

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СВЯЗИ, ИНФОРМАТИЗАЦИИ И
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РЕСПУБЛИКИ
УЗБЕКИСТАН**

**НУКУССКИЙ ФИЛИАЛ
ТАШКЕНТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ ПО ПРЕДМЕТУ
ФИЗИКА**



**Составил:
Зав. кафедрой:**

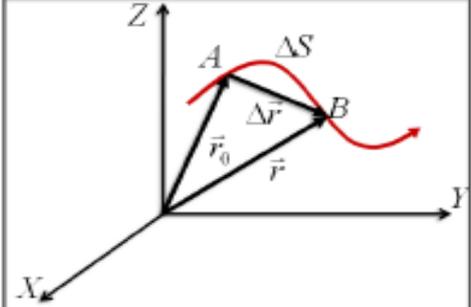
**асс. С. Каипназаров
к.ф-м.н. А. Арзиев**

НУКУС 2014

ЛЕКЦИЯ 1. ПРЕДМЕТ ФИЗИКИ. РОЛЬ ПРЕДМЕТА ФИЗИКИ В РАЗВИТИИ ТЕХНИКИ И В СТАНОВЛЕНИИ СПЕЦИАЛИСТА.

Предмет физики.	
Роль предмета физики в развитии техники и в становлении специалиста.	
<p>Физика — наука о простейших формах <u>движения материи</u> и соответствующих им наиболее общих <u>законах природы</u>. Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая, электрическая, магнитная и т.д.) являются составляющими более сложных форм движения материи (химических, биологических и др.), поэтому физика является основой для других естественных наук (астрономия, биология, химия, геология и др.).</p> <p>Физика — <u>база</u> для создания новых отраслей техники — фундаментальная основа подготовки инженера.</p> <p>В своей основе физика — <u>экспериментальная</u> наука: ее законы базируются на фактах, установленных опытным путем. В результате обобщения экспериментальных фактов устанавливаются физические законы — устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе, устанавливающие связь между физическими величинами. Эти законы представляют собой строго определенные количественные соотношения и формулируются на математическом языке. Законы физики лежат в основе всех естественных наук.</p> <p>Исключительно велика роль физики в развитии техники. Накопление фундаментальных знаний привело к появлению важнейших прикладных областей, например, электротехники, радиотехники, микроэлектроники, теории машин и механизмов. Кроме прикладного, физика имеет общеобразовательное значение. Современная физика есть часть общечеловеческой культуры. Из средств массовой информации мы непрерывно узнаем о проблемах экологии, экономики, энергетики. Все эти вопросы невозможно понять, не зная современной физики, которая бурно развивается.</p>	
Механика	- раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения и взаимодействия тел. Оформление механики как науки впервые в книге И.Ньютона (1687г.) «Математические начала натуральной философии». Механика подразделяется на кинематику, динамику и статику .
Кинематика	– занимается пространственным описанием движения, не изучая его причин.
Динамика	– изучает движение тел в связи с теми причинами, которые обуславливают тот или иной его характер.
Статика	– рассматривает частный случай движения тел, а именно – их равновесие.
<p>Современная механика – это: Ньютоновская или классическая механика, которая применима для макроскопических тел (тел, сравнимых с человеческим масштабом), движущихся со скоростями v много меньшими, чем скорость света в вакууме c ($c \sim 3 \cdot 10^8$ м/с): $v \ll c$</p>	

<p>Релятивистская механика применима при движении любых тел со скоростями v, сравнимыми со скоростью c: $v \sim c$. Эта механика основана на теории относительности, созданной А.Эйнштейном в 1905-1914 гг. Релятивистская механика включает в себя как частный случай классическую механику.</p>	
<p>Квантовая механика, она описывает движение микроскопических тел (молекулы, отдельные атомы, элементарные частицы), строение и свойства атомов и молекул. Год рождения квантовой физики, фундаментом которой является квантовая механика, принято считать 1900г., когда М.Планк сделал доклад об энергии теплового излучения.</p>	
Материальная точка	– это тело, геометрическими размерами которого в условиях задачи можно пренебречь и считать, что вся масса тела сосредоточена в геометрической точке.
Абсолютно твердое тело	– это система, состоящая из совокупности материальных точек, расстояния между которыми в условиях задачи можно считать неизменными.
Абсолютно упругое тело	– тело, деформации которого подчиняются закону Гука, т.е. деформации пропорциональны вызывающим их силам.
Физическое пространство	– трехмерно (т.е. положение тела полностью определяется тремя числами - координатами), изотропно (свойства по всем выделенным направлениям одинаковы и не изменяются), однородно (свойства пространства во всех его точках одинаковы).
Время	одномерно (ось времени можно снабдить стрелкой, указывающей направление, стрела времени), однородно (свойства времени во всех точках на оси направления времени одинаковы), одинаково текущее .
Механическое движение	- это изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. Механическое движение относительно . Этот принцип впервые сформулирован Г.Галилеем до появления труда И.Ньютона «Математические начала натуральной философии». Относительность движения означает, что в разных системах отсчета движение будет описываться по-разному.
Система отсчета	– это система координат (прямоугольная, цилиндрическая и т.д.), снабженная часами и жестко связанная с абсолютно твердым телом (тело отсчета), по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.

<p>Кинематические уравнения движения. При движении материальной точки М ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени t.</p> <p>Закон движения материальной точки – это функциональная зависимость от времени t координат или радиус-вектора \vec{r}.</p> <p>Кинематические уравнения движения задают траекторию движения тела в параметрической форме, параметром служит время t.</p>	$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \text{ или } \vec{r} = \vec{r}(t)$
<p>Траектория материальной точки. Траектория – это линия, описываемая движущимся телом относительно выбранной системы отсчета. В зависимости от формы траектории движение подразделяют на прямолинейное и криволинейное. (Рис.4)</p>	 <p style="text-align: center;">Рис.4</p>
<p>Длина пути точки</p>	<p>-сумма длин всех участков траектории, пройденных этой точкой за рассматриваемый промежуток времени t.</p> <p>Длина пути – скалярная функция времени. $\Delta S = \Delta S(t)$ (Рис.4)</p>
<p>Вектор перемещения $\Delta \vec{r}$</p>	<p>- это вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в положение в данный момент времени, т.е. приращение радиус-вектора материальной</p>
	<p>точки за рассматриваемый промежуток времени.</p> $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}$ <p>В пределе $\Delta t \rightarrow 0$ длина пути по хорде Δs и длина хорды $\Delta r = \Delta \vec{r}$ будут все меньше отличаться:</p> $ds = d\vec{r} = dr$
<p>Скорость материальной точки</p>	<p>- это векторная величина, направленная по касательной к траектории движения точки, и по модулю равная производной от пути по времени.</p> <p>Она определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.</p>
<p>Средняя скорость движения $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$</p>	<p>- определяется как отношение вектора перемещения к промежутку времени, за который перемещение произошло и характеризует быстроту изменения радиус-вектора с течением времени.</p> <p>Вектор средней скорости направлен также как вектор перемещения $\Delta \vec{r}$ - вдоль прямой, соединяющей точки А и В.</p>

Прямолинейное движение	- направление вектора скорости с течением времени остается неизменным.
Равномерное движение	- модуль скорости с течением времени остается постоянным. $v = const$ При этом перемещение равно $s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = v \int_{t_1}^{t_2} dt = v(t_2 - t_1) = v\Delta t$
Неравномерное движение	- модуль скорости изменяется с течением времени. При неравномерном движении длина пути S , пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 , задается интегралом $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ Если модуль скорости увеличивается с течением времени, то движение называется ускоренным , если убывает, то - замедленным .
Криволинейное движение	- направление вектора скорости меняется с течением времени.
Скорость при криволинейном движении. Если движение происходит не только вдоль одного направления, то модуль скорости определяется иначе. Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям декартовой системы координат: $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$ причем составляющие скорости по направлениям определяются как первые производные соответствующих координат по времени: $v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$ Модуль полной скорости определится с помощью теоремы Пифагора: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$	<p style="text-align: center;">Рис.7</p>
Ускорение	Мгновенная скорость может изменяться как по модулю, так и по направлению, для характеристики быстроты изменения скорости служит ускорение .
Среднее ускорение $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	- это приращение $\Delta \vec{v}$ мгновенной скорости за промежуток времени Δt . $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

ЛЕКЦИЯ 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ.

Динамика материальной точки (тела).

Раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел, называется **динамикой**. Динамика от греч. *dynamis* – сила.

Динамика рассматривает действие одних тел на другие как причину, определяющую характер движения тел. Взаимодействием тел принято называть взаимное влияние тел на движение каждого из них.

Законы Ньютона образуют основу динамики — раздела механики, рассматривающего взаимодействие тел.

При рассмотрении кинематики использовалась неподвижная система отсчета. В природе не существует абсолютного движения, всякое движение имеет относительный характер: либо одного тела относительно другого, либо относительно выбранной системы отсчета. Возникает вопрос, все ли системы отсчета являются равноправными, а если нет, то какие являются предпочтительными. Единственное и естественное требование к системе отсчета состоит в том, что ее выбор не должен вносить усложнения в описание движения тел, т.е. законы движения в выбранной системе отсчета должны иметь наиболее простой вид. В частности, в такой системе должны оставаться неизменными свойства пространства и времени: пространство должно быть однородным и изотропным, а время однородным.

Система отсчета, которая использовалась до сих пор, отвечала этим требованиям, но возникает вопрос, как ее реализовать, т.е. с какими объектами, реально существующими в природе, можно ее связать. Оказывается, что выбор подобной системы отсчета является непростым делом, так как требуемым условиям отвечает специальный класс физических объектов. Если «привязать» неподвижную систему координат к какому-либо произвольно движущемуся объекту, например к вагону поезда, можно заметить, что в данной системе отсчета сразу произойдут странные явления, например груз, подвешенный на нити, будет время от времени отклоняться от вертикали (что связано с действием различных ускорений вагона: при торможении или ускорении и при поворотах). В

результате для описания этих явлений в данной системе координат придется прибегнуть к представлениям о взаимодействиях, внешних по отношению к системе, и включить их в рассмотрение. В то же время ясно, что в другой системе координат, не испытывающей указанных ускорений, описание механических явлений будет гораздо проще.

Другой пример не очень подходящей системы отсчета — неподвижная система, связанная с Землей. В этой системе можно, например, обнаружить вращение плоскости колебаний физического маятника (на самом деле связанное с вращением Земли вокруг своей оси), для объяснения которого нам также придется привлекать физические причины, являющиеся посторонними по отношению к данной системе отсчета. Вместе с тем, как показывает опыт, по отношению к Солнцу и звездам маятник будет вести себя стабильно, т.е. Солнце и звезды являются подходящими физическими объектами для выбора указанной системы отсчета.

Как показывает опыт, нужным требованиям удовлетворяют системы отсчета, которые связаны с физическими объектами, не испытывающими внешних воздействий, т.е. не подвергающимися каким-либо ускорениям. В таких системах отсчета тела находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока на них не действуют другие тела.

Инерция	- явление сохранения скорости движения тела при отсутствии внешних воздействий или при их компенсации.
Инертность	– свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии действия на него других тел. При действии неуравновешенной системы сил инертность проявляется в том, что тело изменяет свое движение постепенно и тем медленнее, чем больше его масса.
Масса	– мера инертности тела m (кг). При одинаковом воздействии со стороны окружающих тел одно тело может быстро изменять свою скорость, а другое в тех же условиях – значительно медленнее. Второе из этих тел обладает большей инертностью и большей массой.
Плотность тела	Плотностью тела ρ в данной его точке M называется отношение массы dm малого элемента тела, включающего точку M , к величине dV объема этого элемента. $\rho = \frac{dm}{dV}$
Инерциальные системы отсчета	- это системы отсчета, относительно которых тела находятся в покое, либо движутся прямолинейно и равномерно, если на них не действуют другие тела или действия других тел скомпенсировано. В инерциальных системах отсчета характер движения наиболее простой. Инерциальных систем бесчисленное множество, они движутся относительно друг друга прямолинейно и
	равномерно. Все инерциальные системы отсчета равноправны
Первый закон Ньютона – закон инерции	Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела (или действия других тел компенсируется). Если $\sum \vec{F} = 0$, то $\vec{v} = const$ (или $\vec{v} = 0$), $\vec{a} = 0$ Первый закон Ньютона является законом инерции, так как формулирует условие, при котором тело сохраняет свою скорость или состояние покоя.
Сила	— векторная величина, являющаяся мерой механического действия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Механическое взаимодействие может осуществляться как между непосредственно контактирующими телами (например, при ударе, трении, давлении друг на друга и т. п.), так и между удаленными телами.

Особая форма материи, связывающая частицы вещества в единые системы и передающая с конечной скоростью действие одних частиц на другие, называется **физическим полем** или просто **полем**.

Взаимодействие между удаленными телами осуществляется посредством связанных с ними гравитационных и электромагнитных полей.

Пользуясь понятием силы, в механике обычно говорят о движении и деформации рассматриваемого тела под действием приложенных к нему сил. При этом, конечно, каждой силе всегда соответствует какое-то определенное тело или поле, действующее с этой силой.

Сила \vec{F} полностью задана, если указаны ее модуль F , направление в пространстве и точка приложения.

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется линией действия силы.

Центральными называются силы, которые всюду направлены вдоль прямых, проходящих через одну и ту же неподвижную точку — центр сил, и зависят только от расстояния до центра сил.

Поле, действующее на материальную точку с силой \vec{F} , называется **стационарным полем**, если оно не изменяется с течением времени.

Одновременное действие на материальную точку нескольких сил эквивалентно действию одной силы, называемой **равнодействующей**, или **резльтирующей**, силой и равной их геометрической сумме.

Единица силы — ньютон (Н): 1Н — сила, которая массе в 1кг сообщает ускорение 1м/с² в направлении действия силы.

<p>Импульс или количество движения тела (точки)</p>	<p>-векторная величина \vec{p}, равная произведению массы m материальной точки на ее скорость \vec{v}, и имеющая направление скорости $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.</p>
<p>Закон сохранения импульса</p>	<p>Импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени (сохраняется):</p> $\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$ <p>Закон сохранения импульса является следствием однородности пространства: при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства не изменяются (не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета).</p>

Второй закон Ньютона	<p>— основной закон динамики поступательного движения</p> <p>— отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.</p> <p>Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):</p> $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
Третий закон Ньютона	<p>Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$</p>
Силы в механике	
Силы тяготения, гравитационные силы.	<p>В системе отсчета связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила:</p> $\vec{F} = m\vec{g}$ <p>называемая силой тяжести — сила, с которой тело притягивается Землёй. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, называемым ускорением свободного падения.</p> <p>Весом тела — называется сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или натягивает нить подвеса.</p> <p>Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Сила тяжести равна весу тела только в том случае, когда ускорение тела относительно земли равно нулю. В противном случае $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, где \vec{a} — ускорение тела с опорой относительно Земли. Если тело свободно движется в поле силы тяготения, то $\vec{a} = \vec{g}$ и вес равен нулю, т.е. тело будет невесомым.</p> <p>Невесомость — это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.</p>
Силы упругости	<p>-возникают в результате взаимодействия тел, сопровождающегося их деформацией.</p>

	<p>Упругая сила пропорциональна смещению частицы из положения равновесия и направлена к положению равновесия:</p> $\vec{F} = -k\vec{r}$ <p>где \vec{r} — радиус-вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия, k — упругость. Примером такой силы является сила упругости деформации пружины при растяжении или сжатии:</p> $\vec{F} = -kx$ <p>где k — жесткость пружины, x — упругая деформация.</p>
Сила трения скольжения	<p>-возникает при скольжении данного тела по поверхности другого:</p> $F_{TP} = kN$ <p>где k — коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния соприкасающихся поверхностей; N — сила нормального давления, прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. Сила трения направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.</p>

ЛЕКЦИЯ 3. ЭНЕРГИЯ. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ.

Энергия	<p>Энергия — это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.</p> <p>С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную... Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.</p>
Работа силы	<p>Работа силы — это количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.</p>
<p>Работой A, совершаемой постоянной силой \vec{F} называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы \vec{F} и перемещения \vec{S}:</p> $A = FS \cos \alpha$ <p>или $A = (\vec{F}\vec{S})$ - скалярное произведение векторов силы \vec{F} и перемещения \vec{S}.</p>	<p style="text-align: center;">Рис.1</p>

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому этой формулой $A = FS \cos \alpha$ пользоваться нельзя. Однако на элементарном (бесконечно малом) перемещении $d\vec{r}$ можно ввести скалярную величину — элементарную работу dA силы \vec{F} :

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cos \alpha \cdot ds = F_s ds$$

Тогда работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути:

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds$$

Если зависимость F_s от S представлена графически, то работа A определяется площадью криволинейной фигуры под графиком $F(S)$ (см. рисунок 2).

Единица работы — джоуль (Дж) — работа совершаемая силой 1Н на пути 1м: 1Дж=1Н·м.

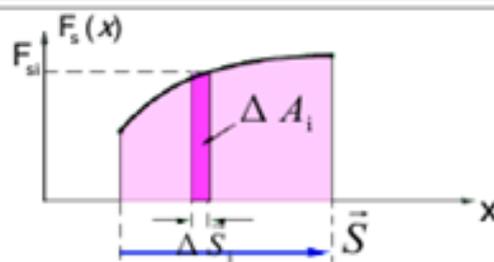


Рис.2

Частные случаи вычисления работы

<p>1) $A > 0$; $\cos \alpha > 0$</p>	<p>2) $A < 0$; $\cos \alpha < 0$</p>	
<p>3) $A = 0$; $\cos 90 = 0$</p>	<p>4) $A = FS$; $\cos 0 = 1$</p>	<p>5) $A = -FS$; $\cos 180 = -1$</p>

<p>Мощность</p>	<p>Мощностью называется работа силы, совершаемая в единицу времени.</p> <p>Мощность N это физическая величина, равная отношению работы A к промежутку времени t, в течение которого совершена эта работа.</p> <p>Мощность N равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы.</p> $N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = (\vec{F}, \vec{v})$ <p>Мощность – характеризует способность тела совершать работу в единицу времени.</p> <p>$1\text{кВт} \cdot \text{ч} = 1000\text{Вт} \cdot 3600\text{с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$</p> <p>При равномерном движении:</p> $N = \frac{FS}{t} = Fv$ <p>Единица мощности — ватт (Вт): 1Вт — мощность, при которой за время 1с совершается работа 1Дж: 1Вт=1Дж/с.</p>
<p>Кинетическая энергия механической системы</p>	<p>Кинетическая энергия механической системы E_K — это энергия механического движения этой системы.</p> <p>Сила, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:</p> $dA = dE_K$ <p>Тело массой m, движущееся со скоростью v, обладает кинетической энергией:</p> $dA = \vec{F}d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m\vec{v}d\vec{v} = mv dv = dE_K \Rightarrow$ $E_K = \int_0^v mv dv = \frac{mv^2}{2}$ <p>Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия:</p>
	<p>(1) является функцией состояния системы;</p> <p>(2) всегда положительна;</p> <p>(3) неодинакова в разных инерциальных системах отсчета.</p>
<p>Потенциальная энергия</p>	<p>Потенциальная энергия (E_p) — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.</p>

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Примеры потенциальной энергии:

1) Потенциальная энергия тела массой m на высоте h :

$$E_p = -\int_0^h mg dy = -mgy \Big|_0^h = mgh$$

2) Потенциальная энергия поля тяготения:

В поле тяготения Земли (на значительных расстояниях от нее) потенциальная энергия тела зависит от расстояния до центра Земли (закон всемирного тяготения).

Формула, выражающая потенциальную энергию тела массой m на расстоянии r от центра Земли, имеет вид:

$$E_p = -\gamma \frac{Mm}{r}$$

а Земли, γ – гравитационная постоянная.

3) Потенциальная энергия определяется работой силы, вызывающей смещение x , т.е. возвращающей силы $F = -kx$. Тогда

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Единица кинетической и потенциальной энергии — Джоуль (Дж).

Работа равна изменению потенциальной энергии со знаком минус, т.е. работа равна убыли потенциальной энергии:

$$A = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p \text{ или } dA = -dE_p$$

если $A > 0$, E_p — убывает

если $A < 0$, E_p — возрастает

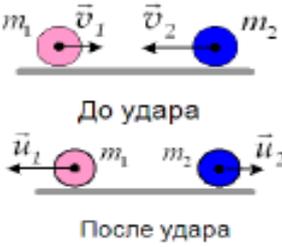
$$dA = -dE_p \Rightarrow Fdr = -dE_p \Rightarrow E_p = -\int Fdr + C$$

где C — постоянная интегрирования, т.е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной.

Закон сохранения энергии.

Полная механическая энергия системы — энергия механического движения и взаимодействия $E_k + E_p = W$ — равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

Закон сохранения энергии: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со

	<p>временем:</p> $E_k + E_p = W = const$ <p>Это — фундаментальный закон природы. Он является следствием <u>однородности времени</u> — инвариантности физических законов относительно выбора начала отсчета времени.</p>
<p>Центральный удар</p>	<p>Центральный удар — удар при котором тела до удара движутся по прямой, проходящей через их центры масс.</p>
<p>Центральный абсолютно упругий удар</p>  <p>До удара</p> <p>После удара</p> <p>Рис.6</p>	<p>Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию.</p> <p>В общем случае массы m_1 и m_2 шаров неодинаковы, v_1 — скорость первого шара v_2 — скорость второго шара до столкновения, u_1 и u_2 — скорости шаров после столкновения.</p> <p>Законы сохранения имеют вид:</p> $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \quad (1)$ $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (2)$
<p>Произведя преобразования в данных выражениях (1), (2) получим:</p> $m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (v_2 - u_2) \quad (3)$ $m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2) \quad (4), \quad \text{откуда:}$	
$v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \quad (5) \quad \text{решая совместно уравнения (3), (4), (5)}$ <p>можно найти скорости u_1 и u_2</p> $u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (6) \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (7)$ <p>Если $m_1 = m_2$, тогда выражения (6) (7) будут иметь вид:</p> $u_1 = v_2 \text{ и } u_2 = v_1, \text{ то есть шары равной массы обмениваются скоростями.}$ <p>Если до взаимодействия один из шаров был неподвижен, то после удара он приобретет скорость второго шара, который после удара остановится.</p> <p>Выполняются законы сохранения импульса и сохранения механической энергии.</p>	
<p>Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое тело</p> $\vec{U} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$ <p>\vec{U} -общая скорость шаров после столкновения</p>	

**ЛЕКЦИЯ 4. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ СИЛЫ. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ И НАПРЯЖЕННОСТЬ
ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ. ЗАКОН КУЛОНА.
НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.**

Элементы теории поля. Центральные силы.

Силы, направленные вдоль линии, соединяющей центры взаимодействующих тел (точки), называются центральными.

Любая центральная сила является консервативной, и частица в поле центральных сил обладает потенциальной энергией.

Примерами центральных сил могут служить гравитационная, кулоновская и упругая силы.

Закон всемирного тяготения (1687г.)

Два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{K^2}$ — гравитационная постоянная.

Смысл гравитационной постоянной: она численно равна силе, с которой притягиваются друг к другу две массы в 1кг каждая на расстоянии в 1м.

С физической точки зрения соотношение (1) описывает взаимодействие массы m с полем тяготения, или, как принято говорить, с гравитационным полем, создаваемым в пространстве массой M .

Хотя способ передачи гравитационного взаимодействия нам неизвестен, опыт показывает, что с каждой массой в пространстве связано гравитационное поле. Это поле порождается телами и является формой существования материи.

Основное свойство поля тяготения заключается в том, что на всякое тело массой m , внесенное в это поле, действует сила тяготения, т. е.

$$F = mg$$

Вектор g не зависит от m и называется напряженностью поля тяготения.

Напряженность поля тяготения определяется силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы, и совпадает по направлению с действующей силой. Напряженность есть силовая характеристика поля тяготения.

Поле тяготения называется однородным, если его напряженность во всех точках одинакова.

Для графического изображения силового поля используются *силовые линии* (линии напряженности). **Силовые линии выбираются так, что вектор напряженности поля действует по касательной к силовой линии.**

Работа в поле тяготения.

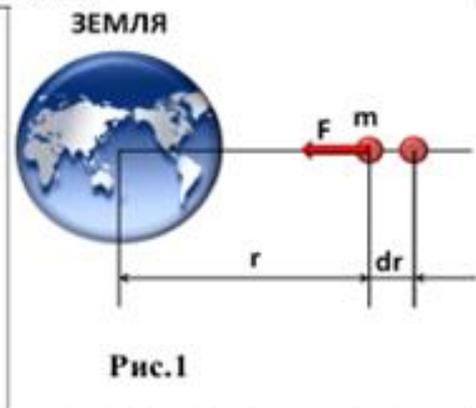
Вычислим, какую надо затратить работу для удаления тела массой m от Земли. На расстоянии r на данное тело действует сила

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$$

При перемещении этого тела на расстояние dr затрачивается работа

$$dA = Fdr = -\gamma \frac{Mm}{r^2} dr$$

Знак минус появляется потому, что сила и перемещение в данном случае противоположны по направлению.



Электростатика.

Электрический заряд – это физическая величина, характеризующая электромагнитные силовые взаимодействия частиц или тел.

Совокупность экспериментальных фактов позволяет сделать следующие выводы:

- Существует два рода электрических зарядов, условно названных положительными и отрицательными.
- Заряды могут передаваться от одного тела к другому. Электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела, одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд.

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. Электромагнитные взаимодействия невозможно объяснить без понятия **поля**, которое является наиболее характерным свойством электрических и магнитных сил.

Электростатическое поле существует там, где есть неподвижные электрические заряды.

Электрический заряд создает особую форму материи, **электрическое поле**, посредством которого осуществляется взаимодействие между электрическими зарядами.

Пространство, в котором есть электрическое поле, является областью проявления электрических сил.

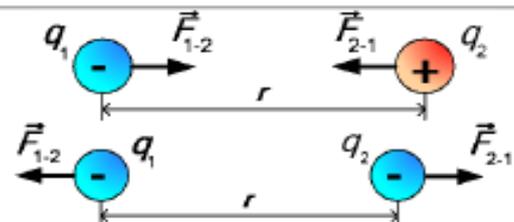
Понятия электрический заряд и электрическое поле неразрывно связаны.

Заряд проявляет себя именно в том, что создает поле и взаимодействует с ним.

Силы, с которыми взаимодействуют электрические заряды, являются **центральными**, они направлены вдоль прямой, соединяющей заряды, причем сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 , равна силе, действующей на заряд q_2 со стороны заряда q_1 , и противоположна ей по направлению.

Условно считают, что электрон обладает **отрицательным элементарным зарядом**

$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, а протон – **положительным**.



Электрический заряд имеет **дискретную природу**.

Поэтому любой заряд кратен целому числу зарядов электрона. Поэтому в процессе электризации заряд тела не может изменяться непрерывно, а только порциями, дискретно, на величину заряда электрона: $q = ne \quad n = 1, 2, 3 \dots$

Закон сохранения электрического заряда

В изолированной системе, т.е. в системе, тела которой не обмениваются зарядами с внешними по отношению к ней телами, алгебраическая сумма зарядов сохраняется.

$$\sum q_i = const$$

Электрический заряд не зависит от того, движется он или покоится, т.е. он инвариантен по отношению к системе отсчета.

В электростатике используют идеализированную модель - **точечный заряд** - это такое заряженное тело, линейными размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до других заряженных тел.

Пользуясь понятием точечного заряда можно описывать распределение электрического заряда по поверхности S , объему V или по тонкой нити длиной l . Соответственно пользуются **поверхностной, объемной и линейной плотностями заряда**:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \rho = \frac{dq}{dV}, \tau = \frac{dq}{dl}$$

где dS , dV , dl – это элементарные площадь, объем и длина, на которых находится точечный заряд dq . Интегрируя эти выражения, можно найти заряд, находящийся на поверхности, в объеме или на длине конечных размеров.

Закон Кулона

Сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей заряды.

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

где, q_1 и q_2 - величины взаимодействующих точечных зарядов, r – расстояние между ними; k – коэффициент пропорциональности.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{H \cdot m^2}{Kl^2};$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{Kl^2}{H \cdot m^2}$$

где ϵ_0 - электрическая постоянная.

Если взаимодействующие заряды находятся в изотропной среде, то кулоновская сила равна

Принцип суперпозиции электростатических сил

Если имеется система точечных зарядов, то сила, действующая на каждый из них, определяется как векторная сумма сил, действующих на данный заряд со стороны всех других зарядов системы. При этом сила взаимодействия данного заряда с каким-то конкретным зарядом рассчитывается так, как будто других зарядов нет.

Если заряженное тело взаимодействует одновременно с несколькими заряженными телами, то результирующая сила, действующая на данное тело, равна векторной сумме сил, действующих на это тело со стороны всех

других заряженных тел: $\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$, или $\vec{F}_{рез} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$.

Напряженность электрического поля

Электростатическое поле характеризуется напряженностью этого поля E .

Напряженность E в некоторой точке электрического поля – это физическая величина, численно равная силе, действующей на помещенный в данную точку поля покоящийся единичный положительный заряд, и направленная в сторону действия силы.

Точечный положительный заряд называют **пробным зарядом** q_0 .

Если в электрическое поле, созданное зарядом q , внести пробный заряд q_0 , то на него по закону Кулона будет действовать сила

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Если в одну и ту же точку поля помещать разные пробные заряды, то на них будут действовать различные силы, пропорциональные этим зарядам. Но отношение F/q_0 для всех зарядов, вносимых в поле, будет одинаковым и будет зависеть лишь от q и r , определяющих электрическое поле в данной точке.

Поэтому величина, выражаемая формулой

$$E = \frac{F}{q_0}$$

принята в качестве основной характеристики электростатического поля – **напряженности**.

Напряженность – это силовая характеристика поля, которая определяет силу, действующую на произвольный точечный заряд со стороны электрического поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r от него

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

При **положительном заряде** q , образующем поле, вектор напряженности направлен вдоль радиуса **от** заряда, при **отрицательном заряде** q - вдоль радиуса по направлению **к** заряду.

Линии напряженности (силовые линии) электрического поля

Линиями напряженности электрического поля (силовые линии) называются линии, касательная в каждой точке которых совпадает с направлением вектора напряженности.

Они начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность. Число линий напряженности можно, в принципе, проводить сколь угодно много. Однако, условились проводить их с такой густотой, чтобы число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, было пропорционально модулю вектора \vec{E} .

Поле является однородным, если напряженность \vec{E} во всех точках поля одинакова.

Силовые линии таких полей параллельны друг другу и имеют одинаковую густоту во всем пространстве. Такое поле возникает между двумя параллельными пластинами заряженными разноименными зарядами.

Картины силовых линий некоторых электрических полей

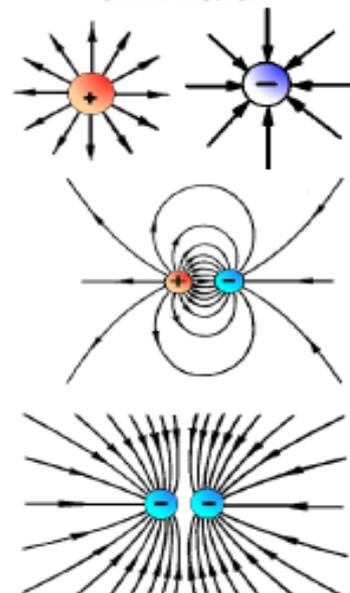


Рис.4

Поток вектора напряженности электрического поля

Для того, чтобы силовые линии характеризовали не только направление поля, но и значение его напряженности, число линий должно быть численно равно напряженности поля E .

Число силовых линий $d\Phi_E$, пронизывающих площадку dS , перпендикулярную к ним, определяет поток вектора напряженности электростатического поля:

$$d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = E_n dS$$

где $E_n = E \cos \alpha$ - проекция вектора E на направление нормали n к площадке dS

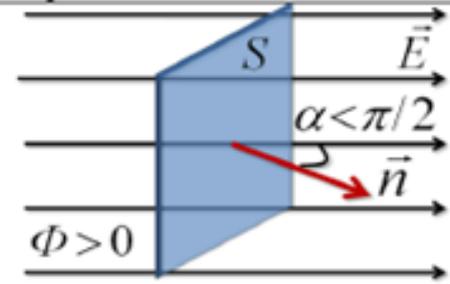


Рис.5

ЛЕКЦИЯ 5. РАБОТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАРЯДА. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ.

Работа при перемещении заряда в однородном электростатическом поле.

Однородное поле действует на заряд с постоянной силой $\vec{F} = q\vec{E}$.

Работа, совершаемая однородным полем, при перемещении положительного заряда q из точки 1 с координатой x_1 в точку 2 с координатой x_2 вдоль вектора перемещения \vec{S} равна:

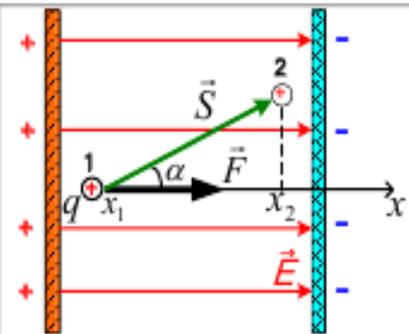


Рис.1

$$A = FS \cos \alpha = qES \cos \alpha = qE(x_2 - x_1) = qE\Delta x$$

где α - угол между направлением действия силы \vec{F} (или \vec{E}) и вектором перемещения \vec{S} .

Работа не зависит от формы траектории, зависит только от положения начальной и конечной точек.

Потенциальная энергия заряда.

Тела в потенциальных полях обладают потенциальной энергией, а работа равна изменению потенциальной энергии со знаком минус (убыли)

$$A = -\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2}.$$

С другой стороны
$$A_{12} = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

При удалении от заряда в бесконечность, потенциальная энергия равна 0.

Сравнивая эти две формулы и получим выражение для потенциальной

энергии пробного заряда

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{kqq_0}{r}$$

Потенциальная энергия не может служить характеристикой поля, так как зависит от величины пробного заряда q_0 .

Для **одноименных зарядов** потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) **положительна**, для **разноименных зарядов** потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) **отрицательна**.

Если поле создается системой точечных зарядов, то потенциальная энергия пробного заряда q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме его **потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов в отдельности**.

$$W_p = \sum W_i$$

Потенциал электростатического поля

Величина, равная $\frac{W_p}{q_0}$, не зависит от величины пробного заряда q_0 , является энергетической характеристикой поля, называемой **потенциалом**:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}$$

Потенциал φ в какой либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q , равен:

$$\varphi = \frac{kq}{r} \text{ или } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

Из формул $W_p = q\varphi$ и $A = W_{p1} - W_{p2}$ получим формулу работы в виде:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Пусть одна из точек находится в бесконечности $r \rightarrow \infty$. Тогда ее потенциал ра-

вен нулю ($\varphi = \frac{kq}{r} \rightarrow \frac{kq}{\infty} \rightarrow 0$), а потенциал другой

$$\varphi = \frac{A}{q}$$

Потенциал поля в данной точке численно равен работе, которую совершает электрическое поле при удалении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

Потенциал является скалярной величиной. В системе СИ за единицу потенциала принимается один вольт (**1В**).

Потенциал равен одному вольту, если для удаления заряда 1Кл в бесконечность затрачивается работа в 1Дж: $1В = \frac{1Дж}{1Кл}$.

Когда поле образовано несколькими неподвижными зарядами q_1, q_2, q_3, \dots , потенциал его φ в данной точке равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$, создаваемых каждым зарядом в отдельности, т.е.

$$\varphi = \sum \varphi_i$$

Если заряды q_1, q_2, q_3, \dots можно считать точечными, то суммарный потенциал будет равен

$$\varphi = k \left(\frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_2} + \dots + \frac{q}{r_n} \right)$$

где r_1, r_2, \dots, r_n – расстояние от зарядов соответственно $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ до данной точки поля.

Эквипотенциальные поверхности

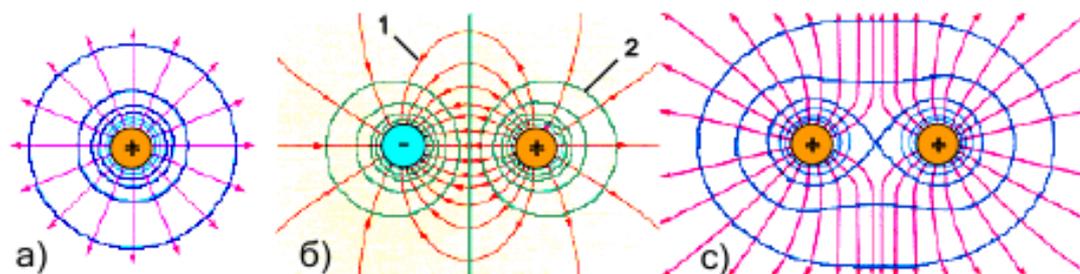


Рис.3

Для графического изображения распределения потенциала в электростатическом поле пользуются системой так называемых **поверхностей равного потенциала** или **эквипотенциальных поверхностей**.

Каждая такая поверхность представляет собой совокупность всех точек поля, имеющих одно и то же значение потенциала $\varphi = const$

Потенциал равномерно заряженной сферы

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферой

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Разность потенциалов, лежащих на расстоянии r_1 и r_2 от центра сферы

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= - \int_{r_1}^{r_2} E dr = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned}$$

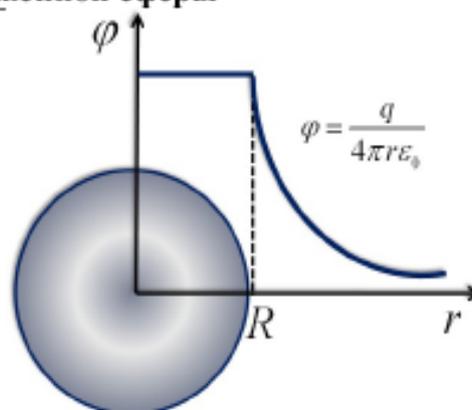


Рис.6

Электрическая ёмкость в проводниках.

Уединенным проводником называют такой проводник, вблизи которого нет других тел, влияющих на распределение электрического заряда.

Если изолированному проводнику сообщить заряд dq , то его потенциал

$$\frac{dq}{d\varphi} = C$$

увеличится на $d\varphi$, причем отношение $dq/d\varphi$ остается постоянным:

Емкость можно рассматривать как «вместилище» зарядов. Если один и тот же заряд сообщать проводникам с разной емкостью, то чем больше емкость, тем меньше изменится потенциал проводника.

Емкость проводников C зависит от:

- размеров, формы проводников,
- диэлектрических свойств среды, в которую они помещены,
- расположения окружающих тел,

но не зависит от материала проводника.

Физическая величина C , равная отношению заряда проводника q к его потенциалу φ , называется электрической емкостью этого проводника.

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Емкость уединенного проводника численно равна заряду, который нужно сообщить этому проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.

Единица емкости – фарад (Ф): 1Ф – емкость такого уединенного проводника потенциал, которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1Кл.

Емкость уединенного шара.

Получим формулу емкости шара, используя формулу для потенциала уединенного шара радиуса R в среде с диэлектрической проницаемостью ε :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon R} \quad \text{подставим в } C = \frac{q}{\varphi} \quad \text{получим}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R \quad \text{— емкость шара.}$$

Емкостью 1Ф обладает шар с радиусом $R=9 \cdot 10^6$ км. Емкость Земли 0,7мФ.

Конденсаторы.

Если к проводнику с зарядом q приблизить другие тела, то на их поверхности возникнут индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Эти заряды ослабляют поле, создаваемое зарядом q , тем самым, понижая потенциал проводника и повышая его емкость.

Конденсатор – это система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Емкость конденсатора – физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}$$

Обкладками могут служить концентрические сферы, цилиндры, параллельные пластины. Широкое применение в технике имеют конденсаторы постоянной емкости. Такие конденсаторы изготавливаются из большого числа станиолевых пластин, проложенных тонким слоем диэлектрика.

<p>Емкость плоского конденсатора Плоский конденсатор, образован параллельными пластинами <u>в вакууме</u>, удаленных на расстоянии d, с площадью обкладок S.</p>	$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$
<p>Емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l с радиусами r_1 и r_2):</p>	$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$
<p>Емкость сферического конденсатора (две концентрических сферы с радиусами r_1 и r_2):</p>	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$

ЛЕКЦИЯ 6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СМЕЩЕНИЕ.

Диэлектрики. Виды диэлектриков.

Диэлектриками называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток.

Диэлектрик, как и всякое другое вещество, состоит из атомов или молекул, каждая из которых в целом электрически нейтральна.

Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+q$, находящимся в, так сказать, «центре тяжести» положительных зарядов, а заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом $-q$, находящимся в «центре тяжести» отрицательных зарядов, то молекулы можно рассматривать как электрические диполи с электрическим моментом. Различают три типа диэлектриков.

1) Диэлектрики с неполярными молекулами, симметричные молекулы которых в отсутствие внешнего поля имеют нулевой дипольный момент (например, N_2 , H_2 , O_2 , CO_2).

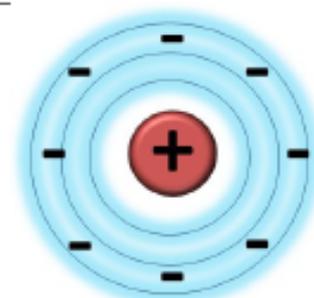


Рис.1

2) Диэлектрики с полярными молекулами, молекулы которых вследствие асимметрии имеют ненулевой дипольный момент (например, H_2O , NH_3 , SO_2 , CO_2).

Молекула в этом случае является электрическим диполем с некоторым дипольным моментом

$$P_i = q l_i,$$

где под q понимается связанный положительный заряд молекулы, а под l_i - среднее смещение зарядов друг относительно друга.

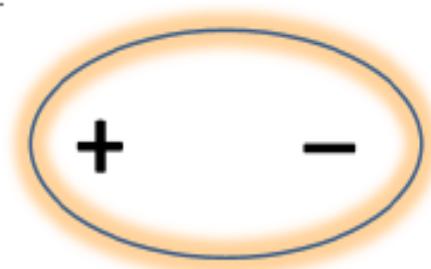


Рис.2

3) **Ионные диэлектрики** (например, NaCl, KCl). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.

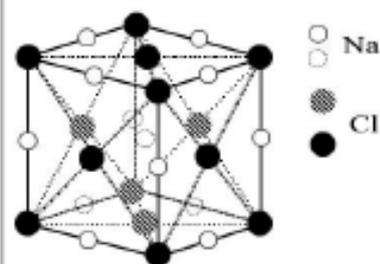


Рис.3

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика.

Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем видам диэлектриков различают **три вида поляризации**.

Электронная, или деформационная поляризация диэлектрика с неполярными молекулами - за счет деформации электронных орбит возникает индуцированный дипольный момент у атомов или молекул диэлектрика.

В отсутствие поля $E=0$ условие $\sum P_i = 0$ выполняется автоматически, т.к. все $P_i = 0$.

Под действием поля положительные и отрицательные заряды молекул смещаются в разные стороны вдоль линий поля и у молекул **возникают индуцированные дипольные моменты, которые всегда ориентированы вдоль линий поля, несмотря на тепловое движение.**

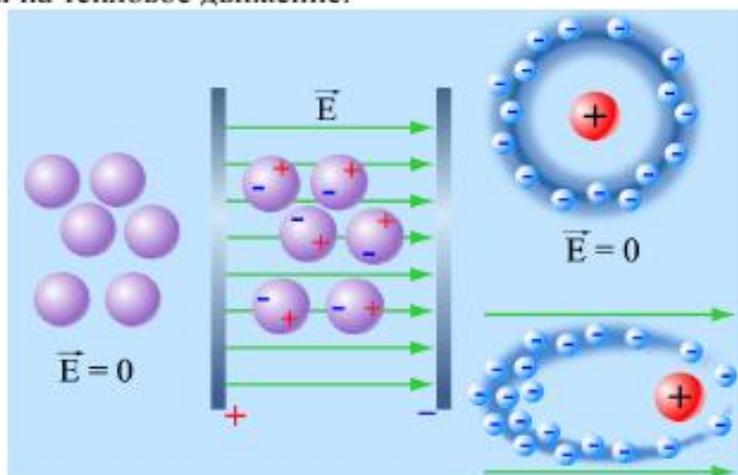


Рис.4

2) **Ориентационная, или дипольная поляризация** диэлектрика с полярными молекулами – ориентация имеющихся дипольных моментов молекул по полю (эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и чем ниже температура).

Из-за теплового движения дипольные моменты P_i ориентированы хаотично – с равной вероятностью по всем направлениям. Поэтому в объеме с числом N молекул в среднем суммарный дипольный момент равен нулю $\sum P_i = 0$. Если теперь такой диэлектрик поместить в электростатическое поле E , то на диполи будет действовать момент сил, стремящийся ориентировать дипольные моменты P_i вдоль линий вектора E (строгой их ориентации мешает тепловое движение).

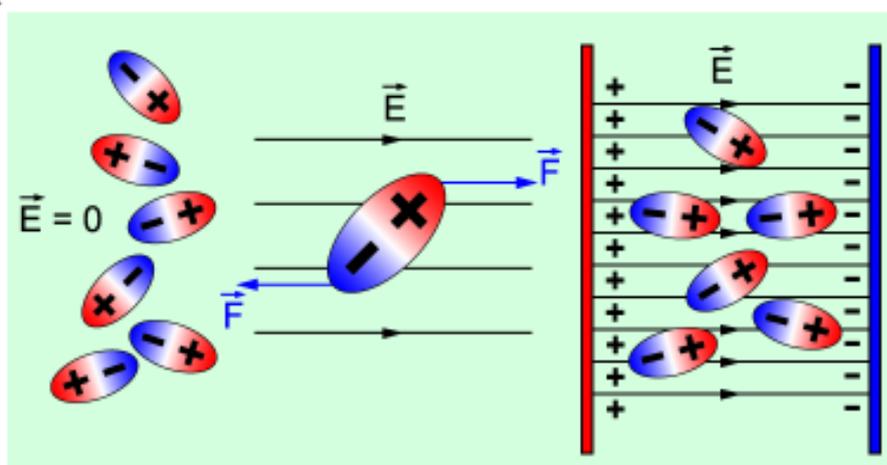


Рис.5

3) **Ионная поляризация диэлектрика** с ионными кристаллическими решетками – смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

Поляризованность.

Таким образом, независимо от вида молекул результат один и тот же: положительные заряды диэлектрика смещаются по полю, а отрицательные – против поля.

Это явление называют **поляризацией диэлектрика**. В отличие от проводника **смещение зарядов в диэлектрике происходит только в пределах каждой молекулы**.

Во внешнем электрическом поле диэлектрик объемом V поляризуется, т. е. приобретает дипольный момент

$$\vec{P}_V = \sum_i \vec{P}_i \text{ где } \vec{P}_i - \text{дипольный момент одной молекулы.}$$

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется векторная величина - **поляризованность** - дипольный момент единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{P_V}{V} = \frac{\sum_i P_i}{V} - \text{вектор поляризации или поляризованность}$$

В случае изотропного диэлектрика **поляризованность** (для большинства диэлектриков за исключение сегнетоэлектриков) линейно зависит от напряженности внешнего поля.

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

Электрическое смещение (вектор электрической индукции)

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды (от ϵ).

Кроме того, вектор напряженности \vec{E} , переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, поэтому для описания (непрерывного) электрического поля системы зарядов с учетом поляризационных свойств диэлектриков вводится **вектор электрического смещения (вектор электрической индукции)**, который для изотропной среды записывается как

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\text{Единица электрического смещения} - \text{Кл/м}^2 \quad [D] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right]$$

Вектор \vec{D} описывает электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т. е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

ЛЕКЦИЯ 7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.

Электродинамика – раздел учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов.

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

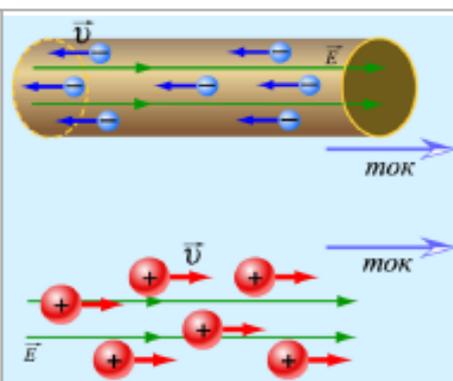


Рис.1

Сила тока (I)

- количественная мера электрического тока - скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого сквозь рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине dt этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Постоянный ток

Электрический ток называется **постоянным**, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени.

Для постоянного тока: $I = \frac{q}{t}$

где q - электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока

Единица силы тока – **1 Ампер**.

Ампер в системе СИ является **основной** единицей и определяется из магнитного взаимодействия двух параллельных бесконечно длинных проводников с током.

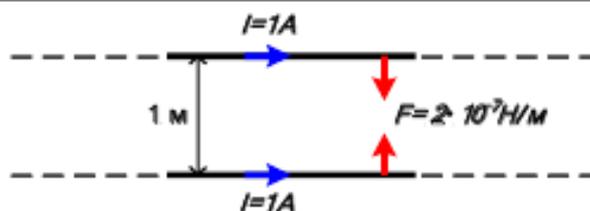


Рис.2

1 Ампер (А) равен силе постоянного тока, который протекая по двум длинным параллельным прямолинейным проводникам, расположенным на расстоянии 1 м, один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную 2×10^{-7} Н на каждый метр длины.

<p>Плотность тока</p>	<p>Плотностью электрического тока называется вектор \vec{j}, совпадающий с направлением электрического тока в рассматриваемой точке и численно равный отношению силы тока dI сквозь малый элемент поверхности, ортогональной направлению тока, к площади dS_{\perp} этого элемента:</p> $j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$ <p>Для постоянного тока I, текущего перпендикулярно сечению S проводника:</p> $j = \frac{I}{S}$ <p>Если за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dq = ne\langle v \rangle S dt$ (n, e, и $\langle v \rangle$ - концентрация, заряд и средняя скорость упорядоченного движения зарядов), то сила тока $I = ne\langle v \rangle S$, а плотность тока: $\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle$</p> <p>Единица плотности тока – А/м². $[j] = \left[\frac{A}{m^2} \right]$</p>
<p>Условия существования тока</p>	<p>Для возникновения и существования электрического тока необходимо:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) наличие свободных носителей тока – заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно; 2) наличие электрического поля, энергия которого должна каким-то образом восполняться. <p>Если в цепи действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей таким образом, что потенциалы всех точек цепи выравниваются и электростатическое поле исчезает.</p> <p>Для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет сил не электростатического происхождения.</p> <p>Такие устройства называются источниками тока.</p> <p>Силы не электростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.</p> <p>Количественная характеристика сторонних сил – поле сторонних сил и его напряженность $\vec{E}_{стор}$, определяемая сторонней силой, действующей на единичный положительный заряд.</p>

	<p>Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока <u>против</u> сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.</p>
Действия тока	<p>1. Тепловое. Проводник по которому течет ток нагревается. Тепловое действие проявляется практически всегда. Исключение составляет явление сверхпроводимости, тепловое действие тока не проявляется так же при протекании тока в вакууме.</p> <p>2. Химическое. Электрический ток изменяет химический состав проводника. Наблюдается при протекании тока в электролитах.</p>
ЭДС	<p>Физическая величина, определяемая работой, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС) действующей в цепи:</p> $\mathcal{E} = \frac{A}{q_0}$ <p>Эта работа совершается за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину \mathcal{E}, можно назвать электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. ЭДС, как и потенциал, выражается в вольтах.</p>
Напряжение	<p>Напряжением U на участке 1-2 называется физическая величина, численно равная суммарной работе совершаемой электростатическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи:</p> $U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$ <p>Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если участок не содержит источника тока (т. е. на участке не действует ЭДС; сторонние силы отсутствуют).</p>
Электрическое сопротивление	<p>Согласно классической электронной теории, движение свободных электрических зарядов, создающих электрический ток, не происходит беспрепятственно. В металлических проводниках электроны проводимости сталкиваются с ионами, совершающими тепловые колебания около своих положений равновесия, теряют скорость упорядоченного движения и отдают этим частицам часть своей кинетической энергии. Затем</p>

электроны снова разгоняются электрическим полем, снова сталкиваются с ионами, тормозятся и т.д. Вследствие этого уменьшается и сила тока в проводнике.

Свойство проводника препятствовать прохождению электрического тока называют его сопротивлением.

Единица электрического сопротивления – ом (Ом): 1 Ом – сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А.

$$[R] = \left[\frac{B}{A} \right] = [Ом]$$

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Например, для однородного линейного проводника длиной l и площадью поперечного сечения S сопротивление рассчитывается по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

где коэффициент пропорциональности ρ , характеризующий материал проводника, называется **удельным электрическим сопротивлением**.

Закон Ома для участка цепи

В интегральной форме.

Закон Ома для однородного участка цепи (не содержащего источника): **сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на конце проводника** (интегральная форма закона Ома).

$$I = \frac{U}{R}$$

В проводнике $\frac{U}{l} = E$ - напряженность электрического поля,

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad j = \frac{I}{S}.$$

В дифференциальной форме.

Из закона Ома получим соотношение: $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$, откуда

$$j = \gamma E$$

В векторной форме соотношение $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ называется **законом Ома в дифференциальной форме**.

Этот закон связывает плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в той же точке.

ЛЕКЦИЯ 8. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СИЛА АМПЕРА. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОВ. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. СИЛА ЛОРЕНЦА.

Магнитное поле

По современным представлениям, проводники с током оказывают силовое действие друг на друга не непосредственно, а через окружающие их магнитные поля.

Источниками магнитного поля являются движущиеся электрические заряды (токи). Магнитное поле возникает в пространстве, окружающем проводники с током, подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, возникает электрическое поле. Магнитное поле постоянных магнитов также создается электрическими микротоками, циркулирующими внутри молекул вещества (гипотеза Ампера).

Магнитное поле, в отличие от электрического, оказывает силовое действие только **на движущиеся** заряды (токи).

Действие движущихся зарядов на магнитную стрелку впервые обнаружил датский физик Х. К. Эрстед в 1820 г.

Вектор магнитной индукции

Силовой характеристикой магнитного поля является **вектор магнитной индукции** \vec{B} . Вектор магнитной индукции \vec{B} определяет силы, действующие на токи или движущиеся заряды в магнитном поле.

За **положительное** направление вектора \vec{B} принимается направление от южного полюса S к северному полюсу N магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле.

Направления вектора индукции \vec{B} магнитного поля прямолинейного проводника с током определяют по **правилу (правого винта) буравчика**:

Если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то вращательное движение буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} .

Правило буравчика также называют **правилем правого винта**. (рис.1)

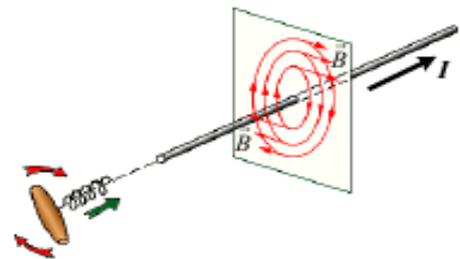


Рис.1

Линии магнитной индукции

Линии магнитной индукции это линии, в каждой точке которых вектор \vec{B} направлен по касательной.

Индикаторные магнитные стрелки ориентируются по направлению касательных к линиям индукции.

1. Линии магнитной индукции всегда замкнуты, они нигде не пересекаются и не обрываются. Это означает, что магнитное поле не имеет источников – магнитных зарядов.

Силовые поля, обладающие этим свойством, называются вихревыми.

2. Линии магнитной индукции охватывают проводники с током (рис.2)

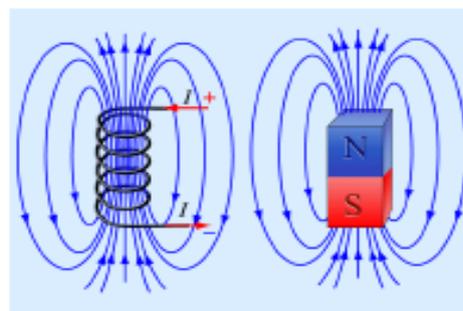


Рис.2

Сила Ампера

На проводник с током, в магнитном поле действует сила. Эта сила называется силой Ампера.

Сила Ампера направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции \vec{B} и направлению тока.

Для определения направления силы Ампера используют правило левой руки.

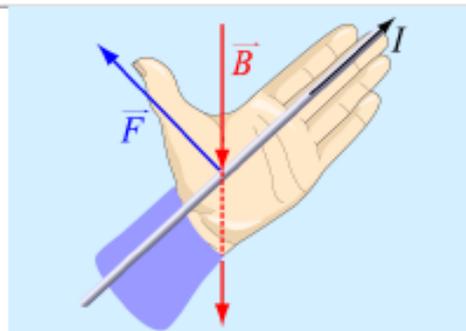


Рис.3

Если расположить левую руку так, чтобы линии индукции \vec{B} входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль направления тока, то отведенный большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током. (рис.3)

Закон Ампера устанавливает, что сила F , которая действует на прямолинейный проводник с током, находящийся в однородном магнитном поле B , прямо пропорциональна силе тока I в проводнике, его длине l , магнитной индукции B и синусу угла α между направлением тока в проводнике и вектором B :

$$F = IB l \sin \alpha$$

В случае неоднородного магнитного поля и проводника произвольной формы закон Ампера легко обобщить для бесконечно малого элемента проводника dl :

$$dF = IBdl \sin \alpha$$

dF – сила, действующая на элемент проводника длиной dl ,
 α – угол между векторами dl и B .

В векторной форме закон Ампера

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}]$$

Сила Ампера достигает максимального по модулю значения F_{\max} , когда проводник с током ориентирован перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Модуль вектора магнитной индукции равен отношению максимального значения силы Ампера, действующей на прямой проводник с током, к силе тока I в проводнике и его длине Δl :

$$B = \frac{F_{\max}}{I\Delta l}.$$

В системе единиц СИ за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на каждый метр длины проводника при силе тока 1 A действует максимальная сила Ампера 1 H . Эта единица называется тесла (Тл).

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{H}}{\text{A} \cdot \text{м}}$$

Взаимодействие токов

Если по двум параллельным проводникам электрические токи текут в одну и ту же сторону, то наблюдается взаимное притяжение проводников.

В случае, когда токи текут в противоположных направлениях, проводники отталкиваются. (рис.4)

Взаимодействие токов вызывается их магнитными полями: магнитное поле одного тока действует силой Ампера на другой ток и наоборот.

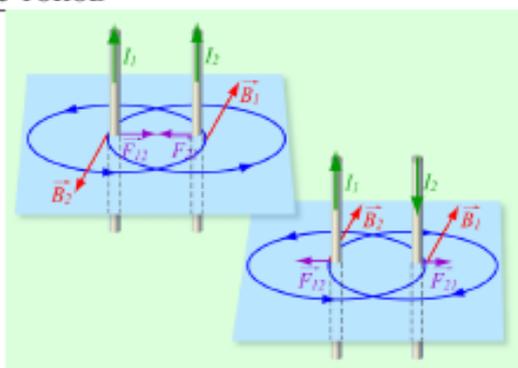


Рис.4

Опыты показали, что модуль силы, действующей на отрезок длиной Δl каждого из проводников, прямо пропорционален силам тока I_1 и I_2 в проводниках, длине отрезка Δl и обратно пропорционален расстоянию d между ними:

$$F = k \frac{I_1 I_2 \Delta l}{d}$$

Коэффициент пропорциональности k в системе СИ записывают в виде:

$$k = \mu_0 / 2\pi, \text{ где } \mu_0 \text{ — магнитная постоянная:}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H / A}^2$ Тогда формула, выражающая закон магнитного взаимодействия параллельных токов, принимает вид:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \Delta l}{d}$$

Так как $F = F_A = IB\Delta l$. ($\sin \alpha = 1$), то можно приравнять:

$$I_1 B \Delta l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \Delta l}{d}$$

Отсюда получим выражение для индукции B магнитного поля прямолинейного проводника с током I на расстоянии d от него:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Движение заряженных частиц в магнитном поле. Сила Лоренца.

Действие магнитного поля на проводник с током есть результат действия поля на движущиеся заряженные частицы внутри проводника. Выразим силу Ампера, действующую на отрезок проводника длиной Δl с силой тока I , находящийся в магнитном поле B , через силы, действующие на отдельные носители заряда.

Пусть концентрация носителей свободного заряда в проводнике n , v - модуль скорости упорядоченного движения носителей заряда q , тогда

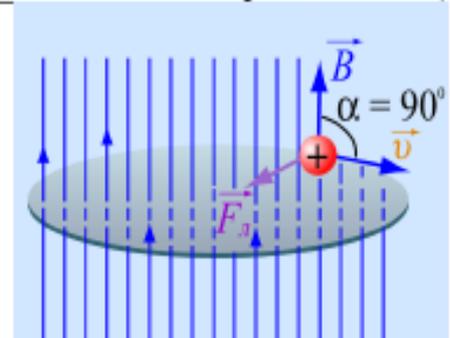


Рис.8

сила тока, текущего по проводнику площадью поперечного сечения S равна: $I = qnvS$.

Выражение для силы Ампера можно записать в виде:

$$F = IB\Delta l \sin \alpha = qnS\Delta l v B \sin \alpha.$$

Так как полное число N носителей свободного заряда в проводнике длиной Δl и сечением S равно $nS\Delta l$, то сила, действующая на одну заряженную частицу, равна:

$$F_L = q \cdot v \cdot B \sin \alpha$$

Эту силу называют **силой Лоренца**.

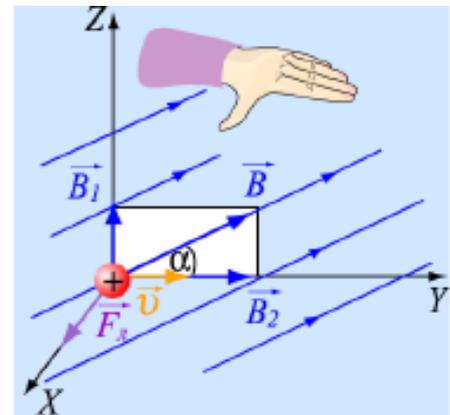


Рис.9

Движение заряженных частиц в магнитном поле.

Считаем, что магнитное поле **однородно** и на частицы не действуют электрические поля. Рассмотрим три возможных случая:

<p>1. $\vec{v} \parallel \vec{B}$ Заряженная частица движется в магнитном поле вдоль линий магнитной индукции (угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} равен 0 или π).</p>	<p>Сила Лоренца равна нулю. Магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно.</p>
<p>2. $\vec{v} \perp \vec{B}$ Заряженная частица движется в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции (угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$).</p>	<p>Сила Лоренца $F_L = qvB$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Частица будет двигаться по окружности радиуса R с центростремительным ускорением $a_n = \frac{v^2}{R}$.</p> <p>Из второго закона Ньютона $qvB = \frac{mv^2}{R}$</p> <p>получаем радиус окружности $R = \frac{mv}{qB}$ и период вращения $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$</p>

ЛЕКЦИЯ 9. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ЗАКОН ФАРАДЕЯ. ПРАВИЛО ЛЕНЦА. ПРИЧИНЫ МАГНИТНОГО ПОТОКА

Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции было открыто М. Фарадеем в 1831 г. Это явление заключается в следующем: **во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции через площадь, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.** Этот ток называется **индукционным**.

Основные свойства индукционного тока:

1. Индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции.
2. Сила индукционного тока не зависит от способа изменения магнитного потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

Открытие явления электромагнитной индукции

1. Показало связь между электрическим и магнитным полем.
2. Предложило способ получения электрического тока при помощи магнитно поля.

Опыт 1. (Рис. 1)

Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт 2. (Рис. 2)

Концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения или при перемещении катушек друг относительно друга. Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении и выключении тока, его увеличении и уменьшении, сближении и удалении катушек.

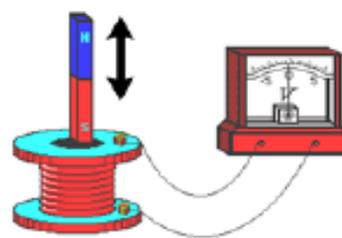


Рис.1

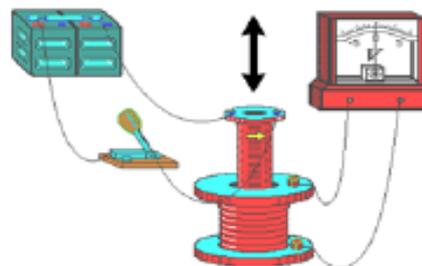


Рис.2

Закон Фарадея (1831г.)

Всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток.

Возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой **электродвижущей силой электромагнитной индукции**.

Закон Фарадея: ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Знак «-» в этой формуле соответствует **правилу Ленца** и означает, что направление ЭДС **индукции** и направление скорости изменения потока магнитной индукции $d\Phi_B / dt$ связаны между собой **правилом левого винта**.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (\vec{B}\vec{S}) = - \left(\frac{d\vec{B}}{dt} \vec{S} + \vec{B} \frac{d\vec{S}}{dt} \right)$$

Первое слагаемое справа отображает возникновение Э.Д.С. индукции за счет $\frac{d\vec{B}}{dt} \neq 0$, а второе – за счет $\frac{d\vec{S}}{dt} \neq 0$. Таким образом, Э.Д.С. индукции возникает в контуре, как за счет переменного \vec{B} , т.е. за счет $\frac{d\vec{B}}{dt}$ в пределах контура, так и за счет $\frac{d\vec{S}}{dt}$ - изменения поверхности \vec{S} при деформациях контура за счет $\frac{d\vec{S}}{dt} \neq 0$.

Единицей измерения потока магнитной индукции в СИ является **вебер**: $1\text{Вб} = \text{Т} \cdot \text{м}^2$. При скорости изменения потока индукции, равной 1Вб/с , в контуре индуцируется ЭДС, равная 1В .

$$[\mathcal{E}_i] = \left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right] = \left[\frac{\text{Вб}}{\text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} \right] = [\text{В}]$$

Правило Ленца(1833г.)

Правило Ленца: индукционный ток, возбуждаемый в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

Неподвижный проводящий контур находится в однородном магнитном поле, (рис.3) модуль индукции которого увеличивается во времени.

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0, \text{ а } \mathcal{E}_i < 0$$

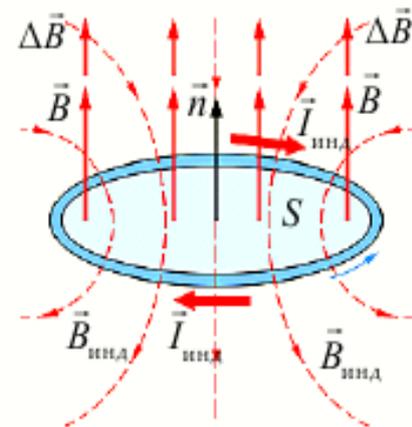


Рис.3

Индукционный ток $I_{\text{инд}}$ течет навстречу выбранному положительному направлению \vec{l} обхода контура.

Применение правила Ленца для нахождения направления индукционного тока I_i , в контуре:

1. Установить направление линий магнитной индукции \vec{B} внешнего магнитного поля.
2. Выяснить, увеличивается ли поток магнитной индукции этого поля через площадь контура ($\Delta\Phi > 0$) или уменьшается ($\Delta\Phi < 0$).
3. Установить направление линий вектора магнитной индукции \vec{B}' магнитного поля индукционного тока I_i . Эти линии должны быть согласно правилу Ленца направлены противоположно линиям \vec{B} при $\Delta\Phi > 0$ и иметь одинаковое с ними направление при $\Delta\Phi < 0$.
4. Зная направление линий магнитной индукции \vec{B}' , найти направление индукционного тока I_i пользуясь правилом буравчика.

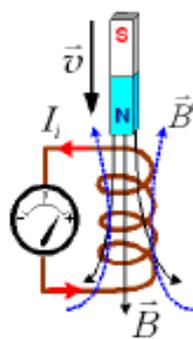


Рис.4

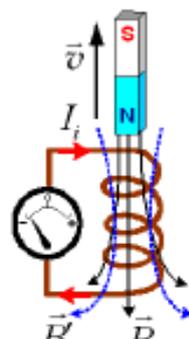


Рис.5

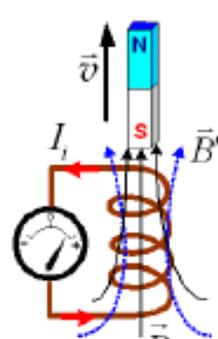


Рис.6

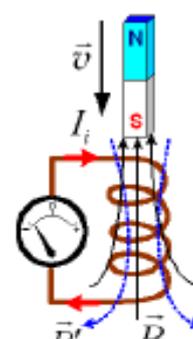


Рис.7

Причины изменения магнитного потока

Изменение магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур, может происходить по двум причинам.

1. Магнитный поток изменяется вследствие перемещения контура или его частей в постоянном во времени магнитном поле.

Это случай, когда проводники, а вместе с ними и свободные носители заряда, движутся в магнитном поле. Возникновение ЭДС индукции объясняется действием силы Лоренца на свободные заряды в движущихся проводниках. Сила Лоренца играет в этом случае роль сторонней силы.

2. Вторая причина изменения магнитного потока, пронизывающего контур, – изменение во времени магнитного поля при неподвижном контуре.

В этом случае возникновение ЭДС индукции уже нельзя объяснить действием силы Лоренца. Электроны в неподвижном проводнике могут приводиться в движение только электрическим полем. Это электрическое поле порождается изменяющимся во времени магнитным полем. Работа этого поля при перемещении единичного положительного заряда по замкнутому контуру равна ЭДС индукции в неподвижном проводнике. Следовательно, электрическое поле, порожденное изменяющимся магнитным полем, не является потенциальным. Его называют вихревым электрическим полем. Представление о вихревом электрическом поле было введено в физику английским физиком Дж. Максвеллом (1861 г.).

ЭДС индукции в движущихся проводниках

1. Проводник движется в магнитном поле

Рассмотрим возникновение ЭДС индукции в прямоугольном контуре, помещенном в однородное магнитное поле \vec{B} перпендикулярное плоскости контура. Пусть одна из сторон контура длиной l скользит со скоростью \vec{v} по двум другим сторонам. (рис.9)

На свободные заряды на этом участке контура действует сила Лоренца.

Одна из составляющих этой силы, связанная с переносной скоростью \vec{v} зарядов, направлена вдоль проводника.

Она играет роль сторонней силы. $F_L = q\vec{v}B$

Работа силы Лоренца на пути l равна $A = F_L l = q\vec{v}Bl$

По определению ЭДС $\mathcal{E} = \frac{A}{q}$

$$\boxed{\mathcal{E}i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv} \quad \text{- ЭДС индукции в движущихся проводниках.}$$

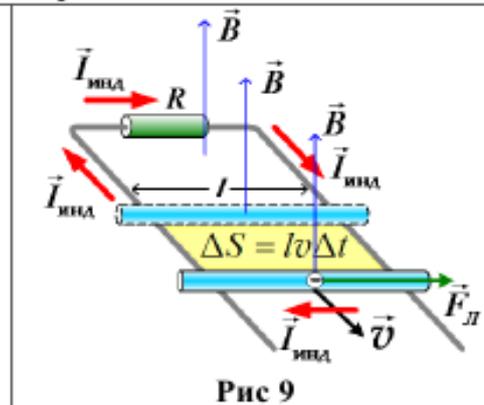


Рис 9

2. Рамка вращается в магнитном поле.

Предположим, что рамка вращается (рис.10) в однородном магнитном поле ($B = \text{const}$) равномерно с угловой скоростью $\omega = \text{const}$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S , в любой момент времени равен

$$\Phi = B_n S = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t$$

где $\alpha = \omega t$ — угол поворота рамки в момент времени t .

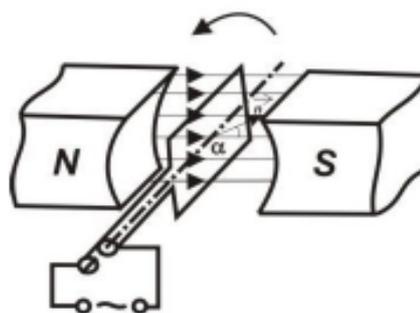


Рис.10

ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$

Максимальное значение ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{\max} = BS\omega \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t$$

При равномерном вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает переменная ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону.

ЛЕКЦИЯ 10. ИНДУКТИВНОСТЬ ПРОВОДНИКА. ИНДУКТИВНОСТЬ ДЛИННОГО СОЛЕНОИДА. ЯВЛЕНИЕ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ. ТРАНСФОРМАТОР.

Самоиндукция. Индуктивность.

Самоиндукция является важным частным случаем электромагнитной индукции, когда изменяющийся магнитный поток, вызывающий ЭДС индукции, создается током **в самом контуре**. Если ток в рассматриваемом контуре по каким-то причинам изменяется, то изменяется и магнитное поле этого тока, а, следовательно, и собственный магнитный поток, пронизывающий контур. В контуре возникает ЭДС самоиндукции, которая согласно правилу Ленца препятствует изменению тока в контуре.

Самоиндукция – это явление возникновения ЭДС в контуре в результате изменения силы тока в этом же контуре.

Величина ЭДС самоиндукции зависит от:

Скорости изменения тока: чем больше скорость изменения тока, тем больше ЭДС самоиндукции.

От числа витков катушки, густоты их намотки и размеров катушки: чем больше диаметр катушки, число ее витков и густота намотки, тем больше ЭДС самоиндукции.

Направление ЭДС самоиндукции определяется **по закону Ленца: ЭДС самоиндукции имеет всегда такое направление, при котором она препятствует изменению вызвавшего ее тока.**

То есть, убывание тока в катушке влечет за собой появление ЭДС самоиндукции, направленной по направлению тока, т. е. препятствующей его убыванию. И, наоборот, при возрастании тока в катушке возникает ЭДС самоиндукции, направленная против тока, т. е. препятствующая его возрастанию.

Не следует забывать, что если ток в катушке не изменяется, то никакой **ЭДС самоиндукции** не возникает. Явление самоиндукции особенно резко проявляется в цепи, содержащей в себе катушку с железным сердечником, так как железо значительно увеличивает магнитный поток катушки, а следовательно, и величину ЭДС самоиндукции при его изменении.

Собственный магнитный поток Φ , пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока I :

$$\Phi = LI$$

L – индуктивность контура, коэффициент пропорциональности, зависящий от конфигурации контура.

Индуктивность показывает, какой магнитный поток пронизывает поверхность, охваченную контуром, при силе тока в нем 1 А.

Ее единица – Вб/А, которая называется **генри (Гн)**.

$$[L] = \left[\frac{Вб}{А} \right] = [Гн]$$

Индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.

В этом смысле индуктивность катушки – аналог электрической емкости уединенного проводника, которая также зависит только от формы проводника, его размеров и диэлектрической проницаемости среды.

Из закона электромагнитной индукции Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не меняется, то $L=const$ и ЭДС самоиндукции равна

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$$

Знак минус обусловлен правилом Ленца и показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем.

Если ток возрастает, $\mathcal{E}_{si} < 0$, то есть ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание.

Если ток убывает, $\mathcal{E}_{si} > 0$, то есть ток самоиндукции имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую «инертность».

Индуктивность длинного соленоида.

Полный магнитный поток сквозь соленоид или потокосцепление соленоида равно

$$\psi = BSN = \frac{\mu_0 \mu N^2 I}{l} S$$

С другой стороны $\Phi = LI$

Отсюда следует, что
$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2}{l} S$$

Явление взаимной индукции

Взаимной индукции называется явление возбуждения ЭДС электромагнитной индукции в электрической цепи при изменении силы тока в другой цепи или при изменении взаимного расположения этих двух цепей.

Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2 с токами I_1 и I_2 расположенных достаточно близко друг от друга.

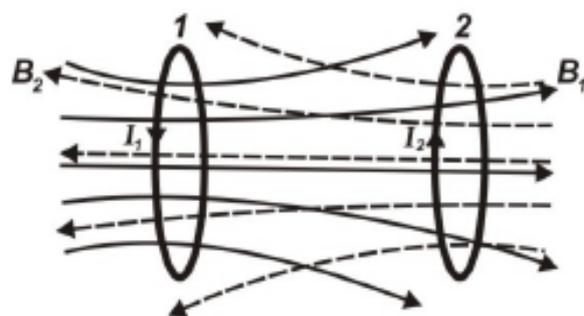


Рис.2

При протекании в контуре 1 тока I_1 магнитный поток пронизывает другой контур. $\Phi_{21} = L_{21}I_1$ аналогично $\Phi_{12} = L_{12}I_2$

Коэффициенты пропорциональности равны друг другу и называются взаимной индуктивностью контура.

$$L_{21} = L_{12} = L$$

При изменении силы тока в одном из контуров, в другом индуцируется ЭДС

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{L_{21}dI_1}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{L_{12}dI_2}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Взаимная индуктивность контуров зависит от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и магнитной проницаемости среды.

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник.

Первая катушка имеет N_1 витков, I_1 - ток в витках, μ - магнитная проницаемость сердечника, магнитная индукция, которую создает ток

$$B = \frac{\mu\mu_0 N_1 I_1}{l} \quad l - \text{длина сердечника по средней линии.}$$

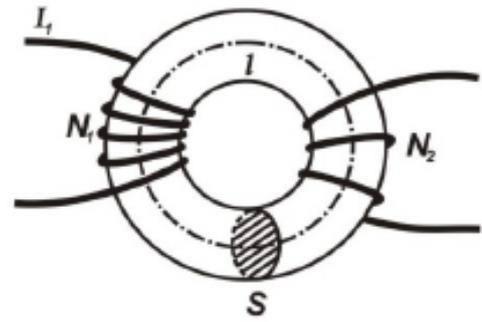


Рис.3

Магнитный поток сквозь один виток второй катушки

$$\Phi_2 = BS = \frac{\mu\mu_0 N_1 I_1 S}{l}$$

Полный магнитный поток (потокосцепление) сквозь обмотку, содержащую N_2 витков

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 I_1 S}{l}$$

Поток Ψ создается током I_1 , поэтому

$$L_{21} = \frac{\Psi}{I_1} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}$$

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}$$

Трансформатор

Трансформатор - это устройство, применяемое для повышения или понижения напряжения (тока) переменного тока в широком диапазоне.

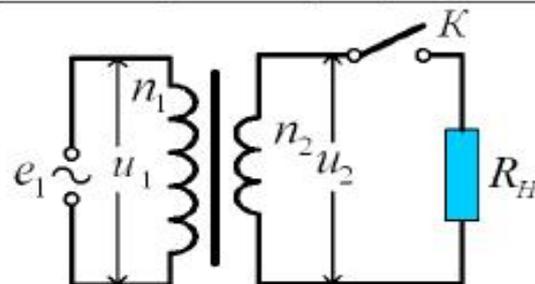
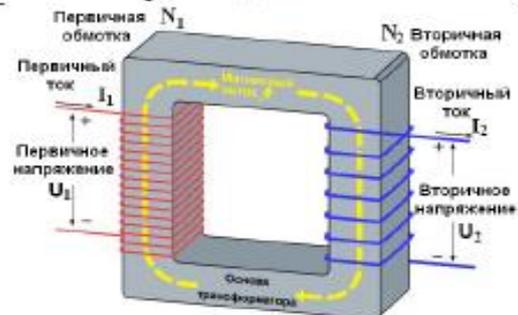


Схема простейшего трансформатора с нагрузкой.



Вид трансформатора

Принцип действия трансформаторов основан на явлении взаимной индукции. Переменный ток I_1 создает в первичной обмотке переменное магнитное поле. Это вызывает во вторичной обмотке появления ЭДС взаимной индукции.

$$\text{При этом } \mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{N_1} \mathcal{E}_1$$

N_1, N_2 - число витков в первичной и вторичной обмотках соответственно.

Для амплитудных значений напряжений на обмотках можно записать:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = K$$

Коэффициент, показывающий во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке трансформатора больше или меньше, чем в первичной

$$K = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{- есть коэффициент трансформации.}$$

При $K > 1$ - трансформатор повышающий.

При $K < 1$ - трансформатор понижающий.

Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.

Проводник с током всегда окружен магнитным полем. Магнитное поле появляется и исчезает вместе с током. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии.

Энергия магнитного поля равна работе, которую затрачивает ток на создание этого поля.

С контуром, по которому течет ток, сцеплен магнитный поток.

$$\Phi = LI$$

При изменении тока на какую-либо величину, магнитный поток также изменяется

$$d\Phi = LdI$$

Тогда для такого изменения магнитного потока необходимо совершить работу

$$dA = Id\Phi = LI dI$$

Полная работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Применим полученное выражение для энергии катушки к длинному соленоиду с магнитным сердечником.

Используя приведенные выше формулы для коэффициента самоиндукции

$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2}{l} S \quad \text{соленоида и для магнитного поля } B, \text{ создаваемого током } I,$$

можно получить:

$$W = \frac{\mu_0 \mu N^2 I^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V,$$

где V – объем соленоида.

Это выражение показывает, что магнитная энергия локализована не в витках катушки, по которым протекает ток, а рассредоточена по всему объему, в котором создано магнитное поле.

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

Физическая величина, равная энергии магнитного поля в единице объема, называется объемной плотностью магнитной энергии.

Дж. Максвелл показал, что выражение для объемной плотности магнитной энергии, выведенное здесь для случая длинного соленоида, справедливо для любых магнитных полей.

ЛЕКЦИЯ 11. ПОНЯТИЕ О КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. МЕХАНИЧЕСКИЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.

Понятие о колебательных процессах.

Колебаниями называются движения или процессы, которые обладают определенной повторяемостью во времени.

Колебания сопровождаются попеременным превращением энергии одного вида в энергию другого вида

Колебания называются свободными (или собственными), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии, без дальнейшего внешнего воздействия на колебательную систему (систему, совершающую колебания).

Колебания называются вынужденными, если они происходят под действием периодически изменяющейся внешней силы.

Физическая природа колебаний может быть разной — различают механические, электромагнитные и др. колебания.

Но различные колебательные процессы описываются одинаковыми уравнениями, поэтому целесообразно изучать все колебательные процессы, используя общие свойства колебаний.

Гармонические колебания и их характеристики.

Гармоническими колебаниями называются колебания, при которых колеблющаяся физическая величина изменяется по закону синуса (или косинуса).

Различные **периодические процессы** (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) могут быть представлены в виде суммы (суперпозиции) гармонических колебаний.

Гармоническое колебание величины S описывается уравнением типа

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

где: A - амплитуда колебания - максимальное значение колеблющейся величины;

ω - круговая (циклическая) частота:

φ — начальная фаза колебания в момент времени $t=0$:

$(\omega t + \varphi)$ - фаза колебания в момент времени t .

Фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени.

Так как косинус изменяется в пределах от +1 до -1, то s может принимать значения от $+A$ до $-A$.

Поскольку $\cos(a + 2\pi) = \cos a$, то при гармонических колебаниях увеличение (приращение) фазы колебания на 2π приводит к тому, что все вели-

чины, характеризующие колебание, принимают исходное значение

Периодом колебаний T называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются состояния колеблющейся системы (совершается одно полное колебание) и фаза колебания получает приращение 2π

$$\omega(t + T) + \varphi = (\omega t + \varphi) + 2\pi. \text{ Откуда } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Частотой колебаний n называется величина обратная периоду колебаний — число полных колебаний, совершаемых в единицу времени

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Единица частоты — герц (Гц) — частота периодического процесса, при котором за 1 секунду совершается один цикл колебаний.

Механические гармонические колебания.

Пусть материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия принятого, за начало координат. Тогда для колеблющейся точки

Смещение:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Скорость:

$$v = \dot{x} = -A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ускорение:

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

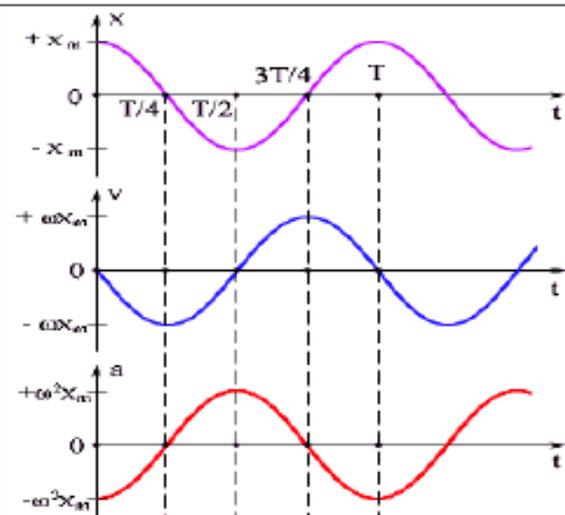


Рис.2

Амплитуды скорости и ускорения равны $A\omega$ и $A\omega^2$

Фаза скорости отличается от фазы смещения на $\pi/2$, а фаза ускорения на π . Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m равна

$$F = ma = mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 x$$

Энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания.

Кинетическая энергия материальной точки:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 - \cos 2(\omega t + \varphi))$$

Потенциальная энергия материальной точки совершающей гармонические колебания под действием квазиупругой силы:

$$U = -\int_0^x F dx = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 + \cos 2(\omega t + \varphi))$$

Полная энергия:
$$W = K + U = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

остаётся постоянной, с течением времени происходит только превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно.

Пружинный маятник.

Пружинный маятник — это груз массой m , подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы.

$$F = -kx \quad \text{где } k \text{ — жесткость пружины}$$

Уравнение движения маятника

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Сравнивая это уравнение с уравнением движения гармонического осциллятора $\ddot{s} + \omega^2 s = 0$,

мы видим, что пружинный маятник совершает колебания по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ с циклической частотой и периодом

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Потенциальная энергия пружинного маятника:

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

Если на маятник действует сила трения, пропорциональная скорости

$$F_{TP} = -r\dot{x}$$

r - коэффициент сопротивления, то колебания маятника будут затухающими

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

-закон движения маятника с учетом сил трения

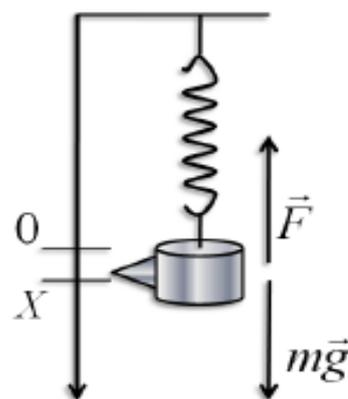


Рис.3

Математический маятник

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити длиной l , и колеблющейся под действием силы тяжести без трения.

Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити.

При малых углах отклонения α можно считать:

$$x \approx l\alpha$$

Возвращающая сила:

$$F = P \sin \alpha \approx mg\alpha = mg \frac{x}{l}$$

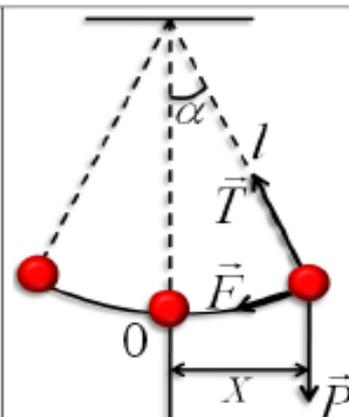


Рис.4

Уравнение движения:

$$m\ddot{x} = -F = -mg \frac{x}{l} \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$$

Следовательно, движение математического маятника описывается дифференциальным уравнением гармонических колебаний, то есть происходит по закону $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

с частотой и периодом, соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Физический маятник.

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг горизонтально оси подвеса, не проходящей через центр масс тела.

Если физический маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α , то момент возвращающей силы

$$M = J\beta = J\ddot{\alpha}$$

С другой стороны, при малых углах

$$M = F_{\tau} l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl \alpha$$

Где J – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O ,
 l – расстояние между точкой подвеса и центром масс C маятника,

$F_{\tau} = -mg \sin \alpha$ – возвращающая сила (со знаком минус, поскольку она всегда направлена противоположно направлению увеличения α).

Уравнение движения:

$$J \ddot{\alpha} + mgl \alpha = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0$$

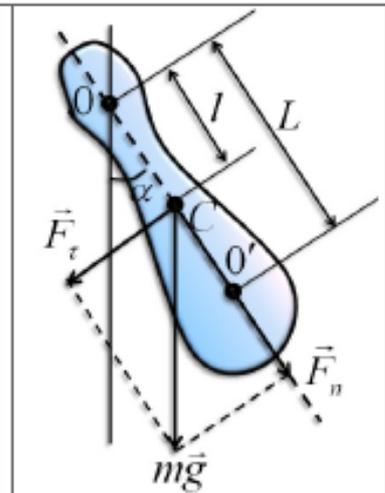


Рис.5

Уравнение гармонических колебаний: $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Период и частота: $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$L = \frac{J}{ml}$ – приведенная длина физического маятника.

Приведенная длина физического маятника — это длина такого математического маятника, который имеет такой же период колебаний, что и данный физический маятник.

Точка O' на продолжении прямой OC , отстоящая от оси подвеса на расстоянии приведенной длины L называется центром качаний физического маятника.

Математический маятник можно представить как частный (предельный) случай физического маятника, вся масса которого сосредоточена в его центре

масс. При этом $J = ml^2$, следовательно, $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

ЛЕКЦИЯ 12. СВОБОДНЫЕ ЗАТУХАЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ДЕКРЕМЕНТ ЗАТУХАНИЯ. ДОБРОТНОСТЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ.

Затухающие колебания

Затуханием колебаний называется постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой.

Затухание механических колебаний вызывается главным образом трением. Затухание в электрических колебательных системах вызывается тепловыми потерями и потерями на излучение электромагнитных волн, а также тепловыми потерями в диэлектриках и ферромагнетиках вследствие электрического и магнитного гистерезиса.

Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем.

Система называется линейной, если параметры, характеризующие те физические свойства системы, которые существенны для рассматриваемого процесса, не изменяются в ходе процесса.

Линейные системы описываются линейными дифференциальными уравнениями.

Различные по своей природе линейные системы описываются одинаковыми уравнениями, что позволяет осуществлять **единый подход** к изучению колебаний различной физической природы.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы имеет вид

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

где **S** - колеблющаяся величина,

δ — коэффициент затухания.

ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы (при **$\delta=0$**)

В случае малых затуханий $\delta^2 \ll \omega_0^2$ решение этого уравнения:

$$s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

где:

$A = A_0 e^{-\delta t}$ — амплитуда затухающих колебаний,

A_0 - начальная амплитуда,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ — циклическая частота затухающих колебаний.

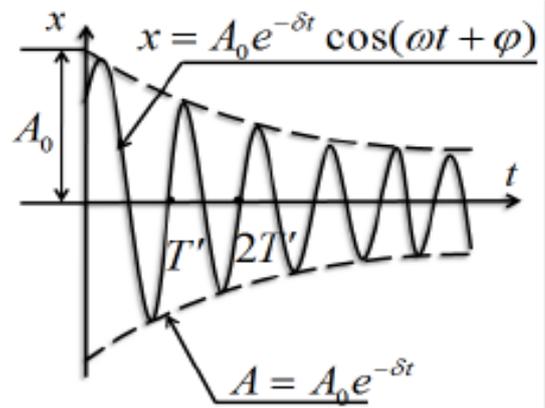


Рис.1

Промежуток времени в течение, которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется временем релаксации

$$\tau = \frac{1}{\delta}$$

Затухание нарушает периодичность колебаний.

Затухающие колебания не являются периодическими (апериодические).

Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием **периода затухающих колебаний** как промежутка времени между двумя последующими максимумами колеблющейся физической величины:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

Декремент затухания

Если $A(t)$, $A(t+T)$ — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = \frac{1}{e^{-\delta T}} = e^{\delta T}$$

Называется **декрементом затухания**, а его логарифм

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

Называется **логарифмическим декрементом затухания**.

Здесь N — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Декремент затухания — это количественная характеристика затухающих колебаний в линейной системе.

Добротность колебательной системы.

Добротностью колебательной системы называется безразмерная величина Q равная произведению 2π на отношение энергии $W(t)$ колебаний системы в

произвольный момент времени t к убыли этой энергии за промежуток времени от t до $t+T$ (за один условный период затухающих колебаний):

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}$$

$$Q = 2\pi \frac{\text{запас энергии в колебательной системе}}{\text{потери энергии за один период}}$$

Энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды $A(t)$

$$W = K + U = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

поэтому:

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = 2\pi \frac{A_0^2 e^{-2\delta t}}{A_0^2 e^{-2\delta t} - A_0^2 e^{-2\delta(t+T)}} =$$

$$2\pi \frac{e^{-2\delta t}}{e^{-2\delta t} - e^{-2\delta(t+T)}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\theta}}$$

Маленькое математическое отступление

При малых значениях x

$$1 - e^{-x} \approx x$$

Поэтому при малых значениях логарифмического декремента затухания $\theta \ll 1$, $1 - e^{-2\theta} \approx 2\theta$

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

Примеры свободных затухающих колебаний

Рассмотрим затухающие колебания различной физической природы:

1) **механические колебания** — пружинный маятник с массой m , который совершает малые колебания под действием упругой силы $F = -kx$ и силы трения $F = -r\dot{x} = -rV$ (r — коэффициент сопротивления)

2) **электромагнитные колебания** — колебания в колебательном контуре состоящем из сопротивления R индуктивности L и емкости C .

Будем сравнивать оба случая с дифференциальным уравнением свободных затухающих колебаний линейной системы

$$\ddot{s} + 2\delta\dot{s} + \omega_0^2 s = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

Решением этого уравнения является выражение

$s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$		
	Пружинный маятник	Колебательный контур
Колеблющаяся величина	Смещение относительно положения равновесия x	Заряд q
Дифференциальное уравнение колебаний	$\ddot{x} + \frac{r}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$	$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$
	$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$	$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$
Собственная частота незатухающих колебаний ω_0	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Коэффициент затухания δ	$\delta = \frac{r}{2m}$	$\delta = \frac{R}{2L}$
Частота затухающих колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$
Добротность Q $Q = \frac{\omega_0}{2\delta}$	$Q = \sqrt{\frac{km}{r}}$	$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
Амплитуда колебаний	$A = A_0 e^{-\delta t}$	$q = q_0 e^{-\delta t}$
Закон колебаний	$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$	$q = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$

ЛЕКЦИЯ 13. ВИНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИНУСОИДАЛЬНОЙ СИЛЫ.
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВИНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ.

Винужденные колебания под действием синусоидальной силы

Для получения незатухающих колебаний необходимо воздействие дополнительной переменной внешней силы, работа которой непрерывно компенсирует убыль энергии, затрачиваемой на преодоление трения. Подобная переменная сила называется **винуждающей силой**, а возникающие под ее действием незатухающие колебания – **винужденными**.

Винужденные колебания, в отличие от собственных колебаний в электрических цепях, являются **незатухающими**. Внешний источник периодически обеспечивает приток энергии к системе и не дает колебаниям затухать, несмотря на наличие неизбежных потерь.

Когда внешний источник, напряжение которого изменяется по гармоническому закону с частотой ω , включен в электрическую цепь, способную совершать собственные свободные колебания на некоторой частоте ω_0 , то **установившиеся винужденные колебания всегда происходят на частоте ω внешнего источника**.

Компенсация потери энергии возможна с помощью какого-либо периодически действующего фактора $x(t)$, изменяющегося по гармоническому закону:

$$x(t) = x_0 \cos \omega t$$

Дифференциальное уравнение винужденных колебаний

В общем виде дифференциальное уравнение винужденных колебаний имеет вид

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t$$
$$\ddot{s} + 2\delta \dot{s} + \omega_0^2 s = x_0 \cos \omega t$$

- дифференциальное уравнение второго

порядка винужденных гармонических колебаний.

Маленькое математическое отступление.

По математической терминологии данное уравнение представляет собой неоднородное **линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами**.

Слово «неоднородное» означает, что правая часть этого уравнения отлична от нуля. В математике доказывается теорема, согласно которой общее решение неоднородного **линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами** будет являться **суммой двух выражений**

$$x = x_0 + x_1$$

x_0 - общее решение однородного уравнения, то есть в правой части стоит нуль;

x_1 - любое частное решение неоднородного уравнения.

Таким образом, решение равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения:

$s_0 = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ - **общее решение** однородного уравнения (свободные колебания)

$s_1 = A \cos(\omega t + \varphi)$ - **частное решение** неоднородного уравнения.

То есть движение под действием вынуждающей силы представляет собой суперпозицию двух колебаний: с **собственной частотой системы ω_0** и с **частотой вынуждающей силы ω** .

Где **амплитуда и фаза** вынужденных колебаний задаются формулами

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Общий вид решения дифференциального уравнения вынужденных колебаний.

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{f_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + 4\delta^2 \omega^2} \cos \omega t$$

Дифференциальное уравнение механических вынужденных колебаний

В случае механических колебаний таким фактором является **вынуждающая сила** $F(t) = F_0 \cos \omega t$. Закон движения для пружинного маятника будет иметь вид

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t \Rightarrow m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \Rightarrow \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$$

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

Дифференциальное уравнение электрических вынужденных колебаний

В случае электрического колебательного контура роль $x(t)$ играет подводимая к контуру внешняя ЭДС или переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$. Уравнение колебаний в контуре будет иметь вид

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t$$

Так **для электромагнитных колебаний**, если обозначить α — сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением, то можно показать, что решением дифференциального уравнения будет иметь вид

$q = q_m \cos(\omega t - \varphi)$, где

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{LC}\right)^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}$$

Сила тока при установившихся колебаниях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t - \alpha) = I_m \cos(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2})$$

Где

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{LC}\right)^2}}$$

Силу тока можно записать в виде $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$,

где $\varphi = \alpha - \frac{\pi}{2}$ — сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением.

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega L}}{R}$$

Переменный ток

Переменным током называются вынужденные колебания тока в цепи, совпадающие с частотой вынуждающей ЭДС

Пусть переменная ЭДС (или переменное напряжение) имеет вид

$$U = U_m \cos \omega t$$

Где U_m - амплитуда напряжения.

Тогда на участке цепи, имеющей сопротивление R , емкость C и индуктивность

L , закон Ома будет иметь вид $\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t$$

Рассмотрим частные случаи цепи.

1. Активное сопротивление в цепи переменного тока.

$R \neq 0, L \rightarrow 0, C \rightarrow 0$: переменное напряжение приложено к сопротивлению R .

Закон Ома:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \cos \omega t}{R} = I_m \cos \omega t$$

Амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{R_m}$$

Колебания тока происходят в одной фазе с напряжением.

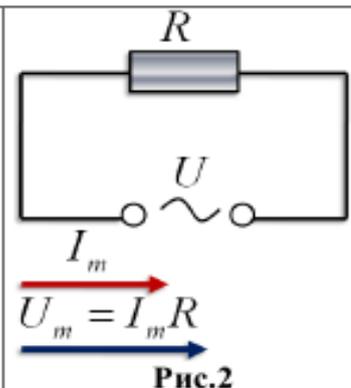


Рис.2

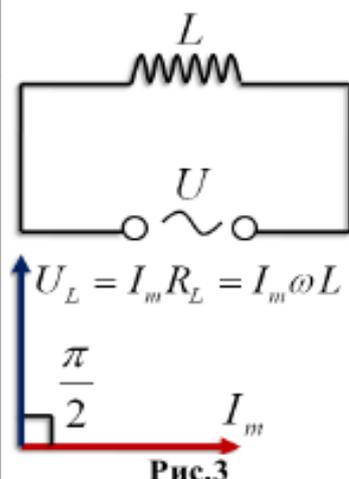
Для наглядности воспользуемся **методом векторных диаграмм** и будем изображать векторами, угол между которыми равен разности фаз.

2. Катушка индуктивности в цепи переменного тока

$R \rightarrow 0, L \neq 0, C \rightarrow 0$ переменное напряжение приложено к катушке индуктивности.

ЭДС самоиндукции в катушке: $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$

Закон Ома: $L \frac{dI}{dt} = U_L = U_m \cos \omega t$, откуда после интегрирования получим



$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_m = \frac{U_m}{R_L} = \frac{U_m}{\omega L}$$

Таким образом, падение напряженности U_L опережает по фазе ток I , текущий через катушку, на $\pi/2$.

Величина

$$R_L = \omega L$$

называется **реактивным индуктивным сопротивлением**.

Для постоянного тока ($\omega=0$) катушка индуктивности не имеет сопротивления.

3. Конденсатор в цепи переменного тока

$R \rightarrow 0, L \rightarrow 0, C \neq 0$

переменное напряжение приложено к конденсатору.

$$\frac{q}{C} = U_C = U_m \cos \omega t$$

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

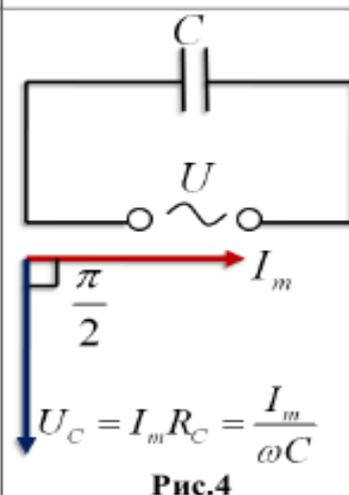
$$I_m = \omega U_m C = \frac{U_m}{1/\omega C} = \frac{U_m}{R_C}$$

Таким образом, падение напряжения U_C отстает по фазе от текущего через конденсатор тока I на $\pi/2$.

Величина

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

называется **реактивным емкостным сопротивлением**.



Волновой процесс.

Если возбудить колебания в какой-либо точке среды (твердой, жидкой или газообразной) то, вследствие взаимодействия между частицами среды, эти колебания будут передаваться от одной точки среды к другой со скоростью, зависящей от свойств среды.

При рассмотрении колебаний не учитывается детальное строение среды; среда рассматривается как **сплошная**, непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Среда называется **линейной**, если ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых колебаниями.

Волновым процессом или волной – называется процесс распространения колебаний в сплошной среде.

При распространении волны частицы колеблются около своих положений равновесия, а не перемещаются вслед за волной.

Вместе с волной от частицы к частице передается только состояние колебательно движения и его энергия.

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества.

Упругие волны.

Упругими (или механическим) волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

Упругая гармоническая волна.

Упругая волна называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

Пусть гармоническая волна, распространяемая со скоростью v вдоль оси ОХ. Обозначим смещения частиц среды через $\xi = \xi(x, t)$

Для данного момента времени t зависимость между смещением частиц среды и расстоянием x этих частиц от источника колебаний O можно представить в виде

графика волны.

Продольная волна – волна, в которой частицы среды колеблются в направлении распространения волны.

Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения (в твердых, жидких и газообразных телах). Примерами таких волн являются волны в упругом стержне или звуковые волны в газе.

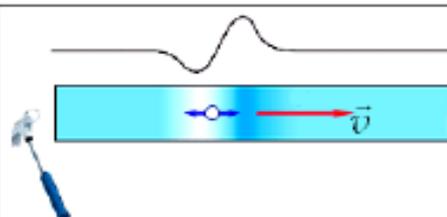


Рис.1

Поперечная волна – волна, в которой частицы среды колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Поперечные волны могут распространяться только в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига (толь-

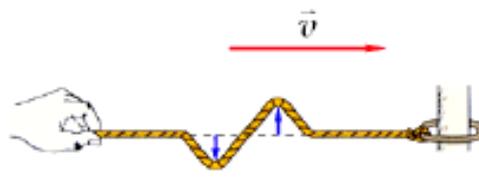


Рис.2

ко в твердых телах). Примером могут служить волны, бегущие по натянутой веревке или по струне.

Отличие графика волны от графика гармонического колебания:

- график волны представляет зависимость смещения всех частиц среды от **расстояния** до источника колебаний в данный момент времени $\xi = \xi(x, t = const)$

- график гармонического колебания это зависимость смещения данной частицы от **времени** $\xi = \xi(x = const, t)$

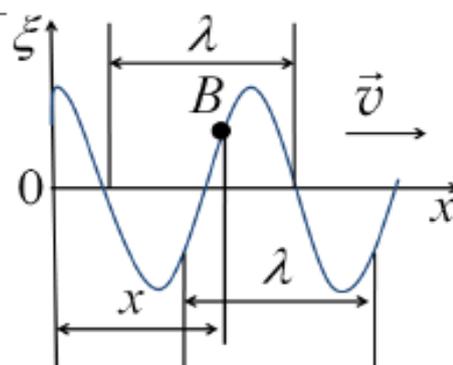


Рис.3

Волновым фронтом называется геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, до которых доходят колебания к определенному моменту времени t .

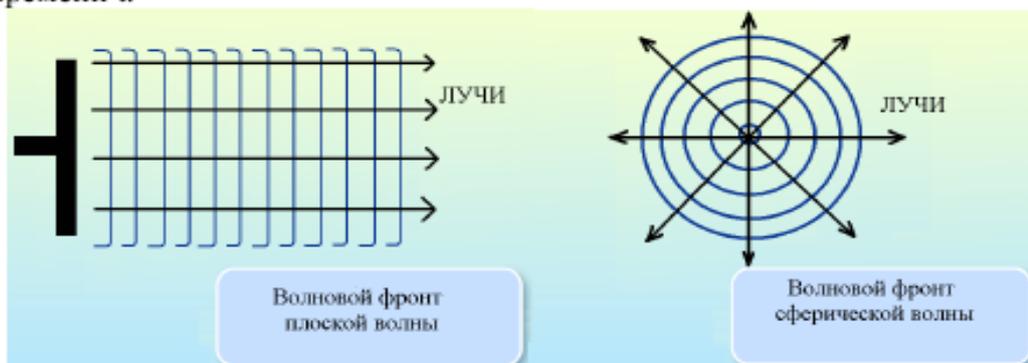


Рис.4

Лучом называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением распространения волны.

В однородной изотропной среде луч является прямой, перпендикулярной к фронту волны и совпадает с направлением переноса энергии волны.

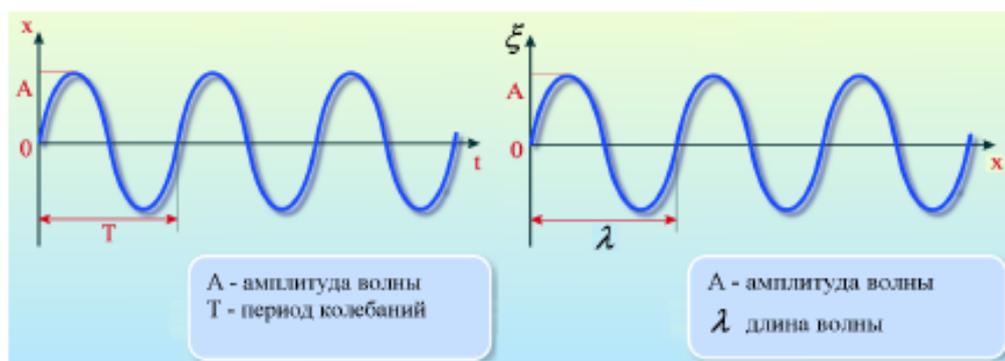


Рис.5

Длиной волны λ называется расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе.

Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется гармоническая волна за время, равное периоду колебаний T :

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega} \text{ или } v = \lambda \nu$$

ν – частота колебаний источника волн,
 v – скорость распространения волны.

Связь периода и частоты колебаний частиц среды, в которой распространяется волна.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Энергия волны. Плотность потока энергии.

Среда, в которой возникает волна, обладает запасом энергии.

$$w = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}$$

- плотность энергии в каждой точке среды.

где ρ - плотность среды.

Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды самой волной, следовательно, волна переносит с собой энергию. Количество энергии, переносимой волной через некоторую поверхность в единицу времени называется потоком энергии $\Delta\Phi$ через поверхность. Поток энергии в различных точках может обладать различной интенсивностью. Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина, называемая плотностью потока энергии.

Плотность потока энергии численно равна потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке перпендикулярно к направлению, в котором переносится энергия.

Направление вектора плотности потока энергии совпадает с переносом энергии.

Вектор плотности потока энергии называется вектором Умова.

$$j = \frac{\Delta E}{\Delta S_{\perp} \Delta t} \text{ - плотность потока энергии.}$$

ΔE – переносимая волной энергия

ΔS_{\perp} – площадка, перпендикулярная

направлению распространения волны

Δt – время переноса

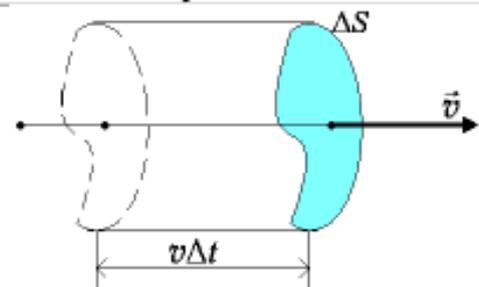


Рис.7

Учитывая, что $\Delta\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ находим $j = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S_{\perp}}$

Через площадку за время будет перенесена энергия, заключенная в объеме цилиндра с основанием ΔS_{\perp} и высотой $v\Delta t$ (v - фазовая скорость волны). Если размеры цилиндра достаточно малы, для того, чтобы плотность энергии во всех

точках цилиндра можно было считать одинаковой, то можно найти как произведение плотности энергии на объем цилиндра.

$$\Delta E = w \Delta S_{\perp} v \Delta t$$

Подставив это выражение в формулу вектора плотности энергии, получим

$$\vec{j} = w \vec{v}$$

Вектор \vec{j} как и плотность энергии различен в разных точках пространства изменяется со временем по закону синуса. Среднее его значение равно

$$j = w v = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 v$$

Вывод: Перенос энергии количественно характеризуется вектором плотности потока энергии (вектор Умова). Направление этого вектора совпадает с направлением распространения энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно волне.

ЛЕКЦИЯ 15. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ВОЛН. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН. ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ. СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ.

Принцип суперпозиции

Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, линейна, то к этим волнам применим принцип суперпозиций (наложения) волн: При распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвующие в каждом из слагаемых волновых процессов.

Интерференция волн

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких волновых процессов связано с понятием когерентности.

Волны называются когерентными, если они имеют одинаковую частоту и разность их фаз остается постоянной во времени.

Гармонические волны, имеющие одинаковую частоту, когерентны всегда. **Когерентностью называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.**

При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называется интерференцией волн.

Интерференцией волн называется явление наложения волн, при котором происходит устойчивое во времени их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабление в других в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

Рассмотрим процесс наложения двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками, колеблющимися с одинаковыми амплитудой A_0 , частотой ω и постоянной разностью фаз:

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1} \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) \quad \xi_2 = \frac{A_0}{r_2} \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2)$$

Где r_1 и r_2 расстояния от источника до рассматриваемой точки,
 k – волновое число,

φ_1 и φ_2 начальные фазы волн.

Амплитуда результирующей волны

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi) =$$

$$= A_0^2 \left\{ \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1r_2} \cos[k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2)] \right\}$$

Поскольку для когерентных источников разность фаз

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$, то результат интерференции двух волн зависит от величины $\Delta r = r_1 - r_2$, называемой **разностью хода**.

Условие максимума.

Две волны пришли, в рассматриваемую точку, совпадая гребень с гребнем, впадина с впадиной.

Амплитуда колебаний среды в данной точке максимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке равна четному числу полуволин (целому числу длин волн).

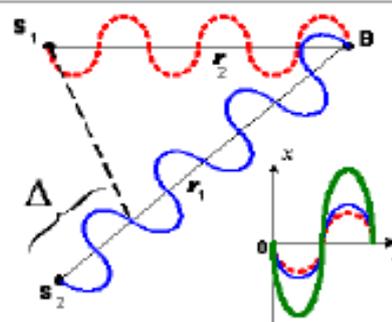


Рис.1

Интерференционный максимум $\left(A = \frac{A_0}{r_1} + \frac{A_0}{r_2} \right)$ наблюдается в точках, где $k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2m\pi$,

Числа ($m=0,1,2,\dots$) называются **порядком интерференционного максимума**.

Условие минимума.

Две волны пришли в рассматриваемую точку совпадая гребень с впадиной, впадина с гребнем.

Амплитуда колебаний среды в данной точке минимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке равна нечетному числу полуволин.

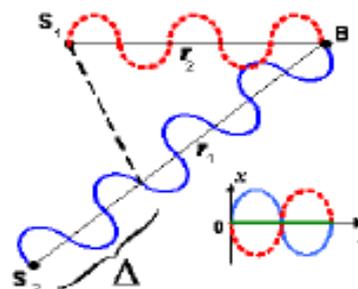
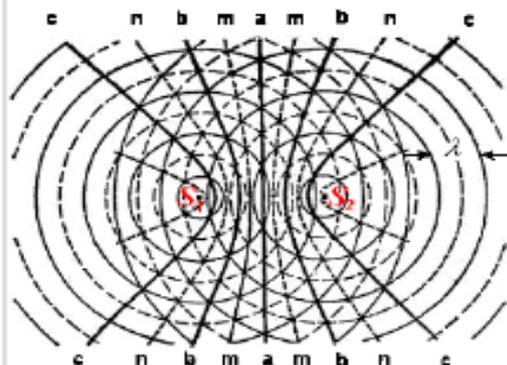


Рис.2

Интерференционный минимум $\left(A = \left| \frac{A_0}{r_1} - \frac{A_0}{r_2} \right| \right)$ наблюдается в точках,

где $k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm(2m + 1)\pi$

Числа ($m=0,1,2,\dots$) называются **порядком интерференционного минимума**.



Амплитуда колебаний в любой точке не меняется с течением времени.

Неизменное во времени распределение амплитуд колебаний называют интерференционной картиной.

Рис.3

Групповая скорость.

Любое сложное колебание может быть представлено в виде суммы одновременно совершающихся гармонических колебаний (разложение Фурье).

Поэтому любая волна может быть представлена в виде суммы гармонических волн, то есть в виде волнового пакета или группы волн.

Волновым пакетом называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

За скорость распространения волнового пакета принимают скорость перемещения максимума его амплитуды (центра волнового пакета).

Групповой скоростью и называется скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени, локализованный в пространстве волновой пакет, или скорость движения центра волнового пакета.

Ее величина

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$$

Связь групповой и фазовой скоростей:

$$u = v - \frac{dx}{d\lambda}$$

Стоячие волны

Особым случаем интерференции являются стоячие волны.

Стоячие волны – это волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.

Пусть две плоские бегущие волны с одинаковыми амплитудами и частотами распространяются навстречу друг другу вдоль оси x :

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx) \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$$

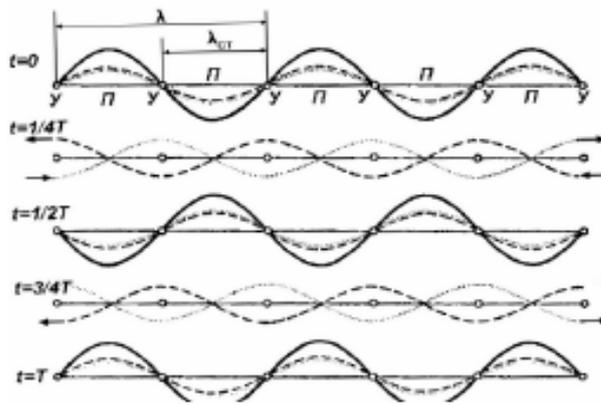


Рис.5

Сложив эти уравнения, с учетом $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, получим уравнение стоячей волны:

$$\xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$$

Амплитуда стоячей волны принимает минимальные значения равные нулю в неподвижных точках, которые называются **узлами**. Посередине между узлами находятся точки, которые колеблются с максимальной амплитудой $2A$. Эти точки называются **пучностями**.

В точках среды, где $k = \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi$ амплитуда стоячей волны достигает максимального значения $A_{ст} = 2A$

Такие точки называются **пучностями стоячей волны**.

Координаты пучностей:

$$x_{п} = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, 3 \dots)$$

В точках среды, где $k = \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ амплитуда стоячей обращается в нуль $A_{ст} = 0$. Такие точки называются **узлами стоячей волны**.

Координаты узлов: $x_{у} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, 3 \dots)$

Расстояние между двумя соседними узлами и между двумя соседними пучностями одинаковы и равны половине длины волны λ бегущих волн. Эту величину называют длиной стоячей волны:

$$\lambda = \frac{\lambda}{2}$$

В бегущей волне	В стоячей волне
Амплитуда колебаний	
Все точки волны совершают колебания с одинаковой амплитудой	Все точки волны совершают колебания с разными амплитудами
Фаза колебаний	
Фаза колебаний зависит от координаты x рассматриваемой точки	Все точки между двумя узлами колеблются с одинаковыми фазами
	При переходе через узел фаза колебаний изменяется на π ; Точки лежащие по разные стороны от узла колеблются в противофазе.

ЛЕКЦИЯ 16. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН.

Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн было теоретически предсказано английским физиком Дж. Максвеллом в 1864 году. Максвелл проанализировал все известные к тому времени законы электродинамики и сделал попытку применить их к изменяющимся во времени электрическому и магнитному полям. Максвелл ввел в физику понятие **вихревого электрического поля** и предложил новую трактовку закона **электромагнитной индукции**, открытой Фарадеем в 1831 г:

Любое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.

То есть во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции через площадь, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток. Этот ток называется индукционным.

Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре.

То есть изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.

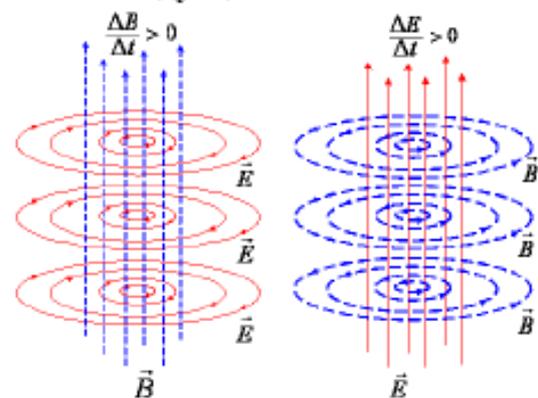


Рисунок иллюстрирует взаимное превращение и направления электрического и магнитного полей.

Рис.1

Электромагнитные волны – это переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Электромагнитные волны могут возбуждаться только ускоренно движущимися зарядами. Цепи постоянного тока, в которых носители заряда движутся с неизменной скоростью, не являются источником электромагнитных волн.

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнения Максвелла:

Общий вид уравнений Максвелла в дифференциальной форме

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{D} &= \rho \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

Уравнения Максвелла для области пространства, не содержащей свободных электрических зарядов и макроскопических токов:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{D} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

<p>Уравнения Максвелла для однородного и изотропного диэлектрика, не обладающего сегнетоэлектрическими или ферромагнитными свойствами.</p>	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0$ $\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0$
<p>Общий вид уравнений Максвелла в интегральной форме</p>	
<p>1. $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\oint_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S}$</p> <p>2. $\oint_S E dS = \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \right) \oint_V \rho dV$</p>	<p>3. $\oint_L B dl = \mu_0 \oint_S \left(j + \frac{dD}{dt} \right) dS$</p> <p>4. $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$</p>
<p>Система материальных уравнений для электрических и магнитных полей.</p>	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \quad j = \gamma E$ <p>μ_0 и ε_0 - электрическая и магнитная постоянные, μ и ε - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.</p>
<p>Волновые уравнения для векторов \vec{E} и \vec{H} :</p>	
$\Delta \vec{E} = \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ $\Delta \vec{H} = \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$	<p>или</p> $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$ $\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$
<p>Где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа,</p>	
<p>Решением этих уравнений являются уравнения плоской электромагнитной волны</p>	
$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$	
<p>где E_0 и H_0 амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны,</p>	
<p>ω - круговая частота волны,</p>	
<p>$k = \frac{\omega}{v}$ - волновое число,</p>	
<p>φ - начальная фаза колебаний (одинаковая, поскольку колебания \vec{E} и \vec{H} происходят с одинаковой фазой).</p>	

Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = c \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Здесь ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}.$$

А) Скорость электромагнитных волн в вакууме ($\epsilon = \mu = 1$):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299792458 \cdot 10^8 \text{ м/с} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Б) Скорость электромагнитных волн в веществе:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{n}$$

Скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

С) Абсолютный показатель преломления среды:

$$n = \sqrt{\mu \epsilon}.$$

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n , пока-

зываются, во сколько раз скорость распространения электромагнитных волн в среде меньше чем в вакууме:

$$n = \frac{c}{v}$$

Для многих прозрачных сред магнитная проницаемость вещества $\mu = 1$.

Д) Скорость электромагнитных волн в вакууме:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$$

Е) Длина электромагнитных волн:

$$\lambda = cT = 2\pi c \sqrt{LC}$$

Основные выводы теории Максвелла

1. Поперечность электромагнитных волн. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющиеся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны *поперечны* – векторы \vec{E} и \vec{H} перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. ($\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{H} \perp \vec{v}$).

Направления векторов \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} связаны правилом буравчика и образуют праввинтовую систему. При вращении вектора \vec{E} к вектору \vec{H} , поступательное движение буравчика совпадает с направлением скорости электромагнитной волны \vec{v} .

2. В электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах, причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H$

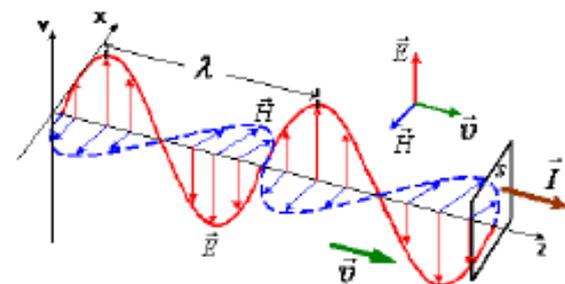


Рис.2

3. Энергия электромагнитных волн.

Электромагнитные волны переносят энергию. При распространении волн возникает поток электромагнитной энергии. Если выделить площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны, то за малое время Δt через площадку протечет энергия, объемная плотность которой складывается из объем-

ных плотностей w_e и w_m электрического и магнитных полей:

$$w = w_e + w_m = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad \sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H$$

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon\mu} EH$$

Плотностью потока называют электромагнитную энергию, переносимую волной за единицу времени через поверхность единичной площади.

Плотность потока энергии $S = w \cdot v = EH$

Вектор плотности потока электромагнитной энергии \vec{S} , совпадающий с направлением распространения электромагнитной волны, модуль которого равен $S = w \cdot v = EH$, называют вектором Умова-Пойнтинга.

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$$

Вектор \vec{S} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Среднее значение плотности потока электромагнитной энергии в синусоидальной (гармонической) волне в вакууме:

$$S_{cp} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \quad (*)$$

где E_0 – амплитуда колебаний напряженности электрического поля.

Плотность потока энергии в СИ измеряется в **ваттах на квадратный метр** (Вт/м²).

Из формулы (*) следует, что плотность тока электромагнитной энергии пропорциональна E^2 . В свою очередь напряженность E пропорциональна ускорению a , а значит пропорциональна квадрату частоты ω^2 . Отсюда следует что **плотность потока электромагнитной энергии пропорциональна четвертой степени частоты ω^4** (если увеличить частоты в 2 раза то излучаемая энергия возрастает в 16 раз).

ЛЕКЦИЯ 17. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА МАКСВЕЛЛА. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ КОГОРЕНТНОСТЬ.

Электромагнитная теория Максвелла

Волновая теория основывается на принципе Гюйгенса: каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени. Напомним, что волновым фронтом называется геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени. Принцип Гюйгенса позволяет анализировать распространение света и вывести законы отражения и преломления.

Наука о свете накапливала экспериментальные данные, свидетельствующие о взаимосвязи световых, электрических и магнитных явлений, что позволило Максвеллу в 70-х годах прошлого столетия создать электромагнитную теорию света.

С точки зрения современной физики свет в одних явлениях ведет себя как **электромагнитная волна (ЭМВ)**, в других явлениях – как частица. В этом разделе физики (оптика) изучается свет как ЭМВ. В любой ЭМВ есть электрическая E и магнитная H составляющие. Как показывает опыт, на человека влияние оказывает лишь электрическая составляющая ЭМВ. Поэтому далее будет основное внимание уделяться именно ей.

Рассмотрим сферическую монохроматическую волну. Уравнение такой волны

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

где ω - частота ЭМ колебаний в волне, k – модуль волнового вектора, а φ_0 - начальная фаза колебаний.

Величина $n = \frac{c}{v}$ называется **абсолютным показателем преломления среды**.

В этой формуле

$v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega}{k}$ - **фазовая скорость волны**. Сравнивая полученную ранее формулу для фазовой скорости

$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, получаем для показателя преломления $n = \sqrt{\epsilon\mu}$.

Обычно у прозрачных сред магнитная проницаемость $\mu \approx 1$, поэтому $\epsilon = n^2$.

Значит, показатель преломления таких сред зависит только от диэлектрической проницаемости среды. Опыт показывает, что эта величина зависит от частоты ЭМВ. Это приводит к явлению, которое называется **дисперсией**.

Монохроматическая ЭМВ характеризуется частотой или длиной волны, которые связаны простой формулой $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Экспериментальные результаты обычно представляют зависимость различных величин от длины волны

Важнейшую роль в выяснении природы света сыграло опытное определение его скорости. Начиная с конца XVII века предпринимались неоднократные попытки измерения скорости света различными методами (астрономический метод О. Ремера, метод А. Физо, метод А. Майкельсона). Современная лазерная техника

позволяет измерять скорость света с очень высокой точностью на основе независимых измерений длины волны λ и частоты света ν ($c = \lambda \cdot \nu$) $c = \lambda \cdot \nu$. Таким путем было найдено значение $c = 299792458 \pm 1,2 \text{ м/с}$ превосходящее по точности все ранее полученные значения более чем на два порядка.

В оптике, как разделе физике, под светом понимают не только **видимый свет**, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – **инфракрасный (ИК)** и **ультрафиолетовый (УФ)**.

По своим физическим свойствам свет принципиально неотличим от электромагнитного излучения других диапазонов – различные участки спектра отличаются друг от друга только длиной волны λ и частотой ν . Видимый свет занимает диапазон приблизительно от 400 нм до 780 нм или от 0,40 мкм до 0,78 мкм.

Принцип Гюйгенса.

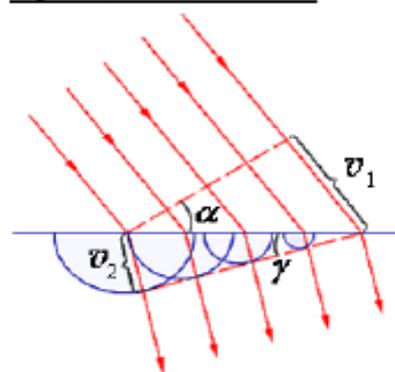


Рис.1

Волновая теория света основывается на **принципе Гюйгенса**: каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Все вторичные источники, расположенные на поверхности фронта волны когерентны между собой. Амплитуда и фаза волны в любой точке пространства – это результат интерференции волн, излучаемых вторичными источниками.

Интерференция света.

Опыт Юнга.

Исторически первым интерференционным опытом, получившим объяснение на основе волновой теории света, явился **опыт Юнга** (1802 г.). В опыте Юнга свет от источника, в качестве которого служила узкая щель S , падал на экран с двумя близко расположенными щелями S_1 и S_2 .

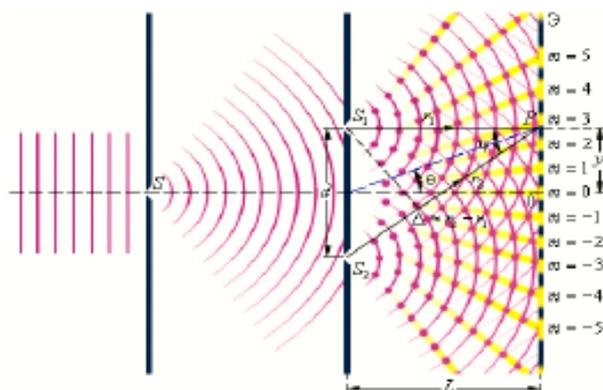


Рис.2

Проходя через каждую из щелей, световой пучок расширялся вследствие **дифракции**, поэтому на белом экране Э световые пучки, прошедшие через щели S_1 и S_2 , перекрывались. В области перекрытия световых пучков наблюдалась интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос.

Юнг понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников. Поэтому в его опыте щели S_1 и S_2 освещались светом одного источника S . При симметричном расположении щелей вторичные волны, испускаемые источниками S_1 и S_2 , находятся в фазе, но эти волны проходят до точки наблюдения P разные расстояния r_1 и r_2 . Следовательно, фазы колебаний, создаваемых волнами от источников S_1 и S_2 в точке P , вообще говоря, различны. Таким образом, задача об интерференции волн сводится к задаче о сложении колебаний одной и той же частоты, но с разными фазами. Утверждение о том, что волны от источников S_1 и S_2 распространяются независимо друг от друга, а в точке наблюдения они просто складываются, является опытным фактом и носит название **принципа суперпозиции**

Интерференция света — сложение в пространстве двух или нескольких когерентных световых волн, при котором в разных его точках получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Пусть в данной точке М две **монохроматические волны** с циклической частотой ω возбуждают два колебания, причем до точки М одна волна прошла в среде с показателем преломления n_1 путь r_1 с фазовой скоростью v_1 , а вторая — в среде n_2 путь r_2 с фазовой скоростью v_2 :

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{r_1}{v_1} \right), \quad x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{r_2}{v_2} \right)$$

Амплитуда результирующего колебания: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta$

Интенсивность результирующей волны $I \sim A^2$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Разность фаз δ колебаний, возбуждаемых в точке М, равна,

$$\begin{aligned} \delta &= \omega \left(\frac{r_2}{v_2} - \frac{r_1}{v_1} \right) = \omega \left(\frac{r_2}{c/n_2} - \frac{r_1}{c/n_1} \right) = \\ &= \frac{\omega}{c} (r_2 n_2 - r_1 n_1) = \frac{2\pi\nu}{c} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \end{aligned}$$

$v = \frac{c}{n}$, $\omega = 2\pi\nu$, $\frac{c}{\nu} = \lambda_0$ — длина волны в вакууме

Произведение геометрической длины пути s световой волны в данной среде на показатель преломления этой среды n называется оптической длиной пути.

$$L = r \cdot n$$

Разность оптических длин проходимых волнами путей называется оптической разностью хода. $\Delta = L_2 - L_1 = r_2 n_2 - r_1 n_1$

Условие интерференционного максимума:

Если оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн в вакууме (четному числу полуволин)

$$\Delta = \pm m \lambda_0 = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

то $\delta = \pm 2m\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке М, будут происходить в одинаковой фазе.

Условие интерференционного минимума.

Если оптическая разность хода Δ равна нечетному числу полуволи

$$\Delta = \pm m\lambda_0 = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0,1,2,\dots)$$

то $\delta = \pm(2m+1)\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке М, будут происходить в противофазе.

Когерентность.

Интерференцию света в действительности наблюдать не просто. Если в комнате горят две одинаковые лампочки, то в любой точке складываются интенсивности света и никакой интерференции не наблюдается.

Когерентностью называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Монохроматические волны — неограниченные в пространстве волны одной определенной и постоянной частоты — являются когерентными.

Реальные световые волны не являются монохроматическими. Излучение света имеет статистический характер, так как атомы светового источника излучают независимо друг от друга в случайные моменты времени, и излучение каждого атома длится короткое время ($\tau \leq 10^{-8}$ с). Результирующее излучение источника в каждый момент времени состоит из вкладов огромного числа атомов. Только в течение этого времени волны, испускаемые атомом имеют постоянные амплитуду и фазу колебаний. Через время порядка τ вся совокупность излучающих атомов обновляется. Поэтому суммарное излучение будет иметь другую амплитуду и другую фазу.

Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющихся друг друга коротких гармонических импульсов излучаемых атомами—волновых цугов.

Средняя продолжительность одного цуга $\tau_{КОГ}$ называется временем когерентности.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние

$l_{КОГ} = c\tau_{КОГ}$, называемое длиной когерентности (или длиной цуга). Поэтому наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света.

Временная когерентность — это, когерентность колебаний, определяемая степенью монохроматичности волн, и совершаемые в одной и той же точке пространства. Временная когерентность существует до тех пор, пока разброс фаз в волне в данной точке не достигнет π .

Длина когерентности — расстояние, на которое перемещается волна за время когерентности.

ЛЕКЦИЯ 18. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ.

Дифракция света.

По сути, интерференция и дифракция – это одно и то же явление: перераспределение энергии волн по волновому фронту. Но исторически сложилось так, что наложение волн от дискретно расположенных источников называется интерференцией, а аналогичное явление от непрерывно расположенных источников (например, одной щели) называется дифракцией. В основе рассмотрения обоих этих явлений лежит принцип Гюйгенса –Френеля.

Дифракцией света называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения световых волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики.

Различают два вида явления дифракции в зависимости от расстояния точки наблюдения до препятствия или неоднородности, а также от вида волнового фронта в точке наблюдения. Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от препятствия и в точку наблюдения после взаимодействия с неоднородностью приходит плоская волна, то говорят о **дифракции Фраунгофера**. В остальных случаях говорят о **дифракции Френеля**.

Дифракцию объясняет **принцип Гюйгенса** — именно вторичные волны огибают препятствия на пути распространения первичных волн.

Принцип Гюйгенса

Каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.

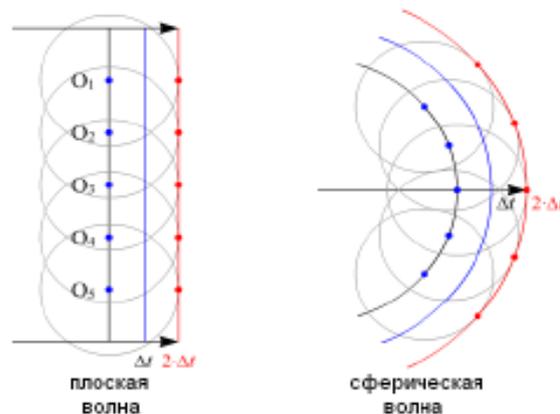


Рис.1

Принцип Гюйгенса-Френеля:

Световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как результат суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых вторичными (фиктивными) источниками — бесконечно малыми элементами любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S .

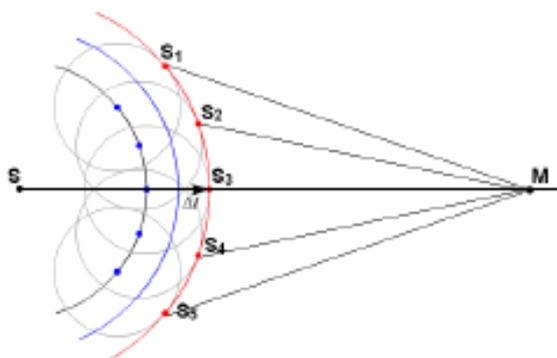


Рис.2

Для определения результирующей амплитуды колебания в точке М, лежащей перед некоторой поверхностью S, надо найти амплитуды всех колебаний, приходящих в эту точку от всех элементов dS поверхности S и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз. При этом предполагается, что все элементы поверхности S взаимно когерентны – это необходимое условие для интерференции вторичных волн.

На диаграмме вектор E_m - результирующая амплитуда представлена как векторная сумма амплитуд dE колебаний в точке М от различных элементов dS поверхности S с учетом их фаз, то есть углов между ними.

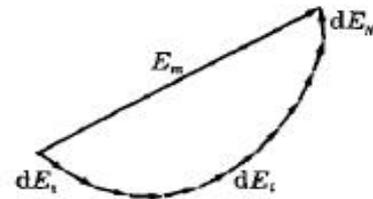


Рис.3

Как показывает опыт, свет при определенных условиях может заходить в область геометрической тени.

Если на пути параллельного светового пучка расположено круглое препятствие (круглый диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется **дифракционная картина** – система чередующихся светлых и темных колец

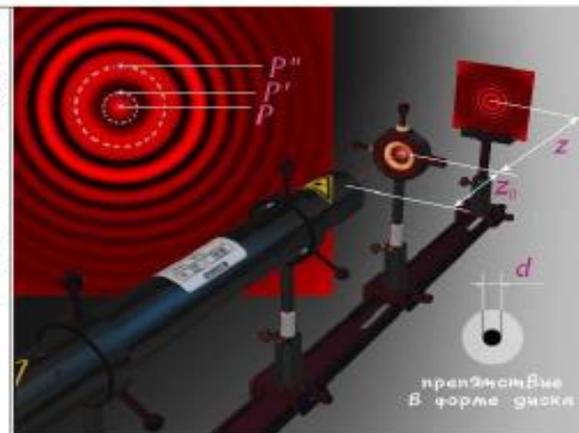


Рис.4

Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных полос.

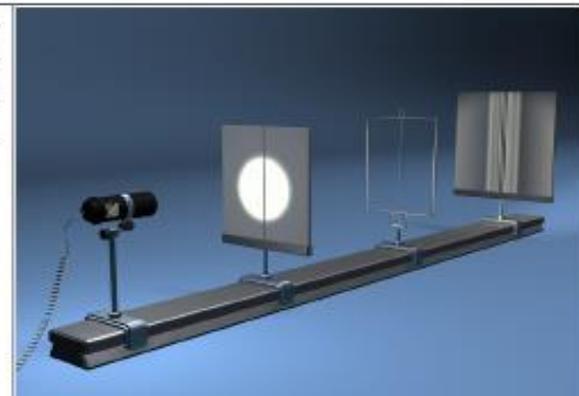


Рис.5

Наблюдение дифракции световых волн возможно тогда, когда размеры препятствий будут порядка 10^{-6} – 10^{-7} м. Рисунок показывает, как меняется фронт волны, прошедшей через щель, при сужении этой щели.



Рис.6

Когда размеры щели сравниваются по порядку с длиной волны, щель становится источником вторичных сферических волн, интерференция которых и определяет картину распределения интенсивности за щелью, свет проникает в геометрически недоступную область.

Зоны Френеля.

Суммирование (интегрирование) амплитуд элементарных колебаний, приходящих в точку Р очень сложно. Но в простейших случаях, обладающих определенной симметрией, как показал Френель, может быть заменено простым алгебраическим или графическим сложением.

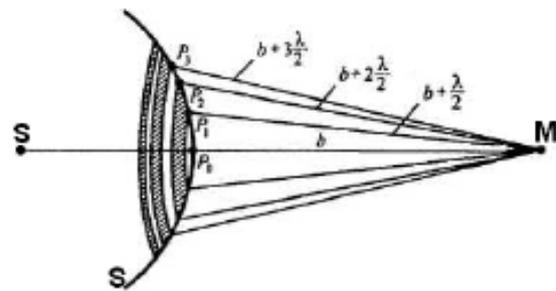


Рис.7

Суммирование амплитуд колебаний, приходящих от различных элементов волновой поверхности S, Френель предложил делать с помощью разбиения поверхности S на зоны, конфигурация которых зависит от симметрии рассматриваемой задачи.

Пользуясь методом Френеля, определим амплитуду световых колебаний в

точке Р за круглым отверстием на его оси. Волновая поверхность S, которой мы перекроем отверстие, симметрична относительно прямой SP, поэтому ее наиболее целесообразно разбивать на кольцевые зоны с центром на оси отверстия.

Рассмотрим в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, заменим действие источника S действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности S, являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S). Разобьем волновую поверхность S на кольцевые зоны такого размера, чтобы

расстояния от краев зоны до M отличались на $\frac{\lambda}{2}$.

Расстояние от внешнего края m-ой зоны до точки M $b_m = b + m \frac{\lambda}{2}$.

Тогда, обозначив амплитуды колебаний от 1-й, 2-й, ... m-й зон через A_1, A_2, \dots, A_m (при этом $A_1 > A_2 > A_3 \dots > A_m$ получим амплитуду результирующего колебания: $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$

При таком разбиении волновой поверхности на зоны оказывается, что амплитуда колебания A_m от некоторой m-й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

Тогда результирующая амплитуда в точке M будет

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = (m \gg 1) = \frac{A_1}{2}$$

Так как при $m \gg 1$ $A_1 \gg A_m$.

Площади всех зон Френеля равны

$$\sigma = \pi \lambda \frac{ab}{a+b}$$

где a — длина отрезка SP_0 — радиус сферы S , b — длина отрезка P_0M .

Радиус внешней границы m -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

Например: при $a = b = 10 \text{ см}$ и $\lambda = 500 \text{ нм}$ радиус первой зоны $r_1 = 0,158 \text{ мм}$. Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. прямолинейно.

Таким образом, принцип Гюйенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

ЛЕКЦИЯ 19. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В ВЕЩЕСТВЕ. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ДИСПЕРСИИ.

Ранее нами были рассмотрены явления поляризации, интерференции, дифракции показан квантовый характер электромагнитного излучения. Дополним список свойств электромагнитного излучения свойством дисперсии.

Дисперсия света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления n от частоты ω (длины волны λ) света (или зависимость фазовой скорости v световых волн от его частоты ω).

$$n = n(\omega)$$

$$v = v(\omega)$$

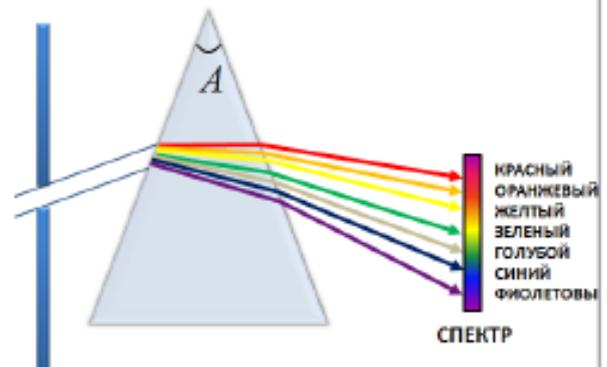


Рис.1

Следствием дисперсии является **разложение в спектр** пучка белого света при прохождении его через призму.

Дисперсия проявляется лишь при распространении **немонохроматических волн**.

Рассмотрим дисперсию света в призме

Пусть монохроматический луч под углом α_1 , падает на призму с показателем преломления n и преломляющим углом A . После двукратного преломления на левой и правой гранях призмы луч отклоняется на угол φ .

$$\varphi = (\alpha_1 - \gamma_1) + (\alpha_2 - \gamma_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A$$

Если углы A и α_1 (а значит и $\alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$)

малы, то $\frac{\alpha_1}{\gamma_1} = \frac{n}{1}$ и $\frac{\gamma_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n}$

Поскольку $\gamma_1 + \gamma_2 = A$, то

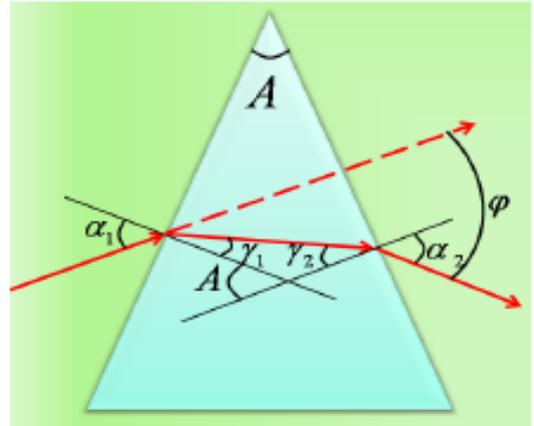


Рис.2

$$\alpha_2 = \gamma_2 n = n(A - \gamma_1) = n \left(A - \frac{\alpha_1}{n} \right) = nA - \alpha_1$$

Откуда $\alpha_1 + \alpha_2 = nA$.

Поэтому $\varphi = A(n - 1)$ — угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

Величина $D = \frac{dn}{d\lambda}$ — называется дисперсией вещества.

Для всех прозрачных веществ показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны (или увеличивается с увеличением частоты):

$\frac{dn}{d\lambda} < 0$ Такая дисперсия называется нормальной. (см. рисунок).

Вблизи линий и полос сильного поглощения ход кривой $n(\lambda)$ - кривой дисперсии – обратный: $\frac{dn}{d\lambda} > 0$.

Дисперсия называется аномальной, если показатель преломления увеличивается с увеличением длины волны (или уменьшается с увеличением частоты).

Дисперсия называется аномальной, если показатель преломления увеличивается с увеличением длины волны (или уменьшается с увеличением частоты).

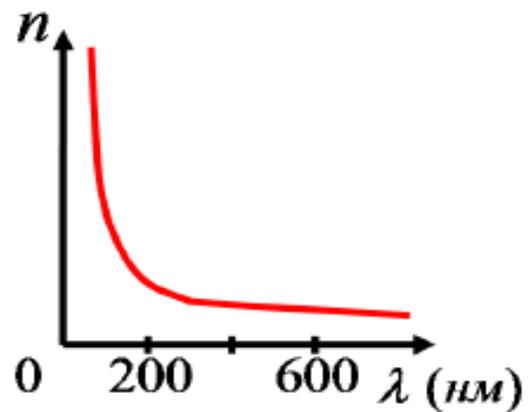


Рис.3

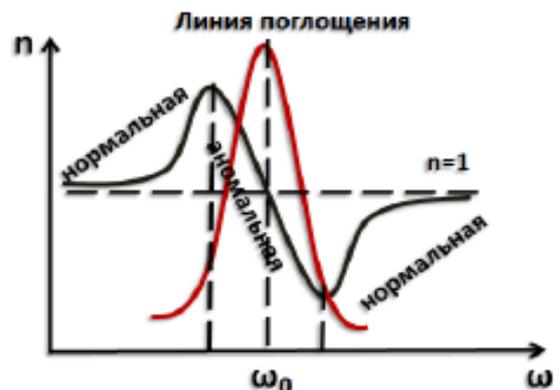


Рис.4

**Зависимость показателя преломления
от длины волны для разных веществ**

Длина волны λ в нм (цвет)	Показатель преломления			
	стекло, тяже- лый флинт	стекло, легкий крон	серо- углерод	вода
656,3 (красный)	1,6444	1,5145	1,6219	1,3311
589,3 (желтый)	1,6499	1,5170	1,6308	1,3330
486,1 (голубой)	1,6657	1,5230	1,6799	1,3371
404,7 (фиолетовый)	1,6852	1,5318	1,6990	1,3428

Электронная теория дисперсии

Согласно атомистическому представлению о строении вещества, дисперсия света возникает вследствие вынужденных колебаний заряженных частиц (электронов и ионов), входящих в состав атомов и молекул, под действием электромагнитной волны светового излучения.

Электронная теория дисперсии Лоренца рассматривает дисперсию света как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Классическая теория Лоренца исходит о представлениях о колеблющихся системах-атомах и молекулах,- подчиняющихся законам Ньютона и классической электродинамики. На излучение и поглощение света в оптической части спектра влияние оказывают только электроны периферийной области атомов (электроны внешних оболочек), называемые оптическими электронами. Электроны внутренних оболочек атомов имеют очень высокие собственные частоты колебаний. Поэтому их колебания полем световой волны практически не возбуждаются.

Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}$$

ϵ — диэлектрическая проницаемость среды,

μ — магнитная проницаемость.

В оптической области спектра для всех веществ $\mu \approx 1$, поэтому $n = \sqrt{\epsilon}$.

Согласно теории Лоренца, дисперсия света — следствие зависимости ϵ от частоты (длины волны) световых волн. По определению диэлектрическая проницаемость среды равна

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}$$

χ — диэлектрическая восприимчивость среды,

ϵ_0 — электрическая постоянная,

P и E — мгновенные значение поляризованности и напряженности внешнего электрического поля.

В оптической области спектра частота колебаний электрического поля световой волны высока ($\nu \approx 10^{13} \text{ Гц}$), поэтому ориентационная поляризация диэлектриков не существенна, и главную роль играет **электронная (деформационная) поляризация** — вынужденные колебания электронов под действием электрической составляющей поля световой волны.

Атомы и молекулы тел как цельные объекты обладают собственными частотами колебаний, так что амплитуды и фазы вынужденных колебаний электронов и ядер атомов при взаимодействии вынуждающего их колебаться внешнего поля зависят от частоты колебаний этого поля – отсюда и зависимость для $\epsilon(\omega)$ и $n(\omega)$. Покажем это аналитически с помощью расчета.

Пусть на прозрачный диэлектрик падает световая (электромагнитная) волна. При прохождении электромагнитных волн через вещество каждый электрон вещества оказывается под воздействием силы

$F = eE$ (Здесь не учитывается магнитная составляющая силы Лоренца в силу того, что скорость электрона предполагается малой по сравнению со скоростью света)

Пусть вынужденные колебания совершает только один внешний, слабо связанный с ядром атома, электрон — **оптический электрон**.

Пусть внешнее поле E изменяется по гармоническому закону:
 $E = E_0 \cos \omega t$.

В классической теории дисперсии уравнение вынужденных колебаний электрона (без учета силы сопротивления, обуславливающей поглощение энергии падающей волны) имеет вид:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} F_0 \cos \omega t = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t$$

где $F_0 = eE_0$ — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля электромагнитной волны,

ω_0 — собственная частота колебаний электрона,

m — масса электрона, e — заряд электрона,

Решение этого дифференциального уравнения является:

$$x = A \cos \omega t \quad \text{где} \quad A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Строгий квантовомеханический расчет показывает, что явление дисперсии хорошо описывается моделью, в которой атомы и молекулы представляют собой осцилляторы с различными частотами и коэффициентами затухания.

Под действием электромагнитной волны атом в электрическом поле приобретает дипольный момент.

Наведенный дипольный момент оптического электрона: $p = ex$,

где x — смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

ЛЕКЦИЯ 20. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЕСТЕСТВЕННЫЙ И ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ. ЗАКОН МАЛЮСА. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА ПРИ ОТРАЖЕНИИ И ПРЕЛОМЛЕНИИ.

Поляризация света

Согласно электромагнитной теории Максвелла свет – **поперечная** электромагнитная волна, в которой вектора \vec{E} и \vec{B} перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Во всех процессах взаимодействия света с веществом основную роль играет электрический вектор \vec{E} , поэтому его называют **световым вектором**.

Для описания закономерностей поляризации будем рассматривать только **световой вектор** — вектор напряженности \vec{E} электрического поля.

Поляризация света – совокупность явлений волновой оптики, в которой проявляется поперечность световых волн.

Естественный свет.

Свет, испускаемый обычными источниками (например, солнечный свет, излучение ламп накаливания и т. п.), **неполяризован**.

Свет таких источников состоит в каждый момент из вкладов огромного числа независимо излучающих атомов с различной ориентацией светового вектора в излучаемых этими атомами волнах. Поэтому в результирующей волне вектор \vec{E} беспорядочно изменяет свою ориентацию во времени, так что в среднем все направления колебаний оказываются равноправными. Неполаризованный свет называют также **естественным светом**.

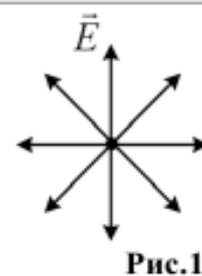


Рис.1

$$E_x = E_0 \cos(\omega t)$$

$$E_y = E_0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$\langle \vec{E}_x \rangle = \langle \vec{E}_y \rangle \quad \langle \vec{E}_x^2 \rangle = \langle \vec{E}_y^2 \rangle$$

$$\delta = f(t) \text{ - разность фаз меняется со временем}$$

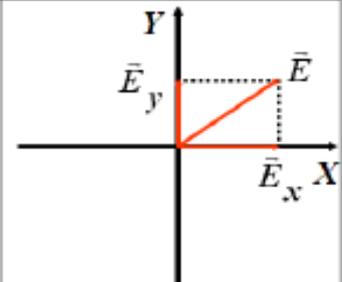


Рис.2

Поляризованный свет.

Поляризованным светом называется свет, в котором направления колебания вектора \vec{E} каким-либо образом упорядочены.

Если при распространении электромагнитной волны световой вектор \vec{E} сохраняет свою ориентацию, т.е. колеблется только в одной, проходящей через луч плоскости, такую волну называют **линейно-поляризованной** или **плоско-поляризованной**.

Линейно-поляризованный свет испускается лазерными источниками.



Рис.3

Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны в направлении распространения этой волны, называется **плоскостью поляризации**.

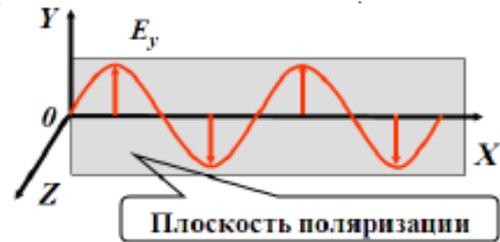


Рис.4

Если вдоль одного и того же направления распространяются две монохроматические волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то в результате их сложения в общем случае возникает **эллиптически-поляризованная волна**.

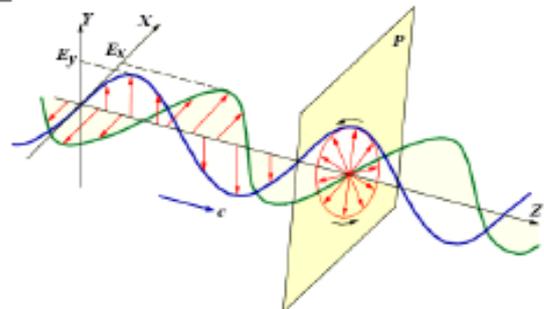


Рис.5

В эллиптически-поляризованной волне в любой плоскости P , перпендикулярной направлению распространения волны, конец результирующего вектора \vec{E} за один период светового колебания описывает эллипс, который называется **эллипсом поляризации**.

$$E_x = E_0 \cos(\omega t)$$

$$E_y = E_0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$\delta \neq f(t) = const$$

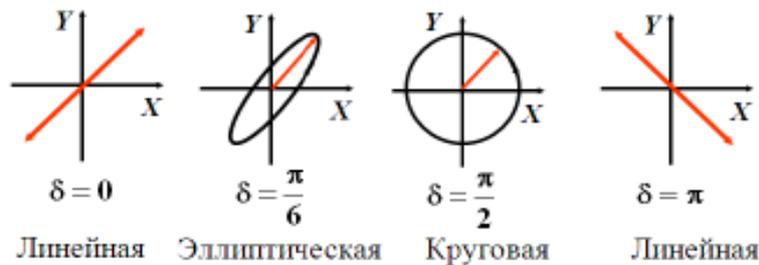


Рис.6

Частично поляризованный свет — свет с преимущественным направлением колебаний вектора \vec{E}

Свет может оказаться поляризованным при отражении или рассеянии диэлектриком. В частности, голубой свет от неба частично или полностью поляризован.

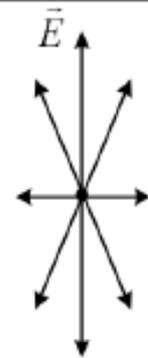


Рис.7

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые **поляризаторы**, пропускающие колебания только определенного направления. В качестве поляризаторов используются среды, анизотропные в отношении колебаний \vec{E} .

Линейно поляризованный свет легко получить, пропустив естественный свет через пластинку турмалина, вырезанную параллельно его кристаллографической (оптической) оси.

Турмалин сильно поглощает световые лучи, в которых электрический вектор перпендикулярен к оптической оси. Если же электрический вектор параллелен оси, то такие лучи проходят через

турмалин почти без поглощения. Поэтому естественный свет, пройдя через пластинку турмалина, наполовину поглощается и становится линейно поляризованным с электрическим вектором, ориентированным параллельно оптической оси турмалина.

Степенью поляризации называется величина P :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

где I_{\max} , I_{\min} - соответственно, максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света.

Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$, $P = 0$

Для плоскополяризованного $I_{\min} = 0$, $P = 1$.

Закон Малюса (1809 г.)

В опытах Малюса свет последовательно пропускался через две одинаковые пластинки из турмалина (прозрачное кристаллическое вещество зеленоватой окраски). Пластинки могли поворачиваться друг относительно друга на угол φ .

Интенсивность прошедшего света оказалась прямо пропорциональной $\cos^2 \varphi$:

$$I \sim \cos^2 \varphi$$

Пропустим естественный свет с интенсивностью $I_{ест}$ через поляризатор Π_1 . Первый поляроид играет роль **поляризатора**. Он превращает естественный свет в линейно-поляризованный. Второй поляроид – **анализатор** – служит для анализа падающего на него света. Колебание амплитуды E , совершающееся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ , можно разложить на два колебания с амплитудами $E_{||} = E \cos \varphi$ и $E_{\perp} = E \sin \varphi$.

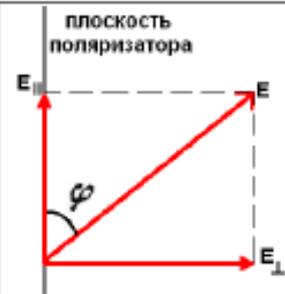


Рис.8

Интенсивность прошедшей волны пропорциональна $E^2_{||} = E^2 \cos^2 \varphi$. В естественном свете все значения φ равновероятны, поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\langle \cos^2 \varphi \rangle = \frac{1}{2}$, а интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через

первый поляризатор Π_1 : $I_0 = \frac{I_{ест}}{2}$

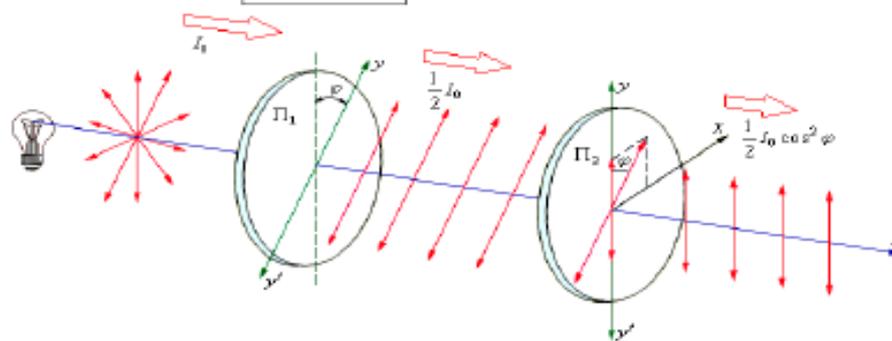


Рис.9

Поставим на пути плоскополяризованного света второй поляризатор Π_2 (**анализатор**) под углом φ к первому. Интенсивность I света, прошедшего через анализатор, меняется в зависимости от угла φ по **закону Малюса**:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора:

$$I = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \varphi.$$

$I_{max} = \frac{1}{2} I_{ест}$ – поляризаторы параллельны

$I_{min} = 0$ – поляризаторы скрещены.

Поляризация света при отражении и преломлении.

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков, то отраженный и преломленный лучи являются **частично поляризованными**.

В **отраженном** луче преобладают колебания перпендикулярные плоскости падения, а в **преломленном** – колебания, лежащие в плоскости падения.

Закон Брюстера:

Если угол падения равен углу Брюстера, который определяется соотношением

$\boxed{\operatorname{tgi}_B = n_{21}}$, то отраженный луч является **плоскополяризованным**.

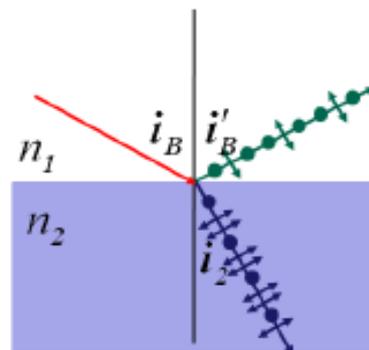


Рис.10

n_{21} - показатель преломления второй среды относительно первой), отраженный луч является **плоскополяризованным** (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения).

$$\operatorname{tgi}_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21}, \quad \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21} \Rightarrow \cos i_B = \sin i_2 \quad \text{или}$$

$$i_B + i_2 = \frac{\pi}{2}, \quad \text{но } i'_B = i_B, \quad \text{поэтому } i'_B + i_2 = \frac{\pi}{2}$$

Полученное выражение называют **формулой Брюстера**. Зрительно поляризованный (отраженный) свет воспринимается как свет меньшей интенсивности по сравнению с не поляризованным светом – естественным (падающим и преломленным).

ЛЕКЦИЯ 21. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. АБСОЛЮТНО ЧЕРНОЕ ТЕЛО. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА.

Квантовая оптика — раздел оптики, занимающийся изучением явлений, в которых проявляются квантовые свойства света.

Тепловое излучение

Обратимся к электромагнитному излучению инфракрасной области, так называемому тепловому излучению и частично видимого спектра (за счет внутренней энергии тел). Заметим, что внутренняя энергия является как бы посредником между данным разделом и таким разделом физики как молекулярная физика.

Все тела вокруг нас в разной степени нагреты и передают путем излучения тепло друг другу в окружающем пространстве. Сильно разогретые тела – спирали лампочек, печей излучают видимый свет. Менее нагретые тела – красноватый, очень сильно – голубой. Известны также различного вида люминесценции – светлячки, гнилушки, люминесцентные лампы, как различные виды холодного свечения.

Химические реакции – хемолюминесценция, ударная или катодолюминесценция, фотолюминесценция – результат поглощения электромагнитного излучения. Эти виды излучения находятся за рамками данного рассуждения.

При разговоре о тепловом излучении необходимо появляется понятие равновесного излучения. Повысим температуру тела – возрастет интенсивность излучения (иначе, мощность), понизим, – убудет. Из опыта следует: тела не могут самопроизвольно бесконечно охлаждаться или нагреваться. Если увеличить подвод тепла к телу, то увеличиться и излучение и установиться новое равновесие. Замкнутая равновесная система не охлаждается и не нагревается, возможны только флуктуации. При получении порции тепла система перейдет в новое равновесие. При постоянном поступлении тепла в незамкнутую систему излучение и количество поступающего тепла придут в равновесие.

Тепловое излучение совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (внутренней энергии) и свойственно всем телам при температурах выше 0 К.

Тепловое излучение равновесно — тело в единицу времени поглощает столько же энергии, сколько и излучает.

Количественной характеристикой теплового излучения служит **спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность)**

$$\text{тела } R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{ИЗЛ}}}{d\nu}$$

$R_{\nu,T}$ — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины.

$dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{ИЗЛ}}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за 1с (мощность излучения) с площади 1м² поверхности тела в интервале частот

от ν до $\nu + d\nu$).

$$[dW] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right]$$

Испускательную способность можно представить в виде функции длины волны: т.к.

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \text{ то } R_{\nu,T} = R_{\nu,T} \frac{d\lambda}{d\nu} = R_{\nu,T} \frac{\lambda^2}{c}$$

Интегральная по ν энергетическая светимость:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью $A_{\nu,T}$, показывающей, какая доля энергии $dW_{\nu,\nu+d\nu}$, приносимой за единицу времени на единицу площади тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu + d\nu$ поглощается телом.

Абсолютно черное тело.

Особое место в теории теплового излучения занимает абсолютно черное тело. Так Г.Кирхгоф назвал тело, у которого на всех частотах и при любых температурах поглощательная способность равна единице. Реальное тело всегда отражает часть энергии падающего на него излучения. Даже сажа приближается по свойствам к абсолютно черному телу лишь в оптическом диапазоне.

Тело, способное поглощать при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты называется абсолютно черным телом.

Спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице: $A_{\nu,T} = 1$

Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа и черный бархат в определенном интервале частот близки к ним. Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием О, внутренняя поверхность которой зачернена. Луч, попавший внутрь такой полости, полностью поглощается. При этом полость может иметь практически любую форму и быть изготовленной из любого материала.

Малое отверстие обладает свойством почти полностью поглощать падающее на него излучение, причем с уменьшением размера отверстия его поглощательная способность стремится к единице. Действительно, излучение через отверстие попадает на стенки полости, частично поглощаясь ими. При малых размерах отверстия луч должен претерпеть множество отражений, прежде чем он сможет выйти из отверстия, то есть, формально,

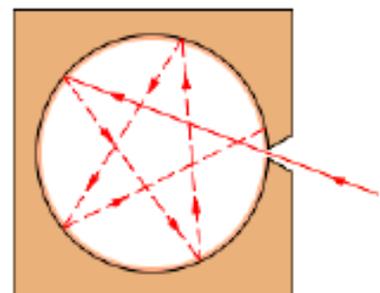


Рис.1

отразиться от него.

При многократных повторных переотражениях на стенках полости излучение, попавшее в полость, практически полностью поглотится.

В рассмотренной модели можно считать, что излучение, падающее на отверстие, не отражается, а полностью поглощается. Поэтому именно малому отверстию и приписывается свойство абсолютно черного тела.

Отметим, что если стенки полости поддерживать при некоторой температуре T , то отверстие будет излучать, и это излучение с большой степенью точности можно считать излучением абсолютно черного тела, имеющего температуру T . Исследуя распределение энергии этого излучения по спектру, можно экспериментально определить испускательные способности абсолютно черного тела $R_{\nu,T}$ и $r_{\lambda,T}$.

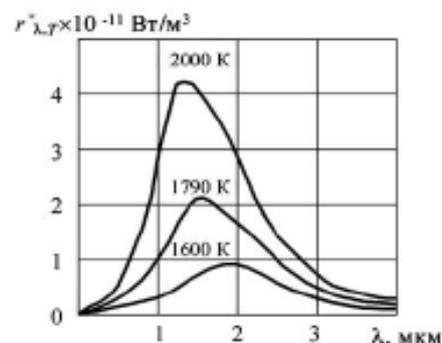


Рис.2

Результаты таких экспериментов при различных значениях температуры приведены на рисунке.

По своему определению поглощательная способность тела не может быть больше единицы.

При этом тело, у которого поглощательная способность меньше единицы и одинакова по всему диапазону частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела, называют серым телом.

$$A_{\nu,T}^c = A_T = const < 1$$

Законы теплового излучения абсолютно черного тела.

1. Закон Кирхгофа.

Между испускательными и поглощательными свойствами любого тела должна существовать связь. Ведь в опыте с равновесным тепловым излучением равновесие в системе может установиться только в том случае, если каждое тело будет излучать в единицу времени столько же энергии, сколько оно поглощает. Это означает, что тела, интенсивнее поглощающие излучение какой-либо частоты, будут это излучение интенсивнее и испускать.

Поэтому, в соответствии с таким принципом детального равновесия, отношение испускательной и поглощательной способностей одинаково для всех тел в природе, включая абсолютно черное тело, и при данной температуре является одной и той же универсальной функцией частоты (длины волны).

Закон Кирхгофа определяет соотношение между испускательной и поглощательной способностями тел.

Отношение испускательной и поглощательной способностей тела не зависит от природы тела и является универсальной для всех тел функцией частоты и температуры $R_{\nu,T}$

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}$$

Для черного тела $A_{\nu,T}^n = 1$, поэтому универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) черного тела. Нахождение явной зависимости $r_{\nu,T}$ от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения. Излучение абсолютно черного тела имеет универсальный характер в теории теплового излучения. Реальное тело излучает при любой температуре всегда меньше энергии, чем абсолютно черное тело. Зная испускательную способность абсолютно черного тела (универсальную функцию Кирхгофа) и поглощательную способность реального тела, из закона Кирхгофа можно определить энергию, излучаемую этим телом в любом диапазоне частот или длин волн.

2. Закон Стефана-Больцмана.

Энергетическая светимость серого тела (интегральная по ν):

$$R_T^c = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e$$

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu$$

- энергетическая светимость черного тела, которая зависит только от температуры.

Эту зависимость описывает экспериментальный закон Стефана-Больцмана: Энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры:

$$R_e = \sigma T^4 \quad (\text{следовательно } T = A_T \sigma T^4),$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — постоянная Стефана-Больцмана.

ЛЕКЦИЯ 22. ФОТОЭФФЕКТ. ЗАКОНЫ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА. МАССА И ИМПУЛЬС ФОТОНА.

Фотоэффект.

Открыт в 1887 году немецким физиком Г. Герцем и экспериментально исследован А. Г. Столетовым и независимо Ф. Ленардом.

Фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется высвобождение электронов под действием электромагнитного излучения.

Внутренний фотоэффект — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости** — повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении.

Вентильный фотоэффект (разновидность внутреннего фотоэффекта) — возникновение ЭДС (фото-ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект используется в солнечных батареях для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

Внешним фотоэффектом (фотоэлектронной эмиссией) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Законы внешнего фотоэффекта

Схема установки для исследования фотоэффекта.

Два электрода (катод K из исследуемого металла и анод A) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко) измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

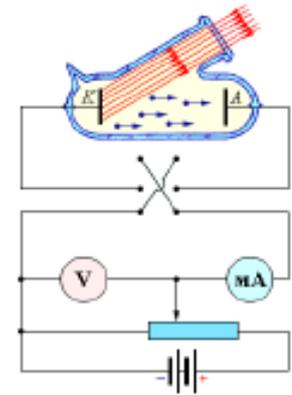


Рис.1

Вольт-амперная характеристика фотоэффекта определяет зависимость фототока I , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между катодом и анодом. На рисунке изображены типичные кривые зависимости силы фототока от приложенного напряжения. Кривая 2 соответствует большей интенсивности светового потока.

I_{H1} и I_{H2} — токи насыщения, U_3 — запирающий потенциал.

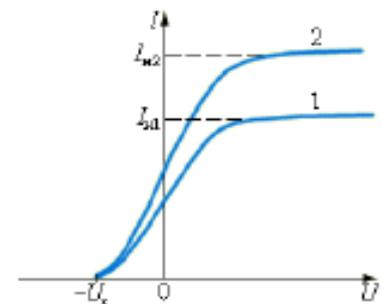


Рис.2

По мере увеличения U фототок постепенно возрастает пока не выходит на насыщение.

Максимальное значение тока $I_{нас}$ — фототок насыщения — определяется таким значением U , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{нас} = ne$$

n — число электронов, испускаемых катодом в 1с.

При $U = 0$ фототок не исчезает, поскольку фотоэлектроны при вылете из катода обладают некоторой начальной скоростью. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение** U_0 .

При $U = U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете максимальной начальной скоростью, не может преодолеть задерживающего

поля и достигнуть анода:
$$\left(\frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_3$$

т.е., измерив задерживающее напряжение U_0 , можно определить мак-

симальное значение скорости v_{\max} и кинетической энергии K_{\max} фотоэлектронов.

Запирающий потенциал U_3 не зависит от интенсивности падающего светового потока и линейно возрастает с увеличением частоты ν света.

I закон фотоэффекта (Закон Столетова): при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, испускаемых фотокатодом в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II закон фотоэффекта: Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν .

III закон фотоэффекта: Для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта** — минимальная частота света (или максимальная длина волны) (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Квантовая теория внешнего фотоэффекта

Эйнштейн предположил, что свет частотой ν не только **испускается** отдельными квантами (согласно гипотезе Планка), но и **распространяется** в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $E_0 = h\nu$.

Кванты электромагнитного излучения, движущиеся со скоростью с распространения света в вакууме, называются фотонами.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном **работы выхода A** из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии.

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$$

-уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

Это уравнение объясняет зависимость кинетической энергии фотоэлектронов от частоты падающего света (2й закон).

Предельная частота $\nu_{\min} = \frac{A}{h}$, при которой кинетическая энергия фотоэлектронов становится равной нулю, и есть красная граница фотоэффекта (3-й закон).

Минимальная частота или максимальная длина волны падающего света, при которой начинается фотоэффект называется красной границей фотоэффекта.

$$\nu_{\min} = \frac{A}{h}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{A}$$

Другая форма записи уравнения Эйнштейна: $eU_3 = h\nu - A$

На рисунке 3 изображена зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов от частоты облучающего света для некоторого металла.

1. Производная $\frac{d(eU_0)}{d\nu}$

не зависит от материала катода и численно равна постоянной Планка h .

2. Отрезки, отсекаемые на оси ординат, численно равны работе A выхода электронов из металла.

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$$

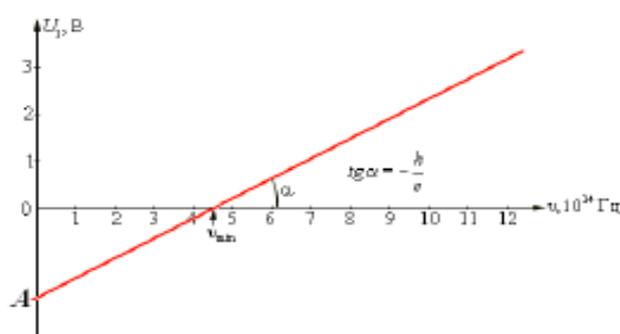


Рис 3.

У большинства металлов работа выхода A составляет несколько электрон-вольт

$$(1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}).$$

3. Как следует из уравнения Эйнштейна, тангенс угла наклона прямой, выражающей зависимость запирающего потенциала U_3 от частоты ν , равен отношению постоянной Планка h к заряду электрона e :

$$\text{tg } \alpha = \frac{h}{e}$$

$$h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

-постоянная Планка.

Масса и импульс фотона.

Согласно квантовой теории свет при испускании и поглощении ведет себя подобно потоку частиц, получивших название **фотонов** или **световых квантов**.

Энергия фотонов равна $E = h\nu$.

Фотон движется в вакууме со скоростью c . Фотон не имеет массы покоя, $m_0 = 0$.

Из общего соотношения специальной теории относительности, связывающего энергию, импульс и массу любой частицы,

$$E = mc^2 = h\nu \implies m = \frac{h\nu}{c^2} \quad \text{и} \quad E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2,$$

следует, что фотон обладает импульсом

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

Единство корпускулярных и волновых свойств света.

Таким образом, учение о свете, совершив виток длительностью в два столетия, вновь возвратилось к представлениям о световых частицах – корпускулах.

Это не механический возврат к корпускулярной теории Ньютона. В начале XX века стало ясно, что свет обладает двойственной природой. При распространении света проявляются его волновые свойства (интерференция, дифракция, поляризация), а при взаимодействии с веществом – корпускулярные (фотоэффект). Эта двойственная природа света получила название **корпускулярно-волнового дуализма**. Позже двойственная природа была открыта у электронов и других элементарных частиц. Классическая физика не может дать наглядной модели сочетания волновых и корпускулярных свойств у микрообъектов. Движением микрообъектов управляют не законы классической механики Ньютона, а законы **квантовой механики**. Теория излучения абсолютно черного тела, развитая М. Планком, и квантовая теория фотоэлектрического эффекта Эйнштейна лежат в основании этой современной науки.

ЛЕКЦИЯ 23. ПРИРОДА КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОГО ДУАЛИЗМА ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВ. ГИПОТЕЗА ЛУИ ДЕ БРОЙЛЯ. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ. ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ.

В физике свет оказался первым объектом, у которого была обнаружена двойственная, корпускулярно-волновая природа. Еще более тесно волны и частицы света можно связать, если предположить, что движение фотона подчиняется статистическим вероятностным законам, которые определяются волновым электромагнитным полем. Действительно, будем считать, что квадрат амплитуды электромагнитной волны, то есть ее интенсивность определяет в каждой точке пространства вероятность попадания в нее фотона и, следовательно, концентрацию фотонов в этой точке светового потока. Тогда явление интерференции света, проходящего через экран с двумя щелями, можно объяснить и с точки зрения корпускулярной теории света. При падении на экран одной световой волны, вероятность попадания фотона в различные точки экрана одинакова, и мы наблюдаем равномерную освещенность экрана. При прохождении света через две щели вероятность попадания фотона в различных точках экрана изменяется. В местах интерференционных максимумов эта вероятность резко увеличивается, а в местах интерференционных минимумов - уменьшается. Тем самым, поток фотонов перераспределяется в пространстве и этим перераспределением управляет волновое поле.

Такой способ объединения корпускулярных и волновых свойств материальных объектов, когда с помощью волн мы описываем движение частиц, лежит в основе квантовой механики.

Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества.

Наличие у микрочастицы (или у электромагнитного излучения) сразу двух свойств – частицы и волны называется **корпускулярно-волновым дуализмом**.

С точки зрения классической физики эти свойства несовместимы. Невозможно одновременно одной частице – электрону разделиться на два когерентных электрона, провзаимодействовать одновременно с соседними атомами и создать интерференционную картину при сложении. Тем не менее опыт показывает наличие волновых и корпускулярных свойств одновременно. В одних условиях оказываются наиболее заметными волновые свойства, а в других – корпускулярные.

Проявление корпускулярных свойств электромагнитного излучения усиливается при возрастании частоты ω .

Жесткое γ – излучение ($\omega \geq 10^{20} \text{ c}^{-1}$) ведет себя практически как поток фотонов.

Радиоволны ($\omega \leq 10^{12} \text{ c}^{-1}$) корпускулярные свойства почти не проявляют.

$$(10^{15} \leq \omega \leq 10^{19} \text{ c}^{-1})$$

Свет или рентгеновское излучение в одних условиях проявляют волновые свойства (дифракция, интерференция), а в других – корпускулярные (фотоэффект, давление света, геометрическая или лучевая оптика). Волновые свойства практически не заметны для макроскопических частиц или ультрарелятивистских.

Поэтому следует отказаться от представлений классической физики и предложить новый способ описания микрочастиц и фотонов, разрешающий корпускулярно-волновой дуализм. Такое описание называется квантовой механикой.

Гипотеза Луи де Бройля (1924 г.)

Квантовая механика, созданная для описания свойств квантовых объектов, основывается на **предположении Луи де Бройля** о том, что так же как свету присущи одновременно свойства частицы (корпускулы) и волны (двойственная корпускулярно-волновая природа света), так и **электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.**

Каждому объекту присущи как **корпускулярные характеристики** — энергия E и импульс p , так и **волновые характеристики** — частота ν и длина волны λ .

Соотношения между корпускулярными и волновыми характеристиками частиц такие же как для фотонов:

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$$

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом (в том числе и частице, в отличие от фотона, обладающей массой покоя), сопоставляется волновой процесс с длиной волны, определяемой по Формуле де Бройля:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

Полная энергия частицы определяется частотой волн де Бройля с помощью соотношения

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

Выводы:

Корпускулярно-волновой дуализм — универсальное свойство материи.

Корпускулярно-волновой дуализм существенным образом проявляется только для **микрообъектов.**

Волновые свойства проявляются, если длина волны де Бройля частицы λ_B сравнима или больше характерного размера L области движения частицы. Как показывают оценки, условие $\lambda_B \geq L$ выполняется для частиц малых масс, движущихся в областях, размеры которых сравнимы с размерами атомов.

Для макроскопических тел длины волн де Бройля очень малы: так, например, частице массой 1 г , движущейся со скоростью 1 м/с , соответствует длина волны де

Бройля с $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-31} \text{ м}$ и волновыми эффектами пренебрегают.

Опыт Дэвиссона и Джермера.

Гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально в опытах по дифракции электронов на монокристаллах металлов — естественных дифракционных решетках — и на металлических пленках.

Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов в несколько десятков киловольт проходил через тонкую золотую фольгу и попадал на фотопластинку. Электрон при ударе о фотопластинку оказывает на нее такое же действие как и фотон.

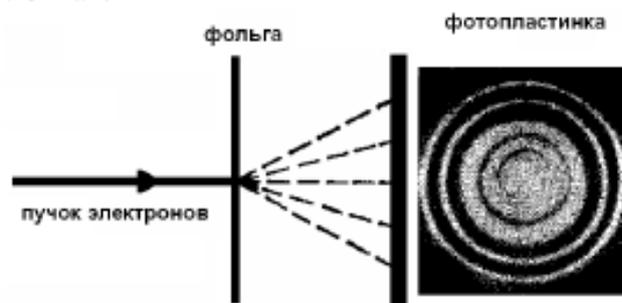


Рис.1

Полученная таким образом электронограмма золота сопоставлена с полученной в таких же условиях рентгенограммой алюминия. Сходство дифракционных картин в обоих случаях поразительно. Даже в случае чрезвычайно слабых пучков, когда каждый электрон проходил препятствие независимо от других электронов пучка, формировалась дифракционная картина как в проходящем, так и в отраженном пучке электронов.

Некоторые свойства волн де Бройля.

Фазовая скорость волн де Бройля:

Фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме.
 m, v - масса и скорость частицы

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}$$

$$E = \hbar\omega \quad p = \hbar k \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Групповая скорость волн де Бройля:

Групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы.
 Иными словами, волны де Бройля перемещаются вместе с частице.

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}$$

$$u = \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}} =$$

$$= \frac{pc^2}{E} = \frac{mvc^2}{mc^2} = v$$

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \quad \text{-релятивистская энергия свободной частицы}$$

Групповая и фазовая скорость для фотона

$$u = \frac{pc^2}{E} = \frac{mcc^2}{mc^2} = c$$

$$v_{\text{фаз}} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mc} = c$$

Соотношение неопределенностей

Открытие волновых свойств у микрочастиц показывает, что в физике микромира мы имеем дело с принципиально новым типом объекта исследований. В отдельных экспериментах микрочастицы проявляют волновые свойства, в других ведут себя подобно корпускулам, однако ни волнами, ни частицами в полном смысле слова они не являются. Здесь проявляется полная несостоятельность классического подхода при описании поведения микрочастиц.

Отличие микрочастицы от волны состоит в том, что волну, используя, например, полупрозрачное зеркало, можно разделить на две части и отдельно исследовать каждую из них. Микрочастицу же, например, электрон или нейтрон, разделить на части невозможно. Никому еще не удавалось наблюдать пол-электрона, четверть нейтрона и т.д.

Отличие микрочастицы от макроскопической частицы, подчиняющейся законам классической механики, заключается, в частности, в том, что для описания движения микрочастицы понятие траектории оказывается, вообще говоря, неприменимым.

Эксперимент по дифракции электронов (Йенсен, 1961 г.)

Пусть пучок электронов от источника попадает на экран с двумя отверстиями 1 и 2; прошедшие сквозь них электроны регистрируются затем с помощью фотопластинки, расположенной позади экрана. Чтобы исключить какое бы то ни было воздействие одного электрона на другой, будем выпускать их из источника по очереди через достаточно большие интервалы времени (чтобы через систему проходила только одна частица).

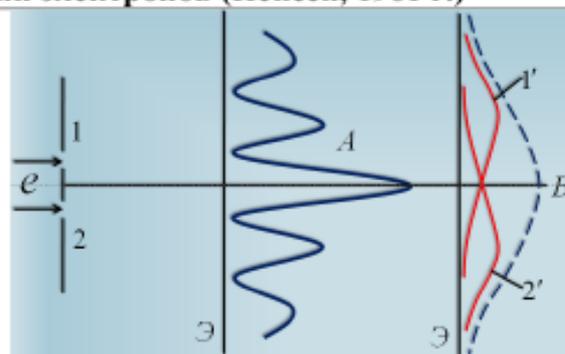


Рис.2

Если сперва закрыть отверстие 2, то электроны, прошедшие через отверстие 1, попадут в некоторую точку фотопластинки. Собираясь там один за другим, они приведут к заметному почернению фотоэмульсии в точке, расположенной за отверстием 1. Если, напротив, закрыть отверстие 1, то на фотопластинке почернеет участок, расположенный за отверстием 2. Поочередно открывая и закрывая каждое из отверстий, мы должны получить фотоснимок с двумя черными пятнами.

Откроем теперь сразу оба отверстия 1 и 2. Пуская электроны один за другим, будем фиксировать место попадания каждого из них на фотопластинку.

Всякий раз электрон попадает в одно определенное место фотоэмульсии; в этом отношении он с несомненностью ведет себя как точечная частица. Казалось

бы, что как частица он должен пройти только через одно из двух открытых отверстий — либо через 1, либо через 2. Соответственно, надо ожидать его попадания либо в точку, расположенную за отверстием 1, либо за отверстием 2, так что результатом прохождения достаточно большого числа частиц снова должна быть картина с двумя темными пятнами. На опыте, однако, возникает совсем иная, интерференционная картина, подобная картине интерференции света от двух щелей. Это значит, что электрон «чувствует», открыто ли только одно отверстие или же оба сразу. Иными словами, он способен «проходить» сразу через оба отверстия 1 и 2. Последнее свойство естественно для волнового процесса, тогда как электрон, попадая в строго определенной место пластинки, ведет себя как частица. Только

пропустив через установку достаточно большое число электронов, мы смогли установить, что они «предпочитают» теперь не попадать в изолированные точки, а располагаются вдоль некоторых интерференционных полос. Это может означать только одно: открыв отверстия 1 и 2 одно за другим или оба сразу, мы меняем вероятность попадания частиц в разные места фотопластинки.

Волна проходит по-разному через одно или через два отверстия, и потому распределение вероятности зарегистрировать электрон на фотопластинке зависит от условий эксперимента. Все это не мешает отдельному электрону попадать в одну и только одну точку пластинки. Совокупность же большого числа частиц создает на ней распределение темных и светлых полос в строгом соответствии с законом распределения вероятности. Понятно, что, говоря о волне, мы не можем сохранить понятие непрерывной траектории частицы, так как волна проходит сразу через оба отверстия, а частица — только через одно. Сказать, через какое из двух открытых отверстий прошла частица, **невозможно**.

В таком опыте отчетливо проявляется отличие квантовой концепции вероятности от классической. Согласно последней, вероятностное распределение возникает лишь по причине большого числа событий и их неупорядоченности. В квантовой механике приходится говорить уже о вероятности одиночных, элементарных событий. Даже прохождение отдельного электрона через монокристалл управляется законом вероятности.

В настоящее время экспериментально установлено, что волновые свойства обнаруживают (в определенных условиях) все без исключения частицы (протоны, нейтроны, мюоны и т. д.), а не только электроны.

Выводы:

1. Наличие у микрочастицы волновых свойств означает отказ от одного из важнейших понятий классической механики - понятия траектории частицы.
2. Согласно классическим представлениям частица, двигаясь по траектории, в каждый момент времени находится в определенной точке пространства и, следовательно, не может в этот же момент времени находиться в других точках.
3. Согласно квантовым представлениям микрочастица в силу своих волновых может быть обнаружена в один и тот же момент времени в разных точках пространства. То есть для описания движения микрочастиц понятие траектории оказывается, вообще говоря, неприменимым.
4. Невозможно одновременно точно определить координату и импульс частицы.

ЛЕКЦИЯ 24. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА ДЛЯ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ.

В квантовой механике описание состояния частицы осуществляется заданием ее волновой функции Ψ .

Вероятность найти частицу в области dV в момент времени dt равна

$$dw = |\psi^2| dV$$

Вероятность найти частицу в области V в момент времени t равна

$$w = \int_V |\psi^2| dV$$

Квадрат модуля амплитуды $|\psi^2|$ имеет смысл плотности вероятности нахождения частицы в пространстве ρ_w , а сама волновая функция ψ имеет смысл амплитуды вероятности.

$$\rho_w = \frac{dw}{dV} = |\psi^2|$$

$\psi^2 = \psi\psi^*$ (здесь ψ^* — функция, комплексно сопряженная с ψ).

Волновая функция свободной микрочастицы с энергией E и импульсом p , летящей вдоль оси

x , где A — некоторая постоянная.

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{-i\left(\omega_E t - \frac{2\pi x}{\lambda_E}\right)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

Если частица движется в произвольном направлении, то ее волновая функция

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\omega_E t - \frac{2\pi\vec{r}}{\lambda_E}\right)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p\vec{r})}$$

Основная задача квантовой механики состоит в том, чтобы по заданной в начальный момент времени t_0 волновой функции $\psi(t_0)$ определить ее значение $\psi(t)$ в любой последующий момент времени.

Задание ψ - функции полностью определяет не только положение части-

цы, но и все ее динамические характеристики. Информацию о поведении частицы поведении можно получить на основе ее волновой функции. Чтобы найти волновую функцию, которая описывает физическое состояние частицы, надо найти уравнение, которому она удовлетворяет. По сути дела, такое уравнение должно играть роль уравнения Ньютона в классической механике.

И, разумеется, подобно уравнению Ньютона оно не может быть строго выведено.

Общее уравнение Шредингера.

Рассмотрим теперь случай, когда частица движется в силовом поле, характеризуемом потенциальной энергией U . Полная энергия частицы в таком поле равна сумме кинетической энергии частицы T и потенциальной энергии U .

$$E = T + U$$

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики – **уравнение Шредингера для частицы в потенциальном поле** имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ — оператор Лапласа}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad i = \sqrt{-1}$$

$U(x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется; $\psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы.

Уравнение Шредингера позволяет найти волновую функцию частицы $\psi(x, y, z)$

в заданном поле, и все разрешенные значения ее полной энергии. Для этого при решении дифференциального уравнения Шредингера обязательно нужно задать **граничные условия для волновой функции:**

1. волновая функция частицы ψ должна быть конечной, однозначной и непрерывной;

2. производные $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны;

3. вероятность обнаружения частицы $|\psi^2|$ должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi^2| dV = 1$$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний.

Важным частным случаем общего уравнения Шредингера, является уравнение Шредингера для стационарных состояний, в котором исключена зависимость $\psi(x, y, z)$ от времени и, поэтому, значения энергии этих состояний являются фиксированными (не изменяются со временем).

В этом случае силовое поле, в котором движется частица, стационарно $U = U(x, y, z)$, т.е. функция не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. Решение уравнения может быть представлено в виде произведения двух функций — функции только координат и функции только времени:

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right)}$$

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right)$$

где E - полная энергия частицы.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi = E \psi \quad \text{или} \quad \Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

Физический смысл имеют только регулярные волновые функции — конечные, однозначные и непрерывные вместе со своими первыми производными. Эти условия выполняются только при определенном наборе E . Эти значения энергии называются собственными. Решения, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения E могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном (или сплошном) спектре, во втором — о дискретном спектре.

Потенциальное поле $U = U(x, y, z)$, в котором находится частица, считается известным.

Уравнение Шредингера для свободной частицы.

В случае свободной частицы $U = 0$, $E = T$

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$$

Это и есть уравнение Шредингера для свободной частицы. Его можно переписать в более компактном виде:

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

Решением уравнения Шредингера будет функция:

$$\psi(r, t) = Ae^{-i(\omega t - kr)} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - pr)}$$

$$\psi(r, t) = A \exp[-i(\omega t - kr)] = A \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - pr)\right]$$

Где $A = const$, $\omega = \frac{E}{\hbar}$, $k = \frac{p}{\hbar}$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \text{ - непрерывный спектр энергии.}$$

Таким образом, свободная квантовая частица описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Этому соответствует не зависящая от времени плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства

$|\psi|^2 = \psi\psi^* = |A|^2$ т.е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

Частица в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками".

Наиболее просто уравнения Шредингера решается в том случае, когда частица находится в прямоугольной яме шириной l с бесконечно высокими стенками. Рассмотрим одномерную "потенциальную яму":

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq l \\ \infty, & x > l \end{cases}$$

где l — ширина "ямы", а энергия отсчитывается от ее дна.

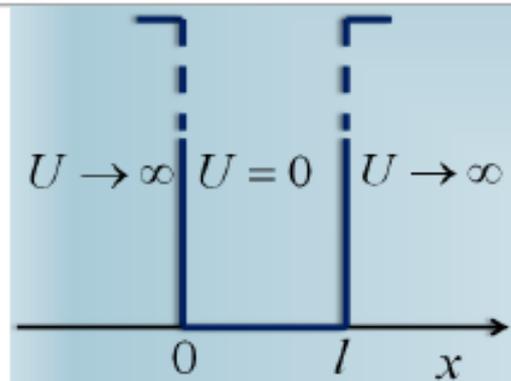


Рис.1

ЛЕКЦИЯ 25. ЧАСТИЦА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР.

Частица в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" конечной глубины.

В природе потенциальных ям с бесконечно высокими стенками не существует.

Любая потенциальная яма имеет конечную глубину.

Примеры таких ям прямоугольной формы изображены на рисунках (для нейтрона в атомном ядре (а) или для свободного электрона в металле). Рассмотрим первый пример в наиболее простом случае, считая, что нейтрон с массой m имеет нулевой момент импульса, а его потенциальная энергия нейтрона внутри ядра радиуса R равна нулю. Приобретая энергию $E > U_0$, нейтрон вырывается из ядра и становится свободным (явление, аналогичное фотоэффекту).

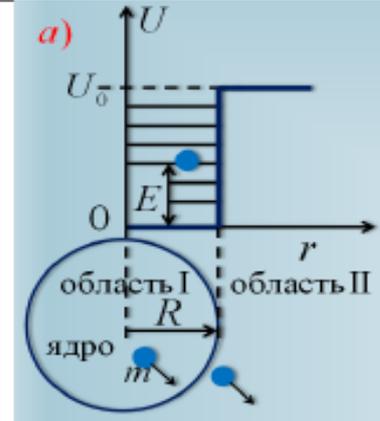


Рис.1

Уравнение Шредингера запишется как

$$\begin{cases} \Delta \psi_1(r) + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_1(r) = 0 & \text{при } 0 \leq r \leq R \\ \Delta \psi_2(r) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi_2(r) = 0 & \text{при } r > R \end{cases}$$

Где оператор Лапласа для функции, зависящей только от расстояния r , имеет вид

$$\Delta \psi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right)$$

Конечные решения этих уравнений имеют вид

$$\psi_1(r) = A \frac{\sin kr}{r}, \quad \psi_2(r) = C \frac{e^{-\chi r}}{r}$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad \chi^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

Где

Условие непрерывности волновой функции на границе $r=R$ дает:

$$\begin{cases} \psi_1|_{r=R} = \psi_2|_{r=R} \\ \frac{d\psi_1}{dr}|_{r=R} = \frac{d\psi_2}{dr}|_{r=R} \quad \text{или} \\ A \frac{\sin(kR)}{R} = C \frac{e^{-\chi R}}{R} \\ A \frac{(Rk \cos(kR) - \sin(kR))}{R^2} = C \frac{(-R\chi e^{-\chi R} - e^{-\chi R})}{R^2} \end{cases}$$

Поделив по частям нижнее из полученных уравнений на верхнее, избавляемся от постоянных А и С и приходим к соотношению, которое выполняется только для отдельных разрешенных значений энергии.

$$\operatorname{ctg}(kR) = -\frac{\chi}{k} \Rightarrow \operatorname{tg}(kR) = -\frac{k}{\chi} = -\sqrt{\frac{E}{U_0 - E}}$$

Если частица находится в потенциальной яме, $E \leq U_0$, то максимальная

$$(kR)_{\max} = \frac{R\sqrt{2mU_0}}{\hbar}$$

Если частица приближается к уровню потенциальной ямы, $E \rightarrow U_0$, то

$$\left(-\frac{k}{\chi}\right) \rightarrow \infty$$

и число разрешенных значений E_n будет ограничено.

Вывод: Частица, находящаяся в потенциальной яме конечной глубины, всегда имеет конечное число разрешенных значений энергии.

На рисунке изображены графики правой и левой частей уравнения

$$\operatorname{tg}(kR) = -\frac{k}{\chi} = -\sqrt{\frac{E}{U_0 - E}}$$

Точки пересечения этих графиков соответствует разрешенным значениям энергии E_n .

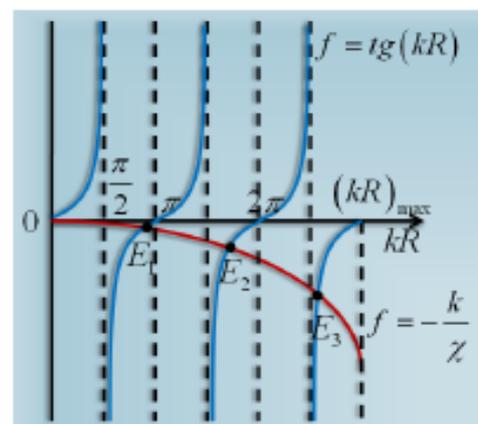


Рис.2

Прохождение частицы через потенциальный барьер.

Область пространства, в которой потенциальная энергия частицы U больше, чем в окружающих областях, называется потенциальным барьером.

Анализ движения частицы в области потенциального барьера начнем с рассмотрения простейшего случая одномерного прямоугольного потенциального барьера

Рассмотрим простейший потенциальный барьер прямоугольной формы (высота U и ширина l) для одномерного движения частицы:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 & (\text{область 1}) \\ U, & 0 \leq x \leq l & (\text{область 2}) \\ 0, & x > l & (\text{область 3}) \end{cases}$$

Пусть частица приближается к барьеру со стороны отрицательных значений x , т.е. движется слева направо. Рассмотрим случай, когда энергия частицы $E < U$ меньше высоты потенциального барьера.

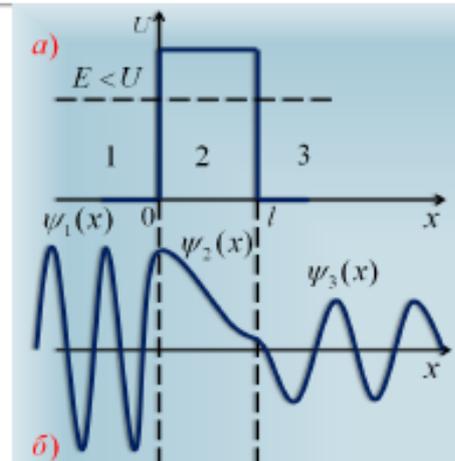


Рис.3

Вид волновых функций, являющихся решениями уравнения Шредингера для областей 1, 2 и 3			
Область	Уравнение Шредингера	Общее решение	Решение При $E < U$
1	$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + k^2 \psi_1 = 0$	$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$	$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$
2	$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + q^2 \psi_2 = 0$	$\psi_2(x) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx}$	$\psi_2(x) = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}$
3	$\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + k^2 \psi_3 = 0$	$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx}$	$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx}$
Где		$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad q^2 = \frac{2m(U-E)}{\hbar^2}$	
<p>1) в области 1 волновая функция представляет собой сумму двух плоских волн — движущейся в сторону барьера и отраженной от барьера. A_1 — амплитуда волны де Бройля, падающей на барьер. B_1 — амплитуда волны де Бройля, отраженной от барьера.</p>			
<p>2) В области 2 в случае $E < U$: Рассмотрим поведение частицы в области II высокого потенциального порога. Волновая функция частицы $\psi_2(x)$ отлична от нуля и спадает с x по экспоненциальному закону, а это означает, что существует отличная от нуля вероятность пребывания частицы под порогом, т.е. в области, в которой полная энергия частицы E меньше ее потенциальной энергии U. С точки зрения классической механики эта область для частицы является запрещенной, т.к. условие $E < U$ означает, что кинетическая энергия частицы должна быть отрицательной. Однако с точки зрения квантовой механики никакого противоречия здесь нет. Кинетическая энергия является функцией импульса частицы p, а потенциальная энергия — функцией ее координаты x, но, согласно соотношению неопределенностей, одновременное точное определение координаты и импульса невозможно. Поэтому в квантовой механике представление полной энергии частицы в виде суммы одновременно точно определенных кинетической и потенциальной энергий, как уже отмечалось, не имеет смысла.</p> <p>Полученный результат означает, что микрочастицы могут проникать в области, которые для макроскопических частиц запрещены.</p>			
$q = i\beta \quad \text{где} \quad \beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}$			
<p>3) в области 3 имеется только волна, прошедшая через барьер, которая имеет вид волн де Бройля с той же длиной волны, но меньшей амплитудой. $B_3=0$ так как при движении частицы слева направо в области 3 может распространяться только проходящая волна.</p>			

Туннельный эффект.

Туннельным эффектом называется прохождение микрочастицы через потенциальный барьер в том случае, когда полная энергия E частицы меньше высоты барьера.

В классической теории это невозможно.

Если классическая частица с энерги-

$$E = \frac{mv^2}{2},$$

скользя без трения, повстречает гор-

ку высоты $h \geq \frac{v^2}{2g}$, то, поднявшись до

точки поворота А, в которой вся ее кинетическая энергия перейдет в потенциальную, частица повернет обратно.

Кинетическая энергия $T=E-U$ не может быть отрицательной, и потенциальный барьер $U = mgh > E$ не будет преодолен.

Тем не менее, на практике квантовый туннельный эффект встречается так

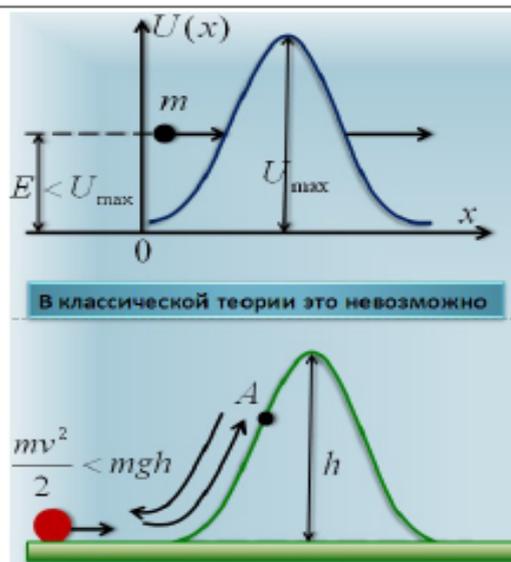


Рис.4

часто, что о его природе обычно не задумываются.

Пример: металл, находясь в воздухе, всегда покрывается окисной пленкой, которая является хорошим диэлектриком. Такая пленка образует потенциальный барьер для электронов, создающих электрический ток. Большая часть этих электронов имеет энергию, недостаточную для преодоления этого барьера. Поэтому по классическим законам протекание тока через окисленную поверхность металла (вилку, включенную в розетку) сильно затруднено. Тем

не менее ток возникает благодаря туннельному переходу электронов сквозь окисную пленку.

Квантовая частица может пройти через этот потенциальный барьер, причем вероятность ее прохождения испытывает сильную (экспоненциальную) зависимость от массы частицы, а также от вида потенциального барьера $U(x)$.

Подчеркнем, что при прохождении через барьер полная энергия частицы E не меняется.

Таким образом, квантовая механика приводит к принципиально новому специфическому квантовому явлению, получившему название туннельного эффекта, в результате которого микрообъект может "пройти" сквозь потенциальный барьер.

Используемый термин "туннельный эффект" может создать неверное впечатление о точечной микрочастице, преодолевающей потенциальный барьер сквозь некий "туннель". Это неверно. Квантовая теория – уравнение Шредингера – описывает не точечную частицу, а "размазанное" в пространстве "облако" плотности вероятности ее обнаружения $|\psi|^2$. Если часть этого "облака" оказывается позади барьера, то для микрочастицы существует конечная вероятность оказаться за барьером.

Для описания туннельного эффекта используют понятие **коэффициента прозрачности D** потенциального барьера, определяемого как отношение квадратов модулей прошедшей и падающей волны.

Коэффициентом прохождения (прозрачности) или вероятностью преодоления потенциального барьера называется отношение потока прошедших частиц к потоку падающих.

Вероятность туннельного преодоления падающей микрочастицей с массой m и энергией E потенциального барьера прямоугольной формы равна:

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = D_0 \exp\left(-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}\right)$$

ЛЕКЦИЯ 26. ЛИНЕЙЧАТЫЕ СПЕКТРЫ АТОМОВ. СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ. ОПЫТЫ ФРАНКА И ГЕРЦА.

Линейчатый спектр атома водорода.

Каждый элемент обладает характеристическим спектром (то есть присутствующим именно ему, обладающим характеристическими чертами). Такой спектр складывается из переходов частиц из одних состояний в другие на уровне ядер, атомов, молекул с испусканием или поглощением электромагнитного излучения совершенно определенных частот в диапазоне от радиочастот до рентгеновского и гамма (для ядер атомов) диапазона. Заметим, что наличие многих линий в спектре атома указывает на сложность атомной структуры. Спектры по их виду делят на:

а. Сплошные спектры – из-за перекрытия отдельных линий. Реализуются в твердых телах.

б. Линейчатые спектры – как правило накладываются на сплошные. Реализуются в газах.

в. Полосатые – за счет вращения молекул. Как правило сосуществуют со сплошными спектрами и линейчатыми.

Очень многие свойства атомных спектров стали известны задолго до появления атома. Экспериментальные исследования и анализ получаемых результатов послужили толчком к пониманию строения атомов.

Известны следующие серии спектральных линий излучения атома водорода, названные в честь их первооткрывателей:

n=1-серия Лаймана (ультрафиолетовое излучение)	$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 2, 3, 4, 5...)$
n=2 - серия Бальмера (видимый свет)	$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 3, 4, 5...)$
n=3- серия Пашена (инфракрасное излучение)	$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 4, 5, 6...)$
n=4- серия Брэкетта (инфракрасное излучение).	$\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 5, 6, 7...)$
n=5- серия Пфунда (инфракрасное излучение).	$\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 6, 7, 8...)$

<p>n=6- серия Хэмфри(инфракрасное излучение).</p>	$\nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 7, 8, 9...)$
<p>Все эти серии могут быть описаны обобщенной формулой Бальмера:</p> $\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$ $\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), (n = 3, 4, 5...)$ $R' = 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{м}}, \quad R = R' \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{с}} -$ <p>постоянная Ридберга</p> <p>где m = 1,2,3,4,5,6 определяет серию, а n = m+1,m+2,... определяет отдельные линии этой серии. С увеличением n линии серии сближаются; значение n = ∞ определяет границу серии, к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.</p> <p>Аналогичные серии были выделены в линейчатых спектрах других атомов.</p>	
<p style="text-align: center;">Постулаты Бора.</p> <p>Для объяснения закономерностей в линейчатых спектрах Бор объединил планетарную модель атома Резерфорда с гипотезой Планка о квантовой природе света. Теория атома Бора основывается на трех постулатах:</p>	
<p>Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния атома, находясь в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Каждое стационарное состояние характеризуется определенным (дискретным) значением энергии. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.</p>	
<p>Второй постулат Бора (правило частот): при переходе атома из одного состояния в другое испускается или поглощается один фотон с энергией равной разности энергий соответствующих стационарных состояний.</p>	
$h\nu = E_n - E_m \quad \hbar\omega = E_n - E_m$	
<p>Излучение $E_m < E_n$ происходит при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией (при переходе электрона с орбиты более удаленной от ядра на ближнюю к ядру орбиту).</p>	
<p>Поглощение фотона $E_m > E_n$ сопровождается переходом атома в состояние с большей энергией (переход электрона на более удаленную от ядра орбиту).</p>	

Набор всевозможных дискретных частот квантовых переходов определяет линейчатый спектр атома.

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} \quad \omega = \frac{E_n - E_m}{\hbar}$$

Третий постулат Бора (правило квантования орбит): в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

m_e — масса электрона

v_n — скорость электрона на n-ой орбите

r_n — радиус n-ой орбиты

Спектр атома водорода по Бору.

Второй закон Ньютона для движения электрона в водородоподобной системе

$$F = ma$$

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Условие квантования момента импульса позволяют получить **радиус n-й стационарной орбиты электрона.**

$$m_e v_n r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2}$$

$$r_n = r_1 n^2$$

Первый боровский радиус.

Для водорода ($n = 1$) радиус первой орбиты электрона.

$$r_1 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Скорость движения электрона на 1-ой и n-й стационарной орбите

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar n} \quad v_n = \frac{v_1}{n}$$

$$v_1 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Полная энергия электрона в водородоподобной системе складывается из кинетической энергии движения электрона и потенциальной энергии кулоновского взаимодействия электрона с ядром.

Знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии. Целое число n , определяющее энергетические уровни атома, называется главным кван-

$$E_n = T_n + U_n$$

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2}$$

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

товым числом. Энергетический уровень с $n=1$ называется основным (нормальным) уровнем, а соответствующее ему состояние атома называется основным (нормальным) состоянием. Уровни с $n>1$ и соответствующие им состояния называются **возбужденными**.

Минимальная энергия атома водорода: $E_n = -13,6 \text{ эВ}$. Максимальная энергия $E_\infty = 0$ при $n=\infty$ называется энергией ионизации атома (при $E = E_\infty$ происходит отрыв электрона от атома). Переход из стационарного состояния n в стационарное состояние m сопровождается испусканием кванта:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \hbar R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

На рисунке 1 изображен энергетический спектр электрона в атоме водорода. В области положительных энергий энергетический спектр свободного электрона является сплошным спектром. В области отрицательных значений полной энергии энергетический спектр связанного с атомом электрона становится дискретным.

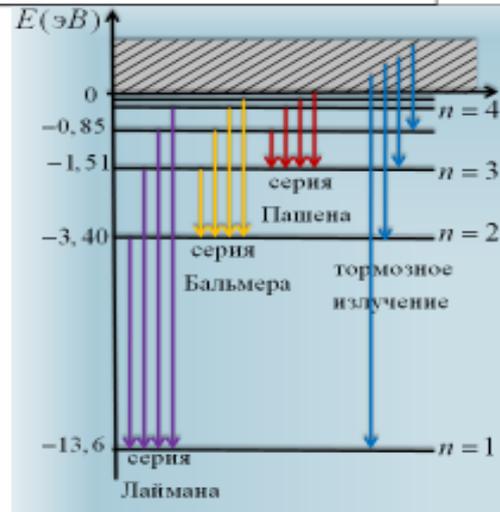


Рис.1

Опыты Франка и Герца.

В опытах Франка и Герца было экспериментально доказано существование в атомах стационарных состояний.

Электроны, эмитированные катодом К, разгоняются в области 1 под действием ускоряющей разности потенциалов ϕ

и сеткой С₁. В области 2 между катодом электроны проходят через пары ртути и достигают анода А. Первое возбужденное состояние атома ртути имеет энергию 4,86 эВ. При увеличении ускоряющего потенциала ϕ до этой величины, соударения электронов с атомами становятся неупругими: электрон отдает кинетическую энергию атому, возбуждая переход из основного энергетического состояния в первое возбужденное состояние (поглощение энергии атомами ртути) — ток в установке резко уменьшается. При дальнейшем увеличении ϕ , подобное же поведение

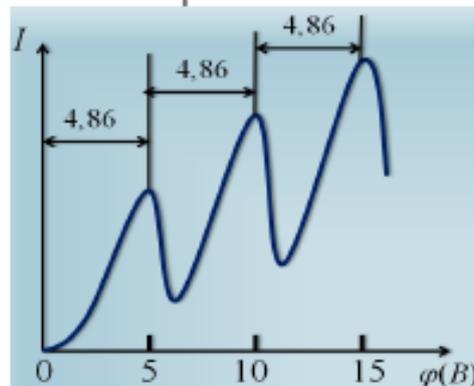
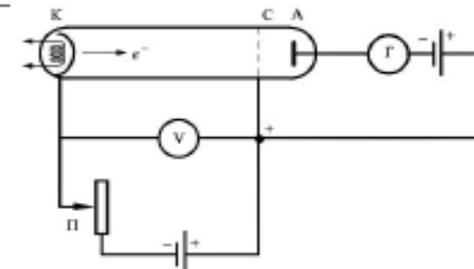


Рис.2

тока наблюдается при энергиях, кратных $\Delta E = 4,86 \text{ эВ}$, когда электроны испытывают 2, 3, ... неупругих соударений. Таким образом, в атоме действительно существуют стационарные состояния (подтверждение первого постулата Бора).

Возбужденные атомы ртути, переходя в основное состояние, излучают кванты света с

длиной волны $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 225 \text{ нм}$ (подтверждение второго постулата Бора).

ЛЕКЦИЯ 27. СТАТИЧЕСКИЙ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ. ТЕМПЕРАТУРА. ЗАКОН АВОГАДРО.

Статистический и термодинамический методы исследования.

Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются зависимости свойств тел от их строения, взаимодействия между частицами, из которых состоят тела, и характера движения частиц.

Для исследования физических свойств макроскопических систем, связанных с огромным числом содержащихся в них атомов и молекул, применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга **метода: статистический (или молекулярно-кинетический) и термодинамический.**

Статистический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий статистическими закономерностями и **средними (усредненными) значениями** физических величин, характеризующих всю систему.

Этот метод лежит в основе **молекулярной физики** — раздела физики, изучающего строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что **все тела состоят из атомов, молекул или ионов находящихся в непрерывном хаотическом движении.**

В дальнейшем мы будем использовать термин "**молекула**" имея в виду мельчайшую структурную единицу (элемент) данного вещества.

Термодинамический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий величинами, характеризующими **систему в целом** (например, давление, объем, температура) при различных превращениях энергии, происходящих в системе, не учитывая при этом внутреннего строения изучаемых тел и характера движения отдельных частиц.

Этот метод лежит в основе **термодинамики** — раздела физики, изучающего общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Термодинамическая система

Термодинамика имеет дело с **термодинамической системой** — совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой).

Термодинамические системы, не обменивающиеся с внешней средой ни энергией, ни веществом, называются замкнутыми.

Основа термодинамического метода — определение **состояния** термоди-

намической системы.

Состояние системы задается **термодинамическими параметрами (параметрами состояния)** — совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и объем (P, V, T).

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется **термодинамическим процессом**. Если для данной системы внешние условия не изменяются и состояние системы с течением времени не меняется, то эта система находится в **термодинамическом равновесии**.

Молекулярно - кинетические представления.

Молекулярно – кинетической называется теория объясняющая свойства и особенности веществ на основе движения и взаимодействия атомов и молекул из которых они состоят.

Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ):

Все вещества состоят из частиц – атомов или молекул, между которыми имеются промежутки;

Молекулы движутся непрерывно и хаотично (беспорядочно);

Частицы взаимодействуют друг с другом (существуют силы взаимного притяжения и отталкивания).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МКТ:

- Механическое дробление веществ.
- Растворение веществ в жидкостях.
- Диффузия веществ друг в друга.
- Сжатие и расширение газов.
- Броуновское движение.

Получение изображений крупных молекул с помощью современных микроскопов, а также отдельных атомов на ионном проекторе и в туннельном микроскопе.

Молекула - мельчайшая частица вещества, обладающая его физическими и химическими свойствами, способная существовать самостоятельно. Молекула состоит из одного или нескольких атомов.

Атом состоит из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов, вращающихся вокруг ядра, составляя электронную оболочку. Атом в целом электрически нейтрален. Электрон может покинуть атом и стать свободным. Атом с недостающими электронами превращается в положительный ион. Некоторые из свободных электронов присоединяются к нейтральной молекуле, превращая ее в отрицательный ион.

Молекулы, атомы, положительные и отрицательные ионы, свободные электроны являются структурными элементами вещества.

Масса молекулы.

Массы атомов (молекул) весьма малы в привычных единицах (порядка 10^{-26} кг), поэтому для их описания исполь-

	зуют относительные единицы.
Атомная единица массы	1/12 массы атома углерода. m_{0c} 1 а.е.м.=1/12 $m_{0c}=1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.
Относительная молекулярная масса: M_r показывает, во сколько раз масса молекулы больше 1/12 массы атома углерода или 1 а.е.м. (безразмерная величина)	$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0c}} = \frac{m_0}{1 \text{ а.е.м.}}$ m_0 -масса молекулы.
Количество вещества: ν (моль) - количество вещества, масса которого в граммах численно равна относительной массе. 1 моль любого вещества содержит одинаковое число атомов, (молекул), равное числу атомов в 0,012 килограммах углерода.	$\nu = \frac{N}{N_A}$ $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \frac{m}{\mu} N_A$
Число Авогадро: Число Авогадро показывает, сколько атомов (молекул) содержится в одном моле любого вещества.	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$
Молярная масса μ – масса вещества одного моля.	$= m_0 N_A \Rightarrow m_0 = \frac{\mu}{N_A}$ $\mu \left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right)$, где m_0 – масса одного атома.
Связь относительной молекулярной массы M_r молярной массы μ :	$\mu = M_r \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
Размеры молекул. V_1 – объем приходящийся на один атом; m – масса вещества; ρ – плотность вещества; N – число атомов (молекул); μ – молярная масса.	Размеры атомов (молекул) равны $10^{-10} - 10^{-9}$ м. Число атомов (молекул) в единице объема вещества (твердого тела или жидкости) порядка 10^{22} в 1 см^3 .
Линейный размер a , приходящийся на один атом можно определить по формуле:	$a = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho N}} = \sqrt[3]{\frac{N\mu}{N_A \rho N}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}}$

Температура.

Температура — физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы и определяющая направление теплообмена между телами.

шкала Цельсия

Международная практическая шкала, градуированная в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$) по двум **реперным точкам** — температурам замерзания и кипения воды при давлении $1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, которые принимаются соответственно 0°C и 100°C .

шкала Кельвина

Термодинамическая температурная шкала, градуированная в градусах Кельвина (К) определяется по **одной реперной точке** — тройной точке воды — температуре, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии. Температура этой точки по данной шкале равна $273,16 \text{ К}$. Температура $T = 0 \text{ К}$ называется **нулем Кельвина**.

Термодинамическая температура (T) и температура (t) по Международной практической шкале связаны соотношением

$$T = 273,15 + t$$

Нормальные условия. $T_0 = 273,15 \text{ К} = 0^{\circ}\text{C}$, $p_0 = 101325 \text{ Па}$.

На опыте невозможно получить путем охлаждения газ в состоянии с нулевым давлением, так как при очень низких температурах все газы переходят в жидкие или твердые состояния.

Температуры ниже абсолютного нуля в природе быть не может.

Для измерения температуры в настоящее время применяют три шкалы:

1. Термодинамическую **абсолютную шкалу** Кельвина,
2. Международную практическую шкалу Цельсия,
3. Шкалу Фаренгейта (применяется в США).

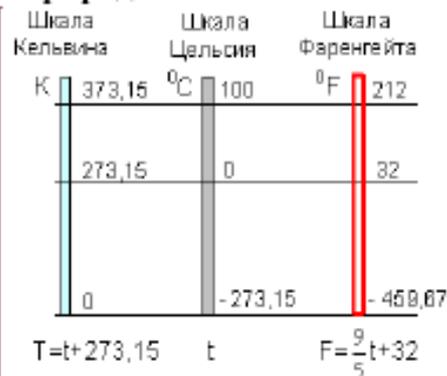


Рис.1

Закон Авогадро

Закон Авогадро: моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы.

При нормальных условиях ($T_0 = 273,15 \text{ К} = 0^{\circ}\text{C}$, $p_0 = 101325 \text{ Па}$.) этот объем V_{μ} (молярный объем) равен:

$$V_{\mu} = 22,41 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

ЛЕКЦИЯ 28. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ДЛЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ЖЕСТКИХ МОЛЕКУЛ. ЗАКОН БОЛЬЦМАНА О РАВНОМЕРНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ ПО СТЕПЕНЯМ СВОБОДЫ.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

Рассмотрим равновесную систему – идеальный газ, находящийся в состоянии не-весомости в объеме V , N – число молекул газа.

Модель идеального газа предполагает: расстояния между молекулами много больше их размеров и, следовательно, объем, занимаемый молекулами, много меньше объема газа; взаимодействие между молекулами на расстоянии отсутствует; при столкновениях друг с другом и со стенками они взаимодействуют упруго.

Условие равновесия предполагает состояние, при котором концентрация молекул и температура газа постоянны в пространстве и во времени.

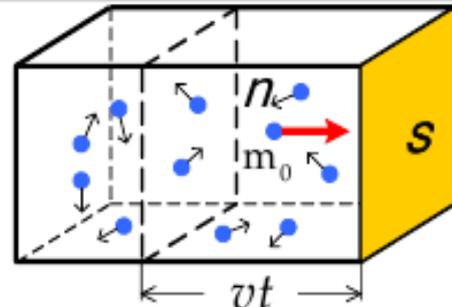


Рис.1

Определим давление газа P на стенку сосуда, которое считаем обусловлено ударами молекул.

Можно считать, что молекулы движутся только по трем направлениям – вдоль осей x, y, z декартовой системы координат.

Число молекул, движущихся, например, по оси x , равно $N/3$, а в положительном направлении оси x движется только $N/6$ всех молекул газа.

Считая то или иное значение скорости молекул случайной величиной, будем пользоваться **средней квадратичной скоростью $v_{кв}$** , которой называют корень квадратный из среднего арифметического значения квадратов скоростей поступательного движения всех молекул

$$\langle v_{кв} \rangle^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_N^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{1}{N} \int_0^{v_{max}} v^2 dN_v$$

При своем движении молекулы газа ударяют о стенку сосуда. Совокупность множества ударов молекул создает давление газа на стенку сосуда.

Удар одной молекулы массой m_0 о стенку изменяет ее импульс на $2m_0\bar{v}$.

За время t площадки S достигнут молекулы удаленные от нее на расстояние

$\bar{v}t$, где \bar{v} – средняя скорость движения молекул.

В выделенном объеме $\bar{v}tS$ число молекул равно $n\bar{v}tS$, где n – концентрация молекул.

У прямоугольного сосуда 6 граней (стенок) поэтому число ударов Z в одну стенку равно $\frac{1}{6}$ числа молекул в выделенном объеме. $Z = \frac{1}{6} n\bar{v}ts$.

Полное изменение импульса стенки равно:

$$2m_0\bar{v}z = 2m_0\bar{v} \cdot \frac{1}{6}n\bar{v}ts = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}^2ts$$

Так как импульс силы Ft , равен изменению импульса тела, получим:

$$Ft = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}^2ts$$

Найдем давление P :

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}^2 \quad (1)$$

Полученное выражение является **основным уравнением молекулярно-кинетической теории**.

Заменяем $\frac{m_0\bar{v}^2}{2} = \bar{E}$, где \bar{E} – средняя кинетическая энергия движения молекул, получим основное уравнение молекулярно-кинетической теории в следующем виде:

$$P = \frac{2}{3}n\bar{E} \quad (2)$$

Давление идеального газа пропорционально произведению числа молекул в единице объема на среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы.

Несложные преобразования дают еще одну форму записи основного уравнения МКТ:

$$P = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}^2 = \frac{1}{3}\frac{N}{V}m_0\bar{v}^2 = \frac{1}{3}\frac{m}{V}\bar{v}^2 = \frac{1}{3}\rho\bar{v}^2 \quad (3)$$

где ρ – плотность газа, а $m = Nm_0$ – вся масса газа.

m – масса газа, N – число молекул

V – объем сосуда, n – концентрация молекул

m_0 – масса одной молекулы, ρ – плотность газа

Z – число ударов молекул о стенку сосуда

Итак, основное уравнение МКТ можно выразить одной из трех формул (1), (2), (3).

Другие варианты записи этого уравнения с учетом соотношений

$n = N/V$ и $m = Nm_0$

$$pV = \frac{1}{3}Nm_0 \langle v_{кс} \rangle^2$$
$$pV = \frac{1}{3}N2\frac{m_0 \langle v_{кс} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3}E$$

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{кс} \rangle^2$$

$$pV = \frac{1}{3} \mu \langle v_{кс} \rangle^2$$

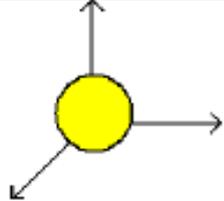
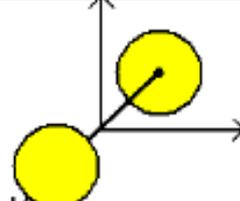
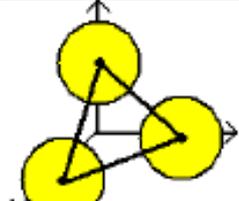
Здесь E — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа, V_μ — молярный объем, μ — молярная масса.

Используя уравнение Клапейрона-Менделеева, получим

$$RT = \frac{1}{3} \mu \langle v_{кс} \rangle^2$$

Число степеней свободы для идеального газа жестких молекул.

Число степеней свободы — это число независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

Число степеней свободы	Одноатомный газ	Двухатомный газ	Трехатомный газ
			
Поступательных	3	3	3
Вращательных	-	2	3
Всего	3	5	6

В реальных молекулах нет жесткой связи между атомами, поэтому необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения атомов внутри молекул.

Независимо от общего числа степеней свободы молекулы, три степени свободы всегда поступательные. На каждую из них приходится треть кинетической энергии поступательного движения молекулы (E_0):

$$\langle E_1 \rangle = \frac{\langle E_0 \rangle}{3} = \frac{3/2 kT}{3} = \frac{1}{2} kT$$

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Для системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степень свободы приходится

в среднем кинетическая энергия, равная $\frac{kT}{2}$, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная kT .

Энергия колебательных степеней свободы вдвое больше, поскольку колебательная система обладает равными по величине средними значениями как кинетической, так и потенциальной энергии.

Таким образом, средняя энергия молекулы $\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT$

где i - сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы.

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$$

В классической теории рассматривают молекулы с жесткой связью между атомами.

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа:

$$dP = \frac{dN}{N}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

где использовано $\mu = m_0 N_A$ и $k = R/N_A$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа: $\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 \langle v_{\text{см}} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT$

отсюда следует, что $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$ при $T = 0\text{K}$ — прекращается движение молекул газа.

Молекулярно-кинетическое толкование температуры:

термодинамическая температура — есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа.

ЛЕКЦИЯ 29. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА ПО ЭНЕРГИЯМ МОЛЕКУЛ ГАЗА. БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА. СРЕДНЯЯ ДЛИНА СВОБОДНОГО ПРОБЕГА МОЛЕКУЛЫ.

Барометрическая формула

Равновесное состояние газа характеризуется не только распределением молекул по скоростям, но и по координатам. В отсутствие внешних полей это распределение будет однородным, т.е. газ равномерно распределяется по всему объему сосуда: в любых равных макроскопических объемах внутри сосуда в среднем находится одинаковое число молекул. А как обстоит дело при наличии действующего на молекулы поля, например, поля тяжести?

Найти закон распределения молекул газа с высотой в однородном поле тяжести можно из условия механического равновесия.

Рассмотрим вертикальный столб газа с площадью основания S ,

выделим в нем мысленно на высоте h слой толщиной Δh настолько малый, чтобы плотность газа $\rho = \text{const}$

Условие механического равновесия выделенного слоя газа

$$P(h)S - P(h + \Delta h)S - \rho g \Delta h S = 0$$

Так как давление на высоте $h + \Delta h$ можно записать в виде

$$P(h + \Delta h) = P(h) + \Delta P$$

то условие равновесия принимает вид:

$$\Delta P = -\rho g \Delta h$$

из уравнения Клапейрона-Менделеева для произвольной массы газа m :

$$PV = \frac{mRT}{\mu}$$

откуда плотность

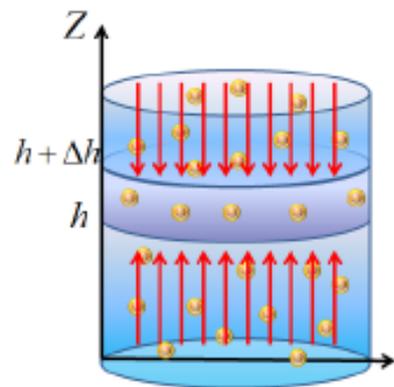


Рис.1

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu P}{RT}$$

(предел отношения $\Delta P/\Delta h$ при $\Delta h \rightarrow 0$ есть производная dP/dh)

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta h} = \frac{dP}{dh}$$

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{\mu g P}{RT}$$

Решение такого уравнения при постоянных g и T имеет вид

$$P(h) = C e^{-\frac{\mu g h}{RT}} = C \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$$

Значение постоянной C определяется из условия, что давление на высоте $h=0$ равно величине P_0 :

$$P(h) = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} = P_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)$$

Молярная масса $\mu = m_0 N_A$

$$P(h) = P_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right) \text{ — барометрическая формула}$$

В однородном поле тяготения Земли тепловое движение молекул приводит к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает и рассчитывается по барометрической формуле

$$P(h) = P_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right)$$

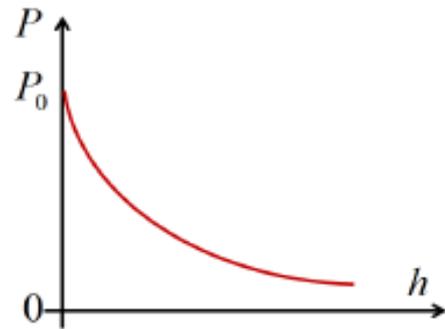


Рис.2

Учитывая связь между давлением газа и концентрацией молекул

$$P = nkT$$

получим распределение молекул по высоте во внешнем поле (поле силы тяжести):

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right)$$

В действительности земная атмосфера не находится в равновесном состоянии, ее температура меняется с высотой, и барометрическую формулу следует применять к участкам атмосферы, в пределах которых изменением температуры

кула, которая имеет определенный диаметр d , сталкивается при движении с другими молекулами, меняет направление своего движения. Фактический путь молекулы представляет зигзагообразную линию.

Эффективным диаметром молекулы d называется среднее расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул.

ЛЕКЦИЯ 30. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ. ДИФфуЗИЯ.

Явления переноса в термодинамических неравновесных системах.

Явлениями переноса называются необратимые процессы в термодинамически неравновесных системах, в которых происходит пространственный перенос энергии (теплопроводность), массы (диффузия), импульса (внутреннее трение).

Все эти процессы относятся к категории **неравновесных** и возникают тогда, когда в двух достаточно близких объемах жидкостей или газов **какие-то параметры системы оказываются неодинаковыми**. К таким параметрам могут относиться концентрации частиц, средние энергии этих частиц или температуры. В разных соприкасающихся областях могут быть и различные направленные скорости движения частиц.

Переход к стационарным, равновесным состояниям будет происходить за счет **переноса определенного свойства**.

Для простоты ограничимся одномерными случаями, выбрав ось X так, чтобы она совпадала с направлением переноса (рис.1). Будем рассматривать потоки энергии, вещества и импульса через единичную площадку, перпендикулярную оси X, для идеального газа плотностью ρ , у которого

$\langle v \rangle$ - средняя скорость теплового движения молекул,

$\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега молекул.

ρ - плотность газа.

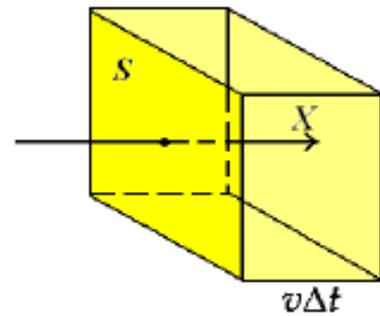


Рис.1

Диффузия.

Определим **плотность молекулярного потока**, т.е. число молекул, пересекающих единицу площади поверхности в единицу времени.

Мысленно выделим в газе параллелепипед, грань которого, перпендикулярная оси x, имеет площадь S, а ребро, параллельное этой оси, имеет длину $v\Delta t$ (v- средняя скорость движения молекул).

Чтобы не рассматривать столкновения молекул, выберем время Δt так, чтобы $v\Delta t < l$. Тогда за время Δt через площадку пройдет 1/6 всех молекул, которые находятся в объеме:

$$\frac{1}{6} n S v \Delta t, \quad n - \text{концентрация молекул.}$$

Плотность молекулярного потока в направлении оси x

$$j = \frac{N}{S \Delta t} = \frac{1}{6} n v$$

Теперь предположим, что концентрация молекул изменяется вдоль оси X, а в плоскости YZ остается постоянной.

Так как $n_1 > n_2$, то $j_1 > j_2$, т.е. при неоднородной плотности газа возникает поток молекул в сторону уменьшения плотности. Это явление называют **диффузией**.

Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и твердых тел.

Диффузия сводится к обмену частицами между этими телами, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности (концентрации).

Диффузия может происходить в газе, состоящем из молекул одного сорта. Тогда она называется **самодиффузией**.

Может она происходить и в смеси газов, например, молекулы бензина диффундируют между молекулами воздуха. Тогда она называется **взаимной диффузией**.

Диффузия наблюдается также при смешивании жидкостей и даже в твердых телах. Если плотно прижать друг к другу разнородные металлы (например, золото и свинец), то через какое-то время атомы одного металла проникнут в другой. Диффузия заряженных частиц, например, свободных электронов, существенно влияет на электрические свойства газов.

Диффузия наблюдается также при смешивании жидкостей и даже в твердых телах. Если плотно прижать друг к другу разнородные металлы (например, золото и свинец), то через какое-то время атомы одного металла проникнут в другой. Диффузия заряженных частиц, например, свободных электронов, существенно влияет на электрические свойства газов.

Перенос массы – диффузия - для химически однородного газа подчиняется **закону Фика**.

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx} \quad [j_m] = \left[\frac{кг}{с \cdot м^2} \right]$$

Он применим только для небольших перепадов концентраций. Если происходит диффузия примеси в основном газе, то концентрация молекул примеси должна быть мала.

j_m - плотность потока массы – это масса вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси X.

Коэффициент диффузии пропорционален длине свободного пробега и средней скорости движения молекул, поэтому он возрастает с ростом температуры газа и уменьшением его концентрации.

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \quad [D] = [м^2 / с]$$

Например, коэффициент диффузии паров воды в воздухе при нормальных условиях равен $0,23 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

$\frac{d\rho}{dx}$ - **градиент плотности**, равный скорости изменения плотности на единицу длины X в направлении нормаль к этой площадке.

Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности, поэтому j_m и $\frac{d\rho}{dx}$ противоположны по знаку. Диффузионный поток пропорционален градиенту концентрации и направлен в сторону ее убывания.

Вывод закона Фика.

Рассмотрим установившийся поток, который возникает, если функция $n(x)$ не меняется во времени. Результирующая плотность потока может быть определена как разность потоков

$$j = j_1 - j_2 = \frac{1}{6} (n_1 - n_2) v = -\frac{1}{6} (n_2 - n_1) v$$

Разность концентраций можно выразить следующим образом:

$$n_1 - n_2 = \frac{dn}{dx} \Delta x = \frac{dn}{dx} (x_0 + l - (x_0 - l)) = \frac{dn}{dx} 2l$$

где $\frac{dn}{dx}$ - производная функции $n(x)$ в точке x_0 .

Она характеризует скорость убывания концентрации и называется **градиентом концентрации** (точнее, это модуль градиента в частном случае, когда концентрация зависит только от одной координаты).

Таким образом, результирующая плотность потока

$$j = \frac{\Delta n}{\Delta x} \Delta t = -D \frac{dn}{dx}$$

где $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$

Величина D называется **коэффициентом диффузии** и приводится в таблицах.

Например, коэффициент диффузии паров воды в воздухе при нормальных условиях равен $0,23 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

Коэффициент диффузии пропорционален длине свободного пробега и средней скорости движения молекул, поэтому он возрастает с ростом температуры газа и уменьшением его концентрации.

Диффузионный поток пропорционален градиенту концентрации и направлен в сторону ее убывания.

Умножив обе части на массу одной молекулы m и учитывая, что $mn = \rho$ - плотность, получаем

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx} \text{ - закон Фика.}$$

где j_m - плотность потока массы.

ЛЕКЦИЯ 31. РАБОТА ГАЗА. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ МОЛЯРНОЙ ГАЗОВОЙ ПОСТОЯННОЙ R.

Внутренняя энергия

Внутренняя энергия U - это энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, ионов и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

К внутренней энергии не относится кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия - однозначная функция термодинамического состояния системы - в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией.

Поэтому внутренняя энергия не зависит от того, каким образом система пришла в данное состояние.

При переходе из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

В идеальном газе молекулы между собой не взаимодействуют и их потенциальная энергия равна 0. Поэтому внутренняя энергия одного моля идеального газа и внутренняя энергия произвольной массы газа будут соответственно равны:

$$U_{\mu} = \langle E \rangle N_A = \frac{i}{2} k T N_A = \frac{i}{2} R T$$

$$dU_{\mu} = \frac{i}{2} R dT$$

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} k T N_A = \nu \frac{i}{2} R T$$

$$dU = \nu \frac{i}{2} R dT$$

Первое начало термодинамики.

Первое начало термодинамики – это закон сохранения и превращения энергии в термодинамических процессах.

Изменить внутреннюю энергию системы можно двумя способами: совершая над системой работу (сжимать газ в цилиндре под поршнем) или сообщать системе теплоту.



Рассмотрим замкнутую, макроскопическую неподвижную систему, не находящуюся во внешних силовых полях и проанализируем с энергетической точки зрения равновесный процесс перехода системы из какого-либо начального состояния 1 в другое состояние 2.

Изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ в таком процессе равно разности между количеством теплоты Q , полученным системой и работой A , совершенной системой против внешних сил.

$$\Delta U = Q - A \quad \text{или} \quad Q = \Delta U + A$$

Первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершении ею работы против внешних сил.

В дифференциальной форме: $\delta Q = dU + \delta A$

Где dU (полный дифференциал) – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы

δA – элементарная работа, δQ – бесконечно малое количество теплоты.

δA , δQ не являются полными дифференциалами.

Дело в том, что внутренняя энергия системы является однозначной функцией состояния системы. Отсюда следует, что при совершении системой произвольного процесса, в результате которой она вновь возвращается в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии системы равно 0. Ни работа, ни теплота не являются функциями состояния системы.

Все величины, входящие в первое начало термодинамики могут быть как положительными, так и отрицательными.

Если к системе подводится теплота, то $\delta Q > 0$;

Если от системы отводится теплота, то $\delta Q < 0$;

Если система совершает работу над внешними телами, то $\delta A > 0$;

Если внешние силы совершают работу над системой, то $\delta A < 0$.

Другая формулировка первого начала термодинамики связана с тем, что если система периодически возвращается в первоначальное состояние, и следовательно $\Delta U = 0$, то $A = Q$, т.е. **вечный двигатель первого рода** – периодически действующий двигатель, который совершил большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, - **невозможен**.

Работа.

В отличие от твердых и жидких тел газы могут сильно изменять свой объем. При этом совершается механическая работа

Если газ подвергается сжатию в цилиндре под поршнем, то внешние силы совершают над газом некоторую положительную работу A' . В то же время силы давления, действующие со стороны газа на поршень, совершают работу $A = -A'$.

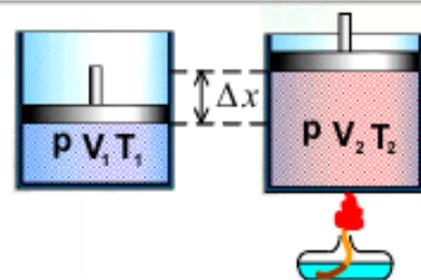


Рис.1

Если объем газа изменился на величину ΔV , то газ совершает работу $\delta A = F dx = p S dx = p dV$,

где: p – давление газа, S – площадь поршня, dx – его перемещение.

Полная работа газа, совершаемая, при изменении его объема от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

При расширении работа, совершаемая газом, положительна, при сжатии – отрицательна.

Работа численно равна площади фигуры под графиком процесса на диаграмме (p, V).

На рис. 3 изображены три различных процесса, переводящих газ из состояния (1) в состояние (2). Во всех трех случаях газ совершает различную работу.

Процессы, изображенные на рисунке, можно провести и в обратном направлении; тогда работа A просто изменит знак на противоположный. Процессы такого рода, которые можно проводить в обоих направлениях, называются обратимыми.

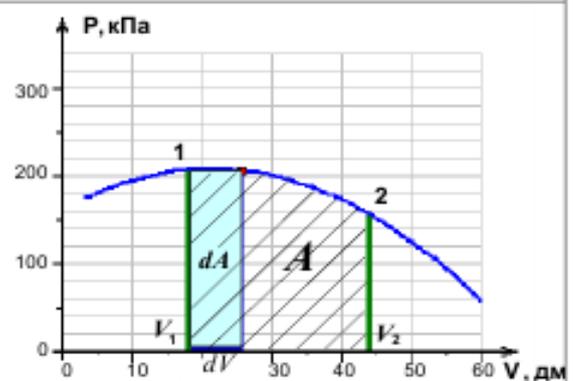


Рис.2

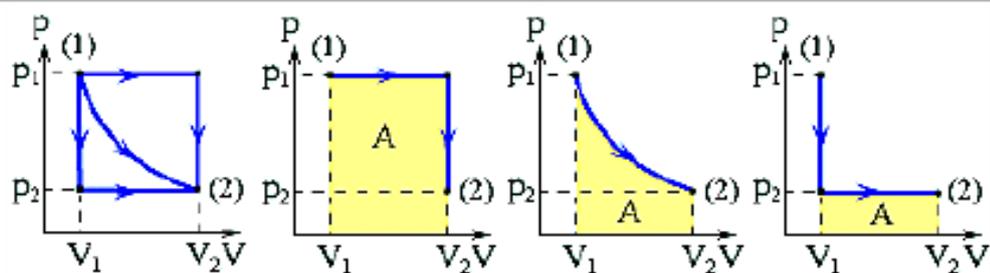


Рис.3

Физический смысл молярной газовой постоянной R.

Молярная газовая постоянная численно равна работе, совершаемой одним молем идеального газа при его изобарическом нагревании на один кельвин.

$$A = P\Delta V = \nu R\Delta T \Rightarrow R = \frac{A}{\nu\Delta T} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

Классическая молекулярно – кинетическая теория теплоемкости идеальных газов и ее недостатки.

Удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1К.

$$c = \frac{\delta Q}{m dT} \quad [c] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$$

Молярная теплоемкость вещества C_μ – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1К.

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT} \quad [C_\mu] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$$

Связь между молярной и удельной теплоемкостью.

$$C_\mu = \mu c$$

Различают теплоемкости удельную и молярную при постоянном объеме и постоянном давлении.

Молярная теплоемкость при постоянном объеме.

Из первого начала термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$, с учетом $\delta A = p dV$

и $C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT}$, для 1 моль газа получим $C_\mu dT = dU_\mu + p dV$

При постоянном объеме $V = \text{const}$ работа внешних сил равна нулю $\delta A = 0$

И сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличении его внутренней энергии.

$C_\mu dT = dU_\mu$ $C_\mu = \frac{dU_\mu}{dT}$ так как $dU_\mu = \frac{i}{2} R dT$, то

$$C_V = \frac{i}{2} R \text{ - молярная теплоемкость при постоянном объеме.}$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

Если газ нагревается при постоянном давлении $P = \text{const}$, то

$$C_p = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU + p dV}{\nu dT} = \frac{dU_\mu}{dT} + \frac{p dV_\mu}{dT}$$

Дифференцируя уравнение Менделеева Клайперона, получаем

$$pV_\mu = RT \Rightarrow pdV_\mu = RdT \Rightarrow \frac{pdV_\mu}{dT} = R$$

$C_p = C_v + R$ - уравнение Майера (молярная теплоемкость при постоянном давлении)

C_p всегда больше C_v на величину универсальной газовой постоянной.

Это объясняется тем, что при нагревании при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения га-

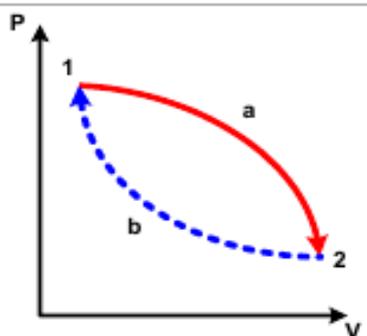
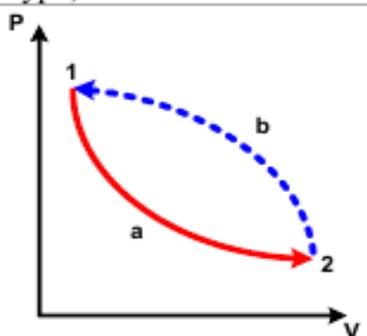
за, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$$

При рассмотрении термодинамических процессов важную роль играет величина

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$, которая называется коэффициентом Пуассона (показатель адиабаты).

ЛЕКЦИЯ 32. ОБРАТИМЫЕ И НЕОБРАТИМЫЕ ПРОЦЕССЫ. КРУГОВОЙ ЦИКЛ. КПД КРУГОВОГО ЦИКЛА. ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ.

Круговой процесс (цикл)	
Круговым процессом или циклом называется процесс, при котором система, пройдя ряд состояний, возвращается в исходное.	
<p>Прямой цикл-расширение газа ведется при более высокой температуре, чем сжатие.</p> 	<p>Обратный цикл- расширение газа ведется при более низкой температуре, чем сжатие.</p> 
<p>Тепловой двигатель. По часовой стрелке.</p> <p>При прямом цикле совершается положительная работа</p> $A = \oint pdV > 0$	<p>Холодильная установка. Против часовой стрелки.</p> <p>При обратном цикле совершается отрицательная работа</p> $A = \oint pdV < 0$
<p>Прямой цикл используется в тепловых двигателях – совершается работа за счет полученной извне теплоты.</p>	<p>Обратный цикл используется в холодильных машинах – за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.</p>

В круговом процессе тело возвращается в исходное состояние, т.е. в состояние с первоначальной внутренней энергией. Это значит, что **изменение внутренней энергии за цикл равно нулю: $\Delta U = 0$.**

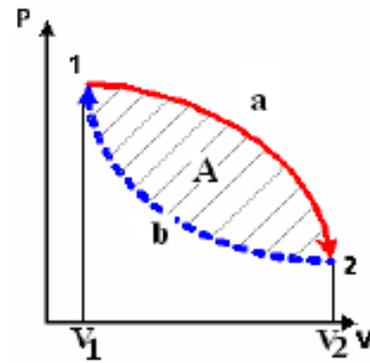


Рис.1

Работа расширения A_1 положительна, охватывает площадь фигуры $1a2V_2V_1$

Работа сжатия A_2 отрицательна, охватывает площадь фигуры $2b1V_1V_2$

Полная работа за цикл A определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой

$$A = A_1 + A_2$$

Таким образом, **работа – это функция не только состояния термодинамической системы, но и вида процесса, который происходит.**

Поэтому работа не является однозначной функцией состояния, такой как внутренняя энергия.

Из первого закона термодинамики следует, что теплота и работа являются как функциями состояния, так и функциями процесса, который происходит с системой.

КПД кругового цикла.

В круговом процессе тело возвращается в исходное состояние, т.е. в состояние с первоначальной внутренней энергией. Это значит, что **изменение внутренней энергии за цикл равно нулю: $\Delta U = 0$.**

Из первого закона термодинамики для всего цикла при этом следует, что

$Q = A$: алгебраическая сумма всех количеств теплоты, полученной телом за цикл, равна работе тела за цикл.

На некоторых участках прямого цикла тело получает от окружающих тел количество теплоты Q_1 ($Q_1 > 0$), а на некоторых отдает Q_2 ($Q_2 < 0$) и за цикл совершает положительную работу

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Термическим коэффициентом полезного действия (КПД) кругового цикла называется величина, равная отношению совершенной за цикл работы к количеству теплоты, полученной за цикл.

$$A = Q_1 - Q_2$$

КПД показывает насколько полно тепловая машина превращает полученную теплоту в работу или какую часть составляет работа от полученной теплоты.

Обратимый и необратимый процессы.

Обратимым называется такой термодинамический процесс, если он происходит как в прямом, так и в обратном направлении, причем система возвращается в исходное состояние без каких-либо изменений в ней и окружающей среде.

Необратимым называется процесс, не удовлетворяющий вышеперечисленным данным условия.

Обратимые процессы – это физическая модель – идеализация реальных процессов, так как в реальных процессах всегда происходит диссипация (потеря) энергии за счет трения или теплопроводности.

Тепловые двигатели

Тепловые двигатели – это периодически действующие двигатели, совершающие работу за счет полученной извне теплоты.

Термостат- термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с окружающими телами практически без изменения собственной температуры.

Рабочее тело – это тело, совершающее круговой процесс и обменивающийся энергией с другими телами.

Принцип действия теплового двигателя

От термостата с более высокой температурой T_1 , называемого **нагревателем**, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой, называемому **холодильником** T_2 , передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа

$$A = Q_1 - Q_2$$

Тепловая машина.	Холодильная установка.
$Q_1 = Q_2 + A$	$Q_2 + A = Q_1$

Цикл Карно

Цикл Карно представляет собой идеализированный круговой процесс, в котором рабочее вещество (идеальный газ) периодически приводится в тепловой контакт только с одним нагревателем T_1 и одним холодильником T_2 .

Цикл Карно состоит из двух изотерм ($1 \rightarrow 2$ и $3 \rightarrow 4$) и двух адиабат ($2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$). Французский инженер Карно доказал, что К.П.Д. всех машин, совершающих обратимые процессы, работающих при одинаковых температурах нагревателей T_1 и холодильников T_2 равны друг другу, не зависят от конструкции машины и опреде-

ляется формулой:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

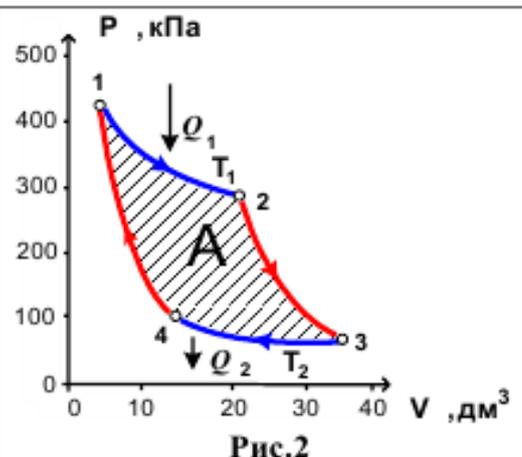


Рис.2

Цикл Карно идеальной тепловой машины на P,V - диаграмме происходит в направлении, совпадающем с направлением обхода по часовой стрелке. Однако он может быть проведен и в противоположном направлении (*холодильный цикл*). В этом случае система отбирает тепло Q_2 от холодного тела и передает тепло $Q_1 > Q_2$ горячему телу. Для того, чтобы такой процесс был возможен, над системой должна совершаться положительная работа A . Такой цикл реализуется в холодильных машинах.

Цикл Карно является единственным замкнутым процессом, который можно осуществить обратимо, т.к. адиабатические и изотермические процессы обратимы при условии их медленности. Поэтому обратимый цикл Карно продолжается бесконечно долго и мощность тепловой машины при максимально возможном КПД стремится к нулю.

Процессы в любой реальной машине обязательно содержат необратимые участки, и, следовательно, ее КПД всегда меньше теоретического предела. Тепловая машина, работающая по прямому или обратному циклу Карно, называется **идеальной тепловой машиной**.

Коэффициент полезного действия всякого реального теплового двигателя меньше КПД цикла Карно и для любого кругового процесса между тепловыми резервуарами с температурами T_1 и T_2 справедливо неравенство, которое называется неравенством Клаузиуса:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Совершенствуя тепловые двигатели, мы приближаем их КПД не к 100 %, а к величине КПД идеальной тепловой машины. Поэтому основным фактором в процессе повышения КПД теплового двигателя является повышение температуры нагревателя T_1 и снижение температуры холодильника T_2 .

Теорема Карно: Из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей и холодильников, наибольшим КПД обладают обратимые машины. При этом КПД обратимых машин не зависят от природы рабочего тела, а определяется только температурами нагревателя и холодильника.

ЛЕКЦИЯ 33. КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА ФЕРМИ-ДИРАКА.

Квантовая статистика Ферми-Дирака

Аналогично классическим статистическим методам, применяемым в молекулярной физике в молекулярной физике для исследования большого числа подобных объектов (атомов, молекул), для квантовых систем, состоящих из огромного числа тождественных квантовых частиц, подчиняющихся законам квантовой механики, применяются методы **квантовой статистики**.

Напомним, что в молекулярной физике классических систем распределение частиц идеального газа по энергиям во внешнем потенциальном поле W при заданной температуре T описывается распределением Больцмана

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$$

В квантовой статистике также используется модель идеального газа квази-частиц. Причем основной характеристикой данного квантового состояния с данным набором i квантовых чисел, является число заполнения N_i , указывающее степень заполнения данного квантового состояния частицами системы, состоящей из множества тождественных частиц. Для системы частиц, образованных **бозонами**, числа заполнения могут принимать любые целые значения $0, 1, 2, 3, \dots$. Для системы частиц, образованных **фермионами**, числа заполнения могут принимать лишь два значения: 0 – для свободных состояний и 1 – для занятых. Сумма всех чисел заполнения должна быть равна числу частиц системы. Квантовая статистика позволяет подсчитать среднее число частиц в данном квантовом состоянии, т.е. определить средние числа заполнения $\langle N_i \rangle$.

Идеальный газ из фермионов – ферми-газ, описывается квантовой статистикой Ферми-Дирака.

Распределение Ферми-Дирака – закон, выражающий распределение частиц по энергетическим состояниям в ферми-газе.

При статистическом равновесии и отсутствии взаимодействия среднее число частиц в i -том состоянии с энергией E_i равно:

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) + 1}$$

k – постоянная Больцмана

T – термодинамическая температура

μ – химический потенциал – термодинамическая функция состояния, определяющая изменение внутренней энергии системы при изменении числа частиц в системе, при условии, что все остальные величины, от которых зависит внутренняя энергия системы (энтропия, объем) фиксированы.

Химический потенциал необходим для описания свойств открытых систем, т.е. систем с переменным числом частиц.

При низких температурах свойства Ферми- и Бозе-газов отличаются от свойств больцмановского газа.

Отступление в их поведении от классического называется вырождением.

Вырожденный газ – это газ, свойства которого существенно отличаются от свойств классического идеального газа вследствие взаимного квантовомеханического влияния частиц.

Это взаимное влияние связано не с силовым взаимодействием между частицами, а со свойствами их тождественности: в квантовой статистике последовательный учет этого свойства приводит к тому, что вероятности заполнения различных состояний

Критерий невырожденности идеального газа.

Газ является невырожденным, если выполняется следующее условие.

$$n \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \ll 1$$

Пример 1: азот при нормальных условиях. Для него концентрация приблизительно равна

$$n \approx 10^{26} \text{ м}^{-3}, \quad m = 4,5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}, \quad kT = 4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

Подставим эти данные в критерий невырожденности и получим

$$n \left(\frac{h^2}{2\pi m k T} \right)^{3/2} \approx 10^{-6}, \text{ что значительно меньше единицы. При высоких температурах,}$$

рассмотрим

$$\exp\left(\frac{E_i - \mu}{kT}\right) \gg 1,$$

Распределение Ферми-Дирака переходит в классическое распределение Максвелла-Больцмана.

$$\langle N_i \rangle = A \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right),$$

Где

$$A = \exp\left(\frac{\mu}{kT}\right).$$

Таким образом, при высоких температурах квантовый ферми-газ ведет себя подобно классическому газу.

Вывод: обычные молекулярные газы в нормальных условиях являются невырожденными и должны описываться классической статистикой Максвелла-Больцмана.

Пример 2: электронный газ в металлах. Для него концентрация приблизительно равна

$$n \approx 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}, \quad m = 4,5 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad kT = 4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

При таких значениях электронный газ считается невырожденным лишь при температурах выше $T \approx 10^5 \text{ К}$, при которых левая часть формулы становится меньше единицы.

Вывод: в реальных условиях электронный газ всегда вырожден, вследствие чего он должен описываться квантовой статистикой Ферми-Дирака.

тронов - на втором возбужденном уровне и т.д.

Если число электронов в металле равно N , то при $T=0$ будут заполнены первые $N/2$ уровней с энергией $E \leq E_{max}$. Все остальные уровни с энергией $E > E_{max}$ будут свободны. Сравнивая полученный результат с распределением Ферми-Дирака при $T=0$, приходим к выводу, что максимальная энергия электронов совпадает с энергией Ферми. Энергию Ферми можно определить как энергию наиболее высокого еще занятого электронами уровня при абсолютном нуле.

$E_F > 0$, так как в противном случае некоторые числа заполнения N при $T=0$ оказались бы отрицательными.

Среднее число электронов, находящихся на уровне энергии E_i , определяется выражением

$$\langle N_i \rangle = \frac{2}{\exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) + 1}$$

Функция распределения свободных электронов по энергиям имеет вид

$$f(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{\sqrt{2}m_0^{3/2}}{\pi^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) + 1}$$

В формуле распределения Ферми-Дирака химический потенциал μ имеет размерность энергии, часто обозначается через E_F и называется энергией Ферми или уровнем Ферми.

Распределение электронов по энергетическим уровням (Ферми-Дирака) при абсолютном нуле.

Из формулы распределения следует

При $T=0$

$$\langle N_i \rangle = 2, \quad \text{если } E_i < E_F$$

$$\langle N_i \rangle = 0, \quad \text{если } E_i > E_F$$

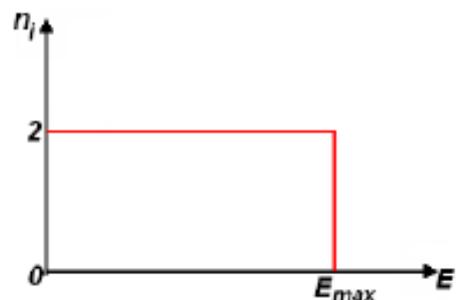


Рис.2

Таким образом, при абсолютном нуле уровень Ферми E_F совпадает с верхним заполненным электронами уровнем E_{max} .

Независимо от значения температуры, при $E_i = E_F$ среднее число заполнения $\langle N_i \rangle = 1$.

Энергия Ферми при абсолютном нуле равна

$$E_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m_0} (3\pi^2 n_e)^{2/3}$$

n_e – концентрация электронов.

Примерно оценивая E_F , получим $E_F(0) = 5 \text{ эВ}$.

ЛЕКЦИЯ 34. КРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. ХИМИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ.
ХИМИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА. СИЛЫ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА.

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА, раздел физики, изучающий структуру и свойства твердых тел. Научные данные о микроструктуре твердых веществ и о физических и химических свойствах составляющих их атомов необходимы для разработки новых материалов и технических устройств.

Физика твердого тела – один из тех столпов, на которых покоится современное технологическое общество. В сущности, вся армия инженеров работает над наилучшим использованием твердых материалов при проектировании и изготовлении самых разнообразных инструментов, станков, механических и электронных компонентов, необходимых в таких областях, как связь, транспорт, компьютерная техника, а также фундаментальные исследования.

В зависимости от структурных особенностей твёрдых тел принято различать:

- **аморфные вещества**, не имеющие какой-либо определённой структуры;
- **поликристаллические вещества**, состоящие из отдельных гранул или малых областей. Каждая гранула имеет четко выраженную структуру, однако размеры и ориентация гранул в соседних областях совершенно произвольны;
- **монокристаллические вещества**, атомы которых пространственно упорядочены и образуют трёхмерную периодическую структуру, называемую кристаллической решёткой.

Многие свойства твердых тел объясняются той периодичностью, с которой размещены в пространстве их структурные элементы.

Поэтому введено такое понятие как кристаллическая решетка. В периодической кристаллической решетке можно выделить некоторую **элементарную ячейку**, которая повторяется периодически по всему кристаллу. Выделяя такую ячейку, удастся описать положения атомов и ионов в веществе и, следовательно, она может служить для того, чтобы с ее помощью характеризовать структуру кристаллов.



Рис.1

Положения, занимаемые атомами или ионами, называют точками (узлами) решетки.

Все расположенные в элементарной ячейке атомы принято называть базисом элементарной ячейки кристалла.

Закономерности строения элементарной ячейки и базиса, в частности степень их симметричности определяет многие свойства кристалла, в первую очередь электрические, магнитные и механические. Элементарная ячейка может содержать как один, так и несколько атомов. Так у многих металлов, например железа, хрома, меди, серебра, она состоит из одного атома. В тех случаях когда,

кристалл состоит из нескольких химических элементов, например, натрия и хлора, элементарная ячейка будет содержать как минимум два атома: натрий и хлор. Широко распространены кристаллы с элементарной ячейкой, состоящей из нескольких сцепленных друг с другом молекулярных групп, например кристаллы льда или же многих магнитных материалов. Существуют кристаллы, например, белковые, элементарная ячейка которых состоит из молекул, содержащих несколько тысяч атомов.

Кристаллическую решетку твердых тел принято изображать моделью упорядоченной периодической структуры как на рисунке 2:

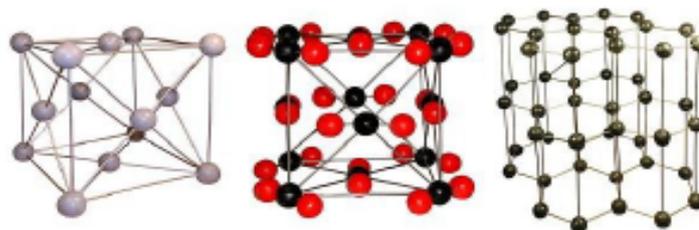


Рис.2

Данная модель "мертвая": в ней нет никаких видов движения. Конечно, атомы твердых тел столь сильно влияют друг на друга (если бы они не взаимодействовали, то был бы не кристалл, а газ, состоящий из беспорядочно движущихся атомов), что практически лишены возможности перемещаться. Однако, если кристалл находится при некоторой конечной температуре, то составляющие его атомы обязаны совершать тепловые колебания. Атомы не в силах разорвать их связь с ближайшими соседями, и обречены совершать только "бег на месте", что напоминает движение маятника, только в трех плоскостях! Иногда они раскачиваются столь сильно, что покидают свое положение равновесия, но это происходит редко. Атомы движутся всегда, причем, чем выше температура, тем больше амплитуда их колебаний.

Типы кристаллических решеток.

С помощью теории групп было показано, что все многообразие кристаллов может быть описано с помощью 14 типов кристаллических решеток (**решеток Браве**), изображенных на рисунке 3. Их принято группировать в семь систем, различающихся видом элементарной ячейки: триклинную, моноклинную, ромбическую, тетрагональную, тригональную, гексагональную и кубическую.

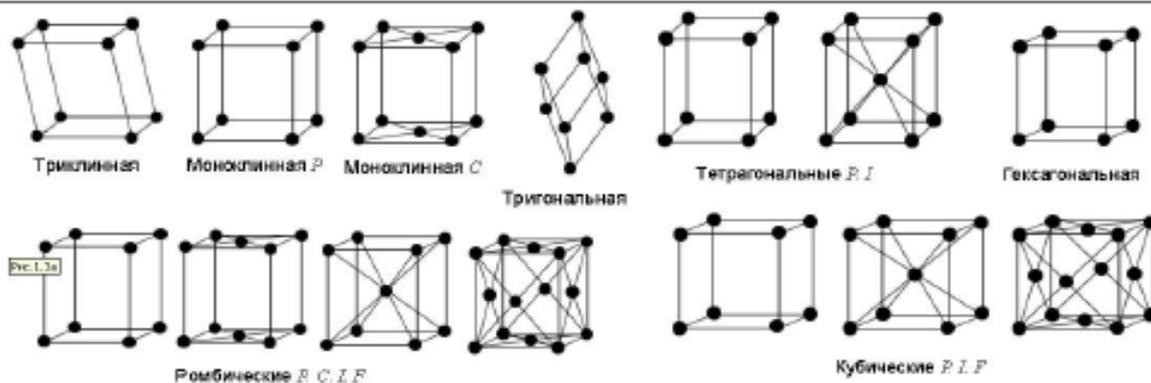


Рис.3

Пространственную решетку обычно характеризуют тремя векторами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, задав их длины называемые периодами кристаллической решетки и углы α, β, γ

между ними; именно эти параметры обязательно содержатся во всех справочниках по структуре веществ.

Кубическая	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Тетрагональная	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Орторомбическая	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Моноклинная	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Триклинная	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Гексагональная	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$
Тригональная	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma < 120^\circ \neq 90^\circ$

- 1. В триклинной** системе как все углы не равны друг другу, так и все длины сторон не равны друг другу. Данная решетка имеет центр симметрии в центре элементарной ячейки.
- 2. В моноклинной** системе ячейка имеет форму прямой призмы с ребрами разной длины. Ячейка может быть с центрированными основаниями прямой призмы С и примитивной Р.
- 3. В ромбической** системе ячейка имеет форму прямоугольного параллелепипеда с ребрами разной длины.
- 4. В тетрагональной** системе ячейка имеет форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием.
- 5. В кубической** системе ячейка имеет форму куба. Ячейка может быть с центрированными гранями куба (ГЦК - гранцентрированный куб) или центром (ОЦК - объемноцентрированный куб). Это самая симметричная решетка, элементы симметрии которой мы рассматривали выше
- 6. В гексагональной** системе ячейка имеет форму прямой призмы с ромбом в основании, причем угол в ромбе равен 60° градусам.
- 7. В тригональной** системе ячейку принято выбирать в виде ромбоэдра, все грани которого - одинаковые ромбы с углом при вершине 90° градусов.

Химическая связь

Что удерживает вместе атомы в кристалле?

Связь между ними почти полностью обеспечивается силами электростатического притяжения между отрицательно заряженными электронами и положительными ядрами.

Существование стабильных связей между атомами в кристалле предполагает, что полная энергия кристалла - кинетическая плюс потенциальная - меньше полной энергии такого же количества свободных атомов, удаленных друг от друга на бесконечные расстояния. Разность между этими энергиями называется энергией связи (энергией химической связи).

Химическую связь можно объяснить, только опираясь на электрические и некоторые квантовые явления. Если большое число атомов, собравшись вместе, образуют твердое тело, то причину этого надо опять искать в особенностях поведения электронов. Поэтому все механические свойства твердых тел, включая твердость и высокую прочность, исходят и из электрических свойств тех компонентов, из которых они состоят.

Прежде чем говорить о видах химических связей, коснемся некоторых общих вопросов о характере сил, которые участвуют в образовании химической связи.

Химические связи и физические свойства.

В зависимости от того, как распределены валентные электроны между ионными остовами и в промежутках между ними, различают четыре основных типа химической связи: **ван-дер-ваальсова, ионная, металлическая и ковалентная**. Характером связи в значительной степени определяются физические свойства твердого тела. Хотя для каждого из описываемых ниже типов связей имеются свои "типичные представители" среди реальных веществ, большинство твердых тел попадает в ту или иную промежуточную категорию. Деление это весьма условно, существуют кристаллы, которые можно считать переходными между этими типами, встречаются кристаллы, в которых часть связей ковалентная, а часть - водородная. Остановимся на них подробнее.

Силы Ван-дер-Ваальса.

Наиболее общим видом связи, возникающим между любыми атомами и молекулами, являются силы Ван-дер-Ваальса. Впервые они были введены для обоснования состояния реальных газов – уравнение Ван-дер-Ваальса,

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT$$

в котором определяют поправки $\frac{a}{V_m^2}$ и b , учитывающие действия соответ-

ственно сил притяжения и отталкивания между молекулами реального газа.

В общем случае вандерваальсова связь включает в себя **дисперсионное, ориентационное и индукционное взаимодействия**. Рассмотрим кратко каждое из них.

Зонная теория твердых тел - квантовая теория энергетического спектра электронов в кристалле, согласно которой этот спектр состоит из чередующихся зон разрешенных и запрещенных энергий.

Зонная теория объясняет, в частности, различный характер электропроводности **металлов, полупроводников и диэлектриков.**

Зонная теория является основой современных представлений о механизмах различных физических явлений, происходящих в твердом кристаллическом веществе при воздействии на него электромагнитного поля. Зонная теория твердого тела - это теория валентных электронов, движущихся в периодическом потенциальном поле кристаллической решетки.

1. Электрон, обращающийся вокруг ядра, может двигаться только по некоторым и разрешенным орбитам.
2. Электрон, двигаясь по разрешенной орбите, не излучает энергии.
3. Если же электрону сообщить дополнительную энергию извне, то он может перескочить на более удаленную орбиту или совсем покинуть атом.

Если электрон покинул атом, то такой атом называется положительным ионом. А если электрон перешел на более удаленную орбиту, то атом становится "возбужденным", но в таком состоянии атом находится недолго (миллиардная доля секунды), т.к. электрон стремится перейти на ближнюю к ядру орбиту, излучив при этом избыток сообщенной энергии.

Энергетические уровни на графике изображаются рядом горизонтальных линий - разрешенных уровней энергии. Самый нижний уровень соответствует минимуму энергии, какой обладает электрон в невозбужденном атоме.

Согласно принципу Паули на одном энергетическом уровне может находиться не более двух электронов. Под воздействием притяжения положительно заряженного атомного ядра электроны стремятся занять ближайшие к ядру уровни с минимальным значением энергии. В результате нижние энергетические уровни оказываются заполненными электронами, а верхние уровни - свободными.

Электрон в атоме может перейти с одного энергетического уровня W_1 на другой энергетический уровень W_2 , но только "скачком" и только на свободный уровень. Для этого электрону необходимо сообщить дополнительную порцию или квант энергии $W=W_2-W_1$. Если электрон перемещается под действием электрического поля, т.е. проходит электрический ток, то при этом изменяется энергия W электрона. На энергетической диаграмме это отразится в перемещении электрона на близлежащие свободные энергетические уровни. Если таких

уровней нет, то электрон не сможет изменить свою энергию, т.е. не сможет принять участие в создании электропроводности.

Энергетические уровни свободного электрона.

Модель свободных электронов означает, что на них не действуют никакие силовые поля.

Состояние электрона в атоме определяется четырьмя квантовыми числами:

- n -главное квантовое число - определяет энергию атома в стационарном состоянии.

$$E(n) = -\frac{E_1}{n^2} \quad E_1 = 13,6 \text{ эВ}$$

- l -орбитальное квантовое число – определяет орбитальный момент количества движения электрона. $l=0,1,2\dots(n-1)$

$$|L| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$$

- m_l магнитное квантовое число – определяет ориентацию орбитального момента количества движения электрона. $m_l = -l, -(l-1) \dots 0, 1, 2 \dots (l-1), l$

$$L_z = \hbar m_l$$

- S -спиновое квантовое число – определяет ориентацию собственного момента количества движения относительно избранного направления. $S = +1/2 \quad S = -1/2$

Проекции собственных моментов на выделенное направление Z в такой теории определяются спиновым квантовым числом $L_{S_z} = \hbar m_s$

Состояния, для которых орбитальное квантовое число при любых других значениях квантовых чисел

- $l=0$ *s- состояние*
- $l=1$ *p- состояние*
- $l=2$ *d- состояние*
- $l=3$ *f- состояние*

Энергетический спектр электронов в атоме является дискретным.

Он состоит из ряда разрешенных уровней $E(n,l)$, разделенных областями запрещенных энергий.

- Уровни S являются невырожденными, т.е. каждому из них соответствует единственное состояние электрона в атоме. В соответствии с принципом Паули в таком состоянии могут находиться два электрона, отличающиеся друг от друга ориентацией спина.
- Уровни p -являются трехкратно вырожденными, т.е. каждому из них отвечает три состояния электрона, которые отличаются друг от друга магнитными квантовыми числами. При $l=1$, $m_l = -1, 0, 1$
- Уровни d имеют пятикратное вырождение. При $l=2$, $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$

При помещении свободного атома в сильное внешнее поле вырождение уровней снимается, то есть каждый из них расщепляется на $(2l+1)$, близко расположенных подуровней.

Влияние внешнего поля на различные уровни атома неодинаково. Уровни внутренних электронов, сильно взаимодействующих с ядром, испытывают настолько слабое расщепление, что им можно пренебречь. При переходе к более внешним электронам энергия их взаимодействия с ядром уменьшается и влияние внешнего поля усиливается. Особенно сильное изменение под влиянием внешнего поля испытывают уровни валентных электронов, слабо связанных с ядром.

Энергетическая зонная теория кристаллов.

При сближении атомов и образовании кристаллической решетки из N атомов электроны, находящиеся на внешних валентных оболочках отдельных атомов, сближаются настолько, что на одном энергетическом уровне должно было бы оказаться более двух электронов. Но этого не происходит, т.к. отдельные энергетические уровни расщепляются на N подуровней, образуя энергетические зоны. (Рис.1)

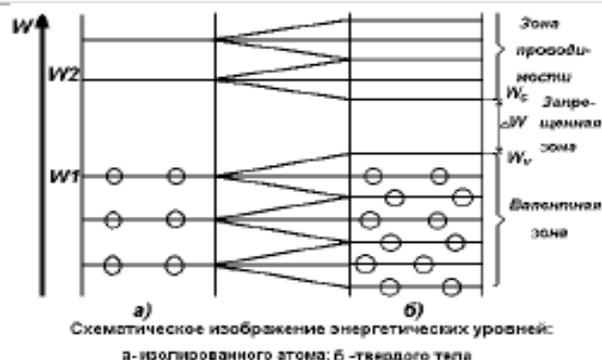


Рис. 1

Валентная зона и зона проводимости.

Характер заполнения зон электронами определяет механизм проводимости вещества и объясняет деление веществ на диэлектрики полупроводники и проводники.

режде всего, заметим, что сначала заполняются зоны с меньшей энергией, они оказываются полностью заполненными.

Разрешенная зона, полностью заполненная и обладающая наибольшей энергией, называется валентной зоной.

Следующая за ней зона, называемая зоной проводимости, может быть не заполненной или частично заполненной.

Электроны, переброшенные внешним воздействием в свободную зону, называют электронами проводимости.

Между этими зонами находится интервал энергий, запрещенных для электронов: это - запрещенная зона, ее ширину мы обозначаем $\Delta E_{\text{зап}}$.

При абсолютном нуле валентные электроны заполняют попарно нижние уровни валентной зоны. Более высокие разрешенные зоны будут от электронов свободны. В зависимости от степени заполнения валентной зоны и ширины запрещенной зоны возможны три случая. Не заполненная зона соответствует случаю полупроводников и диэлектриков, а частично заполненная зона соответствует случаю проводников.

ЛЕКЦИЯ 36. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ КРИСТАЛЛА. СВОБОДНЫЙ ЭЛЕКТРОН. ЭЛЕКТРОНА В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ КРИСТАЛЛА.

Подходы к вычислению электронных состояний в твердых телах.

Термин свободный электрон означает, что на него не действуют никакие силовые поля. В действительности электроны проводимости движутся в периодическом поле кристаллической решетки. Каждый электрон в кристалле движется в сложном поле, создаваемом ядрами и движущимися электронами. Решить в таком случае уравнение Шредингера для электрона в кристалле и найти тем самым систему энергетических состояний электрона очень сложно и в настоящее время не удается. Поэтому для решения этой задачи используют различные упрощающие приближения.

Во-первых, рассматривают движение только внешних электронов в потенциале ионных остовов, содержащих ядро атома и электроны внутренних подболочек. В таком случае необходимо также решить уравнение Шредингера для электрона, но в более слабом потенциале ионных остовов, что значительно легче. Однако с помощью и этого подхода к настоящему времени удалось решить только очень упрощенные задачи такого движения электрона, в основном не трех, а одномерные. Ниже рассмотрены результаты решения одной из них (модель Кронига-Пенни) об одномерном движении электрона в периодическом потенциале.

Во-вторых, рассматривают два наиболее распространенных частных случая:

- 1) **приближение сильной связи и 2) приближение почти свободных электронов.**

В рамках приближения сильной связи считают, что энергия взаимодействия электрона со своим атомом много больше, чем энергия взаимодействия с другими атомами. Иными словами, электроны сильно связаны со своим атомом, на который другие атомы оказывают малое влияние своими электромагнитными полями, лишь расщепляя их энергетические уровни. Подобным образом уровни атома расщепляются под воздействием внешнего магнитного поля (эффект Зеемана). В таком случае взаимодействие атомов друг с другом незначительно изменяет картину энергетических уровней электронов изолированного атома.

В рамках приближения почти свободных электронов считают, что электрон движется "почти свободно" в слабом потенциале ионных остовов, который рассматривают как малое возмущение. В таком случае кинетическая энергия электрона намного превосходит энергию взаимодействия этого электрона с ионами. В настоящее время это самый удачный подход, как с научной, так и с методической точки зрения, поскольку позволяет наглядно объяснить почти все важные для практики и наблюдаемые на опыте закономерности и эффекты.

Свободный электрон.

Как следует из гипотезы де Бройля электрон, как известно, обладает волновыми свойствами, в частности имеет длину волны де Бройля равную $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ или $\lambda = 2a$.

Поведение частицы в какой либо среде определяется характером дисперсионной кривой, т.е. зависимостью энергии частицы от ее импульса или, что то же самое, от модуля волнового вектора (вследствие волновой природы частиц, импульс частицы $p = \hbar k$)

Рассмотрим простейший случай движения свободного электрона вдоль оси X, описываемого уравнением Шредингера:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$$

Зависимость энергии электрона от их импульса внутри каждой зоны называют законом дисперсии или дисперсионным соотношением, и выражается формулой

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Из формулы видно, что для свободных электронов закон дисперсии имеет квадратичный характер и для одномерного движения электронов выражается квадратной параболой, показанной на рисунке.

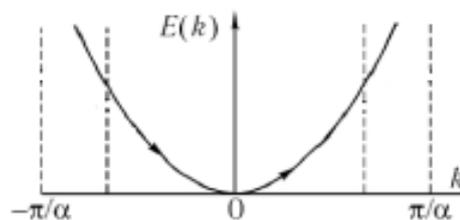


Рис.1

Вектор k , по направлению совпадающий с направлением распространения электронной волны, называется **волновым вектором электрона**.

$$\text{Волновой вектор равен } k = \frac{\pi}{a} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

a - постоянная решетки

Согласно формуле де Бройля, импульс свободного электрона связан с его волновым вектором k следующим соотношением: $p = \hbar k$, а скорость поступательного движения электронов $v = \frac{p}{m} = \frac{\hbar}{m} k$

Решением уравнения Шредингера является плоская бегущая волна

$$\psi = A e^{ikx}$$

A - амплитуда волны.

Квадрат модуля волновой функции пропорционален вероятности обнаружения электрона в той или иной области пространства. Для свободного электрона эта вероятность не зависит от координаты электрона, так как

$$|\psi|^2 = A^2$$

Это означает, что для свободного электрона все точки пространства эквивалентны и вероятность нахождения его в любой из них одинакова.

Электрон в периодическом поле кристалла.

Термин свободный электрон означает, что на него не действуют никакие силовые поля. В действительности электроны проводимости движутся в периодическом поле кристаллической решетки. Каждый электрон в кристалле движется в сложном поле, создаваемом ядрами и движущимися электронами.

Кристалл образован правильно расположенными ионами решетки. Вероятность обнаружения его в данном кристалле должна быть периодической функцией координаты X , так как положения отличаются друг от друга на величину, кратную a – постоянной решетки.

Волновая функция для электрона, движущегося в периодическом поле кристалла вдоль оси X имеет вид, называемое **функцией Блоха**.

$$\psi = U(x)e^{ikx}$$

$$U(x) = U(x + na)$$

n -любое целое число.

Дисперсионное соотношение для электронов поменялось.

Во-первых, энергетический спектр в кристалле имеет зонный характер: полосы разрешенных энергий разделены полосами запрещенных энергий.

Во-вторых, внутри каждой зоны энергия электрона является периодической функцией волнового вектора k и для одномерного кристалла выражается соотношением

$$E(k) = E_a + C + 2A \cos ka$$

E_a – энергия атомного уровня, из которого образовалась зона

C – сдвиг этого уровня под действием поля соседних атомов

A – обменный интеграл, учитывающий появившуюся у кристаллов возможность перехода от атома к атому вследствие перекрытия волновых функций.

Квантовомеханический расчет приводит для этого случая к дисперсионной кривой, изображенной на следующем рисунке.

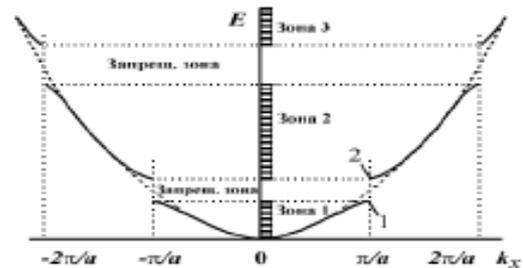


Рис.2

Минимум дисперсионной кривой $E(k)$ называют дном энергетической зоны, максимум – вершиной или потолком зоны.

$$E_{\text{дно}}(k) = E_{\text{мин}} + A_{\text{д}}(ka)^2$$

$$E_{\text{верш}}(k) = E_{\text{макс}} - A_{\text{в}}(ka)^2$$

$A_{\text{д}}$ и $A_{\text{в}}$ обменные интегралы, учитывающие возможность электронов переходить от атома к атому, вследствие перекрытия из волновых функций.

Таким образом, у дна и вершины энергетической зоны энергия электрона пропорциональна квадрату волнового вектора и обменному интегралу, определяющему ширину зоны.

Области значений волнового вектора k , в пределах которых энергия $E(k)$ электрона, как периодическая функция k , испытывает полный цикл своего изменения, называется зоной Бриллюэна.

Для одномерного кристалла первая зона Бриллюэна простирается от $k = -\pi/2$ до $k = +\pi/2$

Если создать в металле электрическое поле E , электрон проводимости будет находиться под действием двух сил: силы $-eE$ и силы F , обусловленной действием периодического поля кристаллической решетки. Поэтому уравнение движения

$$m \frac{dv}{dt} = -eE + F$$

С учетом дисперсионной кривой это уравнение может быть приведено к виду

$$\frac{\hbar^2}{dk^2} \cdot \frac{dv}{dt} = -eE$$

Следовательно, электрон проводимости можно рассматривать как квазичастицу с массой, называемой эффективной массой электрона в кристалле.

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 \epsilon}{dk^2}}$$

Эффективная масса электрона в кристалле – это масса такого свободного электрона, которую он должен был бы иметь для того, чтобы под действием внешней силы приобрести такое же ускорение, как и электрон в кристалле под действием той же силы.

Введение эффективной массы дает возможность, учитывая сложный характер взаимодействия электрона с кристаллической решеткой при его движении под действием внешнего электрического поля, пользоваться обычными формулами ускорения, энергии, импульса, определяющими состояние электрона и характеризующими его движение (иначе говоря, приписав электрону эффективную массу, мы можем исследовать его поведение, считая его свободным):

Ускорение электрона в кристалле прямо пропорционально действующей на него силе внешнего электрического поля.

$$a = F \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{d^2 \epsilon}{dk^2} \quad a = \frac{F}{m} \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad p = m^* v = \hbar k$$

Эффективная масса может быть как положительной, так и отрицательной величиной. По абсолютному значению она может быть как во много раз больше, так и меньше массы покоя электрона.