

**O`ZBEKISTON ALOKA VA AXBOROTLASHTIRISH VA
TELEKOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI DAVLAT
QO`MITASI**

**TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI
NUKIS FILIALI**

Informatika va axborot texnologiyalari
kafedrası

Axborot texnologiyalari fakul`teti «Informatika va axborot texnologiyalari»
yunalishi bo`yicha
4-kurs talabasi Aytimov Ruslanning

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Mavzu: MathCad tizimida transport masalasini Venger usuli yordamida
yechish.

Ilimiy raxbar:_____prof: Uteuliev N.U

Kafedra mudiri:_____t.f.k. Arzimbetov T.Z

NUKUS – 2014 y.

MUNDARIJA

Kirish	3
§1. Transport masalasi va uning matematik modeli.....	5
1.1. Ba`zi transport masalalarining matematik modellari.....	7
§2. Transport masalasining dastlabki rejasini topish usullari.	10
2.1. «Shimoliy-g`arbiy burchak» usuli.	10
2.2. Eng kam xarajatlar usuli.	12
§3. Transport masalasini yechishning potentsiallar usuli.	14
3.1. Ba`zi transport masalalarni potentsiallar usuli bilan yechish.	15
§4. Transport masalasini yechishning Venger usuli.	20
4.1. Tanlash masalasi uchun Venger usuli.	20
4.2. Venger usuli algoritmini ta`riflash.	21
4.3. Venger usulini transport masalasini yechish uchun qo`llanish.	25
4.4. Venger usulini asoslash.....	28
4.5. Venger usulining algoritmini ta`riflash.....	34
§5. MathCAD tizimi yordamida transport masalasini yechish.	44
5.1. Mathcad tizimi haqida.....	44
XULOSA	48
Foydalanilgan adabiyotlar.....	49

Kirish

Hozirgi kunda chiziqli dasturlashning transport masalasi har xil iqtisodiy masalalarni nazariy jihatdan asoslash va rejalashtirish amaliyotida keng qo'llanilib kelmoqta. U ko'pincha sanoat va qishloq xo'jaligining eng ahamiyatli rejalashtirish amaliyotida kengdan qo'llaniladi, u ko'pincha sanoat va qishloq xo'jaligining eng ahamiyatli mahsulotlarini etkazib berishda, shuning bilan birga yuk tashishning va transportning har xil turlarining ishlarini optimal rejalashtirishda judayam alohida ahamiyatga ega bo'ladi.

Transport masalasi chiziqli dasturlashtirish masalasi bo'lganligidan, uni simpleks usuli bilan yechishga bo'ladi. Biroq, simpleks usulini transport masalasini yechishga bevosita qo'llanish maqsadga muvofiq kelmaydi. Sababi, bu usul chiziqli dasturlashtirishning xoxlagan masalasini yechishning har tomonlama (universal) usuli bo'lib topiladi lekin u transport masalasining chegaraviy shartlarining o'zgachiliklarini hisobga olmaydi. Shuning uchun transport masalasini yechishga simpleks usulini qo'llanish katta hajmdagi hisoblash ishlarini bajarishni talab etadi.

Transport masalasining chegaraviy shartlarining koeffitsientlaridan tuzilgan $A = (a_{ij}) \ (i = \overline{1, m}; \ j = \overline{1, n})$ matritsasining elementlari 0 va 1 raqamlaridan iborat bo'lib, uning har bir ustunidagi faqat ikki element noldan farqli, va qolgan elementlari nolga teng bo'ladi. Bu masalaning chegaraviy tizimining matritsasining ko'rsatilgan xossasi hisobga olinib, uni yechishning, simpleks usuli bilan solishtirganda ancha oddiy va qo'llanish uchun qo'layli, maxsus usullari ishlanib chiqilgan. Ular, simpleks usuli kabi, dastlab masalaning boshlang'ich tayanich yechimini, va so'ngidan uni yaxshilab o'tirib, optimal yechimini topishga mumkinchilik beradi. Bunday usullarga transport masalasini yechishning potentsiallar va Venger usullarini aytib o'tishga bo'ladi.

Xozirgi davrda chiziqli dasturlashning maxsus bo'limi bo'lgan transport masalalarini yechishning sonli usullarini ishlab chiqish va etishtirish bo'yicha bir qancha ilmiy ishlar olib borilmoqda.

Bu yo`nalishni rivojlantirishda olamga belgili olimlardan e.G.Golishteyn, G.Vagner, Yu.M.ermolev, I.N.Lyashenko, Yu.P.Zaychenko, Yu.D.Popovlarning ilmiy mehnatlarini aytib o`tish o`rinli bo`ladi.

Transport masalasi birinchi marta 1939-yil rus olimi A.N.Tolstoy va 1941-yili amerikalik olim F.Xichko tamonidan qo`yilgan.

Bu transport masalasini yechish algoritmlarini tadbiq etish [1,2,3,4,5,6,9] mexnatlarida aks etilgan.

Bu bitiruv malakaviy ishida MathCad tizimida transport masalasini Venger usuli yordamida yechish masalasi qaraladi.

Bitiruv malakaviy ishi kirish, 5 paragraf, xulosa va foydalangan adabiyotlar ro`yxatidan iborat.

Ishning kirish qismida qo`yilgan masalaning ahamiyati va uning tarkibi ko`rib chiqiladi.

Ishning 1- paragrafida Transport masalasi va uning matematik modeli ko`rib chiqilgan.

Ishning 2-paragrafida Transport masalasining dastlabki yechimini topish usullari qarab o`tilgan.

Ishning 3-paragrifida Transport masalasini yechishning potentsiallar usuli qaralgan.

Ishning 4–paragrifida transport masalasini yechishning Venger usuli ko`rib o`tilgan.

Ishning 5–paragrifida MathCAD tizimi yordamida transport masalasini yechish ko`rib o`tilgan.

Xulosa bo`limida bitiruv malakaviy ishida olingan natijalari ko`rsatilgan.

§1. Transport masalasi va uning matematik modeli.

Faraz qilaylik $A_1, A_2, \dots, A_m$ (omborlarda mos ravishda $a_1, a_2, \dots, a_m$ tonna bir xil mahsulotlar bo'lsin. Bu omborlardan $V_1, V_2, \dots, V_n$ do'konlarga $b_1, b_2, \dots, b_n$ tonna mahsulotlarni olib borish kerak. Bulardan tashqari i - ombordan ($i = \overline{1, m}$) j - do'konga ($j = \overline{1, n}$) bir tonna mahsulot olib borish bahosi c_{ij} ma'lum bo'lsin.

Mahsulotlarni do'konlarga olib borishning shunday rejasini tuzish kerakki, natijada yuk tashuvchi mashinalarga eng kam harajat qilinsin.

Ombordagi mollar do'konlarning talabini to'liq qanoatlantirsin, ya'ni

$$a_1 + a_2 + \dots + a_m = b_1 + b_2 + \dots + b_n \quad (1.1)$$

Agar (1.1) tenglik o'rinli bo'lsa, ya'ni ombordagi zaxira mollari bilan ehtiyojlar bir xil bo'lsa, bu holda qo'yilgan masala yopiq modeli transport masalasi (yoki yopiq transport masalasi) deyiladi. Agar ombordagi mollar ko'p, ehtiyoj esa kam yoki teskarisi bo'lsa, bu holda ochiq modeli transport masalasi (yoki ochiq transport masalasi) deyiladi. Ochiq modeli transport masalasi quyidagicha yopiq modeli transport masalasiga keltiriladi.

Agar $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$ bo'lsa, ya'ni omborlardagi zaxira mollar (ta'minlovchilar) soni ko'p, do'konlar (ehitiyoj ya'ni iste'molchilar) soni kam bo'lsa, biror soxta V_{n+1} do'kon (iste'molchi) kiritib, unga boradigan mahsulotni

$b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$ deb belgilab, narxni esa $c_{in+1} = 0$ deb olish kerak. Agar

$a_1 + \dots + a_m < b_1 + \dots + b_n$ bo'lsa, ya'ni do'konlar (ehitiyoj, ya'ni iste'molchilar) soni ko'p bo'lib, ombordagi zaxira mollar (ta'minlovchilar) soni kam bo'lsa, bu holda ham biror soxta A_{m+1} ombor (ta'minlovchi) kiritib, undagi mahsulot miqdorini

$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$ tonna orqali belgilab, $c_{m+1j} = 0$ deb olish kifoyadir.

Teorema 1.1. Har qanday transport masalasining yechimga ega bo'lishi uchun undagi zaxira mahsulotlari miqdori bilan iste'molchilar talabi (ehitiyojlar) o'zaro teng bo'lishi zarur va kifoya.

i -ombordan j -do'konga tushiriladigan mahsulot miqdorini x_{ij} tonna deb belgilab, masala shartlarining hammasini quyidagi jadvalga kiritaylik.

Omborlar	mahsulotlar	do'konlar				
		V_1	V_2	V_3	...	V_n
A_1	a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	...	c_{1n} x_{1n}
A_2	a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	...	c_{2n} x_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	...	...	...	...	...

A_m	a_m	c_{m1} X_{m1}	c_{m2} X_{m2}	c_{m3} X_{m3}	...	c_{mn} X_{mn}
ehtiyojlar		b_1	b_2	b_3	...	b_n

Masalan, x_{23} deganimiz 2-ombordan 3-do`konga tushirilgan mahsulotning miqdori tonnada,  $c_{23}$  esa shu tushirilgan mahsulotning narxi. Bu holda maqsad funktsiyamiz, ya`ni barcha mahsulotlarni do`konlarga olib borish uchun ketgan xarajatni ifodalovchi funktsiyamiz:

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + \dots + c_{mn}x_{mn} \quad (1.2)$$

ko`rinishda bo`ladi. Agar hamma mahsulotlarning do`konlarga to`liq etkazib berilganligini va do`konlarning ehtiyojlari qanoatlantirilganligini e`tiborga olsak, quyidagi tenglamalar sistemasi kelib chiqadi.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2 \\ \hline x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m \\ x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2 \\ \hline x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n \\ x_{ij} \geq 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right. \quad (1.3)$$

$x_{ij} \geq 0$ bo`lishi ravshan, chunki, agar  $x_{ij} = 0$  bo`lsa, do`konlarga hech qanday mahsulot etkazilmagan bo`lar edi.

Shunday qilib, qo`yilgan masalaning matematik modeli quyidagicha bo`ladi:

(1.3) da $m+n$ ta chiziqli tenglamalar sistemasining shunday manfiy bo`lmagan o`rinli yechimlarini topaylikki, natijada (1.2) maqsad funktsiya eng kichik (minimum) qiymatga erishsin.

(1.2) va (1.3) munosabatlarni quyidagicha qulayroq ko`rinishda ham yozish mumkin.

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i (i = \overline{1, m}) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j (j = \overline{1, n}) \end{array} \right\} \quad (1.5)$$

1.1. Baʼzi transport masalalarining matematik modellari.

1.1.1.-masala. (Guruch masalasi). Faraz qilaylik shahardagi ikkita A_1 , A_2 omborlardan uchta V_1 , V_2 , V_3 doʻkonlarga bir xil mahsulot olib borish kerak.

A_1 omborda 40 tonna, A_2 omborda 30 tonna guruch boʻlib, V_1 doʻkonga 20 tonna, V_2 doʻkonga 35 tonna, V_3 doʻkonga esa 15 tonna guruch joʻnatish kerak boʻlsin. A_1 ombordan 1 tonna guruchni V_1 , V_2 , V_3 doʻkonlarga etkazib berish uchun ketadigan transport xarajati mos ravishda 5, 6, 8 soʻm, A_2 ombordan esa mos ravishda 7, 3, 11 soʻm boʻlsin.

A_1 ombordan V_1 , V_2 , V_3 doʻkonlarga tushiriladigan guruch miqdorini mos ravishda x_{11} tonna, x_{12} tonna va x_{13} tonna, A_2 ombordan keltiriladigan guruch miqdorini esa mos ravishda x_{21} tonna, x_{22} tonna va x_{23} tonna deylik. Bu guruchni doʻkonlarga etkazishning shunday rejasini tuzaylikki, natijada sarf qilinadigan transport xarajatlari eng kam boʻlsin. Masalaning hamma shartlarini quyidagi jadvalda keltiraylik:

Omborlar	Maxsulot miqdori (tonna)	Doʻkonlar		
		V_1	V_2	V_3
A_1	40	5 x_{11}	6 x_{12}	8 x_{13}
A_2	30	7 x_{21}	3 x_{22}	11 x_{23}
ehtiyotlar		20	35	15

Bu holda guruchlarni doʻkonlarga olib borish uchun sarflanadigan transport xarajati quyidagi funktsiya orqali aniqlanadi.

$$f = 5x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 7x_{21} + 3x_{22} + 11x_{23} \quad (1.1.1)$$

Masalalarning shartidan yaʼni jadvaldan koʻrinadiki, x_{11} , x_{12} , x_{13} , x_{21} , x_{22} , x_{23} miqdorlar orasida quyidagicha bogʻlanish boʻlishi ravshan:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 40 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 30 \\ x_{11} + x_{21} &= 20 \\ x_{12} + x_{22} &= 35 \\ x_{13} + x_{23} &= 15 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.2)$$

x_{ij} ($i, j = 1, 3$) larning hammasi bir paytda nol boʻlishi mumkin emas, aks holda bironta doʻkonga ham guruch olib borilmagan boʻlar edi. Shuning uchun $x_{ij} \geq 0$ deb olamiz.

Qo'yilgan masalaning matematik modeli quyidagicha: (1.1.2) algebraik tenglamalar sistemasining shunday manfiy bo'lmagan $x_{11} = x_{11}^0$, $x_{12} = x_{12}^0, \dots, x_{23} = x_{23}^0$ yechimlarini topaylikki, natijada (1.1.1) maqsad funktsiya eng kichik qiymatga ega bo'lsin. Bu esa transportlar uchun ketgan xarajat eng kam bo'lishini ta'minlaydi. Bu masalaning yechimlarini keyinchalik shimoliy-g'arbiy burchak usuli va eng kam xarajatlar usuli bilan hosil qilamiz.

1.1.2-masala. (Shakar masalasi). Faraz qilaylik shahardagi uchta A_1, A_2, A_3 omborlardan uchta V_1, V_2, V_3 do'konlarga shakar olib borish kerak bo'lsin.

A_1 omborda 80 tonna, A_2 omborda 25 tonna, A_3 omborda esa 35 tonna shakar bo'lib, V_1 do'konga 30 tonna, V_2 do'konga 10 tonna, V_3 do'konga esa 90 tonna shakar jo'natish kerak bo'lsin.

A_1 ombordan 1 tonna shakarni V_1, V_2, V_3 do'konlarga etkazib berish uchun ketadigan transport xarajati mos ravishda 4, 3, 4 so'm, A_2 ombordan esa mos ravishda 5, 1, 2 so'm, A_3 ombordan esa mos ravishda 3, 4, 7 so'm bo'lsin.

Omborlarda shakarlar ko'p, ehtiyoj esa kam bo'lgani uchun, qo'yilgan masala ochiq transport masalasi bo'ladi. Shuning uchun soxta V_4 do'kon kiritib, unga jo'natiladigan shakar miqdorini 10 tonna deb, qo'yiladigan narxni esa 0 so'm deb hisoblaylik. Bu holda ochiq transport masalamiz yopiq transport masalasiga keladi.

A_1 ombordan V_1, V_2, V_3, V_4 do'konlarga tushiriladigan shakar miqdorini mos ravishda $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ tonna; A_2 ombordan keltiriladigan shakar miqdorini esa, mos ravishda $x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}$ tonna; A_3 ombordan keltiriladigan shakar miqdorini esa mos ravishda $x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$ tonna deylik. Bu shakarlarni do'konlarga shunday etkazaylikki, natijada sarf qilinadigan transport xarajatlari eng kam bo'lsin. Masalaning hamma shartlarini quyidagi jadvalda keltiraylik:

$\begin{matrix} b_j \\ a_i \end{matrix}$	30	10	90	10
80	4 x_{11}	3 x_{12}	4 x_{13}	0 x_{14}
25	5 x_{21}	1 x_{22}	2 x_{23}	0 x_{24}
35	3 x_{31}	4 x_{32}	7 x_{33}	0 x_{34}

Bu holda shakarlarni do'konlarga olib borish uchun ketgan transport xarajati quyidagi maqsad funktsiya orqali aniqlanadi:

$$f = 4x_{11} + 3x_{12} + 4x_{13} + 5x_{21} + x_{22} + 2x_{23} + 3x_{31} + 4x_{32} + 7x_{33} \quad (1.1.3)$$

Masalalarning shartidan ya'ni jadvaldan ko'rinadiki, $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$ miqdorlar orasida quyidagicha bog'lanish bo'lishi ravshan:

$$\left. \begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 80 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 25 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 35 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 10 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 90 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 10 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.4)$$

x_{ij} ($i=1; 2; 3, j=1; 2; 3; 4$;) larning hammasi bir paytda nol bo'lishi mumkin emas, aks holda bironta ham do'konga shakar olib borilmagan bo'lar edi. Shuning uchun $x_{ij} \geq 0$ deb olamiz.

Qo'yilgan masalaning matematik modeli quyidagicha: (1.1.4) algebraik tenglamalar sistemasining shunday manfiy bo'lmagan yechimlarini topaylikki, natijada (1.1.3) maqsad funktsiya eng kichik qiymatga ega bo'lsin. Bu esa transportlar uchun ketgan xarajatning eng kam bo'lishini ta'minlaydi. Bu masalaning yechimini keyinchalik shimoliy-g'arbiy burchak usuli va eng kam xarajatlar usuli bilan hosil qilamiz.

§2. Transport masalasining dastlabki rejasini topish usullari.

2.1. «Shimoliy-gʻarbiy burchak» usuli.

Transport masalasining yechimini yaʼni optimal rejasini topish uchun dastlab biror reja topiladi. Bunday rejani topish usullaridan biri «Shimoliy-gʻarbiy burchak» qoidasidir. Bu qoida quyidagicha ifodalanadi.

Aytaylik, transport masalasi jadval koʻrinishda berilgan boʻlsin (1-jadval).

Taʼminotchi	Isteʼmolchi				Ishlab chiqarish quvvati
	B_1	B_2		B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{nm}	a_m
Talab hajmi	b_1	b_2	...	b_n	

Maqsad A_i va B_j lar ($i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}$) kesishuvdagi kataklardagi mahsulot miqdorini aniqlashdan iborat. Kataklarni toʻldirishni jadvalning shimoliy-gʻarbiy burchagidan, yaʼni A_i va B_j kesishgan katakdan boshlaymiz. Bu katakka mos keluvchi mahsulot (yuk) miqdori a_1 ga teng boʻlib, talab esa b_1 miqdordan iborat. Bu katakka a_1 va b_1 dan qaysi biri kichik boʻlsa, shuni joylashtiramiz, yaʼni

$$x_{11} = \min\{a_1; b_1\}$$

Agar $a_1 < b_1$ boʻlsa, demak, katakka a_1 , agar $b_1 < a_1$ boʻlsa esa katakka b_1 ni yozamiz. Ravshanki, $a_1 < b_1$ boʻlgan holda, 1- satrdagi boshqa barcha kataklarga 0 miqdoridagi yuk mos keladi, chunki, mavjud yukning barchasi b_1 isteʼmolchiga yuborildi. Agar $b_1 < a_1$ boʻlsa, 1- ustundagi barcha kataklarga 0 miqdor mos keladi, chunki mavjud talab 1-katakdayoq toʻla qondirildi.

Shunday qilib, birinchi qadamda 1- satr yoki 1- ustun kataklarining barchasi toʻldiriladi.

Ikkinchi qadam sifatida 2-katakni toʻldirishga oʻtamiz. Ravshanki, agar $a_1 < b_1$ boʻlsa, bu katak A_2 va B_1 kesishgan katak boʻladi. Agar $b_1 < a_1$ boʻlsa, bu katak A_1 va B_2 kesishgan katak boʻladi. Bu katakni ham avvalgi katak singari toʻldiramiz. Biroq, bu katakni toʻldirishda 1-katakka tushirilgan yukni inobatga olamiz, yaʼni, agar

$a_1 < b_1$ boʻlsa, 1-ustundagi 2- katakka

$$x_{21} = \min\{a_2; b_1 - a_1\} \quad \text{ni joylashtiramiz}$$

Agar $b_1 < a_1$ boʻlsa, 1- yoʻldagi 2- katakka

$x_{12} = \min\{a_1 - b_1; b_2\}$ ni joylashtiramiz va bu jarayon barcha katak to'lguncha davom ettiriladi.

2.1.1.-Misol. Yuqoridagi shakar masalasini ko'raylik.

$\begin{matrix} b_i \\ a_i \end{matrix}$	30	10	90	10
80	4 30	3 10	4 40	0 0
25	5 0	1 0	2 25	0 0
35	3 0	4 0	7 25	0 10

1-katakka $x_{11} = \min\{80; 30\} = 30$ ni yozamiz. Shundan so'ng, birinchi ustundagi barcha kataklarga 0 yozamiz. So'ng A_1 punktda $80 - 30 = 50$ birlik mahsulot qolganini inobatga olib, keyingi katakni, ya'ni 1-yo'l, 2-ustundagi katakni to'ldiramiz:

$$X_{12} = \min\{50; 10\} = 10$$

Ikkinchi ustunning ham qolgan kataklariga 0 lar yozamiz, kataklarni shu usulda to'ldiramiz.

$$X_{13} = \min\{40; 90\} = 40$$

$$X_{23} = \min\{25; 50\} = 25$$

$$X_{33} = \min\{35; 25\} = 25$$

Shunday qilib, quyidagi tayanch rejaga ega bo'ldik:

$$X = \{30; 10; 40; 0; 0; 0; 25; 0; 0; 0; 25; 10\}.$$

Aniqlangan tayanch rejaga mos keluvchi xarajat

$$f = 30 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 25 \cdot 2 + 25 \cdot 7 = 535 \text{ so'm bo'lar ekan.}$$

2.1.2-misol. (Guruch masalasi). Transport masalasidagi guruchlarni do'konlarga etkazish masalasini ko'raylik.

$\begin{matrix} b_i \\ a_i \end{matrix}$	20	35	15
40	5 20	6 20	8 0
30	7 0	3 15	11 15

$$x_{11} = \min(40; 20) = 20$$

$$x_{12} = \min(20; 35) = 20$$

$$x_{22} = \min(30; 15) = 15$$

$$x_{23} = \min(15; 15) = 15$$

Transport uchun ketgan eng kam xarajat

$$f = 5 \cdot 20 + 6 \cdot 20 + 3 \cdot 15 + 11 \cdot 15 = 430 \text{ so'm}$$

2.2. Eng kam xarajatlar usuli.

Shimoliy-g'arbiy usul bilan tayanch rejani topish jarayonida tashish xarajatlari C_{ij} larni e'tiborga olmadik. Shu sababdan topilgan reja optimal rejadan ancha uzoq bo'lishi mumkin. Bu esa optimal rejani topishni qiyinlashtiradi.

Agar tayanch rejani qurish jarayonida C_{ij} larni hisobga olsak, optimal rejaga ancha yaqin bo'lgan rejaga ega bo'lamiz. Shu maqsadda x_{ij} larni topishni eng kichik C_{ij} joylashgan katakdan boshlaymiz. Deylik, $C_{i_0j_0}$ eng kichik tarif bo'lsin. U xolda, agar $a_{i_0} < b_{j_0}$ bo'lsa, $x_{i_0j_0} = a_{i_0}$ bo'ladi, agar $a_{i_0} > b_{j_0}$ bo'lsa, $x_{i_0j_0} = b_{j_0}$ bo'ladi.

Shu katakka mos bo'lgan ustun yoki satrning boshqa kataklariga 0 lar yoziladi. So'ngra, navbatdagi kichik C_{ij} ga o'tamiz. Bu holda ham a_i , b_j larning miqdori o'zgarganligini e'tiborga olamiz. Barcha kataklarni shu usulda to'ldirsak, hosil bo'lgan nuqta tayanch reja bo'ladi.

2.2.1-Misol. Shakar masalasini ko'raylik.

$\begin{matrix} b_i \\ a_i \end{matrix}$	30	10	90	10
80	4 0	3 0	4 75	0 5
25	5 0	1 10	2 15	0 0
35	3 30	4 0	7 0	0 5

Eng kichik $s_{ij} = s_{22} = 1$ demak, mos katakka $x_{22} = 10$ joylashtiramiz. Demak, 2-ustunning boshqa kataklariga 0 yozamiz. Navbatdagi kichik tarif $s_{23} = 2$ dan iborat. Bu katakka 15 yozamiz. Ikkinchi yo'ning qolgan kataklariga 0 yozamiz, chunki ikkinchi omborda shakar qolmadi. Navbatdagi kichik tarif, $s_{31} = 3$, bu katakka 30 yozamiz va birinchi ustunning qolgan kataklariga 0 yozamiz. Navbatdagi kichik tarif $s_{13} = 4$, bu katakka 75 yozamiz va shu ustunning qolgan kataklariga 0 yozamiz va nihoyat, $s_{14} = 5$, $s_{34} = 5$ bo'ladi. Shunday qilib, optimal reja

$$x = (0; 0; 75; 5; 0; 10; 15; 0; 30; 0; 0; 5)$$

bo'lib, eng kam ketgan xarajat

$$f = 4 \cdot 75 + 10 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 30 \cdot 3 = 430$$

co'm bo'ladi.

2.2.2-misol. Yuqoridagi guruch masalasini ko'raylik.

Bu misolni ham 1-misol kabi eng kam xarajatlar usuli bilan echsak, quyidagi jadvaldagi yechimini olamiz:

$\begin{matrix} b_i \\ a_i \end{matrix}$	20	35	15
--	----	----	----

40	520	65	815
30	70	330	110

Demak, optimal yechim $x=(20; 5; 15; 0; 30; 0;)$ bo`lib eng kam ketgan xarajat
 $f = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 6 + 8 \cdot 15 + 3 \cdot 30 = 340$

so`m bo`lar ekan.

echilgan masalalardan ko`rinadiki, eng kam xarajatlar usuli shimoliy-g`arbiy burchak usulidan ancha afzal ekan.

§3. Transport masalasini yechishning potentsiallar usuli.

Biror usul bilan dastlabki reja aniqlab olingandan so`ng, optimal rejani topish masalasi vujudga keladi. Uni aniqlash uchun jadvaldagi har bir ta`minotchiga u_i ($i=\overline{1,m}$) potentsialni, har bir iste`molchiga  $v_j$ , ( $j=\overline{1,n}$ ) potentsialni mos qo`yamiz. Bu kattaliklarni aniqlash uchun band kataklardan foydalanamiz. Har bir band katak uchun u_i va v_j larni shunday aniqlaymizki,

$$u_1 + v_1 = c_{ij} \quad (3.1)$$

bo`lsin. Bu erda c_{ij} mos tarif narxi. Transport masalasidagi matritsa rangi

$$r(A)=m+n-1$$

bo`lganligi uchun, band kataklar soni  $m+n-1$  ta bo`lib, noma`lum potentsiallar soni esa  $n+m$  ta bo`ladi. Demak, noma`lumlarni aniqlash uchun  $m+n-1$  ta tenglamani yechishga to`g`ri keladi. Barcha noma`lumlarni aniqlash uchun noma`lumlarning ixtiyoriy bittasini 0 deb olib so`ngra qolganlarini topamiz. So`ngra, barcha bo`sh kataklar uchun yordamchi tarifni, ya`ni

$$c_{ke}^1 = u_k + v_e \text{ (soxta tarif)}$$

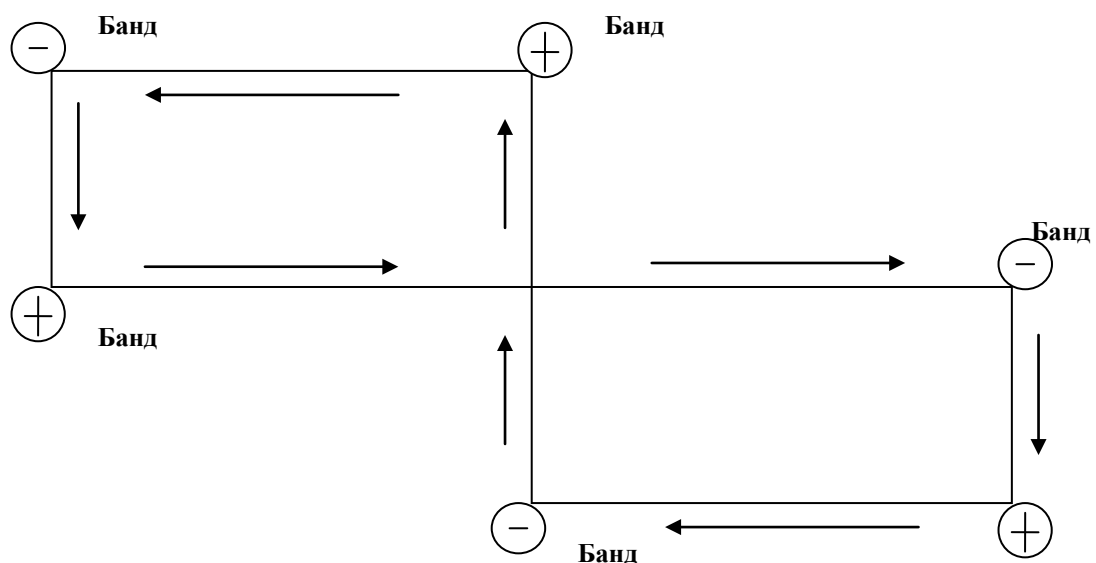
ni aniqlaymiz. Bu erda k, e -bo`sh katak indeksleri. Undan keyin, har bir bo`sh katak uchun tariflar farqini qaraymiz:

$$S_{ke} = c_{ke} - c_{ke}^1 = c_{ke} - (u_k + v_e)$$

Agar barcha S_{ke} lar manfiy bo`lmasa, qaralayotgan reja optimal bo`ladi.

Agar biror S_{ke} manfiy bo`lsa, y rejaning optimal emasligini anglatadi.

Ma`lumki, har qanday transport masalasi optimal rejaga ega. Shu sababli dastlabki rejani «yaxshilash» algoritmini bayon etamiz. Shu maqsadda barcha manfiy  $S_{ke}$  lar ichidan eng kichigini tanlaymiz va unga mos katakni belgilab (masalan \* belgisi qo`yib), uni qutb deb ataymiz va uchlari band kataklarda yotuvchi tsikl (yopiq siniq chiziq) quramiz (chizmaga qarang)



Qutbga «+» ishorasini qo`yib, boshqa burchaklardagi kataklarga navbat bilan «+» va «-» ishorasini qo`yib chiqamiz. So`ngra barcha «-» ishorali kataklar ichidagi

yuklardan eng kichik miqdorni aniqlab, o'sha miqdordagi yukni barcha «-» kataklarda olib, «+» ishorali kataklardagi yuklarga qo'shamiz.

Natijada yangi reja paydo bo'ladi. Hosil bo'lgan rejani dastlabki reja sifatida qarab, barcha tadbirlarni takrorlaymiz va yangi rejani ham optimallikka tekshiramiz. Agar optimallik sharti bajarilmasa, bu jarayonni yana takrorlaymiz. Natijada, chekli sondagi qadamdan (interatsiyadan) so'ng optimal yechim topiladi.

3.1. Ba'zi transport masalalarni potentsiallar usuli bilan yechish.

3.1.1.-Misol. Yuqoridagi shimoliy-g'arbiy burchak usuli bilan echilgan guruch masalasining yechimini optimallikka potentsiallar usuli bilan tekshiraylik.

		v_1	v_2	v_3
		b_j		
		a_i		
u_1	40	20	5	8
u_2	30	0	7	11

Band kataklar uchun potentsiallarni aniqlaymiz.

$$\left. \begin{array}{l} u_1 + v_1 = 5 \\ u_1 + v_2 = 6 \\ u_2 + v_2 = 3 \\ u_2 + v_3 = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow u_1 = 0$$

$$\begin{array}{l} u_1 = 0 \\ u_2 = -3 \\ v_1 = 5 \\ v_2 = 6 \\ v_3 = 14 \end{array}$$

Endi barcha bo'sh kataklar uchun yordamchi tarifni (soxta tarifni) $c_{ke}^1 = u_k + v_e$ tenglik orqali aniqlaymiz:

$$c_{13}^1 = u_1 + v_3 = 0 + 14 = 14$$

$$c_{21}^1 = u_2 + v_1 = -3 + 5 = 2$$

Endi har bir bo'sh kataklar uchun tariflar farqini aniqlaylik

$$\begin{cases} S_{13} = C_{13} - C_{13}^1 = 8 - 14 = -6 \\ S_{21} = C_{21} - C_{21}^1 = 7 - 2 = 5 \end{cases}$$

bularning ichida manfiy bor, demak yechim optimal emas. Bu yechimni optimallashtirish uchun quyidagicha ish qilamiz:

Endi barcha manfiy S_{ke} larning ichida eng kichigini belgilab, uni qutb deb, ataymiz va qutbni «+» deb, keyingi uchini «-» deb, ularni navbat bilan almashtirib, uchlari band kataklarda yotuvchi tsikl yopiq siniq chiziq quramiz (chizmadagi kabi).

Endi barcha «-» ishorali kataklar ichidagi yuklardan eng kichik miqdorini aniqlab, o'sha miqdordagi yukni barchak «-» kataklardan olib, «+» ishorali kataklardagi yuklarga qo'shamiz.

Natijada yangi reja paydo bo'ladi $\begin{pmatrix} 20; & 5; & 15 \\ 0; & 30; & 0 \end{pmatrix}$. Hosil bo'lgan rejani dastlabki reja sifatida qarab, barcha yuqoridagi tadbirlarni takrorlaymiz va optimallikka tekshiramiz. Agar optimallik sharti bajarilmasa, bu jarayonni yana takrorlaymiz va hokazo.

		v_1	v_2	v_3
		b_j		
a_i		20	35	15
u_1	40	5 20	6 5	8 15
u_2	30	7 0	3 30	11 0

Band kataklar uchun potentsiallarni aniqlaymiz.

$$\left. \begin{aligned} u_1 + v_1 &= 5 \\ u_1 + v_2 &= 6 \\ u_1 + v_3 &= 8 \\ u_2 + v_2 &= 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_1 = 0 \text{ desak, } \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ v_1 &= 5 \\ v_2 &= 6 \\ v_3 &= 8 \\ u_2 &= -6 + 3 = -3 \end{aligned}$$

Shunday qilib, band kataklarning potentsiallari:

$$u_1 = 0; v_1 = 5$$

$$u_2 = -3; v_2 = 6$$

$$v_3 = 8$$

Endi barcha bo'sh kataklar uchun yordamchi tarifni (soxta tarifni) $C_{ke}^1 = U_k + V_e$ tenglik orqali aniqlaymiz.

$$c_{21}^1 = u_2 + v_1 = -3 + 5 = 2$$

$$c_{23}^1 = u_2 + v_3 = -3 + 8 = 5$$

Endi har bir bo`sh katak uchun tariflar farqini aniqlaymiz.

$$s_{ke} = c_{ke} - c_{ke}^1 = c_{ke} - (u_k + v_e)$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{21} = 7 - 2 = 5 \\ S_{23} = 11 - 5 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

bularning ichida manfiy yo`q, demak yechim optimal.

Demak, optimal reja

$$X = \{20; 5; 15; 0; 30; 0\} \quad \text{ёку} \quad X = \begin{bmatrix} 20 & 5 & 15 \\ 0 & 30 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 6 + 30 \cdot 3 = 100 + 30 + 90 + 120 = 340 \quad \text{so`m ketgan harajat.}$$

2-misol.

		v_1	v_2	v_3	v_4
	a_i	80	60	40	30
u_1	90	2 30	1 60	3 0	2 0
u_2	70	$\oplus$ 40	3 0	3 0	$\ominus$ 30
u_3	50	$\ominus$ 10	3 0	2 40	$\oplus$ 0

$$X = \begin{bmatrix} 30 & 60 & 0 & 0 \\ 40 & 0 & 0 & 30 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Band kataklar uchun potentsiallarni aniqlaymiz.

$$\begin{array}{ll} u_1 = 0 & v_1 = 2 \\ u_2 = 0 & v_2 = 1 \\ u_3 = 1 & v_3 = 1 \\ & v_4 = 1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_1 + v_1 = 2 \\ u_1 + v_2 = 1 \\ u_2 + v_1 = 2 \\ u_2 + v_4 = 1 \\ u_3 + v_1 = 3 \\ u_3 + v_3 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow u_1=0 \text{ desak,}$$

$$\begin{array}{l} u_1 = 0 \\ v_1 = 2; \quad v_2 = 1 \\ u_2 = 2 - v_1 = 2 - 2 = 0 \\ v_4 = 1 - u_2 = 1 \\ u_3 = 3 - v_1 = 3 - 2 = 1 \\ v_3 = 2 - u_3 = 2 - 1 = 1 \end{array}$$

Endi bo`sh kataklar uchun yordamchi narxlarni (soxta narxlarni) hisoblaymiz.

$$c_{13}^1 = u_1 + v_3 = 0 + 1 = 1$$

$$c_{14}^1 = u_1 + v_4 = 1$$

$$c_{22}^1 = u_2 + v_2 = 0 + 1 = 1$$

$$c_{23}^1 = u_2 + v_3 = 1$$

$$c_{32}^1 = u_3 + v_2 = 1 + 1 = 2$$

$$c_{34}^1 = u_3 + v_4 = 1 + 1 = 2$$

Endi har bir bo`sh katak uchun tariflar farqini xisoblaymiz .

$$\left. \begin{array}{l} s_{13} = 3 - 1 = 2 \\ s_{14} = 2 - 1 = 1 \\ s_{22} = 3 - 1 = 2 \\ s_{23} = 3 - 1 = 2 \\ s_{32} = 3 - 2 = 1 \\ s_{34} = 1 - 2 = -1 \end{array} \right|$$

$S_{34} = -1$ manfiy chiqdi, demak reja optimal emas. Uni optimallashtirish kerak. Shuning uchun S_{34} ni ya`ni (3:4) ni qutb boshi deb yopiq tsikl quramiz.

$\begin{array}{c} b_i \\ \backslash \\ a_i \end{array}$	80	60	40	30
90	$\begin{array}{c} 2 \\ 30 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1 \\ 60 \end{array}$	$\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 2 \\ 0 \end{array}$
70	$\begin{array}{c} 2 \\ 50 \end{array}$	$\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1 \\ 20 \end{array}$
30	$\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 2 \\ 40 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1 \\ 10 \end{array}$

$$X = \begin{bmatrix} 30 & 60 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 40 & 10 \end{bmatrix}$$

Yana band kataklar uchun potentsiallarni tekshiramiz.

$$\begin{array}{l|l|l|l} u_1 + v_1 = 2 & & & c_{13}^1 = u_1 + v_3 = 0 + 2 = 2 \\ u_1 + v_2 = 1 & & v_1 = 2 & c_{14}^1 = 0 + 1 = 1 \\ u_2 + v_1 = 2 & u_1 = 0; & v_2 = 1 & c_{22}^1 = 0 + 1 = 1 \\ u_2 + v_4 = 1 & \Rightarrow u_2 = 0; & v_3 = 2 & c_{23}^1 = 0 + 2 = 2 \\ u_3 + v_3 = 2 & u_3 = 0; & v_4 = 1 & c_{31}^1 = 0 + 2 = 2 \\ u_3 + v_4 = 1 & & & c_{32}^1 = 0 + 1 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} s_{13} = 3 - 2 = 1 \\ s_{14} = 2 - 1 = 1 \\ s_{22} = 3 - 1 = 2 \\ s_{23} = 3 - 2 = 1 \\ s_{31} = 3 - 2 = 1 \\ s_{32} = 3 - 1 = 2 \end{array}$$

manfiy yo`q, demak reja optimal (yechim optimal)

$$X = \begin{bmatrix} 30 & 60 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 40 & 10 \end{bmatrix} \text{ bo`lar ekan.}$$

Demak transport uchun ketgan xarajat

$$f = 60 + 60 + 100 + 20 + 80 + 10 = 330 \text{ so`m bo`ladi.}$$

§4. Transport masalasini yechishning Venger usuli.

Venger usuli, transport masalalarini yechishning juda keng tarqalgan usullaridan biri hisoblanadi. Dastlab, venger usulining asosiy g'oyalarini transport masalasining yakka holda hisoblangan, tanlash masalasi yoki masalani yechish misolida ko'rib chiqamiz, keyin bu usulni hohlagan transport masalasi uchun umumlashtiramiz.

4.1. Tanlash masalasi uchun Venger usuli.

Masalaning qo'yilishi: $A_1, A_2, \dots, A_n$ n turli ishlar va har biri hohlagan ishini bajara oladigan mexanizmlar bor deylik. A_1 ishini bajarishdagi B_1 mexanizmining unimdorligini $C_{ij} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$ bilan belgilaymiz. Mexanizmlarni ishlarga shunday qilib joylashtirish kerak, ularni ishlatishdan (foydalanadigan) umumiy effekt maksimal bo'lishi kerak. Bunday masala tanlash masalasi deb ataladi.

Tanlash masalasi quydagi ko'rinishda yoziladi

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & c_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{matritsadan, } c_{1j_1}, c_{2j_2}, \dots, c_{nj_n} \text{ elementlarning}$$

shunday ketma-ketligini tanlash kerak, bunda $\sum_{k=1}^n C_{ki_k}$ summasi maksimal bo'lishi kerak va bunda har bir C qator va ustunlardan faqat bir element tanlangan bo'lishi kerak.

Quyidagi tushinchalarni kiritamiz:

1. C matritsaning $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ nulinchi elementlarni mustaqil nollar deb ataladi, agar hoxlagan $1 \leq i \leq k$ uchun, ularning kesilishida Z_1 elementi joylashgan qator va ustun boshqa nollarga ega bo'lmasa.
2. C va D ikki to'g'ri burchakli matritsalar ekvivalentli ($C \sim D$) deb ataladi, agar barcha i, j uchun $C_{ij} = d_j + \alpha_i + \beta_i$ bo'lsa. Ekvivalent matritsalar bilan aniqlanadigan tanlash masalalari ekvivalentli hisoblanadi.
3. Ajratilgan qator yoki ustunda joylashgan elementlar ajratilgan elementlar deb ataladi.

4.2. Venger usuli algoritmini ta'riflash.

Algoritm, oldingi bosqichdan va $(n-2)$ ko'p bo'lmagan ketma-ket o'tkaziladigan iteratsiyalardan iborat. Har bir iteratsiya, mustaqil nollarning maksimal sonlarini tanlash va o'tkazilgan avvalgi iteratsiya natijasida olingan matritsaning ekvivalentl o'zgarishlari bilan bog'liq. Iteratsiyaning yakunlovchi natijasi mustaqil nollar sonining birga ko'payishi bo'ladi.

Mustaqil nollar sonining miqdori n -ga teng bo'lganda tanlash masalasi (muammosi) echilgan hisoblanadi, optimal variant esa oxirgi matritsada mustaqil nollar pozitsiyasi bilan aniqlanadi.

Oldingi bosqich. j ustundan maksimal element qidiriladi va bu ustunning barcha elementlari ketma-ket maksimaldan olinadi. Bu operatsiya $C(1 \leq j \leq n)$ matritsaning barcha ustunlariga ishlanadi. Natijada, har bir ustunda kamida bitta noldan bor, teskari emas (neotritsatel'nyy) elementlarga ega matritsa faydo bo'ladi. Olingan matritsaning j -chi qatorini ko'rib chiqamiz va uning har bir elementidan shu qatorning minimal elementini olib chiqamiz. i ni 1-dan n -gacha o'zgartib teskari emas elementlarga ega C_0 matritsani olamiz, uning har bir qator va ustunida kamida bitta nol mavjud. Birinchi ustundagi nolni yulduzcha bilan belgilaymiz.

Keyin ikkinchi ustunni ko'rib chiqamiz, agar yulduzchali nol yo'q qatorda nol bor bo'lsa, unda uni yulduzcha bilan belgilaymiz.

C_0 matritsaning barcha ustunlarini birma-bir ko'rib chiqamiz. C_0 matritsaning yulduzcha bilan belgilangan nollari tuzilishi bo'yicha mustaqil hisoblanadi. Shu bilan oldingi bosqich yakunlanadi.

$(k+1)$ – li iteratsiya. k – li matritsa o'tkazilgan va natijada C_k matritsa olingan deylik. Agar C_k matritsada yulduzchali nollar soni n bo'lsa, unda yechish jarayoni yakunlanadi. Agar yulduzchali nollar soni n – dan kam bo'lsa, unda $(k+1)$ – li iteratsiyaga o'tamiz.

Har bir iteratsiya birinchi bosqichdan boshlanib ikkinchisi bilan tamomlanadi. Ularning orasida bir necha juft bosqich o'tkazilishi mumkin: uchunchi – birinchi. “+” belgili iteratsiya boshlanishdan oldin, yulduzchali nollar bor C_k matritsaning ustunlari belgilanadi.

Birinchi bosqich. C_k matritsaning belgilanmagan ustunlari ko'rib chiqiladi. Agar ularning orasida (ichida) nolli element bo'lmasa, unda uchunchi bosqichga o'tiladi.

Agar C_k matritsaning belgilanmagan noli topilsa, unda ushbu ikki matritsaning biri bo'lishi mumkin:

- 1) Belgilanmagan nolli qator, yulduzchali nolga xam ega,
- 2) Bu qator yulduzchali nolga ega emas.

Birinchi holatda belgilanmagan nollar shtrix bilan belgilanadi va u mavjud qator uning o'ng tarafidan “+” belgisi qo'yib belgilanadi. Keyin yulduzchali noli bor berilgan qatorning kesilishgan ustuni ustidan aylana qilib chizib «+» belgisi yo'q qilinadi.

Keyin bu ustun ko`rib chiqiladi, unda yulduzcha bilan belgilanmagan, ajratilmagan nol (nollarni) topib uni shtrix bilan belgilaydi va shunday noli bor qatorni (qatorlarni) belgilaydi. Keyin, bu qator (qatorlar), yulduzchali nolni topish uchun qaytadan ko`rib chiqiladi.

Bu jarayonning oxiri belgili kadamlarning sonida quyidagilarning biri bilan tugallanadi:

- C_k matritsaning barcha nollari belgilangan, demak, belgilangan qator va ustunlarda joylashgan. Bunda uchinchi bosqichga utiladi.
- yulduzchali noli yo`q qatorda, belgilanmagan nol mavjud.

Shunda, soni bo`yicha oxirgi nolni shtrix bilan belgilab, ikkinchi bosqichga o`tiladi.

Ikkinchi holatda belgilanmagan nolni shtrix bilan belgilab, ikkinchi bosqichga o`tiladi.

Ikkinchi bosqich. C_k matritsaning elementlaridan quyidagi zanjir tuziladi:

Shtrixlangan oldingi nol, birinchi bilan bir ustunda joylashgan yulduzchali nol, avvalgi yulduzchali nol bilan bir qatorda joylashgan shtrixli nol va h.k. Shunday qilib, zanjir ustun bo`ylab  $0'$  dan  $0^*$  ga qator bo`ylab 0^* dan $0'$ ga harakatlanishdan paydo bo`ladi.

Berilgan zanjirni tuzish algoritmi bir qiymatli ekanligini isbotlashga bo`ladi. Bunda zanjir hamma vaqtda shtrixli noldan boshlanib shuning bilan tamomlanadi. Keyin toq elementlar ( $0^*$ ) oldinda ularni yo`q qilib, toq emas ($0'$) o`rinlarda turgan zanjir elementlari ustiga yulduzcha qo`yamiz. Keyin, C_k matritsasi elementlarindagi (elementlari ustidagi) shtrixlarni va + belgilarni yo`q qilamiz. Bunda mustaqil nollar miqdori birga ko`payadi $(k+1)$ – li iteratsiya tamomlanadi.

Uchunchi bosqich. Bu bosqichga birinchidan so`ng o`tiladi, agar C_k matritsaning barcha nollari belgilangan bo`lsa, belgilangan qator va ustunlarda joylashgan bo`lsa. Bunday holda C_k matritsaning belgilanmagan elementlari orasidan (ichidan) minimalini tanlab olinadi va uni $h>0$ bilan belgilaydi. Keyin ajratilmagan qatorlarda joylashgan C_k matritsa elementlaridan h olib tashlanadi va uni belgilangan qatorda joylashgan barcha elementlarga qo`shadi.

C_k ga ekvivalent $C_k^{(1)}$ yangi matritsa olinadi.

$C_k^{(1)}$ matritsaning belgilanmagan elementlari orasida yangi nollar (ta`rif bo`yicha) paydo bo`lganidan birinchi bosqichga o`tiladi, C_k matritsa o`rniga  $C_k^{(1)}$  matritsa qaraladi. Birinchi bosqichni yakunlab, yoki ikkinchi bosqichga o`tiladi, yoki kaytadan uchinchi bosqichga o`tiladi, agar  $C_k^{(1)}$  matritsaning barcha nollari belgilanmagan bo`lsa.

Birinchi holatda ikkinchi bosqichni o`tkazishdan keyin iteratsiya tugallanadi, ikkinchisida – uchunchi bosqichni o`tkizgandan keyin $C_k^{(2)} \sim C_k^{(1)} \sim C_k$ matritsasi olinadi. $C_k^{(2)}$ matritsada belgilangan nollar bo`ladi, va birinchi bosqichdan boshlab operatsiyaning barcha ketma-ketligi qaytarilishi kerak. Oxirgi takrorlanish sonidan

keyin, keyingi birinchi bosqich, ikkinchi bosqichga o'tishi bilan tamomlanadi va mustaqil nollar soni birga ko'payadi, $(k+1)$ – chi iteratsiya tamomlanadi.

Masalani yechishda quyidagi belgilardan foydalanamiz: toq qilinishi kerak bo'lgan + belgisini, aylana qilib chizamiz. Ikkinchi bosqichdagi zanjirni strelkalar bilan ko'rsatamiz.

Oldingi bosqich. C matritsaning birinchi ustunining maksimal elementi 4 ga teng. Shuning uchun S matritsaning birinchi ustunni olish 4 dan oldingi matritsaning birinchi ustunning elementlarini olish kerak.

Ikkinchi, uchunchi, to'rtinchi va beshinchi ustunlarni olish uchun shu ustunning elementlarini 5, 3, 2 va 3 dan olish kerak. C' matritsani olamiz. C' matritsaning ham bir qatorida nol bo'lganligidan $C' = C_0$ bo'ladi. C_0 mustaqil nollarni topamiz va ularni yulduzcha bilan belgilaymiz. Natijada ikki mustaqil nolga ega bo'lamiz (olamiz) (birinchi va to'rtinchi ustunlarda). Ularni yulduzcha bilan belgilaymiz.

Birinchi iteratsiya. 0^* ga ega birinchi va to'rtinchi ustunlarga + belgisini qo'yib chiqamiz. C_0 matritsaning belgilanmagan nollarini ko'rib chiqamiz. Ikkinchi ustunda va ikkinchi qatorda joylashgan nolni shtrix bilan belgilaymiz. Bu qatorda 0^* bo'lganligidan, bu qatorni belgilash kerak bo'ladi (ikkinchi qatorning o'ng tarafiga + ni qo'yamiz) va shu bilan birga birinchi ustundagi + belgisini aylanaga olamiz (chizamiz).

Birinchi ustunning belgilanmagan nollariga o'tamiz. 0^* ga ega emas uchunchi qatordagi shu ustundagi nolni belgilaymiz. Demak bu holatda ikkinchi bosqichga o'tish zarur (kerak).

Ikkinchi bosqich. Tartib bo'yicha oxirgi $0'$ dan 0^* ga o'tamiz (yuramiz) (1-ustun 2-qator), keyin ikkinchi qatorda joylashgan 0^* dan, shu qatorda joylashgan $0'$ ga o'tamiz. $0'$ joylashgan ikkinchi ustunda 0^* bo'lmaganligidan zanjir paydo bo'lish jarayoni to'xtaydi. Bu zanjir ushbu elementlardan iborat: $0'_{31}$; 0^*_{21} ; $0'_{22}$. Ikkinchi bosqich ham shuning bilan birga barcha birinchi iteratsiyaning tamomlanishi uchun, shtrix bilan belgilangan nollarning ustiga yulduzcha qo'yamiz, yolg'iz toq element ustidagi yulduzchani va barcha belgilarni yo'q qilamiz.

Shunday qilib, birinchi iteratsiya natijasida mustaqil nollarning soni birga ko'payadi.

$$\begin{array}{c}
\text{Birinchi iteratsiya} \\
\text{1-bosqich, 2-bosqich}
\end{array}
\begin{array}{c}
\oplus \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 0^* \quad 2 \\
0^* \quad 0' \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\
0' \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \\
1 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\
3 \quad 2 \quad 2 \quad 0 \quad 2
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
\rightarrow C_1 =
\end{array}
\begin{array}{c}
\text{Ikkinchi iteratsiya} \\
\text{1-bosqich, 3-bosqich.}
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \quad \oplus \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 0^* \quad 2 \\
0 \quad 0^* \quad 0' \quad 1 \quad 0 \\
0^* \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \\
1 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\
3 \quad 2 \quad 2 \quad 0 \quad 2
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
h=1
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\text{Ikkinchi iteratsiya} \\
\text{Birinchi bosqich} \quad \text{Ikkinchi bosqich}
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \quad \oplus \\
1 \quad 0 \quad 0 \quad 0^* \quad 1 \\
1 \quad 0^* \quad 0' \quad 2 \quad 0 \\
0^* \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
3 \quad 1 \quad 1 \quad 0' \quad 1
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
\rightarrow C_2 =
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
1 \quad 0^* \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\
1 \quad 0 \quad 0' \quad 2 \quad 0 \\
0^* \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
3 \quad 1 \quad 1 \quad 0^* \quad 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\text{Uchunchi iteratsiya} \\
\text{Birinchi bosqich} \quad \text{Ikkinchi bosqich}
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \quad \oplus \\
1 \quad 0^* \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\
1 \quad 0 \quad 0^* \quad 2 \quad 0 \\
0^* \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 0' \\
3 \quad 1 \quad 1 \quad 0^* \quad 1
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
\rightarrow C_3 =
\end{array}
\begin{array}{c}
+ \\
1 \quad 0^* \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\
1 \quad 0 \quad 0^* \quad 2 \quad 0 \\
0^* \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
1 \quad 3 \quad 0 \quad 0' \quad 0^* \\
3 \quad 1 \quad 1 \quad 0^* \quad 1
\end{array}$$

Keyingi iteratsiyalar shunga o'xshash o'tkazilganligidan, yuqorida natijalar qo'shimcha tushunchalarsiz keltirilgan.

Uchunchi iteratsiyadan so'ng mustaqil nollarning (0^*) miqdori S matritsaning o'lchamiga teng bo'lib qoldi va shuning uchun tanlash jarayoni yakunlandi. Matritsaning bu elementlari C_3 matritsaning mustaqil nollar (yulduzchali nollar) holatiga to'g'ri keladi.

Maqsadli funktsiya

$$L = C_{12} + C_{22} + C_{31} + C_{43} + C_{54} = 4 + 3 + 4 + 2 + 2 = 15$$

4.3. Venger usulini transport masalasini yechish uchun qo'llanish.

Yuqorida ko'rib chiqilgan tanlash masalasi, foydalanish va ishlab chiqarishning bir doirasidagi transport masalasining bir turi hisoblanadi. Shuning uchun mahsus turdagi transport masalasini yechish uchun qo'llaniladigan Venger usuli transport masalasining [57,58] umumiy holatiga kengaytira bo'ladi. Transport masalasining quyidagi turini yechish kerak bo'lsin.

Topish kerak

$$\min \sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij},$$

Venger usuliga asoslangan transport masalasini yechish algoritmi, iteratsiyaning oxirgi sonidan va oldingi bosqichidan iborat.

Oldingi bosqichning natijasida elementlari quyidagi shartlarga to'g'ri keladigan:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{(0)} \leq a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (4.3.1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^{(0)} \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (4.3.2)$$

$X_0 = \|X_{ij}\|_{m,n}$, matritsasi tuzildi.

Agar (4.3.1) va (4.3.2) shartlarida qat'iy tengsizliklar olinsa, unda X_0 matritsa Transport masalasining yechimi bo'ladi. k -chi iteratsiya natijasida tuzilgan matritsani, $X_k = \|X_{ij}^{(k)}\|_{m,n}$ bilan belgilaymiz.

$$\sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n b_j - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{(k)} = \Delta_k \quad (4.3.3)$$

Δ_k miqdor, X_k matritsa uchun umumiy bog'lanmasligi (*summarnaya nevyazka*) deb ataladi. U X_k matritsaning, Transport masalasining tayanch rejasiga yaqinligini xarakterlaydi. Iteratsiya, Δ_k o'lcham ba'zi bir k -qiymati nolga teng bo'lganga qadar o'tkaziladi.

Venger usuli algoritmining ta'rif. Oldingi bosqichi. $C = \|C\|$ transport xarajatlari matritsasining har bir ustunida minimal element topiladi va u ushbu ustunning barcha elementlaridan olinadi. C' matritsasi olinadi. Keyin C' matritsaning har bir qatoridan minimal element tanlanadi va uni shu qator elementlarining barchasidan olinib chiqiladi. Har bir qator va ustunda kamida bir noldan bo'lgan, barcha elementlari teskari emas, C_0 matritsaga keladi.

Keyin X_0 matritsani shunday tartibda quradi, nol emas elementlari C_0 matritsaning nollar jarayonida joylashgan bo'ladi.

ik_j - C_0 matritsaning j - ustunining k -chi noli joylashgan qator nomeri bo'lsin. Unda, X_0 matritsaning birinchi ustuninig elementlari rekurrent formula bo'yicha aniqlaydi.

$$x_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 0; & i \neq i_{k_1}, \quad k = 1, 2, \dots, r \\ \min \left(a_i; \quad b_j - \sum_{\mu=1}^{i-1} x_{\mu j}^{(0)} \right); & i = i_{k_1} \end{cases} \quad (4.3.4)$$

C_0 matritsadagi nol emas elementlarga mos keluvchi, X_0 birinchi ustunning barcha elementlarini nollar bilan to'ldiradi, bu ustunning qolgan elementlarini shimoli-garbiy burchak usuli buyicha to'ldiradi.

X_0 matritsaning ustunlari $(j-1)$ – ga qadar to'ldirilgan deylik. Unda j – chi ustun elementlari quyidagi formulaga mos aniqlanadi.

$$x_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 0; & i \neq i_{k_1}, \quad k = 1, 2, \dots, r \\ \min \left\{ a_i - \sum_{\mu=1}^{j-1} x_{i\mu}^{(0)}; \quad b_j - \sum_{\mu=1}^{i-1} x_{\mu j}^{(0)} \right\} & i = i_{k_1} \end{cases} \quad (4.3.5)$$

Keyin bog'lanmaslikni hisoblaydi

$$\Delta_0 = \sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n b_j - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^n x_{ij}^{(0)}. \quad (4.3.6)$$

Agar $\Delta_0 = 0$ bo'lsa, X_0 – Transport masalasining optimal yechimi.

Agar $\Delta_0 > 0$ bo'lsa, unda birinchi iteratsiyaga o'tamiz.

(k+1) – chi iteratsiya. Har bir iteratsiya uch bosqichdan iborat. Iteratsiya birinchi bosqichdan boshlanib, ikkinchi bilan yakunlanadi.

Umumiy holatda birinchi va ikkinchi bosqichlar o'rtasida birinchi va uchinchi bosqichlar bir nechta marta o'tkazilishi mumkin.

$\Delta_k > 0$ bo'lgan k iteratsiyalar o'tkazildi deylik. Bu holatda C_k va X_k matritsalaridan foydalanib, quyidagi $(k+1)$ iteratsiyani o'tkazish kerak. Iteratsiyani boshlashdan oldin ustunlar bo'yicha bog'lanmasliklar

$$\delta_j^{(k)} = b_i - \sum_{i=1}^m x_{ij}^{(k)} = 0$$

teng bo'lgan C_k matritsa ustunlarini “+” belgi bilan belgilanadi.

Birinchi bosqich. Agar C_k matritsaning barcha nolli elementlari belgilangan ustunda qolsa, unda uchinchi bosqichga o'tiladi. Aks holda, masalan, i –chi qator va j –chi ustunda joylashgan ixtiyoriy belgilanmagan C_k nol tanlanadi va i –chi qatorning bog'lanmaslik ulchami hisoblanadi.

$$\delta_j^{(k)} = a_i - \sum_{\mu=1}^n x_{i\mu}^{(k)}$$

Bunda ikki holatning biri bo'lishi mumkin.

$$1) \delta_j^{(k)} = 0; \quad 2) \delta_j^{(k)} > 0.$$

Birinchi holatda C_k ning i – chi qatorni uning o'ng tomonidan “+” belgisi bilan belgilaydi, nolga teng C_{ij} matritsa elementini, shtrix bilan belgilaydi.

Keyin, C_k matritsaning barcha belgilangan ustunlarini shu qator bo'yicha ko'rib chiqadi.

Agar C_k matritsaning μ – chi ustuni belgilangan bo'lsa va element $x_{i\mu}^{(k)} > 0$ bo'lsa, ustun ustidagi “+” belgisini olib tashlanadi, $C_{ij}^{(k)1}$ elementini yulduzcha bilan belgilaydi.

Keyin μ –ustun qaralib chiqiladi va undagi i – qatorda joylashgan uning nolnchi elementlari izlanadi. Agar shundaylari topilsa, ularni shtrix bilan belgilanadi.

Keyin, nollarni belgilash jarayoni huddi shunday davom etiladi va quyidagi ikki yakunning biri bilan tamomlanadi.

- 1) Bog'lanmaslik $\delta_i > 0$ bo'lgan C_k matritsaning belgilanmagan noli aniqlanadi. Bu holatda ikkinchi bosqichga o'tiladi.
- 2) C_k matritsaning barcha nollari belgilangan, bunda shtrix bilan belgilangan, har bir nol uchun bog'lanmaslik $\delta_i = 0$. Bunday holatda uchinchi bosqichga o'tamiz.

Ikkinchi holatda, nolni shtrix bilan belgilab, ikkinchi bosqichga o'tamiz.

Ikkinchi bosqich. Birinchidan keyin bo'ladi, agar $\delta_i > 0$ bo'lsa, yulduzcha va shtrixlar bilan belgilangan va so'ng X_{k+1} yangi matritsaga o'tadigan, C_k matritsalarining zanjirlarining tuzilishi nollardan tuzilgan bo'lsa.

$\lambda_1\mu_1$ pozitsiyasida joylashgan, C_k matritsaning belgilanmagan noli uchun, bog'lanmaslik $\delta_{\lambda_1} > 0$ shunday deylik. Ushbu elementdan boshlab, C_k matritsning belgilangan nollaridan, quydagi qoydalarga uxshash qilib, zanjir yasaladi.

C_k matritsaning μ_1 ustunida $O_{\lambda_2\mu_1}$ yulduzchali nol tanlanadi, λ_2 -chi qatorda $O_{\lambda_2\mu_2}$ shtrixli nolni tanlaymiz.

Keyingi, ustun bo'ylab shtrixli noldan yulduzchali nolga va qator bo'ylab yulduzchali noldan shtrixli nolga o'tish jarayoni iloji boricha takrorlana beradi. Zanjirni tuzish hamisha uxshash o'tkazilishini isbotlash mumkin, zanjir yopiq tsiklga ega emas va shtrixli nol bilan tamomlanadi. $O_{\lambda_1\mu_1} - O_{\lambda_2\mu_1} - O_{\lambda_2\mu_2} - \dots - O_{\lambda_s\mu_s}$ turdagi zanjir tuzilgandan keyin, X_k matritsadan X_{k+1} matritsaga qo'ydagi formula bo'yicha o'tiladi.

$$x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} x_{ij}^{(k)}, & \text{агар } c_{ij}^k \text{ кириври емас занжири} \\ x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{агар } c_{ij}^k \text{ аник емас элемент занжир} \\ x_{ij}^{(k)} - \theta_k, & \text{агар } c_{ij}^k \text{ аник элемент занжир} \end{cases} \quad (4.3.7)$$

$$\theta_k = \min_{1 \leq t \leq s} \left\{ x_{\lambda_f \mu_{t-1}}^{(k)}; \quad \delta_{\lambda_1}^{(k)}; \quad \delta_{\mu_s}^{(k)} \right\}$$

$$\delta_{\lambda}^{(k)} = a_{\lambda_1} - \sum_{i=1}^n x_{\lambda_1 f}^{(k)}; \quad \delta_{\mu}^{(k)} = b_{\mu_1} - \sum_{i=1}^m x_{i_1 \mu_s}^{(k)}; \quad (4.3.8)$$

Shunday qilib $\mathbf{O}_k$ toq sonlar yig'indisining bog'lanadigan joydagi qatorning bog'lanishi va u tugaydigan joydagi pog'ona orasidagi minimal element.

Ikkinchi bosqich bajarilmagandan sung $(k+1)$ 1 – chi iteratsiya tugatiladi, bunda bog'lanish $\Delta_{k+1} = \Delta_k - 2\mathbf{O}_k$, buladi.

Uchinchi bosqich. Shunday qilib barcha nol'lar belgilandi deylik. Bu bosqich $\mathbf{C}_k$ matritsadan $\mathbf{C}_k$ matritsaga utishdan iborat, bunda bitta yoki bir necha belgilanmagan nol' mavjud bo'ladi.

$h = \min \{C_{ij}^k\}$, bo'lsin, bu erda minimum $\mathbf{C}_k$ matritsaning barcha belgilanmagan elementlardan tanlanadi. Shunda belgilanmagan qatorga tegishli $\mathbf{C}_k$ matritsa elementlaridan h ni olib tashlanadi belgilangan pog'onalar elementlariga $\mathbf{C}_k$ h ni qushadi. Bundan olingan matritsa $\mathbf{C}_k^{(i)}$ bilan belgilanadi.

Keyinchalik birinchi bosqichga o'tadi keyin esa ikkinchiga, yoki uchinchi bosqichga yana qaytadi.

Agar ikkinchi bosqichdan keyin Δ_{k+1} summa bog'lanish nolga teng bo'lsa, unda $\mathbf{X}_{k+1}$ optimal reja.

Aks holda keyingi $(k+2)$ chi iteratsiyaga o'tiladi.

Venger metodining ahamiyatlarini belgilab o'tamiz.

1. Berilgan metod, boshqa potentsial metodlarga qaraganda, tayanch rejalar foydalanilmaydi. Shuning uchun, unga bu rejalarining paydo bo'lishi bilan bog'liq to'xtab qolish imkonini yo'qotadi va EHMLarda metodning mashinada ishlashining realizatsiyasini egallashtiradi.
2. Har bir itoratsiyada bu metod, Δ_k bog'lanishning kattaligiga qarab $\mathbf{X}_k$ ning optimal rejaga yaqinligi haqida bilishga, shuningdek qolgan iteratsiyaning sonining yuqori chegarasini baholashga imkoni beradi. N_{oct}

$$N_{oct} \leq \frac{\Delta_k}{2} \quad (3.9).$$

Bu formula barcha o'zgaruvchilarning butun sonli ma'nolari uchun qulay hisoblanadi.

$$a_i, i = 1, m, b_i = 1, n.$$

4.4. Venger usulini asoslash.

Avval optimallik belgining haqiqatligini isbotlaymiz, agar $\Delta_{k=0}$ bo'lsa, unda reja $\mathbf{X}_k$ optimal hisoblanadi.

Haqiqatdan ham X_k tuzilish ichida agar $X_{ij}^{(k)} > 0$ bo'lsa unda $C_{ij}^{(k)} = 0$ bo'ladi. Bu C_k nollar deb ataladi. Shuning uchun ham C_k matritsa masala uchun, X_k rejasi optimal hisoblanadi, sababi,

$$L_{C_k}(X_k) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^{(k)} x_{ij}^{(k)} = 0 \quad (4.4.1)$$

Lekin C_k matritsa, oldingi C matritsadan ekvivalent o'zgarishidan olingan. C matritsani masala uchun ham X_k ning optimalligini isbotlaymiz. C va C_k matritsalar, ekvivalentlik singari bir biri bilan bog'langan.

$$c_{ij}^{(k)} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j \quad \text{hammasi uchun } i, j. \quad (4.4.2)$$

Shunda, S matritsada X_k reja uchun yo'nalishli funktsiya ma'nosi $L_c(X_k) = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}^{(k)} = \sum_i \sum_j (c_{ij}^{(k)} + \alpha_i + \beta_j) x_{ij}^{(k)} = \sum_i \sum_j c_{ij}^{(k)} x_{ij}^{(k)} = \sum_i \alpha_i \sum_j x_{ij}^{(k)} + \sum_j \beta_j \sum_i x_{ij}^{(k)}$. ga (4.4.2) teng bo'ladi.

$$\Delta_k = 0, \text{ ga } \sum_j x_{ij}^{(k)} = \alpha_i \text{ va } \sum_i x_{ij}^{(k)} = \beta_j, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \quad (4.4.3)$$

(4.4.3) ni (4.3.2) ga qo'yib, (4.3.1) ni hisobga olib quyidagini olamiz.

$$L_c(X_k) = L_{C_k}(X_k) + \sum_i \alpha_i a_i + \sum_j \beta_j b_j = \sum_i \alpha_i a_i + \sum_j \beta_j b_j. \quad (4.4.4)$$

Lekin $\sum \alpha_i a_i + \sum \beta_j b_j = \text{const}$ X_k rejaga bog'liq bo'lmagan shuning uchun S matritsali berilgan matritsa uchun ham X_k reja optimal hisoblanadi.

Venger metodi algoritmini asoslashga o'tamiz.

Oldingi bosqich.

Oldingi bosqichda X_0 matritsa tuziladi, uning elementlari $x_{ij}^{(0)}$ quyidagi shartlarga mos kelishi kerak.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{(0)} \leq a_i \quad (4.4.5)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^{(0)} \leq b_j \quad (4.4.6)$$

Agar (4.4.5) va (4.4.6) barcha shartlar qat'iy tengsizlik singari bajarilsa, unda hozir isbotlanganidan X_0 reja - optimal.

Birinchi bosqich, birinchi bosqichning maqsadi mana shunday $c_{\lambda_1 \mu_1}^{(k)} = 0$ belgilanmagan nolni topishdan iborat, bunda qator bo'yicha bog'lanish $\delta_{\lambda_i}^{(k)} > 0$ bo'lishi kerak. Shunday nol topiladi deb hisoblaymiz va ikkinchi bosqichga o'tamiz.

Ikkinchi bosqich, bu bosqich yulduzchali va shtrixli nollardan zanjir tuzilishidan va X_{k+1} ga o'tishdan iborat.

Zanjir quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin.

$$O_{\lambda_1 \mu_1} - O_{\lambda_2 \mu_1}^* - O_{\lambda_2 \mu_2} - \dots - O_{\lambda_s \mu_{s-1}}^* - O_{\lambda_s \mu_s}$$

X_{k+1} matritsa elementlari rekurrent formula bo'yicha hisoblanadi.

$$x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{агар } c_{ij}^k \text{ аниқ эмас элемент занжир} \\ x_{ij}^{(k)} - \theta_k, & \text{агар } c_{ij}^k \text{ аниқ элемент занжир} \\ x_{ij}^{(k)}, & \text{таъсодифий} \end{cases} \quad (4.4.7)$$

$$\theta_k = \min_{1 \leq t \leq s} \{ \delta_{\lambda_1}, \delta_{\mu_s}, x_{\lambda_t \mu_{t-1}} \} \quad (4.4.8)$$

Har bir ustun va qatorda, faqat O` bor  $\lambda_i$  qatordan va  $\mu_s$  ustundan tashqari O` element va O* bo`lganligi yoki ularning yo`qligi quyidagini beradi.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{(k+1)} = \begin{cases} \sum_i x_{ij}^{(k)}, & \text{агар } i \neq \lambda_1, \\ \sum_j x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{агар } i = \lambda_1, \end{cases} \quad (4.4.9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^{(k+1)} = \begin{cases} \sum_i x_{ij}^{(k)}, & \text{агар } j \neq \mu_s, \\ \sum_j x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{агар } j = \mu_s. \end{cases} \quad (4.4.10)$$

Shuning uchun, agar X_k matritsa (4.4.5) va (4.4.6) chegaralariga to`g`ri mos kelgan bo`lsa, unda  $X_{k+1}$  va ularga to`g`ri keladi.

Endi (4.4.9) o`zaro munosabatlar orasida olamiz.

$$\begin{aligned} \Delta_{k+1} &= \sum_i a_i \sum_i b_i - 2 \sum_i \sum_j x_{ij}^{(k)} \sum_i a_i + \sum_i b_i - 2 \left(\sum_i \sum_j x_{ij}^{(k)} + \theta_k \right) \\ &= \Delta_k - 2\theta_k \end{aligned}$$

Uchinchi bosqich. C_n dan C_k ga o`tish qoidalariga o`tish qoidalariga tegishli va h elementini tanlashga C_k belgilanmagan elementlar h miqdorga kamayadi. Yangi nollar paydo bo`ladi va yana birinchi bosqichga o`tsa bo`ladi. Bunda qator va ustunlarni belgilash qoidasi bo`yicha C_k ning barcha nollari C_k matritsada va nolinni element bo`lib qolaveradi.

4.4.1 misol. Quyidagi shartlari bilan berilgan transport masalasining yechimini topish

$$C = \begin{vmatrix} 7 & 8 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} a_1 &= 11, & a_2 &= 11, & a_3 &= 8; \\ b_1 &= 5, & b_2 &= 9, & b_3 &= 9; \\ b_4 &= 7. \end{aligned}$$

T-masalaning balans shartini tekshiramiz.

$$\sum_i a_i = \sum_i b_i = 30$$

Oldingi bosqich. Birinchi ustundan -2 ni, ikkinchidan - 3 ni, to'rtinchidan-1 ni olib tashlaymiz. C_1 matritsaga kelaymiz keyin har bir qatorda minimal elementlarni olib C_0 matritsani olamiz.

$$C_1 = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow C_0 = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Avvalgi matritsani tuzamiz.

$$X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} a_i & \delta_i \\ 11 & 4 \\ 11 & 6 \\ 8 & 0 \end{matrix}$$

$$b_j \quad 5 \quad 9 \quad 9 \quad 7$$

$$\delta_j \quad 0 \quad 1 \quad 9 \quad 0$$

Ustun uchun bog'lanish $\delta_i = \{0 \ 1 \ 9 \ 0\}$ qator uchun bog'lanish $\delta_i = \{4 \ 6 \ 0\}$ summa bog'lanish.

$$\Delta_0 = \sum_i a_i + \sum_i b_i - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n = \sum_{j=1}^m \delta_i \sum_{i=1}^n \delta_i = 20 > 0$$

Birinchi iteratsiya. Birinchi va to'rtinchi ustunlarni tepasini “+” belgisi bilan belgilaymiz. Ularga nolinch bog'lanish to'g'ri keladi. “X” belgisi bilan bo'lsa birinchi va ikkinchi qatorlarni, ularga esa nolinch emas bog'lanishi to'g'ri keladi.

$$C_0 = \begin{pmatrix} + & & & + \\ \times & 4 & 4 & 3 & 0 \\ & - & & & \\ \times & 0 & 1 & 4 & 7 \\ & & - & & \\ & 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Belgilanmagan qatorda joylashgan. S matritsaning C_{32} nolinch elementini tanlaymiz. $\delta = 0$ bo'lganlikdan uchinchi qatorni “+” belgisi bilan belgilaymiz. C_0

matritsada belgilanmagan nol qolmaganlikdan va ularning hammasi belgilangan qator yoki ustunda joylashganlikdan uchinchi bosqichga o'tamiz.

Uchinchi bosqich. C_0 matritsaning belgilanmagan qator va ustunlari $h-1$ minimal elementini topamiz va uni barcha belgilangan ustunlarga qo'shamiz, yana barcha belgilanmagan qatorlardan ayiramiz. C_1 matritsani olamiz.

$$C_0 = \begin{array}{c} \begin{array}{c} + \\ \times \\ \times \end{array} \begin{array}{|cccc|} \hline 4 & 4 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 4 & 6 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad h=1 \rightarrow C_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{c} + \\ \times \\ \times \end{array} \begin{array}{|cccc|} \hline 5 & 3 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 3 & 6 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Birinchi bosqichga o'tamiz.

Birinchi bosqich. Belgilanmagan ustunlar ichidan, nolinni bog'lanishli qatorda joylashgan C_{22} nolinni elementini topamiz, shuning uchun ikkinchi bosqichga o'tamiz.

Ikkinchi bosqich. $\theta_1 = \min\{1.6\} = 1$ ni aniqlab, $\theta_1 = 1$ elementga qo'yamiz.

$$X_0 = \begin{array}{c} \begin{array}{|cccc|} \hline 0 & 0 & 0 & 7 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 8 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 0 \end{array}$$

$$\delta_i = \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 9 & 0 \end{array}$$

Ikkinchi iteratsiya. Birinchi bosqich C_1 matritsada nolinni bog'lanishlarga javob beruvchi birinchi, ikkinchi va to'rtinchi usullarni "+" belgisi bilan belgilaymiz. Uchinchi ustundagi C_{33} elementni topib uni shtrix bilan belgilaymiz.

Uchinchi qatordagi bog'lanish nolga teng bo'lganligidan, uni "+" belgisi bilan belgilaymiz. Bu qatorni qo'rib chiqib, undan belgilangan qatorda joylashgan, C_{32} nolni topamiz. Uni yulduzcha bilan belgilaymiz va ikkinchi ustundagi belgini olib tashlaymiz. Keyin ikkinchi ustunni ko'rib chiqamiz va undan belgilanmagan C_{22} nolni topamiz. Bog'lanish (nevyazka) $\delta_2 > 0$ qatorda bo'lganlikdan, bu nolni shtrix bilan belgilab, ikkinchi bosqichga o'tamiz.

2 – chi bosqich. $O_{22} - O_{32} - O_{33}$ turdagi C_1 matritsada zanjir quramiz, va keyin X_1 matritsada o'xshash zanjirni natijada X_2 matritsaga ega bo'lamiz.

$$C_1 = \begin{vmatrix} + & \oplus & & + \\ 4 & 3 & 2 & 0 \\ - & - & & \\ 0 & 0' & 3 & 7 \\ 5 & 0^* & 0' & 1 \end{vmatrix}_{+} \quad \theta_2 = 5 \quad X_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & 1+5 & 0 & 0 \\ 0 & 8-5 & 0+5 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 7 \\ 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \delta_i \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\theta = \min\{5, 8, 9\} = 5$$

3 – chi bosqich. 1-chi bosqich. Nulevoy bog`lanishlar to`g`ri keladigan 1-chi, 2-chi va 4-chi ustunlarni  $C_2$  matritsada “+” belgisi bilan belgilaymiz. Uchinchi ustunda  $C_{33}$  nulevoy elementni topamiz. Unga, uchinchi ustundagi nulevoy bog`lanish to`g`ri kelganligi uchun, nolini shtrix bilan belgilaymiz. Keyin uchinchi qatordan tepasi chiziqcha bilan belgilangan nullinchi elementlarni ko`rib chiqamiz.

$C_{32} = 0$ elementini yulduzcha bilan belgilaymiz va 2-chi ustundagi “+” belgini yo`qotamiz. 2-chi pog`onani ko`rib chiqamiz, unda  $C_{22} = 0$  nulevoy elementni topamiz va ikkinchi qatorni “+” belgisi bilan elementning o`zini esa shtrix bilan belgilaymiz.

Keyin, ikkinchi qatorni ko`rib chiqib birinchi ustundan  $C_{21} = 0$  nulevoy elementni topamiz, uni yulduzcha bilan belgilaymiz va shuning uchun birinchi ustun ustidagi “+” belgisini yo`qotamiz. Shu bilan nollarni belgilash sharoiti to`xtaydi. Belgilanmagan nollar yo`q bo`lganligi sababli, 3-chi bosqichga o`tamiz.

3 – chi bosqich. C_2 matritsaning belgilanmagan bo`limidan  $h=2$  minimal elementini topamiz, belgilanmagan qatordan  $h$  – ni olamiz va belgilangan ustunlarga qo`shamiz (3-chi ustunga qo`shamiz va 1-chi ustundan olamiz). Natijada 3-chi ustunning belgilanmagan nollar sonini edinitsaga ko`paytiramiz ($C_{13} = 0$ element).

$$h = \min\{4, 3, 2\} = 2$$

$$C_2 = \begin{vmatrix} \oplus & \oplus & & + \\ 4 & 3 & 2 & 0 \\ - & - & & \\ 0^* & 0' & 3 & 7 \\ 5 & 0^* & 0' & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{+} C_3 = \begin{vmatrix} + & + & 0' & \pm \\ 2 & 1 & 0' & 0 \\ - & - & 3 & 9 \\ 5 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

keyin 3-chi bosqichga o`tamiz.

1-chi bosqich. Belgilanmagan 3-chi ustunda va 1-chi qatorda joylashgan C_3 matritsadagi C_{13} elementini belgilaymiz. $\delta_1 > 0$ bo`lganligidan 2-chi bosqichga o`tamiz.

2 – **chi bosqich**. Barcha zanjir bitta $x_{13}^{(2)}$ elementlardan turadi. Shining uchun $\theta_3 = \min\{\delta_1 = 4, \delta_2 = 4\} = 4$. $x_{13}^{(2)}$ ga 4 ni qo`shib, X_3 matritsaga kelamiz.

$$X_2 = \begin{array}{ccccc} & & & & \delta_i \\ & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 0 \quad 0 \quad 7 \\ & & & & 4 \\ & & & & \parallel \\ & & & & 5 \quad 6 \quad 0 \quad 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 3 \quad 5 \quad 0 \\ & & & & 0 \\ \delta_j & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \end{array} \quad \theta_3 = 4 \quad \rightarrow \quad X_3 = \begin{array}{ccccc} & & & & \delta_i \\ & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 0 \quad 4 \quad 7 \\ & & & & 0 \\ & & & & \parallel \\ & & & & 5 \quad 6 \quad 0 \quad 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 3 \quad 5 \quad 0 \\ & & & & 0 \\ \delta_j & & & & \parallel \\ & & & & 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

Barcha bog`lamishlar nolga teng bo`lganligi sababli, X_3 – optimal rejasi bo`ladi.

Maqsadli funktsiya

$$L_{opt} = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}^{(3)} = 89$$

(bu masalaning yechimi natijalarini potentsial metodi bilan solishtir)

Chegaralangan o`tkazuvchan epchillikni transport masala

Chiziqli formaning minimal xolatda turadigan T_d – masalani ko`rib chiqamiz

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Sharti bilan

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = d_i, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n; \quad 0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}$$

Quyidagi aniqlamalarni kitamiz.

1. S – matritsaning $C_{ij} = 0$ elementi x – butun emas nol dep ataladi, agar echilayotgan T_d – matritsaning x rejasida x_{ij} perevozka, d_{ij} matritsadan kam bo`lsa. Agar  $x_{ij} > d_{ij}$  bo`lsa, unda $C_{ij} < 0$ elementi x – butun nol dep ataladi.
2. S – matritsaning x – noli dep ($C_{ij} = 0$) $C_{ij} = 0$ shunday element atalishi uning uchun $x_{ij} > 0$ bo`ladi, aks holda bu element mavjud emas nol deb ataladi.

4.5. Venger usulining algoritmini ta`riflash.

Venger usuliga asoslangan T_d masalani yechishning algoritmi, oldingi bosqichdan va bir tipli iteratsiya qatoridan iborat.

Oldingi bosqich. C matritsaning har bir ustunidan minimal element topiladi va berilgan ustundan barcha elementlardan uni olib tashlaydi. Natijada C' matritsa olinadi. Keyin C' matritsaning har bitta qatorining barcha elementlaridan, shu qatorning minimal elementi olinadi va har bir qatori va ustunida nol mavjud. $C_0 = \|c_{ij}^{(0)}\|$ matritsa olinadi.

Undan keyin tuzulish jarayoni ustun bo'ylab ketadigan, $X_0 = \|x_{ij}^{(0)}\|$ matritsa tuziladi. X_0 matritsaning birinchi $(j-1)$ ustunlari to'ldirilgan bo'lsin. C_0 matritsaning j – chi ustunining nollariga tepadan pastga qarab raqamlab chiqamiz va j -chi ustunning k – chi noli mavjud qator raqamini $i_{kj}(k=1, 2, \dots, r_j)$ bilan belgilaymiz. Shunda, j – chi ustunning elementlari quyidagi formulaga mos aniqlanadi.

$$x_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 0, & \text{azap } i \neq i_{kj}; \\ \min \left\{ a_i - \sum_{\mu=1}^{j-1} x_{i\mu}^{(0)}; \quad b_j - \sum_{\mu=1}^{i-1} x_{\mu j}^{(0)}; \quad d_{ij} \right\} & \text{azap } i = i_{kj}, \end{cases} \quad (4.5.1)$$

$$k = 1, 2, \dots, r_j.$$

Agar X_0 matritsa uchun summa bog'lanish

$$\Delta_0 = \sum_{i=1}^m d_i + \sum_{j=1}^n b_j - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{(0)} = 0,$$

Bo'lsa unda $X_0 - T_d$ masalaning optimal rejasi. Agar $\Delta_0 > 0$ bo'lsa, unda birinchi iteratsiyaga o'tiladi.

Algoritmning har bir iteratsiyasi umumiy xolda 3 bosqichdan turadi: Birinchi bosqichdan boshdanadi, keyin bir necha marta birinchi va uchinchi bosqichlar takrorlanadi va iteratsiya ikkinchi bosqich bilan, yoki berilgan masalaning echilmasligini tasdiqlash bilan tugaydi.

(k + 1) – chi iteratsiya. Natijada x_k va C_k matritsalar olingan. Algoritmning k – iteratsiyasi amalga oshirilgan deylik.

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^m d_i + \sum_{j=1}^n b_j - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{(k)} > 0,$$

deylik, va T_d masalaning echilmaganligi ham aniqlanmagan.

(k + 1) –chi iteratsiyaning maqsadi, x_{k+1} matritsani tuzish va uni optimallikka yoki echilmaslikni aniqlashga tekshirish (bo'lib) hisoblanadi.

Iteratsiya boshlanishidan oldin C_k matritsaning faqat bog'lanishlari

$$\delta_{ij} = b_j = \sum_{i=1}^m x_{ij}^{(k)} = 0$$

boʻlgan, ustunlari “+” belgisi bilan belgilanadi va $C_{ij}^{(k)}$ elementi shtrix bilan belgilanadi. Agar C_k matritsaning μ – chi belgilangan ustun va i –chi qator kesilishmasida C_k matritsaning x_k sumestvennyy noli joylashgan boʻlsa unda bu ustunning ayirish (belgilash) belgisi yoʻqotiladi, va $C_{i\mu}^{(k)} = 0$ elementi yulduzcha bilan belgilanadi. Keyin μ ustun koʻrib chiqiladi x_k –butun emas nol (nollarni) topiladi va u shtrix bilan belgilanadi. C_k matritsaning x_k butun emas nollarni aniqlik jarayonining qadamlarining soni oxirida mana bu uch natijaning bittasi bilan tugatiladi:

1. boʻlgan i qatorda x_k – butunmas nol topiladi, unda nolni shtrix bilan belgilab 2-chi bosqichga oʻtiladi.
2. Barcha x_k – butun emas nollar belgilangan ($\delta_i^{(k)} = 0$ har bittasi uchun) va C_k matritsaning belgilanmagan elementlari orasidan yoki musbat, yoki ikkitadan belgilangan C_k elementlari orasidan manfiylari mavjud boʻlsa. Bu xolatda uchunchi bosqichga oʻtiladi.
3. Barcha x_k butun emas nollar belgilangan, barcha belgilanmagan C_k elementlari manfiy, ikki martadan belgilanganlari esa – polojitelʼnyy (musbat) bu T_d masalaning echilmasligini aniqlaydi (koʻrsatadi).

Ikkinchi xolatda, belgilanmagan butun emas nolni $C_{ij}^{(k)} = 0$ shtrix bilan belgilab, keyingi 2-chi bosqichga oʻtamiz.

Ikkinchi bosqich. Yulduzcha va shtrixlar bilan belgilangan C_k matritsaning nollarnidan zanjir tuzishdan iborat. Bu zanjir yordamida x_k dan x_{k+1} ga oʻtish amalga oshiriladi. Shunday qilib 1-chi bosqich ustun va λ_1 qator kesilishmasida joylashgan, bir qancha belgilanmagan x_k – butun emas nol uchun bogʻlanish $\delta_i^{(k)} > 0$ boʻlganda tugatilsin. Bu elementni C_k matritsaning belgilangan nollardan iborat zanjirining boshi hisoblanadi. Zanjir mana bunday tarzda tuziladi: C_k matritsaning μ_1 ustunida $O_{\lambda_2 \mu_1}^*$ tanlanadi va λ_2 qatorda esa $O_{\lambda_2 \mu_2}$ tanlanadi va zanjirni tuzish jarayonidagi ustun boʻylab shtrixli noldan yulduzchani nolga va qator boʻylab yulduzchani noldan shtrixli nolga ketma-ketlikdan iborat oʻtishlar, xar doim shtrixli noldan boshlanadi va tortiladi. Natijada mana bu koʻrinishdagi zanjir paydo boʻldi deylik:

$$O_{\lambda_1 \mu_1}' - O_{\lambda_2 \mu_1}^* - O_{\lambda_2 \mu_2} - \dots - O_{\lambda_s \mu_{s-1}}^* - O_{\lambda_s \mu_s}' \quad (4.5.2)$$

x_{k+1} matritsaning $x_{ij}^{(k+1)}$ elementlari rekurrent formula boʻyicha hisoblanadi

$$x_{ij}^{(k+1)} = \begin{cases} x_{ij}^{(k)}, & \text{agar } c_{ij}^k \\ x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{agar } c_{ij}^k \\ x_{ij}^{(k)} - \theta_k, & \text{agar } c_{ij}^k \end{cases} \quad (4.5.3)$$

θ_k parametri o'zaro bog'lanishdan aniqlanadi

$$\theta_k = \min \left\{ \theta'_k, \theta''_k; \delta_{\lambda_1}^{(k)}, \delta_{\mu_s}^{(k)} \right\} \quad (4.5.4)$$

Bu erda

$\theta_k - \min\{=1\}$ – zanjirning minimal elementi;

$\theta_k'' = \min_{1 \leq i \leq s} \{d_{\lambda_i \mu_i} - x_{\lambda_i \mu_i}^{(k)}\}$ – zanjirning toq elementi elementlari uchun

to'ldirilishigacha minimal rezerv.

$\delta_{\lambda_1}^{(k)} = d_{\lambda_1} - \sum_{i=1}^m x_{1i}^{(k)}$ – zanjir boshlanadigan joydagi qatorning bog'lashning

$\delta_{\mu_s}^{(k)} = d_{\mu_s} - \sum_{i=1}^m x_{i\mu_s}^{(k)}$ – zanjir tugaydigan joydan ustunning bog'lanishi.

Agar summa bog'lanish $\Delta_{k+1} = \sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n -2 \sum_i \sum_j x_{ij}^{(k+1)} = 0$

Bo'lsa unda x_{k+1} matritsa T_d masalaning yechimi hisoblanadi.

Agar $\Delta_{k+1} > 0$ bo'lsa, unda keyingi iteratsiyaga o'tiladi.

Uchinchi bosqich. Bu bosqichda C_k matritsaning $C_k(C_k \sim C_k')$ ekvivalent matritsaga o'zgarishi ro'y beradi.

Birinchi bosqich ikkinchi xolat bilan tugadi deylik. Minimal elementni belgilaymiz:

$$h = \min\{h', h''\}, \quad (4.5.5)$$

Bu erda $h' - C_k$ matritsaning belgilanmagan polojitel'nyy elementlari ichida eng minimali C_k ; h'' – matritsaning ikki martadan belgilangan maxfiy elementlari orasida eng minimali.

Belgilanmagan qatorda joylashgan C_k matritsa elementlaridan h – ni olib tashlaymiz (olamiz) va belgilangan ustunda joylashgan C_k elementiga qo'shamiz C_k matritsa olinadi. Agar ikki martadan belgilangan C_k (otritsatel'nyy) matritsa elementi C_k nolga aylansa (stanovitsa), unda ustun ustidagi belgilangan belgi yo'qotiladi, element o'zi esa yulduzcha bilan belgilanadi. Qolgan belgilarni esa, shuningdek nolntng barcha (turlarini) belgilarini C_k matritsadan C_k matritsaga o'tkaziladi.

Keyin, C_k ni C_k ga almashtirib yana belgini yana birinchi bosqichni o'tiladi. Agar birinchi bosqich yana ikkinchi natija bilan yakunlansa, unda yana uchinchi bosqichga qaytaradi. Birinchi va uchinchi bosqichlardan iborat tsikllarni, ularni oxirigisi 1-chi yoki 3-chi natija (yo'l) bilan tuguguncha qadar o'tkaziladi. Birinchi

natijada (yo`lda pexod), iteratsiyani tugatib, 2-chi bosqichga o`tiladi, uchinchi natijada (yo`lda) esa, ularning shartlarining sig`maganligi (kelishmaganligi) tufayti T_d masalaning echilmasligi haqida xulosa chiqariladi.

4.5.1. Misol. Quyidagi shartlari bilan belgilangan T_d – masalani Venger metodi (usuli) bilan yechish.

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}; \quad P^T = \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ \left[\begin{matrix} 6; & 3; & 3; & 4; & 2; & 4; & 2 \end{matrix} \right] \end{matrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} -$$

Oldingi (predvaritel`nyy) bosqich. C_0 matritsani tuzamiz:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow C' = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = C' = C_0.$$

Keyin D matritsani hisobga olib X_0 matritsani tuzamiz:

$$X_0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} a_i & \delta_i \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_i & \delta_i \end{matrix} & \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_j & 4 & 2 & 4 & 2 \\ \delta_j & 1 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} 6 \ 3 \quad x_{11}^{(0)} &= \min \{a_1, b_1, d_{11}\} = d_{11} = 3; \\ 3 \ 0 \quad x_{22}^{(0)} &= \min \{a_2, b_2, d_{22}\} = d_{22} = 1; \\ 3 \ 2 \quad x_{33}^{(0)} &= d_{33} = 1; \\ x_{24} &= \min \{a_2 - x_{22}^{(0)}, b_2, d_{24}\} = d_{24} = 2. \end{aligned}$$

C_k matritsaning x_k – butun emas nollari tepasini bitta nuqta qo`yib belgilab chiqamiz. (nolli emas bog`lanmasliklar) Nol emas bog`lanishga to`g`ri keladigan C_k matritsaning qatorlarini “x” belgisi bilan belgilaymiz.

Birinchi iteratsiya

$$C_0 = \begin{array}{c} \times \\ \begin{vmatrix} & & & + \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \\ \times \end{array} \xrightarrow{h=1} C_0^{(1)} = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} = C_1$$

$$X_0 = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 \uparrow & 1 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\theta_1=1} X_1 = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{array}{c} \delta_i \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

$$\delta_j \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad 0$$

$$\Delta_1 = 8$$

Birinchi bosqich. To'rtinchi ustunni "+" belgisi bilan belgilaymiz. C_0 matritsada butun emas belgilanmagan X_0 nolning bittasi ham mavjud bo'lmaganligidan, uchinchi bosqichga o'tib ketamiz. Keyin yana birinchi bosqichga o'tamiz, X_0 – butun emas belgilanmagan nolni topamiz va uni shtrix bilan belgilab, ikkinchi bosqichga o'tamiz. Ikkinchi bosqichda tuzilgan zanjir bitta $x_{32}^{(0)}$ elementidan iborat. Shuning uchun

$$X_{32}^{(1)} = X_{32}^{(0)} + \theta_1 = 1 \text{ bo'ladi.}$$

Ikkinchi iteratsiya

$$C_1 = \begin{array}{c} \begin{vmatrix} & + & & + \\ -1 & 2 & 0 \uparrow & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ \end{array} = C_2;$$

$$X_1 = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{array}{c} \delta_i \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{array} \rightarrow X_2 = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{array}{c} \delta_i \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array}$$

$$\delta_j \quad 1 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \qquad \delta_j \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0$$

$$\theta_2 = 2 \quad \Delta_2 = 4.$$

Uchinchi iteratsiya.

$$C_2 = \begin{array}{c} \times \\ \oplus \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} & + & & \\ -1 & 2 & \bar{0} & 4 \\ \bar{0}' & -1 & 2 & \bar{0}^* \\ 1 & \bar{0} & -1 & 2 \end{array} \right\|_{h=1} \quad + \rightarrow C_3 = \begin{array}{c} \times \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} -2 & 2 & -1 & 3 \\ \bar{0} & \bar{0} & 2 & 0 \\ 0 \uparrow & \bar{0} & -2 & 1 \end{array} \right\|$$

$$X_2 = \left\| \begin{array}{cccc} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0' & 1 & 1 & 0 \\ \delta_j & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\| \begin{array}{c} \delta_i \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \theta_3=1 \end{array} \rightarrow X_3 = \left\| \begin{array}{cccc} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \delta_j & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\| \begin{array}{c} \delta_i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\Delta_3 = 2.$$

Uchinchi iteratsiya, h=1 da birinchi va uchinchi bosqichlaridan iborat, shuningdek birinchi va ikkinchi bosqichlaridan, bunda 2-chi bosqich zanjiri faqat bitta $x_{31}^{(3)}$ elementdan turadi.

To`rtinchi iteratsiya.

$$C_3 = \begin{array}{c} \times \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} -2 & 2 & -1 & 3 \\ \bar{0} & \bar{0} & 2 & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} & -2 & 1 \end{array} \right\|_{h=2} \rightarrow C_3 = \begin{array}{c} \times \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} -2 & 2 & -3 & 3 \\ \bar{0} & \bar{0}^* & 0' & \bar{0}^* \\ \bar{0} & \bar{0} & -4 & 1 \end{array} \right\|_{h=1} + \rightarrow$$

1-chi va 3-chi bosqich

$$\bar{C}_3^{(2)} = \begin{array}{c} \times \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} -2 & 1 & -4 & 2 \\ 1 & \bar{0}^* & 0' & \bar{0}^* \\ 0^* & -1 & -5 & 0' \end{array} \right\|_{h=1} \begin{array}{c} \oplus \\ \oplus \\ \oplus \end{array} \xrightarrow{+} C_3^{(3)} = \begin{array}{c} \times \\ \times \end{array} \left\| \begin{array}{cccc} -3 & 0' & -5 & 1 \\ 1 & \bar{0}^* & \bar{0}' & \bar{0} \\ \bar{0} & -1 & -5 & 0 \end{array} \right\|_{h=1} +$$

Ikkinchi bosqich

$$X_3 = \left\| \begin{array}{cccc} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \delta_j & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\| \begin{array}{c} \delta_i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \theta_1=1 \end{array} \rightarrow X_4 = \left\| \begin{array}{cccc} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \delta_j & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \begin{array}{c} \delta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

Summar bog`lanish  $\Delta_4 = 0$  bo`lganlikdan, x_4 – optimal reja bo`ladi.
Yo`nalishli funktsiya

$$L_{min} = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 25$$

Transport masalasi uchun Venger usulini asoslash

Oldingi bosqichda X_0 matritsa tuziladi, uning elementlari quyidagi shartlarga to'g'ri kelishi kerak:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{(0)} \leq a_i, \quad i=1, 2, \dots, m; \quad (4.5.6)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^{(0)} \leq b_j, \quad j=1, 2, \dots, n; \quad (4.5.7)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}. \quad (4.5.8)$$

Bu erda transport masalasini yechishda, xuddi shu bosqichdan birinchi bosqichning farqi shunda, C_k matritsa nollarining hammasi ham shtrix bilan belgilanmay, faqat X_k – butun emas nollar belgilanadi. Bu o'zgarish shartni (4.5.8) buzmasdan C_k matritsaning nollariga javob beruvchi X_k matritsa elementlarini o'ttirish (oshirish) imkonini berish uchun qilingan.

Ikkinchi bosqich. O^* ga javob beruvchi X_k matritsa elementlari (4.5.8) formulaga muvofiq (v sootvetstvii), θ_k o'lchamga kamayadi, O' ga javob beruvchi X_k matritsa elementlari esa θ_k o'lchamga ko'payadi (ortadi) bunda qisqartirilayotgan eng kichik elementning o'lchami bo'yicha o'tib ketmasligi (kerak) va d_{ij} tegishli manolardan $x_{ij}^{(k)}$ ko'paytirilayotgan elementlarning minimal o'tib ketmasligi kerak.

X_k matritsaning barcha elementlari (4.5.8) chegaralovchilarga mos keladi, va X_{k+1} matritsa elementlari ham bu chegaralovchilarga mos bo'ladi. Agar zanjir $O_{\lambda_1 \mu_1}$ elementdan boshlanib $O_{\lambda_s \mu_s}$ elementda tugasa, unda quyidagi (bog'lanishlar) bog'liqlar to'g'ri hisoblanadi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} \sum_j x_{ij}^{(k)}, & \text{azap } i \neq \lambda_1; \\ \sum_j x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{azap } i = \lambda_1; \end{cases} \quad (4.5.9)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} \sum_i x_{ij}^{(k)}, & \text{azap } j \neq \mu_s; \\ \sum_i x_{ij}^{(k)} + \theta_k, & \text{azap } j = \mu_s. \end{cases}$$

$\theta_k \leq \min\{\delta_{\lambda_s}, \delta_{\mu_s}\}$ tengsizlikni xisobga olib, agar X_k matritsa (4.5.6), (4.5.7) shartlariga mos kelsa, unda X_{k+1} matritsa ham bu shartlarga to'g'ri kelishi aniq bo'ladi.

(4.5.9) bog'lanishlari asosida

$$\Delta_{k+1} = \sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n b_j - 2 \sum_i \sum_j x_{ij}^{(k+1)} = \Delta_k - 2\theta_k. \quad (4.5.10)$$

Uchinchi bosqich. C_k dan C'_k ga o'tish qoidasiga binoan, C_k matritsaning ikki marta (ikkilamchi) belgilangan elementlari, $h > 0$ ga oshiriladi

(ko`paytiriladi); C_k matritsaning belgilanmagan elementlari, h - ga kamayadi, bu iatritsaning qolgan elementlari esa avvalgi manolarini saqlab qoladi, bunda $C_k' \sim C_k$.

$$\begin{cases} \text{agar } c_{ij}^{(k+1)} > 0, \text{ unda } x_{ij}^{(k+1)} = 0; \\ \text{agar } c_{ij}^{(k+1)} < 0, \text{ unda } x_{ij}^{(k+1)} = d_{ij}; \end{cases} \quad (4.5.11)$$

Oldingi bosqichda X_0 tuzish qoidasi bo`yicha (4.5.11) sharti  $k = 1$  ga muvofiq. Bu shartni induktsiya metodi (usuli) bilan isbotlaymiz. (4.4.11) tengsizligi bir necha  $k$  uchun to`g`ri kelishini tasavvur qilamiz va $(k + 1)$ uchun ham ular saqlanib qolishini isbotlaymiz.

Isbotlashning birinchi bo`limi.

$C_k^{(1)}$ matritsada element bo`lsin. Bunda, ko`rinib turibdiki, element $c_{ij}^{(k)} \geq 0$ bo`ladi. Agar  $c_{ij}^{(k)} > 0$  bo`lsa, unda tasavvur bo`yicha  $x_{ij}^{(k)} = 0$ , demak  $x_{ij}^{(k+1)} = 0$  (ham shunday) bo`ladi, sababi C_{ij} zanjirga kirmaydi.

Agar $c_{ij}^{(k)} = 0$ bo`lsa, unda  $c_{ij}^{(k,1)} > c_{ij}^{(k)} + h$  bo`ladi, va $c_{ij}^{(k)}$ belgilangan qator va ustunning kesilishmasida joylashgan bo`ladi. Bu faqat  $c_{ij}^{(k)}$  - ahamiyatga ega emas (*nesushestvennily*) nol bo`lganda, mumkin demak $= 0$ shunday qilib $c_{ij}^{(k,1)} > 0$ shartidan $x_{ij}^{(k+1)} = 0 = x_{ij}^{(k)}$ kelib chiqadi.

Isbotlashning ikkinchi bo`limi.

Endi $c_{ij}^{(k,1)} < 0$ element bo`lsin. Shunda  $h$  parametrini aniqlash qoidasi bo`yicha element $c_{ij}^{(k,1)} \leq 0$. Agar $c_{ij}^{(k,1)} < 0$ bo`lsa, induktsiya metodi bo`yicha $x_{ij}^{(k)} = d_{ij}$ bo`ladi. Agar  $c_{ij}^{(k)} = 0$  bo`lsa, unda bu nol belgilanmagan hisoblanadi, sababi C_k ga o`tishda u kamayadi. Demak,  $c_{ij}^{(k)} - x_{ij}^{(k)}$  butun nol,. Shunday qilib bo`lganligidan, $x_{ij}^{(k)} = d_{ij} = x_{ij}^{(k+1)}$ bo`ladi.

$c_{ij}^{(k,1)} < 0$ elementlari bo`lganligidan, ular zanjirga kirmaydi, va shuning uchun o`zgarmaydi. Shunday qilib, (4.5.11) shart isbotlandi.

Endi birinchi bosqichning uchinchi yechimida masala shartlari nesovmestin to`g`ri kelmasligini isbotlaymiz.

$E_1 - C_{k+1}$ matritsaning ko`pchilik belgilangan pozitsiyalari bo`lsin (deylik) (E_2 - ko`pchilik belgilanmagan pozitsiyalari). Agar,  $X$  - (4.5.6), (4.5.7) tengsizliklariga mos keluvchi xosila matritsa bo`lsa

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} &= \sum_{(i,j) \in E_1} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in E_2} x_{ij} \leq \sum_{\mu=1}^t \sum_{i=1}^m x_{ij\mu} + \sum_{\lambda=1}^r \sum_{j=1}^n x_{i\lambda j} + \\ &+ \sum_{(i,j) \in E_1} d_{ij} \leq \sum_{\mu=1}^t b_{j\mu} + \sum_{\lambda=1}^r a_{i\lambda} + \sum_{(i,j) \in E_2} d_{ij}, \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

Bunda $i_1, i_2, \dots, i_n - C_{k+1}$ matritsada belgilangan qatorlarning raqami $i_1, i_2, \dots, i_n - C_{k+1}$ матрицадаги belgilangan poustunlarning raqami. Agar, $C_{ij}^{(k+1)} - C_{k+1}$ matritsaning ikki marta belgilangan elementi bo'lsa unga $C_{ij}^{(k+1)} \geq 0$ bo'ladi. Unda $X_{ij}^{(k)} = 0$ ekanligini ko'rsatamiz. $C_{ij}^{(k,1)} > 0$ vaziyati uchun u isbotlandi, $C_{ij}^{(k+1)} = 0$ vaziyati uchun esa manosi birinchi bosqichdagi qatorlarni belgilash qoidasidan kelib chiqadi. Shunday qilib, C_{k+1} matritsaning ikki marta belgilangan elementiga $X_{ij}^{(k)} = 0$ javob beradi.

Demak

$$\sum_{(i,j) \in E_1} x_{ij}^{(k)} = \sum_{\mu=1}^t \sum_{i=1}^m x_{ij\mu}^{(k)} + \sum_{\lambda=1}^r \sum_{j=1}^n x_{i\lambda j} = \sum_{\mu=1}^t b_{j\mu} + \sum_{\lambda=1}^r a_{i\lambda}. \quad (4.5.13)$$

Agar $C_{ij}^{(k+1)} - C_{k+1}$ matritsaning belgilanmagan elementi bo'lsa, unda $C_{ij}^{(k+1)} \leq 0$ bo'ladi (uchinchi yechimning sharti).

Induktsiya metodi bilan $X_{ij}^{(k+1)} = d_{ij}$ ekanligi isbotlandi.

Agar $C_{ij}^{(k,1)} < 0$ bo'lsa va $C_{ij}^{(k)}$ elementi belgilanmasa, unda u butun nol, $X_{ij}^{(k)} = d_{ij}$.

Demak,

$$\sum_{(i,j) \in E_1} x_{ij}^{(k)} = \sum_{(i,j) \in E_2} d_{ij} \quad (4.5.14)$$

(4.5.12) – (4.5.14) o'zaro bog'liqlik tengsizlikka olib keladi.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq \sum_{(i,j) \in E_1} x_{ij}^{(k)} + \sum_{(i,j) \in E_2} x_{ij}^{(k)} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{(k)}. \quad (4.5.15)$$

Shart bo'yicha

$$\Delta_k = 2 \left(\sum_{i=1}^m a_i - \sum_i \sum_j x_{ij}^{(k)} \right) > 0$$

va (4.5.15) tengsizlikka muvofiq

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} < \sum_i a_i, \quad (4.5.16)$$

Demak, (4.5.16) shartlari xech qanday X reja bo'yicha tenglikka o'tib ketmaydi. Bu erda $X = \|x_{ij}\|$ – (4.5.6) – (4.5.8) shartlariga to'g'ri keluvchi xoxlagan matritsa. (4.5.16) tengsizligi T_d – masala shartlariga to'g'ri kelmasligini ko'rsatib turibdi, sababi (4.5.16) matritsada xoxlagan X reja uchun qat'iy tenglik bo'lishi kerak.

§5. MathCAD tizimi yordamida transport masalasini yechish.

5.1. Mathcad tizimi haqida.

Mathcad-komp'yuterda har xil matematik va texnik masalalarni yechib beradigan, qo'llanuvchi uchun sonlar, grafiklar matnlar ustida ishlash qulay oddiy instrumentlardan iborat dasturiy ta'minot muhiti.

Mathcad muhitida 100 dan ortiq operator va logik funktsiyalar bo'lib, ular har xil qiyinchilikdagi matematik masalalarni sonli va simvolli yechish uchun bag'ishlangan.

Mathcad ning Maple, Matlab, Matematika kabi raqobatdosh dasturlaridan farqi:

Mathcad yordamida hisoblashlar bajarilishi jarayoni oddiy qog'ozdagi ishdek bo'ladi. Usulning aniq va tushunarli berilishini ko'rsatish uchun qancha bulsa shuncha kommentariy berish mumkin.

Mathcad ning ishchi varag'ini oson qayta tekshirish mumkin, hamma hujjatlar tushunish qiyinchilik tug'dirmaydigan bo'lib hisoblanadi. Mathcad ning intellektual texnologiyasiga binoan moslashmagan modullarning o'lchashlarida yuborish mumkin emas.

Ishchi varog'i xatolarning har xil turidan muhofazalangan bo'lib, hisoblashlarning dastlabki bosqichida xato yuborish mumkin emas. Masala uchun zarur bo'lgan hisoblash protseduralari va parametrlar shunday beriladi. Ularni yechish davomida oson o'zgartirish mumkin.

Masalan, masalada qaysi parametрни o'zgartirish evaziga o'zgarish bo'lganini bilish mumkin. Mathcad hisoblashlar natijasini ham savdogarlar ham tekshiruvchi xizmatkorlar tushinishga imkoniyat beradi. Undan tashqari Mathcad ob'ektga yunaltirilgan dasturlash muhiti va vizual proektlash muhiti bo'lib hisoblanadi.

Misol 1: Aytaylik omborxonada A_1, A_2, A_3 ga mos $a_1 = 70, a_2 = 90, a_3 = 50$ tonna yoqilg'i saqlanadi. Bunga mos to'rt B_1, B_2, B_3, B_4 foydalanuvchining talabi $b_1 = 50, b_2 = 70, b_3 = 40, b_4 = 40$ tonnani tashkil etadi. c_{ij} tashish bahosi bir tonna hisobida bunda i-chi ombordan j-chi foydalanuvchigacha jadvalda ko'rsatilgan.

1. Berilgan jadvalda ochiq yoki yopiq turda transport modelini o'rnatamiz. Agar model ochiq anglatilsa, unda uni yopish zarur.

	$b_1=50$	$b_2=70$	$b_3=40$	$b_4=40$
$a_1=70$	5	2	3	6
$a_2=90$	4	3	5	7
$a_3=50$	2	4	1	5

2. Yuk tashishning minimal bahosin taminlash maqsadida tashish rejasin tuzamiz.

3. Yuk tashishning minimal bahosin topamiz.

1. Yukning ortiqcha bo`lagi 210 tonna, u 200 tonnani quraydi. Qo`yilgan masalani ochiq turda bo`lib, uning yopiq turga aylantirish kerak.

Yukning nollik bahosida 10 birlik talabi bilan kiritiladi. Masalaga o`tamiz:

	$b_1=50$	$b_2=70$	$b_3=40$	$b_4=40$	$b_5=10$
$a_1=70$	5	2	3	6	0
$a_2=90$	4	3	5	7	0
$a_3=50$	2	4	1	5	0

2.(5.1-programma qismi) Maydon yuzasiga dasturni kiritamiz. Boshlang`ich vektorlarni kiritamiz, A- taminlovchi, B- talab qiluvchi va C- tashish bahosining matritsasi.

(5.1-programma qismi)

$$\begin{aligned}
 A_{mm} &:= (70 \ 90 \ 50)^T \quad B := (50 \ 70 \ 40 \ 40 \ 10)^T \\
 C_{nn} &:= \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & 7 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad X := C_{nn} \quad m := \text{rows}(C) \quad n := \text{cols}(C) \\
 &\quad i := 0..n-1 \quad A1_i := 1 \quad i := 0..m-1 \quad B1_i := 1 \\
 \pi(X) &:= \text{tr}(X \cdot C^T) \quad \pi(X) = 219 \\
 \text{Given} \\
 X A1 &= A \quad X^T B1 = B \quad X \geq 0 \\
 X1 &:= \text{Minimize}(z, X) \\
 \pi(X1) &= 640 \quad X1 = \begin{pmatrix} 0 & 70 & 0 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 30 & 10 \\ 0 & 0 & 40 & 10 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

So`ng o`zgartuvchi manisini $X=c$ Bilan belgilab olamiz. Chegaralangan transport masalasin matritsa ko`rnishida  $A_1$  va  $B_1$  vektorin kiritamiz. Masalan: Ta`minlovchining chegarasi bo`yicha  $x A_1 = A$  matritsa tenglamasini olamiz. Demak, Chegaralangan tizim bilan birgalikta  $X^T B_1 = B$  matritsa tenglamasining talabi bo`yicha olamiz. $Z(X) = \text{tr}(X C^T)$ maqsad funktsiyasini tuzamiz. Given kalit so`zi bilan

hisoblovchi blogini ochamiz va matritsa turida chegaralovchilarni kiritamiz. Z maqsad funktsiyasining minimal qiymatini Minimize(Z,X) funktsiyasi yordami bilan topamiz.

3. $Z(X_1) = 640$ kun birligida tashishning minimal bahosini topamiz.

5.2 Vaqt kriteriyasi bo`yicha transport masalasin yechish.

MathCAD tizimi yordamida ushbu masalani echamiz.

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 2 \\ 5 & 7 & 10 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_1 &= 13, a_2 = 8, a_3 = 4, \\ b_1 &= 10, b_2 = 10, b_3 = 5 \end{aligned}$$

Daslabki ma`lumotlarni kiritamiz: T matritsasi, A ta`minlovchi va B talab qiluvchi vektorlarini. X o`zgaruvchining boshlang`ich qiymatlari berilgan bo`lib, Z(X)-maqsad funktsiyasi, baho kriteriyasi bo`yicha transport masalasin yechishga A_1 va B_1 birlik vektorlarini kiritamiz, ularning maqsadli avvalgi baho kriteriyassi transport masalasini yechishga o`hshash. (5.1. programma qismiga o`hshash).

```


$$T := \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 2 \\ 5 & 7 & 10 \end{pmatrix} \quad A := (13 \ 8 \ 4)^T \quad B := (10 \ 10 \ 5)^T$$


$$n := \text{cols}(T) \quad m := \text{rows}(T) \quad X := T$$


ORIGIN := 1
i := 1..m k := 1..n A1k := 1 B1i := 1

 $\alpha(X) :=$ 
  for i ∈ 1..m
    for k ∈ 1..n
       $\begin{cases} y_{i,k} \leftarrow T_{i,k} & \text{if } X_{i,k} \neq 0 \\ (y_{i,k} \leftarrow 0) & \text{otherwise} \end{cases}$ 
    max(y)

```

(5.2-programma qismi.)

X_{ik} o'zgaruvchilarini T matritsasining ularga tegishli elementlari bo'yicha qayta tartiblashtiramiz, buning uchun $g(x)$ vektor-funksiyasi shakllantiramiz. $g(x)$ vektorining g_1 koordinatasi X_{ik} o'zgaruvchiga teng bo'ladi, bu T matritsasining elementining r-chi miqdoriga mos keladi.

```

 $g(X) :=$ 
  r ← 0
  while max(T) > 0
    naib ← max(T)
    for i ∈ 1..m
      for k ∈ 1..n
        if naib = Ti,k
           $\begin{cases} T_{i,k} \leftarrow 0 \\ r \leftarrow r + 1 \\ g_r \leftarrow X_{i,k} \end{cases}$ 
  g

```

(5.3-programma qismi.)

Masalaning cheklovlar tizimin yechish uchun blokni shakllantiramiz. r parametriga mos 1,2,3,4 qiymatlarni ketma-ket berib Find funksiyasining yechimi topilmaydigan minimal ρ sonini aniqlaymiz. Unda $r = p - 1$ da olingan x_2 yechimi qo'yilgan masalaning optimal yechimi bo'ladi. (5.3-programma qismi.)

$$\begin{array}{l}
 r := 3 \\
 \text{Given } X \geq 0 \quad X \cdot A1 = A \quad X^T \cdot B1 = B \\
 \sum_{j=1}^r g(X)_j = 0 \quad X2 := \text{Find}(X) \quad X2 = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 z(X2) = 5
 \end{array}$$

(5.3-programma qismi.)

XULOSA

Chiziqli dasturlashning transport masalasi har xil iqtisodiy masalalarni nazariy jihatdan asoslash va rejalashtirish amaliyotida keng qo'llanib kelmoqda. Ayniqsa sanoat va qishloq xo'jaligining eng ahamiyatli rejalashtirish amaliyotida kengdan qo'llaniladi. U, ko'pincha, sanoat va qishloq xo'jaligining eng ahamiyatli mahsulotlarini etkazib berishda, shuning bilan birga yuk tashishning va transportning har xil turlarining ishlarini optimal rejalashtirishda alohida ahamiyatga ega bo'ladi. Shuning uchun transport masalasini yechishning sonli usullarini nazariy va amaliy jihatdan tadqiqot qilish bugungi kunning aktual masalalarining biri bo'lib topiladi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishining asosiy natijalari quyidagilardan iborat:

- transport masalasining matematik modellari o'rganildi;
- aniq misollarni yechish yordamida transport masalasining dastlabki yechimini topish algoritmlari o'rganildi;
- transport masalasini yechishning potentsiallar usuli va venger usullari algoritmlari yordamida aniq misollar echildi;
- MathCAD tizimi va uning imkoniyatlari o'rganildi;
- MathCAD tizimidan foydalanib aniq transport masalalari echildi;

Bitiruv malakaviy ishida olingan natijalarni «Amallar tadqiqoti asoslari» kursida uslubiy qullanma sifatida foydalanish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Н.Утеулиев, С.Пирназаров, А.Отаров, А.Хожаметов. Сызықлы программаластырыў мәселелерин шешиўдиң санлы методлары. Нөкис, 1992ж. 52 бет.
2. И.Л.Акулич. Математическое программирование в примерах и задачах. Москва, изд.Высшая школа, 1986 г.320 с.
3. Ю.Н.Кузнецов, А.Б.Волощенко. Математическое программирование. Москва, изд. Высшая школа, 1976г,352с.
4. Сафаева.К.,Бекназарова.Н. Операцияларни текширишнинг математик усуллари.-Тошкент, Ўқитувчи-1984й.,129в.
5. Сафаева К.С. Математик дастурлаш. Т.: «ЎАЖБНТ». 2004.
6. Кирьянов Д.В., «MathCAD 2001». Самоучитель. С-Пб.: «БХВ-Петербург» 2001
7. А.А.Черняк, Ж.А.Черняк, Ю.А.Доманова «Высшая математика на базе Mathcad», Общий курс. С-Пб.: «БХВ-Петербург», 2004. -608 с.
8. Плис А.И., Сливина Н.А., «Mathcad 2000». Математический практикум. –М.: «Финансы и статистика» 2000 – 656 с.
9. Кудрявцев Е.М., «Mathcad 2000». Символьное и численное решение разнообразных задач, М.: ДМК, 2001, -570 с.
10. Очков В.Ф., «Mathcad 8 Pro для студентов и инженеров». М.: Компьютер Press, 1999.
11. В.И.Струченков. Методы оптимизации. Учеб-е пособие. Москва-2005.
12. Поиск экстремумов функции. В сайте <http://www.keldysh.ru/comma/html/nonlinear/extremum.html>.
13. <http://www.mathsoft.ru>