



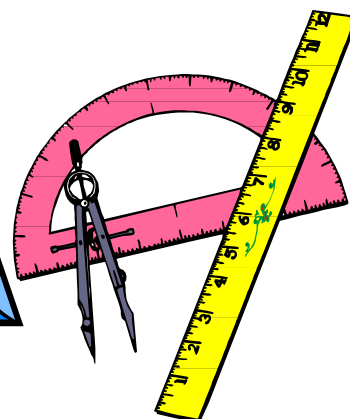
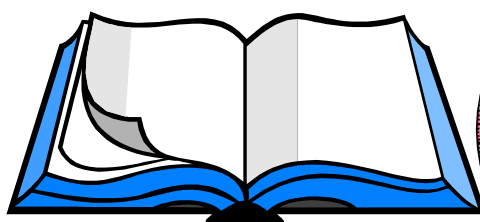
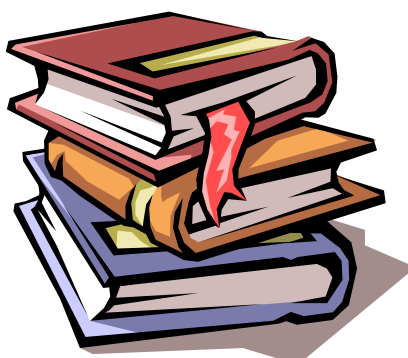
O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI

XALQ TA`LIMI VAZIRLIGI

Navoiy davlat pedagogika instituti

“Umumiy matematika” kafedrasi

MALAKAVIY BITIRUV ISHI



Mavzu: Ba`zi muhim taqsimotlar

Ilmiy rahbar: Sayfulloyeva G.S

Bajaruvchi: “Matematika” yo‘nalishi

4 “D” kurs talabasi Oripova Gulhayo

Navoiy-2013

MUNDARIJA

I.	Kirish.....	3
II.	Asosiy qism.....	5
	1-§ . Ehtimolliklar fazosi, tasodifiy miqdor va taqsimot funksiya tushunchasi.....	5
	2-§. Ba`zi muhim taqsimotlar	11
	3-§. Ko`p o`lchovli tasodifiy miqdorlar va ularning birgalikdagi taqsimot funksiyalari. Ikki o`lchovli diskret tasodifiy miqdor va uning taqsimot qonuni.....	22
	4-§. Tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va taqsimot funksiyalariga doir masalalar.....	31
III.	Xulosa.....	42
IV.	Foydalanilgan adabiyotlar ro`yxati.....	43

Farzandlarimiz bizdan ko'ra
kuchli, bilimli, dono va
albatta baxtli bo'lishlari
shart.¹

KIRISH

Ehtimollar nazariyasi “tasodifiy tajribalar”, ya'ni natijasini oldindan aytib bo'lmaydigan tajribalardagi qonuniyatlatni o'rganuvchi matematik fandır. Bunda shunday tajribalar qaraladiki, ularni o'zgaras shartlar kompleksida hech bo'lmaganda nazariy ravishda ixtiyoriy sonda takrorlash mumkin, deb hisoblanadi. Bunday tajribalar har birining natijasi tasodifiy hodisa ro'y berishidan iboratdir. Insoniyat faoliyatining deyarli hamma sohalarida shunday holatlar mavjudki, u yoki bu tajribalarni bir xil sharoitda ko'p matra takrorlash mumkin bo'ladi. Ehtimollar nazariyasini sinovdan-sinovga o'tishida natijalari turlicha bo'lgan tajribalar qiziqtiradi. Biror tajribada ro'y berish yoki bermasligini oldindan aytib bo'lmaydigan hodisalar tasodifiy hodisalar deyiladi

Ehtimollar nazariyasi rivojidadagi etarlicha darajada oldinga siljish Gauss (1777-1855) nomi bilan bog'liqdir. U normal qonuniyatga yanada umumiy asos berdi va tajribadan olingan sonli ma'lumotlarni qayta ishlashning muhim usuli – “kichik kvadratlar usuli”ni yaratdi. XVII va XIX asrlar uchun ehtimollar nazariyasining keskin rivojlanishi va u bilan har tomonlama qiziqish xarakterlidir. Keyinchalik ehtimollar nazariyasi rivojiga Rossiya olimlari V.Ya. Bunyakovskiy (1804-1889), P.L. Chebishev (1821-1894), A.A. Markov (1856-1922), A.M. Lyapunov (1857-1918), A.Ya. Xinchin (1894-1959), V.I. Romanovskiy (1879-1954), A.N. Kolmogorov (1903-1987) va ularning shogirdlari bebaho hissa qo'shdilar. O'zbekistonda butun dunyoga taniqli Sarimsokov (1915-1995) va

¹ I. A. Karimov. Yuksak ma'naviyat- yengilmas kuch Toshkent.: “Ma'naviyat” 2008-yil. 4-bet.

S.X. Sirojiddinov (1920-1988) larning muhim rollarini alohida ta'kidlab o'tish joizdir.

Ushbu bitiruv malakaviy ishi diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari va taqsimot funksiyalarini o'rganishga bag'ishlangan bo'lib, o'quvchilarning matematik ta'lim jarayonida egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini hamda o'z-o'zini rivojlantirish uchun xizmat qiladi. X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini bilish ehtimollik nuqtai-nazaridan X miqdor haqida to'liq ma'lumot beradi.

Ushbu malakaviy bitiruv ishi 4 paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragrafda ehtimolliklar fazosi, diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor va taqsimot funksiya tushunchalari keltirilgan.

Ikkinchi paragrafda esa ba'zi muhim taqsimotlardan binomial, geometrik, puasson, ko'rsatkichli, tekis va normal taqsimotlarning taqsimotlari, grafiklari va muhim ko'rsatkichlari topib ko'rsatilgan.

Uchinchi paragrafda esa ko'p o'lchovli tasodifiy miqdorlar va ularning birgalikdagi taqsimot funksiyalari, xususan, sodda holda ya'ni, ikki o'lchovli diskret tasodifiy miqdor va uning taqsimot qonunlari berilgan. Ba'zi muhim ikki o'lchovli taqsimotlardan-ikki o'lchovli normal (Gauss) taqsimot, doiradagi tekis taqsimot va kvadratdagi tekis taqsimotlar haqida ma'lumot berilgan.

To'rtinchi paragrafda esa tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va taqsimot funksiyalariga doir masalalar ishlab ko'rsatilgan va mustaqil ishlash uchun ham masalalar keltirilgan.

Ushbu BMI ni yozishimdan maqsad, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidagi tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari va taqsimotlari bo'limini talabalarga chuqurroq va tushunarli qilib yetkazib berish, misol va masalalarini aniq va ravshan tushunib ishlash va muhim taqsimotlarning xossalari, grafiklari va muhim ko'rsatkichlarini o'rganishda yordamchi manba bo'lib xizmat qilishdan iboratdir.

1-§ . Ehtimolliklar fazosi, tasodifiy miqdor va taqsimot funksiya tushunchasi

Ehtimolliklar nazariyasi matematik fan sifatida ro'y berishi yoki ro'y bermaganligi noaniq bo'lgan voqealarning modellarini (voqealarning o'zini emas) o'rganadi. Boshqacha qilib aytganda, ehtimolliklar nazariyasida shunday tajribalar modellari o'rganiladiki, bu tajribalarning natijalaridan qaysisi ro'y berishini aniqlab bo'lmaydi. Msalan, tanga tashlanganda uni gerb yoki raqam tomoni bilan tushishi, ob-hovoni oldindan aytib berish, ishlab turgan agregatning yana qancha ishlashi, ommaviy ishlab chiqarilgan mahsulotning nosozlik qismi, elektr signallarini uzatishda halaqit beruvchi vaziyatlar yuzaga kelishi- bularning hammasini ehtimolliklar nazariyasi qo'llanilishi mumkin bo'lgan sohalar deb qaralishi mumkin.

Elementar hodisalar fazosi cheksiz bo'lsin:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots\}$$

S esa Ω ning barcha qism to'plamlaridan tashkil topgan hodisalar algebrasi bo'lsin. Har bir

$$\omega_i \in \Omega, \quad i=1,2,3,$$

elementar hodisaga $P(\omega_i)$ sonni mos qo'yamiz.

$P(\omega_i)$ - elementar hodisaning ehtimoli deyiladi. Demak, Ω da quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi sonli $P(\omega_i)$ funksiya kiritamiz:

$$1. \quad \forall \omega_i \in \Omega, \quad P(\omega_i) \geq 0$$

$$2. \quad \sum_{i=1}^{\infty} P(\omega_i) = 1.$$

U holda $A \in \Omega$ hodisaning ehtimolligi yig'indi shaklida ifodalanadi.

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i) \quad (1)$$

Ehtimollikni bunday aniqlash Kolmogorov aksiomalarini qanoatlantiradi.

$$1. \quad P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i) \geq 0, \quad \text{chunki har bir} \quad P(\omega_i) \geq 0;$$

$$2. \quad P(\Omega) = \sum_{\omega_i \in \Omega} P(\omega_i) = \sum_{i=1}^n P(\omega_i) = 1;$$

$$3. \quad \text{Agar} \quad A \cdot B = \emptyset \quad \text{bo'lsa, u holda}$$

$$P(A+B) = \sum_{\omega_i \in A+B} P(\omega_i) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i) + \sum_{\omega_i \in B} P(\omega_i) = P(A) + P(B)$$

Bunday aniqlangan (Ω, S, P) uchlik ehtimolliklar fazosi (yoki diskret ehtimolliklar fazosi) deyiladi.

Agar $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ - chekli fazo va tajribadagi barcha elementar hodislar teng imkoniyatli bo'lsa, ya'ni

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = \dots = P(\omega_n) = \frac{1}{n} \quad (2)$$

u holda (1.1) formula quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} P(\omega_i) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{m}{n} \quad (3)$$

Bu yerda m - A hodisaga tegishli elementar hodisalar soni. Bu esa ehtimollikni klassik ta'rifiga ko'ra hisoblashdir. Demak, klassik ehtimol (1.1) formula orqali aniqlangan ehtimollikning xususiy holi ekan.

Ehtimolliklar nazariyasining muhim tushunchalaridan biri tasodifiy miqdor tushunchasidir.

Ta'rif 1. Tajriba natijasida u yoki bu qiymatni qabul qilishi oldindan ma'lum bo'lmagan miqdor **tasodifiy miqdor** deyiladi

Tasodifiy miqdorlar lotin alifbosining bosh harflari $X, Y, Z, \dots$ (yoki grek alifbosining kichik harflari ξ (ksi), η (eta), ζ (dzeta), ... bilan qabul

qiladigan qiymatlari esa kichik harflar $x_1, x_2, \dots, y_1, y_2, \dots, z_1, z_2, \dots$ bilan belgilanadi.

Tasodifiy miqdorlarga misollar keltiramiz :

- 1) X - tavakkaliga olingan mahsulotlar ichida sifatsizlari soni;
- 2) Y - n ya o`q uzilganda nishonga tikkanlari soni;
- 3) Z - asbobning beto`xtov ishlash vaqti
- 4) U - $[0,1]$ kesmadan tavakkaliga tanlangan nuqtaning koordinatalari;
- 5) V - bir kunda tug`iladigan chaqaloqlar soni va h.k. .

Ta`rif 2. Agar tasodifiy miqdor chekli yoki sanoqli qiymatla qabul qilsa, bunday tasodifiy miqdor **diskret tipdagi tasodifiy** miqdor deyiladi.

Ta`rif 3.** Agar tasodifiy miqdor qabul qiladigan qiymatlari biror oraliqdan iborat bo`lsa **uzluksiz tipdagi tasodifiy miqdor deyiladi

Demak, diskret tasodifiy miqdor bir-biridan farqli alohida qiymatlarni, uzluksiz tasodifiy miqdor esa biror oraliqdagi ixtiyoriy qiymatlarni qabul qilar ekan. Yuqoridagi X va Y tasodifiy miqdorlar diskret, Z esa uzluksiz tasodifiy miqdor bo`ladi.

Endi tasodifiy miqdorning qat`iy ta`rifini keltiramiz.

Ω elementar hadisalar fazosida aniqlangan X sonli funksiya tasodifiy miqdor deyiladi, agar har bir ω elementar hodisaga $X(\omega)$ sonni mos qo`ysa, ya`ni $X = X(\omega), \omega \in \Omega$.

Masalan, tajriba tangani 2 marta tashlashdan iborat bo`lsin. Elementar hadisalar fazosi

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$$

$$\omega_1 = GG, \quad \omega_2 = GR, \quad \omega_3 = RG, \quad \omega_4 = RR$$

bo`ladi.

X- gerb chiqishlar soni bo`lsin, u holda X- tasodifiy miqdor qabul qiladigan qiymatlari:

$$X(\omega_1) = 2, \quad X(\omega_2) = 1, \quad X(\omega_3) = 1, \quad X(\omega_4) = 0$$

Agar Ω chekli yoki sanoqli bo'lsa, u holda Ω da aniqlangan ixtiyoriy funksiya tasodifiy miqdor bo'ladi. Umuman, $X \in \mathcal{F}$ funksiya shunday bo'lishi kerakki:

$\forall \chi \in R$ da $A = \{\omega : X(\omega) \leq \chi\}$ hodisa S σ -algebrasiga tegishli bo'lishi kerak.

Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlar taqsimotlarini berishning universal usuli ularning taqsimot funksiyalarini berishdir. Taqsimot funksiya $F(x)$ orqali belgilanadi.

$F(x)$ funksiya X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi

$\forall \chi \in R$ son uchun quyidagicha aniqlanadi:

$$F(x) = P\{X \leq x\} = P\{\omega : X(\omega) \leq x\} \quad (4)$$

Taqsimot funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. $F \in \mathcal{F}$ chegaralangan :

$$0 \leq F(x) \leq 1.$$

2 $F \in \mathcal{F}$ kamaymaydigan funksiya : agar $x_1 < x_2$ bo'lsa, u holda

$$F(x_1) \leq F(x_2).$$

3. $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $F(+\infty) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$.

4. $F \in \mathcal{F}$ funksiya chapdan uzluksiz:

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} F(x) = F(x_0).$$

Diskret tasodifiy miqdor funksiyasi quyidagicha ifidalanadi:

$$F \in \mathcal{F} = \sum_{x_i < x} p_i \quad (5)$$

X tasodifiy miqdor uzluksiz deyiladi, agar uning taqsimot funksiyasi ixtiyoriy nuqtada uzluksiz bo'lsa.

Agar $F \in \mathcal{F}$ taqsimot funksiya uzluksiz tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasi bo'lsa, taqsimot funksiyaning 1-4 xossalaridan quyidagi natijalarni keltirish mumkin.

1. X tasodifiy miqdorning $[a, b]$ oraliqda yotuvchi qiymatni qabul qilish ehtimolligi taqsimot funksiyaning shu oraliqdagi orttirmasiga teng:

$$P[a \leq X < b] = F(b) - F(a) \quad (6)$$

2. X uzluksiz tasodifiy miqdorning tayin bitta qiymatni qabul qilishi ehtimolligi nolga teng:

$$P\{X = x_i\} = 0$$

1- natijada $[a, b]$, $[a, b]$, (a, b) oraliqlar uchun ham (3.3) tenglik o`rinli, ya`ni

$$P[a \leq X < b] = P[a \leq X \leq b] = P[a < X \leq b] = P[a < X < b] = F(b) - F(a)$$

Masalan, $P[a \leq X < b] = P\{X = a\} + P[a < X < b] = P[a < X < b]$

Uzluksiz tasodifiy miqdorni asosiy xarakteristikasi zichlik funksiya hisoblanadi.

Ta`rif 4. Uzluksiz tasodifiy miqdorning **zichlik funksiyasi** deb, shu tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasidan olingan birinchi tartibli hosilaga aytiladi.

Uzluksiz tasodifiy miqdor funksiyasi $f(x)$ orqali belgilanadi. Demak,

$$f(x) = F'(x) \quad (7)$$

Zichlik funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. $f(x)$ funksiya manfiy emas, ya`ni

$$f(x) \geq 0.$$

2. X uzluksiz tasodifiy miqdorning $[a, b]$ oraliqqa tegishli qiymatni qabul qilishi ehtimolligi zichlik funksiyaning a dan b gacha olingan aniq integralga teng, ya`ni

$$P[a \leq X \leq b] = \int_a^b f(x) dx.$$

3. Uzlüksiz tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasi zichlik funksiya orqali quyidagicha ifodalanadi :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt. \quad (8)$$

4. Zichlik funksiyasidan $-\infty$ dan $+\infty$ gacha olingan xosmas integral birga tengdir.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

2-§ . Ba`zi muhim taqsimotlar

BINOMIAL TAQSIMOT

**Ta`rif 5 .**  $X$  diskret tasodifiy miqdor binomial qonun bo`yicha taqsimlangan deyiladi, agar u $0, 1, 2, \dots, n$ qiymatlarni

$$p_m = P\{X = m\} = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \quad (9)$$

ehtimollik bilan qabul qilsa .

Bu yerda $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $m = 0, 1, \dots, n$ Binomial qonun bo`yicha taqsimlangan  $X$  diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuni quyidagi ko`rinishga ega:

$X = m$	0	1	2	...	m	...	n
$p_m = P\{X = m\}$	q^n	$C_n^1 \cdot p^1 \cdot q^{n-1}$	$C_n^2 \cdot p^2 \cdot q^{n-2}$	...	$C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$	...	p^n

Nyuton binomiga asosan

$$\sum_{m=0}^n p_m = p + q = 1.$$

Bunday taqsimotni $Bi(p, n)$ orqali belgilaymiz.

Uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo`ladi.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 0 \\ \sum_{m=0}^x C_n^m p^m q^{n-m}, & \text{agar } 0 < x \leq n \\ 1, & \text{agar } n < x \end{cases}$$

Endi bu taqsimotning sonli xarakteristikasini hisoblaymiz.

$$\begin{aligned} MX &= \sum_{m=0}^n m \cdot P\{X = m\} = \sum_{m=1}^n m P\{X = m\} = \sum_{m=1}^n m C_n^m p^m q^{n-m} = \\ &= np \sum_{m=1}^n C_{n-1}^{m-1} p^{m-1} q^{n-m} = np(p + q)^{n-1} = np. \end{aligned}$$

$$DX = \sum_{m=0}^n m^2 P\{X = m\} - (MX)^2 = \sum_{m=1}^n m^2 C_n^m p^m q^{n-m} - (np)^2 = m(m-1) C_{n-2}^{m-2} p^m q^{n-m} + m C_{n-1}^{m-1} p^m q^{n-m} - (np)^2$$

almashtirish bajaramiz/ =

$$n \binom{n-1}{p} \sum_{m=2}^n C_{n-2}^{m-2} p^{m-2} q^{n-m} + np \sum_{m=1}^n C_{n-1}^{m-1} p^{m-1} q^{n-m} - \binom{n}{p} p^n =$$

$$= n \binom{n-1}{p} p^2 + np - \binom{n}{p} p^n = npq.$$

Demak, $MX = np$; $DX = npq$.

GEOMETRIK TAQSIMOT

Ta'rif 6. Agar X tasodifiy miqdor $1, 2, \dots, m, \dots$ qiymatlarni

$$p_m = P\{X = m\} = q^{m-1} p \quad (10)$$

Ehtimolliklar bilan qabul qilsa, u geometrik qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi. Bu yerda $p = 1 - q \in (0, 1]$

Geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlarga misol sifatida quyidagilarni olish mumkin: sifatsiz mahsulot chiqqunga qadar tekshirilgan mahsulotlar soni; gerb tomon tushgunga qadar tashlangan yangalar soni, nishonga tekkunga qadar otilgan o'qlar soni va hokazo.

Geometrik qonun bo'yicha taqsimlangan X diskret tasodifiy miqdor taqsimot qononi quyidagi ko'rinishga ega:

$X = m$	1	2	...	m	...
$p_m = P\{X = m\}$	p	qp	...	$q^m p$	...

$$\sum_{m=1}^{\infty} q^{m-1} p = p \sum_{m=1}^{\infty} q^{m-1} = p \frac{1}{1-q} = \frac{p}{p} = 1,$$

Chunki, p_m ehtimolliklar geometrik progressiyani tashkil etadi:

$p, qp, q^2 p, q^3 p, \dots$ SHuning uchun ham (10) taqsimot geometrik taqsimot deyiladi va $Ge(p)$ orqali belgilanadi.

Uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } m < 1 \\ \sum_{m=1}^x q^{m-1} p, & \text{agar } 1 \leq m \leq x \end{cases}$$

$$MX = \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot q^{m-1} \cdot p = p \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot q^{m-1} = p \left(\sum_{m=0}^{\infty} q^m \right)_q = p \left(\frac{1}{1-q} \right)_q = p \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{p}{p^2} = \frac{1}{p},$$

Endi bu taqsimotning sonli xarakteristikalarini hasoblaymiz:

$$DX = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = m^2 = m(m-1) + m \text{ almashtirishni bajaramiz}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} m(m-1) q^{m-1} p + \sum_{m=1}^{\infty} m q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = pq \sum_{m=1}^{\infty} m(m-1) q^{m-2} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} =$$

$$q \left(\sum_{m=0}^{\infty} q^m \right)_q + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} = pq \frac{2}{1-q} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{2pq}{p^3} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{q}{p^2}.$$

$$\text{Demak, } MX = \frac{1}{p}; \quad DX = \frac{q}{p^2}.$$

PUASSON TAQSIMOTI

Ta'rif 7. Agar X tasodifiy miqdor $0, 1, 2, \dots, m, \dots$ qiymatlarni

$$p^m = P(X=m) = \frac{a^m \cdot e^{-a}}{m!} \quad (10)$$

ehtimolliklar bilan qabul qilsa, u Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi. Bu yerda a biror musbat son.

Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan X diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagi ko'rinishga ega:

$X = m$	0	1	2	...	m	...
$p_m = P(X=m)$	e^{-a}	$\frac{a \cdot e^{-a}}{1!}$	$\frac{a^2 \cdot e^{-a}}{2!}$	...	$\frac{a^m \cdot e^{-a}}{m!}$	...

Taylor yoyilmasiga asosan,

$$\sum_{m=0}^{\infty} p_m = e^{-a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m}{m!} = e^{-a} \cdot e^a = 1.$$

Bu taqsimotni $\Pi(\lambda)$ orqali belgilaymiz. Uning taqsimot funksiyasi quyidagicha bo'ladi.

$$F(\lambda) = \begin{cases} 0, & \text{agar } m \leq 0 \\ \sum_{m=0}^x \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!}, & \text{agar } 0 < m \leq x \end{cases}$$

Endi bu taqsimotning sonli xarakteristikalarini hisoblaymiz:

$$MX = \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!} = e^{-\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^m}{m!} = \lambda \cdot e^{-\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = \lambda \cdot e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda,$$

$$DX = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 \cdot \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!} - \lambda^2 = \lambda \sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1} \cdot e^{-\lambda}}{(m-1)!} - \lambda^2 =$$

$$= \lambda \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \right] - \lambda^2 = \lambda(\lambda + 1) = \lambda + 1$$

Demak, $MX = \lambda$; $DX = \lambda + 1$.

TEKIS TAQSIMOT

Agar uzluksiz X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{agar } x \in [a, b] \\ 0, & \text{agar } x \notin [a, b] \end{cases} \quad (11)$$

ko'rinishda berilgan bo'lsa, u $[a, b]$ oraliqda tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

Bu tasodifiy miqdorning grafigi 1- rasmda berilgan. $[a, b]$ oraliqda tekis taqsimlangan X tasodifiy miqdorni $X \sim R[a, b]$ ko'rinishda belgilanadi. $X \sim R[a, b]$ uchun taqsimot funksiyasini topamiz. Agar $a \leq x \leq b$ bo'lsa

$$F(x) = \int_a^x \frac{dt}{b-a} = \frac{t}{b-a} \Big|_a^x = \frac{x-a}{b-a},$$

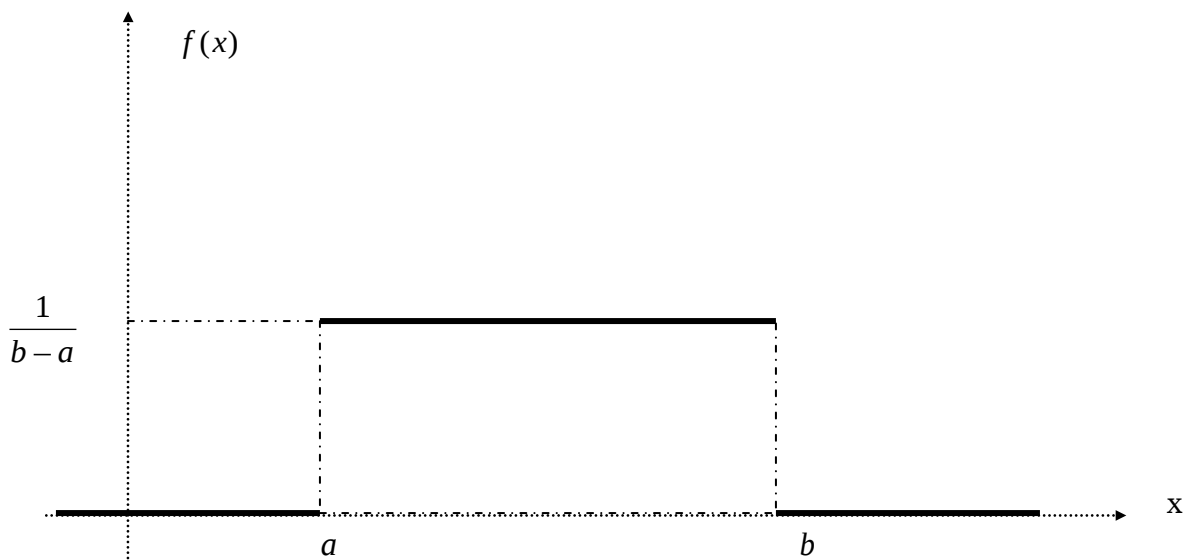
agar $x < a$ bo'lsa, $F(x) = 0$ va $x > b$ bo'lsa,

$$F(x) = \int_{-\infty}^a 0 dt + \int_a^b \frac{dt}{b-a} + \int_b^x 0 dt = \frac{t}{b-a} \Big|_a^b = 1 \quad \text{bo'ladi.}$$

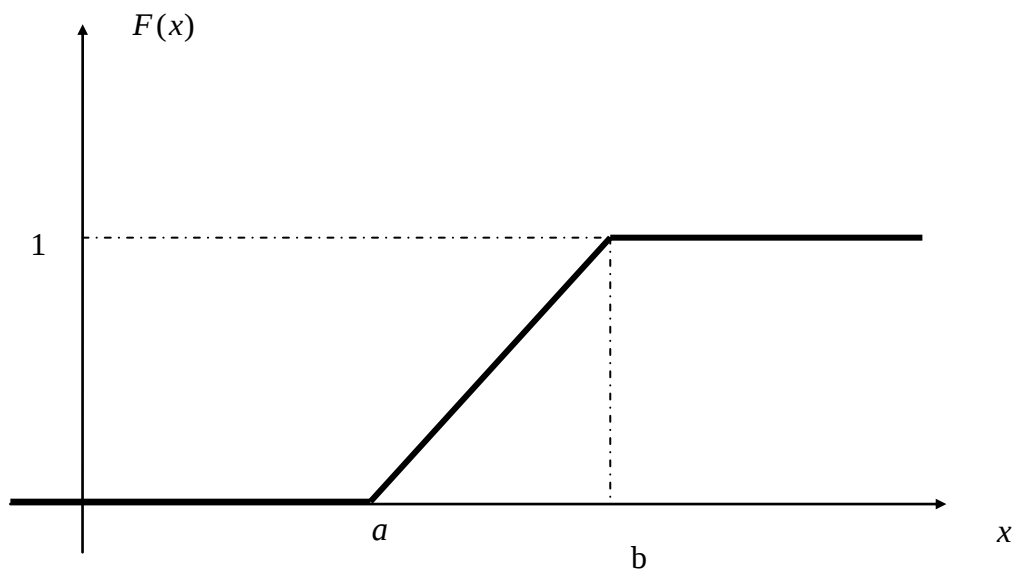
Demak,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x < a \text{ bo'lsa,} \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{agar } a \leq x \leq b \text{ bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar } b < x \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

$F(x)$ taqsimot funksiyaning grafigi 2-rasmda keltirilgan.



1 - rasm



2-rasm

$X \sim R[a, b]$ tasodifiy miqdor uchun MX va DX larni hisoblaymiz:

$$MX = \int_{-\infty}^a x \cdot 0 dx + \int_a^b \frac{x}{b-a} dx + \int_b^{+\infty} x \cdot 0 dx = \frac{x^2}{2(b-a)} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2(b-a)} = \frac{a+b}{2},$$

$$DX = \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^2 \cdot \frac{dx}{b-a} = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{3} \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^3 \Big|_a^b =$$

$$= \frac{1}{3(b-a)} \left(\frac{(b-a)^3}{8} - \frac{(a-b)^3}{8} \right) = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Demak,

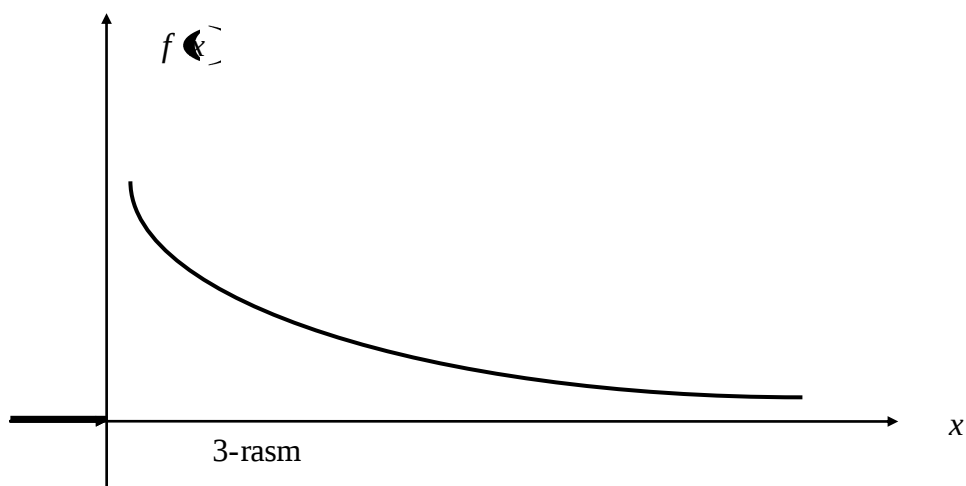
$$MX = \frac{a+b}{2}, \quad DX = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

KO`RSATKICHLI TAQSIMOT

Ta`rif 8. Agar uzluksiz X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{agar } x \geq 0 \\ 0, & \text{agar } x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

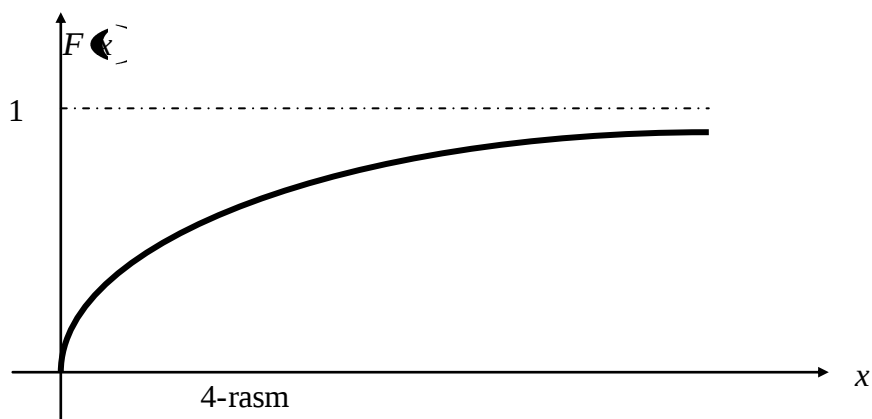
ko'rinishda berilgan bo'lsa, X tasodifiy miqdor ko'rsatkichli qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy deyiladi. Bu yerda λ biror musbat son. λ parametrli ko'rsatkichli taqsimot $E(\lambda)$ orqali belgilanadi. Uning grafigi 3-rasmda keltirilgan.



Taqsimot funksiyasi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{agar } x \geq 0, \\ 0, & \text{agar } x < 0. \end{cases}$$

Uning grafigi 4-rasmda keltirilgan.



Endi ko'rsatkichli taqsimotning matematik ko'tilmasi va dispersiyasini hisoblaymiz.

$$MX = \int_0^{+\infty} x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- \int_0^b x d e^{-\lambda x} \right) =$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- x e^{-\lambda x} \Big|_0^b + \int_0^b e^{-\lambda x} dx \right) = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \Big|_0^b \right) = \frac{1}{\lambda},$$

$$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - (MX)^2 = \lambda \int_0^{+\infty} x^2 \cdot e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} =$$

[bo'laklab integrallash formulasini ikki marta qo'llaymiz]=

$$= \lambda \lim_{b \rightarrow \infty} \left(- \frac{x^2}{\lambda} e^{-\lambda x} + \frac{2}{\lambda} \left(- \frac{x}{\lambda} e^{-\lambda x} - \frac{1}{\lambda^2} e^{-\lambda x} \right) \right) \Big|_0^b - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Demak, agar $X \sim E(\lambda)$ bo'lsa, u holda $MX = \frac{1}{\lambda}$ va $DX = \frac{1}{\lambda^2}$.

NORMAL TAQSIMOT

Normal taqsimot ehtimollari nazariyasida o`ziga xos o`rin tutadi. Normal taqsimotning xususiyati shundan iboratki, u limit taqsimot hisoblanadi. Ya`ni boshqa taqsimotlar ma`lum shartlar ostida bu taqsimotga intiladi. Normal taqsimot amaliyotda eng ko`p qo`llaniladigan taqsimotdir.

**Ta`rif 9.**  $X$  uzluksiz tasodifiy miqdor normal qonun bo`yicha taqsimlangan deyiladi, agar uning zichlik funksiyasi quyidagicha ko`rinishga ega bo`lsa

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in R \quad (13)$$

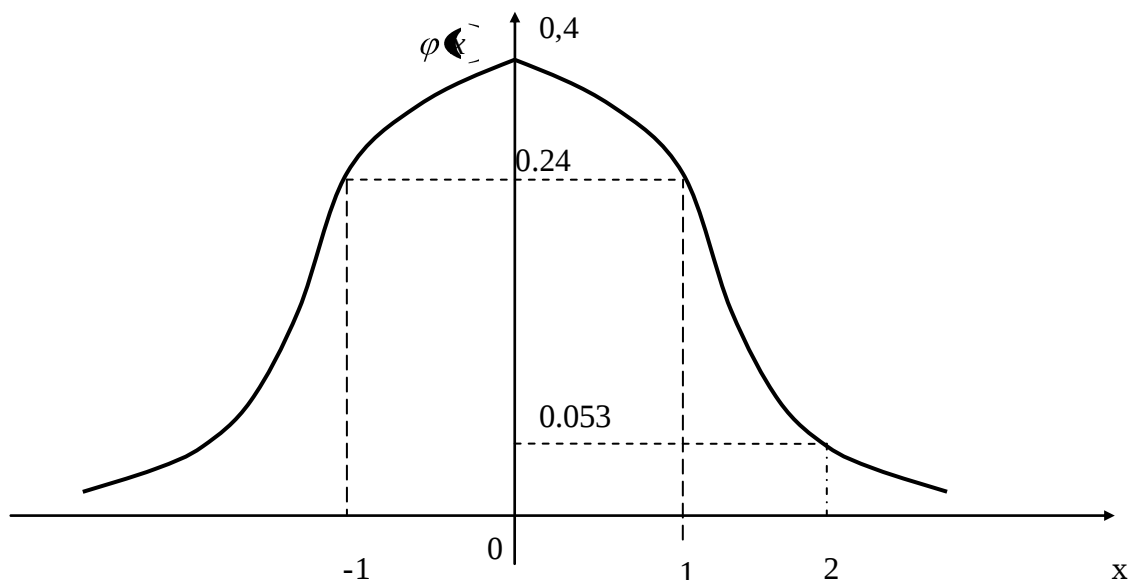
a va $\sigma > 0$ parametrlar bo`yicha normal taqsimot $N(a, \sigma^2)$ orqali belgilanadi. $X \sim N(a, \sigma^2)$ normal tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (14)$$

Agar normal taqsimot parametrlari $a=0$ va $\sigma=1$ bo`lsa, u standart normal taqsimot deyiladi. Standart normal taqsimotning zichlik funksiyasi quyidagicha ko`rinishga ega:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

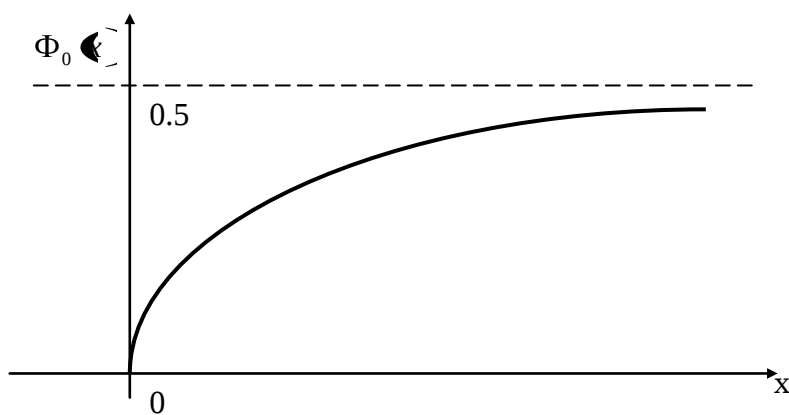
Bu funksiya Gauss funksiyasi deyiladi. Uning grafigi quyidagicha



Taqsimot funksiyasi

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

ko'rinishga ega va u Laplas funksiyasi deyiladi. Uning grafigi quyidagicha



a va σ parametrlarni ma'nosini aniqlaymiz. Buning uchun $X \sim N(a, \sigma^2)$ tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} MX &= \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \left[\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma} = t, \text{ almshtirish bajaramiz} \right] = \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\sqrt{2}\sigma t + a) e^{-t^2} \sqrt{2}\sigma dt = \frac{\sigma\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t e^{-t^2} dt + \frac{a}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = 0 + \frac{a}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\pi} = a \end{aligned}$$

Birinchi integral nolga teng, chunki integral ostidagi funksiya toq, integrallash chegarasi esa nolga nisbatan simmetrikdir. Ikkinchi integral esa Puasson integrali deyiladi,

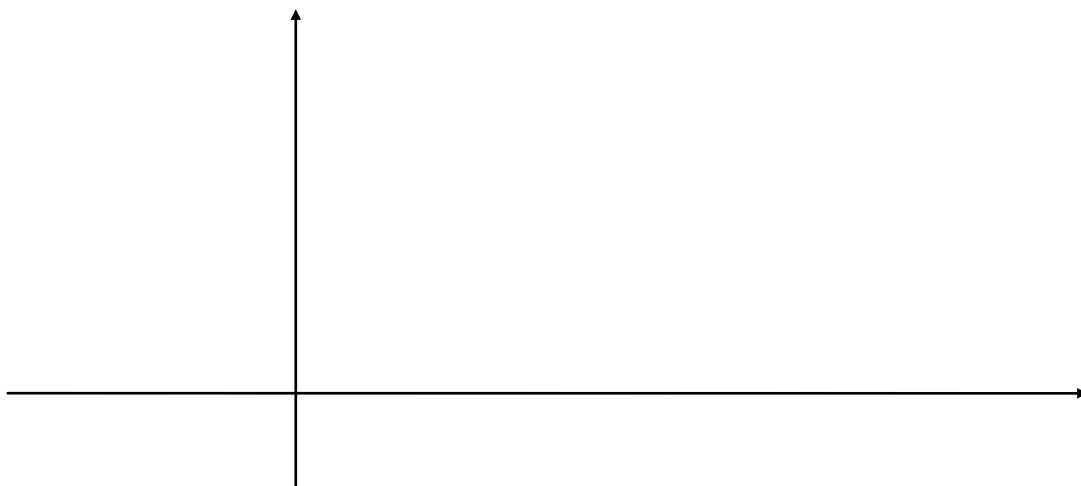
$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}.$$

Shunday qilib, a parametr matematik kutilmasi bildirar ekan. Dispersiya hisoblashda $\frac{x-a}{\sqrt{2}} = t$ almashtirish va bo'laklab integrallashtan faoydalanamiz:

$$\begin{aligned} DX &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \cdot f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} 2\sigma^2 t^2 e^{-t^2} \sigma\sqrt{2} dt = \\ &= \frac{2\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 e^{-t^2} dt = \frac{2\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \left(-\frac{1}{2} t e^{-t^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt \right) = \frac{2\sigma^2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\pi} = \sigma^2. \end{aligned}$$

Demak, $DX = \sigma^2$ va σ o'rtacha kvadratik tarqoqlikni bildirar ekan.

7-rasmida a va σ larning turli qiymatlarida normal taqsimot grafigining o'zgarishli tasvirlangan:



3-§. Ko'p o'lchovli tasodifiy miqdorlar va ularning birgalikdagi taqsimot funksiyalari.

Bir o'lchovli tasodifiy miqdorlardan tashqari, mumkin bo'lgan qiymatlari 2 ta, 3 ta, ..., n ta son bilan aniqlanadigan miqdorlarni ham o'rganish zarurati tug'iladi. Bunday miqdorlar mos ravishda ikki o'lchovli, uch o'lchovli, ..., n o'lchovli deb ataladi.

Faraz qilaylik Ω, A, P ehtimollik fazosida aniqlangan $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasodifiy miqdorlar berigan bo'lsin.

Ta'rif 10. $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ vektorga tasodifiy vektor yoki n-o'lchovli tasodifiy miqdor deyiladi.

Ko'p o'lchovli tasodifiy miqdor har bir elementar hodisa ω ga n ta $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasodifiy miqdorlarning qabul qiladigan qiymatlarini mos qo'yadi.

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = P\{X_1 < x_1, X_2 < x_2, \dots, X_n < x_n\}$$

n o'lchovli funksiya $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi yoki $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasodifiy miqdorlarning birgalikdagi taqsimot funksiyasi deyiladi.

Qulaylik uchun

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

taqsimot funksiyani $X_1, X_2, \dots, X_n$ indekslarini tushirib qoldirib, $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ko'rinishida yozamiz.

$F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiya $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo'lsin. Ko'p o'lchovli $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ taqsimot funksiyaning asosiy xossalarini keltiramiz.

1. $\forall x_i : 0 \leq F(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 1$, ya'ni taqsimot funksiya chegaralangan.

2. $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiya har qaysi argumentning bo'yicha kamayuvchi. Agar biror $x_i \rightarrow +\infty$ bo'lsa, u holda

$$\lim_{x_i \rightarrow +\infty} F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1, \dots, x_{i-1}, \infty, x_{i+1}, \dots, x_n) =$$

$$F(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

4. Agar biror $x_i \rightarrow -\infty$ bo'lsa, u holda

$$\lim_{x_i \rightarrow -\infty} F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0.$$

3- xossa yordamida keltirib chiqarilgan (k1) taqsimot funksiyaga marginal (xususiy) taqsimot funksiya deyiladi. $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ tasodifiy miqdorning barcha marginal taqsimot funksiyalari soni

$$k = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} = \sum_{n=0}^n C_n^m - C_n^0 - C_n^n = 2^n - 2 \quad \text{ga}$$

tengdir.

Masalan, $X = (X_1, X_2)$ $k=2$ ikki o'lchovlik tasodifiy miqdorning marginal taqsimot funksiyalari soni $k = 2^2 - 2 = 2$ ta bo'lib, ular quyidagilardir.

$$F(\infty, x_2) = F_2(x_2) = P(X_2 < x_2)$$

Soddalik uchun $n=2$ bo'lgan holda, ya'ni (X, Y) ikki o'lchovlik tasodifiy miqdor bo'lgan holni ko'rish bilan cheklanamiz.

(X, Y) ikki o'lchovli tasodifiy miqdor taqsimot qonunini

$$p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j) ; \quad i = 1, n \quad j = 1, m \quad (15)$$

Formula yordamida yoki quyidagi jadval ko'rinishida berish mumkin:

	y_1	y_2	...	y_n

x_1	p_{11}			
x_2	p_{21}			
$\dots$				
x_n				

Bu yerda barcha p_{ij} ehtimolliklar yig'indisi birga teng, chunki

$X = x_i, Y = y_j, i = 1, n, j = 1, m$ birgalikda bo'lmagan hodisalar

to'la gruppani tashkil etadi $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$

formula ikki o'lchovli diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni, jadval esa birgalikdagi taqsimot jadvali deyiladi.

(X, Y) ikki o'lchovli diskret tasodifiy miqdorning birgalikdagi taqsimot qonuni berilgan bo'lsa, har bir komponentaning alohida (marginal) taqsimot qonunlarini topish mumkin.

Har bir $i = 1, n$ uchun

$$X = x_i, Y = y_1, \dots, X = x_i, Y = y_2, \dots, X = x_i, Y = y_m$$

Hodisalar birgalikda bo'lmagani sababli:

$$p_{x_i} = P\{X = x_i\} = p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{im}.$$

Demak,

$$p_{x_i} = P\{X = x_i\} = \sum_{j=1}^m p_{ij}, \quad i = 1, n$$

$$p_{y_j} = P\{Y = y_j\} = \sum_{i=1}^n p_{ij}, \quad j = 1, m$$

Ikki o'lchovli normal (Gauss) taqsimoti

(X, Y) tasodifiy miqdor ikki o'lchovli normal taqsimotga ega bo'lsin. U holda (X, Y) ning birgalikdagi zichlik funksiyasi

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\frac{(x-a_1)^2}{\sigma_1^2} - 2r\frac{(x-a_1)}{\sigma_1}\frac{(y-a_2)}{\sigma_2} + \frac{(y-a_2)^2}{\sigma_2^2}\right]\right\}.$$

Geometrik nuqtayi nazardan $f(x, y)$ grafigi choʻqqisi (x_1, a_2) nuqtada joylashgan <<togʻ>> shaklini bildiradi. (4-rasm)

Agarda biz bu togʻni OXY tekisligiga parallel tekislik bilan kesadigan boʻlsak, u holda kesilish chiziqlari quyidagi ellipslardan

$$\frac{(x - a_1)^2}{\sigma_1^2} - 2r \frac{(x - a_1)}{\sigma_1} \cdot \frac{(y - a_2)}{\sigma_2} + \frac{(y - a_2)^2}{\sigma_2^2} = C$$

konstanta, bu yerda $a_1 = MX$, $a_2 = MY$, $\sigma_1^2 = DX$, $\sigma_2^2 = DY$, va $r = r_{X,Y}$ - korrelatsiya koeffitsientidir.

Agar $r=0$ boʻlsa, bu chiziqlar aylanalardan iborat boʻlib qoladi. Biz r ning aynan korrelatsiya koeffitsienti boʻlishiga ishonch hosil qilish maqsadida

$$Z_1 = \frac{X - a_1}{\sigma_1} \quad \text{va} \quad Z_2 = \frac{Y - a_2}{\sigma_2}$$

Yangi tasodifiy miqdorlarni kiritamiz. Tabiiyki $MZ_k = 0$, $DZ_k = 1$, $k = 1, 2$. U holda (Z_1, Z_2) ning zichlik funksiyasi

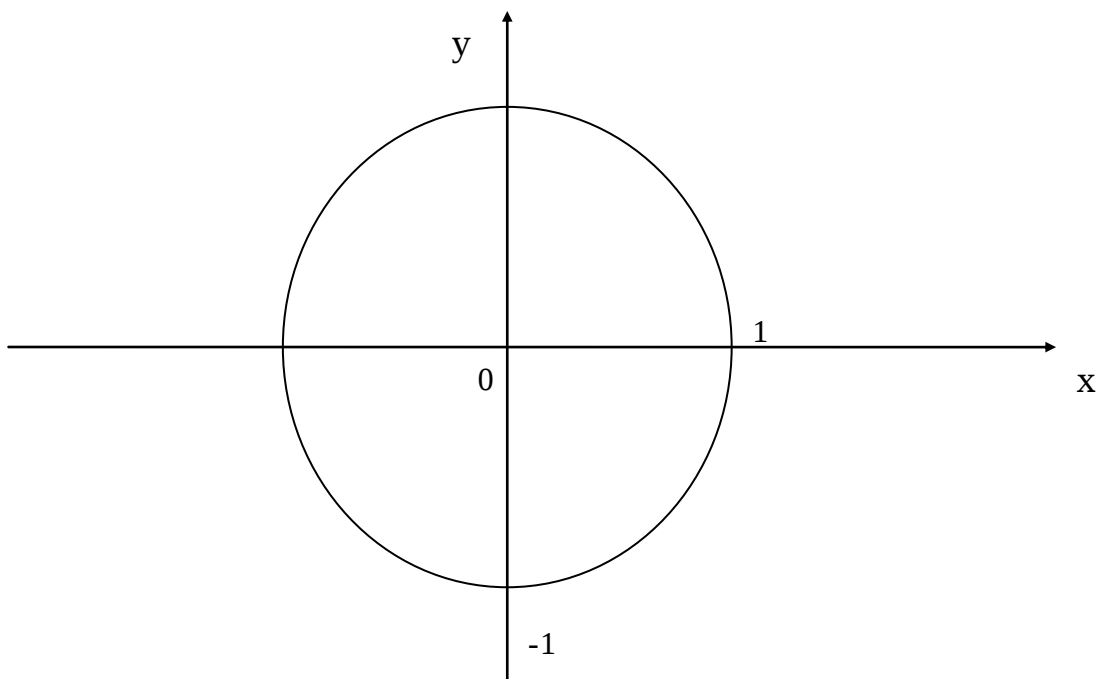
$$g(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{z_1^2 - 2r \cdot z_1 \cdot z_2 + z_2^2}{2(1-r^2)}\right\}.$$



Baʼzi muhim ikki oʻlchovli taqsimotlar

Doiradagi tekis taqsimot.

Radiusi $R=1$ boʻlgan doirada (X,Y) tasodifiy miqdor tekis taqsimotga ega boʻlsin. (1-rasm)

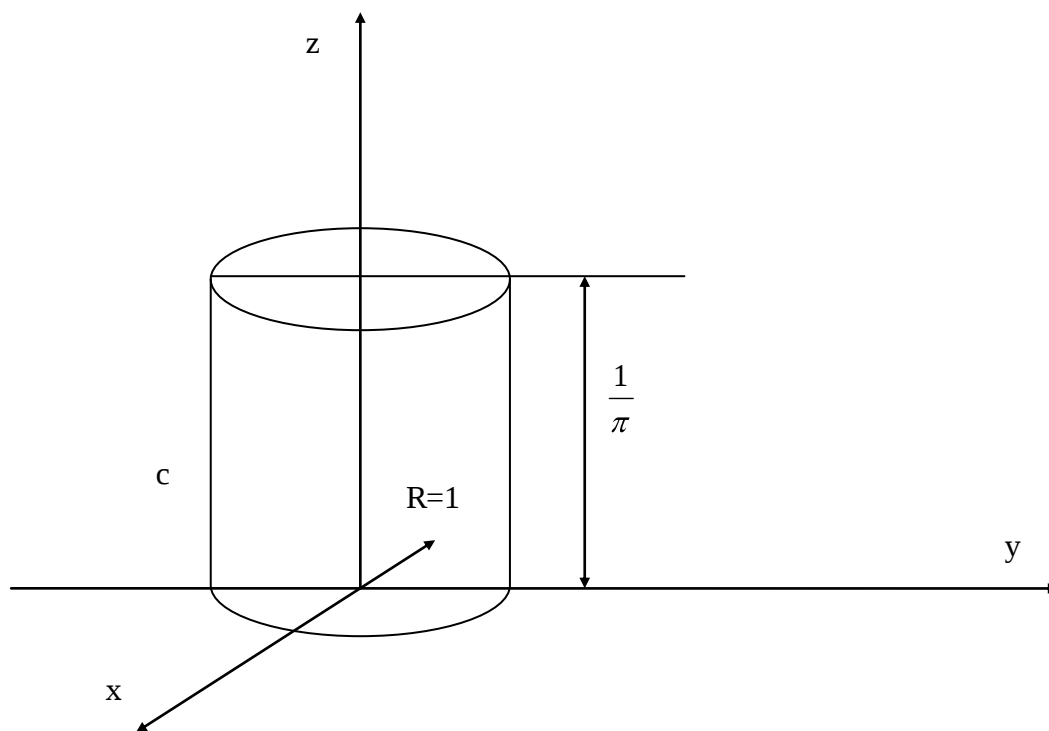


Demak, (X,Y) ning birgalikdagi zichlik funksiyasi

$$f(x,y) = \begin{cases} C, & \text{agar } x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0, & \text{agar } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Oʻzgarmas C ni $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx dy = 1$, yaʼni $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} C dx dy = 1$

shartdan aniqlaymiz. Bu karrali integralni geometrik maʼnosidan kelib chiqqan holda hisoblash osonroq(2-rasm)

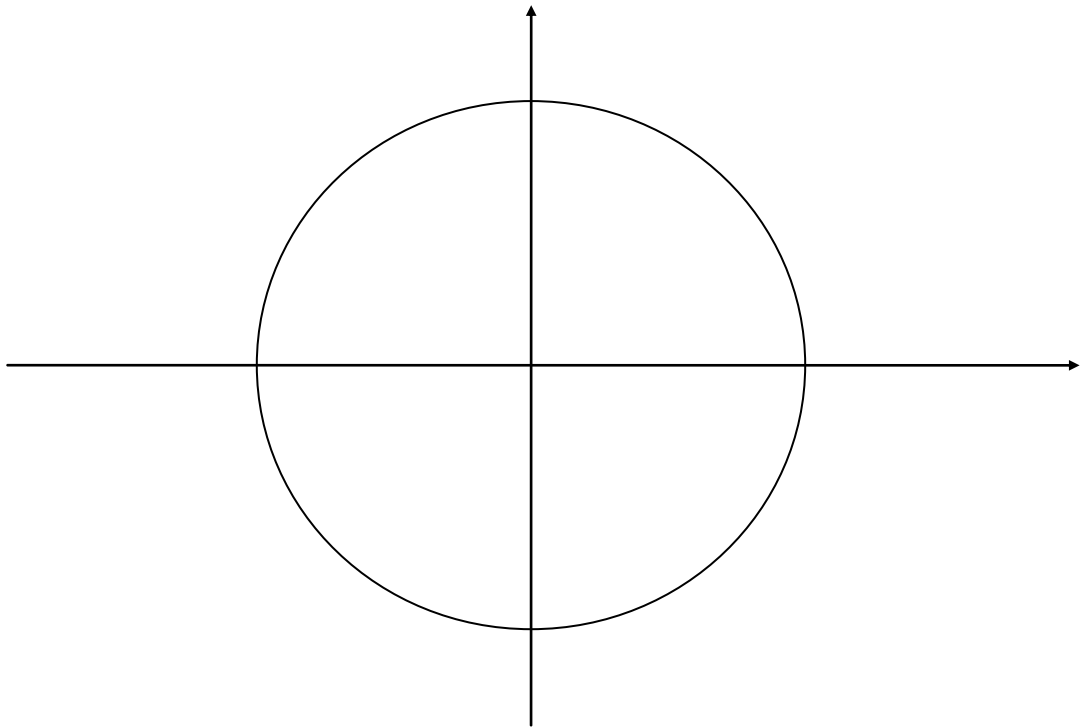


$f(x, y)$ sirt va OXY tekislik bilan chegaralangan jismning hajmi 1 ga tengdir. Bizning holda bu asosi $\pi R^2 = \pi \cdot 1 = \pi$ va balandligi c bo'lgan silindr hajmidir $V = \pi C = 1$. Demak, $C = \frac{1}{\pi}$ va izlanayotgan zichlik funksiyasi

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & \text{agar } x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0, & \text{agar } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Unga mos taqsimot funksiyani hisoblaymiz:

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(u, v) du dv = \int_{-1-\sqrt{1-u^2}}^x \int_{-\sqrt{1-u^2}}^y \frac{1}{\pi} du dv.$$



(3-rasm)

Endi X va Y larning marginal taqsimot funksiyalari F_x va F_Y larni hisoblaymiz: $-1 < x < 1$ da

$$F_X = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, v) du dv = \int_{-1-\sqrt{1-u^2}}^x \int_{-\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-u^2}} \frac{1}{\pi} du dv = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-1}^x \left(v \Big|_{-\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-u^2}} \right) du =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^x 2\sqrt{1-u^2} du = \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{1-x^2} + \arcsin u \Big|_{-1}^x \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right)$$

Demak,

$$F_X = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq -1, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right), & \text{agar } -1 < x \leq 1, \\ 1, & \text{agar } x > 1. \end{cases}$$

Aynan shunga o'xshash

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & \text{agar } y \leq -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot (\sqrt{1-y^2} + \arcsin y), & \text{agar } -1 < y \leq 1 \\ 1, & \text{agar } y > 1. \end{cases}$$

Nihoyat, X va Y larning marginal zichliklarini hisoblaymiz:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\pi} dy = \frac{2}{\pi} \sqrt{1-x^2},$$

$$-1 \leq x \leq 1.$$

Ko`rinib turibdiki,  $f(x, y) \neq f_X(x) \cdot f_Y(y)$  demak, X va Y bog`liq tasodifiy miqdorlar ekan.

SHuni ta`kidlab o`tish lozimki, tekis taqsimotga ega bo`lgan har qanday (X,Y) juftlik doimo bog`liq bo`ladi deb aytish noto`g`ridir. CHunki X va Y larning bog`liqlik xossalari ular qanday sohada tekis taqsimotga ega ekanligiga bog`liqdir. SHu boisdan keyingi taqsimotni ko`rib o`tamiz.

Kvadratdagi tekis taqsimot.

(X,Y) juftlik $[0,1] \times [0,1]$ kvadratda tekis taqsimotga ega bo`lsin. U holda ular birgalikdagi taqsimot funksiyasi ko`rinishi quyidagidek bo`ladi.

$$F(x, y) = \begin{cases} 0, & x, y \leq 0 \\ x \cdot y, & 0 < x, y < 1, \\ 1, & x, y \geq 1. \end{cases}$$

Bundan

$$F_X(x) = F(x, +\infty) = F(x, 1) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$F_Y(x, y) = F(x, -\infty, y) = F(x, y, -\infty) = \begin{cases} 0, & y \leq 0, \\ y, & 0 < y < 1 \\ 1, & y \geq 1. \end{cases}$$

Demak, barcha $x, y \in R^1$ lar uchun $F(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$ ya'ni X va Y bog'liq emas ekan.

3-§. Tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuni va taqsimot funksiyalariga doir masalalar.

1-misol. 10 ta lotoreya belitida 2 tasi yutuqli bo'lsa, tавvakkaliga olingan 3 ta lotoreya beletlari ichida yutuqlilari soni X tasodifiy miqdorning taqsimot qonunini toping.

YECHISH: X tasodifiy miqdorni qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$. Bu qiymatlarning mos ehtimolliklari esa

$$p_1 = P\{X=0\} = \frac{C_2^0 \cdot C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15};$$

$$p_2 = P\{X=1\} = \frac{C_2^1 \cdot C_8^2}{C_{10}^3} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15};$$

$$p_3 = P\{X=2\} = \frac{C_2^2 \cdot C_8^1}{C_{10}^3} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15};$$

X tasodifiy miqdor taqsimot qonunini jadval ko'rinishida yozamiz.

X	0	1	2
P	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

$$\sum_{i=1}^3 p_i = \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{1}{15} = 1$$

2-misol. 1- misoldagi X tasodifiy miqdor taqsimot funksiyasini tapamiz.

X	0	1	2
P	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

1. Agar $x \leq 0$ bo'lsa, $F(x) = P\{X < 0\} = 0$;

2. Agar $0 < x \leq 1$ bo'lsa, $F(x) = P\{X < 1\} = P\{X=0\} = \frac{7}{15}$;

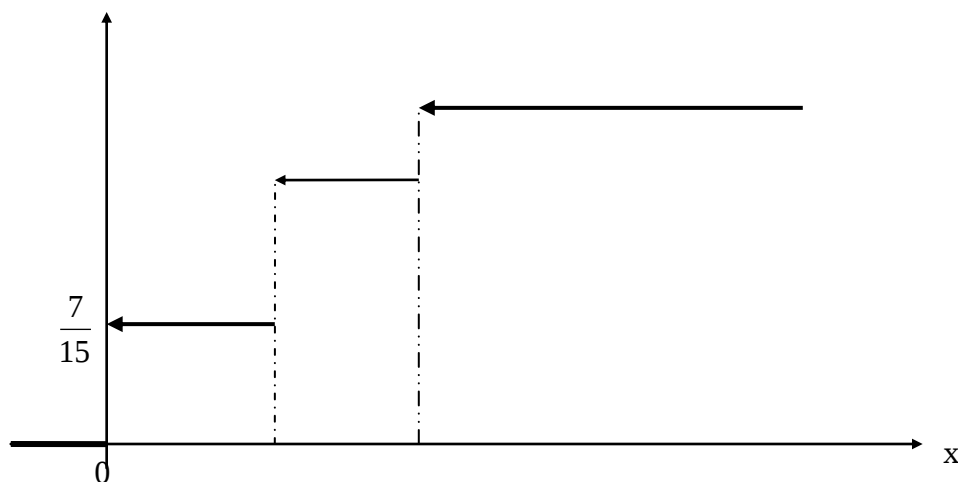
3. Agar $1 < x \leq 2$ bo'lsa, $F(x) = P\{X=0\} + P\{X=1\} = \frac{7}{15} + \frac{7}{15} = \frac{14}{15}$;

4. Agar $x > 2$ bo'lsa, $F(x) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{1}{15} = 1$

Demak,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq 0 \\ \frac{7}{15}, & \text{agar } 0 < x \leq 1 \\ \frac{14}{15}, & \text{agar } 1 < x \leq 2 \\ 1, & \text{agar } x > 2. \end{cases}$$

$F(x)$ taqsimot funksiya grafigi



3-misol. X tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$f(x) = \frac{a}{1+x^2} \quad \text{tenglik bilan berilgan.}$$

O'zgarma a parametrni toping.

Zichlik funksiyaning 4-xossasiga ko'ra

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a}{1+x^2} dx = 1, \quad \text{ya'ni}$$

$$a \lim_{\substack{d \rightarrow +\infty \\ c \rightarrow -\infty}} \int_c^d \frac{1}{1+x^2} dx = a \lim_{\substack{d \rightarrow +\infty \\ c \rightarrow -\infty}} \arctg x \Big|_c^d = a \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = a \cdot \pi = 1.$$

Demak,
$$a = \frac{1}{\pi}.$$

4-misol. X diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuni berilgan bo'lsa, X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasini toping.

X	500	50	10	1	0
P	0.01	0.05	0.1	0.15	0.69

$$MX = 500 \cdot 0.01 + 50 \cdot 0.05 + 10 \cdot 0.1 + 1 \cdot 0.15 + 0 \cdot 0.69 = 8.65.$$

5-misol. X uzluksiz tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi berilgan

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty; 1) \\ C \cdot x^2, & x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

C va MX ni toping.

Zichlik funksiyaning 4-xossasiga ko'ra

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad \text{Demak,}$$

$$C \int_0^1 x^2 dx = C \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = C \cdot \frac{1}{3} = 1, \quad C = 3 \quad \text{va}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [1; +\infty) \\ 3x^2, & x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

Endi matematik kutilmani hisoblaymiz.

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx = 3 \int_0^1 x \cdot x^2 dx = \frac{3}{4}.$$

6-misol. Quyidagi taqsimot qonuni bilan berilgan X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi, dispersiyasi, o'rtacha kvadratik chetlanishini toping.

X	1	2	3	4	5
P	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

YECHISH: X va X^2 tasodifiy miqdorlarning matematik kutilmasini topamiz:

$$MX = 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.3 + 5 \cdot 0.1 = 3.1;$$

$$MX^2 = 1^2 \cdot 0.1 + 2^2 \cdot 0.2 + 3^2 \cdot 0.3 + 4^2 \cdot 0.3 + 5^2 \cdot 0.1 = 10.9.$$

Bundan dispersiya formulasiga asosan topamiz:

$$DX = MX^2 - (MX)^2 = 10.9 - 3.1^2 = 1.29$$

X tasodifiy o'rtacha matematik cheylashishi

$$\sigma_X = \sqrt{DX} = \sqrt{1.29} = 1.1357.$$

Javob: $MX = 3.1$; $DX = 1.29$, $\sigma(X) = 1.1357$.

7-misol. X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasi berilgan: $MX=5$; $DX=7$. U holda $Z=4X+3$ tasodifiy miqdorning matematik kutilma va dispersiyasini toping.

YECHISH. Matematik kutilmaning 1-3- xossalariga asosan:

$$M(4X + 3) = M(4X) + M(3) = 4MX + 3 = 4 \cdot 5 + 3 = 23$$

Dispersiyaning 1-3-xossalariga asosan esa:

$$D(4X + 3) = D(4X) + D(3) = 4^2 \cdot DX + 0 = 16 \cdot 7 = 112.$$

Javob: $MX=23$; $DX=112$.

BINOMIAL TAQ

8-misol. Bir shaharda 30% aholi ish joyiga shaxsiy avtotransportida borishni afzal ko`radi. Tasodifiy ravishda 8 ta odam tanlab olindi.  $X$ -shaxsiy avtomobilni afzal ko`radilar soni. Uning taqsimot qonunini toping.

YECHISH. X ning mumkin bo`lgan qiymatlari $0, 1, 2, \dots, 8$; ularga mos keladigan ehtimolliklar $P(X=k)$ quyidagi Bernulli formulasi yordamida hisoblanadi:

$$P(X = k) = P_8(X = k) = C_8^k \cdot 0.3^k \cdot 0.7^{8-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 8.$$

9-misol. N dona o`yin soqqasi bir vaqtda tashlandi.

X tasodifiy miqdor soqqalarning ustki tomonidan tushgan ochkolar yig`indisining matematik kutilmasi va dispersiyasini toping.

YECHISH. X_k k -chi soqqaning ustki tomonida tushgan ochkolar soni bo`lsin. U holda  $X_k$  o`zaro bog`liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar:

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n, \quad \begin{pmatrix} X_k & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ P & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}, \quad k = 1, n$$

$$MX_k = \frac{21}{6} = 3.5 \quad \text{va} \quad DX_k = MX_k^2 - (MX_k)^2 = \frac{91}{6} - \left(\frac{21}{6}\right)^2 = \frac{35}{12}$$

Matematik kutilma va dispersiya xossalariga asosan

$$MX = M(X_1 + \dots + X_n) = MX_1 + \dots + MX_n = n \cdot MX_k = 3.5n;$$

$$DX = D(X_1 + \dots + X_n) = DX_1 + \dots + DX_n = n \cdot DX_k = 35 \frac{n}{12}$$

Javob: $MX = 3.5n;$ $DX = 35 \frac{n}{12}.$

10-misol. Bankka tashrif qiluvchi shaxslar soni Puasson taqsimotiga bo'ysunadi. O'rtacha hisobda bankka 3 daqiqada bir mijoz kirar ekan.

a) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka bir mijoz kirishi ehtimolini toping.

YECHISH. Masalaning shartiga ko'ra o'rtacha hisobda bankka xar 3 daqiqada bir mijoz kirar ekan. Puasson taqsimoti uchun matematik kutilish λ parametriga teng ekanligini hisobga olsak, $\lambda = 1$ ekanligini hosil qilamiz.

a) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka bir mijoz kirishi ehtimolini topamiz:

$$P(X=1) = \frac{\lambda^1}{1!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-1}}{1} = 0.2388;$$

b) Navbatdagi bir daqiqa davomida bankka kamida uch kishi kirish ehtimolini topish uchun teskari hodisa, ya'ni ko'pi bilan ikki kishi kirish ehtimolini topamiz:

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= e^{-\lambda} \left(1 + \frac{\lambda}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} \right) = e^{-1} \left(1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = 0.9951; \end{aligned}$$

Izlanayotgan ehtimollik :

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0.9951 = 0.0048;$$

11-misol. Idishda 8 ta detal bor, ulardan 3 tasi yaroqli. Idishdan tavakkaliga 3 ta detal olindi. X tasodifiy miqdor- olingan yaroqli detallar soni. Uning taqsimot qonunini yozing.

Yechish. X ning mumkin bo'lgan qiymatlari quyidagicha:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = 3.$$

Ehtimolning klassik ta'rifiga asosan

$X = 0, X = 1, X = 2, X = 3$ hodisalarning ehtimollarini topamiz:

$$P(X=0) = \frac{10}{56}, \quad P(X=1) = \frac{30}{56}, \quad P(X=2) = \frac{15}{56}, \quad P(X=3) = \frac{1}{56}.$$

Bu X tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni quyidagicha:

X	0	1	2	3
P	10/56	30/56	15/56	1/56

12-masala. X diskret tasodifiy miqdor ushbu

X	-1	3	5
P	0.2	0.5	0.3

Taqsimot qonuni bilan berilgan. Uning taqsimot funksiyasini toping.

Yechish. Ravshanki, $\forall x \in (-\infty, -1]$ uchun $F(x) = 0$, chunki bu holda $X < x$ hodisa mumkin bo'lmagan hodisadir. Endi $-1 < x < 3$ bo'lsin. U holda $\forall x \in (-1, 3]$ uchun

$$F(x) = P(X < x) = P(X = -1) + P(X = 3) = 0.2 + 0.5 = 0.7; \quad x > 5$$

bo'lganda esa $F(x) = P(X < x) = 1$ bo'ladi, chunki $\forall x > 5$ uchun $X < x$ hodisa ishonchli hodisa bo'ladi. Bu taqsimot funksiyaning analitik ifadasi quyidagicha bo'ladi:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0.2; & -1 < x \leq 3 \\ 0.7; & 3 < x \leq 5 \\ 1; & x > 5. \end{cases}$$

13-masala. X tasodifiy miqdor $[a, b]$ da tekis taqsimot qonuniga ega bo'lsin. Tekis taqsimotning zichlik funksiyasi ushbu formula bilan beriladi:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \notin [a, b] \text{ bo'lsa} \\ \frac{1}{b-a} & \text{agar } x \in [a, b] \text{ bo'lsa} \end{cases}$$

Tekis taqsimotning taqsimot funksiyasi quyidagicha:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } -\infty < x \leq a \text{ bo'lsa,} \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{agar } a < x < b \text{ bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar } b \leq x < +\infty \text{ bo'lsa.} \end{cases}$$

14-masala. Normal taqsimot qonuni. (Gauss qonuni) Amaliyotda uchraydigan tasodifiy miqdorlar bo'ysunadigan taqsimot qonunlari orasida ko'proq normal taqsimot qonuni bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Bu qonun bilan taqsimlangan X tasodifiy miqdorning taqsimot zichligi ushbu

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

formula bilan beriladi, taqsimot funksiyasi esa

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-a)^2}{2\sigma^2}} du$$

kabi bo'ladi. Bunda a va σ o'zgarmas sonlar bo'lib, ular taqsimotning parametrlari deb yuritiladi hamda $-\infty < a < +\infty$, $\sigma > 0$ munosabatlar o'rinlidir. Xususan, $a=0$, $\sigma=1$ bo'lganda taqsimot funksiyasi

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

ko'rinishga, taqsimot zichligi esa $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ko'rinishga ega bo'ladi hamda bu holda X tasodifiy miqdorni (0,1)- parametrni standart normal qonun bilan taqsimlangan deymiz.

$\Phi(x)$, $\varphi(x)$ funksiyalar qiymati jadvaldan topiladi.

15-masala. X tasodifiy miqdor ushbu

$$f(x) = \frac{C}{1+x^2}$$

zichlik funksiyasiga ega. C o'zgarmasning qiymatini, taqsimot funksiyasini va $P(-1 < X < 1)$ ehtimolni toping.

Yechish. Taqsimot zichligi xossalriga asosan,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = 1 \quad C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = C \cdot \pi = 1; \quad C = \frac{1}{\pi}; \quad F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(u) du = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^x \frac{du}{1+u^2} =$$

$$P(1 < X < 1) = F(1) - F(1) = \frac{1}{\pi} \int_{1+u^2}^{\frac{du}{1+u^2}} = \frac{1}{2}.$$

16-masala. Ovchining nishonga tegizish ehtimoli $p=1.8$.

Bog'liqsiz 3ta o'q otishda nishonga tekkan o'qlar soni taqsimot qonuni taqsimot funksiyasi va grafigini yasang.

Yechish.

$$\xi: \quad 0, \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$P_{\xi}: \quad 0.008, \quad 0.096 \quad 0.384 \quad 0.512$$

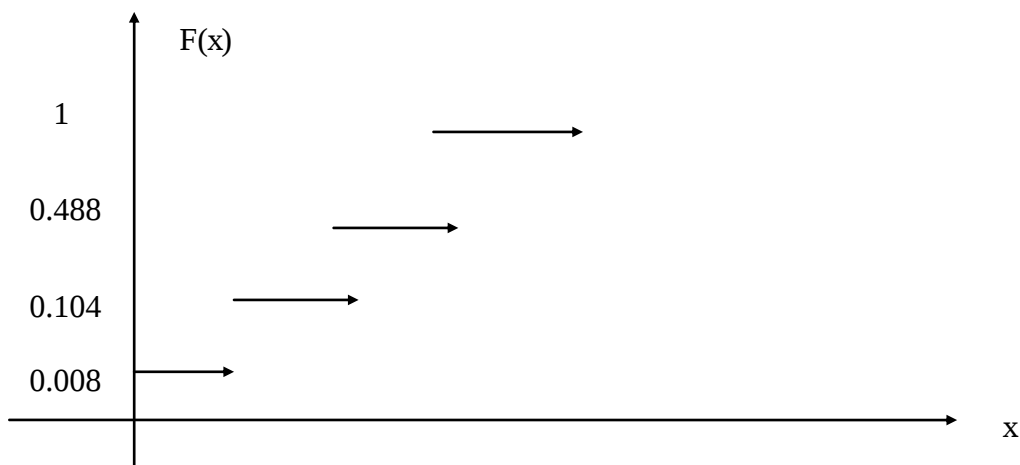
$$P(\xi=0) = q^3 = 0.2^3 = 0.008$$

$$P(\xi=1) = 3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8 = 0.096$$

$$P(\xi=2) = 3 \cdot 0.2 \cdot 0.8^2 = 0.384$$

$$P(\xi=3) = p^3 = 0.8^3 = 0.512$$

$$F(x) = P_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.008 & 0 \leq x < 1 \\ 0.104 & 1 \leq x < 2 \\ 0.488 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$



$$2. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin 2x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$P_{\xi}(x) = ?$$

$$P\left\{0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{8}\right\}$$

$$P_{\xi}(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \quad x \geq \frac{\pi}{4} \\ 2 \cos 2x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$P\left\{0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{8}\right\} = F\left(\frac{\pi}{8}\right) - F(0) = \sin \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3. \quad P_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, \\ C \cdot e^{-\lambda x}, & x > 0, \quad \lambda > 0 \end{cases}$$

$$C = \text{const} - ? \quad F(x) - ?$$

xossadan

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\xi}(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^{+\infty} C e^{-\lambda x} dx = 0 + c \cdot \left(-\frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} = c \cdot \frac{1}{\lambda} \quad c = \lambda$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p_{\xi}(u) du = \int_0^x e^{-\lambda u} du = -e^{-\lambda u} \Big|_0^x = -e^{-\lambda x} + 1, \quad x > 0$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \end{cases}$$

$\xi - E(\xi)$ - ξ tasodifiy miqdor ko'rsatkichli taqsimlangan.

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN MISOL VA MASALALAR

1. Diskret tasodifiy miqdor ξ ushbu taqsimot qonuni (jadvali) bilan

$$\begin{array}{l} \xi: \quad -1, \quad 0, \quad 1 \\ \text{berilgan;} \\ P: \quad 0.5, \quad 0.3, \quad 0.2 \end{array}$$

ξ ning taqsimot funksiyasini tuzing va grafigini chizing.

$$2. \text{ Taqsimot funksiyasi } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x < -1, \\ 0.3, & \text{agar } -1 \leq x < 0, \\ 0.5, & \text{agar } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{agar } x \geq 1. \end{cases}$$

bo'lgan diskret ξ tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni (jadvali) ni tuzing.

$P\{2 \leq \xi < -0.5\}$ va $P\{\xi \geq 0\}$ ehtimollarni hisoblang.

3. Diskret ξ tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni

$$\begin{array}{l} \xi: \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \\ P: \quad 0.1, \quad 0.3 \quad 0.2, \quad 0.4 \end{array}$$

bo'lsa a) $\eta_1 = 3\xi$; b) $\eta_2 = 2\xi - 1$ tasodifiy miqdorning tasimot qonunlarini tuzing.

4. Diskret ξ tasodifiy miqdorning tasimot qonuni

$$\begin{array}{l} \xi: \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 2 \\ P: \quad 0.2, \quad 0.1, \quad 0.3, \quad 0.1, \quad 0.3 \end{array}$$

bo'lsa; a) $\eta = \xi^2 + 1$; b) $\zeta = |\xi|$ tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlarini tuzing.

5. Bog'liqsiz ξ va η tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari:

$$\begin{array}{l} \xi: \quad -1, \quad 1 \\ P: \quad 0.2, \quad 0.8 \end{array} \quad \text{va} \quad \begin{array}{l} \eta: \quad 0, \quad 1, \quad 2 \\ P: \quad 0.3, \quad 0.6, \quad 0.1 \end{array}$$

bo'lsa $\xi + \eta$, η / ξ va η / ξ tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlarini toping.

6. Bog'liqsiz ξ va η tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari

$$\begin{array}{l} \xi: \quad -1, \quad 1, \quad 2 \\ P: \quad 0.4, \quad 0.3 \quad 0.3 \end{array} \quad \text{va} \quad \begin{array}{l} \eta: \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 2 \\ P: \quad 0.2, \quad 0.25, \quad 0.3, \quad 0.25 \end{array}$$

bo'lsa , $\xi + \eta$ va $\xi\eta$ tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlarini toping.

7. Nishonga tegish ehtimollari mos ravishda 0,8; 0,7; 0,9 va 0,8 bo'lgan to'rtta to'pdan bir vaqtda bog'liqsiz ravishda snaryadlar otilgan. Nishonga tekkan snaryadlar soni taqsimot qonunini tuzing.

8. Idishda 6 ta bir xil sharlar bo'lib, ulardan 4 tasi oq, qolarlari esa qora rangda, Idishdan tavakkaliga uchta shar olinganda, ular orasidagi oq sharlar sonining taqsimot qonunini toping.

9. Benulli sxemasida $P(A) = 1/2$ bo'lsa, beshta tajribada A hodisa bajarilgan tajribalar soni taqsimot qonunini tuzing

10. Birinchi marta “gerb” tushguncha tanga tashlash tajribasida tanga tashlashlar soni ξ ning taqsimot qonunini toping.

11. **Binomial taqsimot.** Bernulli sxemasida $P(A)=p$, $0 < p < 1$ bo'lsa, n ta tajribada A hodisa chastotasi ro'y berishlar soni taqsimot qonunini tuzing.

12. **Geometrik taqsimot.** Bernulli sxemasida $P(A)=p$, $0 < p < 1$ bo'lsa, birinchi marta A hodisa bajarilguncha o'tkazilgan tajribalar sonining taqsimot qonunini toping.

13. **Gipergeometrik taqsimot.** Ombordagi N ta mahsulotdan M tasi sifatli bo'lsa, sotuvga chiqarilgan n ta mahsulotdan sifatli soni taqsimot qonunini toping.

14. **Diskret tekis taqsimot.** Taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x < 1, \\ \frac{k}{n} & \text{agar } k \leq x < k+1, \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1, & \text{agar } n \leq x \end{cases}$$

bo'lgan ξ tasodifiy miqdor taqsimot jadvalini tuzing.

15. **$[a, b]$ dagi tekis taqsimot.** $[a, b]$ oraliqqa nuqta tashlash tajribasida tashlangan nuqta koordinatasi ξ ning taqsimot funksiyasini toping. Grafigini chizing.

16. **Koshi taqsimoti.** Markazi koordinata boshida bolgan birlik aylanadan tavakkaliga tanlangan nuqtadan aylanaga urinma o'tkazilgan. Urinmaning tanlangan nuqtadan abssissa o'qi bilan kesishguncha bo'lgan kesmasi uzunligi ξ ning taqsimot funksiyasini toping.

XULOSA

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, ushbu malakaviy bitiruv ba'zi muhim taqsimotlarni o'rganishga bag'ishlangan bo'lib, uning natijalaridan "Matematika o'qitish metodikasi" yo'nalishi talabalariga "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" fanining "Tasodifiy miqdorlar va taqsimot funksiyalar" bo'limini o'rganishda kengroq tushuncha hosil qilishga, kengroq tasavvur hosil qilishga yordam beradi deb o'ylaymiz. Bu malakaviy bitiruv ishi diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonunlari va taqsimot funksiyalarini, ularning ta'riflari, xossalari va grafiklarini o'rganishda muhim rol o'ynaydi. Ishlangan misollari orqali olingan bilimlarni mustahkamlash imkonini beradi. Shu bilan birga talabalarga olimpiadalarga tayyorlanish hamda o'z ustida mustaqil ishlashlarida ham juda yaxshi yordam beradi degan umiddamiz.

Ushbu malakaviy bitiruv ishi kirish, 4 paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. I. A. Karimov “Yuksak ma’naviyat yengilmas kuch”. T. “Ma’naviyat” 2008y, 61-bet.
2. I. A. Karimov “Jahon moliyaviy iqtisodiy inqirozi, O‘zbekiston shaoritida uni bartaraf etishning yo‘llari va choralari”. T. “O‘zbekiston” 2009y, 56- bet.
3. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. O‘quvchi ma’naviyatini shakllantirish “Sharq” nashriyoti. T. 2000y, 20-54-betlar.
4. O‘zbekiston Respublikasining ta’lim to‘g‘risidagi qonuni. O‘quvchi ma’naviyatini shakllantirish “Sharq” nashriyoti. T. 2000y, 7-18-betlar.
5. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi. Ma’ruzalar matni. Toshkent: «Universitet», 2000.
6. Abdushukurov A.A., Azlarov T.A., Djamirzayev A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misol va masalalar to‘plami. Toshkent «Universitet», 2003.
7. Tursunova T.M, Sayfullayeva G.S. “Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” fani bo‘yicha innovatsion majmua, NavDPI. Navoiy 2013.
8. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. - 2-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
9. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах М.: 2003.
10. Кибзун А. И., Горяинова Е. Р., Наумов А. В., Сиротин А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами / Учебн. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
11. <http://www.el.tfi.uz/pdf/enmcoq22.uzl.pdf>;
12. <http://www.eknigu.com/lib/mathematics/>;