

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA’LIM VAZIRLIGI

**ABDULLA QODIRIY NOMLI JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA
INSTITUTI**

Fizika- matematika fakulteti

“Himoya qilishga ruxsat beraman”
Fizika- matematika fakulteti
dekani _____ f.m.f.n.E. Qurbonov
“ ____ ” _____ 2015-yil

**“ Matematika o‘qitish meto‘dikasi “
k a f e d r a s i**

**5110100 “ Matematika o‘qitish meto‘dikasi ” yo‘nalishi bo‘yicha bakalavr
darajasini olish uchun**

PO‘LATOVA SAODATNING

**“Umumta’lim maktablarida tengsizliklarni o‘qitishda grafik
usullardan foydalanish metodikasi” nomli**

Bitiruv malakaviy ishi

Kafedra mudiri:

dots. O.Abdullayev

Ilmiy raxbar:

Halimov O’

JIZZAX- 2015

MUNDARIJA

Kirish.....	3
I-BOB. Umumta'lim maktablarida tengsizlik tushunchasi.....	8
§ 1.1. Bir o'zgaruvchili tengsizlik ildizlari grafikasi.....	8
§1.2. Bir o'zgaruvchili tengsizliklarni echishning ayrim usullari.....	17
II- BOB. Tengsizliklarning turli talqindi	24
§.2.1.Kvadrat tengsizliklarni o'qitish metodikasi.....	24
§.2.2. Modul qatnashgan tengsizliklarning grafik.....	28
§.2.3. ko'rsatkichli va logarifmik tengsizkiklar grafigi.....	29
§2.4. Geometrik tengsizliklar.....	32
Xulosa	38
Adabiyotlar ro'yxati	40

Kirish:

Bugungi kunda yurtimizda barcha sohalarda yuksalishlar kabi talim tizimiga ham bir nechta o'zgartirishlar kiritildi, ko'zda tutilgan maqsad esa ta'lim tizimining samaradorligini oshirish, o'sib kelayotgan yosh avlodni bugungi kun zomon talabidagi bilimni mukammal o'zlashtirishlari va jamiyatimizda o'z ornini oson topishlari, kelgusida o'z mutaxassisliklari bo'yicha malakali kadir bo'lib vatanimiz ravnaqiga o'z hissalarini qo'shishlari ko'zda tutilgan. Ta'limda uzluksiz ta'lim tizimi joriy qilingandan so'ng, dars jarayonida ilg'or pedagogik texnologiyalaridan foydalanib dars mashg'ulotlarini olib borish tadbiriq qilindi.

Bunga misol qilib umumta'lim maktablari matematika kursida mavzuni o'quvchilar o'zlashtirishlarini "tengsizliklarni o'qitishda grafik usullardan foydalanish" mavzusida qaraymiz.

Tengsizlik tushunchasidan oldin son tengsizligini qisqacha tushunchasini keltiramiz:

Sonli qiymatlarni solishtirish.

Agar ikkita haqiqiy son berilgan bo'lsa, u holda ko'pincha qaysi biri kattaligini darhol aniqlash mumkin. Masalan, $8 > 3$, $\sqrt{6} > \sqrt{5}$. $\sqrt[5]{5} < \sqrt[6]{66}$ ekanligini ko'rish ham qiyin emas. Haqiqatdan $\sqrt[5]{5} < 2$, $\sqrt[6]{66} > 2$ (chunki $\sqrt[6]{64} = 2$), demak, $\sqrt[5]{5} < \sqrt[6]{66}$.

Endi $a = \sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt{3}$ bo'lsin. Ikkala son ham $1; 2$ intervalga tegishli, lekin qaysi biri katta, hali aniq emas. Tengsizlik ishorasini aniqlash uchun quyidagicha fikrlaymiz. Faraz qilaylik $a < b$ bo'lsin, ya'ni $\sqrt[3]{4} < \sqrt{3}$. Oxirgi tengsizlikni ikki tarafini oltinchi darajaga ko'tarib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sqrt[6]{4} < \sqrt[6]{3}, \text{ ya'ni } 16 < 27.$$

$16 < 27$ aniq tengsizlik bo'lgani uchun, unga teng kuchli bo'lgan $a < b$ tengsizlik ham o'rinli bo'ladi.

Misol 1, Agar $a = \sqrt{28} + \sqrt{8}$, $b = \sqrt{14} + \sqrt{18}$ bo'lsa, bu sonlarni solishtiring.

Echish. Faraz qilaylik $a > b$ bo'lsin. U holda, sonli tengsizlik xossalariga asosan, ketma-ket quyidagilarni hosil qilamiz:

$$(\sqrt{28} + \sqrt{8})^2 > (\sqrt{14} + \sqrt{18})^2,$$

$$28 + 2\sqrt{224} + 8 > 14 + 2\sqrt{252} + 18,$$

$$2 + \sqrt{224} > \sqrt{252},$$

$$(2 + \sqrt{224})^2 > (\sqrt{252})^2,$$

$$4 + 4\sqrt{224} + 224 > 252,$$

$$\sqrt{224} > 6,$$

$$(\sqrt{224})^2 > 6^2 \Leftrightarrow 224 > 36.$$

Demak, $a > b \Leftrightarrow 224 > 36$.

Misol 2. Quyidagi sonlarni o'sish tartibida yozing: $a = \sqrt[3]{5}$, $b = \sqrt[4]{6}$, $c = \sqrt[5]{7}$.

Echish. Eng oldin a va b ni solishtiramiz. Faraz qilamiz, $a > b$, ya'ni $\sqrt[3]{5} > \sqrt[4]{6}$ bo'lsin. Tengsizlikni ikki tarafini 12chi darajaga ko'taramiz:

$$(\sqrt[3]{5})^{12} > (\sqrt[4]{6})^{12} \Leftrightarrow 5^4 > 6^3 \Leftrightarrow 625 > 216/$$

$625 > 216$ – to'g'ri tengsizlik, demak, $a > b$.

Endi b va c larni solishtiramiz. Faraz qilamiz, $b > c$, ya'ni $\sqrt[4]{6} > \sqrt[5]{7}$ bo'lsin. Tengsizlikni ikki tarafini 20chi darajaga ko'taramiz:

$$(\sqrt[4]{6})^{20} > (\sqrt[5]{7})^{20} \Leftrightarrow 6^5 > 7^4 \Leftrightarrow 7776 > 2401.$$

$7776 > 2401$ - to'g'ri tengsizlik, demak $b > c$.

$a > b$, $b > c$ bo'lgani uchun $a > c$ bo'ladi.

Demak, sonlar quyidagicha o'sish tartibida yoziladi:

$$\sqrt[5]{7} < \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{5}.$$

Tengsizliklar

Agar x ga bog'liq bo'lgan $A(x)$ va $B(x)$ ifodalar quyidagi munosabatlardan $A(x) > B(x)$, $A(x) \geq B(x)$, $A(x) < B(x)$, $A(x) \leq B(x)$ birini qanoatlantirsa, bir noma'lumli tengsizlik berilgan deyiladi. Bu ifodalarni ikkala tomoni ma'noga ega bo'ladigan x ning qiymatlari to'plami tengsizliklarning mavjudlik sohasi deyiladi.

O'zgaruvchi x ning tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymatlar to'plami tengsizlikning yechimi deyiladi.

$2x-6 \leq 0$ bo'lsin, bundan $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$ bo'lib, tengsizlikning yechimi $x \in (-\infty, 3)$ bo'ladi.

Tengsizliklarning yechimini topishda quyidagi qoidalarga rioya qilish lozim:

1. Tengsizlikning ikkala tomoniga bir xil ifodani qo'shish yoki ayirishdan tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi;

2. Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil musbat ifodaga ko'paytirish yoki bo'lishdan tengsizlik ishorasi o'zgarmaydi;

3. Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil manfiy ifodaga ko'paytirsak yoki bo'lsak, tengsizlik ishorasi teskarisiga o'zgaradi, ya'ni $A(x) > B(x)$ bo'lsa:

1) $A(x) + C(x) > B(x) + C(x)$

2) $C(x) > 0$ bo'lsa, $A(x) \cdot C(x) > B(x) \cdot C(x)$ va $\frac{A(x)}{C(x)} > \frac{B(x)}{C(x)}$

3) $C(x) < 0$ bo'lsa, $A(x) \cdot C(x) < B(x) \cdot C(x)$ va $\frac{A(x)}{C(x)} < \frac{B(x)}{C(x)}$ bo'ladi.

Chiziqli tengsizliklar

Soddalashtirishdan keyin $ax > b$, $ax \geq b$, $ax < b$, $ax \leq b$ ko'rinishidan biriga keltirilishi mumkin bo'lgan tengsizlik chiziqli (birinchi darajali) tengsizlik deyiladi.

Misol. $\frac{2x-1}{2} - 3 > x - \frac{x+3}{3}$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Ikkala tomonini 6 ga ko'paytirib $6x-3-18 > 6x-2x-6$ ni, bundan esa $2x > 15$ ni hosil qilamiz. Ikkala tomonini 2 ga bo'lib, $x > 7,5$ ni topamiz. Yechim: $x \in (7,5; \infty)$

Mashqlar

Tengsizliklarni yeching:

1) $4(x-2) \leq 2x-5$;

2) $5-6(x+1) \geq 2x+3$;

3) $3x-7 < 4(x+2)$;

4) $7-6x \geq \frac{1}{3}(9x-1)$;

5) $1,5(x-4)+2,5x < x+6$

6) $1,4(x+5)+1,6x > 9+x$;

7) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-4}{2} \leq 1$

8) $\frac{x+4}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 1$

9) $\frac{2x-5}{4} - \frac{3-2x}{5} < 1$

10) $\frac{x+2}{4} + x < 3$

11) $3(x+2) + \frac{2}{3}x < 4x+5$

12) $\frac{5x+6}{3} + 2 \leq 3x - \frac{x}{2}$

13) $\frac{2}{2+x} > 0$

14) $\frac{5}{x-3} < 0$

15) $\frac{x}{x+3} > 1$

16) $\frac{2x}{x-5} < 2$

Javoblar:

2) $x \leq -0,5$

4) $x \leq \frac{22}{27}$

6) $x > 1$

8) $x \leq 1$

10) $x < 2$

12) $x > 4,8$

14) $x < 3$

16) $x < 5$

Bitiruv malakaviy ishning maqsadi: Ushbu bitiruv malakaviy ishda chiziqli, kvadrat, modul qatnashgan, irratsional va algebraik tengsizliklar sistemasining echish usullari, har bir mavzuga doir mashqlar echib ko'rsatilgan va mustaqil echish uchun bir necha mashqlar berilgan. Har bir mashqni echish osondan qiyinlarga qarab tartiblangan.

Bitiruv malakaviy ishning dolzarbligi : Bugungi kun matematika dars mashg'ulotlari samaradorligida amaliy grafik chizmalarning axamyatlligini tadbiq qilish.

Bitiruv malakaviy ishning muammosi: Mazkur bitiruv ishda, asosan tengsizliklarni tartiblash, grafik tasviri, ularga doir mashqlar to'plash va ularni o'quvchilarga yetkazish zarur. Har bir sinfda barcha o'quvchilarni to'plangan mashqlarning kamida 80% erishish muammosi bor.

Bitiruv malakaviy ishning ob'ekti: Asosan tengsizliklarni tartiblash, ularni echish usullarini ishlab chiqish va grafik tasviri orqalin tengsizlikni isbotlash

Bitiruv malakaviy ishning predmeti: Ushbu bitiruv malakaviy ishning predmeti, asosan, quyidagilardan iborat:

- Umumta'lim maktablari matematika kursida tengsizlikning berilishi va echimi.
- Chiziqli tengsizlik va uni echish usullari.
- Kvadrat tengsizlik va uni echish.
- Modul qatnashgan tengsizliklar.
- Algebraik tengsizliklar sistemasi va uning grafik tasviri

Bitiruv malakaviy ishning vazifasi: Umumta'lim maktablarda aynan tengsizliklar mavzusini tadbiq qilish jarayonida tengsizliklarning grafik usulidan foydalanish nechog'lik zaruriy ekanligini ko'rsatib berish.

Adabiyotlar tahlili. Tengsizliklarning ta'rifi, berilish usullari, echimlari, teng kuchli tengsizliklar, birgalikda berilgan tengsizliklar haqida fikrlarni [2] - [12] adabiyotlardan, algebraik tengsizlik va echimlari haqida teoremlarni [4], [5] adabiyotlardan, chiziqli tengsizliklar, kvadrat tengsizliklarni o'rganishda [9]-[10] adabiyotlardan modul qatnashgan tenglamalarni esa [7], [9] adabiyotlardan foydalanildi. Bundan tashqari bitiruv malakaviy ishni bajarishda internet, ziyonet [10], ma'lumotlardan ham foydalanildi.

1-BOB. Umumta'lim maktablarida tengsizlik tushunchasi

1.1. Bir o'zgaruvchili ratsional tengsizlik ildizlari grafikasi

Ratsional tengsizliklarga doir misol ko'rishdan oldin asosiy tushunchalar bilan tanishamiz.

$f(x) > \varphi(x)$ tengsizlikning aniqlanish sohasi deb, barcha x qiymatlarning to'plamiga aytiladiki, ular uchun $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar aniqlangan bo'ladi. Boshqacha aytganda, $f(x) > \varphi(x)$ tengsizlikning aniqlanish sohasi – bu $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalarning aniqlangan sohalarining kesishmasidir.

$f(x) > \varphi(x)$ tengsizlikning hususiy echimi deb, shu tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha o'zgaruvchi x larga aytiladi (ya'ni shunday x qiymatlarki, ular uchun " $f(x)$ ifodaning qiymati $\varphi(x)$ qiymatning ifodasidan katta" deyilish aniq bo'ladi). Tengsizlikning echimi deb, uning barcha hususiy echimlar to'plamiga aytiladi.

Bir x o'zgaruvchili ikkita tengsizlik teng kuchli deyiladi, agar ularning echimlari ustma-ust tushsa (hususan, agar ikkala tengsizlik echimga ega bo'lmasa).

Agar $f_1(x) > \varphi_1(x)$ tengsizlikni har bir hususiy echimi bir vaqtda

$f_1(x) > \varphi_1(x)$ tengsizlikni almashtirishdan hosil bo'lgan $f_2(x) > \varphi_2(x)$ tengsizlikni ham echimi (ya'ni birinchi tengsizlikni echimi ikkinchi tengsizlikning echimini bir qismi) bo'lsa, u holda $f_2(x) > \varphi_2(x)$ tengsizlik

$f_1(x) > \varphi_1(x)$ tengsizlikning natijasi bo'ladi.

Teorem 1. Agar tengsizlikning ikki tomoniga bir xil ifoda $\phi(x)$ ni qo'shsak ($\phi(x)$ berilgan tengsizlikning aniqlanish sohasiga tegishli barcha x qiymatlarida aniqlangan), va shuning bilan birga tengsizlik belgisi joyida qolganda, u holda hosil bo'lgan tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

SHunday qilib, quyidagi tengsizliklar

$$f(x) > \varphi(x) \text{ va } f(x) + \phi(x) > \varphi(x) + \phi(x)$$

teng kuchli bo'ladi, agar $\phi(x)$ teorema shartlarini qanoatlantirsa.

Teorema 2. Agar tengsizlikni ikki qismini bir xil $\phi(x)$ ifodaga ko'paytirsak (yoki bo'lsak), bu ifoda avvalgi tengsizlikni aniqlanish sohasidagi barcha x lardan faqat musbat qiymatlarni qabul qiladi, va shuning bilan birga tengsizlik ishorasi o'zgarmay qoldirilganda, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

SHunday qilib, agar $\phi(x) > 0$ bo'lsa, u holda

$$f(x) > \varphi(x) \text{ va } f(x) \cdot \phi(x) > \varphi(x) \cdot \phi(x) \quad (\text{yoki } \frac{f(x)}{\phi(x)} > \frac{\varphi(x)}{\phi(x)})$$

tengsizliklar teng kuchli bo'ladi.

Natija. Agar tengsizlikni ikkala qismini bir xil musbat songa ko'paytirsak (yoki bo'lsak), tengsizlik ishorasini saqlagan holda, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Teorema 3. Agar tengsizlikni ikkala qismini bir xil $\phi(x)$ qiymatga ko'paytirsak (yoki bo'lsak), bu ifoda tengsizlikni aniqlanish sohasidagi barcha x lar uchun faqat manfiy qiymatlarni qabul qilsa, va shuning bilan birga tengsizlik ishorasini o'zgartirsa, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

SHunday qilib, agar $\phi(x) < 0$ bo'lsa, u holda

$$f(x) > \phi(x) \quad \text{va} \quad f(x) \cdot \phi(x) < \phi(x) \cdot \phi(x) \quad (\text{yoki} \quad \frac{f(x)}{\phi(x)} < \frac{\phi(x)}{\phi(x)})$$

tengsizliklar teng kuchli bo'ladi.

Natija. Agar tengsizlikni ikkala qismini bir xil manfiy songa ko'paytirsak (yoki bo'lsak), tengsizlik ishorasini qarama-qarshiga o'zgartirgan holda, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Teorema 4. $f(x) > \phi(x)$ tengsizlik berilgan bo'lsin, shu bilan birga tengsizlikning aniqlanish sohasidagibarcha x lar uchun $f(x) \geq 0$ va $\phi(x) \geq 0$ bo'lsin. Agar tengsizlikni ikki qismini bir xil natural n darajaga ko'tarsak va shu bilan birga tengsizlik ishorasini saqlasak, u holda hosil bo'lgan quyidagi

$$(f(x))^n > (\phi(x))^n$$

tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

Eslatma. Tengsizliklarni echishda ayniy almashtirishlar natijasida teng kuchli bo'lmagan tengsizlik ham hosil bo'lishi mumkin. Misol uchun quyidagi tengsizlikni ko'raylik

$$\sqrt{x} + x - 1 > \sqrt{x} - 5. \quad (1)$$

Tengsizlikni ikkala qismiga bir xil $\phi(x) = -\sqrt{x}$ ifodani qo'shib, quyidagi tengsizlikni hosil qilamiz

$$\sqrt{x} + x - 1 - \sqrt{x} > \sqrt{x} - 5 - \sqrt{x}, \quad (2)$$

hosil bo'lgan tengsizlik (teorema 1ga asosan) berilgan tengsizlikka teng kuchli. Quyidagiga egamiz:

$$x - 1 > -5, \quad (3)$$

undan $x > -4$. Lekin, (1) tengsizlik $x \geq 0$ da echimga ega, ya'ni (1) va (3) tengsizliklar teng kuchli emas ((3) tengsizlik (1)chi tengsizlikni natijasidir). Gap shundaki, $x - 1 > -5$ tengsizlik (1)ga qaraganda kengroq aniqlanish sohasiga ega; bu kenglik (2)chi tengsizlikda o'xshash hadlarni kiritish natijasida amalga oshirildi. SHuning uchun ayniy almashtirishlarni bajargandan so'ng, ular orqali tengsizlikni aniqlanish sohasi kengayishiga olib kelingan, topilgan echimlardan berilgan tengsizlikni aniqlanish sohasiga tegishliligini tanlab olish kerak.

Quyidagi funksiyani ko'raylik

$$f(x) = \frac{(x-a_1)^{n_1} \cdot (x-a_2)^{n_2} \cdot \dots \cdot (x-a_k)^{n_k}}{(x-b_1)^{m_1} \cdot (x-b_2)^{m_2} \cdot \dots \cdot (x-b_p)^{m_p}}, \quad (4)$$

bunda $n_1, n_2, \dots, n_k, m_1, m_2, \dots, m_p$ - natural sonlar,

$a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p$ juft-jufti bilan har xil.

$f(x)$ funksiya $x = a_1, x = a_2, \dots, x = a_k$ nuqtalarda nolga aylanadi (bu nuqtalar funksiyaning nollari deyiladi). $x = b_1, x = b_2, \dots, x = b_p$ - $f(x)$ funksiyaning uzilish nuqtalari.

Agar hamma funksiyaning nollari va uzilish nuqtalarini sonlar o'qida belgilasak, u holda ular sonlar o'qini $k + p + 1$ ta oraliqqa bo'ladi. Matematik analiz kursidan ma'lumki, bu oraliqlarning ichida $f(x)$ funksiya uzluksiz va ishorasi o'zgarmasligini saqlaydi. Ishorasini aniqlash uchun bizni qiziqtirayotgan oraliqdan ixtiyoriy nuqtani olish va bu nuqtadagi funksiya ishorasini aniqlash etarli.

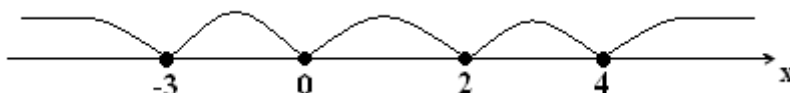
Misol 1.

$$\frac{x^2 \cdot (x-2)^3 \cdot (x+3)}{(x-4)^7} > 0 \text{ tengsizlikni echamiz.}$$

Echish.

$$f(x) = \frac{x^2 \cdot (x-2)^3 \cdot (x+3)}{(x-4)^7} \text{ funksiya } x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -3 \text{ nuqtalarda}$$

nolga aylanadi va $x_4 = 4$ nuqtada uzilishga ega. Bu to'rtta nuqta sonlar o'qini beshta oraliqqa bo'ladi (rasm 1): $(-\infty; -3); (-3; 0); (0; 2); (2; 4); (4; \infty)$. Bu oraliqlarning har birida $f(x)$ funksiyaning ishorasini aniqlaymiz.



$(-\infty; -3)$ oraliqda $x = -4$ nuqtani olamiz. $f(-4) < 0$ ga egamiz, demak, $(-\infty; -3)$ da $f(x) < 0$ bo'ladi.

$(-3; 0)$ oraliqda $x = -1$ nuqtani olamiz. $f(-1) > 0$ ga egamiz, demak, $(-3; 0)$ da $f(x) > 0$ bo'ladi.

$(0; 2)$ oraliqda $x = 1$ nuqtani olamiz. $f(1) > 0$ ga egamiz, demak, $(0; 2)$ da $f(x) > 0$ bo'ladi.

$(2; 4)$ oraliqda $x = 3$ nuqtani olamiz. $f(3) < 0$ ga egamiz, demak, $(2; 4)$ da $f(x) < 0$ bo'ladi.

$(4; \infty)$ oraliqda $x = 5$ nuqtani olamiz. $f(5) > 0$ ga egamiz, demak, $(4; \infty)$ da $f(x) > 0$ bo'ladi.

Bizga $f(x) > 0$ tengsizlikni echish kerak edi. Qilingan ishga asosan ko‘rinib turibdiki bu tengsizlik $(-3;0)$, $(0;2)$ va $(4;\infty)$ oraliqlarda bajariladi. Bu oraliqlarning yig‘indisi berilgan tengsizlikni echimi bo‘ladi.

Javobni ikki xil usulda yozish mumkin:

- 1) $(-3;0) \cup (0;2) \cup (4;\infty)$;
- 2) $-3 < x < 0; 0 < x < 2; 4 < x < \infty$.

Amaliyotda $f(x) > 0$ tengsizlikni echish uchun (mos ravishda $<, \leq, \geq$), bunda $f(x)$ - (4) ko‘rinishdagi funksiya, intervallar usuli-geometrik echish usuli deyiladigan, quyidagi uchta etarli aniq tasdiqqa asoslangan usul qo‘llaniladi:

- 1) Agar c ning qiymati $a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p$ sonlarning kattasi bo‘lsa, u holda $\overline{c}; \infty$ da $f(x)$ funksiya musbat bo‘ladi.
- 2) Agar $a_i h_i$ (mos ravishda b_i) shunday nuqtaki, $(x - a)^{h_i}$ ifodaning h_i darajasi toq son bo‘lsa, u holda a_i dan o‘ngdan va chapga (yonma-yon joylashgan oraliqlarda) funksiya har xil ishoraga ega bo‘ladi.

Agar h_i toq son bo‘lsa, a_i nuqta (mos ravishda b_i)ni oddiy deymiz. YUqorida aytilgan tasdiq shuni bildiradiki, ya‘ni $f(x)$ funksiya oddiy nuqta atrofida o‘z ishorasini o‘zgartiradi.

- 3) Agar a_i (mos ravishda b_i) shunday nuqta bo‘lsaki, $(x - a)^{h_i}$ ifodaning darajasidagi h_i son juft bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiya o‘sha a_i atrofida bir xil ishoraga ega bo‘ladi.

Agar h_i juft son bo‘lsa, u holda a_i (mos ravishda b_i) nuqtani ikkilangan deyiladi. YUqorida aytilgan tasdiq shuni bildiradiki, ya‘ni $f(x)$ funksiya ikkilangan nuqta atrofida o‘z ishorasini o‘zgartirmaydi.

Demak, misol 1da $x = -3, x = 2, x = 4$ nuqtalar oddiy, $x = 0$ ikkilangan nuqta bo‘ladi. $f(x)$ funksiyaning oraliqlardagi ishoralari rasm 7da ko‘rsatilgan.[5]

SHunday qilib, $(-3;0); (0;2); (4;\infty)$ oraliqlarda $f(x) > 0$. Xuddi shuni o‘zi misol 1ni echishda hosil qilingan edi.

YUqoridagi uchta tasdiq qoidalariga asoslangan xolda *intervallar usuli*

$$\frac{(x - a_1)^{n_1} (x - a_2)^{n_2} \dots (x - a_k)^{n_k}}{(x - b_1)^{m_1} (x - b_2)^{m_2} \dots (x - b_p)^{m_p}} > 0 (< 0) \quad (5)$$

ko‘rinishdagi tengsizliklarni echishda qo‘llaniladi.

U usul quyidagidan iborat:

1) Sonlar o‘qida (5)chi tengsizlikni chap tomonida joylashgan $f(x)$ funksiyani nollari va uzilish nuqtalarini bo‘yalmagan doirachalar bilan belgilaymiz.

2) O‘ngdan chapga, sonlar o‘qini yuqorisidan boshlab, to‘lqinsimon egra chiziq chiziladi, ular belgilangan nuqtalardan o‘tadi, shuni ta’kidlash kerakki, oddiy nuqtadan o‘tayotganda egri chiziq to‘g‘ri chiziqni kesib o‘tadi, ikkilangan nuqtadan o‘tayotganda esa egri chiziq to‘g‘ri chiziqning bir tomonida (qaysi tomonida bo‘lsa, o‘sha tomonida) qoladi.

3) (5) tengsizlikni ishorasiga mos ravishda oraliqlar tanlanadi (qaerda $f(x) > 0$ bo‘lsa, o‘sha erda egri chiziq sonlar o‘qini yuqorisida joylashgan bo‘ladi, qaerda $f(x) < 0$ bo‘lsa, o‘sha erda egri chiziq sonlar o‘qini pastki qismida joylashgan bo‘ladi); ularning birlashmasi (5) tengsizlikni echimini anglatadi.

Qulaylik uchun ikkilangan nuqtani chizmada tagiga chiziq chiziladi, yuqorida aytib o‘tilgan egri chiziqni egri chiziqlar belgisi deymiz. Rasm 1da misol 1dagi tengsizlik uchun egri chiziqlar belgisi tasvirlangan.

SHuni ta’kidlab o‘tamizki, qat’iy bo‘lmagan tengsizliklarda $f(x) \geq 0$ yoki $f(x) \leq 0$, bunda $f(x)$ -(4) ko‘rinishdagi funksiya, funksiyani nollarini chizmada bo‘yalgan doirachalar bilan belgilanadi va javobga qo‘shib qo‘yiladi.

Misol 2. Quyidagi

$$\frac{(x+6)(x+3)(x-4)}{(2x-3)(4x-15)} < 0$$

tengsizlikni echamiz.

Echish. Tengsizlikni quyidagi ko‘rinishga almashtiramiz

$$\frac{(x+6)(x+3)(x-4)}{2(x-\frac{3}{2}) \cdot 4(x-\frac{15}{4})} < 0.$$

Egri chiziqlarni belgisi yordamida

$$f(x) = \frac{(x+6)(x+3)(x-4)}{(x-\frac{3}{2})(x-\frac{15}{4})}$$

Funksiya ishorasini o'zgarishini ko'ramiz; bu erda barcha nollar va uzilish nuqtalar-oddiy nuqtalar (rasm 9). $f(x) < 0$ ni qanoatlantiruvchi x lar $(-\infty; -6); (-3; \frac{3}{2}); (\frac{15}{4}; 4)$ oraliqlarda yotadi.

Tengsizlik echimi ko'rsatilgan oraliqlarning yig'indisidan iborat.

Misol 3. Quyidagi tengsizlikni echamiz

$$\frac{(x-1)^3(x+2)^4(x-3)^5(x+6)}{x^2(x-7)^3} \leq 0.$$

Echish. Sonlar o'qida funksiyaning nollari: 1, -2, 3, -6 (bo'yalgan doirachalar), va uzilish nuqtalari: 0, 7 (bo'yalmagan doirachalar), ikkilangan nuqtalarni ajratamiz: -2, 0, va egri chiziq belgilarini chizamiz (rasm 13). Javobni yozamiz:

$$-6 \leq x \leq -2; -2 \leq x < 0; 0 < x \leq 1; 3 \leq x < 7,$$

yoki, qisqacha, $[-6; 0] \cup (0; 1] \cup [3; 7)$

1. Bir noma'lumli ratsional tengsizliklar sistemasi va birlashmasi.

Bir noma'lumli bir necha tengsizliklar faqat shunday holda tengsizliklar sistemasini tashkil qiladi, agarda har bir berilgan tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha o'zgaruvchilarning shunday qiymatlarini qidirish masalasi qo'yilsa.

Bir noma'lumli bir necha tengsizliklar faqat shunday holda tengsizliklar birlashmasini tashkil qiladi, agarda berilgan tengsizliklarda hech bo'lmaganda bittasini qanoatlantiruvchi barcha o'zgaruvchilarning shunday qiymatlarini qidirish masalasi qo'yilsa.

Aytilganga asosan kelib chiqadiki tengsizliklar sistemasini echimi sistema hosil qiluvchi tengsizliklar echimining kesishmasi bo'lib xizmat qiladi, birlashmaning echimi birlashma hosil qiluvchi tengsizliklar echimining birlashmasi bo'lib xizmat qiladi (bu erda, xuddi yuqorida aytilganga o'xshash, echim deganda barcha hususiy echimlar to'plamini anglatuvchi umumiy echim tushuniladi).

Sistema hosil qiluvchi tengsizliklar figurali qovus bilan birlashtiriladi. Ayrim hollarda tengsizliklar sistemasi bir qator qilib yoziladi. Masalan, sistema

$$\begin{cases} 2x + 3 < x - 4 \\ 2x + 3 > 3x - 1 \end{cases}$$

quyidagichi yozilishi mumkin $3x - 1 < 2x + 3 < x - 4$.

Tengsizliklar sistemasi ta'rifidan kelib chiqadiki, agar $f(x) > \varphi(x)$ tengsizlik $f_1(x) > \varphi_1(x)$ va $f_2(x) > \varphi_2(x)$ tengsizliklarni natijasidan iborat (yoki bu tengsizliklardan faqat bittasini natijasi) bo'lsa, u holda

$$\begin{cases} f_1(x) > \varphi_1(x) \\ f_2(x) > \varphi_2(x) \end{cases}$$

tengsizliklar sistemasi quyidagi sistemaga teng kuchli bo‘ladi:

$$\begin{cases} f_1(x) > \varphi_1(x) \\ f_2(x) > \varphi_2(x) \\ f(x) > \varphi(x). \end{cases}$$

Boshqacha qilib aytganda, agar berilgan tengsizliklar sistemasiga natija-tengsizlik qo‘shib yozilsa, yoki teskarisi, berilgan tengsizliklar sistemasidan natija-tengsizlik tashlab yuborilsa, u holda berilgan tengsizliklar sistemasiga teng kuchli tengsizliklar sistemasi hosil bo‘ladi. Masalan,

$$\begin{cases} x^2 - 5x > 3 \\ x^2 - 5x > 7 \\ \frac{2x-1}{x+2} < 1 \end{cases} \text{ va } \begin{cases} x^2 - 5x > 7 \\ \frac{2x-1}{x+2} < 1 \end{cases}$$

tengsizliklar sistemasi teng kuchli (birinchi tengsizliklar sistemasidan $x^2 - 5x > 3$ tengsizlik “tashlab yuborilgan”, chunki u $x^2 - 5x > 7$ tengsizlikni natijasi bo‘lgani uchun).

Birlashma tashkil qiluvchi tengsizliklarni kvadrat qovus bilan birlashtiriladi. Tengsizliklar birlashmasini bir qator qilib ham yozish mumkin, bu holda “ ; ” belgisi ishlatiladi.

Qat’iy bo‘lmagan tengsizlik mos qat’iy tengsizlik va tenglamadan iborat birlashmaga teng kuchli bo‘ladi. Masalan, $f(x) \geq \varphi(x)$ tengsizlik

$$\begin{cases} f(x) > \varphi(x) \\ f(x) = \varphi(x), \end{cases}$$

birlashmaga teng kuchli.

Har bir $f(x) \neq \varphi(x)$ “teng emas” ifodani ikkita qat’iy tengsizlik ko‘rinishda yozish mumkin:

$$f(x) > \varphi(x); f(x) < \varphi(x).$$

Misol 8. Quyidagi tengsizliklar sistemasi echilsin:

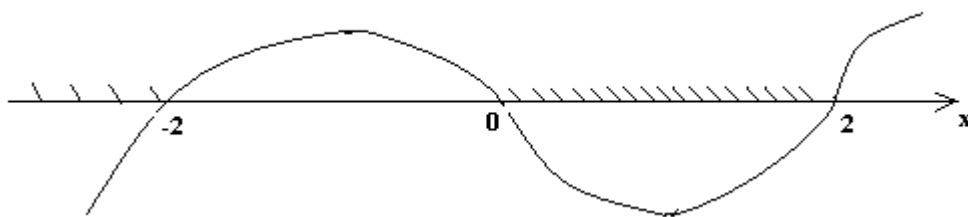
$$\begin{cases} \frac{x^2 + x - 4}{x} < 1, \\ x^2 < 64. \end{cases}$$

Echish. Oldin birinchi tengsizlikni qaraymiz,

$$\frac{x^2 + x - 4}{x} - 1 < 0, \frac{(x-2)(x+2)}{x} < 0,$$

Egri chiziqlar belgisiga asosan bu tengsizlikni echimini (rasm 1) topamiz:

$$(-\infty; -2] \cup [0; 2]$$



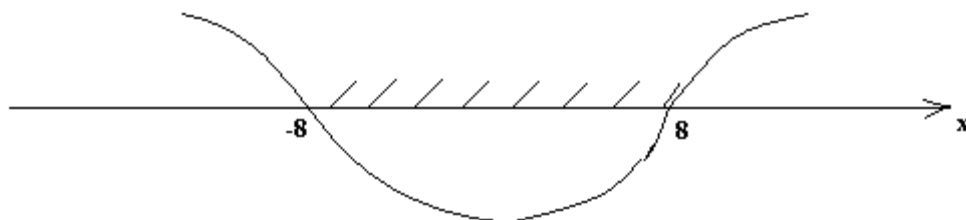
Rasm 1.

Berilgan sistemani ikkinchi tengsizligini echamiz,

$$x^2 - 64 < 0, \text{ yoki } (x-8)(x+8) < 0.$$

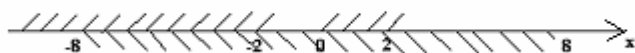
Egri chiziq belgisi yordamida bu tengsizlikni echimini (rasm 2) topamiz:

$$(-8; 8)$$



Rasm 2.

Birinchi va ikkinchi tengsizliklarni topilgan echimlarini umumiy sonlar o'qida (rasm 3) belgilab, echimlar kesishmasini topamiz. Javob: $[-8; -2] \cup [0; 2]$



Rasm 3.

Misol 9. Quyidagi tengsizliklar birlashmasi echilsin:

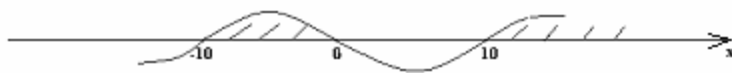
$$\begin{cases} x^5 \geq 100x^3 \\ \frac{(x+9)(5x-x^2+18)}{x^2-18x+45} \geq 0. \end{cases}$$

Echish. Birlashmadagi birinchi tengsizlikni quyidagi ko'rinishga almashtiramiz:

$$x^3(x-10)(x+10) \geq 0.$$

Egri chiziqlar belgisi yordamida (rasm 4) bu tengsizlikni echimini topamiz:

$$[-10; 0] \cup [0; \infty)$$



Rasm 4.

Birlashmadagi ikkinchi tengsizlikni qaraymiz. Quyidagiga egamiz:

$$\frac{(x+9)(x^2-5x+18)}{(x-3)(x-15)} \leq 0.$$

$x^2 - 5x + 18$ uchhadning diskriminanti manfiy va katta koeffitsient musbat bo'lgani uchun barcha x larda $x^2 - 5x + 18 > 0$ bo'ladi, va tengsizlikni ikki tarafini $x^2 - 5x + 18$ ga bo'lib, quyidagi teng kuchli tengsizlikni hosil qilamiz:

$$\frac{x+9}{(x-3)(x-15)} \leq 0.$$

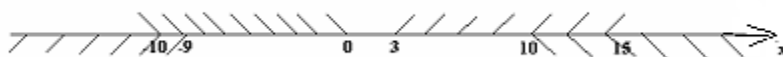
Egri chiziq belgisi yordamida (rasm 5) oxirgi tengsizlikni echimini topamiz:

$$(-\infty; -9] \cup [3; 15]$$



Rasm 5.

Topilgan har bir birlashma tengsizliklarning echimini birlashtirib (rasm 6), berilgan birlashmani echimini topamiz:
$$(-\infty; 0] \cup [3; \infty)$$



Rasm 6.

4. O'zgaruvchilari modul ostida bo'lgan tengsizliklar.

Bunday tengsizliklarni echishda teng kuchli tengsizliklar haqidagi teorema doimo kerak bo'ladi.

$|f(x)| > |\varphi(x)|$ tengsizlikni echish talab qilinsin. Agar $P(x)$ biror funksiya bo'lsa, u holda $|P(x)| \geq 0$ va $|P(x)|^2 = (P(x))^2$ bo'lishidan foydalanamiz.[4]

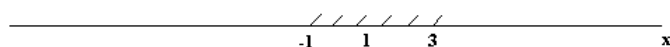
Bu degani, teorema 4dagi $|f(x)| > |\varphi(x)|$ tengsizlik $(f(x))^2 > (\varphi(x))^2$ tengsizlikka teng kuchli bo'ladi. Undan tashqari, ayrim hollarda haqiqiy son modulining geometrik jihatidan foydalaniladi. Ishimiz shundaki, $|a|$ ifoda geometrik jihatidan sonlar o'qida a nuqtadan koordinata boshigacha bo'lgan masofani bildiradi, $|a - b|$ esa a va b nuqtalar orasidagi masofani anglatadi.

1.2. Bir o'zgaruvchili tengsizliklarni echishning ayrim usullari

Misol 10. $|x-1| < 2$ tengsizlikni echamiz.

Echish. 1chi usul. Tengsizlikni ikki tarafi barcha x lar uchun manfiy bo'lmagani uchun, uni ikki tarafini kvadratga ko'tarib $(x-1)^2 < 4$, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil qilamiz. Undan quyidagiga ega bo'lamiz: $x^2 - 2x - 3 < 0$. Buni echib, tengsizlik echimini topamiz: $[-1; 3]$

2chi usul. $|x-1|$ ni sonlar o'qida x va 1 nuqtalar orasidagi masofa deb qarash mumkin. Demak, biz shunday x larni sonlar o'qida ko'rsatishimiz kerakki, ular 1 koordinatali nuqtadan 2 birlikdan kichik masofada joylashgan bo'lsin (rasm 7),



Rasm 7.

Qidiralayotgan echim: $[-1; 3]$

3chi usul.

$$|x-1| = \begin{cases} x-1, & \text{agar } x-1 \geq 0 \\ -(x-1), & \text{agar } x-1 < 0 \end{cases}$$

bo'lgani uchun, bu holda berilgan tengsizlik ikki sistema birlashmasiga teng kuchli bo'ladi:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 < 2 \end{cases} \text{ va } \begin{cases} x-1 < 0 \\ -(x-1) < 2 \end{cases}$$

Birinchi sistemadan $1 \leq x < 3$ ni, ikkinchisidan esa $-1 < x < 1$ ni topamiz. Bu echimlarni birlashtirib, berilgan tengsizlikni echimini topamiz: $[-1; 3]$.

Misol 11. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$|2x-1| \leq |3x+1|.$$

Echish. Tengsizlikni ikki tarafini kvadratga ko'tarib, quyidagini hosil qilamiz: $(2x-1)^2 \leq (3x+1)^2$, va bundan $x(x+2) \geq 0$ bo'ladi, oxirgi tengsizlikdan echimni topamiz: $[-\infty; -2] \cup [0; +\infty]$

Misol 12. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$|x^2 - 3x + 2| \leq 2x - x^2.$$

Echish. Tengsizlik quyidagi sistemalar birlashmasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 2x - x^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ -(x^2 - 3x + 2) \leq 2x - x^2 \end{cases},$$

buni echib ketma-ket quyidagilarni topamiz:

$$\begin{cases} (x-1)(x-2) \geq 0 \\ (x-\frac{1}{2})(x-2) \leq 0 \end{cases}; \begin{cases} (x-1)(x-2) < 0 \\ x-2 < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1, x \geq 2 \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}; \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x \leq 2, \end{cases} \quad \text{bulardan}$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1, x = 2, 1 < x < 2.$$

Topilgan echimlarni birlashtirib, $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ ni hosil qilamiz.

Misol 13. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$|x-4| + |2x+6| > 10.$$

Echish. Modul ta'rifiga asosan quyidagiga egamiz:

$$|x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{agar } x \geq 4 \\ -(x-4), & \text{agar } x < 4 \end{cases}$$

Demak, modulni echish uchun $x \geq 4, x < 4$ hollarini ko'rish mumkin. Xuddi shunga o'xshash:

$$|2x+6| = \begin{cases} 2x+6, & \text{agar } x \geq -3, \\ -(2x+6), & \text{agar } x < -3 \end{cases}$$

Bunda ham modulni echish uchun ikkita, ya'ni $x \geq -3, x < -3$ xolatlarni ko'ramiz. SHunday qilib, biz sonlar o'qida x ni -3 va 4 nuqtalarga nisbatan joylashishini ko'rishimiz kerak. Bu nuqtalar sonlar o'qini uchta oraliqqa ajratadi:

$$(-\infty; -3] \cup]-3; 4] \cup [4; \infty)$$

Berilgan tengsizlikni har bir oraliqda ko'rib, uchta sistemadan iborat birlashmani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x \leq -3 \\ -(x-4) - (2x+6) > 10 \end{cases}; \begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ -(x-4) + (2x+6) > 10 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 4 \\ x-4 + (2x+6) > 10. \end{cases}$$

Birinchi sistemadan $x < -4$ ekanligini topamiz; ikkinchisidan $0 < x \leq 4$ ni; uchinsidan esa $x \geq 4$ ni topamiz. Topilgan echimlarni birlashtirib, $(-\infty; -4] \cup [0; \infty)$ ni topamiz.

4. Irratsional tengsizliklar

Irratsional tengsizliklarni echishda qaysi usullardan (darajaga ko'tarish, yangi o'zgaruvchilarni kiritish va xokazo) foydalangan bo'lsak, irratsional tengsizliklarni echishda ham shu usullardan foydalanamiz. Ammo ularning farqi shundaki tengsizlik echimini o'rinlashtirish bilan tekshirish, qoida bo'yicha mumkin emas, chunki odatda tengsizlik echimi cheksiz to'plam bo'ladi. Bu degani, tengsizliklarni echishda (shartmas irratsional bo'lishi) almashtirish bajarishda teng kuchli tengsizlikka kelishini tekshirib borish zarurdir.

Har qanday irratsional tengsizlik, kvadrat ildiz belgisi ostida noma'lumni saqlagan holda, oxiri oqibat $\sqrt{f(x)} > \varphi(x)$, yoki $\sqrt{f(x)} < \varphi(x)$ tengsizlik ko'rinishiga keladi.

Quyidagi tengsizlikni qaraymiz:

$$\sqrt{f(x)} < \varphi(x). \quad (1)$$

Ma'lumki, bu tengsizlikni har bir echimi bir vaqtda $f(x) \geq 0$ tengsizlikni (bu shartda tengsizlikni chap qismi aniqlangan) va $\varphi(x) > 0$ tengsizlikni echimi bo'ladi (chunki $\varphi(x) > \sqrt{f(x)} \geq 0$).

Demak, (1) tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \varphi(x) > 0 \\ \sqrt{f(x)} < \varphi(x), \end{cases}$$

bunda $f(x) \geq 0$ va $\varphi(x) > 0$ -(1) tengsizlikni natijalari.

Bu sistemani ikkita birinchi tengsizligi bilan aniqlangan to'plamda sistemani uchinchi tengsizligining ikkala qismi faqat manfiy bo'lmagan qiymatlarni qabul qilsa, bu holda ko'rsatilgan to'plamda kvadratga oshirish (1) tengsizlikni teng kuchli tengsizlikka almashtirishdan iborat.

SHunday qilib, (1)chi tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \varphi(x) > 0 \\ f(x) < (\varphi(x))^2. \end{cases}$$

SHunga o'xshash, $\sqrt{f(x)} \leq \varphi(x)$ tengsizlik

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \varphi(x) \geq 0 \\ f(x) \leq (\varphi(x))^2. \end{cases}$$

tengsizliklar sistemasiga teng kuchlidir.

Endi quyidagi ko'rinishdagi tengsizlikni qaraymiz:

$$\sqrt{f(x)} > \varphi(x). \quad (2)$$

U quyidagi tengsizliklar sistemasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \sqrt{f(x)} > \varphi(x), \end{cases}$$

lekin, oldingi holatdan farqi, $\varphi(x)$ manfiy bo'lmagan va manfiy qiymatlarni qabul qilishi mumkin. SHuning uchun, (2) sistemadagi har ikki $\varphi(x) < 0$ va $\varphi(x) \geq 0$ holatlarni qarab, sistemalar birlashmasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \varphi(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ \sqrt{f(x)} > \varphi(x) \end{cases} ; \begin{cases} \varphi(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ \sqrt{f(x)} > 0. \end{cases}$$

Bu sistemalarning birinchisida uchinchi tengsizlikni tashlab yuborish mumkin, chunki u birinchi ikkitasini natijasidir; ikkinchisida oxirgi tengsizlikni ikki tarafini kvadratga oshirish mumkin.

Demak, (2) tengsizlik ikkita tengsizliklar sistemasi birlashmasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} \varphi(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} ; \begin{cases} \varphi(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) > (\varphi(x))^2. \end{cases}$$

SHuni ta'kidlaymizki, ikkinchi sistemadagi ikkinchi tengsizlikni tashlab yuborish mumkin, chunki u tengsizliklar sistemasining oxirgi tengsizligini natijasidir.

Misol 1. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$\sqrt{2x-1} < x+2.$$

Echish. Berilgan tengsizlik-(1) ko'rinishdagi tengsizlikdir. SHuning uchun u quyidagi tengsizliklar sistemasiga teng kuchlidir:

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x+2 > 0 \\ 2x-1 < (x+2)^2, \end{cases}$$

ya'ni quyidagi sistemaga

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x > -2 \\ x^2 + 2x + 5 > 0. \end{cases}$$

$x^2 + 2x + 5$ kvadrat uchhadning diskriminanti manfiy va katta koeffitsienti musbat bo'lgani uchun u x ning barcha qiymatlarida musbatdir.

SHuning uchun, oxirgi sistema echimi, ya'ni berilgan tengsizlikni ham echimi

$$\left[\frac{1}{2}; +\infty \right[\text{ dan iborat bo'ladi.}$$

Misol 2. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$\sqrt{(x+2)(x-1)} \geq 2(x+2).$$

Echish. Berilgan tengsizlik (2) ko'rinishdagi tengsizlik bo'lgani uchun, bu holda u quyidagi sistemalar birlashmasiga teng kuchli:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+2)(x-1) \geq 0 \\ 2(x+2) < 0 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} (x+2)(x-1) \geq 0 \\ 2(x+2) \geq 0 \\ (x+2)(x-1) \geq (2(x+2))^2. \end{array} \right.$$

Birinchi sistemadan $x < -2$ ni, ikkinchisidan esa $x = 2$ ni topamiz. Echimlarni birlashtirib, $-\infty; -2$ ni topamiz.

Misol 3. Quyidagi sistema echilsin:

$$\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} > 8. \quad (5)$$

Echish. (5) tengsizlik quyidagi sistemaga teng kuchli:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x+5 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} > 8. \end{array} \right. \quad (6)$$

(6) sistemaning oxirgi tengsizligining ikki tarafi faqatmanfiy bo'lmagan qiymatlarni qabul qilgani uchun, bu holda (6)chi sistema quyidagi sistemaga teng kuchlidir:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x+5 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ (\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1})^2 > 64, \end{array} \right. \quad \text{yoki} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ 2\sqrt{2x^2+3x-5} > 60-3x. \end{array} \right. \quad (7)$$

(7)chi sistemani tengsizligi (2)chi ko'rinishdagi tengsizlikdir, shuning uchun (7)chi sistema quyidagi sistema birlashmasiga teng kuchlidir:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ 2x^2+3x-5 \geq 0 \\ 60-3x \geq 0 \\ x^2-372x+3620 < 0 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ 2x^2+3x-5 \geq 0 \\ 60-3x < 0. \end{array} \right.$$

SHuni ta'kidlaymiz, $x \geq 1$ da $2x^2+3x-5 \geq 0$ tengsizlik o'rinlidir (chunki $2x^2+3x-5 = (2x+5)(x-1)$), shuning uchun oxirgi tengsizliklar sistemasining birlashmasi quyidagi birlashmaga teng kuchlidir:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq 20 \\ (x-10)(x-362) < 0 \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x > 20. \end{array} \right.$$

Bu birlashmani echib, $10 < x \leq 20$; $x > 20$ ni hosil qilamiz. Bu echimlarni birlashtirib, (5) tengsizlikni echimi $\underline{10}; +\infty$ ni topamiz.

Parametrli tengsizliklar.

Parametrli tengsizliklarda parametrning qaysi qiymatlarida tengsizlikning echimlar to'plami qaysi to'plamdan iborat bo'lishi ko'rsatiladi. Misollar echamiz.

Misol 1. Quyidagi tengsizlik echilsin:

$$ax^2 - 2x + 4 > 0. \quad (8)$$

Echish. x^2 oldidagi koeffitsientlarni va $ax^2 - 2x + 4$ kvadrat uchhadni diskriminantini nolga tenglashtirib, parametrni $a = 0$ birinchi kontrol qiymatini va $a = \frac{1}{4}$ ikkinchi kontrol qiymatini topamiz (agar $a > \frac{1}{4}$ bo'lsa, u holda $D < 0$,

agar $a \leq \frac{1}{4}$ bo'lsa, u holda $D \geq 0$). (8) tengsizlikni quyidagi to'rta xolatdan har birida echamiz:

$$1) a > \frac{1}{4}; 2) 0 < a \leq \frac{1}{4}; 3) a = 0; 4) a < 0.$$

$$1) \text{ Agar } a > \frac{1}{4} \text{ bo'lsa, u holda } ax^2 - 2x + 4 \text{ kvadrat uchhad manfiy}$$

diskriminantga ega va katta koeffitsienti musbat bo'ladi. Demak, kvadrat uchhad ixtiyoriy x larda musbat, ya'ni (8) tengsizlikni echimi bu holda barcha sonlar to'plamidan iborat.

$$2) \text{ Agar } 0 < a \leq \frac{1}{4} \text{ bo'lsa, u holda } ax^2 - 2x + 4 \text{ uchhad quyidagi ildizlarga}$$

$$\text{ega } x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4a}}{a}, \text{ bunda } \frac{1 - \sqrt{1-4a}}{a} \leq \frac{1 + \sqrt{1-4a}}{a}.$$

Demak, (8) tengsizlikni echimi quyidagidan iborat:

$$x < \frac{1 - \sqrt{1-4a}}{a}; x > \frac{1 + \sqrt{1-4a}}{a}.$$

3) Agar $a = 0$ bo'lsa, u holda (8) tengsizlik $-2x + 4 > 0$ ko'rinishga ega bo'ladi, undan esa $x < 2$ ni topamiz.

$$4) \text{ Agar } a < 0 \text{ bo'lsa, } \frac{1 + \sqrt{1-4a}}{a} < \frac{1 - \sqrt{1-4a}}{a} \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

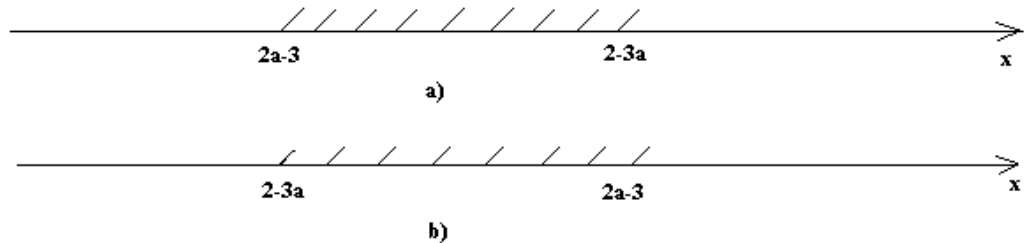
Demak, bu holda (8) tengsizlikni echimi quyidagi sistemadan iborat:

$$\frac{1 + \sqrt{1-4a}}{a} < x < \frac{1 - \sqrt{1-4a}}{a}.$$

Misol 2. $[-3; 3]$ ga tegishli barcha x lar uchun $(x - 2 + 3a)(x - 2a + 3) < 0$ tengsizlik bajariladigan a parametrning hamma qiymatlari topilsin.

Echish. Berilgan tenglama $(x - x_1)(x - x_2) < 0$ ko'rinishga ega, bunda $x_1 = 2 - 3a, x_2 = 2a - 3$. Uni echib, $x_1 < x < x_2$ ($x_1 < x_2$) yoki $x_2 < x < x_1$ ($x_2 < x_1$) ni hosil qilamiz; agar $x_1 = x_2$ bo'lsa, uholda echim yo'q.

SHunday qilib, tengsizlikni echimi bo'lib, yoki $(2a - 3, 2 - 3a)$ oraliq, yoki $(2 - 3a, 2a - 3)$ oraliq xizmat qiladi (rasm 8, a), v))



Rasm 8.

Masalani shartidan kelib chiqadiki, $[-3; 3]$ kesmadagi barcha nuqtalar berilgan tengsizlikni qanoatlantiradi, bu esa faqat va faqat shu xolda bajariladiki, qachonki $2a-3$ koordinatali nuqtalar $x_1; x_2$ yoki $x_2; x_1$ oraliqlar ichida yotsa, ya'ni

$2a - 3 < 2 < 3 < 2 - 3a$ bo'lganda, yoki

$2 - 3a < 2 < 3 < 2a - 3$ bo'lganda.

$2a - 3 < 2 < 3 < 2 - 3a$ tengsizlik sistemasidan

$\begin{cases} 2a - 3 < 2 \\ 2 - 3a > 3 \end{cases}$ sistemani hosil qilamiz, bundan $a < -\frac{1}{3}$ ekanligini topamiz.

$2 - 3a < 2 < 3 < 2a - 3$ tengsizliklar sistemasi

$\begin{cases} 2 - 3a < 2 \\ 2a - 3 > 3 \end{cases}$ sistemaga teng kuchli, bundan $a > 3$ ekanligini topamiz.

Demak, berilgan tengsizlik barcha $x \in [-3; 3]$ lar uchun $a < -\frac{1}{3}$ yoki $a > 3$

bo'lganda bajariladi.[8]

Mustaqil echish uchun misollar.

a va b sonlarni solishtiring:

1. $a = \sqrt[4]{19}, b = \sqrt{7}$.

2. $a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}, b = 2(\sqrt{2} - 1)$.

3. $a = 6, b = \frac{3\sqrt{7} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

Quyidagi tengsizliklarni isbotlang:

1. Agar $a + b \geq 0$ bo'lsa, u holda $ab(a + b) \leq a^3 + b^3$.

2. $a^2 + 2b^2 + 2ab + b + 10 > 0$.

3. $1 + 2a^4 \geq a^2 + 2a^3$.

Quyidagi tengsizliklar echilsin:

1. $x(x-1)^2 > 0$.

2. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 35} > 0$.

3. $|3x - 1| \geq 5$.

4. $|1 - 2x| > 3 - x$.

5.
$$\begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - 7\frac{1}{21} \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2} \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 2x^2 + 2 < 5x \\ x^2 \geq x \end{cases}$$

7. $\sqrt{10x-7} > 1$.

8. $\sqrt{2x+10} < 3x-5$.

9. $\sqrt{x^2-4x} > x-3$.

10. $a^2 + ax < 1 - x$.

II- BOB. Tengsizliklarning turli talqindi.

2.1.Kvadrat tengsizliklarni o'qitish metodikasi

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (ax^2 + bx + c \geq 0) \quad ax^2 + bx + c < 0 \quad (ax^2 + bx + c \leq 0)$$

ko`rinishidagi yoki shu ko`rinishga keltirilishi mumkin bo`lgan tengsizlik kvadrat tengsizlik deyiladi (bunda  $x$  – o`zgaruvchi, a, b, c – o`zgar-mas sonlar).[2]

I. Kvadrat tengsizlikni yechishda quyidagilarga amal qilish kerak.

$ax^2 + bx + c < 0$ kvadrat uchhadni $a(x-x_1)(x-x_2) < 0$ ko`rinishida tasvirlaymiz (x_1 va x_2 ($x_1 < x_2$) kvadrat uchhadlarning nollari).

$a(x-x_1)(x-x_2) < 0$ yechimi $a > 0$ bo`lganda  $x \in (x_1, x_2)$ ,  $a < 0$  bo`lganda $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)$ bo`ladi, chunki  $ax^2 + bx + c$  ning ishorasi  $a$  ning qiymatiga qarab u yoki bu oraliqning ishorasi bilan bir xil bo`ladi. $a(x-x_1)(x-x_2) > 0$ bo`lganda, aksincha.

Agar $ax^2 + bx + c$ uchhadning diskriminanti $D < 0$ bo'lsa, $ax^2 + bx + c > 0$ tengsizlik $a > 0$ bo'lganda x ning barcha qiymatlarida o'rinli, $a < 0$ bo'lsa, yechimga ega emas. Amalda bu qoidaning qo'llanishini misollarda ko'rib chiqamiz. **Misol. 1)** $2x^2 + 5x + 3 > 0$ tengsizlik yechilsin.

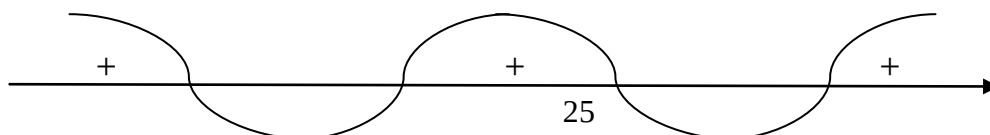
Yechish: Kvadrat uchhadning ildizlarini topib, tengsizlikni $2(x + \frac{3}{2})(x + 1) > 0$ ko'rinishida yozamiz. Kvadrat uchhadning aniqlanish sohasi $(-\infty, \infty)$ ekanligini bilgan holda, uni $x_1 = -\frac{3}{2}$, $x_2 = -1$ nuqtalar yordamida oraliqlarga ajratamiz: $(-\infty, -\frac{3}{2})$, $(-\frac{3}{2}, -1)$ va $(-1, \infty)$. Bu oraliqlarni sonlar o'qi-da tasvirlaymiz:



$2(x + \frac{3}{2})(x + 1) > 0$ – tengsizlikda ikkala qavsning ishorasi chapdagi oraliqda hamma vaqt musbat bo'ladi, undan bitta oldingi oraliqda esa qavslarning ishorasi qarama-qarshi bo'lib, umumiy ishora minus bo'ladi, keyingisida musbat bo'ladi va hokazo. Tengsizlik yechimi $x \in (-\infty; \frac{3}{2}) \cup (-1, \infty)$ bo'ladi. Bu usulda ko'paytuvchilar (qavslar) soni ko'p bo'lganda ham foydalanish mumkin.

Misol. 2) $x(x + 3)(x + \frac{1}{2})(x - 1) < 0$ bo'lsin.

Bu tengsizlikda chap tomondagi ifodaning nollari -3 , $-\frac{1}{2}$, 0.1 bo'ladi, shuning uchun yechim tasviri quyidagicha bo'ladi:



$$-3 \quad - \quad -0.5 \quad 0 \quad - \quad 1$$

Ifoda manfiy qiymatlarni $(-3; -\frac{1}{2})$ va $(0; 1)$ oraliqlarda qabul qiladi. Yechim

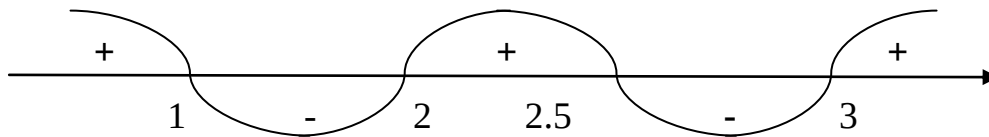
$$x \in (-3; -\frac{1}{2}) \cup (0; 1).$$

Keltirilgan usuldan (u intervallar usuli deyiladi) kasr ifoda bo`l-ganda ham foydalanish mumkin.

Misol: 3) $\frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ tengsizlik yechilsin.

Yechish: Bu tengsizlikni quyidagicha yozamiz:

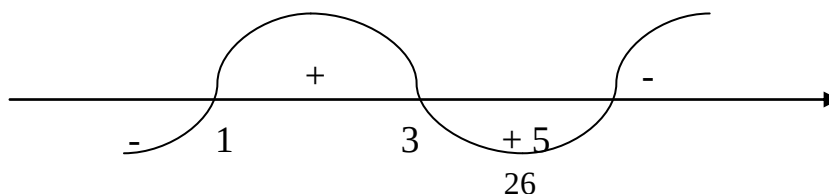
$$\frac{2(x-1)(x-\frac{5}{2})}{(x-2)(x-3)} \geq 0 \text{ va sonlar o`qida belgilab topamiz:}$$



Yechim: $x \in (-\infty, 1] \cup (2, \frac{5}{2}] \cup (3, \infty).$

Misol. 4) $\frac{x+7}{x-5} + \frac{3x+1}{2} \leq 0$ tengsizlik yechilsin.

Yechish: $\frac{2x+14+3x^2+x-15x-5}{2(x-5)} \leq 0, \frac{3x^2-12x+9}{2(x-5)} \leq 0, \frac{3(x-1)(x-3)}{2(x-5)} \leq 0$



Yechim: $x \in (-\infty; 1] \cup [3; 5)$.

Mashqlar

Tengsizliklarni yeching:

a. 1) $x^2 + 5x + 4 \geq 0$

2) $x^2 + 7x + 6 \leq 0$

b. 1) $3x^2 - 5x + 2 \leq 0$

2) $4x^2 + 5x + 1 \leq 0$

c. 1) $2x^2 + 3x \geq 0$

2) $5x^2 - 2x \leq 0$

d. 1) $4x^2 + 1 > 0$

2) $2x^2 + 3 < 0$

e. 1) $2x^2 - 3x + 5 < 0$

2) $3x^2 + 4x + 2 > 0$

f.1) $x^2(x+1)(x-2)(x-5) > 0$

2) $x^2(x+2)(x-1)(x-3) < 0$

g.1) $(x+3)^2(x-2)(x-4) \leq 0$

2) $(x+2)(x+1)^2(x+\frac{1}{2})(x-2)^2 \geq 0$

h.1) $(2x-1)(x-4)(x-3) \geq 0$

2) $(3x+2)(x^2-1)(x-2) \leq 0$

i. 1) $\frac{x^2+5x+4}{2x^2-3x+2} \leq 0$

2) $\frac{3x^2-5x+2}{x^2+x-6} \geq 0$

j. 1) $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-2} < 0$

2) $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+2} < 1$

Javoblar:

a.2) $x \in [-1, -6]$ b.2) $x \in [-0.25; -1]$ c.2) $x \in [0; 0.4]$

d. 2) $x \notin$

e. 2) $x \in (-\infty, \infty)$

f. 2) $x \in (-\infty, 0) \cup (0, -2) \cup (1, 3)$

g. 2) $x \in (-\infty, -2) \cup (-0.5; 2) \cup (2, \infty)$ h 2) $x \in [-1.5; -1] \cup [1, 2]$

i. 2) $x \in (-\infty, -3) \cup [\frac{2}{3}, 1] \cup (2, \infty)$

j. 2) $x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1-\sqrt{6}}{2}, 1) \cup (\frac{1+\sqrt{6}}{2}, \infty)$

2.2. Modul qatnashgan tengsizliklarning grafik

Modul belgisi qatnashgan tengsizlik Modul qatnashgan tengsizlik deyiladi. Masalan: $|f(x)| \geq a$, $|f(x)| \leq |g(x)|$. Modulli tenglamalarni yechishning bir necha hil usullarini ko'rib chiqamiz.

Masalan: $|x-2| < 1$ tengsizlik berilgan bo'lsin. Buni 2 xil usulda yechamiz.

1-usul. Tengsizlikning ikkala tomonini kvadratga ko'paytiramiz: $(x-2)^2 < 1$ yoki $x^2 - 4x + 3 < 0$. Hosil bo'lgan kvadrat tengsizlikning chap tomonini ko'paytuvchilarga ajratib, oraliqlar usulini tatbiq etsak, berilgan tengsizlikning barcha yechimlari to'plami $(1;3)$ oraliqdan iborat ekanligini ko'ramiz.

2-usul. Tengsizlikning chap tomonini modul belgisi ostida qatnashgan $x-2$ ikkihad $x=2$ da no'lga aylanadi. $X=2$ nuqta son to'g'ri chizigini $(-\infty; 2)$ va $(2; +\infty)$ oraliqlarga ajratadi. Bu oraliqlarning har birida $x-2$ ikkihad o'z ishorasini saqlaydi. tengsizlikni shu oraliqlarning har birida alohida-alohida yechamiz:

Birinchi sistemadan $2 \leq x \leq 3$, ikkinchi sistemadan $1 < x < 2$. Bu ikkala yechimlarni birlashtirsak: $(1;2) \cup$

Bulardan esa $(1;3)$ gacha bo'ladi.

3-usul. $|x|+1 \leq 2|x-1|+3x$ bu tengsizlikni yechish uchun har bir modulni nolga aylntiruvchi sonlarni topamiz. $X=1$ va $x=0$. Bu nuqtalar son o'qini $(-\infty; 0)$, $(0; 1)$, $(1; +\infty)$ oraliqlarga ajratadi. Ifodalarning bu intervaldagi ishoralari jadvalini tuzamiz:

Berilgan tengsizlik birinchi $(-\infty; 0)$ oraliqda $-x+1 \leq -2(x-1)+3x$ ko'rinishiga keladi. Ixchmlashtirishlardan so'ng, $-2x \leq 1$ tengsizlik hosil bo'ladi, bundan $-0,5 \leq x \leq 0$ kelib chiqadi.

Ikkinchi intervalda berilgan tengsizlik $x+1 \leq -2(x-1)+3x$ ga yoki ayniy almashtirishlardan so'ng $0 \leq x \leq 1$ ko'rinishiga keladi. Bu oraliqda ham tengsizlik yechimga ega.

Uchinchi intervalda tengsizlik $x+1 \leq 2(x-1)+3x$ yoki $x \geq 0,75$ ko'rinishiga keladi. Lekin uchinchi interval $(1; +\infty)$ edi. $0,75 + \infty \cap (1; +\infty)$. Topilgan uchta natijani umumlashtirib, berilgan tengsizlikning yechimini topamiz: $0,5 \leq x \leq +\infty$.

2.3. ko'rsatkichli va logarifmik tengsizliklar grafigi

Logarifmik tengsizlik

Logarifmik tengsizlik lozim bo'lgan almashtirishlar bajarilgandan keyin

$$\log_a x \geq b \quad (\log_a x \leq b) \quad \text{yoki} \quad (3)$$

$$\log_a x \geq \log_a b \quad (\log_a x \leq \log_a b) \quad (4)$$

ko'rinishiga keladi.

$$\textbf{Yechim:} \quad \log_a x \geq b \Rightarrow \begin{cases} x \geq a^b, & \text{agar } a > 1 \text{ bo'lsa,} \\ x \leq a^b, & \text{agar } 0 < a < 1 \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

$$\log_a x \geq \log_a b \Rightarrow \begin{cases} x \geq b, & \text{agar } a > 1 \text{ bo'lsa,} \\ x \leq b, & \text{agar } 0 < a < 1 \text{ bo'lsa,} \end{cases} \text{ bo'ladi.}$$

1-misol. $\lg(x+2) < 1$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Tengsizlikning mavjudlik sohasi $x+2 > 0$, yechimi esa $x+2 < 10$ bo'ladi. tengsizlik yechimini topish uchun

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ x+2 < 10 \end{cases} \text{ tengsizliklar sistemasiga ega bo'lamiz,}$$

$$\text{Uni yechib } \begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases} \text{ ni yoki } x \in (-2, 8) \text{ ni hosil qilamiz.}$$

Yechim: $x \in (-2, 8)$.

2-misol. $\log_{\frac{1}{3}}(2x-4) > \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Mavjudlik sohasi uchun $2x-4>0$, $x+1>0$, tengsizlikning bajarilishi uchun $2x-4<x+1$ (asos $\frac{1}{3}<1$ bo'lgani uchun tengsizlik ishorasi teskarisiga o'zgaradi) tengsizliklarga, ya'ni

$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ x+1>0 \\ 2x-4<x+1 \end{cases} \text{ sistemaga ega bo'lamiz.}$$

Bundan $\begin{cases} x>2 \\ x>-1 \\ x<5 \end{cases}$ ni hosil qilamiz, demak yechim $x \in (2,5)$ bo'ladi.

3-misol. $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(12-x) \geq -2$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Tengsizlikning mavjudlik sohasi

$$\begin{cases} x-2>0 \\ 12-x>0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} x>2 \\ x<12 \end{cases} \text{ dan iborat.}$$

Tengsizlikni $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)(12-x) \geq \log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3})^{-2}$ teng kuchli tengsizlik bilan almashtirib, $\begin{cases} (x-2)(12-x) \leq 3^2 \\ 2<x<12 \end{cases}$ sistemaga ega bo'lamiz.

Sistemani yechib, $\begin{cases} x \leq 3, x \geq 11 \\ 2 < x < 12 \end{cases}$ ni topamiz.

Javob: $x \in (2,3] \cup [11,12)$

4-misol. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x-6) \geq -3$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Tengsizlikning aniqlanish sohasi $x^2-5x-6>0$ yoki $(x+1)(x-6)>0$ yoki $x \in (-\infty, -1) \cup (6, \infty)$ bo'ladi.

Tengsizlikni qanoatlantiruvchi x ni $x^2-5x-6 \leq (\frac{1}{2})^{-3}$ dan yoki $x^2-5x-6 \leq 8$ yoki $(x+2)(x-7) \leq 0$ dan topamiz: $-2 \leq x \leq 7$. Tengsizlikning mavjudlik sohasi bilan birlashtirib, yechim $x \in [-2, -1) \cup (6, 7]$ ni topamiz.

Tengsizliklarni yeching

1. $\log_2 x > 3;$

2. $\log x_3 < -2;$

3. $\log_{2,5} x > 1;$

4) $\log_3(x+5) > 2;$

5) $\log_{0,7}(2x-0,3) < 1;$

6) $\log_{\frac{1}{7}}(5x-6) > -2.$

2. 1) $\lg(4x-5) > \lg(x+1)$; 2) $\log_{0,3}(2x-3) > \log_{0,3}(x+2)$
 3) $\log_{0,5} x > \log_2(3-2x)$; 4) $\log_{\pi}(x+3) + \log_{\pi} x < 2\log_{\pi} 2$.
3. 1) $\log_{1,2}(x^2-10x+10) > 0$; 2) $\log_{\frac{4}{5}}(x^2-3x-3) \geq 0$;
 3) $\log_{0,6}(x^2-12x+21) > 0$; 4) $\log_{0,5}(x^2-5x-6) \geq -3$.
4. 1) $\log_2^2 x - 4 \leq 0$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} x - 9 > 0$;
 3) $\log_{0,5} x > \log_2(3-2x)$; 4) $|2 - \log_2 x| < 1$;
 5) $|3\log x - 1| < 2$.

Javoblar:

3. 2) (1,5; 5). 4) (0, 1). 319. 2) [1,4]. 4) [-2, 7]
 4. 2) $(0, \frac{1}{9}) \cup (9, \infty)$. 4) (2, 8).

Tengsizliklar sistemasi.

5-misol. $\begin{cases} \log_2(x+2) < 3 \\ \log_3(x+1) > -1 \end{cases}$ tengsizliklar sistemasini yeching.

Yechish: Sistemadan mavjudlik shartlari $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ va tengsizliklarni bajarilishi sharti $\begin{cases} x+2 < 2^3 \\ x+1 > 3^{-1} \end{cases}$ ni hosil qilamiz. Bu tengsizliklarni birgalikda yechib:

$$\begin{cases} x > -2 \\ x > -1 \\ x < 6 \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ ni topamiz.}$$

Bu tengsizliklarga umumiy qismi $-\frac{2}{3} < x < 7$ sistemaning yechimi bo`ladi.

Javob: $x \in (-\frac{2}{3}, 7)$.

6-misol. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(7-3x) < -4 \\ \log_2(x+4) > 2 \end{cases}$ sistemani yeching.

Yechish. Oldingi misolga o`xshab, topamiz:

$$\begin{cases} 7-3x > 0 \\ x+4 > 0 \\ 7-3x > 16 \\ x+4 > 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7-3x > 16 \\ x+4 > 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 0 \end{cases}$$

-3 dan kichik, lekin 0 dan katta sonlar mavjud emas. Sistemaning yechimi bo'sh to'plamdan iborat.

Javob: $\emptyset$

Tengsizliklar sistemasini yeching.

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} \log_4(4-2x) \geq 2 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+2) \leq -1, \end{cases} & 2) \begin{cases} \lg x < \lg 8+1 \\ \log_2(x-4) > 1, \end{cases} \\ 3) \begin{cases} \log_3(5-4x) \geq \log_3(x-1) \\ \log_{0,3}(2x+5) \leq \log_{0,3}(x+1), \end{cases} & 4) \begin{cases} \log_2 x + \log_2(x-3) < 2 \\ \log_2(x^2-1) < 3. \end{cases} \end{array}$$

Javoblar: 2) (6; 80); 4) (-1; 3).

2.4. Geometrik tengsizliklar

Geometriyadan maktab darsliklari, odatda o'quvchilarning yoshi, o'zlashtirish imkoniyatlari, bilim saviyasi yangi materiyallarni tushuna olish qobiliyatiga qarab tuziladi. Dastlab sodda tushunchalar beriladi. Ular orqali o'quvchilarda boshlang'ich tasavvurlar paydo bo'lgandan so'ng, asta sekin kengroq va murakkabroq tushunchalar kiritiladi.

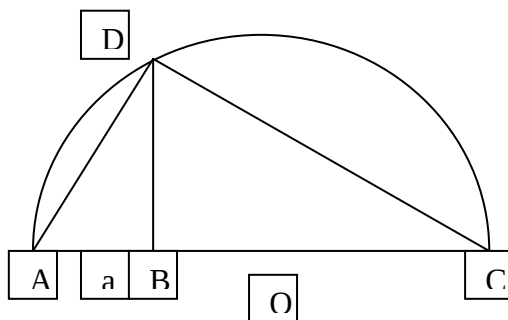
Ma'lumki, nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik kabi tushunchalar berilgandan so'ng eng soda geometric figuralar ta'riflar asosida tushuntiriladi. Shunday figuralardan biri uchburchak bo'lib, u tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta va ularni ketma ket tutashtiruvchi kesmalardan iborat. Buni chizmalar asosida tushintirib berish o'qituvchiga qiyinchilik tug'dirmaydi. Natijada, bu kesmalar uzunliklari orasida ma'lum bir tengsizliklar o'rinli bo'lishi zarurligi ko'rsatiladi.

Demak, geometriyani o'rganishda geometrik tengsizliklar tushunchasi muhim o'rin tutib, o'quvchilarning geometriya bo'yicha tasavvurlarini kengaytirish imkoniyati paydo bo'ladi.

Geometric tengsizliklardan—yasashda, ba'zi munosabatlarni isbotlashda va turli xil masalalarni yechishda foydalaniladi va masalani to'g'ri yechish imkoniyati oshiriladi. Geometrik tengsizliklarga doir masalalar yecgishda algebrik tengsizliklardan ham foydalanamiz. Masalalarda eng ko'p ishlatiladigan sodda tengsizliklardan biri $\sqrt{ab} \leq \frac{(a+b)}{2}$ hisoblanadi: Ikki son o'rta geometirigi ularning o'rta arifimetigidan katta emas.

Bu tengsizliklar geometrik isboti quydagicha: Bizga l to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin.

Unda $AB = a$ kesmani qo'yamiz. Bu kesmaning davomidan $BC = b$ kesmani qo'yamiz. AC kesmaning o'rtasini topib olib, $\frac{a+b}{2}$ radius bilan aylana chizamiz. B nuqtadan l to'g'ri chiziqqa perpendikulyar chiqaramiz. Bu perpendikulyarimiz aylana bilan biror D nuqtada kesishadi (shaklga qarang).



Bu yerda $BD = \sqrt{ab}$ bo'ladi. Haqiqatdan, ADC to'g'ri burchakli uchburchakning BD balandligi kvadrati katetlarining gipotenuzadagi proyeksiyalari ko'paytmasiga teng bo'ladi. mana shu BD kesma uzunligi a va b sonlarining o'rta geometrigi deyiladi.

Shakldan $BD \leq OD = BC$ ekani ko'rinib turibdi.

Geometrik tengsizliklar orasida uchburchak tengsizligi eng ko'pishlatiladigan tengsizlik hisoblanadi. Ravshanki, har qanday uchburchakning ikki tamoni uzunliklari yig'indisi uchunchi tamondan katta bo'ladi. Aksariyat geometrik munosabatlarni isbotlashda yoki eng katta va eng kichik qiymatlarga doir masalalarni yechishda uchburchak tengsizligiga tayanamiz. Demak, eng avvalo uchburchakda tengsizlik munosabatlarini o'rganish muhim ahamyatga ega. Endi geometrik tengsizliklarga doir ayrim masalalarni ko'rib chiqamiz.

1-masala a ning qanday qiymatlarida uzunliklari mos ravishda $1+2a$, $1-a$ va 2 ga teng bo'lgan kesmalardan uchburchak yasash mumkin?

Yechish. Bu masalani yechishda, kesma uzunligi musbat son bo'lishidan va uchburchak tengsizligidan foydalanamiz.

$$1+2a > 0 \Rightarrow a > -\frac{1}{2} \text{ va } 1-a > 0 \Rightarrow a < 1,$$

$$\begin{cases} 1+2a+1-a > 2 \Rightarrow a > 0 \\ 1+2a+2 > 1-a \Rightarrow a > -\frac{2}{3} \\ 2+1-a > 1+2a \Rightarrow a < \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{javob. } a \in (0; \frac{2}{3})$$

2- masala. Yuzi birga teng bo'lgan uchburchak tamonlari orasida $a \leq b \leq c$ munosabat o'rinli bo'lsa, u holda $b \geq \sqrt{2}$ bo'lishini ko'rsating.

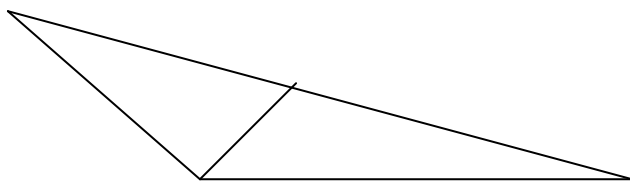
Yechish. Agar a va b orasida burchak γ bo'lsa, u holda $s = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ va $ab \sin \gamma \leq ab$ ga ko'ra $2 \leq a \cdot b$ bo'ladi. Masala shartiga ko'ra $2 \leq ab \leq b^2$, ya'ni, $b \geq \sqrt{2}$.

3-masala. Agar uchburchakning a uzunlikdagi tamoniga tushirilgan medianasi uzunligi m_c uchun $m_c > \frac{a}{2}$ bo'lsa, u holda shu tamon qarshisidagi burchak o'tkir burchak bo'lishini isbotlang.

Isboti. Aytaylik, ABC uchburchak berilgan va A_1 nuqta uzunligi a bo'lgan BC tamonning o'rtasi bo'lsin. Agar $AA_1 < \frac{BC}{2} = BA_1 = A_1C$ bo'lsa, u holda

$\angle BAA_1 > \angle ABA_1$ va $\angle CAA_1 > \angle ACA_1$ o'rinli bo'ladi (katta qarshisida katta tamon yotadi.). Demak, $\angle A = \angle BAA_1 + \angle CAA_1 > \angle B + \angle C$. Bundan esa $\angle A > 90^\circ$ bo'lishi kelib chiqadi.

Shuning uchun faqat $AA_1 > \frac{BC}{2}$ bo'lgan holda $\angle A < 90^\circ$ bo'ladi.



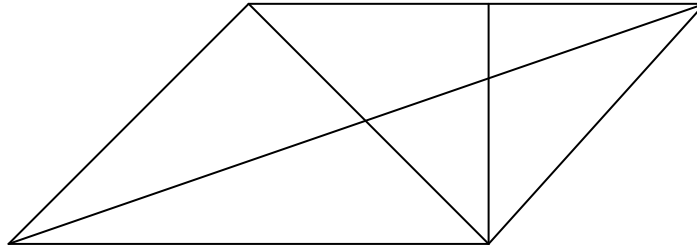
4-masala. Agar uchburchakning tomonlari uzunliklari orasidagi $a^2 + b^2 > 5c^2$ munosabat o'rinli bo'lsa, u holda c tomon uzunligi eng kichik bo'lishini ko'rsating.

Isboti. Faraz qilaylik c eng kichik tomon bo'lmasin. Masalan, $a \leq c$ bo'lsin. U holda $a^2 \leq c^2$ va $a^2 + c^2 \leq 2c^2$ bo'ladi. Uchburchak tengsizligiga ko'ra $b < a + c$. Bularidan $b^2 < (a + c)^2 \leq 4c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 5c^2$ kelib chiqadi. Bu esa masala shartiga zid. Demak c eng kichik tomon ekan.

5-masala. Ixtiyoriy uchburchak medianalari uchun $p > m_a + m_b + m_c > \frac{3}{4} p$ tengsizlik o'rinli ekanini isbotlang. Bu yerda p -uchburchakning perimetri.

Isboti. Aytaylik C_1 nuqta AB ning o'rtasi va C' nuqta C ning C_1 ga nisbatan simmetriya bo'lsin. U holda $2C_1C = CC' < C'B + BC$ bo'ladi. Ammo $C'B = AC$ bo'lgani uchun $CC_1 < \frac{AC + BC}{2}$,

Ya'ni $m_c < \frac{a+b}{2}$. huddi shu kabi $m_a < \frac{c+b}{2}$ va $m_b < \frac{a+c}{2}$ munosabatlarni ko'rsatish mumkin. Bu uchta tengsizlikni qo'shsak $m_a + m_b + m_c < a + b + c = p$ kelib



chiqadi.

Aytaylik, O nuqta ABC uchburchak medianalari kesishgan nuqta bo'lsin. U holda $BO + OA > BA$, $AO + OC > AC$ va $CO + OB > CB$ bo'ladi. Bu yerda $AO = \frac{2}{3}m_a$;

$$BO = \frac{2}{3}m_b;$$

$CO = \frac{2}{3}m_c$ ekanini hisobga olsak, u holda $m_a + m_b + m_c > \frac{3}{4}(a + b + c)$ munosabat kelib chiqadi.

6-masala. Aytaylik, ABC uchburchakda balandlik $AP = h_a$, bissektrisa $AK = l_a$, mediana $AD = m_a$ va tamonlar $AC = b$, $BC = c$ bo'lsin.

Agar a) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{h_a}$ bo'lsa, u holda $\angle A \leq 120^\circ$ bo'lishini;

b) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{l_a}$ bo'lsa, u holda $\angle A = 120^\circ$ bo'lishini;

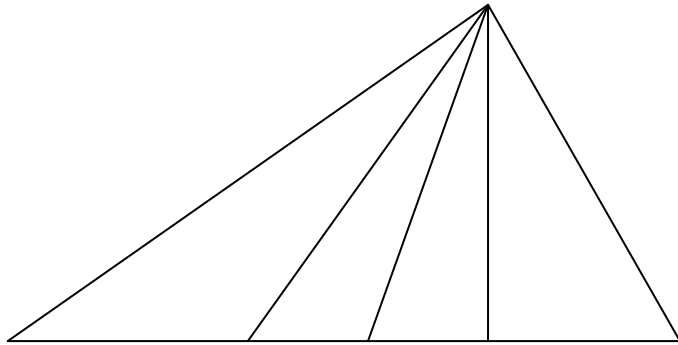
c) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{m_a}$ bo'lsa, u holda $\angle A \geq 120^\circ$ bo'lishini ko'rsating.

Yechish. Masalaga moslab shakl chizib olamiz. U holda

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BAK} + S_{\triangle CAK}, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A, \quad S_{\triangle BAK} = \frac{1}{2}cl_a \sin \frac{A}{2},$$

$$S_{\triangle CAK} = \frac{1}{2}bl_a \sin \frac{A}{2} \text{ larga ko'ra } \frac{1}{2}(cl_a \sin \frac{A}{2} + bl_a \sin \frac{A}{2}) = \frac{1}{2}bc \sin A \text{ tenglikni, undan esa}$$

$$l_a = \frac{bc \sin A}{(b+c) \sin \frac{A}{2}} = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} \text{ va } \frac{1}{l_a} = \frac{b+c}{2bc \cos \frac{A}{2}}, \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2 \cos \frac{A}{2}}{l_a} \text{ ni topamiz.}$$



Agar b) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{l_a}$ bo'lsa, u holda $\frac{2 \cos \frac{A}{2}}{l_a} = \frac{1}{l_a}$ dan $\cos \frac{A}{2} = \frac{1}{2}$, ya'ni $\angle A = 120^\circ$ kelib chiqadi.

Agar a) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{h_a}$ bo'lsa, u holda $h_a \leq l_a \leq m_a$, ya'ni $\frac{1}{h_a} \geq \frac{1}{l_a} \geq \frac{1}{m_a}$ bo'ladi. shuning uchun

$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{h_a} = \frac{2 \cos \frac{A}{2}}{l_a} \geq \frac{1}{l_a}$ dan $2 \cos \frac{A}{2} \geq 1, \cos \frac{A}{2} \geq \frac{1}{2}$ va $\frac{\angle A}{2} \leq 60^\circ, \angle A \leq 120^\circ$ kelib chiqadi.

Agar c) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{m_a}$ bo'lsa, u holda $\frac{1}{l_a} \geq \frac{1}{m_a}$ dan $\frac{2 \cos \frac{A}{2}}{l_a} \leq \frac{1}{l_a}$, bundan esa $\angle A \geq 120^\circ$ kelib chiqadi.

Bu masalada biz foydalangan $h_a \leq l_a \leq m_a$ munosabatni isbotlashni o'quvchining o'ziga havola etamiz.

7-masala. $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ muntazam ko'pburchakda ichki O nuqta olingan. U holda $\angle A_i O A_j$ burchaklardan hech bo'lmaganda bittasi

$\pi(1 - \frac{1}{n}) \leq \angle A_i O A_j \leq \pi$ tengsizlikni qanoatlantirishi ko'rsating ($i, j = 1, n$).

Isboti. Faraz qilaylik A_1 nuqta O nuqtaga eng yaqin uch bo'lsin. Ko'pburchakning hamma uchlarini A_1 uchi bilan tutashtirsak, u holda O nuqta biror uchburchakka tegishli bo'ladi. Masalan, $A_1 A_k A_{k+1}$ uchburchakka tegishli bo'lsin. Agar O nuqta $A_1 A_k$ yoki $A_1 A_{k+1}$ tomonlarning birida yotgan bo'lsa, u holda $\angle A_1 O A_k = \pi$ (yoki $\angle A_1 O A_{k+1} = \pi$) bo'ladi.

Chizma

Aytaylik, O nuqta $A_1A_kA_{k+1}$ uchburchakning ichki nuqtasi bo'lsin. Farazga ko'ra $A_1O \leq A_kO$ va $A_1O \leq A_{k+1}O$. Shuning uchun $\angle A_1A_kO \leq \angle A_kA_1O$ va $\angle A_1A_{k+1}O \leq \angle A_{k+1}A_1O$ bo'ladi. Demak,

$$\begin{aligned} \angle A_kOA_1 + \angle A_{k+1}OA_1 &= (\pi - \angle OA_1A_k - \angle OA_kA_1) + (\pi - \angle OA_1A_{k+1} - \angle OA_{k+1}A_1) \geq \\ &\geq 2\pi - 2\angle OA_1A_k - 2\angle OA_1A_{k+1} = 2\pi - 2\angle A_kA_1A_{k+1} = 2\pi - \frac{2\pi}{n}. \end{aligned}$$

Bundan A_kOA_1 va $A_{k+1}OA_1$ burchaklarning biti $\pi(1 - \frac{1}{n})$ burchakdan katta ekanligi kelib chiqadi. [9]

Hulosa:

Demak Umumta'lim maktablarining 8-sinf matematika kursida tengsizlik tushunchasining asosiy nigizi o'rganiladi. Tengsizlik tushunchasidan oldin sonlarning o'zaro mutonosibligi o'rganiladi, keyinchalik tengsizlik tushunchasi mavzusini tadbiiq qilish maqsadga muofiqdir. Tengsizlik tushunchasi quyidagicha: Agar x ga bog'liq bo'lgan $A(x)$ va $B(x)$ ifodalar quyidagi munosabatlardan $A(x) > B(x)$, $A(x) \geq B(x)$, $A(x) < B(x)$, $A(x) \leq B(x)$ birini qanoatlantirsa, bir noma'lumli tengsizlik berilgan deyiladi. Bu ifodalarni ikkala tomoni ma'noga ega bo'ladigan x ning qiymatlari to'plami tengsizliklarning mavjudlik sohasi deyiladi. O'zgaruvchi x ning tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymatlar to'plami tengsizlikning yechimi deyiladi. Tengsizlikning yechimini topishda grafik usulidan foydalansa o'quvchilar ko'z oldida sonlar o'qida ma'lum interval(oraliq) tengsizlik yechimlar sohasi bo'lishi yaqqol ko'rinadi

Misol. 1) $2x^2 + 5x + 3 > 0$ tengsizlik yechilsin.

Yechish: Kvadrat uchhadning ildizlarini topib, tengsizlikni $2(x + \frac{3}{2})(x + 1) > 0$ ko'rinishida yozamiz. Kvadrat uchhadning aniqlanish sohasi $(-\infty, \infty)$ ekanligini bilgan holda, uni $x_1 = -\frac{3}{2}$, $x_2 = -1$ nuqtalar yordamida oraliqlarga ajratamiz: $(-\infty, -\frac{3}{2})$, $(-\frac{3}{2}, -1)$ va $(-1, \infty)$. Bu oraliqlarni sonlar o'qi-da tasvirlaymiz:



$2(x + \frac{3}{2})(x + 1) > 0$ – tengsizlikda ikkala qavsning ishorasi chapdagi oraliqda hamma vaqt musbat bo'ladi, undan bitta oldingi oraliqda esa qavslarning ishorasi qarama-qarshi bo'lib, umumiy ishora minus bo'ladi, keyingisida musbat bo'ladi va hokazo.

Tengsizlik yechimi $x \in (-\infty; \frac{3}{2}) \cup (-1, \infty)$ bo`ladi. Bu usulda ko`paytuvchilar (qavslar) soni ko`p bo`lganda ham foydalanish mumkin.

$2x-6 \leq 0$ bo`lsin, bundan  $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$  bo`lib, tengsizlikning yechimi $x \in (-\infty, 3)$ bo`ladi.

Tengsizliklarning yechimini topishda quyidagi qoidalarga rioya qilish lozim:

- 1) Tengsizlikning ikkala tomoniga bir xil ifodani qo`shish yoki ayirishdan tengsizlik ishorasi o`zgarmaydi;
- 2) Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil musbat ifodaga ko`paytirish yoki bo`lishdan tengsizlik ishorasi o`zgarmaydi;
- 3) Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil manfiy ifodaga ko`paytirsak yoki bo`lsak, tengsizlik ishorasi teskarisiga o`zgaradi, ya`ni $A(x) > B(x)$ bo`lsa:
- 4) $A(x) + C(x) > B(x) + C(x)$
- 5) $C(x) > 0$ bo`lsa, $A(x) \cdot C(x) > B(x) \cdot C(x)$ va $\frac{A(x)}{C(x)} > \frac{B(x)}{C(x)}$
- 6) $C(x) < 0$ bo`lsa,  $A(x) \cdot C(x) < B(x) \cdot C(x)$  va  $\frac{A(x)}{C(x)} < \frac{B(x)}{C(x)}$  bo`ladi.

ADABIYOTLAR

1. I.A.Karimov “Barkamol avlod orzusi. T. O’zbekiston 1998 yil
2. Alimov Sh. A. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari, o`rta maktabning 10-11 sinflari uchun darslik. Toshkent, “O`qituvchi”, 1996- yil va keyingi nashrlari.
3. Kolmogorov A. N. tahriri ostida. Algebra va analiz asoslari. 10-11 sinflar uchun darslik. Toshkent, “O`qituvchi”, 1992-yil.
4. Vafojev R. H. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o`quv qo`llanma. Toshkent, “O`qituvchi”, 2001-yil.
5. Abduhamidov A. U. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun sinov darsligi. Toshkent, “O`qituvchi”, 2001 yil.
6. Antonov K. P. va boshqalar. Elementar matematika masalalari to`plami. Toshkent, “O`qituvchi”, 1975-yil va keyingi nashrlari.
7. Skanavi M. N. tahriri ostida. Matematikadan masalalar to`plami. Toshkent, “O`qituvchi”, 1983-yil va keyingi nashrlari.
8. Algebra va analiz asoslari (A.U.Abduhamidov, H.A.Nasimov va boshqalar. I qism)
9. Abdullayeva M (Yuqori darajali tenglamalarni yechish)
10. www.ziyo.net.
11. www.ref.uz.

A. Qodiriy nomidagi Jizzax Davlat Pedagogika Instituti
Fizika – matematika fakulteti “Matematika o’qitish metodikasi” talim
yo’nalishi 4-bosqich talabasi Po’latova Saodatning “Umumta’lim
maktablarida tengsizliklarni o’qitishda grafik usullaridan foydalanish
metodikasi” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga

TAQRIZ

Haqiqatdan ham umumta’lim maktablarining 8-sinf matematika kursidan “Tengsizliklar” mavzusi dars mashgulotlarida bayon qilinadi. Bitiruvchi talaba Po’latova Saodat o’zining tirishqoqligi bilan ushbu mavzuni imkoni boricha o’zgacha talqin qilishni yoritib berishga harakat qilgan. Albatta talabaning ilmiy izlanishlarida ozroq bo’lsada natijaviylik bor. To’la hajmi DTSga to’laqonli javob beradi.

Talaba tengsizliklarning turlarini kesimida ham bir necha misollar keltirgan. Matematika kursida tengsizliklar mavzusini o’qitishda tengsizliklarning yechimlar to’plamini son o’qida namoyon qilinsa o’quvchilarning mavzuni o’zlashtirishlari bir necha foyizga oshadi.

Talaba Po’latova Saodatning “Umumta’lim maktablarida tengsizliklarni o’qitishda grafik usullardan foydalanish metodikasi” nomli bitiruv malakaviy ishi yaxshi bayon qilingan.

Malakaviy bitiruv ish kirish qismi, 2 bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib, 1-bobda tayanch iboralar, umumta’lim maktablarida tengsizlik tushunchasi, bir o’zgaruvchili tengsizlik ildizlari grafikasini yasash keltirilgan.

2- bobda tengsizliklarning turli ko’rinishlari, hozirgi zamon matematikasida tengsizliklarni o’qitishda ilg’or pedagogik texnologiyalardan foydalanishni targ’ib qilgan. Bitiruvchi Po’latova Saodat bitiruv malakaviy ishida mazmunga ega bo’lib, o’ziga yarasha juziy xatolar mavjud.

Bitiruv malakaviy ish muvaffaqiyatli himoya qilinsa, uni a’lo baholash mumkin.

JPIning Oliy matematika kafedrasi dotsenti:

dots.A.Berdiyev.

B. Qodiriy nomidagi Jizzax Davlat Pedagogika Instituti
Fizika – matematika fakulteti “Matematika o’qitish metodikasi” talim
yo’nalishi 4-bosqich talabasi Po’latova Saodatning “Umumta’lim
maktablarida tengsizliklarni o’qitishda grafik usullaridan foydalanish
metodikasi” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga

TAQRIZ

“Tengsizliklar” mavzusini bayon qilishdam avval son tengsizligi tushunchasini kiritish lozim, chunki tengsizlik belgisi va tengsizlikning mantiqiy ma’nosi o’rganiladi. Tengsizliklarning yechimini topishda quyidagi qoidalarga rioya qilish lozim:

1. Tengsizlikning ikkala tomoniga bir xil ifodani qo’shish yoki ayirishdan tengsizlik ishorasi o’zgarmaydi;
 2. Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil musbat ifodaga ko’paytirish yoki bo’lishdan tengsizlik ishorasi o’zgarmaydi;
 3. Tengsizlikning ikkala tomonini bir xil manfiy ifodaga ko’paytirish yoki bo’lsak, tengsizlik ishorasi teskarisiga o’zgaradi, ya’ni $A(x) > B(x)$ bo’lsa:
 - 4) $A(x) + C(x) > B(x) + C(x)$
 - 5) $C(x) > 0$ bo’lsa, $A(x) \cdot C(x) > B(x) \cdot C(x)$ va $\frac{A(x)}{C(x)} > \frac{B(x)}{C(x)}$
- $C(x) < 0$ bo’lsa, $A(x) \cdot C(x) < B(x) \cdot C(x)$ va $\frac{A(x)}{C(x)} < \frac{B(x)}{C(x)}$ bo’ladi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishning ilmiyligi mavjud, To’la hajmi DTSga to’laqonli javob beradi. Talaba tengsizliklarning turlari kesimida ham bir necha misollar keltirgan. Matematika kursida tengsizliklar mavzusini o’qitishda tengsizliklarning yechimlar to’plamini son o’qida namoyon qilinsa o’quvchilarning mavzuni o’zlashtirishlari bir necha foyizga oshadi.

Mazkur ish kirish qismi, 2 bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib, 1-bobda umumta’lim maktablarida tengsizlik tushunchasi, bir o’zgaruvchili tengsizlik ildizlari grafikasini yasash keltirilgan. 2-bobda tengsizliklarning turli ko’rinishlari keltirilgan.

Bitiruvchi Po’latova Saodat bitiruv malakaviy ishi referativ xarakterga ega bo’lib, bitiruv malakaviy ishlariga qo’yilgan barcha talablarga javob beradi. Ish muvaffaqiyatli himoya qilinsa, uni a’lo baholash mumkin.

JDPIning Matematika o’qitish
metodikasi kafedrasi dotsenti:

dots.O.Abdullayev.

