,-5,1,4,1], [3,-1,3,2,5]]):

> r(A)=rank(A);

r(A)=3

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

4. Matritsa berilgan:

Ko'phad qiymatini toping:

$$P(A) = A^3 - 18A^2 + 64A.$$

> A:=matrix([[5,1,4],[3,3,2],[6,2,10]]):

> P(A)=evalm(A^3-18*A^2+64*A);

$$P(A) = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$$

2.2. Maplda funktsiyani hosilasi, boshlang'ichi, integrali va limitini simvolik hisoblashlar orqali hisoblash

Differensiallash. Hosilani hisoblash.

Maple muhitida hosilani hisoblash uchun ikkita buyruq mavjud:

a) to'g'ridan-to'g'ri bajarish – diff(f,x), bu yerda f – differensiallanayotgan funksiya, x – differensiallash amalga oshirilayotgan o'zgaruvchining nomi.

b) amalga oshirishni bekor qilish – Diff(f,x), bu yerda buyruq parametrlari yuqoridagidek. Bu buyruqning bajarilishi hosilani $\frac{\partial}{\partial x} f(x)$ analitik yozuv ko'rinishida ifodalaydi.

Differensiallashtirishdan keyin hosil bo'lgan ifodani soddalashtirish maqsadga muvofiq bo'ladi. Buning uchun sizga natija qanday ko'rinishda kerakligiga qarab simplify, factor yoki expand buyruqlari ishlatiladi [8].

Masalan:

> Diff(sin(x^2),x)=diff(sin(x^2),x);

$$\frac{\partial}{\partial x} \sin(x^2) = 2 \cos(x^2) x$$

Yuqori tartibli hosilalarni hisoblashda parametrda x\$ n ni ko'rsatish kerak bo'ladi, bu yerda n – hosila tartibi, masalan:

> Diff(cos(2*x)^2,x\$4)=diff(cos(2*x)^2,x\$4);

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = -128 \sin(2x)^2 + 128 \cos(2x)^2$$

Olingan ifodani ikki xil usul bilan soddalashtirish mumkin:

> simplify(%);

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 256 \cos(2x)^2 - 128$$

> combine(%);

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \left(\frac{1}{2} \cos(4x) + \frac{1}{2} \right) = 128 \cos(4x)$$

Differensiallashtirish operatori:

Differensiallashtirish operatorini aniqlash uchun quyidagi buyruq ishlatiladi: D(f) – f-funksiya. Masalan:> D(sin);

cos

Berilgan nuqtada hosilani hisoblash:

> D(sin)(Pi):eval(%);

-1

Differensiallashtirish operatori funksional operatorlarga qo'llaniladi.

> f:=x-> ln(x^2)+exp(3*x);

> D(f);

$$x \rightarrow 2 \frac{1}{x} + 3 e^{(3x)}$$

Misol:

1. $f(x) = \sin^3 2x - \cos^3 2x$ hosilasini hisoblang.

> Diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x)=diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x);

$$\frac{\partial}{\partial x} (\sin(2x)^3 - \cos(2x)^3) = 6 \sin(2x)^2 \cos(2x) + 6 \cos(2x)^2 \sin(2x)$$

2. Hisoblang $\frac{\partial^{24}}{\partial x^{24}} e^x (x^2 - 1)$. Quyidagilarni tering:

> Diff(exp(x)*(x^2-1),x\$24)=diff(exp(x)*(x^2-1),x\$24): collect(%,exp(x));

$$\frac{\partial^{24}}{\partial x^{24}} e^x (x^2 - 1) = (x^2 + 551 + 48x) e^x$$

3. $x = \pi/2$ va $x = \pi$ nuqtalarda $y = \sin^2 x / (2 + \sin(x))$ funktsiyaning ikkinchi hosilasini hisoblang.

> y:=sin(x)^2/(2+sin(x)): d2:=diff(y,x\$2): x:=Pi; d2y(x)=d2;

x:=p d2y(p)=1

> x:=Pi/2; d2y(x)=d2;

$$x := \frac{1}{2} \pi \quad d2y\left(\frac{1}{2} \pi\right) = -\frac{5}{9}$$

Xususiylar:

$f(x_1, \dots, x_m)$ funksiyani xususiylarini hisoblash uchun bizga ma'lum bo'lgan diff buyrug'idan foydalaniladi. Bunday holda bu buyruq quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi: diff(f,x1\$1,x2\$2,..., xm\$nm), bu yerda $x_1, \dots, x_m$ – differensiallash amalga oshiriladigan o'zgaruvchilar, \$ belgidan keyin mos differensiallash tartibi ko'rsatilgan. Masalan, xususiylar hosila $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ quyidagicha yoziladi: diff(f,x,y).

Misol

1. $f = \arctg \frac{x}{y}$ funksiya uchun $\frac{\partial f}{\partial x}$ va $\frac{\partial f}{\partial y}$ ni toping.

> f:=arctan(x/y): Diff(f,x)=simplify(diff(f,x));

$$\frac{\partial}{\partial x} \arctan\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y}{y^2 + x^2}$$

> Diff(f,y)=simplify(diff(f,y));

$$\frac{\partial}{\partial y} \arctan\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{x}{y^2 + x^2}$$

2. $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ funksiyaning 2-tartibli barcha xususiy hosilasini toping.

> restart; f:=(x-y)/(x+y);

> Diff(f,x\$2)=simplify(diff(f,x\$2));

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{x-y}{x+y} = -4 \frac{y}{(x+y)^3}$$

> Diff(f,y\$2)=simplify(diff(f,y\$2));

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{x-y}{x+y} = 4 \frac{x}{(x+y)^3}$$

> Diff(f,x,y)=diff(f,x,y);

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{x-y}{x+y} = 2 \frac{x-y}{(x+y)^3}$$

Integrallash. Analitik va sonli integrallash.

$\int f(x)dx$ aniqlamas integralni hisoblashda 2 ta buyruq ishlatiladi:

1) to'g'ridan-to'g'ri ijro etish – $\text{int}(f, x)$, bu yerda f – integral osti funksiyasi, x – integrallash o'zgaruvchisi;

2) ijro etish bekor qilingan – $\text{Int}(f, x)$ – bu yerda parametrlar ham to'g'ridan-to'g'ri ijro etish – int buyrug'i kabi. Int buyrug'i ekranda integralni matematik formulasini analitik ko'rinishda beradi.

$$\int_a^b f(x)dx$$

Aniq integralni hisoblashda int va Int buyruqlarda integrallash chegaralari ko'rsatiladi. Masalan,

> $\text{Int}((1+\cos(x))^2, x=0..\text{Pi}) = \text{int}((1+\cos(x))^2, x=0..\text{Pi});$

$$\int_0^{\pi} (1+\cos(x))^2 dx = \frac{3}{2}\pi$$

Agar integrallash buyrug'ida continuous: $\text{int}(f, x, \text{continuous})$ qo'shilsa, u holda *Maple* integrallash oralig'ida integral osti funksiyasining mumkin bo'lgan ixtiyoriy uzilishlarini bekor qiladi. Bu cheklanmagan funksiyalardan xususiy bo'lmagan integrallarni hisoblash imkonini beradi. Agar int buyruq parametrida,

masalan, $x=0..+\infty$ ko'rsatilsa, u holda integrallashning cheksiz chegaralari bilan xususiy bo'lmagan integrallar hisoblanadi.

Sonli integrallash `evalf(int(f, x=x1..x2), e)` buyrug'i orqali amalga oshiriladi, bu yerda `e` – hisoblash aniqligi (nuqtadan keyingi belgilar soni).

Parametrga bog'liq bo'lgan integrallar, parametr uchun cheklashlar:

Agar biror parametrga bog'liq integralni hisoblash talab etilgan bo'lsa, u holda uning qiymati shu parametrning ishorasiga yoki biror – bir cheklashlarga bog'liq bo'ladi. Misol tariqasida quyidagi integralni $\int_0^{\infty} e^{(-a x)} dx$ qaraymiz.

Matematik tahlildan ma'lumki, bu integral $a>0$ da yaqinlashuvchi va $a<0$ da uzoqlashuvchi bo'ladi. Agar integralni birdan hisoblasak, u holda quyidagi hosil bo'ladi:

`> Int(exp(-a*x), x=0..+infinity)=int(exp(-a*x), x=0..+infinity);`

$$\int_0^{\infty} e^{(-a x)} dx = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{e^{(-a x)} - 1}{a}.$$

Bunday usul bilan parametrlil integralni hisoblab bo'lmaydi. Hisoblashning aniq analitik natijasiga ega bo'lish uchun parametrning qiymati haqida biror bir mulohaza bildirish kerak bo'ladi, ya'ni unga ba'zi bir cheklashlar qo'yiladi. Bu `assume(f1)` buyrug'i orqali amalga oshiriladi, bu yerda `f1` – tengsizlik. Qo'shimcha cheklashlar `additionally(f2)` buyrug'i yordamida kiritiladi, bu yerda `f2` – parametr qiymatini boshqa tomondan cheklaydigan boshqa bir tengsizlik.

Cheklashlar o'rnatilgan keyin parametr nomidan so'ng `(~)` belgi paydo bo'ladi.

`a` parametrga qo'yilgan cheklashlarni `about(a)` buyrug'i orqali aniqlashtirish mumkin. Masalan: `a` parametrga quyidagi cheklashlarni qo'ying $a>-1, a \leq 3$:

`> assume(a>-1); additionally(a<=3);`

`> about(a);`

Originally `a`, renamed `a~`:

is assumed to be: `RealRange(Open(-1),3)`

Parametrli integral $\int_0^{\infty} e^{(-a \cdot x)} dx$ ni hisoblashga qaytamiz:

> assume(a>0);

> Int(exp(-a*x),x=0..+infinity)=int(exp(-a*x),x=0..+infinity);

$$\int_0^{\infty} e^{(-a \cdot x)} dx = \frac{1}{a}$$

Integrallashning asosiy metodlarini o'rganish.

Maple da matematikani o'rganish uchun student paketi mavjud. U hisoblashlarni qadamma-qadam bajarishga mo'ljallangan bir qancha qism dasturlar majmuasidan iborat bo'lib, natijaga olib keluvchi amallar ketma-ketligini tushunarli bo'lishligini ta'minlaydi. Bularga bo'laklab integrallash `intparts` buyrug'i va o'zgaruvchilarni almashtirish `changevar` buyrug'i kiradi.

Bo'laklab integrallash formulasi:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

Agar integral osti funksiyasini $f=u(x)v'(x)$ orqali belgilab olsak, u holda bo'laklab integrallash buyrug'ining parametrlari quyidagicha bo'ladi: `intparts(Int(f, x), u)`, bu yerda u – hosilasi bo'laklab integrallash formulasi orqali hisoblanayotgan $u(x)$ funksiyadir [9].

Agar integralda o'zgaruvchilarni almashtirish $x=g(t)$ yoki $t=h(x)$ talab etilgan bo'lsa, u holda o'zgaruvchilarni almashtirish buyrug'i parametrlari quyidagicha bo'ladi: `changevar(h(x)=t, Int(f, x), t)`, bu yerda t – yangi o'zgaruvchi.

`Intparts` va `changevar` buyruqlarning ikkalasi ham integralni oxirigacha hisoblamaydi, faqatgina oraliq hisoblashlarni amalga oshiradi. Oxirgi natijasni olish uchun bu buyruqlar bajarilganidan keyin `value(%)` buyrug'ini yozish kerak, bu yerdagi % - oldingi satrni bildiradi.

Ushbu buyruqlardan foydalanishdan oldin student paketini `with(student)` buyrug'i orqali yuklash kerak bo'ladi.

Karrali integrallarni hisoblash:

Maple muhitida ikki va uch karali integrallarni hisoblash uchun maxsus

buyruqlar mavjud. Ikki karrali $\iint_D f(x, y) dx dy$ integralni hisoblash uchun `Doubleint(f(x, y), D)` buyrug'i ishlatiladi, bu yerda D – integrallash sohasi bo'lib, quyidagi ko'rinishlardan birida yoziladi:

- a) $x=x1..x2$, $y=y1..y2$, bu yerda $x1$, $x2$, $y1$, $y2$ sonlar integrallashning to'rt burchakli sohasini aniqlaydi;
- b) $x=f1(y)..f2(y)$, $y=y1..y2$, bu yerda $f1(y)$, $f2(y)$ –chiziqlar bo'lib $y1$ dan $y2$ gacha intervalda integrallash sohasini chap va o'ngdan chegaralaydi;
- c) $x=x1..x2$, $y=g1(x)..g2(x)$, bu yerda $g1(y)$, $g2(y)$ - chiziqlar bo'lib $x1$ dan $x2$ gacha intervalda integrallash sohasini quyi va yuqorian chegaralaydi.

Uch karrali integrallar $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ ni hisoblash uchun `Tripleint(f(x, y, z), x, y, z, V)` buyrug'i ishlatiladi, bu yerda V – integrallash sohasi.

Ikkala buyruq ham bekor qilingan amal buyrug'i hisoblanadi. Integralni sonli qiymatini olish uchun `value(%)` buyrug'i ishlatiladi.

Takroriy integrallarni `int` buyruqlarini takroran yozish orqali bajarish

mumkin, masalan, $\int_0^2 dy \int_0^1 x^2 y^3 dx$ takroriy integral quyidagicha hisoblanadi:

`> int(int(x^2*y^3, x=0..1), y=0..2);`

$$\frac{4}{3}$$

Misollar

1. Aniqmas integrallarni toping:

a) $\int \cos(x) \cos(2x) \cos(3x) dx$;

`> Int(cos(x)*cos(2*x)*cos(3*x), x)=int(cos(x)*cos(2*x)*cos(3*x), x);`

$$\int \cos(x) \cos(2x) \cos(3x) dx = \frac{1}{8} \sin(2x) + \frac{1}{16} \sin(4x) + \frac{1}{24} \sin(6x) + \frac{1}{4} x$$

$$b) \int \frac{3x^4 + 4}{x^2(x^2 + 1)^3} dx$$

> Int((3*x^4+4)/(x^2*(x^2+1)^3),x)=int((3*x^4+4)/(x^2*(x^2+1)^3),x);

$$\int \frac{3x^4 + 4}{x^2(x^2 + 1)^3} dx = -4 \frac{1}{x} - \frac{57}{8} \arctan(x) - \frac{25}{8} \frac{x}{x^2 + 1} - \frac{7}{4} \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$$

2. Aniq integralni hisoblang: $\int_0^{1/2 \pi} \frac{\sin(x) \cos(x)}{a^2 \cos(x)^2 + b^2 \sin(x)^2} dx$, bu yerda $a > 0$,

$b > 0$.

> assume (a>0); assume (b>0);

>Int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*sin(x)^2),x=0..Pi/2)=int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*sin(x)^2),x=0..Pi/2);

$$\int_0^{1/2 \pi} \frac{\sin(x) \cos(x)}{a^2 \cos(x)^2 + b^2 \sin(x)^2} dx = \frac{-\ln(b) + \ln(a)}{(a - b)(a + b)}$$

3. Xosmas integralni toping: $\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{(-a x^2)}}{x e^{(x^2)}} dx$, bunda $a > -1$

> restart; assume(a>-1);

> Int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)), x=0..+infinity)=int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)), x=0..+infinity);

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{(-a x^2)}}{x e^{(x^2)}} dx = \frac{1}{2} \ln(1 + a)$$

4. Integralni sonli qiymatini toping: $\int_{1/6 \pi}^{1/4 \pi} \frac{\cos(x)}{x} dx$

> Int(cos(x)/x, x=Pi/6..Pi/4)=evalf(int(cos(x)/x, x=Pi/6..Pi/4), 15);

$$\int_{1/6 \pi}^{1/4 \pi} \frac{\cos(x)}{x} dx = .322922981113732$$

5. Bo'laklab integrallashning barcha bosqichlarini bajaring:

$$\int x^3 \sin(x) dx .$$

> restart; with(student): J:=Int(x^3*sin(x),x);

$$J = \int x^3 \sin(x) dx$$

> J=intparts(Int(x^3*sin(x),x),x^3);

$$J = -x^3 \cos(x) - \int -3 x^2 \cos(x) dx$$

> intparts(%,x^2);

$$J = -x^3 \cos(x) + 3 x^2 \sin(x) + \int -6 x \sin(x) dx$$

> intparts(%,x);

$$J = -x^3 \cos(x) + 3 x^2 \sin(x) + 6 x \cos(x) - \int 6 \cos(x) dx$$

> value(%);

$$J = -x^3 \cos(x) + 3 x^2 \sin(x) + 6 x \cos(x) - 6 \sin(x)$$

6. Universal o'rniga qo'yish $tg(x/2)=t$ bilan integralni hisoblang:

$$\int_{-1/2 \pi}^{1/2 \pi} \frac{1}{1 + \cos(x)} dx .$$

> J:=Int(1/(1+cos(x)), x=-Pi/2..Pi/2);

$$J = \int_{-1/2 \pi}^{1/2 \pi} \frac{1}{1 + \cos(x)} dx$$

> J=changevar(tan(x/2)=t,Int(1/(1+cos(x)), x=-Pi/2..Pi/2), t);

$$J = \int_{-1}^1 2 \frac{1}{(1 + \cos(2 \arctan(t))) (1 + t^2)} dt$$

> value(%);

J:=2

$$7. \int_2^4 dy \int_0^y \frac{y^3}{x^2 + y^2} dx \quad \text{takroriy integralni hisoblang.}$$

> Int(Int(y^3/(x^2+y^2),x=0..y),y=2..4)=

int(int(y^3/(x^2+y^2), x=0..y),y=2..4);

$$\int_2^4 dy \int_0^y \frac{y^3}{x^2 + y^2} dx = \frac{14}{3} \pi$$

2. $y = 0, y = x, x + y = \frac{\pi}{2}$ chiziqlar bilan chegaralangan ikki karrali

$$\iint_D \sin(x + 2y) dx dy \quad \text{integralni hisoblang.}$$

Izoh: avval integrallash sohasi D ni tengsizlik ko'rinishida yozamiz:

$$D = \{(x, y) : y \leq x \leq \frac{\pi}{2} - y, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$$

> restart: with(student);

> J:=Doubleint(sin(x+2*y), x=y..Pi/2-y, y=0..Pi/2);

$$J := \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_y^{\frac{1}{2}\pi - y} \sin(x + 2y) dx dy$$

> J:=value(%);

$$J := \frac{2}{3}$$

$$3. \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 dy \int_0^2 (4 + z) dz \quad \text{uch karrali integralni hisoblang.}$$

> J:=Tripleint(4+z, y=x^2..1,x=-1..1, z=0..2);

$$J := \int_0^2 \int_{-1}^1 \int_{x^2}^1 4 + z dy dx dz$$

> J:=value(%);

$$J := \frac{40}{3}$$

Limitlarni hisoblash.

Maple da ba'zi bir matematik amallarni bajarish uchun ikkita buyruq mavjud bo'lib, ulardan biri uni to'g'ridan to'g'ri bajarish, ikkinchisi esa amalga oshirishni

bekor qilish(yoki uni formula ko'rinishda hosil qilish) uchun mo'ljallangan. Ikkala buyruq ham bir xil harflardan tashkil topgan bo'lib, to'g'ridan to'g'ri bajarish buyrug'i kichik harflar bilan, uni formula ko'rinishida hosil qilish buyrug'ida faqat birinchi harfi katta harf bilan yoziladi. Amalni bajarishni bekor qilish buyrug'iga murojaat qilinganidan keyin ekranda shu amalning standart analitik yozuvi paydo bo'ladi. Bunda hisoblash birdan bajarilmaydi. To'g'ridan to'g'ri bajarish buyrug'i hisoblash natijasini birdan chiqaradi.

Limitlarni hisoblash uchun ikkita buyruq mavjud:

a) To'g'ridan to'g'ri bajarish buyrug'i – $\text{limit}(f,x=a,\text{par})$, bu yerda f – limiti hisoblanayotgan ifoda, a – limit hisoblanayotgan nuqta qiymati, par – bir taraflama limitni izlash uchun shart bo'lmagan parametr (left – chap, right – o'ng) yoki o'zgaruvchi turini ko'rsatish (real – haqiqiy, complex – kompleks).

b) Bajarishni bekor qilish – $\text{Limit}(f,x=a,\text{par})$, bu yerda ham buyruq parametrlari yuqorida berilgan buyruq kabi.

Bu buyruqlarning bajarilishiga misollar:

> $\text{Limit}(\sin(2*x)/x,x=0);$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x}$$

> $\text{limit}(\sin(2*x)/x,x=0);$

2

Bu buyruqlar yordamida matematik amallarni standart analitik ko'rinishda ham ifodalash mumkin, masalan:

> $\text{Limit}(x*(\text{Pi}/2+\arctan(x)),x=-\text{infinity})=\text{limit}(x*(\text{Pi}/2+\arctan(x)), x=-\text{infinity});$

$$\lim_{x \rightarrow (-\infty)} x \left(\frac{1}{2} \pi + \arctan(x) \right) = -1$$

Bir yoqlama limitlarni hisoblashda parametrlarining qiymati ko'rsatiladi: left – chap va right – o'ng limitni topish. Masalan:

> $\text{Limit}(1/(1+\exp(1/x)),x=0,\text{left})=\text{limit}(1/(1+\exp(1/x)),x=0,\text{left});$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{1}{x}\right)}} = 1$$

> $\text{Limit}(1/(1+\exp(1/x)),x=0,\text{right})=\text{limit}(1/(1+\exp(1/x)), x=0,\text{right});$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{1}{x}\right)}} = 0$$

Misollar:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$ limitni hisoblang. Quyidagini tering:

> Limit((1-x)*tan(Pi*x/2),x=1)=limit((1-x)*tan(Pi*x/2),x=1);

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan\left(\frac{1}{2} \pi x\right) = 2 \frac{1}{\pi}$$

2. Bir yoqlama limitlarni hisoblang: $\lim_{x \rightarrow 1} \arg \tan\left(\frac{1}{1-x}\right)$ u $x-y \leq 1$

Quyidagini tering:

> Limit(arctan(1/(1-x)),x=1,left)= limit(arctan(1/(1-x)), x=1, left);

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \arctan\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{2} \pi$$

> Limit(arctan(1/(1-x)),x=1,right)=limit(arctan(1/(1-x)),x=1, right);

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \arctan\left(\frac{1}{1-x}\right) = -\frac{1}{2} \pi$$

Qator yig'indisi va ko'paytmasini hisoblash.

Chekli va cheksiz yig'indi $\sum_{n=a}^b S(n)$ ni to'g'ridan-to'g'ri bajarish buyrug'i sum va bajarish bekor qilingan buyrug'i Sum orqali belgilanadi. Bu buyruqlarning parametrlari bir xil: Sum(t, n=a..b); va sum(t, n=a..b); bu yerda t – yig'indining indeksiga bog'liq bo'lgan ifoda, a..b – esa yig'indini n=a dan n=b gacha bajarilishini ko'rsatuvchi yig'indi indeksining chegarasi.

> sum('k^2', 'k'=0..4);

30

> sum('k^2', 'k'=0..n);

$$\frac{1}{3}(n+1)^3 - \frac{1}{2}(n+1)^2 + \frac{1}{6}n + \frac{1}{6}$$

> sum('k^2', 'k');

$$\frac{1}{3}k^3 - \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{6}k$$

> sum('a[k]*x^k', 'k'=0..4);

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$$

$$> \text{sum}('a[k]*x^k', 'k'=0..n);$$

$$\sum_{k=0}^n a_k x^k$$

$$> \text{Sum}('k/(k+1)', 'k'=0..n) = \text{sum}('k/(k+1)', 'k'=0..n);$$

$$\sum_{k=0}^n \frac{k}{k+1} = n+1 - \Psi(n+2) - \gamma$$

$$> \text{sum}('k/(k+1)', 'k');$$

$$k - \Psi(k+1)$$

$$> \text{sum}('k*a^k', 'k');$$

$$\frac{a^k (k a - k - a)}{(a-1)^2}$$

Agar cheksiz qator yig'indisini hisoblash talab etilgan bo'lsa yuqori chegara sifatida infinity kiritiladi.

$$\prod_{n=a}^b P(n)$$

ko'paytma ham xuddi shunday bevosita bajarish buyrug'i product(P(n),n=a..b) va bajarilmaydigan buyrug'i Product P(n),n=a..b) yordamida belgilanadi

$$> \text{product}(k^2, k=1..4);$$

$$576$$

$$> \text{product}(k^2, k=1..n);$$

$$\Gamma(n+1)^2$$

$$> \text{product}(k^2, k);$$

$$\Gamma(k)^2$$

$$> \text{product}(a[k], k=0..4);$$

$$a_0 a_1 a_2 a_3 a_4$$

$$> \text{product}(a[k], k=0..n);$$

$$\prod_{k=0}^n a_k$$

$$> \text{Product}(n+k, k=0..m) = \text{product}(n+k, k=0..m);$$

$$\prod_{k=0}^m (n+k) = \frac{\Gamma(n+m+1)}{\Gamma(n)}$$

> product(k, k=RootOf(x^3-2));

2

Misollar:

1. Umumiy hadi quyidagiga teng bo'lgan qatorning to'liq va N -qismi

yig'indisini toping: $a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$.

> restart: a[n]:=1/((3*n-2)*(3*n+1));

$$a_n := \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

> S[N]:=Sum(a[n], n=1..N)=sum(a[n], n=1..N);

$$S_N := \sum_{n=1}^N \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = -\frac{1}{3} \frac{1}{3N+1} + \frac{1}{3}$$

> S:=limit(rhs(S[N]), N=+infinity);

$$S := \frac{1}{3}$$

2. Darajali qator qaysi funksiyaga yaqinlashadi: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^2 x^n$?

> Sum((-1)^(n+1)*n^2*x^n, n=1..infinity)=sum((-1)^(n+1)*n^2*x^n, n=1..infinity);

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1)} n^2 x^n = -\frac{x(x-1)}{(x+1)^3}$$

3. Darajali qator yig'indisini toping: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+x)^n}{(n+1)n!}$.

> Sum((1+x)^n/((n+1)*n!), n=0..infinity)=sum((1+x)^n/((n+1)*n!), n=0..infinity);

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)n!} = \frac{e^{(x+1)}(1-e^{(-x-1)})}{x+1}$$

4. Binomial qator yig'indisini toping: $\sum_{n=1}^{\infty} C_n^4 (1-x)^n$.

> Sum(binomial(n,4)*(1-x)^n, n=1..infinity)=sum(binomial(n,4)*(1-x)^n, n=1..infinity);

$$\sum_{n=1}^{\infty} \text{binomial}(n, 4)(1-x)^n = \frac{(1-x)^4}{x^5}$$

5. Cheksiz ko'paytmani hisoblang: $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1}$

> Product((n^3-1)/(n^3+1), n=2..infinity)=product((n^3-1)/(n^3+1), n=2..infinity);

$$\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} = \frac{2}{3}$$

6. Ifodani hisoblang: $S = \sum_{i=1}^5 \prod_{k=1}^4 (i^2 + k^2)$

> Sum(Product(i^1+k^2, k=1..4), i=1..5)=sum(product(i^1+k^2, k=1..4, i=1..5);

$$\sum_{i=1}^5 \left(\prod_{k=1}^4 (i + k^2) \right) = 37924$$

2.3. Ifodalarni soddalashtirish va ayniy almashtirish

Mapleda funksiyalarni tekshirish.

Funksiyalarni tekshirishni odatda uning aniqlanish sohasini topishdan boshlanadi, lekin afsuski bu qiyin avtomatlashtiriladigan amal hisoblanadi. Shuning uchun bu masalani ko'rib chiqishda tengsizlikni yechish kerak bo'ladi. Ammo funksiya sonlar o'qida aniqlanganmi yoki yo'q degan savolga, uni uzluksizligida tekshirish orqali javob topish mumkin.

Funksiyaning uzluksizligi va uzilish nuqtalari: $f(x)$ funksiyani berilgan $[x_1, x_2]$ oraliqda uzluksizligini tekshirish uchun `iscont(f, x=x1..x2)` buyrug'i ishlatiladi. Agar f funksiya shu intervalda uzluksiz bo'lsa, u holda *true* – (chin); agar f funksiya shu intervalda uzluksiz bo'lmasa *false* – (yolg'on) natija hosil bo'ladi. Xususan, agar $x = -\text{infinity}..+\text{infinity}$ interval berilsa, u holda f funksiya butun sonlar o'qida tekshiriladi. Aks holda uzilish nuqtasini izlashga to'g'ri keladi. Buni ikki usul bilan amalga oshirish mumkin [7]:

a) `discont(f, x)` buyrug'i yordamida, bu yerda f – uzluksizligi tekshirilayotgan funksiya, x – o'zgaruvchi. Bu buyruq birinchi va ikkinchi tipdagi uzilish nuqtalarini topish uchun qulaydir.

b) `singular(f,x)` buyrug'i yordamida, bu yerda f – uzluksizligi tekshirilayotgan funksiya, x – o'zgaruvchi. Bu buyruq o'zgaruvchining haqiqiy hamda kompleks qiymatlari uchun ikkinchi tipdagi uzilish nuqtalarini topish uchun qulaydir.

Ikkala buyruq ham natijani figurali qavslarda uzilish nuqtalarini ketma-ketligi ko'rinishida ifodalaydi. Yozuvning bunday turi set ga tegishli bo'ladi. Olingan uzilish nuqtalarini keyinchalik ishlatish uchun `convert` buyrug'ida set turidan oddiy sonli turga o'tkazish kerak bo'ladi.

Misollar

1. $y = e^{\frac{1}{x+3}}$ funksiyaning uzilish nuqtalarini toping

```
> readlib(iscont): readlib(discont):
```

```
> iscont(exp(1/(x+3)),x=-infinity..+infinity);
```

```
false
```

Bu ushbu funksiya uzluksizlik emasligini bildiradi. Shuning uchun uzilish nuqtasini quyidagi buyruq orqali topish kerak bo'ladi:

```
> discont(exp(1/(x+3)),x);
```

```
{-3}
```

2. Funksiyaning uzilish nuqtasini toping :

$$y = \tan \frac{x}{2-x}$$

```
> readlib(singular):
```

```
> iscont(tan(x/(2-x)),x=-infinity..infinity);
```

```
false
```

```
> singular(tan(x/(2-x)),x);
```

$$\{x = 2\}, \left\{x = 2 \frac{\pi (2 - \sqrt{2} + 1)}{-2 + 2 - \sqrt{2} \pi + \pi}\right\}$$

Ekstremumlar. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlari.

Funksiyaning ekstremumiga tekshirish uchun `extrema(f,{cond}, x,'s')` buyrug'i ishlatiladi, bu yerda f – ekstremumi izlanayotgan funksiya, figurali qavsdagi `{cond}` o'zgaruvchi uchun cheklashlarni ko'rsatadi, x – o'sha bo'yicha ekstremumi izlanayotgan o'zgaruvchining nomi, 's' – ekstremum nuqtalarining

koordinatalarini o'zlashtiradigan o'zgaruvchining nomi beriladi. Agar figurali qavs $\{\}$ bo'sh qoldirilsa, u holda ekstremumni izlash butun sonlar o'qida amalga oshiriladi. Bu buyruqning bajarilish natijasi *set* turiga tegishli bo'ladi. Masalan:

```
> readlib(extrema): extrema(arctan(x)-ln(1+x^2)/2,{},x,'x0');x0;
```

$$\left\{\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\ln(2)\right\}$$

$$\{ \{x=1\} \}$$

Chiqarishning birinchi satrida funksiya ekstremumi, ikkinchi satrida esa shu ekstremumning nuqtasi beriladi.

Afsuski, bu buyruq nuqtalardan qaysi maksimum yoki minimum ekanligini aniqlay olmaydi.

$f(x)$ funksiyaning x o'zgaruvchi bo'yicha $x \in [x1, x2]$ intervalda maksimumini topish uchun `maximize(f,x,x=x1..x2)`, $f(x)$ funksiyaning x o'zgaruvchi bo'yicha $x \in [x1, x2]$ intervalda minimumini topish uchun `minimize(f, x, x=x1..x2)` buyruqlaridan foydalaniladi. Agar o'zgaruvchidan keyin 'infinity' yoki $x=-\text{infinity}..\text{infinity}$ interval ko'rsatilsa, u holda `maximize` va `minimize` buyruqlari butun sonlar o'qida mos ravishda maksimum va minimumlarni haqiqiy hamda kompleks sonlar to'plamidan izlaydi. Agar bu parametrlar ko'rsatilmasa, u holda maksimum va minimumlarni izlash faqat haqiqiy sonlar to'plamida amalga oshiriladi. Masalan:

```
> maximize(exp(-x^2),{x});
```

1

Bu buyruqlarning kamchiliklari shundan iboratki, ular mos ravishda maksimum va minimum nuqtalarda faqat funksiyaning qiymatini beradi. Buning uchun, $y=f(x)$ funksiyaning ko'rsatilgan (max yoki min) xarakterda va (x, y) koordinatada ekstremumga tekshirish masalasini to'liq hal qilish uchun eng avval `>extrema(f,{},x,'s');`; buyrug'ini, so'ngra `maximize(f,x);` `minimize(f,x)` buyruqlarini bajarish kerak bo'ladi. Shundan keyin, barcha ekstremumlarning koordinatalari to'liq topilgan va ularni xarakterlari (max va min) aniqlangan bo'ladi.

maximize va minimize buyruqlar absolyut ekstremumlarni tez topadi, lekin lokal ekstremumlarni har doim ham topish uchun qulay emas. extrema buyrug'i funksiya ekstremumga ega bo'lmaganda ham kritik nuqtalarini hisoblaydi. Bunday holda birinchi chiqarish satridagi ekstremal qiymatlar ikkinchi satrda hisoblangan kritik qiymatlardan kichik bo'ladi. $f(x)$ funksiyaning $x=x_0$ nuqtada topilgan ekstremumining xarakterini aniqlash mumkin, buning uchun esa shu nuqtada ikkinchi tartibli hosilasi hisoblanadi va uning ishorasiga qarab xulosa qilinadi: agar $f''(x_0) > 0$ bo'lsa, u holda x_0 nuqtada min, aks holda agar $f''(x_0) < 0$ bo'lsa max.

Maksimum va minimum nuqtalarning koordinatalarini topish uchun bu buyruqning parametrlarida o'zgaruvchidan keyin vergul bilan location so'zi yoziladi. Natijasda chiqarish satrida funksiyaning maksimumi (minimumi)dan keyin figurali qavsda maksimum (minimum) nuqtalari chiqariladi.

Masalan: `> minimize(x^4-x^2, x, location);`

$$-\frac{1}{4}, \left\{ \left[\left\{ x = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \right\}, -\frac{1}{4} \right], \left[\left\{ x = \frac{1}{2}\sqrt{2} \right\}, -\frac{1}{4} \right] \right\}$$

Chiqarish satrida minimum koordinatalari hamda bu nuqtada funksiya qiymatlari hosil bo'ldi.

Misollar

$$1. \ y := \frac{1}{2} \left(x^2 - \frac{1}{2} \right) \arcsin(x) + \frac{1}{4} x \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{12} \pi x^2 \text{ berilgan bo'lsa max va min ni}$$

toping.

`> readlib(extrema);`

`> y:=(x^2-1/2)*arcsin(x)/2+x*sqrt(1-x^2)/4-Pi*x^2/12: extrema(y,{ },x,'s');s;`

$$\left\{ -\frac{1}{24} \pi + \frac{1}{16} \sqrt{3}, -\frac{1}{4} \arcsin(0) \right\}$$

$$\left\{ \left\{ x = \frac{1}{2} \right\}, \left\{ x = 0 \right\} \right\}$$

Bu buyruqning bajarilishi natijasida funksiya ekstremumlari va ekstremum nuqtalari topilgan. Shunday qilib $(0,0)$ va $(1/2, -\pi/24 + \sqrt{3}/16)$ nuqtalarda ekstrumum topilgan. Faqatgina ulardan qaysi biri maksimum va qaysi minimum ekanligini aniqlash qoldi. Buning uchun maximize va minimize buyruqlari ishlatiladi.

> readlib(maximize):readlib(minimize):

> ymax:=maximize(y,{x});

> ymin:=minimize(y,{x});

2. $x \in [1, 2]$ intervalda $f(x) = x^2 \ln x$ ning eng katta va eng kichik qiymatlarini toping. Tering:

> f:=x^2*ln(x): maximize(f, x=1..2);

4 ln(2)

> minimize(f,x):simplify(%);

$-\frac{1}{2}e^{(-1)}$

3. $y := \frac{x^3}{4-x^2}$ funksiya ekstremumini toping va ikkinchi tartibli hosila orqali

uning xarakterini aniqlang. Tering:

> restart:y:=x^3/(4-x^2): readlib(extrema):readlib(maximize):

>readlib(minimize): extrema(y,{x,s});

$\{-3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}\}$

$\{\{x = 2\sqrt{3}\}, \{x = -2\sqrt{3}\}, \{x = 0\}\}$

Ikkita ekstremum va uchta kritik nuqtalar hosil bo'ldi. Tekshirishni ikkinchi tartibli hosila yordamida davom ettirish mumkin:

> d2:=diff(y,x\$2): x:=0: d2y(x):=d2;

d2y(0):=0

> x:=2*sqrt(3):d2y(x):=d2;

$d2y(2\sqrt{3}) := -\frac{3}{4}\sqrt{3}$

> x:=-2*sqrt(3):d2y(x):=d2;

$d2y(-2\sqrt{3}) := \frac{3}{4}\sqrt{3}$

Xuddi shunday, $y''(0) = 0$, ya'ni $x=0$ nuqtada ekstremum yo'q; xuddi shunday $y''(2\sqrt{3}) < 0$, ya'ni $x = 2\sqrt{3}$ nuqtada max bo'ladi; xuddi shunday $y''(-2\sqrt{3}) > 0$, ya'ni $x = -2\sqrt{3}$ nuqtada min bo'ladi. Matn rejimiga o'ting va javobni quyidagi ko'rinishda yozing: “ $(2\sqrt{3}, -3\sqrt{3}/4)$ nuqtada maksimum , $(-2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}/4)$ nuqtada minimum ”.

Funksiyani umumiy sxema bo'yicha tekshirish:

$f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasi funksiyani uzluksizlikka tekshirilgandan keyin to'liq ko'rsatilishi mumkin.

$f(x)$ funksiyaning uzluksizligi va uzilish nuqtalari quyidagi sxema bo'yicha amalga oshiriladi:

```
> iscont(f, x=-infinity..infinity);
```

```
> d1:=discont(f,x);
```

```
> d2:=singular(f,x);
```

$d1$ va $d2$ o'zgaruvchilar 1 va 2 turdagi uzilish nuqtalarining koordinatasi x ning qiymatini o'zlashtiradi (agar ular topilgan bo'lsa).

Asimptotalar. Cheksiz uzilish nuqtalari $f(x)$ funksiya grafigining vertikal asimptotalarini aniqlaydi. Vertikal asimptota tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

```
> yr:=d2;
```

$f(x)$ funksiyaning cheksizlikdagi holati egilgan (egri) asimptotani xarakterlaydi (agar u mavjud bo'lsa). Egri asimptota tenglamasi $y=kx+b$, bu yerda koeffitsiyentlar quyidagi formulalar bo'yicha hisoblanadi:

$$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{va} \quad b := \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - kx.$$

$x \rightarrow \infty$ uchun ham xudi shu formulalar. Shuning uchun egri asimptotani topish quyidagi sxema bilan amalga oshiriladi:

```
> k1:=limit(f(x)/x, x=+infinity);
```

```
> b1:=limit(f(x)-k1*x, x=+infinity);
```

```
> k2:=limit(f(x)/x, x=-infinity);
```

```
> b2:=limit(f(x)-k2*x, x=-infinity);
```

Ko'p hollarda, $k1=k2$ va $b1=b2$ bo'ladi, bunday holda bitta asimptota bo'ladi. Shuni hisobga olgan holda asimptota tenglamasi tuziladi:

```
> yn:=k1*x+b1;
```

Ekstremumlar: $f(x)$ funksiyani ekstremumga tekshirish quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:

```
> extrema(f(x), {}, x, 's');
> s;
> fmax:=maximize(f(x), x);
> fmin:=minimize(f(x), x);
```

Bu buyruqning bajarilish natijasida $f(x)$ funksiyaning barcha maksimum va minimumlarining (x, y) koordinatalari topiladi.

Grafiklarni yasash: $f(x)$ funksiyaning grafigini chizish – bu funksiyani tekshirishning oxirgi bosqichi hisoblanadi. Rasmda tekshirilayotgan $f(x)$ funksiyaning grafigi bilan birga max va min nuqtalarining koordinatalari ko'rsatilgan punktirli chiziqlar orqali uning barcha asimptotalari beriladi.

Maple muhitida ifodalarni ayniy almashtirish.

*Maple*da matematik formulalarni analitik almashtirishlarni o'tkazish uchun keng imkoniyatlar mavjud. Ularga soddalashtirish, qisqartirish, ko'paytuvchilarga ajratish, qavslarni ochish, ratsional kasrni normal ko'rinishga keltirish va hokazo shunga o'xshash ko'plab amallarni keltirish mumkin.

Almashtirish bajarilayotgan matematik formulalar quyidagicha yoziladi:

```
> y:=f1=f2; bu yerda y – ifodaning ixtiyoriy nomi, f1 – formulaning chap tomonining shartli belgilanilishi, f2 – formulaning o'ng tomonining shartli belgilanilishi.
```

Ifodaning o'ng tomonini ajratish $\text{rhs}(\text{eq})$, chap tomonini ajratish $\text{lhs}(\text{eq})$ buyrug'i orqali bajariladi. Masalan:

```
> y:=a^2-b^2=c;
```

```
y:=a^2-b^2=c
```

```
> lhs(eq);
```

```
a^2-b^2
```

```
> rhs(eq);
```

```
c
```

a/b ko'rinishida rasional kasr berilgan bo'lsa, u holda uning surati va maxrajini ajratish mos ravishda $\text{numer}(\text{ifoda})$ va $\text{denom}(\text{ifoda})$, buyruqlari yordamida bajariladi. Masalan:

> f:=(a^2+b)/(2*a-b);

$$f = \frac{a^2 + b}{2a - b}$$

> numer(f);

a²+b

> denom(f);

2a-b

Ixtiyoriy ifodada qavslarni ochib chiqish expand (ifoda) buyrug'i bilan amalga oshiriladi. Masalan:

> y:=(x+1)*(x-1)*(x^2-x+1)*(x^2+x+1);

y := (x + 1) (x - 1) (x² - x + 1) (x² + x + 1)

> expand(y);

-1 + x⁶

expand buyrug'i qo'shimcha parametrga ega bo'lishi mumkin va u qavslarni ochishda ma'lum bir ifodalarni o'zgarishsiz qoldirish mumkin.

Masalan, $\ln x + e^x - y^2$ ifodaning har bir qo'shiluvchisini $(x+a)$ ifodaga ko'paytirish talab qilingan bo'lsin. U holda buyruqlar satriga quyidagini yozish kerak bo'ladi:

> expand((x+a)*(ln(x)+exp(x)-y^2), (x+a));

(x + a) ln(x) + (x + a) e^x - (x + a) y²

Maple muhitida ko'phad sifatida quyidagi ifoda tushuniladi:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Ko'phadlarning koeffitsiyentlarini ajratish uchun quyidagi funksiyalar ishlatiladi:

coeff(p, x) – ko'phadda x oldidagi koeffitsiyentni aniqlaydi;

coeff(p,x,n) - n-darajali had oldidagi koeffitsiyentni aniqlaydi;

coeff(p,x^n) - ko'phadda x^n oldidagi koeffitsiyentni aniqlaydi;

coeffs(p, x, 't') – x o'zgaruvchiga tegishli barcha o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentni aniqlaydi.

Misollar.

> p:=2*x^2 + 3*y^3 - 5: coeff(p,x,2);

2

> coeff(p,x^2);

```

2
> coeff(p,x,0);
 $3y^3 - 5$ 

> q:=3*a*(x+1)^2+sin(a)*x^2*y-y^2*x+x-a:coeff(q,x);
 $6a - y^2 + 1$ 

> s := 3*v^2*y^2+2*v*y^3;
 $s := 3v^2y^2 + 2vy^3$ 

> coeffs( s );
3, 2

> coeffs( s, v, 't' );
 $2y^3, 3y^2$ 

> t;
 $v, v^2$ 

```

lcoeff- funksiyasi ko'phadning katta , tcoeff - funksiyasi kichik ko'effitsiyentini aniqlaydi. Bu funksiyalar quyidagicha beriladi: lcoeff(p), tcoeff(p), lcoeff(p, x), tcoeff(p, x), lcoeff(p, x, 't'), tcoeff(p, x, 't').

Misollar

```

> s := 3*v^2*w^3*x^4+1;
 $s := 3v^2w^3x^4 + 1$ 

> lcoeff(s);
3

> tcoeff(s);
1

> lcoeff(s, [v,w], 't');
 $3x^4$ 

```

degree(a,x);– funksiyasi ko'phadning eng yuqori darajasini, ldegree(a,x); – funksiyasi eng kichik darajasini aniqlaydi.

Misollar

```

> degree(2/x^2+5+7*x^3,x);
3

> ldegree(2/x^2+5+7*x^3,x);
-2

```

> degree(x*sin(x),sin(x));

1

> degree((x+1)/(x+2),x);

FAIL

Ko'phadlarni ko'paytuvchilarga ajratish factor(ifoda) orqali amalga oshiriladi.

Masalan:

> p:=x^5-x^4-7*x^3+x^2+6*x;

$$p := x^5 - x^4 - 7x^3 + x^2 + 6x$$

> factor(p);

$$x(x-1)(x-3)(x+2)(1+x)$$

Ko'phadlarning haqiqiy va kompleks ildizlarini topish uchun solve(p,x); buyrug'i ishlatiladi. Shu bilan birga quyidagi buyruqlar ham mavjud: roots(p);, roots(p, K); , roots(p, x);, roots(p,x, K);.

Misollar

> p := x^4-5*x^2+6*x=2;

$$p := x^4 - 5x^2 + 6x = 2$$

> solve(p,x);

$$1, 1, \sqrt{3} - 1, -1 - \sqrt{3}$$

> roots(x^3+(-6-b-a)*x^2+(6*a+5+5*b+a*b)*x-5*a-5*a*b,x);

$$[[5, 1]]$$

> roots(x^4-4, sqrt(2));

$$[[\sqrt{2}, 1], [-\sqrt{2}, 1]]$$

Kasrni normal ko'rinishga keltirish uchun normal (ifoda) buyrug'idan foydalaniladi. Masalan:

> f:=(a^4-b^4)/((a^2+b^2)*a*b);

$$f := \frac{a^4 - b^4}{(a^2 + b^2) a b}$$

> normal(f);

$$\frac{a^2 - b^2}{b a}$$

Ifodalarni soddalashtirish simplify(ifoda); buyrug'i orqali bajariladi.

Masalan:

> y:=(cos(x)-sin(x))*(cos(x)+sin(x)):

> simplify(y);

$$2 \cos(x)^2 - 1$$

Ifodada o'xshash hadlarni ixchamlash `collect(y,var)` buyrug'i orqali amalga oshiriladi, bu yerda `y` – ifoda, `var` – o'zgaruvchi nomi.

`simplify` buyrug'ida parametr sifatida qaysi ifodani almashtirish kerakligi ko'rsatiladi. Masalan, `simplify(y,trig)` buyruqning bajarilishida katta sondagi trigonometrik munosabatlardan foydalanib soddalashtirishlar amalga oshiriladi.

Standart parametrlar quyidagicha nomlanadi: `power` – darajali almashtirishlar uchun; `radical` yoki `sqrt` – ildizlarni almashtirishlar uchun; `exp` – eksponentali almashtirish uchun; `ln` – logarifmlarni almashtirish uchun. Parametrlardan foydalanish `simplify` buyrug'ini samarali ishlashini oshiradi.

Darajali funksiyalar ko'rsatkichlarini birlashtirish yoki trigonometrik funksiyalar darajasini pasaytirish `combine(y,param)` buyrug'i yordamida bajariladi, bu yerda `y` – ifoda, `param` – qanday turdagi funksiyaga almashtirish lozimligi ko'rsatuvchi parametr, masalan, `trig` – trigonometrik uchun, `power` – darajali uchun. Masalan:

> combine(4*sin(x)^3, trig);

$$-\sin(3x) + 3 \sin(x)$$

Faqat kvadrat ildiz, balki boshqa ildizlarga ega bo'lgan ifodalarni soddalashtirish uchun `radnormal(ifoda)` buyrug'i ishlatiladi.

Masalan:

> sqrt(3+sqrt(3)+(10+6*sqrt(3))^(1/3))=radnormal(sqrt(3+sqrt(3)+(10+6*sqrt(3))^(1/3)));

$$\sqrt{3 + \sqrt{3} + (10 + 6\sqrt{3})^{(1/3)}} = 1 + \sqrt{3}$$

`convert(y, param)`; buyrug'i yordamida ifoda ko'rsatilgan turga almashtiriladi, bu yerda `y` – ifoda, `param` – ko'rsatilgan tur.

Umuman olganda, `convert` buyrug'idan juda keng miqyosda foydalanish mumkin. U bir turdagi ifodani boshqa turga o'tkazadi.

Agar barcha buyruqlarning imkoniyatlari to'g'risida to'liq ma'lumotga ega bo'lmoqchi bo'lsangiz, ma'lumotlar tizimiga murojoat qilish kerak bo'ladi: >? buyruq;. Masalan: ?convert;

Misollar.

1. $p := x^3 + 4x^2 + 2x - 4$ ko'phadni ko'paytuvchilarga ajrating:

> factor(x^3+4*x^2+2*x-4);

$(x + 2)(x^2 + 2x - 2)$.

2. Ifodani soddalashtiring: $\frac{1 + \sin(2x) + \cos(2x)}{1 + \sin(2x) - \cos(2x)}$.

Buyruqlar satrida teramiz:

> y:=(1+sin(2*x)+cos(2*x))/(1+sin(2*x)-cos(2*x));

> convert(y, tan);

> y=normal(%);

$\frac{1 + \sin(2x) + \cos(2x)}{1 + \sin(2x) - \cos(2x)} = \frac{1}{\tan(x)}$.

3. Ifodani soddalashtiring: $3 \sin(x)^4 + 3 \cos(x)^4 - 2 \sin(x)^6 - 2 \cos(x)^6$. Buning uchun quyidagini teramiz:

> y:=3*(sin(x)^4+cos(x)^4)-2*(sin(x)^6+cos(x)^6);

> y=combine(y, trig);

$3 \sin(x)^4 + 3 \cos(x)^4 - 2 \sin(x)^6 - 2 \cos(x)^6 = 1$

Xulosa

Maple dasturi matematik paketlardan hisoblanib, bunda matematikaga oid deyarli barcha masalalarni bajarish imkoniyati mavjud. Hazirgi kunda bunga o'xshash juda ko'p matematik paketlar mavjud. II-BOBda Maple dasturi bilan ishlash uchun kerak bo'ladigan asosiy amallar keltirilgan. Maple dasturida oddiy hisoblashlar qanday amalga oshiriladi, funksiyalarni tasvirlash, funksiya hosilasini, boshlang'ichini, integralini va limitini hisoblashda simvolik hisoblashlardan foydalanish usullari keltirilgan. Bundan tashqari Maple dasturida ifodalarni soddalashtirish, ayniy almashtirish usullari va birining natijasidan ikkinchisida foydalanish usullari keltirilgan.

XOTIMA

Mathcad dasturi matematik paketlardan hisoblanib, bunda matematikaga oid deyarli barcha masalalarni bajarish imkoniyati mavjud. Hazirgi kunda bunga o'xshash juda ko'p matematik paketlar mavjud. I-BOBda Mathcad dasturi bilan ishlash uchun kerak bo'ladigan asosiy amallar keltirilgan. Mathcad dasturida oddiy hisoblashlar qanday amalga oshiriladi, funksiyalarni tasvirlash, funksiya hosilasini, boshlang'ichini, integralini va limitini hisoblashda simvolik hisoblashlardan foydalanish usullari keltirilgan. Bundan tashqari Mathcad dasturida ifodalarni soddalashtirish, ayniy almashtirish usullari va birining natijasidan ikkinchisida foydalanish usullari keltirilgan. Bilamizki ifodalarni soddalashtirish va uni ixcham ko'rinishda keltirish juda katta ahamiyatga ega, Mathcad dasturi esa mana shunday imkomiyatlarga ega bo'lgan dastur hisoblanadi. Mathcad dasturida funksiya qanday kiritiladi va funksiyalarni tasvirlashning qanaqa usullari mavjud, shular to'g'risida to'liq ma'lumotlar kiritilgan.

Maple dasturi matematik paketlardan hisoblanib, bunda matematikaga oid deyarli barcha masalalarni bajarish imkoniyati mavjud. Hazirgi kunda bunga o'xshash juda ko'p matematik paketlar mavjud. II-BOBda Maple dasturi bilan ishlash uchun kerak bo'ladigan asosiy amallar keltirilgan. Maple dasturida oddiy hisoblashlar qanday amalga oshiriladi, funksiyalarni tasvirlash, funksiya hosilasini, boshlang'ichini, integralini va limitini hisoblashda simvolik hisoblashlardan foydalanish usullari keltirilgan. Bundan tashqari Maple dasturida ifodalarni soddalashtirish, ayniy almashtirish usullari va birining natijasidan ikkinchisida foydalanish usullari keltirilgan.

Bilamizki ifodalarni soddalashtirish va uni ixcham ko'rinishda keltirish juda katta ahamiyatga ega, Maple dasturi esa mana shunday imkomiyatlarga ega bo'lgan dastur hisoblanadi. Maple dasturida funksiya qanday kiritiladi va funksiyalarni tasvirlashning qanaqa usullari mavjud, shular to'g'risida to'liq ma'lumotlar kiritilgan.

ADABIYOTLAR.

1. Karimov I.A.Yuksak malakali mutaxassislar –taraqqiyot omili. T., O'zbekiston, 1995 y. 20 – 22b.
2. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. 30-35б
3. Mathcad 2000: uchebniy kurs. V. Dyakonov. M.: 2002-880ст.
4. Mathcad 6.0 Plus. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95./ перевод с англ. -М.: 1996-712ст.
5. А. Матросов. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001. 36-40б
6. Дьяконов В. П. Maple 7. Учебный курс. СПб.:ПИТЕР, 2002. 41-43б
7. Дьяконов В. П. Maple 8 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2003. 44-48б
8. Васильев А. Н. Maple 8. Самоучитель. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 35-40б
9. Сдвижков О. А. Математика на компьютере: Maple 8. М.: СОЛОН-Пресс, 2003. 50-60б
10. Дьяконов В. П. Maple 7. Учебный курс. СПб.:ПИТЕР, 2002.
(<http://www.maplesoft.com/books/>).