

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

“Statistik fizika va termodinamika asoslari”

FANIDAN MA'RUZALAR MATNI

Bilim sohasi:	100 000- Ta'lim
Ta'lim sohasi:	140000 – O'qituvchilar tayyorlash pedagogika fani
Bakalavriat yo`nalishi:	5 140 200- fizika va astronomiya

NAVOIY-2015

ANNOTATSIYA

«Statistik fizika va termodinamika» kursining asosiy maqsadi va vazifasi: termodinamik va statistik metodlar yordamida turli agregat holatlardagi makroskopik sistemalarning fizik xossalarini tadqiq qilish, o'rganish va amalga tatbiq etishdan iborat.

Termodinamik metod moddaning molekulyar-atomistik tuzulishi haqidagi tasavvurga tayanmagan holda umumiy xossalarni, masalan, tajriba vositasida aniqlanadigan makroskopik parametrlar orasidagi o'zaro bog'lanishlarni o'rganadi.

Statistik metod moddani tashkil etgan mikrozarralar xossalari va harakat qonunlariga asoslanib, sistema xossalarini tadqiq qiladi va o'rganadi. Bu metod asosida gazlar, suyoqlik xossalari, qattiq jismlardagi elektronlar, elektromagnit nurlanishga oid masalalar va boshqa hodisalar o'rganiladi.

Tuzuvchi f.-m.f.n, dotsent Ahmedov A.A.

Ma'ruza matni "Umumiy fizika" kafedrasining 2015 yil «_28 avgust» dagi «__1_» sonli majltsida muxokama qilingan. Fizika Matematika fakul'teti ilmiy-metodik kengashining 2015 yil 29avgust dagi 1 sonli majlisida ma'qullangan, xamda NavDPI ilmiy-metodik kengashida ko'rib chiqildi va nashrga tavsiya qilingan.

2015 yil 30avgustdagi 1- sonli majlis bayoni.

Mundarija

1-Mavzu: **Gibbsning umumiy formulasi.** Termodinamik potentsiallar Ichki energiya va uning o'zgarishi. Erkin energiya va uning o'zgarishi. Entalpiya. Gibbs va Gel'mgol'ts termodinamik potentsiallari. Kimyoviy potentsial. Termodinamikaning uchinchi qonuni. Nernst teoremasi. Past temperaturalarni olish metodlari.—4 soat.

2-Mavzu: **Gomogen va geterogen sistemalar.** Fazaviy o'tishlar. Klapeyron-Klauzius tenglamasi. Birinchi va ikkinchi tur fazaviy o'tishlar.—2 soat.

3-Mavzu: **Ideal gaz. Eng katta ehtimoliy taqsimot.** Maksvell taqsimoti. Termodinamik parametrlar orasida bog'lanish.—4 soat.

4-Mavzu: **Maksvell-Bol'tsman taqsimoti.** Barometrik formula. Real gaz. Xolat tenglamasi; Van-der-Vaal's tenglamasi.—4 soat.

5-Mavzu: **Energiyaning teng taqsimoti qonuni.** Mikroholat. Fermionlar. Bozonlar. Fermi-Dirak va Boze-Eynshteyn statistikalari. Elektron sistema uchun aynish temperaturasi.—4 soat.

6-Mavzu: **Plank formulasi.** Reley-Jins qonuni. Vin qonuni. Stefan-Bol'tsman qonuni. Dulong-Pti qonuni.—2 soat.

7-Mavzu: **Eynshteyn nazariyasi.** Debay nazariyasi. Fononlar.—2 soat.

8-Mavzu: **Fluktuatsiya nazariyasi.** Termodinamik parametrlar fluktuaiyalari. Broun harakati. Eynshteyn nazariyasi. Fluktuatsion-dissipation teorema.—4 soat.

9-Mavzu: **Fazaviy korrelyatsiya.** Bol'tsmanning kinetik tenglamasi va uni relaksatsiya vaqti yaqinlashish uslubida echish.—2 soat.

1-Ma'ruza

Mavzu: **Gibbsning umumiy formulasi.** (4 soat)

Darsning maqsadi: Termodinamik potentsiallar Ichki energiya va uning o'zgarishi. Erkin energiya va uning o'zgarishi. Entalpiya. Gibbs va Gel'mgol'ts termodinamik potentsiallari. Kimyoviy potentsial. Termodinamikaning uchinchi qonuni. Nernst teoremasi. Past temperaturalarni olish metodlari bilan tanishtirish.

Darsning uslubiy ta'minoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosveshchenie 1995 y.

2.F.Reyf Statisticheskaya Fizika M.Nauka, 1987y.

3. A.Boydadaev «Klassik statistik fizika» T.O'z.2003 y.

Reja:

1. Termodinamik potentsiallar Ichki energiya va uning o'zgarishi.
2. Erkin energiya va uning o'zgarishi.
3. Entalpiya.
4. Gibbs va Gel'mgol'ts termodinamik potentsiallari. Kimyoviy potentsial.
5. Termodinamikaning uchinchi qonuni. Nernst teoremasi.
6. Past temperaturalarni olish metodlari.

Kirish. Термодинамиканинг биринчи конуни системадаги турли хил энергияларнинг узаро эквивалентлигини, улар уртасидаги боғланишни курсатиб беради. Мазмунига кура бу конун энергиянинг сакланиш ва айланиш конунидир. Термодинамика-нинг иккинчи конуни жараёнларнинг бориши ва йуналишини аниқлайди. Демак, термодинамиканинг биринчи конуни энергиянинг сакланиши ва айланишини, иккинчи конуни эса бу жараёнларнинг кайси йуналишда руй бериши мумкинлигини аниқлайди.

Termodinamikaning uchinchi qonuni. Nernst issiqlik teoremasi

Past temperaturalar sohasida jismlarning xususiyatlarini tekshirish natijasida Nernst XX asr boshlarida (1906-yil) termodinamikaning uchinchi qonunirini ta'riflaydi. Uchinchi qonunni to'g'ridan-to'g'ri tatbiq

qilish sohasi past temperaturalarda o'tadigan jarayonlardir. Ammo, uchinchi qonunni keng temperatura intervalida ham tatbiq qilish mumkin.

Termodinamika uchinchi qonunining yaratilishi, turli moddalarning bir-birlari bilan kimyoviy reaksiyaga kirish qobiliyatini aniqlash bilan bog'langandir. Bu esa kimyoviy reaksiya vaqtida kuchning bajargan maksimal ishi bilan aniqlanadi. Nernst uchinchi qonunni quyidagicha ta'riflaydi:

absolut nol temperaturada yaqinlashishda har qanday muvozanatdagi sistema entropiyasi, izotermik jarayonlarda, holatning termodinamik parametrlariga bog'liq bo'lmay qoladi va $T = 0$ yaqinida hamma sistemalar uchun bir xil doimiy universal qiymat qabul qiladi, bu qiymatni nolga teng deyish mumkin. Ya'ni

$$\lim_{T \rightarrow 0} [S(T, \chi_2) - S(T, \chi_1)] = 0 \quad (1)$$

yoki

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial S}{\partial \chi} \right)_T = 0, \quad \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial S}{\partial f_i} \right)_T = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial S}{\partial A_i} \right)_T = 0, \quad (2)$$

bu yerda $\chi \sim$ qandaydir termodinamik parametr (f . yoki A_i). (3.117)ga asosan, $T \rightarrow 0$ da sistema entropiyasining doimiyligi ($S > 0$) shuni anglatadiki, izotermik jarayon $T = 0$ K bir vaqtning o'zida izoentropik jarayon ham bo'ladi va, demak, adiabatik jarayon hamdir.

Demak, uchinchi qonun bo'yicha: *nol izotetrma nol izoentro-piya va adiabata bilan mos tushadi*. Bu ta'rif Nernstning issiqlik teoremasi deb yuritiladi. Termodinamikaning uchinchi qonu-nidan quyidagi natijalar kelib chiqadi:

1. Absolut nol temperaturaga yetishish mumkin emas..
2. $T \rightarrow 0$ K da termik koeffitsiyentlar nolga intiladi. •
3. $T \rightarrow 0$ K da issiqlik sig'implari nolga teng bo'ladi.
4. $T \rightarrow 0$ K da sistema entropiyasini hisoblash faqat issiqlik sig'implarining temperaturaga bog'liqligini topishga olib keladi, ya'ni

$$S(T, V) \approx \int_0^T \frac{C_V}{T} dT \quad \text{va} \quad S(T, p) \approx \int_0^T \frac{C_p}{T} dT. \quad (3)$$

Uchinchi qonunga asosan, $T \rightarrow 0$ da entropiya $S \rightarrow 0$ ga intilishi uchun C_V va C lar T chiziqli funksiyasiga nisbatan tezroq nolga intilishi kelib

chiqadi. $T \rightarrow 0$ da ideal gaz o'zining ideal gazlik xususiyatini yo'qotadi, ya'ni aynigan holatda bo'ladi.

Termodinamikaning uchinchi qonuni sistemaning kvant xususiyatidan kelib chiqadi va barcha urinishlarga qaramasdan klassik fizika doirasida uni nazariy isbot qilib bo'lmaydi. Klassik fizikada bu qonun tajriba natijalari asosida yaratilgan. Nernstning issiqlik teoremasi va undan kelib chiqadigan xulosalar statistik fizika qonunlari asosida juda oson tushintiriladi.

Issiqlik sig'imi aniq musbat bo'lganligi uchun temperatura oshishi bilan sistemaning ichki energiyasi ham oshib boradi, va aksincha, temperatura pasayishi bilan energiya kamayadi. Temperatura absolut nolga intilganda energiya nolga intiladi.

Sistema bir jinsli, xususan, kimyoviy bir jinsli bo'lsin. Sistemani faraziy bo'laklarga ajratarniz, bu bo'laklarning energiyasi temperatura absolut nolga intilganda o'zining minimum qiy-matiga intiladi, demak, bir butun sistemaning energiyasi ham minimumga intiladi. Bunga asosan, kvant nazariyasiga ko'ra, sistema mikroholatlarining statistik vazni birday bo'lib birga teng bo'ladi. Entropiya statistik vazndan olingan logorifm bo'lganligi uchun u nolga teng bo'ladi.

Faraz qilaylik, kvant mexanika qonunlariga bo'ysunuvchi sistema e_i diskret energetik holatlardan birortasida statistik muvozanatda yotgan bo'lsin. Temperatura pasayishi bilan yuqorida ta'kidlaganimizdek u pastki energetik holatlarga tusha boshlaydi va temperatura noiga intilganda eng quyi holatga tushadi. Ikkinchi tomondan, o'ta past temperaturalarda eng quyi va birinchi holatlarning energiyalarining farqi issiqlik energiyasidan juda katta bo'ladi, ya'ni

$$kT \ll \Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_0.$$

Demak, sistemaning e_0 holatdan e_1 holatga o'tishi uchun issiqlik energiyasi etarli emas va sistema e_0 energetik holatda qoladi. Bunday sistema entropiyasi $S = k \ln W_Q$ Bolsman formulasi yoki $S = \frac{E - E_0}{T}$, formula bilan aniqlanadi. Bu yerda W_0 - sistemaning asosiy holatda bo'lish ehtimolligi, Q_0 - eng quyi sath energiyasi e_0 ga to'g'ri kelgan kvant holatlar soni. Absolut nolda sistema asosiy holatdan chiqib ketolmaganligi uchun temperatura o'zgarishi bilan energiya o'zgarmaydi. Bu holda

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v = \left(\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial T} \right)_v = 0$$

bo'ladi. Sistemaning asosiy holatda bo'lish ehtimolligi va holatlar soni (vazni) $\Omega = JI(e_Q) = 1$ bo'ladi. Demak,

$$S = k \ln \Omega(\varepsilon_0) = 0.$$

Shunday qilib, Nernst teoremasini isbot qildik.

Yana shuni ta'kidlash lozimki, termodinamikaning uchinchi qonuni, ikkinchi qonun kabi, keng ko'lamda tajribalarda o'z isbotini topmagan. Masalan, metastabil (amorf, shishasimonlar va boshqalar) sistemalar uchun uchinchi qonun bajarilmaydi. Bunday sistemalarga uchinchi qonun tatbiq qilinmaydi.

2. Erkin energiya

Agar oddiy sistema uchun o'zaro bog'lanmagan o'zgaruv-chilar sifatida T va V tanlansa, u holda Lejandr metodiga ko'ra (3.122)ning ikkala tomoniga $d(-TS)$ ni qo'shish tufayli

$$dF = -SdT - pdV \quad (4)$$

tenglikni olamiz. Bu yerda $F = E - TS$ bo'lib, erkin energiya yoki Gelmgols energiyasi ham deb yuritiladi, chunki bu tushunchani Gelmgols kiritgan. (4) tenglamadan temperatura va hajm bo'yicha differensiallash tufayli noma'lum kattaliklar entropiya S ni, bosim p ni va $E = F + TS$ dan ichki energiyani topamiz. (4) dan ikkinchi tartibli differensial olish natijasida issiqlik sig'imi C_V va termik siqilish koeffitsiyenti α ni olamiz. Agar (4) tenglamadan T va V bo'yicha ikkinchi tartibli aralash differensial olsak, termodinamikada muhim bo'lgan ikkinchi tenglikni olamiz:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V. \quad (5)$$

Erkin energiya shunday energiyaki, adiabatik jarayonlarda ichki energiya qanday rol o'ynasa, izotermik jarayonlarda erkin energiya shunday rol o'ynaydi. Boshqacha qilib aytganda, izotermik jarayonlarda ish erkin energiyaning kamayishi hisobiga bajariladi, ya'ni

$$\delta A = -(\Delta F)_T = -(F_2 - F_1)_T. \quad (6)$$

Bir mol Van-der-Vaals gazining qaytuvchi izotermik ken-gayishida bajarilgan ishni ko'rib chiqamiz. Ish uchun olingan

(6) ifoda yordamida bir mol Van-der-Vaals gazining qaytuvchi izotermik kengayishida

$$\delta A = -(\Delta F)_T = -d(E - TS)_T = -(dE - TdS)_T = pdV.$$

bajarilgan ishni hisoblaymiz:

Bu ifodadagi p ni bir mol gaz uchun yozilgan Van-der-Vaals tenglamasidan topib o'rniga qo'yamiz va «1» va «2» nuqtalar orasida integrallaymiz. Natijada bajarilgan ish uchun quyidagi natijani olamiz:

$$A = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

3. Gibbs termodinamik potentsiali

Agar o'zaro bog'lanmagan o'zgaruvchi sifatida T va p bo'lsa, u holda $\Phi = \Phi(T, p)$ funksiya termodinamik potentsial bo'la ' oladi. Ana shu termodinamik potentsialining ko'rinishini olish uchun) tenglamani har ikki tomoniga $d(pV)$ to'la differensialni qo'shamiz, natijada

$$d\Phi = -SdT + Vdp \quad (7)$$

tenglamani olamiz. Bu yerda $\Phi = F + pV = E - TS + pV$ ga teng bo'lib, Gibbs termodinamik potentsiali deb yuritiladi. Bu Gibbs tomonidan kiritilgan. (7) tenglamadan doimiy temperatura va bosimda differensiallash tufayli noma'lum kattaliklar entropiya S , hajm V va $E = \Phi + TS - pV$ dan ichki energiyani olamiz. (7) dan ikkinchi marotaba differensiallash tufayli issiqlik sig'imi C_p va termik siqilish koeffitsiyenti χ ni topamiz.

(7) tenglamadan T va p bo'yicha ikkinchi tartibli aralash differensial olsak, u holda termodinamikada muhim bo'lgan uchinchi munosabatni olamiz:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T. \quad (8)$$

Gibbs termodinamik potentsialining fizik ma'nosi izotermik-izobarik jarayonlarda nomexanik kuchlarning bajargan ishi Gibbs termodinamik potentsialining kamayishi hisobiga o'tadi, ya'ni

4. Entalpiya

Agar oddiy sistema uchun o'zaro bog'lanmagan o'zgaruv-chilar qilib, entropiya S va bosim p jufti olinsa, u holda χ tenglamaning har ikki tomoniga $d(pV)$ to'liq differensialni qo'shish tufayli

$$d\chi = TdS + Vdp \quad (9)$$

tenglamani olamiz. Bu yerda $\chi = E + pV$ bo'lib, entalpiya deb yuritiladi. (3.133) tenglamadan noma'lum bo'lgan kattaliklar temperatura T , hajm V va ichki energiya $E = \chi - pV$ topiladi. (3.133) tenglamadan S va p bo'yicha ikki marotaba differensiallash natijasida issiqlik sig'imi C va izoentropik elastiklik moduli K_s ni topish mumkin bo'ladi. S va p bo'yicha ikkinchi tartibli aralash differensial olganimizda termodinamikada muhim bo'lgan to'rtinchi munosabatni olamiz:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p. \quad (10)$$

Murakkab sistemalarda adiabatik-izobarik jarayonlarda bajarilgan ish entalpiyaning kamayishi hisobiga bo'ladi, ya'ni

(11)

$$A_{\text{nomex}} = -(\Delta\chi)_{S,p} = -(\chi_2 - \chi_1)_{S,p}.$$

Oddiy sistema misolida termodinamik potentsiallar metodi bilan tanishib chiqdik. Bu metodni ideal gazlarga tatbiq qilamiz.

Ideal gaz uchun termodinamik potentsiallar

Oldingi mavzuda sistema holatini aniqlovchi xarakteristik funksiyalar, ya'ni termodinamik potentsiallar metodi termodinamika muhim yutug'i ekanligini ko'rib chiqdik. Lekin termodinamika doirasida potentsiallarning oshkora ko'rinishini topish mumkin emas. Faqat ayrim hollarda, xususan, ideal gaz va muvozanatli nurlanish uchun potentsiallarning oshkora ko'rinishini topish mumkin. Boshqa hollarda potentsiallar tajriba natijalari asosida tiklanadi yoki statistik metodlar yordamida hisoblanadi.

Bizga ma'lumki ideal gaz ichki energiyasi

$$E = C_V T + E_0 \quad (12)$$

$$E = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V. \quad (13)$$

II- hoi. Gibbs termodinamik potentsiali $\Phi = \chi - TS$ berilgan bo'lsa, u holda entalpiya χ ni hisoblash mumkin. Entropiyani (13)dan topib, o'rniga qo'yish natijasida entalpiyani aniqlash mumkin:

$$\chi = \Phi - T \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)_p. \quad (14)$$

(13.141) va (14) tenglamalar Gibbs-Gelmcols tenglamalari deb yuritiladi. Agar $T = 0$ da $F = J_Q$ va $\Phi = \chi_0$ bo'lishini hisobga olsak, u holda ularning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$B = E_0 - T \int_0^T \frac{E - E_0}{T^2} dT, \quad (15)$$

$$\Phi = \chi_0 - T \int_0^T \frac{\chi - \chi_0}{T^2} dT, \quad (16)$$

$$A = -(\Delta F)_T = -(F_2 - F_1)_T.$$

$$A = -\Delta E + T \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_V,$$

$$A = Q_V + T \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_V. \quad (17)$$

Agar sistema izobarik-izotermik holda Φ_1 energiyali holatdan Φ_2 energiyali holatga o'tsa, u holda mexanik bo'lmagan kuchlarning bajargan ishi Gibbs energiyasining kamayishi hisobiga o'tadi:

$$A_{\text{nomex}} = -(\Delta \Phi)_{T,p} = -(\Phi_2 - \Phi_1)_{T,p}.$$

Gibbs-Gelmcols tenglamasiga asosan

$$A_{\text{nomex}} = Q_p + T \left(\frac{\partial A_{\text{nomex}}}{\partial T} \right)_p \quad (18)$$

tenglamani olamiz. Bu yerda $Q_p \sim$ izobar jarayonda issiqlik effekti: $Q_p = \Delta H = \Delta E + p(V_2 - V_1) = -Q = Q_p$.

Olingan Gibbs-Gelmcols tenglamalari ko'rib chiqilgan jarayonlarda bajarilgan maksimal ishni hisoblash imkonini beradi.

2-ma'ruza

1. Taqsimot funksiyasi va entropiya uchun

$$f(E) = \frac{1}{Z} e^{-\beta E}, \quad (1a, 1b)$$

$$S = k_B \ln Z = \beta U + k_B \ln Z$$

Ekanligini bilamiz. Bu yerda Z statistik integral bo'lib uni quyidagicha almashtiriamiz:

$$Z = \sum e^{-\beta E} \quad (2)$$

Bundan $\ln Z = -\beta F$ (3) yoki $F = -\theta \ln Z$ (4) ni topamiz. (4) ni (1b) ga qo'yib

qo'yib

$S = \beta U - \beta F$ ekanligini hosil qilamiz.

$$F = U - \theta S$$

Agar $\theta_0 = kT$ bo'lsa

$$F = U - T k S$$

$$F = U - T S_r \quad (5a, 5b)$$

$$S_r = k S$$

F ning bu ifodasi erkin energiya

(Gelmgol'ts potentsiali) deyiladi. Erkin energiya tizimning ish bajara olish qobiliyatini xarakterlaydi. Tizim muvozanatga yaqinlashishi bilan erkin energiya demak tizimning ish bajara olish qobiliyati kamayadi va nihoyat F minimum qiymat qabul qilganda tizimning ish bajara olish qobiliyati yo'qoladi.

Termodinamikada $\Phi = F + PV$ (6) ifodanu termodinamik potentsial (yoki Gibbsning termodinamik potentsiali) deyiladi. $H = U + PV$ (7) ifoda esa entalpiya (yoki issiqlik funksiyasi deyiladi. (6) dan yakkaalangan tizimda jarayonlar sodir bo'layotgan bo'lsa, uning termodinamik potentsiali kamayib boradi.

Ichki energiya U, entropiya S, erkin energiya F, termodinamik potentsial Φ va entalpiya H bosim P va T temperatura kabi parametrlar doimiy bo'lganda additive akattaliklardir. Bu esa tizimning modda miqdori ν , shu bilan erkinlik darajalari soni va demak zarralar soni necha marta oshsa, bu funksiyalar ham shuncha marta ortadi demakdir.

Additivlik xssasiga asosan quyidagilarni yozish mumkin:

$$U = N f\left(\frac{S}{N}, \frac{V}{N}\right)$$

$$F = N f\left(\frac{V}{N}, T\right) \quad (6a, 6b, 6c, 6d)$$

$$H = N f\left(\frac{S}{N}, P\right)$$

$$\Phi = N f(P, T)$$

Bunda f bitta zarraga to'g'ri keladigan funksiyalardir.

Quyidagi differensiallarni yozaylik:

$$\begin{aligned}
dU &= \theta dS - PdV - \sum X_k dx_k + \mu_n dN \\
dF &= -Sd\theta - PdV - \sum X_k dx_k + \mu_n dN \\
d\Phi &= -Sd\theta + VdP - \sum X_k dx_k + \mu_n dN \quad (7) \\
dH &= \theta dS + VdP - \sum X_k dx_k + \mu_n dN
\end{aligned}$$

$$\text{Bu differensiallardan } \mu_N = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{SVX_k} = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{\theta VX_k} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial N}\right)_{\theta PX_k} = \left(\frac{\partial H}{\partial N}\right)_{SPX_k} \quad (8)$$

Ekanligi kelib chiqadi. Ya'ni potensial μ ni termodinamik funksiyalardan zarralar soni bo'yicha hosila olib aniqlash mumkin. Ammo bularning har biridan μ aniqlanganda uning o'zgaruvchi parametrlar har xil bo'ladi. (6d) va (8) dan $\Phi = N\mu(\theta, P)$ (9)

Demak bir xil zarralardan iborat tizimning kimyoviy potentsiali bir zarraga to'g'ri kelgan termodinamik potentsiallardan iborat. X_k parametrlar bo'lmaganda $d\Phi$ uchun

$$d\Phi = -Sd\theta + VdP + d(\mu N) - Nd\mu \quad (10)$$

Bundan (9) ni nazarga olib yizamiz:

$$d\mu = -sd\theta + vdP \quad (11)$$

Bunda s va v bitta zarraga to'g'ri keladigan entropiya va hajm $dF = -Sd\theta - PdV + \mu dN = -Sd\theta - PdV + d(\mu N) - Nd\mu$ (12) yoki

$$d(F - \mu N) = -Sd\theta - PdV - Nd\mu \quad (13)$$

Bundan $F - \mu N = F - \Phi = -PdV$ (14) (13,14) dan

$$-d(PV) = -Sd\theta - PdV - Nd\mu$$

$$\text{Yoki } N = V \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_{\theta V} \quad (15)$$

Nerst teoremasi. Termodinamikaning uchinchi qonuni

Bizga ma'lumki issiqlik sig'imi

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v > 0 \quad (16)$$

C_v ning har doim musbatligidan temperaturaning o'zgarishi bilan ichki energiyaning monoton o'zgarishi kelib chiqadi.

Agar tizimning temperaturasi nolga intilsa, u imkoniyati bo'lgan eng kichik E_0 energiya holatda bo'ladi. Ikkinchi tomondan muvozanat holatda mikroholatlar ehtilolliklari taqsimoti funksiyasi

$$f_{\beta v(E)=} = \frac{\beta^v}{\Gamma(v)} (E - E_0)^{v-1} e^{-\beta(E-E_0)} \quad (17)$$

Bilan aniqlanadi. $\theta = (1/\beta) \rightarrow 0$ bo'lganda bu funksiya Dirakning del'ta funksiyasiga o'tadi $f_{\beta\nu}(E) = \delta(E - E_0)$ (18)

Bundan eng kichik energiyali mikroskopik holat yagona degan xulosa chiqadi. Shuningdek kuzatish mumkin bo'lmagan holatlar ham statistik fizikada yagona holat deb qaraladi. Ammo E_0 energiyali yakka tizimdagi zarralarning harakati tufayli mikroholatlar soni chegaralangan bo'lsada, juda ko'p bo'ladi.

Hozirgi zamon fizikasi tasavvuriga asosan bitta makroholatga amalda bitta mikroholat mos keladi.

Bunday holda statistik yig'indi:

$$Z = \sum_i e^{-\beta E_i} = e^{-\beta E} = e^{-\nu} \quad (19)$$

Bu holda entropiya tenglamasidan $S = \nu + \ln Z = 0$ (20)

Ekanligi kelib chiqadi. Demak quyidagi teorema o'rinli: $\theta \rightarrow 0, S \rightarrow 0$ (21)

Uni Nerstning kengaytirilgan yoki umumlashgan teoremasi deyiladi.

Tajriba natijalari shuni ko'rsatadiki (W. Nerst-1906 y) bir jinsli tizimning temperaturasi nolga intilganda uning entropiyasi bosimga, zichlika yoki fazaga bog'liq bo'lmagan limit(doimiy qiymat)ga intiladi. M. Planck bu doimiy S_0 qiymatni nolga teng deb qabul qilishni taklif etdi (1911 y).

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = S_0 = 0 \quad (21)$$

Bu ifodani Ners(Nerst-Planck) teoremasi deyiladi. Tajribalar natijasi bo'lgan bu ifoda termodinamikaning birinchiva ikkinchi qonunlar bilan birgalikda termodinamikaning asosini tashkil etadi va termodinamikaning uchinchi qonuni deb ataladi.

Energiya $\theta = U/\nu$ ideal θ_0 (kinetik energiyaga bog'liq) va potensial θ_p (potensial energiyaga bog'liq) qismlardan iborat. $\theta = \theta_0 + \theta_p$

Faraz qilaylik $\theta_p, 0$ bo'lsin. Bu holda $\theta = \theta_0 - |\theta_p|$ Nerstning umumiy teoremasiga asosan $\theta = \theta_0 - |\theta_p| \rightarrow 0$ bo'lganda, $S \rightarrow 0$ bo'lishi uchun

$\theta_0 \rightarrow |\theta_p|$ (22) bo'lishi zarur. Har bir modda o'zining xususiy potensialiga ega ekanligidan har bir modda uchun o'zining xususiy absolyut temperaturasi mavjud ekanligi kelib chiqadi. Bu tasavvurga ko'ra har bir modda o'zining eng past (chegaraviy) temperaturasiga ega. Uning temperaturasini amalda shu T_0 temperaturagacha tushirish mumkin. (22) dan ideal tizim uchun $|\theta_p| = 0$ bo'lganligidan uning absolyut temperaturasi $T_0 = 0$ bo'ladi.

Termodinamikaning uchinchi qonunidan issiqlik sig'imi, termik koefitsiyentlar kabi kattaliklar temperatura nolga intilganda ($T_0=0$) bo'lganda nolga intiladi.

Past temperaturalarni olish usullari

1. Joule-Tomson effekti.

2. Ma'lumki yakkalangan tizimning ichki energiyasi o'zgarmaydi. Gaz molekulalari orasida potensial energiya mavjud bo'lsa, gaz kengayishida molekulalar orasidagi masofa o'zgarishi tufayli potensial energiyasi o'zgarishi kerak. Gaz tashqaridan adiabatik ajratilganligi uchun bu energiya o'zgarishi molekulalarning kinetik energiyalari hisobiga bo'ladi ya'ni gaz kengayganda uning temperaturasi o'zgarishi kerak. Bu masalani hal qilish uchun 1852-62 yillarda Joule va Tomson tajribalar o'tkazib, gazning temperaturasi ortishi, kamayishi va hatto ma'lum temperaturada gaz kengayganda uning temperaturasi o'zgarmay qolishi mumkinligini aniqladilar. Bu hodisani Joule-Tomson effekti deb ataldi. Bunda gazning sovushi musbat effekt, aksincha qizishi esa manfiy effekt deb ataldi.

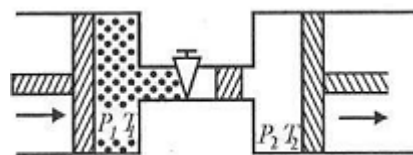
Faraz qilaylik 1-rasmda silindrdagi porshenlar ostidagi gazlarning bosimlari $P_1 > P_2$ bo'lsin. Bu holda agar jo'mrak ochiq bo'lsa, paxta qo'yilganligi sababli gaz sekinlik bilan kengayadi. Bu jarayon uchun termodinamikaning birinchi qonuni

$\Delta U + \Delta A = 0$ (23) bo'ladi. $\Delta U = U_2 - U_1$ (24) Bir mol gaz chap tomondan o'ng tomonga o'tganda uning bajargan ishi quyidagiga teng:
 $\Delta A_1 = 0 - P_1 V_1 = -P_1 V_1$

1-rasm

O'ng tomomdagi gazning bajargan ishi
 $\Delta A_2 = P_2 V_2 - 0 = P_2 V_2$ (25)

Umumiy bajarilgan ish
 $\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = P_2 V_2 - P_1 V_1$ (26)



(24) va (25) ni (24) ga qoyamiz

$$U_2 - U_1 + P_2 V_2 - P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2 - (U_1 + P_1 V_1) = H_2 - H_1 = 0 \quad (27)$$

Bu holda tizimning entalpiyasi doimiy qoladi ya'ni $dH=0$. Tizimning holatini (P, T) ga nisbatan aniqlangan deb

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP = 0 \quad (28)$$

Tenglamadan

$$\chi = \left(\frac{dT}{dP} \right)_H = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P} = - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T}{C_P} \quad (29) \text{ nisbatni olamiz.} \quad dP < 0, C_P > 0$$

ekanligidan dt ning ishorasi $\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T$ ga bog'liq bo'ladi. Gibbs –Dyugem munosabati $TdS = dU + PdV$ ni quyidagicha yozish mumkin.

$$TdS = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP - VdP. \quad (30) \text{ Bunda } dS \text{ to'liq differensial bo'lganligi}$$

uchun $\frac{\partial}{\partial P} \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right) - V \right]$ tenglik bajariladi. Bundan

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = V(1 - T\alpha) \quad (31) \text{ tenglikni topamiz. Demak Joule- Tomson}$$

effekti uchun $\chi = \left(\frac{dT}{dP} \right)_H = \frac{V(T\alpha - 1)}{C_P} = \frac{TV(\alpha - \alpha_0)}{C_P} \quad (32) \text{ nisbatni olamiz, bunda}$
 $\alpha_0 = 1/T.$

(32) dan gaz ideal bo'lsa, uning hajmi kengayganda temperaturasi o'zgarmaydi, ya'ni effekt χ bo'ladi.

2. $\alpha > \alpha_0$ shart bajarilsa $dP < 0$ bolganligi uchun $dT < 0$ bo'ladi, kengayishda gaz soviydi.

3. $\alpha < \alpha_0$ shart bajarilganda gaz kengayganda u qiziydi ($dT > 0$)

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, berilgan bosim R da $\alpha(P, T_i) = 1/T_i$ (33)tenglik qanoatlantiriladigan temperatura T_i da gaz kengayganda $\chi = 0$ bo'ladi va, demak, gazning temperaturasi o'zgarmaydi. Bu temperatura inversiya temperaturasi deyiladi.

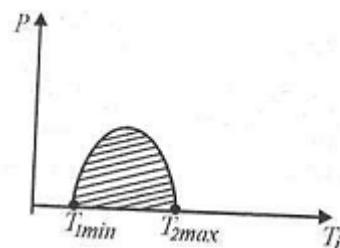
5. (33) tenglamada P bosimning o'zgarishi bilan inversiya temperaturasi o'zgaradi (2-rasm) inversiya chizig'i payo bo'lishini tajriba ko'rsatadi.

2-rasm

Bu inversiya chizig'idan bosimning bir qiymatiga inversiya temperaturasi ikki qiymati to'g'ri keladi. Ya'ni minimal va maksimal inversiya temperaturasi mavjud. Inversiya chizig'i musbat Joule- Tomson effekti sohasini, manfiy effekt sohasidan ajratib turadi. Quyidagi jadvalda bunga misollar keltirilgan.

Joule-Tomson effekti yordamida past temperaturani olish uchun gazning temperaturasi T inversiya temperaturasi $T < T_{\text{imax}}$ bo'lishi shart.

Bundan tashqari gazni adiabatik kengaytirib past temperaturani olish usuli ham mavjud bo'lib, uni P.L.Kapitsa ishlab



gaz	p , atm	T_{max} , K	T_{min} , K
CO ₂	18–100	2050	249
Ar	50	723	125
havo	150	553	140

uhliqqan. Shuningdek paramagnitlarni adiabatik magnitsizlantirish yo'li bilan ham past temperaturalarni olish usuli mavjud. 1926 yilda Debay magnto-kalorik rffektdan foydalanb bu usulni kashf etgan.

Savollar

1. Termodinamik potentsiallarnima? Ichki energiya va uning o'zgarishi qanday yuz beradi?.
2. Erkin energiya va uning o'zgarishi haqida nimalarni bilasiz?.
3. Entalpiya nima?.
4. Gibbs va Gel'mgol'ts termodinamik potentsiallari va. Kimyoviy potentsial haqida tushuncha bering..
5. Termodinamikaning uchinchi qonuni. Nernst teoremasi qanday ifodalanadi?.
6. Past temperaturalarni olish metodlarini qanday usullarini bilasiz?

2-Ma'ruza

Mavzu: Gomogen va geterogen sistemalar.

Dars maqsadi: Fazaviy o'tishlar. Klapeyron-Klauzius tenglamasi. Birinchi va ikkinchi tur fazaviy o'tishlar haqida ma'lumotlar berish.

Darsning uslubiy ta'minoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosveshenie 1995 y.

2. F.Reyf Statisticheskaya "Fizika" M. Nauka, 1987y.

3. A.Boydedaev «Klassik statistik fizika» T.O'z.2003 y.

Reja:

- 1 Gomogen va geterogen sistemalar
- 2 Fazaviy o'tishlar. Klapeyron-Klauzius tenglamasi
- 3 Birinchi va ikkinchi tur fazaviy o'tishlar

Kirish. Fizik xossalari hamma nuqtalarda bir xil bo'lgan tizim gomogen tizim deyiladi. Bir nechta gomogen tizimdan tashkil topgan tizim geterogen tizim deyiladi. Fizik bir jinsli jismni faza deyiladi.

Geterogen tizim ikki va undan ko'p fazadan tashkil topgan bo'lishi mumkin. Masalan suv, muz va bug' uch fazali geterogen tizim deyiladi. Suv va spirt aralashmasi bir fazali, bir necha komponentadan tashkil topgan gaz aralashmasi bir fazali deyiladi. Fazaning xarakterli belgisi shundan iboratki, u boshqa fazalardan aniq chegara bilan ajralib turadi. Suv 3 ta agregat holatda bo'ladi, fazalar soni esa ko'p, masalan muzning 6 xil modifikatsiyalari-fazalari mavjud. Magnit kristall qattiq jismning paramagnit va ferromagnit fazalari bor. Metal qattiq jismning normal va o'ta otkazuvchilik holatlari(fazalari) mavjud. Gomogen tizimning muvozanat shartini ko'raylik.

1. Tizim fizik bir jinsli N_i ta komponentlan iborat bo'lsin. Bu gomogen tizimning termodinamik potentsiali

$$\Phi = \Phi(P, T, N_1, N_2, \dots, N_i)$$

komponentlar zarralar sonlari $\nu_i, N_1, \dots, N_i$ ga bog'liq bo'ladi. Temperatura va bosim doimiy bo'lganda termodinamik potentsialning o'zgarishi muvozanat xolatda nolga teng. Ya'ni:

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial T} dT + \frac{\partial \Phi}{\partial P} dP + \frac{\partial \Phi}{\partial N_1} dN_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial N_2} dN_2 + \dots + \frac{\partial \Phi}{\partial N_i} dN_i + \dots = 0$$

Yoki

$$\sum_i \mu_i dN_i = 0 \quad \text{bunda} \quad \mu_i = \frac{\partial \Phi}{\partial N_i}$$

μ_i komponentning kimyoviy potentsiali. Tizimda kimyoviy reaksiyalar, shu jumladan dissosiatziyalar va nolimerizatsiyalar bo'lsa, zarralar soni N_i o'zgarali va $dN_i \neq 0$ bo'ladi. Kimyoviy reaksiyalarda zarralar sonining o'zgarishi dN_i (yoki komponenta massasining o'zgarishi dm) stoxiometrik koeffitsiyent ν_i ga mutanosib bo'ladi. Shunday kilib, $dN_i \sim \nu_i$

ni nazarda tutib, gomogen tizimining muvozanati sharti (22) ni

$$\sum_i \mu_i \nu_i = 0 \quad (24) \text{ ko'rinishda yozamiz.}$$

Ideal gazlar uchun (24) ifodani ko'raylik. Imki energiya va entropiya additivligidan erkin energiyani

$$F = U - TS = \sum_i n_i U_i - T \sum_i n_i S_i = \sum_i n_i (U_i - TS_i) = \sum_i n_i F_i$$

Ko'rinishda yozish mumkin; bunda U_i, S_i i komponentli gazning bir molining ichki energiyasi va entropiyasi (aralashib V xajmni egallagandan so'ng):

$$U_i = C_{\nu_i} T, S_i = C_{\nu_i} \ln T + R \ln V/n_i + S_{oi}$$

Ma'lumki

$$\begin{aligned}\mu_i &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_i} \right)_T = U_i - TS_i + PV = -RT \ln \frac{V}{n_i} + U_i + RT - TC_{V_i} \ln T - \\ &- TS_{oi} = RT \ln n_i - RT \ln V_i + U_i + RT - TC_{V_i} \ln T - TS_{oi} = \\ &= RT \ln C_i + f(T),\end{aligned}$$

bunda $n_i = C_i N$ ekanligi nazarda tutildi. (24) muvozanat shartini yozamiz:

$$\begin{aligned}\text{Bunda} \quad \sum_i \mu_i v_i &= RT \sum_i v_i \ln C_i + f(T) \sum_i v_i = 0 \\ \sum_i v_i \ln C_i &= -\frac{f(T)}{RT} \sum_i v_i = \ln K(T, P) \quad \text{yoki} \quad \prod_i C_i^{v_i} = K(T, P).\end{aligned} \quad (25)$$

(25) ni massalarning tasir qounni dyilali; $K(P, T)$ ni kimyoviy reaksiyaning konstantasi deyiladi. Umumiy holda P bosimga xam bog'liq.

Fazaviy o'tishlar

Ko'p fazali (geterogen) tizim nomuvozat holatda bo'lsa, moddalar bir fazadan ikkinchi fazaga o'tishlari mumkin. Masalan, modda suyuq, holatdan gaz yoki qattik holatga o'tishi, moddaning ferromagnit fazalari paramagnit fazaga o'tishi, metallning normal holatdan o'ta o'tkazuvchanlik holatiga o'tishi, geliy I ning geliy II ga aylanishi fazaviy o'tishlarga misol bo'ladi. Fazaviy o'tishlar ikki turli bo'ladi: birinchi tur fazaviy o'tishda yashirin issiqdik ajraladi (yoki yutiladi) hamda solishtirma hajm (zichlik) o'zgaradi; masalan, bug'ning suyuqdikka aylanishi, suyuqdikning qattiq xolatga o'tishi birinchi tur fazaviy o'tishlardir.

Ikkinchi tur fazaviy o'tishda yashirin issiqlik ajralmaydi yoki yutilmaydi hamda solishtirma hajm o'zgarmaydi. Ammo boshqa xossalar, masadan, issiqlik sig'imi o'zgaradi

Ikki fazali geterogen tizim muvozanat holatda bo'lsin. Bu holda fazalarning kimyoviy potentsiallari yoki solishtirma termodinamik potentsiallari $\varphi_1(P, T)$ va $\varphi_2(P, T)$ bir-biriga teng bo'ladi (fazalarning muvozanat sharti):

$$\varphi_1(P, T) = \varphi_2(P, T) \quad (26)$$

Fazalar muvozanatini buzmasdan termodinamik potentsiallarni o'zgartiraylik:

$$\varphi_1(P, T) + d\varphi_1(P, T) = \varphi_2(P, T) + d\varphi_2(P, T)$$

yoki bunda temperaturaning o'zgarishiga mos ravishda bosimni (26) asosida o'zgargirilsa, fazalar muvozanati buzilmayli, ya'ni:

$$\frac{\partial \varphi_1(P, T)}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_1(P, T)}{\partial P} \frac{dP}{dT} = \frac{\partial \varphi_2(P, T)}{\partial T} + \frac{\partial \varphi_2(P, T)}{\partial P} \frac{dP}{dT} \quad (27)$$

Bularda

$$\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial T} \right)_P = -S_1, \quad \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial T} \right)_P = -S_2,$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_1(P, T)}{\partial P} \right)_T = \vartheta_1, \quad \left(\frac{\partial \varphi_2(P, T)}{\partial P} \right)_T = \vartheta_2$$

ekanligini pazarda tugib, (27) ni

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S_2 - S_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \quad (28)$$

Ko'rinishga keltiramiz; bunda S_1, S_2, V_1, V_2 mos ravishda fazalarning solishtirma entropiyalari va solishtirma g'ajmlaridir. Misol. Idishda suv va suv ustidagi idish qopqog'i ostida (porshen tagida) bug' muvozanat xolatda bo'lsin. Agar bosimni oshirsak, bug'ning bir qismi suvga aylanishi, shu bilan bosim oshishiga teskari jarayon — bosim kamayishni solir bo'ladi. Boshqacha aytganda, Le-Shatlye tamoyiliga muvofiq bosim oshishiga teskari yo'nalishda jarayon kechadi. I. Fazalar muvozanati buzilmasligi uchu temperaturani bosimga mos ravishda oshirish zarur.

Birinchi tur fazaviy o'tish. Klayperon-Klausius tenglamasi

Birinchi tur fazaviy o'tishda entropiya S , solishtirma g'ajm V o'zgaradi. Ular fazalar chegarasida sakrab o'zgaradi, ya'ni:

$$S_2 - S_1 \neq 0, \quad V_2 - V_1 \neq 0. \quad (29)$$

Shu tur fazaviy o'tishda yashirin issiqlik q ajralib chiqadi yoki yutiladi, ya'ni:

$$T(S_2 - S_1) = T\Delta S = \Delta Q \equiv q. \quad (30)$$

$$\left(T \frac{dP}{dT} = \frac{q}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \right) \quad (31)$$

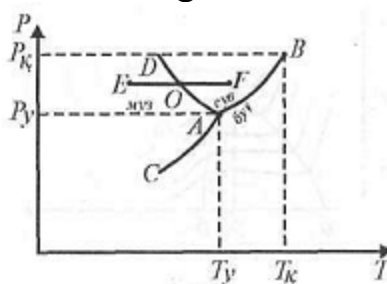
Ko'rinishda yozamiz. Birinchi tur fazaviy o'tish uchun yozilgan (31) ni *Klayperon-Klausius tenglamasi* deyiladi. Bu tenglamada solishtirma xajm V va fazaviy o'tishdagi yashirin issiqlik q temperatura va bosimga bog'liq. Shunday qilib birinchi tur fazaviy o'tishlarda fazalar termodinamik potentsiallari uzluksiz ((31) tenglik), ammo ularning temperatura va bosim bo'yicha birinchi tartibli xosilalari uzilishga ega.

Juda ko'p qattiq jismlar eriganda $q > 0$ bo'ladi va ularning solishtirma xajmlari ortadi, ya'ni $V_2 > V_1$ bo'ladi.

Shu sababli $\{dP/dT\} > 0$, ya'ni bosim ortishi bilan erish temperaturasi ortali. Bunday molekulalar ikki fazasining munozaratida temperatura ortishi bilan bosim ham ortali, ya'ni $\Delta T > 0$ da va $\Delta P > 0$ bo'ladi. Ammo suv va muz bu qoidadan istisno, ya'ni $q > 0$, ammo muzning solishtirma xajm i suvnikidan kichik: $q < 0$. Shuning uchun temperatura ortishi bilan bosim kamayadi (k , 2-rasm), ya'ni bosim ortishi bilan muzning erish temperaturasi pasaidi 2-rasmda muz va suv fazalari muvozanati chizig'i, suv va bug' fazalari muvozanati chizig'i, muz va bug fazalari muvozanati chizig'i xamda uchta fazaning muvozanatini tavsiflovchi uchlanma nuqta tarxi (sxematik) ravishda keltirilgan. Suv

va bug'

2-rasm



muvozanati chizig'i A nuqtadan kritik nuqta B gacha davom etadi. Uchlanma A nuqtadan pastda suv fazasi mavjud emas. Suv uchun uchlanma nuqta koordinatalari:

$$t_y = 0,0078^\circ\text{S}, \quad P_y > q \, 0,006 \, \text{atm}.$$

Modda past temperaturali fazadai yuqori temperaturali fazaga o'tganda yashirin issiqlik q ni yutadi. Tizim (muz) E nuqtada barqaror (turg'un) (5.2 rasm). Agar shu nuqtada muz-suv tizim bo'lsa, u noturg'un bo'ladi va suv muzga aylanali. Agar bosimni o'zgartirmay issiqlik berilsa, uning (muzning) temperaturasi orta borib, muvozanat chiig'iga borganda (0 nuqtada) temperatura ortishi to'xtaydi, suv fazasi paydo bo'ladi. Issiklik miqdorining bu 0 nuqtada berilishi suv massasining (miqdorining) ortishiga olib boradi. Agar bu nuqtada bosim ortsa, unga mos ravishda temperatura o'zgarsa (muz uchun temperatura pasayadi), ikki faza muvozanati saqlanadi. Bosimni o'zgartirmasdan bu nuqtada temperatura oshsa, molda bir fazaga — suvga aylanali va uning temperaturasi EF chizig'i bo'yicha ortib boradi. **Ikkinchi tur fazaviy o'tishlar**

Tajribadan ma'lumki, ayrim fazaviy o'tishlarda issiqlik ajralishi yoki yutilishi sodir bo'lmaydi, solishtirma hajm o'zgyarmaydi. Masalan. Kyuri iuktasida ferromagnit-paramagnitga aylanishi, suyuq geliyning 2.18K da geliy II suyuqlikka aylanishi ikkinchi tur fazaviy o'tishga iisollir.

Bu fazaviy utishda (44) ifodadagi Surat g'am, maxraj ;am (ya'ni $S_t - S_t$ va $U_2 - K$;) nolga tengdir. Shu sababli bu kasrning limitini olish uchun Lopital koidasiga asosan surat va maxrajning xosilalarini olib, ularning nisbatini aniqlamok kerak:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta \vartheta} = \frac{\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P}{\Delta \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P}, \quad (31)$$

$$\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial S_2}{\partial T} \right)_P - \left(\frac{\partial S_1}{\partial T} \right)_P = \frac{C_{P_2} - C_{P_1}}{T} = \frac{\Delta C_P}{T},$$

$$\Delta \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial V_2}{\partial T} \right)_P - \left(\frac{\partial V_1}{\partial T} \right)_P = V_2 \alpha_2 - V_1 \alpha_1 = V \Delta \alpha. \quad (59) \quad (60)$$

ikkinchi tur fazaviy o'tishlarda $\varphi_1 = \varphi_2$ bularning birinchi tartibli xosilalari $S_2 - S_1, V_2 - V_1$ o'zaro teng bo'lib, termodinamik potensialning ikkinchi tartibli

hosilalari $\frac{\partial S_1}{\partial T} \neq \frac{\partial S_2}{\partial T}, \frac{\partial V_1}{\partial T} \neq \frac{\partial V_2}{\partial T}$ uzilishga egadir.

(59) va (60) ni nazarda tutib, (58) ni qayta

yozamiz: $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta C_P}{TV \Delta \alpha} \quad (61)$

(58) ifodada $\Delta S / \Delta V = 0/0$ noaniqlikni Lopital qoidasi bo'yicha limitini aniklashda bosim bo'yicha o'zgarishini olaylik (limit ishoralari yozilmadi).

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{\Delta \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T}{\Delta \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T} \quad (62) \quad \text{bunda} \quad \Delta \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial S_1}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{\partial S_2}{\partial P} \right)_T = \vartheta \Delta \alpha,$$

$$\Delta \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V_2}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{\partial V_1}{\partial P} \right)_T = \vartheta \Delta \chi_T. \quad (63), \quad (64)$$

Demak (51) va (65) lar Erenfest teglalamalari deyiladi. Ularni bir-biriga ko'paytirib, $\Delta C_P = \Delta \chi_T \left(\frac{dP}{dT} \right)^2 TV$ (66) tenglikni hosil qilamiz.

3-Ma'ruza

Mavzu: Eng katta ehtimoliy taqsimot. Maksvell taqsimoti(–4 soat)

Darsning maqsadi: Ideal gaz. Eng katta ehtimoliy taqsimot. Maksvell taqsimoti. Termodinamik parametrlar orasida bog'lanish bilan tanishtirish.

Darsning uslubiy ta'minoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosvechenie 1995 y.

2.F.Reyf Statisticheskaya Fizika M.Nauka, 1987y.

3. A.Boydedaev «Klassik statistik fizika» T.O'z.2003 y.

Reja

1.Ideal gaz. Eng katta ehtimoliy taqsimot.

2. Maksvell taqsimoti.

3 Termodinamik parametrlar orasida bog'lanish.

Ideal gaz deb: quyidagi shartlarga bo'ysinadigan gazlarga aytiladi.

1. Molekulalarning xususiy xajmi egallagan xajmiga nisbatan juda kichik, ya'ni molekulalarni moddiy nuqta deb xisoblash mumkin bulsin.
2. Molekulalar orasida o'zaro tahsir kuchi yo'q, chunki molekulalar bir-biridan ancha uzoq masofada bo'ladi. Molekulalar o'zaro to'qnashgandagina qisqa muddatli itarishadigan elastik kuchlar paydo bo'ladi.
3. Gaz molekulalari tartibsiz xarakatlanayotgan absolyut kattik sharchalardan iborat. Sharchalar faqat to'qnashgandagina tahsirlashadi va bu ta'sir absolyut elastik to'qnashish qonuniga bo'ysunadi.

Yetarlicha katta xajmni egallagan va uncha katta bo'lmagan bosim ta'sir qilayotgan real gaz, amalda o'zini ideal gaz kabi tutadi. Geliy, vodorod gazlarining xossalari ideal gaz qonuniyatlariga bo'ysunadi.

Siyaklashtirilgan real gazlarning xossalari ideal gazga ya'in bo'ladi. Masalan, atmosfera bosimida vodorod va geliy gazlari ideal gazga juda yaoin bo'ladi.

Molekulyar-kinetik nazariya natijalarini eslasak, gaz molekulalari har xil tezliklar bilan tartibsiz harakat qilichlari ayon bo'ldi. Molekulalarning o'zaro tqqnachichlari tufayli ularning tezliklari miqdor va yo'nalich jihatdan uzluksiz ravichda o'zgarib turadi. Keyinchalik tekchirichlardan mahlum bo'ldiki, normal charoitda har bir molekula bir sekunda taxminan 10^{10} marta tqqnachar ekan. Chu sababli, juda qisqa vaqt ichida ham tezligi aniq qiymatga ega bo'lgan molekulalarning sonini aniqlach mumkin emas.

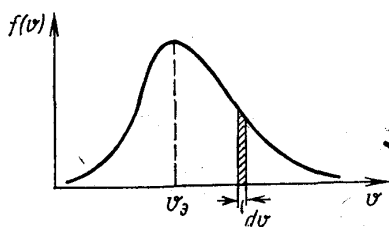
Lekin ixtiyoriy yoʻnalichda tezligi v dan $v+dv$ gacha intervalda yotgan molekulalar sonini aniqlash mumkin. Tezliklarning butun sohasini tezlikning juda kichik dv ga teng intervallariga ajrataylik. Bunda har bir tezliklar intervaliga dN molekulalar soni toʻri keladi deb olaylik. dN sistemadagi barcha molekulalar soni N ga va tezlik intervali dv ga proporsional boʻladi.

$$dN \sim N dv \quad (1)$$

tezlik funktsiyasi kattaligini kiritib (1) ni quyidagicha yozish mumkin.

$$dN = f(v)N dv \quad (2)$$

$$\text{yoki} \quad \frac{dN}{N dv} = f(v) \quad (3)$$



(3) ifodani molekulalarning tezliklar boʻyicha taqsimot funktsiyasi deyiladi.

$F(v)$ - funktsiya dv tezliklarga ega boʻlgan molekulalar qolgan barcha molekulalarning qanday uluchini tashkil etish ehtimolligini koʻrsatadi.

Bu taqsimot funktsiyasini birinchi boʻlib ingliz fizigi Maksvell nazariy yoʻl bilan - ehtimollar nazariyasi asosida aniqlagan edi. Tasimot funktsiyasi Maksvell tomonidan 1-rasmda chizilgan egri chiziq sifatida tasvirlangan. Maksvell $f(v)$ funktsiyasining analitik ifodasi quyidagi koʻrinishda keltirib chiqariladi:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_m v^2}{2kT}} v^2 \quad (4)$$

bu yerda m_m - molekulaning massasi, T - gazning absolyut temperaturasi.

Biror hajmdagi gazning v dan $v + dv$ gacha tezliklar bilan harakatlanayotgan molekulalarning nisbiy soni quyidagi munosabatdan foydalanib topiladi:

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_m v^2}{2kT}} v^2 \quad (5)$$

Uning qiymati 1-rasmdagi Maksvell egri chizii ostidagi chtrixlangan yuzachaga teng. (5) ifoda **molekulalarning tezliklari bhyicha taqsimlanichiga oid Maksvell qonuni deyiladi.**

Maksvell egri chiziining maksimumga toʻgʻri kelgan tezligini eng katta **ehtimolliy tezlik** (v_e) deb ataladi. v_e ning qiymatini topish uchun $f(v)$ funktsiyadan v boʻyicha olingan hosilani nolga tenglactiramiz va

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_m}} \quad (6)$$

ekanligini topamiz.

Temperatura yuqorilachgan sari Maksvell egri chizii pasayib katta tezliklar sohasiga cho`ziladi.

Ideal gaz molekulalarining energiya bo`yicha taqsimoti  $\frac{dN}{N}$ ,  $w$  dan  $w+dw$  energiya oraliida  $w=mv^2/2$  kinetik energiyaga ega bo`lgan gaz molekulalari umumiy soni N ning qanday ulichini tashkil qilichi bilan aniqlanadi:

$$\frac{dN}{N} = f(w)dw = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-w/kT} \sqrt{w} dw \quad (7)$$

Bu ifoda gaz molekulalarining issiqlik harakat energiyalari bo`yicha taqsimlanichiga oid Maksvell qonuni deb ataladi. Maksvell nazariyasining to`g`riligi 1920 yilda nemis olimi Chtern tajribasida isbotlangan.

Maksvell taqsimoti

Maksvell taqsimotini mukammal qarab chiqaylik sferik koordinatalar sistemasiga qtamiz, ya`ni zarrachani impulsar intervali p , $p + dp$ topich ehtimolligini aniqlovchi Maksvell taqsimotini olamiz:

$$dW(p) = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT} \right) p^2 dp. \quad (8)$$

Agar $p = mv$ ekanligini hisobga olsak, u holda zarra tezliklarining v , $v + dv$ tezlik intervalida bo`lich ehtimolligini olamiz:

$$dW(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right) dv_x dv_y dv_z. \quad (9)$$

Bu yerda yana sferik koordinatalar sistemasiga o`tsak, tezlik moduli bo`yicha Maksvell taqsimotini olamiz:

$$dW(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) v^2 dv. \quad (10)$$

Energiya va $p = \sqrt{2m\varepsilon}$ impuls ifoda bilan bog`langanligini inobatga olsak, zarra energiyasining  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon + d\varepsilon$  energiya intervalida bo`lich ehtimolligi uchun Maksvell taqsimotiga o`tadi:

$$dW(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT} \right) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (11)$$

Yuqoridagi ifodalarning hajm birligidagi zarralar sonini «n» ga ko'paytirsak, u holda berilgan impuls, tezlik va energiya intervalidagi zarralar soni uchun taqsimot funksiyalarini hosil qilamiz.

Maksvell taqsimoti amaliyotda keng qullaniladi. Fizik jarayonlarning kechichiga qarab, Maksvell taqsimoti (9), (10) yoki (11) ko'rinichlarda ichlatiladi. Bu taqsimot sistema holatini xarakterlovchi kattaliklarni hisoblash imkonini beradi. Misol tariqasida termoelektron emissiya tokining zichligini hisoblaymiz.

Metall ichidagi elektron gazni ideal deb qaraymiz. Bu fikr nazariy va tajribalarda isbotlangan. Metall ichidagi elektronning potensial energiyasi tachqaridagi elektronnikidan chiqich ichi $w = eU$ ga farq qiladi. Tok zichligining ta'rifiga asosan termoelektron tokining zichligi $j = env$ ko'rinichda yoziladi. Bu yerda e — elektron zaryadi, n — elektron gazning zichligi, v - elektron tezligi. Xususan Ox o'qi yqnalichida tok zichligi

$$j_x = en\bar{v}_x. \quad (12)$$

Metall ichidagi elektron gazga tezliklar bo'yicha Maksvell taqsimoti (12)ni tadbiq qilamiz. U holda j_x ni quyidagi ko'rinichda yozich mumkin:

$$j_x = en \int v_x dW(v) = en \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_{v_{0x}}^{\infty} v_x dv_x, \quad (13) \text{ bu yerda } W \text{ elektronning}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right) dv_y dv_z,$$

metalldan chiqich ichi uning kinetik energiyasiga tenglidand, ya'ni $A=e\varphi$ tenglikdan aniqlanadi.

(13) ifodadagi integrallarni hisoblab tok zichligi uchun quyidagi natijani hosil qilamiz:

$$j_x = \frac{en\bar{v}}{4} \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right), \quad (14)$$

bu yerda $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ - ortacha tezlik. (14) ifoda Richardsonning klassik formulasi deyiladi.

Maksvell taqsimotini ikkita zarraning nisbiy va massa markazi tezliklarining o'rtacha qiymatini aniqlachga tatbiq qilamiz. Gibss taqsimotiga asosan birinchi zarra v_1 ikkinchi zarra v_2 tezlikka bir vaqtda ega bo'lich ehtimolligini quyidagicha yozich mumkin:

$$dW(v_1, v_2) = C \cdot \exp\left(-\frac{m_1 v_1^2 + m_1 v_2^2}{2kT}\right) dv_1 dv_2. \quad (15)$$

Normirovka charti

$$\int dW(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = 1 \quad (16) \quad \text{o'zgaras kattalik } C \text{ uchun}$$

quyidagi natijani beradi:

$$C = \left(\frac{m_1 m_2}{4\pi^2 k^2 T^2} \right)^{3/2}.$$

Taqsimot funksiyasi (15) ni tezliklarning modullari bo'yicha yozamiz:

$$dW(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = 16\pi^2 \left(\frac{m_1 m_2}{4\pi^2 k^2 T^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2kT}\right) v_1^2 v_2^2 dv_1 dv_2. \quad (17)$$

Endi taqsimot funksiyasini nisbiy v va massa markazi v_0 tezliklarining modullari orqali yozamiz:

$$(18) \quad \text{Bu}$$

$$dW(\mathbf{v}', \mathbf{v}_0) = dW(\mathbf{v}') dW(\mathbf{v}_0).$$

yerda

$$\begin{aligned} dW(\mathbf{v}') &= 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}\right) v^2 dv, \\ dW(\mathbf{v}_0) &= 4\pi \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{M v_0^2}{2kT}\right) v_0^2 dv_0, \end{aligned} \quad (19) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2, \quad \mathbf{v}_0 = \frac{m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad M = m_1 + m_2.$$

Gaz bir atomli bqlsa, m_x q m_2 bqladi. U holda (18)-(19) dan nisbiy va massa markazi tezliklarining o'rtacha qiymatlari uchun quyidagilarni olamiz:

$$\bar{v}' = \int_0^\infty v' dW(\mathbf{v}') = \sqrt{2\bar{v}}, \quad \bar{v}_0 = \int_0^\infty v_0 dW(\mathbf{v}_0) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \bar{v}.$$

Boyl-Mariott konuni. Ingliz olimi Boyl (1662 y.), frantsuz Mariott (1667) mustaqil ravishda izotermik gaz jarayonlarini o'rganib quyidagi qonunni aniqladi. Berilgan massali gaz uchun o'zgaras xaroratda ($t=\text{const}$) gazni bosimi uning xajmiga teskari proportsional o'zgaradi. $PV=\text{const}$ (20) Grafikda izotermik jarayon tengyonli giperbola-izoterma bilan ifodalanadi. **Gey-Lyussak qonuni.** 1802 yil Gey-Lyussak izobarik va izoxorik gaz jarayonlarini o'rganib, quyidagi qonunni aniqladi.

1. Berilgan massali gaz uchun o'zgaras bosimda ($P=\text{const}$) gazni xajmi xaroratning o'zgarishi bilan chiziqli o'zgaradi: $V=V_0(1+\alpha t)$ (21) Bunda, V_0 - gazning 0°S dagi xajmi; V - gazning $t^\circ\text{S}$ dagi xajmi; α - xajmiy kengashish koefitsiyenti.

2. Berilgan massali gaz uchun o'zgarmas xajmda ($V=\text{const}$) gazni bosimi xaroratning o'zgarishi bilan chizikli o'zgaradi.

$P=P_0(1+\gamma t)$ (22) Bunda, P_0 - gazning 0°S dagi bosimi; P - gazning $t^\circ\text{S}$ dagi bosimi; γ - gaz bosimining termik koeffitsienti. Barcha gazlar uchun $\alpha=\gamma=1/273,15 \approx 1/273$ (grad^{-1})

(2) va (3) formulalarga muvofiq, izobarik va izoxarik jarayonlar $t=-273,15^\circ\text{S}$ nuqtani absolyut shkala deb, xaroratni sanoq boshi (noli). Bu shkala Kelvin yoki termodinamik shkala deb ataladi. Shkalaning noli absolyut nol deyiladi.

Absolyut va $t^\circ\text{S}$ tselsiy bilan o'lchangan xarorat quyidagicha boglangan $T = t/273,15^\circ\text{S}$.

1982 yilda Kelvin Gey-Lyussak qonunlari asosida absolyut xarorat shkalasini absolyut nolni shu qiymatini nazariy xisoblashlar bilan aniqladi. Absolyut nol moddaning mumkin bo'lgan eng past t absolyut nolda xoatik xarakat butunlay to'xtaydi. Elektronlar bundan istasno.

Endi esa P , V va T xam bir vaqtning o'zida o'zgaradigan jarayoni ko'raylik. Bunday jarayonni 1834 yili Klaperon, Boyle-Mariott va Gey-Lyussak qonunlarini birlashtirish bilan topgan.

Faraz qilaylik, m massasi gaz xolati V_1, P_1 , va T_1 boshka xolatda V_2, P_2 , va T_2 . Bunda, $T_1=\text{const}$ izotermik jarayonda gaz xajmi V_2 gacha o'zgaradi, bosim bunda P_1 ga teng.

Ikkinchi jarayon $V_2=\text{const}$ izoxorik jarayonda xarorat T_2 qimmatgacha o'zgaradi. Bosim bunda P_2 bo'ladi.

Birinchi bosqich Boyle-Marriot qonuni bilan ifodalanadi. $V_1 P_1 = V_2 P_2$; bo'ladi. $P_2 = V_1 P_1 / V_2$;

Jarayonni ikkinchi bosqichi Gey-Lyussak qonuni bilan ifodalanadi. $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$; bu formulaga P_2 ni qo'yib, olamiz

$V_1 P_1 / V_2 P_2 = T_1 / T_2$; bundan $V_1 P_1 / T_1 = V_2 P_2 / T_2$; $\updownarrow P_0$

Demak, gazning berilgan massasi uchun PV/T kattalik o'zgarmasdan saqlanar ekan. $PV/T = \text{const}$; (23)

Bu formulaga Klapeyron qonuni deb yuritiladi. Bu formulada ya'ni Klapeyron tenglamasida kamchiligiga V kattalik turli gazlar uchun turlichadir.

1875 yili Mendeleev- Klapeyron tenglamasini Avagadro konuni bilan birlashtirib, 1 kmol gazni V_m bilan belgiladi va quyidagicha ifodaladi. $PV_m / T = V$

Avagadro qonuniga asosan P va T ning bir xil qiymatida xamma gazlarni kilomali bir xil V_m xajmni egallaydi. V ning qiymatini R bilan belgilasak $PV_m / T = R$; (24)

R- universal gaz doimiysi (9) formuladan $PV_m = RT$; (25)

Bu formula kilomol gaz uchun Mendellev-Klapeyron tenglamasi deyiladi. Gazni xajmi massasiga proporsional bo'lgani uchun (bir xil P va T da) $V_m / V = M / m$

Bunda, M - kilomol; V - esa m massali gazni xajmi, bu xolda $V_m = V M / m$; bu ifodani (10) formulaga qo'ysak

$PV = MRT / m$ yoki $PV = mRT / M$; (26)

Bu tenglama ixtiyoriy massali gaz uchun Mendeleev-Klapeyron qonunini ifodalayadi. (11) formuladan gazni zichligi ρ ning ifodasini topish mumkin.

$P = mRT / MV$ ammo $m/V = \rho$ u xolda $P = \rho RT / M$, bundan $\rho = PM / RT$

P- ni topsak, $R = 1 \text{ atm} \cdot 22,42 \cdot 10^3 \text{ l/k.mol} / 273 \text{ grad} = 82 \text{ l.atm/grad.k.mol}$

R-ni SI da $R = 8,32 \cdot 10^3 \text{ J/ grad.k.mol}$

Savollar:

1. Ideal gaz den nimani tushunasiz?
2. Eng katta ehtimoliy taqsimot qanday ko'rinshda?
3. Maksvell taqsimotiini ifodasi va fizik mohiyati qanday?
4. Termodinamik parametrlar orasida qanday bog'lanish mavjud?

4-Ma'ruza

Mavzu: Maksvell-Boltsman taqsimoti. Barometrik formula. Real gaz.

Holat tenglamasi; Van-der-Vaals tenglamasi.—4 soat.

Dars maqsadi: Real gazlar holat tenglamasi hqorida ma'lumotlar berish.

Darsning uslubiy ta'minoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy
Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosveshenie 1995 y.

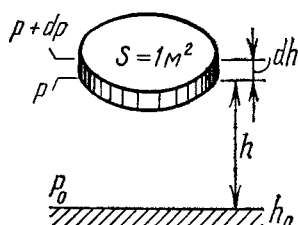
2.F.Reyf Statisticheskaya "Fizika" M. Nauka, 1987y.

3. A.Boydedaev «Klassik statistik fizika» T.O'z.2003 y.

Reja:

1. Maksvell-Boltsman taqsimoti. Barometrik formula;
2. Real gaz. Xolat tenglamasi;
- 3 Van-der-Vaalhs tenglamasi.

Ideal gaz molekulyar-kinetik nazariyasining asosiy tenglamasi va gazning holat tenglamasini keltirib chiqarishda hamda molekulalarning tezliklari bo'yicha taqsimlanishiga oid Maksvell qonunida gaz molekulalariga tashqi kuchlar ta'sir qilmaydi va shular sababli molekulalar berilgan hajmda bir tekis taqsimlangan deb hisoblandi. Aslida atmosferamiz ostidagi gazning har bir molekulasini birinchidan Yerning tortish kuchi maydonida bo'lsa, ikkinchidan havo molekulalari doimo issiqlik harakatida bo'ladi. Havo molekulalarining issiqlik harakati bo'lmaganda edi, barcha molekulalar Yer sirtida to'planib 10 metr qalinlikdagi zich qatlamni hosil qilgan bo'lar edi. Shunday qilib, havo molekulalarining issiqlik harakati va Yer tortish kuchining bir vaqtning



1-rasm

o'zida ta'siri tufayli Yer atrofida bizni doimo o'rab turgan atmosfera mavjud. Atmosferamizdagi havo molekulalarining balandlik bo'yicha taqsimlanishi shu ikki ta'sir kuchlarining natijasidir.

Yer sirtida balandlikni h_0 , bosimni P_0 va hajm birligidagi molekulalar sonini n_0 deb olaylik. h balandlikda P bosim ostida birlik hajmda n dona molekula mavjud deb hisoblaylik. h -balandlikda qalinligi dh va asosining yuzi $S=1 \text{ m}^2$ bhlgan qatlamni ajrataylik. Gazni bir jinsli deb, uning

temperaturasini esa o'zgarmas deb olaylik (1-rasm). Bu qatlamning quyi va yuqori asoslariga ta'sir etuvchi atmosfera bosimini P va $P + dP$ deb belgilaylik. Bu elementar hajmdagi molekular soni hajm birligidagi molekular sonining (n) uning hajmiga $dv = Sdh$ ko'paytmasi bilan ifodalanadi. Qatlamning umumiy og'irligi esa

$$dp = n \cdot Sdh \cdot m_M g \quad (1)$$

teng bhladi va quyidagi bosimni hosil qiladi

$$dP = \frac{dp}{S} = -\frac{n m_M g Sdh}{S} = -n m_M g dh \quad (2)$$

Minus ishorasi h orta borishi bilan bosimni kamayotganligini ko'rsatadi.

Ikkinchi tomondan

$$P = nkT \quad (3)$$

(2) ni (3) ga taqsimlasak

$$\frac{dP}{P} = -\frac{m_M g dh}{kT}$$

hosil qilamiz, uni g , T o'zgarmas deb hisoblab h_0 dan h gacha va P_0 dan P gacha integrallaylik

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{m_M g}{kT} \int_{h_0}^h dh$$

$$\ln P - \ln P_0 = -\frac{m_M g}{kT} (h - h_0)$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu ifoda ustida potentsialashni bajarsak:

$$\frac{P}{P_0} = e^{-\frac{m_M g}{kT} (h - h_0)}$$

yoki $h=0$ da

$$P = P_0 e^{-\frac{m_M g}{kT} (h - h_0)} \quad (4)$$

ifodaga erishamiz, $\kappa = \frac{R}{N_A}$, $m_m \cdot N_A = \mu$ ekanliklarini e'tiborga olsak (4) ni quyidagi khrinishda yozamiz:

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \quad (5)$$

Bu tenglama **barometrik formula** deb ataladi.

$$\frac{P}{P_0} = \frac{n}{n_0}$$

deb hisoblab (6.33) ni quyidagicha ifodalaymiz:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_M g h}{kT}} \quad (6)$$

Bu ifodadagi $m_M g h$ U potentsial energiyani ifodalaydi. U holda bu munosabat

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (7)$$

Ko'rinishda yoziladi. Bu munosabatni **Boltsman taqsimoti** deb ataladi.

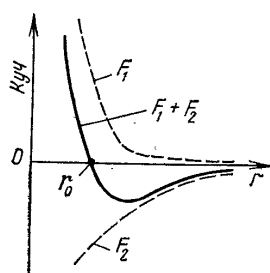
(7) ifoda balandlik ortishi bilan havo zarrachalarining kontsentratsiyasi kamayib borishini ko'rsatadi.

Molekulyar-kinetik nazariyani o'rganganimizda ideal gazlar bilan ish ko'rdik. Bunda molekulalar bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashmaydigan va ularning o'lchamlari hamda hajmlari hisobga olmaslik darajada kichik deb soddalashtirilgan edi.

Real gazlar bilan ish ko'rganda esa molekulalarning xususiy hajmlarini hisobga olishga to'g'ri keladi. Bir dona molekulaning hajmi $V' = \frac{4}{3} \pi r^3 \approx 4 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$. Normal sharoitda 1 m^3 hajmdagi molekulalar xususiy hajmi

$$nV' \approx 2,69 \cdot 10^{25} \cdot 4 \cdot 10^{-30} \text{ m}^3 \quad (8)$$

Bu ancha kichik hajm, lekin bosim bir necha ming marta oshganda molekulalarni xususiy hajmi gaz egallagan hajmi bilan taqqoslanarli darajada bo'ladi. Bunday hollarda molekulalarning xususiy hajmini hisobga olmaslik katta xatolarga olib keladi.



2 – rasm

Ideal gazdagi ikkinchi soddalashtirish molekulalar orasida hzaro ta'sir kuchlari yo'q deb faraz qilingan edi. Real gazlarda molekulalar orasida o'zaro tortishish va itarishish kuchlari mavjud (2-rasm).

Bu kuchlarning qiymatlari molekulalar orasidagi masofaga boliq. O'zaro itarishadigan F_1 kuch va o'zaro tortishadigan F_2 kuch bir vaqtda ta'sir etadi. O'zaro itarishish

kuchlari musbat, o'zaro tortishish kuchlarini manfiy deb olamiz. Bu ikki kuchning yiindisi rasmda uzluksiz chiziq bilan tasvirlangan F ga teng, $r = r_0$ da F_1 va F_2 lar bir-birini muvozanatlaydi va natijaviy kuch nolga teng bo'ladi.

$r < r_0$ da natijaviy kuch itarishish xarakteriga, $r > r_0$ da esa tortishish xarakteriga ega bo'ladi. Molekulalar bir-biriga d_{eff} (molekulalar markazlari orasidagi masofa) masofagacha yaqinlashgach, ular o'zaro itarishish kuchlari ta'sirida yana bir-biridan uzoqlasha boshlaydi.

Shunday qilib, real gaz molekulalarining o'zaro ta'sirlarini va ularning shaxsiy hajmlarini hisobga olish ideal gaz uchun ko'rib chiqilgan barcha qonuniyatlarni real gaz uchun yaroqsizdek qilib qo'yadi.

Bir mol ideal gazning holat tenglamasi, ya'ni Mendelev-Klapeyron tenglamasini eslasak u

$$P = \frac{RT}{V_M} \quad (9)$$

munosabat bilan ifodalanar edi. Real gazning holat tenglamasini hosil qilish uchun bu tenglamaga molekulalarni xususiy hajmlari, itarishish va tortishish kuchlarini e'tiborga oluvchi tuzatmalarni kiritishga to'g'ri keladi.

Real gaz juda kuchli bosim ta'sirida bo'lsa, molekulalar zichlashish idishda shu gazning tabiatiga mos bo'lgan qandaydir "taqiqlangan" " b " hajmni egallaydi. Chunki real gazning ikki molekulasini bir-biriga o'zaro itarishish kuchlari keskin namoyon bo'ladigan d_{eff} masofagacha yaqinlasha oladilar xolos. Boshqacha aytganda, radiusi d_{eff} bo'lgan shar hajmi $\left(\frac{4}{3}\pi d_{\text{eff}}^3\right)$ o'zaro ta'sirlashayotgan ikki molekula markazlari uchun

"taqiqlangan hajm" bo'ladi. Bu hajm molekulaning xususiy hajmi V' dan 4 marta kattadir, ya'ni $b = 4N_A V'$ bo'ladi. U holda molekulalar harakatlana olishlari mumkin bo'lgan umumiy hajm $V_M - b$ ko'rinishda bo'ladi. Bundan foydalanib (9) ni quyidagi khrinishda yozamiz:

$$P = \frac{RT}{V_M - b} \quad (10)$$

(10) ifoda real gaz molekulalarining idish devoriga ko'rsatgan bosimidir.

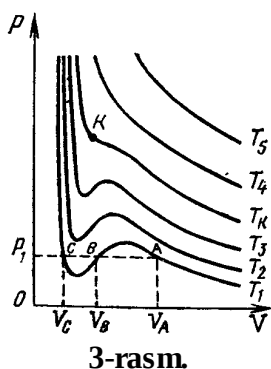
Endi molekulalar orasidagi o'zaro tortishish kuchi ta'sirini aniqlaylik.

Real gaz molekulalarining idish devoriga ko'rsatgan bosimi, ideal gaz molekulalari ko'rsatgan bosimga nisbatan kichikroq bo'ladi. Idish devoriga yaqinlashayotgan va u bilan to'qnashayotgan molekulalar soni n ga proporsional bo'ladi, shuningdek idish devoriga yaqinlashayotgan

molekulalarni idishning ichki tomoniga tortayotgan molekulalar soni ham n ga proporsional. Demak, molekulalar o'zaro tortishish kuchining ta'siri tufayli real gaz bosimining kamaygan qismi $R_i \sim n^2$ proporsional bo'ladi. Birlik hajmdagi molekulalar soni $n \sim \frac{1}{V_M}$ ekanligini eotiborga olsak, ($n = N_A/V_M$) va proporsionallikni tenglikka aylantirish maqsadida koeffitsient kiritsak, tortishish kuchi tufayli yuzaga kelgan ichki bosim quyidagicha aniqlanadi:

$$P_i = -\frac{a}{V_M^2} \quad (11)$$

bunda, $(-)$ ishorasi ichki bosim real gaz bosimi P ga teskari yo'nalishda ekanligini ko'rsatadi.



3-rasm.

Shunday qilib, real gazning bosimi

$$P = \frac{RT}{V_M - b} - \frac{a}{V_M^2}$$

ga teng bo'lib, bundan bir mol real gaz holat tenglamasini

$$\left(P + \frac{a}{V_M^2}\right)(V_M - b) = RT \quad (12)$$

shaklda yozish mumkin. Bu munosabat **Van-der-Valps tenglamasi** deb ataladi, a va b lar esa muayyan gaz molekulalarini xarakterlovchi doimiylar bo'lib, ularni **Van-der-Valps tuzatmalari** deb yuritiladi. (12) tenglama V_M ga nisbatan uchinchi darajali bo'lgani uchun u uchta ildizga ega bo'ladi, ya'ni bitta bosimga uchta hajm to'g'ri keladi (3-rasm). Bu grafiklarni **Van-der-Valps izotermalari** deb ataladi. Past temperaturalarda Van-der-Valps tenglamasining uchala ildizi haqiqiy, lekin turli qiymatlarga ega bo'ladi. T_1 temperaturaga mos bo'lgan izotermani A, B, C nuqtalarida P_1 mos to'g'ri chiziq kesadi. Bu uch nuqta turli izotermik holatlarni ifodalaydi.

Bu holatlar bosimning P_1 qiymati, hajmning esa turli V_A , V_B , V_C qiymatlari bilan xarakterlanadi. Yuqoriroq temperaturadagi T_k ga mos izotermada uchala nuqta ustma-ust tushadi (3-rasmda K deb belgilangan). Ko'pincha, **T_k kritik temperatura** deb, unga mos bo'lgan izotermani esa **kritik izoterma** deb ataladi. Kritik nuqtadan pastda gaz hajmi qisqartirilganda, u kondensatsiyalana boshlaydi. Gaz hajmi $V=b$ ga yetganda, u thliq suyuqlik fazasiga o'tadi.

Gazning temperaturasi K nuqtadan o'tgan izoterma temperaturasidan yuqori bo'lsa, u suyuqlikka kondensatsiyalanmaydi. Kritik nuqtaga mos kelgan hajm va bosim qiymatlari **kritik hajm (V_k)**, **kritik bosim (R_k)** deb

ataladi. Masalan, azot gazining kritik parametrlari, $V_K^N = 9 \cdot 10^{-2}$ m³/K·mol; $P_K^N = 33,5 \cdot 10^5$ Pa; $T_K^N = 126$ K ni tashkil etadi. Normal sharoitda bir kilomol azot gazining parametrlari $V_0 = 22,414$ m³/K·mol, $P_0 = 10^5$ Pa, $T_0 = 273$ K ekanligini e'tiborga olsak, azot gazini suyuq fazaga o'tkazish uchun uni kuchli sovutish kerakligini ko'ramiz. Bularni kritik parametrlar bilan solishtirsak hajmi 250 marta kichik, bosimi 33,5 marta kattaligi ko'rinadi. 126 K temperaturagi gazni qisimda davom ettirsak, azot kondensatsiyalana boshlaydi.

Ideal gaz molekullari o'zaro ta'sirlashmaydi deb bir mol gazning ichki energiyasi uchun quyidagi ifodani hosil qilgan edik

$$U = \frac{i}{2} RT = C_V T \quad (13)$$

Real gaz molekullari issiqlik harakatidan tashqari bir-biri bilan o'zaro ta'sirlashadi, shuning uchun uning ichki energiyasi molekullar issiqlik harakat kinetik energiyasi va o'zaro ta'sir potentsial energiyalarining yiindisidan iborat bo'ladi.

Molekulalarning potentsial energiyasini aniqlash maqsadida bir mol gazning hajmi V_{M1} dan V_{M2} gacha kengaytirilganda bajarilgan ishni aniqlaylik:

$$A = - \int_{V_{M1}}^{V_{M2}} P_M dV_M = - \int_{V_{M1}}^{V_{M2}} \frac{a}{V_M^2} dV_M = \frac{a}{V_{M2}} - \frac{a}{V_{M1}} \quad (14)$$

Bu ish sistema potentsial energiyasining o'zgarishiga teng. Shuning uchun bir mol gazning potentsial energiyasi $\left(-\frac{a}{V_M}\right)$ ga teng deb olamiz.

Yuqoridagilarni hisobga olib, bir mol real gazning ichki energiyasi uchun

$$U_{p.m.} = C_V T - \frac{a}{V_M} \quad (15)$$

munosabatni hosil qilamiz.

Demak, ***real gazning ichki energiyasi temperaturaga ham, hajmga ham bog'liq.***

Savollar

1. Maksvell-Bolhtsman taqsimoti qanday ko'rinishga ega?
2. Barometrik formula qanday maa'noga ega?
3. Real gazlar uchun holat tenglamasini yozishda nimalarga e'tibor beriladi?
4. Van-der-Vaalhs tenglamasini izohlang.

5-Ma'ruza

Mavzu: Energiyaning teng taqsimoti qonuni(4 soat)

Dars maqsadi: Mikroholat. Fermionlar. Bozonlar. Fermi-Dirak va Boze-Eynshteyn statistikalari. Elektron sistema uShun aynish temperaturasi haqida ma'lumotlar berish

Reja

1. Mikroholatlar.
2. Bozonlar va fermionlar.
3. Boze – Eynshteyn statistikasi
4. Fermi-Dirak statistikasi
5. Elektron sistemasi uchun aynish temperaturasi

1.Bozonlarning bir zarraviy holatlardagi taqsimot qonunini ko'raylik. Bu holda, $n_i = 0,1,2,\dots$ Statistik yig'indi

$$Z = \sum_{n_i} e^{-\beta n_i (\varepsilon_i - \mu)} \quad (1)$$

bozonlar uchun $\mu \leq 0$ shart bajarilishi zarur. Aks holda $f(\varepsilon_i)$ funksiya $\mu > \varepsilon_i$ va $n_i \rightarrow \infty$ da chegaralanmagan va demak fizik ma'noga ega bo'lmagan funktsiyaga aylanadi. $\mu \leq 0$ bo'lganda (1) ifoda kamayuvchi geometrik progressiyadan iboratdir. Uning yig'indisi

$$Z = \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu - \varepsilon_i)}} \quad (2)$$

ifoda bilan aniqlanadi.

Statistik yig'indi (2) ning ifodasidan foydalanib, $f(\varepsilon_i)$ uchun quyidagicha ifodani olamiz.

$$\langle n_i \rangle \equiv f(\varepsilon_i) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (4)$$

Holatlar bo'yicha zarralar o'rtacha sonlarni aniqlaydigan (4) ifodani Boze- Eynshteyn yoki Boze taqsimoti – statistikasi deyiladi.

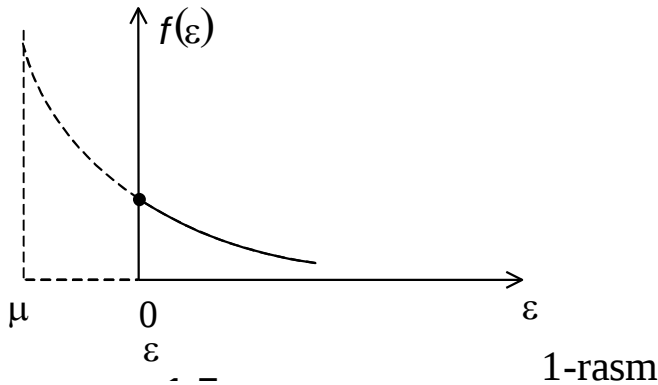
Bozonlarning umumiy soni N va ixtiyoriy holatdagi o'rtacha soni $\langle n_i \rangle$ o'zlarining ma'nolariga ko'ra musbat kattaliklar $N > 0$ va $\langle n_i \rangle > 0$ bo'ladi. Shuning uchun (4) dan $\beta(\varepsilon_i - \mu) > 0$ yoki umuman $-\beta\mu \geq 0$ kelib chiqadi. Bundan, $\beta > 0$ ekanligini nazarda tutsak, $\mu \leq 0$ kelib chiqadi.

O'zgaruvchi sonli bozonlar (zarralar), xususan fotonlar, fononlar uchun ximik potensial $\mu = 0$. Umuman bozonlar uchun ximik potensial

$$\mu \leq 0 \quad (5)$$

shartga bo'ysunadi.

Bozonlar uchun $\varepsilon \rightarrow \mu$ bo'lganda, Boze taqsimot $\langle n_i \rangle = f(\varepsilon_i) \rightarrow \infty$ bo'ladi, $\varepsilon = 0$ bo'lganda esa (q.1-rasm).



$$f(0) = \frac{1}{e^{-\beta\mu} - 1}, \mu < 0 \quad (6)$$

ifoda olinadi.

Umumiy holda ximik potensial μ ni zarralarning umumiy soni ifodasi

$$N = \sum_i \langle n_i \rangle = \sum_i \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \quad (7)$$

asosida aniqlanadi. Agar energiya qiymatlari uzluksiz o'zgaradi deb qaralsa,

$$N = \int_0^{\infty} \frac{g(\varepsilon) d\varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1} \quad (8)$$

ifodadan aniqlanadi. Bunda $g(\varepsilon)$ birlik energiya intervaliga to'g'ri

kelgan holatlar sonli-holatlar zichligidir.

Fermi-Dirak statistikasi

Fermionlarning bir zarraviy holatlardagi taqsimotida $n_i = 0,1$ bo'lganligi uchun, bu holdagi statistik yig'indi Z ifodasi

$$Z = \sum_{n_i} e^{\beta n_i (\mu - \varepsilon_i)} = 1 + e^{\beta (\mu - \varepsilon_i)} \quad (9)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bir zarraviy holatdagi fermionlarning o'rtacha soni $\langle n_i \rangle$ uchun (9) dan foydalanib olamiz.

$$\langle n_i \rangle \equiv f(\varepsilon_i) = \frac{d \ln Z}{\beta d\mu} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} + 1} \quad (10)$$

Fermionlar o'rtacha sonining $\langle n_i \rangle$ bir zarraviy holatlar bo'yicha taqsimoti (8) ni Fermi – Dirak yoki Fermi taqsimoti – statistikasi deyiladi, qulaylik uchun Fermi – Dirak va Boze – Eynshteyn taqsimotlarini

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \pm 1} \quad (11)$$

ko'rinishda yoziladi. Bunda musbat ishorali ifoda Fermi – Dirak, manfiy ishorali ifoda Boze – Eynshteyn taqsimotlariga tegishli.

Fermi sistema temperaturasi $T=0$ da $\varepsilon \leq \mu$ bo'lgan hamma bir zarraviy holatlar (energetik sathlar) zarralar bilan to'lgan bo'ladi; $\varepsilon_i > \mu$ sathlar esa hammasi bo'sh bo'ladi. (q.1-rasm).

Temperatura noldan farqli $T>0$ bo'lganda taqsimot funks'iya punktir chiziq bilan ko'rsatilgan (q.1-rasm).

Fermionlarning ximik potents'iali μ ni Fermi sathi yoki Fermi potents'iali deyiladi, ba'zan uni Fermi energiyasi deyiladi.

Shuni ta'kidlaymizki, $T>0$ bo'lgandagi Fermi taqsimotining $T=0$ dagi taqsimotdan farqi, asosan Fermi sathining atrofida, kT intervalda bo'ladi. Boshqacha aytganda, $T>0$ da $\varepsilon_i > \mu$ energiyali fermionlar asosan

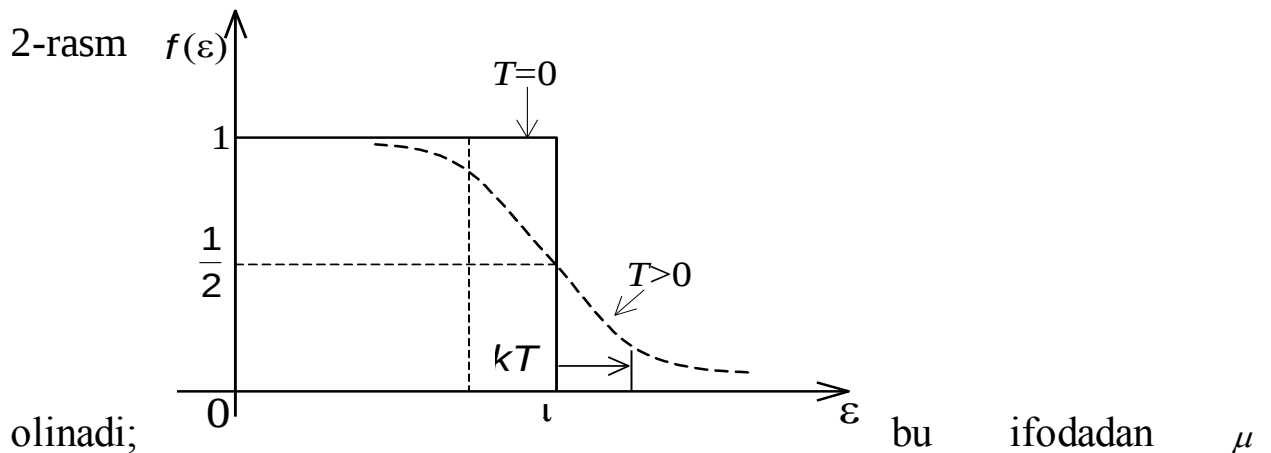
Fermi sathi yaqinida bo'ladilar (q.1-rasm), ya'ni ular Fermi sathi yaqinidagi sathlardan “bug'lanib” Fermi sathi yuqorisidagi bo'sh sathlarga o'tadilar.

Fermi potents'ialini (energiyasi μ ni) zarralarning umumiy soni ifodasidan, ya'ni quyidagi ifodadan

$$N = \sum_i \langle n_i \rangle = \sum_i \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} + 1} \quad (12)$$

aniqlanadi. Agar energiyaning qiymatlari uzluksiz o'zgaradi, deb qaralsa, (12) ning o'rniga quyidagi ifoda

$$N = \int_0^\infty \frac{g(\varepsilon) d\varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1} \quad (13)$$



aniqlanadi.

Bunda $g(\varepsilon)$ birlik energiya intervaliga to'g'ri kelgan holatlar soni – holatlar zichligidir.

Tarixiy ma'lumot. Boze – Eynshteyn statistikasi 1924 yilda hind fizigi Sh. Boze tomonidan fotonlarni tavsiflash uchun kashf etilgan. Shu yili A. Eynshteyn ideal gazlarni tavsiflash uchun ham qo'llagan.

1926 yilda italiyalik olim E. Fermi fermionlarni tavsiflash uchun Fermi-Dirak statistikasi kashf etadi, shu yili ingliz olimi P. Dirak bu statistikaning kvant xossasini tushuntirdi. 1940 yilda shvestariyalik olim V. Pauli statistika turlari zarralarning spinlariga bog'liq ekanligini ko'rsatdi.

Klassik statistika – kvant statistikaning xususiy holi. Aynish temperaturasi

Boze va Fermi taqsimotlarini yozaylik:

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \pm 1} \quad (14)$$

bu taqsimotlarda

$$e^{-\beta\mu} \gg 1 \quad (15)$$

shart bajarilsa, maxrajdagı 1 ni e'tiborga olmasdan taqriban yozish mumkin:

$$f(\varepsilon_i) \approx \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)}} = e^{\beta\mu} \cdot e^{-\beta\varepsilon_i} = Ae^{-\beta\varepsilon_i} \quad (16)$$

bunda $\beta = 1/kT$, ε_i – zarraning to'la energiyasi.

Demak, (16) shart bajarilganda kvant statistikolari Maksvell – Bols'man taqsimotiga, klassik statistikaga o'tadi.

Klassik va kvant statistikalarni umumiy ko'rinishda quyidagicha yozish mumkin:

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} + \delta} \quad (17)$$

Bunda

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{классик зарралар учун} \\ +1 & \text{фермионлар учун} \\ -1 & \text{бозонлар учун} \end{cases}$$

Kvant statistikadan klassik statistikaga o'tishdagi (17) shartni klassik ideal gaz misolida ko'raylik.

(17) ni energiya sathlari bo'yicha yig'ishtiraylik

$$\sum_i f(\varepsilon_i) = \sum_i \langle n_i \rangle = e^{\beta\mu} \sum_i e^{-\beta\varepsilon_i} \quad (18)$$

Bizga ma'lum

$$\begin{aligned} \sum_i \langle n_i \rangle &= N \\ Z_1 &= \sum_i e^{-\beta\varepsilon_i} \end{aligned} \quad (19)$$

uzluksiz hol uchun esa

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{V} \left(\frac{h^2}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (20)$$

Buni o'zgartirib yozamiz

$$N = e^{\beta\mu} Z_1$$

yoki

$$e^{-\beta\mu} = \frac{Z_1}{N} = \frac{V}{N} \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (21)$$

Demak, (21ga binoan

$$\frac{V}{N} \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \gg 1 \quad (22)$$

yoki

$$\left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \gg \frac{N}{V} \quad (23)$$

shart bajarilganda kvant statistikasi klassik statistikaga o'tadi. Bu shart zichlik $n = N/V$, temperatura T va zarra (molekula, atom) massasi m ga bog'liq, ya'ni sistema yetarli darajada siyrak va yuqori temperaturada bo'lsa, kvant statistikaning o'rniga klassik statistikadan foydalanish mumkin, ammo (23) bajarilmasa, ya'ni

$$\frac{N}{V} \approx \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (24)$$

yoki

$$\frac{N}{V} > \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (25)$$

bo'lsa, sistema xossalarini tavsiflash uchun kvant statistikadan foydalanish zarur.

(25) tenglik asosida $e^{-\beta\mu}$ ni bir necha misollarda baholaylik; bunda $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg /grad $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ erg sek.

A) Vodorod atomlari sistemasi uchun $\exp(-\beta\mu)$ ni baholaymiz; vodorod atom massasi $m \approx 10^{-24}$ g. Bu holda $e^{\beta\mu} \approx 1,89 \cdot 10^{20} \cdot T^{3/2} \frac{V}{N}$

Agar zichlik $N/V = 1,89 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ bo'lsa, (bu zichlik $p \approx 7$ atm. $t = 0^\circ \text{C}$ ga to'g'ri keladi). Bu holda $e^{-\mu/kT} = T^{3/2}$

Agar $T \approx 10\text{K}$ bo'lsa, $T^{3/2} \approx 31,6\text{K}$ bo'ladi.

Demak, $T \approx 10^0 \text{K}$ dagi vodorod atomlari sistemasi uchun $e^{-\mu/kT} \approx 31,6 \gg 1$

Xatto shunday past temperaturada ham vodorod atomlari sistemasini klassik statistikasi asosida qarash mumkin ekan. Bunday, umuman atomlar, molekulalarni klassik statistika asosida qarash, tadqiq qilish mumkin. Nihoyatda past temperatura bunday istisno!

b) Elektron uchun ($m_e \approx 10^{-27} \text{ g}$) $e^{-\mu/kT} = 2,42 \cdot 10^{15} T^{3/2} \frac{V}{N}$

ifodani olamiz. $N/V \approx 2,42 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ -bu metallardagi erkin elektronlar zichligiga taxminan teng. Bu holda $e^{-\mu/kT} = 10^{-7} T^{3/2}$
 Bundan $T \approx 10000 \text{ K}$ bo'lganda ham, $e^{-\mu/kT} \approx 0,1$ bo'ladi, ya'ni $e^{-\mu/kT} \ll 1$

bo'ladi.

Demak, metallardagi elektronlarni kvant statistika asosida qarash kerak. Yarim o'tkazgichlarda erkin elektronlar zichligi

$$\frac{N}{V} \sim \frac{(10^9 - 10^{17})}{\text{cm}^3}$$

tartibda bo'ladi. Agar temperatura $T = 400 \text{ K}$ bo'lsa, $e^{-\beta\mu} \sim (80 \div 8 \cdot 10^9) \gg 1$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Demak, yarim o'tkazgichlardagi elektronlarni (shuningdek kovaklarni) tavsiflashda kvaziklassik statistikani qo'llash o'rinli bo'ladi. Temperatura T ni topaylik

$$T = T^* = \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{2\pi mk} = \alpha \frac{h^2}{mk} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (26)$$

bunda $\alpha = 2\pi$.

Bu temperatura T^* ni aynish temperaturasi deyiladi.

(26) ifodada yacheykalar (holatlar) soni sathlar soniga teng deb qabul qilingan. Ammo past temperaturalarda kvant mexanik xossalar namoyon bo'la boshlaydi. SHu tufayli zarralarning aynanlik prins'ipini e'tiborga olish natijasida holatning aynish karrasini hisobga olish lozim. Boshqacha aytganda, holatlar soniga moslashtirilgan N ning o'rniga sathlar sonini olish uchun, (25) ifodada N ning o'rniga N/g ni yozish lozim.

U holda aynish temperaturasi

$$T^* = a \frac{h^2}{mk} \left(\frac{N}{gV} \right)^{2/3}, \quad (27)$$

ifoda bilan aniqlanadi, bunda $\alpha = 2\pi$ klassik ideal zarralar uchun. Boze va Fermi taqsimotlari asosida kvant ideal zarralar uchun aniq hisoblash ko'rsatadiki,

$$\alpha = \begin{cases} 3,3 / \xi^{2/3} & \text{идеал бозе-газ учун} \\ 0,5(6\pi / \xi)^{2/3} & \text{идеал ферми-газ учун} \end{cases}$$

$\xi = 2S + 1$ uchun spinlar (orientas'iyalarini) vaziyatlarini e'tiborga olingandagi faktor (omil).

Misol He^4 uchun $T^* \sim 3K$; metallardagi elektronlar uchun $T^* \sim 10^4 K$. Aynish temperaturasidan pastda gaz zarralarining (molekularlar, atomlarning) aynanlik prins'ipini namoyon bo'la boshlaydi. Boze-gaz uchun aynish temperaturasidan past temperaturada Boze-Eynshteyn kondensas'iyasi hodisasi sodir bo'la boshlaydi.

Fermi-gaz uchun aynish temperaturasi Boze-gaz kabi fazaviy o'tishlar bilan bog'langan emas, bu temperatura Fermi energiyasi bilan aniqlanadi (masalan, μ/k bilan aynish temperaturasi aniqlanadi). Elektronlar sistemasi uchun $T^* \approx 10^4 K$ tartibda.

Temperaturaning bu $T \leq T^*$ qiymatlarida aynanlik prins'ipi namoyon bo'lganligi uchun, gazning xossalari klassik gaz xossasidan farqli bo'ladi. Shu sababli, masalan, issiqlik sig'im, bosimning temperaturaga bog'liqligi klassik gazdagidan farqli bo'ladi.

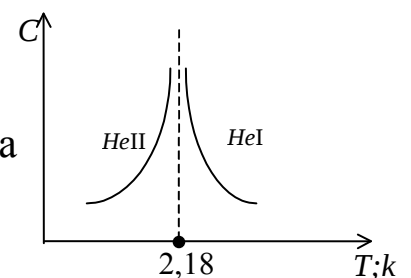
Temperatura pasayishi bilan, agar zarralar orasidagi o'rtacha masofa r , zarraning de Broyl to'lqin uzunligini $\bar{\lambda} = \frac{h}{mv}$ dan kichik bo'la boshlasa, ya'ni $\bar{\lambda} > r$ bo'lgan holda aynanlik prins'ipi kuchliroq (muhimroq) namoyon bo'la boradi. Bu yerda shuni ta'kidlaymizki, real gaz va suyuqliklardan faqat geliy atomlari uchun $T < T^*$ shart bajariladi. Qolgan atomlar sistemasi aynish temperaturasi T^* ga qadar, ya'ni ulardagi kvant xossalari namoyon bo'lgunga qadar qattiq agregat holatlariga o'tib ulguradilar. Geliy He^4 suyuqlik uchun esa bir tomondan atom massasi kichik, ikkinchi tomondan geliy suyuqlikning massa zichligi yetarli darajada katta.

Geliy gaz $4,2K$ da geliy suyuqlikka aylanadi; temperaturani yanada pasaytirilsa, $2,18K$ da geliy I suyuqlikdan geliy II suyuqlikka o'tadi, ya'ni bu temperaturada fazaviy o'tish yuz (sodir) bo'ladi (1.7-rasm). Kvant holatdagi geliy II suyuqlik o'ta o'tkazuvchanlik xossasiga ega bo'ladi, u yopishqoqlikka ega bo'lmaydi, ya'ni uning yopishqoqlik koefits'ienti nolga teng bo'ladi. $2,18K$ temperaturada issiqlik sig'im S ning o'zgarishi λ ko'rinishda bo'ladi.

Holatlar zichligi
Bir zarraviy metodga asosan, kvant sistema
zarralarning umumiy soni

$$N = \sum_i n_i = \sum_i \langle n_i \rangle = \sum_i 1/(e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \pm 1),$$

(28)



Umumiy energiyasi E

$$E = \sum_i E_i = \sum_i \varepsilon_i n_i = \sum_i \langle \varepsilon_i n_i \rangle = \sum_i \frac{\varepsilon_i}{(e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \pm 1)} \quad (29)$$

ifodalar bilan aniqlanadi. Bunda

$$f(\varepsilon_i) \equiv \langle n_i \rangle = \frac{1}{(e^{\beta(\varepsilon_i - \mu)} \pm 1)}, \quad \beta = \frac{1}{kT} \quad (30)$$

Bu ifodalarda “Q” ishora Fermi taqsimotiga “-” ishora Boze taqsimotga tegishlidir.

Faraz qilaylik, energiya sathlari bir-biriga juda yaqin, zich joylashgan bo`lsin. Bunday hol sistemaning hajmi V yetarli darajada katta bo`lganda sodir bo`ladi, chunki energiya  $E \sim \frac{1}{V}$  bo`lganligi uchun bir zarraviy holatlar zichligi kattalashib, diskretlik xarakteri kamayib, sathlar bir-biriga yaqinlashadi. Bu holda diskret holatlar o`rniga energiya uzluksiz qiymatlarni qabul qiladi deb hisoblash mumkin. Bu shart bajarilganda, yig`insdi ishorasini integrallash bilan almashtirish mumkin bo`ladi. Buning uchun  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  intervalda  $g(\varepsilon)d\varepsilon$  holatlar (energiya sathlari) mavjud deb qaraylik. Energiyaning qiymatlari uzluksiz o`zgargan bu holda (29) va (30) ifodalarni

$$N = \int \frac{g(\varepsilon)d\varepsilon}{(e^{\beta(\varepsilon - \mu)} \pm 1)}, \quad (31)$$

$$E = \int \frac{\varepsilon g(\varepsilon)d\varepsilon}{(e^{\beta(\varepsilon - \mu)} \pm 1)}, \quad (32)$$

ko`rinishda yozish mumkin: bunda $g(\varepsilon)$ holatlar zichligi.

Bir zarraviy holatlar zichligi $g(\varepsilon)$ ni aniqlaylik $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$ intervaldagi holatlar soni quyidagicha aniqlanadi:

$$dn(\varepsilon) = g(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{d\Gamma(\varepsilon)}{h^3} \quad (33)$$

$$d\Gamma(\varepsilon) = \left[\int dx dy dz \right] \left[\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \right] p^2 dp = V \cdot 4\pi p^2 dp = 4\pi V \cdot p^2 dp \quad (34)$$

Zarra spini vektorining fazodagi orientas`iyalari (vaziyatlari) soni  $\xi$  ni e`tiborga olinsa, holatlar soni

$$dn(\varepsilon) = \frac{4\pi V \xi}{h^3} p^2 dp \quad (35)$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bunda orientas`iyalar soni $\xi = 2s + 1$; S - kvant son. $S = 1/2$ spinli fermionlar (elektron, proton, neytron va boshqalar)

uchun $\xi = 2; S = 1$ spinli bozonlar uchun $\xi = 3$ (ammo foton uchun $\xi = 2$). Umumiy holda ε bilan p orasidagi bogʻlanish $\varepsilon(p)$ murakkab; Ammo ideal gaz uchun, ya'ni zarraning erkin harakati uchun

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} \quad (36)$$

ifoda oʻrinli. Erkin zarra uchun (36) dan foydalanib holatlar soni (zichligi) (35) ni quyidagi koʻrinishga keltiramiz.

$$dn(\varepsilon) = g(\varepsilon)d\varepsilon = 2\pi V \xi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \quad (37)$$

bunda holatlar zichligi

$$g(\varepsilon) = a V \varepsilon^{1/2} \quad (38)$$

$$a = 2\pi \xi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \quad (39)$$

Shunday qilib, zarralarning umumiy soni N va energiyasi E uchun

$$N = aV \int \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{(e^{\beta(\varepsilon-\mu)} \pm 1)}, \quad (40)$$

$$E = aV \int \frac{\varepsilon^{3/2} d\varepsilon}{(e^{\beta(\varepsilon-\mu)} \pm 1)}, \quad (41)$$

ifodalarni olamiz. Bu ifodalardan β va μ larni aniqlash mumkin.

Savollar

1. Mikroholat nima?
2. Fermionlar qanday zarrachalar?.
3. Bozonlar deganda nimani tushunasiz?
4. Fermi-Dirak va Boze-Eynshteyn statistikalari haqida nimalarni bilasiz?
5. Elektron sistema uchun aynish temperaturasi haqida nimalarni bilasiz?

6-Ma'ruza

Mavzu: Plank formulasi. Reley-Jins qonuni. Vin qonuni.

Stefan-Boltsman qonuni.(2 soat)

Dars maqsadi: absolyut qora jism nurlanishining qonunlari bilan tanishtirish.

Darsning uslubiy ta'minoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosveshenie 1995 y.

2.F.Reyf Statisticheskaya "Fizika " M. Nauka, 1987y.

Reja:

1. Plank formulasi.
2. Reley-Jins qonuni.
3. Vin qonuni.
4. Stefan-Boltsman qonuni.

Kirish. Yuqoridagi bilimlarda takidlaganimizdek, elektromagnit nurlanishi elektr zaryadlarining, xususan, moddaning atomlari va molekulalari tarkibiga kiruvchi zaryadlarning tebranishi sabab bo'ladi. Masalan, molekulalar va atomlarning tebranma va aylanma harakati infraizil nurlarni, atomda elektronlarning muayyan ko'chishlari ko'rinadigan va infraqizil nurlanishni, erkin elektronlarning tormozlanishi esa rentgen nurlanishini vujudga keltiradi.

1. *Tabiatda elektromagnit nurlanishning eng keng tarqalgan turi issiqlik nurlanishi bo'lib, u moddaning atomlari va molekulalarining issiqlik harakati energiyasi hisobiga hosil bo'lib, ya'ni moddaning ichki energiyasi hisobiga hosil bo'lib, nurlanayotgan jismning sovish'iga olib keladi.* Issiqlikning nurlanishida energiya taqsimoti temperaturaga bog'liq: past temperaturada issiqlik nurlanishi, asosan, infraqizil nurlanishidan, yuqori temperaturalarda ko'rinadigan va ulptabinafsha nurlanishdan iborat.

Har qanday jism o'z nurlanishi bilan birga atrofdagi jismlar chiqarayotgan nur energiyasining bir qismini yutadi. Bu jarayon nur yutish deyiladi. Biror yuza orqali o'tayotgan Φ oqim deb vaqt birligi ichida shu yuzadan o'tayotgan nurlanish energiyasi tushuniladi.

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \quad (1)$$

Nurlanish oqimi Φ biror plastinkaga tushayotgan bo'lsin. Bu oqim qisman qaytadi (Φ_q), qisman jismda yutiladi (Φ_{yu}), qolgani jismdan o'tadi (Φ_o), ya'ni

$$\Phi_k + \Phi_{yo} + \Phi_y = \Phi \quad (2)$$

Φ_k - jismning nur qaytarish qobiliyati;

Φ_{yo} - jismning nur yutish qobiliyati;

Φ_y - jismning nur o'tgazish qobiliyati;

Bu belgilardan foydalanib (2) ni quyidagicha yozamiz:

$$\rho + a + \pi = 1 \quad (17.3)$$

Nisbatan qalinroq bo'lgan jismlar uchun $D=0$, u holda (3) quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\rho + a = 1 \quad (17.4)$$

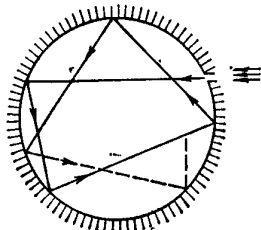
Tajribalarni ko'rsatishicha ρ va a ning qiymatlari λ va T larning funksiyasidir

$$\rho_{\lambda,T} + a_{\lambda,T} = 1 \quad (17.5)$$

Umuman, $\rho_{\lambda,T}$ va $a_{\lambda,T}$ larning qiymatlari 0 dan 1 gacha o'zgaradi,

- 1) $\rho_{\lambda,T}=1$, $a_{\lambda,T}=0$ nur to'la qaytariladi (absolyut oq jism).
- 2) $\rho_{\lambda,T}=0$, $a_{\lambda,T}=1$ nur to'la yutiladi (absolyut qora jism).

Tabiatda absolyut oq jism ham, absolyut qora jism ham bo'lmaydi. har qanday jism tushayotgan nurlanishning bir qismini yutsa, qolgan qismini qaytaradi. Farqi shundaki, ba'zi jismlar ko'proq qismini yutib ozrog'ini qaytarsa, boshqa jismlar aksincha ko'prog'ini qaytarib, ozrog'ini yutadi. Masalan, qorakuya uchun $\lambda=0,40 \div 0,75$ mkm sohada $a_{\lambda,T}=0,99$.

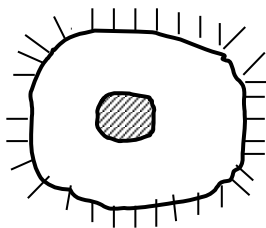


1 – rasmi.

Nur yutish qobiliyati hamma to'lqin uzunliklart uchun bir xil va birdan kichik bo'lgan jism kulrang jism deb ataladi.

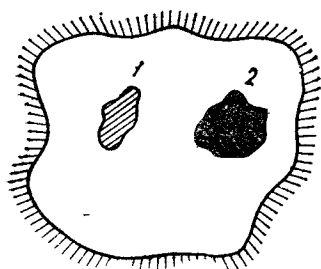
$$a_{\lambda,T} = a_T = \text{const} < 1 \quad (17.6)$$

Odatda, o'zining xussuiyatlari bilan absolyut qora jismdan kam farq qiladigan Mixelson taklif etgan modeldan foydalaniladi (1–rasm). Bunday model juda kichik teshigi bo'lgan berk kovak idishdan iborat. Ixtiyoriy to'lqin uzunlikdagi nur teshik orqali kovakka kirib qolgach, uning ichki devoridan ko'p marta qaytib, nur energiyasining bir qismi yutiladi, natijada nur energiyasining juda kichik ulushigina kovakdan qaytib chiqishi mumkin. Shuning uchun bunday modelning nur yutish qobiliyati 1 ga juda yaqin bo'ladi.



Bu modelda nur qaytarish va nur yutish qobiliyatidan tashqari T temperaturadagi jismning birlik sirtidan birlik vaqtda nurlanayotgan elektromagnit to'lqinlarning energiyasini ifodalaydigan kattalik – T temperaturadagi jismning nur chiqarish qobiliyati yoki energetik yo'lqinligi (E_t orqali belgilanadi va Vt/m^2 , (J/m^2s) bilan o'lchanadi) degan tushuncha kiritiladi. Bundan tashqari, λ to'lqin uzunlikli, T – 2-rasm

temperaturadagi jism nur chiqaris qobiliyati $E_{\lambda,t}$ dan foydalaniladi. Absolyut qora jism nur chiqarish qobiliyati $E_{\lambda,t}$ bilan belgilanadi.



3-rasm.

Issqlik nurlanishi boshqa turdagi nurlanishlardan o'zining bir xususiyati bilan farq qiladi. T temperaturadagi jism issqlik o'tkazmaydigan qobiq bilan o'ralgan deb faraz qilaylik (2 – rasm). Jism chiqargan nurlanish qobiqqa tushib undan bir yoki bir necha marta qaytadi va yana jismga tushadi. Jism bu nurlanishni qisman yoki to'la yutadi. Qisman yutsa, qolgan qismini yana qobiqqa qaytaradi. Shuning uchun jism vaqt birligi ichida qancha energiya chiqarsa, shuncha energiya yutadi va jismning temperaturasi o'zgarmaydi. Bu holatni **muvozanatli holat** deyiladi. Shu sababdan issqlik nurlanishini **muvozanatli nurlanish** deb yuritiladi. Endi qobiq ichida 2 ta (3 – rasm) bir xil temperaturadagi jism bo'lsin. Agar jismlardan biri ko'proq yutayotgan bo'lsa, bu jismning temperaturasi ortib ketadi. Buning evaziga 2 – jismning temperaturasi kamayib ketishi kerak. Lekin bu termodinamikaning 2 – qonuniga ziddir. Aytaylik 1 – jism oddiy, 2 – jism absolyut qora jism bo'lsin:

$$\begin{array}{l} \text{nur chiqarish } 1 \ E_t; \ 2 \ E_t \\ \text{nur yutish } a_t; \ 1 \end{array}$$

1 – jism, 2 – jism nurlantirgan energiyaning a_t qismini, ya'ni $a_t E_t$ energiyani yutadi. Demak, 1 – jism uchun $E_t = a_t E_t$, 2 – jism 1 jism chiqargan E_t energiyani va bu jism qaytargan $(1-a_t)E_t$ energiyani yutadi, ya'ni 2 – jism uchun $E_t e_t = (1-a_t)E_t$.

Bulardan

$$\frac{e_t}{a_t} = E_t \quad (7)$$

Bu Kirgofning integral qonunidir: har qanday jismning muayyan temperaturadagi to'la nur chiqarish va nur yutish qobiliyatining nisbati o'zgarmas kattalik bo'lib, u ayni temperaturadagi absolyut qora jismning to'la nur chiqarish qobiliyatiga teng.

Agar ikkala jism oraliiga λ dan $\lambda+d\lambda$ gacha to'lqin uzunlikdagi nurlanishni o'tkazib, qolganlarini qaytarib yuborgan filtr joylashtirsak Kirxgofning differensial qonunini olamiz

$$\frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,E}} = E_{\lambda,T} \quad (8)$$

Ixtiyoriy jismning nur chiqarish va nur yutish qobiliyatlarining nisbati bu jismning tabiatiga bo'liq bo'lmay, barcha jismlar uchun to'liq uzunlik va temperaturaning universal funksiyasidir va u absolyut qora jismning nur chiqarish qobiliyati $E_{\lambda, t}$ ga tengdir.

Iссиqlik nurlanish nazariyasining eng asosiy vazifasi absolyut qora jism uchun $E_{\lambda, t}$ ning ko'rinishni topishdir.

Absolyut qora jismning to'la nur chiqarish qobiliyati temperaturaning 4 darajasiga proporsioanaldir

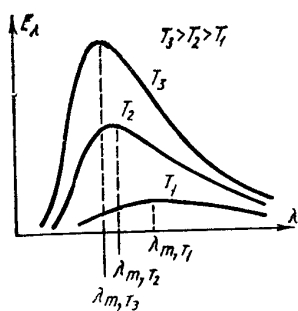
$$E_T = \sigma T^4 \quad (9)$$

bunda σ - Stefan – Boltsman doimiysi ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Vt/m}^2\text{k}^4$) (9) ifoda Stefan – Boltsman qonuni deb ataladi.

Bu formulani Stefan tajriba natijalarini tahlil qilish natijasida topdi, lekin xato qilib ixtiyoriy jism uchun o'rinli deb hisobladi. Boltsman esa bu qonunni termodinamik usul asosida topdi va absolyut qora jism uchun o'rinli ekanligini ko'rsatdi. Ba'zi ishlarda bu qonun ixtiyoriy jism uchun o'rinli ko'rinishini topishga harakatlar bo'ldi: $E_t = BT^n$ lekin B ham n ham turli xil temperaturalar uchun turlicha bo'lib chiqaveradi. 4-rasmda absolyut qora jism nur chiqarish qobiliyatining to'liq uzunligiga bo'liqligi (spektral taqsimoti) turli T lar uchun keltirilgan.

1.Unda absolyut qora jism nurlanish spektri uzluksizligi,

2.Xar bir temperaturaga oid bo'lgan nurlanishning energetika taqsimotini ifodalovchi egri chiziqda aniq maksimum bo'lib, u temperatura oshgan sari qisqa to'liq sohasiga siljishi ko'rinib turibdi.



4 –rasm.

Vinning siljish qonuni deb ataladigan qonun anashu maksimumlar asosida tarflanadi: absolyut qora jism nur chiqarish qobilyatining maksimumga mos keluvchi λ_m to'liq uzunligining temperaturaga ko'paytmasi o'zgarmas kattalikdir:

$$\lambda_m T = b \quad (10)$$

bunda b – Vin doimiysi, $b = 2,898 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{K}$ (10)

dan ko'rinadiki, T qancha yuqori bo'lsa, λ_m shuncha kichikroq qiymatga ega bo'ladi, ya'ni temperatura oshgan sari absolyut qora jism nur chiqarish, qobilyatining maksimumi qisqa to'liq uzunliklar sohasiga siljiydi.

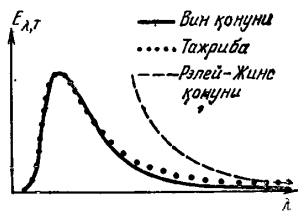
4-rasmda grafikni tushuntirish uchun ko'p urinishlar bo'lgan. Bulardan Vin termodinamik mulohazalar asosida

$$E_{\lambda,T} = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{\lambda T}} \quad (11)$$

ifodani hosil qiladi. Bunda α va β - tajribalardan foydalanib tanlanadigan doimiylardir. Vin taklif etgan (4) ifoda qisqa to'lqin uzunliklar sohasida yaxshi mos keladi. Lekin katta to'lqin uzunliklar sohasida Vin formulasi $E_{\lambda,T}$ uchun tajribadagidan kichikroq qiymatlarni beradi.

Reley va Jins issiqlik nurlanishiga statistik fizika uslublaridan foydalanib absolyut qora jism nur chiqarish qobiliyati uchun

$$E_{\lambda,T} = \frac{2\pi CKT}{\lambda^4} \quad (12)$$



5 – rasm

ifodani topdi. Bu ifoda katta to'lqin uzunliklar sohasida tajriba bilan mos keladi. Qisqa to'lqin sohasida $E_{\lambda,T}$ cheksiz katta («ultrabinafshaviy halokat», P. Erenfest) qiymatlarga ega bo'ladi. Reley-Jins formulasidan. Stefan-Boltsman qonunini keltirib chiqarishga urinishlar ham natija bermadi.

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi CKT \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty \quad (13)$$

Reley-Jins ifodasi klassik fizika qonunlariga qat'iy amal qilgan holda chiqarilgan bo'lib, u muhim tajribalar natijalarini tushuntirishga qodir emasligini ko'rsatadi. Shunda Maks Plank (1900)- bu yerda klassik fizika asosida kamchiliklar bor degan xulosaga keladi va o'z gipotezasini ilgari surdi: ya'ni jismlarning nurlanishi uzluksiz emas, balki alohida kvantlar sifatida chiqariladi. har bir nurlanish kvantining energiyasi:

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{C}{\lambda} \quad (14)$$

ga teng. Bunda $\nu = \frac{C}{\lambda}$ nurlanishning chastotasi h – Plank doimiysi ($h=6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s). (14) ga asosan $\lambda \rightarrow 0$ da kvant energiyasi shu darajada ortib ketadiki, natijada jism issiqlik harakatining energiyasi, hatto, bittagina kvant chiqarishga ham yetmaydi va $E_{\lambda,T}$ ning qiymati keskin kamayib ketadi.

Issiqlik nurlanishi uchun Plank:

$$E_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1} \quad (15)$$

formulani chiqardi. Bu formula Plank formulasi deb ataladi. Bu formula tajribada olingan natijalarni to'la tushuntiradi va undan absolyut qora jism nurlanishi uchun olingan hamma qonunlar kelib chiqadi. Bundan 1. Stefan-Bolpuman qonunini olish uchun (15)ni to'liq uzunlikning 0 dan ∞ gacha intervalida integrallaymiz:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1)} \quad (16)$$

hisoblashlarni bajarish uchun yangi o'zgartiruvchilarni kiritaylik:

$$X = \frac{\lambda KT}{hc}; \lambda = \frac{hc}{KT} X; d\lambda = \frac{hc}{KT} dX;$$

Bularni (17.16) ga qo'ysak:

$$E_T = 2\pi hc^2 \left(\frac{KT}{hc} \right)^4 \int_0^{\infty} \frac{dX}{X^5 (e^{\frac{1}{X}} - 1)}$$

ifodani hosil qilamiz. Bundagi integral $\pi^4/15$ ga teng. Shuning uchun

$$E_T = \frac{2\pi^5 K^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4$$

Bu ifodada

$$\sigma = \frac{2\pi^5 K^4}{15c^2 h^3} \quad (17)$$

Setefan-Boltsman doimiysidir.

2.Plank formulasidan Vinning siljish qonunini topish uchun maksimumga mos keluvchi λ_m ni topish kerak, buning uchun

$$\frac{dE_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0$$

hosila olib nolga tenglashtirib, olingan tenglamani yechsak,

$$\lambda_m = \frac{hc}{4,97KT}$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu ifodani

$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,97K} \quad (18)$$

shaklga yozib, uning o'ng tomondagi hadni

$$b = \frac{hc}{4,97K}$$

tenglab hisoblash mumkin.

Savollar

1. Plank formulasi nimani ifodalaydi?
2. Reley-Jins qonuni haqida ma'lumotlar bering.
3. Vin qonunini mohiyatini tushuntiring.
4. Stefan-Boltsman qonuni haqida nimalarni bilasiz?

7-Ma'ruza

Mavzu: Qattiq jismlar issiqlik sig'imi. Eynshteyn nazariyasi.(2 soat)

Reja

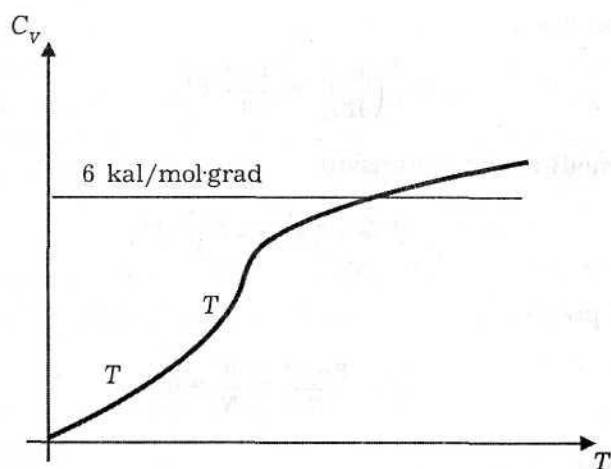
1. Qattiq jismlar issiqlik sig'imiga oid Eynshteyn nazariyasi.
2. Debay nazariyasi.
3. Fononlar

Kirish. Qattiq jismlarda atomlar kristall panjaralari tugunlarida joylashgan bo'ladi va o'zlarining muvozanat holati atrofida tebranma harakatda bo'ladilar. Past temperaturalarida tebranish uncha katta bo'lmaydi va potensial energiya atomlarning muvozanat holatlariga nisbatan siljishining kvadratiga proporsional bo'ladi. Bu holda panjara tugunlaridagi har bir atomning tebranma harakatini garmonik ossillyator deb qarash mumkin. Bu esa qattiq jism energiyasining garmonik **ossillatorlar** energiyasiga teng deyish imkonini beradi.

1. Agar kristalldagi atomlar soni N ta bo'lsa, u holda sistema $\sim 3N$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi. Garmonik ossillatorning bitta erkinlik darajasiga to'g'ri kelgan o'rtacha energiya $E = kT$ bo'ladi.

Shunday qilib, klassik nazariya bo'yicha qattiq jism energiyasi $E = ikT$ va issiqlik sig'imi esa $C_v = 3R - 6 \text{ kal/mol} \cdot \text{grad}$ bo'ladi. Bu Dyulong-Pti qonuni deb yuritiladi. Bu qonun ko'pchilik qattiq jismlar uchun uy temperatura sohasida o'rinli bo'ladi. Ammo past temperaturalarda bu qonun umuman yaroqsiz bo'lib qoladi.

Past temperaturalarda barcha kristallarning issiqlik sig'imi temperatura pasayishi bilan kamayadi. Bundan tashqari olmos kristallining issiqlik sig'imi yuqori temperaturalarda ham Dyulong-Pti qonuniga bo'ysunmaydi.



1- rasm. Qattiq jismlarda issiqlik sig'imining temperatura bo'yicha o'zgarishi.

Demak, kristall misolida biz yana klassik statistikadagi tekis taqsimlanish qonunining o'rinsiz bo'lishiga duch keldik.

1906-yilda Eynshteyn qattiq jismlar issiqlik sig'imini past temperaturalarda Dyulong-Pti qonunidan chetga chiqishini ko'rsatadi va uni quyidagicha tushuntiradi. Kristall panjara tugunlaridagi tebranuvchi har bir atomni uchta erkinlik darajasiga ega bo'lgan kvant ossillator deb qarash kerak. Bir xil tanlangan atomlardan tashkil topgan kristall panjaralaridagi hamma atomlar teng xuquqli bo'ladi va bir xil « ν » chastota bilan muvozanat holat atrofida tebranadi. Agar qattiq jism $3N$ ta atomdan tashkil topgan bo'lsa, u holda o'rtacha energiya

$$E = 3N \frac{h\nu}{2} + \frac{3Nh\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (1)$$

bo'ladi. Bu yerda $3Nh\nu/2 = J_Q$ ifoda $T = 0$ dagi energiya bo'lib, nolinchii energiya deyiladi. Bu ifoda kichik chastota sohasida klassik formula, ya'ni Dyulong-Pti qonuniga o'tadi. Katta chastota va past temperaturalar sohasida

$$E = E_0 + 3Nh\nu \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (2)$$

ko'rinishni oladi. Bu ifodadan qattiq jism issiqlik sig'imi

$$C_v^k = 3Nk \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \quad (3)$$

ko'rinishni oladi. Bu bir qarashda tajriba natijasi bilan mos tushganday, lekin bunday emas ekan (1- rasm), chunki past temperaturalar sohasida $C_v \sim T^3$ bo'lishi kerak.

2. Debay nazariyasi

Qattiq jismlarning issiqlik sig'imi nazariyasi 1912- yilda Debay tomonidan hal qilingan deb hisoblanadi. Debay nazariyasiga yaqinroq nazariya Born va Karman tomonidan ham berilgan. Debay nazariyasiga ko'ra, qattiq jismda ikkita ko'ndalang va bitta bo'ylama to'lqin tarqaladi. Qattiq jismlarda bu to'lqinlarning tarqalishi kristall panjara diskretligiga ko'ra chastota bo'yicha chegaralangan bo'ladi. To'lqin uzunligi kristall panjara doimiysidan kichik bo'lgan to'lqinlar qattiq **jism** bo'ylab tarqala olmaydi. Shunga ko'ra qattiq jismda chastotalari $\nu \rightarrow 0$ va $\nu = \nu$ intervalda bo'lgan to'lqinlarga tarqala oladi.

Agar V hajmdagi qattiq jism N ta atomdan **tashkil** topgan bo'lsa, u holda qattiq jism $3N$ ta garmonik kvant **ossillatorlar** to'plamidan iborat deb qaraladi. Bu ossillatorlar xususiy ν_k chastota bilan tebranadi.

Har bir kvant ossillatorning o'rtacha energiyasi

$$E_k = \frac{h\nu_k}{2} + \frac{h\nu_k}{\exp\left(\frac{h\nu_k}{kT}\right) - 1} \quad (4)$$

va V hajmdagi qattiq jismning o'rtacha energiyasi

$$E = E_0 + \sum_{k=1}^{3N} \frac{h\nu_k}{\exp\left(\frac{h\nu_k}{kT}\right) - 1} \quad (5)$$

bo'ladi. Bu yerda

$$E_0 = \sum_{k=1}^{3N} \frac{h\nu_k}{2} \quad (6)$$

nolinchi energiya. JV juda katta son ekanligini hisobga olsak, ν , $\nu + d\nu$ chastota intervalidagi kvant ossillatorlar uchun quyidagi ko'rinishni oladi:

$$E = E_0 + \int_0^{\nu_{\max}} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} g(\nu) d\nu. \quad (7)$$

Bu yerda $g(u)du$ — chastota intervali $\nu, \nu + du$ dagi kvant ossillatorlar soni yoki ko'ndalang va bo'ylanma tebranishlar soni.

Kvant ossillatorlar soni. Bu yerda summa

$$3N = \sum_k g(\nu_k). \quad (7)$$

mumkin bo'lgan hamma chastotalar

bo'yicha olingan. Agar $g(\nu)$ ma'lum bo'lsa, u holda bu tenglikdan $\nu_{\max}$ chastotani hisoblash mumkin. Vazifa $g(\nu_k)$ ni hisoblashdan iborat. $g(\nu_k)$ k -moddaga tegishli ko'ndalang va bo'ylanma tebranishlar soni. Faraz qilaylik, $\nu_t, \nu_t + d\nu_t$ chastota intervalidagi ko'ndalang to'lqinlar soni

$$g(\nu_t)d\nu_t = 2 \cdot \frac{4\pi V}{c_t^3} \nu_t^2 d\nu_t, \quad (8)$$

$\nu_t, \nu_t + d\nu_t$ chastota intervalidagi bo'ylama tebranishlar soni

$$g(\nu_t)d\nu_t = \frac{4\pi V}{c_l^3} \nu_t^2 d\nu_t \quad (9)$$

bo'lsa, u holda $\nu_t = \nu_x$ bo'lgan hoi uchun $\nu, \nu + d\nu$ chastota intervalidagi turg'un va bo'ylanma tebranishlar soni, ya'ni kvant ossillatorlar soni

$$g(\nu)d\nu = \begin{cases} 4\pi V \left(\frac{2}{c_t^3} + \frac{1}{c_l^3} \right) \nu^2 d\nu, & \nu \leq \nu_{\max} \\ 0, & \nu > \nu_{\max} \end{cases} \quad (10)$$

bo'ladi. Bu yerda c_t va c_l — turg'un va bo'ylanma tebranishlarning tarqalish tezligi, ν_t va ν_l lar esa tebranish chastotalari. Natijada

$$3N = \int_0^{\nu_{\max}} 4\pi V \left(\frac{2}{c_t^3} + \frac{1}{c_l^3} \right) \nu^2 d\nu \quad (11)$$

ifodadan $\nu, \nu + d\nu$ chastota intervalidagi kvant holatlar soni

$$g(\nu)d\nu = 4\pi V \frac{c_t^3 + c_l^3}{c_t^3 \cdot c_l^3} \nu^2 d\nu \quad (12)$$

ni yuqoridagi ifodaga qo'yib, turg'un va bo'ylanma tebranishlarni tarqalish tezliklari teng bo'lgan hoi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$E = E_0 + \frac{12\pi V}{c^3} \int_0^{\nu_{\max}} \frac{h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu. \quad (13)$$

$h\nu/kT = x$ yangi o'zgaruvchi kiritish natijasida:

$$E = E_0 + \frac{12\pi k^4 V}{c^3 h^3} T^4 \int_0^{h\nu_{\max}/kT} \frac{x^3 dx}{\exp(x)-1} \quad (14)$$

ifodani olamiz. Bu qattiq jism energiyasini ifodalaydi. Past temperaturalar sohasida, ya'ni $T \ll h\nu_{\max}/kT$ da integralning yuqori chegarasini cheksiz bilan almashtirish mumkin. Natijada qattiq jismlarning energiyasi

$$E = E_0 + \alpha T^4 \quad (15) \quad (\text{ko'rinishini oladi. Bu yerda } \alpha =$$

$47r^5 k^4 V / 5c^3 h^3$. Past temperaturalarda qattiq jism issiqlik sig'imi $C_v = (3T^3)$ ko'rinishini oladi. Agar $h\nu_m/k = T_D$ - Debay temperaturasi kiritsak va yuqoridagi ifodalardan $c^3 = \frac{4\pi V}{3N} \nu_{\max}^3$ ekanligini hisobga olsak, u holda past temperaturalar sohasida qattiq jismlarning issiqlik sig'imi (goloid tuzlar yoki oskidlar uchun) quyidagi ko'rinishini oladi:

$$C_v = \frac{12\pi^4 N k T^3}{5 T_D^3} \quad (16)$$

Bu formula tajriba natijasi bilan miqdoriy tomonidan mos tushadi. Qattiq jismlarning holatini aniqlash uchun katta termodinamik potensial $B = -2E/3$ dan foydalanib aniqlash mumkin. Chunki katta termodinamik potensialning o'zgarishidan foydalanib, termodinamik kattaliklarni hisoblash mumkin bo'ladi.

3. Qattiq jismlarda, gazlar va suyuqliklardan farqli ravishda, issiqlik faqat issiqlik o'tkazuvchanlik orqali uzatiladi.

Umuman aytganda, kristallda issiqlik energiyasi fononlar, fotonlar, erkin elektronlar (yoki erkin kovaklar), elektron-kovak juftlari, eksitonlar orqali uzatilishi mumkin. Biz bu bandeda fonon issiqlik o'tkazuvchanlikni qarab chiqamiz. Uni ba'zan panjaraviy issiqlik o'tkazuvchanlik ham deyiladi. Agar qattiq jism namunasi uchlari turli temperaturalarda tutib turilsa, u holda namunadan issiqlikning uzluksiz oqimi vujudga keladi: issiqroq uchdagi kristall panjara tugunlari kattaroq amplituda bilan tebranadi, ular o'zlari bog'langan qo'shnilariga ta'sir qilib, ularning tebranish amplitudasini (binobarin, energiyasini) orttiradi, bu qo'shnilar o'z navbatida namunaning sovuqroq uchi tomonga bu ta'sirni (issiqlik energiyasini) uzatadi.

Masalan, dT/dx temperatura gradienti mavjud бўlgan (sterjenning) namunaning dS kōndalang kesimi orqali dt vaqtda oʻtgan dQ issiqlik oqimini molekulyar fizika fanidan ma'lum

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt \quad (17)$$

ifoda bōyicha hisoblash mumkin, bundagi λ - issiqlik oʻtkazuvchanlik koeffitsienti.

Biz kristall pa'jarasi atomlari tebranishlarini fononlar deb ataladigan kvazi zarralar orqali ifodalash mumkinligini kōrgan edik, Ana shunga kōra kristallarda issiqlik energiyasini fononlar orqali uzatiladi deb aytish mumkin.

(Debay nazariyasi bōyicha, panjaraning uygʻongan holatini kristall hajmida erkin harakatlanuvchi fononlar ideal gazi kōrinishida tasavvur qilinadi. Fononlar gazi temperaturalarning muayyan oraligʻida ideal gaz xossalariga egʻa, shuning uchun qattiq jismning panjarasi (fononlar) issiqlik oʻtkazuvchanligʻi koeffitsientini ideal gʻaznikiday kōrinishda ifodalasa bōladi:

$$\lambda_f = \frac{1}{3} C l_f v_m \quad (18)$$

bunda C — fononlar gʻazi birlik hajmining issiqlik sigʻimi,

l_f — fononning erkin yugurish yōli oʻrtacha uzunligi, v_m ;- mazkur jismda tovush tezligi.

Fononlarning erkin yugurish oʻrtacha l_f uzunligini hisoblash ancha qiyin, ammo nazariyaning sifatiy tahlili yetarlicha yuqori temperaturalarda l_f — ning mutloq temperaturaga teskari proportsional ekanligini kōrsatadi.

Shuning uchun λ_f issiqlik oʻtkazuvchanlik koeffitsienti ham $T > \theta$ bōlganda mutloq temperaturaga teskari proportsional, chunki bu sohada C va v_m kattaliklar temperaturaga bogʻliq emas.

Yetarlicha toza kristallarda mutloq nolga yaqin temperaturalarda l_f — namunaning oʻlchamlariga bogʻliq.

Buning sababi shuki, past temperaturalarda fononlar zichligi juda kam, binobarin, fononlararo tōqnashishlar ehtimoli kichik, bu holda fononlar namunaning u chegarasidan bu chegarasiga deyarli tōqnashishsiz harakat qiladi, demak, agar namuna oʻlchami d bōlsa, $l_f = d$ bōladi.

$$\text{Bu holda, } \lambda_f = \frac{1}{3} C v_m d \quad (19)$$

Endi (19) ifodaning ʻong tomonida faqat C - gina temperaturaga bogʻliq. Debay qonuniga kʻora, $C \sim T^3$, binobarin, $l_f - T^3$ bʻolishi kerak. Bu xulosani tajriba tasdiqlaydi.

Savollar

1. Qattiq jismlar issiqlik sigʻimi nimalarga bogʻliq?
2. Eynshteyn nazariyasi qattiq jismlar issiqlik sigʻimini qanday tushuntiradi?
2. Debay nazariyasini Eynshteyniy nazariyasidan farqli jihati nimada?
3. Fononlar nima?

8-Maʼruza

Mavzu: Fluktuatsiya nazariyasi

Dars maqsadi: Fluktuatsiya nazariyasi bilan tanishtirish.

Darsning uslubiy taʼminoti: 1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mulʼtanovskiy
Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki M. Prosveshenie 1995 y.

2.F.Reyf Statisticheskaya “Fizika “ M. Nauka, 1987y.

3. A.Boydadaev «Klassik statistik fizika» T.Oʻz.2003 y.

Reja

- 1.Fluktuatsiya nazariyasi.
2. Termodinamik parametrlar fluktuasiyalari.
3. Broun harakati. Eynshteyn nazariyasi.
4. Fluktuatsion-dissipatsion teorema.

Kirish. Shu paytgacha biz asosan turli xil makrotizimlar uchun fizik kattaliklarning oʻrtacha qiymatlarini hisoblash bilan shugʻullandik. Maʼlumki, tizim statistik muvozanat holatda boʻlganda uning turli fizik kattaliklari $F(q,p)$ fluktuatsiyaga ega, yaʼni ular oʻzlarining oʻrtacha F qiymatlaridan chetlanishga ega boʻladi.

1. Fluktuatsiya nazariyasining vazifasi:

1) F - kattaligi fluktuatsiyasi ehtimoliyatini topish; masalan, yopiq tizim uchun fluktuatsiya ehtimoliyatini Boltsman formulasi orqali topish mumkin:

$$dW(F) = \text{const} \cdot e^{\frac{\Delta S(F)}{k_0 T}} dF \quad (1)$$

2) F - ning o'rtacha kvadratik fluktuatsiyasini, ya'ni

$$\overline{(\Delta F)^2} = \overline{(F - \bar{F})^2} = \overline{F^2} - \bar{F}^2 \quad (2)$$

qiymatini hisoblashdir (ma'lumki $F - \bar{F} = 0$)

$\Delta F \equiv \sqrt{\overline{F^2} - \bar{F}^2}$ fluktuatsiyaning absolyut kattaligi bo'lsa, ayrim hollarda

$$\delta_F = \frac{\Delta F}{\bar{F}} = \frac{\sqrt{\overline{F^2} - \bar{F}^2}}{\bar{F}} \quad (3)$$

nisbiy fluktuatsiyani bilish ancha qulaylikka ega bo'ladi.

(2) va (3)-dan ko'rinib turibdiki, fluktuatsiyaning absolyut va nisbiy qiymatlarini hisoblash uchun F va F^2 - larni bilish talab etiladi. Buning uchun oldingi natijalarimizdan foydalanishimiz mumkin.

Fluktuatsiya hodisasi amalda quyidagi ikki holda kuzatilishi mumkin:

1. Tizim o'lchami kichik emas va unda kichik fluktuatsiya sodir bo'ladi. Bunday fluktuatsiya tez-tez bo'lib turishiga qaramay tizimning muvozanat holatidan chetlanishi juda ham kam bo'ladi.

2. Tizim o'lchami yetarli darajada kichik va unda sodir bo'ladigan fluktuatsiya nisbatan ancha katta bo'ladi.

Ikkala holga ham to'g'ri keluvchi fluktuatsiyalarni ko'rib chiqaylik. Dastlab, kanonik taqsimotni qo'llash mumkin bo'lgan hol uchun termostatdagi tizim E - energiyasining fluktuatsiya qiymatlarini hisoblaymiz. O'rtachani topish formulasiga asosan

$$\bar{E} = \frac{1}{Z} \int H(q, p) e^{-\frac{H}{\theta}} d\Gamma = \frac{\int H e^{-\frac{H}{\theta}} d\Gamma}{\int e^{-\frac{H}{\theta}} d\Gamma} \quad (4)$$

Bu munosabatni θ bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{\overline{\partial E}}{\partial \theta} = \frac{\frac{1}{\theta^2} \int H^2 e^{-H/\theta} d\Gamma}{\int e^{-H/\theta} d\Gamma} - \frac{\frac{1}{\theta^2} \left(\int H e^{-H/\theta} d\Gamma \right)^2}{\left(\int e^{-H/\theta} d\Gamma \right)^2} = \frac{\overline{E^2} - \overline{E}^2}{\theta^2}$$

Bundan (2)-ga asosan energiya fluktuatsiyasining absolyut qiymati

$$\Delta E = \sqrt{\theta^2 \frac{\overline{\partial E}}{\partial \theta}} = \sqrt{k_0 T^2 \frac{\overline{\partial E}}{\partial T}} = \sqrt{k_0 T^2 \cdot C_v} \quad (5)$$

Shunday qilib, energiyaning o'rtacha kvadratik fluktuatsiyasi tizim o'lchamiga proporsional ravishda osha boradi. Energiyaning nisbiy fluktuatsiyasi esa (3) ga asosan

$$\delta_E = \frac{\sqrt{C_v \cdot k_0 T^2}}{\overline{E}} \quad (6)$$

(4) - o'rniga kvant tizimlar uchun o'rtachani hisoblashda

$$\overline{E} = \frac{1}{Z} \sum_i g_i \varepsilon_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}}; \quad \left(Z = \sum_i g_i e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}} \right)$$

formulasidan foydalanganimizda ham (5) va (6) natijalari hosi bo'ladi. Shuning uchun bu formulalar ham klassik, ham kvani tizimlarga taalluqlidir.

Ma'lumki, C_v ekstensiv kattalik ($\sim N$), T - esa intensiv kattalik (N - ga bog'liq emas). Shuning uchun

$$\Delta E \sim N^{1/2} \quad (7)$$

Bu formuladan, garchi fluktuatsiyaning absolyut qiymati juda katta ($\sim N^{1/2}$) bo'lsada, makrotizimlarda energiyaning o'rtacha qiymatga nisbatan ($\sim N$) uni hisobga olmaslik mumkin.

Nisbiy fluktuatsiya (6) qiymatni klassik bir atomli ideal gazga tadbiq etamiz. Ma'lumki, bunday tizim uchun

$$\overline{E} = \frac{3}{2} N k_0 T, \quad C_v = \frac{3}{2} N k_0$$

Shuning uchun

$$\delta_E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (8)$$

ko'rinishga ega ekanligini hisobga olsak, makrotizimlarda fluktuatsiya ta'sirining juda kichik ekanligini yaqqol ko'rish mumkin.

Broun harakatining nazariyasi

Broun harakati 1827 yil botanik Broun tomonidan birinchi bor kuzatilgan. Issiqlikning molekulyar - kinetik nazariyasi vujudga kelgach, Broun harakati bu katta olchamdagi «molekula»larning issiqlik harakati ekanligi tushuniladi. Darhaqiqat, zarra o'lchami qancha kichik bo'lsa va temperatura qancha yuqori bo'lsa, harakat shunchalik katta bo'lishi tajribada kuzatilgan va dastlab sifat jihatdan gazlar uchun hosil qilingan

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k_0 T \quad (9)$$

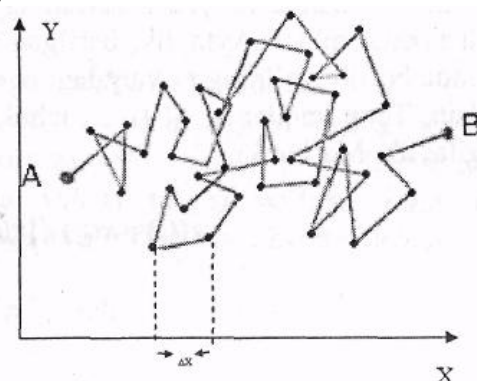
formula orqali Broun harakatini tushuntirish imkoniyati tug'ildi.

Biroq tajribada Broun harakatining tezligini o'lchash (9) – dagiga nisbatan har vaqt kichik qiymatlarni kuzatishga olib keldi. Broun harakati mavjudligi statistiknazariyaning to'g'riligini

1-rasm

yana bir bor tasdiqlaydi (1-rasm)
Unda nuqtalar bilan teng vaqtlar ichida zarra egallagan hajm belgilangan. Aslida muhitda harakat qilayotgan zarra harakat qarshiligiga energiya sarflashi natijasida to'xtashi lozim. Lekin Broun harakatining mavjudligi energiya sochilishiga qarshi jarayon borligini ko'rsatadi. Bu zarra termodinamika ikkinchi qonuniga zid holda o'z harakatini saqlamoq uchun muhitda uzluksiz ravishda energiya olib turadi. Bu qarama-qarshilikni 1905 yilda Eynshteyn va Smoluxovskiylar hal qildi.

Haqiqatdan olganda (9)-formulasi odatdagi molekulalarga nisbatan o'lchami ancha katta bo'lgan Broun zarrasiga ham taalluqli bo'lishi lozim.



Ammo Broun zarrasining ilgarilanma harakati juda murakkab xususiyatga ega. Uning bosib o'tadigan yo'li turlicha uzunlikka ega bo'lgan burilish chiziqlaridan iborat. Broun zarrasining atrofi molekulalar bilan o'ralgan bo'lib, ular uzluksiz ravishda Broun zarrasiga urilib turadi. Broun zarrasi qabul qiladigan barcha impulslarning natijaviy qiymati, shuning bilan birga uning tezligi xaotik (tartibsiz) ravishda o'z kattaligini vayo'nalishini o'zgartirib turadi. Broun zarrasini mikroskop orqali kuzatganda ham uning haqiqiy yo'lini ko'rish imkoniyatiga ega bo'lish mumkin emas. Broun zarrasining birqancha siniq chiziqlardan tashkil topgan haqiqiy yo'lini

ko'z sezmaydi va uni to'g'irlab kichik yo'lni ko'rish qurbiga ega. 1-rasmda keltirilgan chiziq bu Broun zarrasining haqiqiy bosib o'tgan yo'li bo'lsa, undagi A va B nuqtalarini birlashtiruvchi chiziqningina ko'z ko'ra oladi. Natijada, kuzatiluvchi harakat tezligi har doim haqiqiy tezlikdan kichik bo'ladi.

Shunday qilib, zarra tezligining kattaligi -nazariya va tajriba natijalarini taqqoslash uchun noqulaydir. Qulay xarakteristika sifatida ixtiyoriy yo'nalish bo'yicha zarraning ma'lum bir vaqt ichida o'tgan yo'li xizmat qiladi. Aytaylik, berilgan dastlabki vaqtda zarra koordinat boshida bo'lib, yo'lning t - vaqtdagi x - o'qi bo'yicha koordinatasi $x(t)$ bo'lsin. Teng vaqtlar $t_1, t_2, t_3, \dots$ ichida o'tilgan yo'lni $x_1, x_2, x_3, \dots$ deb, belgilaylik. Ma'lumki,

$$x(t_2) = x(t_1) + [x(t_2) - x(t_1)] \quad (10) \text{ Quyidagi}$$

ko'rinishdagi belgilashni qabul qilamiz:

$$\overline{[x(t_2) - x(t_1)]^2} = f(t_2 - t_1) \quad (11)$$

Bunda $f(t_2 - t_1)$ kattaligi $(t_2 - t_1)$ - vaqt ichida zarraning o'rtacha kvadratik siljishi.

Ah-h) - faqat yo'lning uzunligiga bog'liq bo'lib, zarraning t_1 va t_2 - vaqtdagi egallagan o'rniga bog'liq emas.) $(t_2 - t_1)$ - vaqtda o'tilgan yo'l t_1 vaqtda o'tilgan yo'lga bog'liq bo'lmasligi uchun $(t_2 - t_1)$ - unchalik kichik bo'lmasligi lozim.

(10)-dan:

$$\overline{[x(t_2)]^2} = \overline{[x(t_1)]^2} + \overline{[x(t_2) - x(t_1)]^2} + 2 \cdot \overline{x(t_1)[x(t_2) - x(t_1)]}$$

(12)

t_1 va $(t_2 - t_1)$ yetarli darajada kattaligi to'g'risidagi farazimizga asosan, $(t_2 - t_1)$ vaqtda o'tilgan yoi t_1 - vaqtda o'tilgan yo'lga bog'liq bo'lmaydi, ya'ni $x(t_1)$ va $[x(t_2) - x(t_1)]$ o'tilgan yo'llar bir-biriga statistik bog'liq bo'lmaydi. Shuning uchun

$$\overline{x(t_1) \cdot [x(t_2) - x(t_1)]} = \overline{x(t_1)} \cdot \overline{[x(t_2) - x(t_1)]}$$

Zarraning musbat yoki manfiy qiymatiga siljishi teng ehtimolli bo'lganligi uchun $x(t) = 0$ va (12) - quyidagi ko'rinishga ega

bo'ladi: $f(t_2) = f(t_1) + f(t_2 - t_1)$ (13)

(13) - munosabati ixtiyoriy t_1 va t_2 qiymatlari uchun to'g'ridir. t_2 -vaqtni belgilab olib $t_1 \rightarrow t_2$ esa ixtiyoriy ravishda o'zgartiraylik va (13) - ni t_1 bo'yicha differentsiallaymiz:

$$f'(t_1) - f'(t_2 - t_1) = 0 \quad (14)$$

(14) - dan ko'rinib turibdiki, t , va $(t_2 - t_1)$ bir-biriga bog'liq bo'lmagan argumentlar bo'yicha olingan $f'(t_1)$ va $f'(t_2 - t_1)$ funktsiyalar bir-biriga teng. Shu vaqtda bu xulosa to'g'ri bo'ladi. Agar bu funktsiyalarning har biri doimiy songa teng bo'lsagina. Shuning uchun

$$f'(t) = \text{const} = 2D$$

Bundan:

$$f(t) = 2Dt; \quad f(t) = \overline{[x(t)]^2} = 2Dt \quad (15)$$

Bu yerda D - Brown zarrasining diffuziya koeffitsiyenti.

(15) - munosabati bevosita eksperimentda kuzatilishi mumkin. Eksperiment o'rtacha kvadratik siljishning shu siljish uchun ketgan vaqtga proporsionalligini ko'rsatadi. Bunday eksperiment orqali proporsionallik koeffitsiyenti D - ni aniqlash mumkin.

(15) dan nazariya va eksperimentni tezliklar orqali taqqoslash noqulayligini ko'rsatish mumkin:

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{x^2}}{t} = \frac{\sqrt{2Dt}}{t} = \sqrt{\frac{2D}{t}} \quad (16)$$

ya'ni tezlik siljish vaqtining funksiyasi bo'ladi va $t \rightarrow 0$ bo'lganda $v \rightarrow \infty$ bo'ladi. Bu hoi bizni taajjublantirmasligi lozim. (15)-formulasi $t \rightarrow 0$ hoi uchun emas balki, t_j va $(t_2 - t_1)$ vaqtlarning yetarli darajada katta qiymatlari uchun hosil qilingan.

Endi diffuziya koeffitsiyenti D - ning qiymatini tajribada o'lchash mumkin bo'lgan fizik kattaliklar orqali ifodasini topishga kirishaylik.

Buning uchun Broun zarrasiga tegishli bo'lgan harakat tenglamasidan foydalanamiz:

$$m\ddot{x} = X - h\dot{x} + f(t) \quad (17)$$

Bu erda X - tashqi ta'sir etuvchi kuchning x - o'qiga proyeksiyasi;

$f(t)$ - atrofda molekulalarning tasodifiy xarakterga ega bo'lgan ta'sir kuchi;

- X - yopishqoqlik kuchi (zarra harakati yo'nalishiga qarama-qarshi).

(17) dagi $f(t)$ va h hadlar zarraning chiziqli o'lchamiga va yuzasiga bog'liq, m - inertsia kuchi esa zarra hajmiga bog'liq bo'lganligi tufayli kichik o'lchamli zarra uchun

$$\dot{x} = \frac{1}{h}X + \frac{1}{h}f(t) \quad (18)$$

Xususiy holda $X = \text{const}$ tashqi kuch ta'siri ostida (18) ning o'rtachasi

$$\bar{\dot{x}} = \frac{1}{h}X \quad (19) \text{ chunki } \overline{f(t)} = 0$$

(19)-dagi kuch va tezlik orasidagi $\frac{1}{h} = u$ koeffitsiyentga zarra harakatchanligi deyiladi. Og'irlik kuchi maydonida Broun zarrasining yopishqoq suyuqlik ichida tushish (tezligini kuzatish) yo'li bilan u - harakatchanlikni eksperimentda aniqlash mumkin. Endi harakatchanlik u va diffuziya koeffitsiyenti D orasidagi munosabatni topaylik. Buning uchun $X = -ax$ kvazielastik kuch deb (18) - zarraning harakat tenglamasini integrallaymiz:

$$x = x_0 e^{-\frac{\alpha}{h}t} + \frac{1}{h} e^{-\frac{\alpha}{h}t} \int_0^t e^{\frac{\alpha}{h}\tau} f(\tau) d\tau \quad (20)$$

Ushbu ifodaning o'ng tomonidagi birinchi hadni tenglamaning chap tomoniga ko'chiramiz, so'ng tenglamaning ikkala tomonini kvadratga ko'taramiz va barcha Broun zarralari bo'yicha uning o'rtachasini olamiz, ya'ni

$$\overline{\left(x - x_0 e^{-\frac{\alpha}{h}t}\right)^2} = \frac{1}{h^2} e^{-\frac{2\alpha}{h}t} \int_0^t \int_0^t e^{\frac{\alpha}{h}(\tau+\tau')} \overline{f(\tau) f(\tau')} d\tau d\tau' \quad (21) \quad f(\tau) - \text{tasodifiy kuchning } dx$$

vaqt uchun impulsini

$$dF(\tau) = f(\tau) d\tau$$

deb olamiz. U holda (21)-ning o'ng tomonidagi integralli ifoda

$$\int_0^t \int_0^t e^{\frac{\alpha}{h}(\tau+\tau')} \overline{dF(\tau) dF(\tau')} = \int_0^t e^{\frac{2\alpha}{h}\tau} \overline{[dF(\tau)]^2} \quad (22)$$

Xuddi (15)-ni hosil qilganimizdek fikr yuritsak, $\overline{[F(\tau)]^2} = 2At$ deb olish mumkin va

Bu yerda $\overline{[dF(\tau)]^2} = 2Ad\tau$. A - suyuqlik xususiyatiga va temperaturasiga bog'liq bo'lgan kattalik. U holda

$$\overline{\left(x - x_0 e^{-\frac{\alpha}{h}t}\right)^2} = \frac{1}{h^2} e^{-\frac{2\alpha}{h}t} \int_0^t e^{\frac{2\alpha}{h}\tau} \cdot 2Ad\tau = \frac{1}{\alpha h} A \left(1 - e^{-\frac{2\alpha t}{h}}\right) \quad (23)$$

(23)-dagi A - ning qiymatini quyidagi ikkita xususiy hol orqali topishimiz mumkin:

1) Broun zarrasi ozod bo'lsin. Bu holga $a > 0$ bo'lgan (23) -ning ifodasi to'g'ri keladi:

$$\overline{(x - x_0)^2} = \frac{2A}{h^2} t \quad (24)$$

2) Ozod bo'lmagan Broun zarrasi uchun $a \neq 0$. Bu holda $t \rightarrow 0$ ga to'g'ri keluvchi (24) - formuladan:

$$\overline{x^2} = \frac{A}{\alpha h}$$

Lekin cheksiz katta vaqt davomida zarra statistik muvozanat holatiga keladi, va uning o'rtacha potensial energiyasi $\frac{\alpha \overline{x^2}}{2} = \frac{k_0 T}{2}$

$$\overline{x^2} = \frac{k_0 T}{\alpha} = \frac{A}{\alpha h} \quad \text{va} \quad A = h x_0 T$$

bo'ladi. Bu ikkala keyingi munosabatdan bo'ladi.

Buni (24) - ga tadbiq etamiz: $D = \frac{k_0 T}{h}$ yoki

$$D = k_0 T \cdot u \quad (25)$$

(25) - ga Eynshteyn formulasi deyiladi, va u D - diffuziya koeffitsiyenti bilan u - harakatchanlik orasidagi bog'liqlikni anglatadi.

Oxirgi munosabatdan ko'rinib turibdiki, D va u - laming o'zaro bog'liqligi faqat muhitning xarakteristikasi bo'lib, muhitga ta'sir etuvchi kuchga va aniq harakat ko'rinishiga bog'liq emas.

Diffuziya koeffitsiyentining muhit temperaturasiga bog'liqligini ko'raylik. Buning uchun Stoks formulasidan foydalanamiz, unga asosan yopishqoq muhitda r radiusli sharchaning ishqalanish kuchi $F = 6\eta r v$ (η -yopishqoqlik koeffitsiyenti).

U holda ishqalanish koeffitsiyenti

$$h = 6\pi\eta r; \quad u = \frac{1}{h} = \frac{1}{6\pi\eta r}$$

$$D = \frac{k_0 T}{6\pi\eta r}$$

Ko'rinib turibdiki, diffuziya koeffitsiyenti zarra radiusiga teskari proporsional, uning temperaturaga bog'liqligi esa T/η - munosabati orqali berilgan. η - yopishqoqlik koeffitsiyentining temperaturaga bog'liqligi turlicha suyuqliklar uchun turlicha qiymatga ega, va umumiy holda temperaturaga bog'liqligi murakkab ko'rinishga ega.

Savollar:

1. Fluktuatsiya nazariyasi haqida nimlarni bilasiz?
2. Termodinamik parametrlar fluktuasiyalari qanday aniqlanadi?
3. Brown harakati fluktuatsiya nazariyasi orqali qanday tushuntiriladi?
4. Eynshteyn nazariyasi nima haqda?
4. Fluktuatsion-dissipatsion teoremani ma'nosi qanday?.

Statistika fizika va termodinamika fanidan foydalanilgan adabiyotlar

1. M.S. Vasilevskiy, V.V. Mul'tanovskiy Kurs statisticheskoy fiziki i termodinamiki m. Prosvechenie 1995 y.
2. F.Reyf Statisticheskaya fizika M.Nauka, 1987y.
3. A.Boydedaev «Klassik statistik fizika» T.O'z.2003 y.
4. A.Boydedaev «Kvant statistik fizikasi» Elektron versiya, TDPU, 2003y. (nashrda)
5. A.Boydedaev «Nomuvazanatli statistik fizika asoslari» T.O'qituvchi 1992 y.
6. R.Mamatqulov va boshqalar Statistik fizika va termodinamikadan masalalar to'plami, O'qituvchi, 2000 yil
7. Zadachi po termodinamika i statistik fizika, pod. Red. P. landeberga, Maar, 1984 yil
8. Ю.В.Румер, М.Ш. Рыбкин Термодинамика, statisticheskaya fizika i kinetika, M.Nauka, 1987g.
9. De Groot, M.Mazur. Neravnovesnaya termodinamika, M.Mir 1984y.
10. I.A.Kvasnikov Термодинамика i statisticheskaya fizika, URSS
11. E.P.Ageev Neravnovesnaya termodinamika voprosax i otvetax URSS.