



**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI**

**NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI**

**Fizika-matematika fakulteti**

**“Umumiy matematika” kafedrası**

**BETUROV MALAKAVIY ISHI**

**Mavzu: Elementar funksiyalarni “Klaster” usuli  
yordamida o'qitish metodikasi.**

Bajardi: 5140100-Matematika-  
informatika ta'lim yo'nalishi 4-kurs  
“G” guruhi talabasi Safarov Jamshid  
Ramazonovich

Ilmiy rahbar: o'qit. Shodiyev Sh.Sh.

Navoiy-2013

*“Kadrlar tayyorlash Milliy dasturining maqsadi – ta’lim sohasini tubdan isloh qilish, uni o’tmishdan qolgan mafkuraviy qarashlar va sarqitlardan to’la xolos etish, rivojlangan demokratik davlatlar darajasida yuksak ma’naviy va axloqiy talablarga javob beruvchi yuqori malakali kadrlar tayyorlash Milliy tizimini yaratishdir.”*

### ***Kadrlar tayyorlash Milliy dasturidan.***

#### **Kirish**

Respublikamizda olib borilayotgan islohotlar taqdirida yuqori malakali mutaxassislarning roli benihoya kattadir. Davlatimiz rahbari I.A.Karimov ta’kidlaganidek, *“Biz farzandlarimizning nafaqat jismoniy va ma’naviy sog’lom o’sishi, balki ularning eng zamonaviy intellektual bilimlarga ega bo’lgan, uyg’un rivojlangan insonlar bo’lib, XXI asr talablariga to’liq javob beradigan barkamol avlod bo’lib voyaga yetishi uchun zarur barcha imkoniyat va sharoitlarni yaratishni o’z oldimizga maqsad qilib qo’yganmiz”*, bu ulug’ ishlar, buyuk vazifalar biz yoshlar ilm olayotgan mo’tabar dargohlarda amalga oshiriladi.

Umumta’lim maktablari, akademik litseylar va kasb-hunar kollejlari darslarni yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanib tashkil qilish davrning talabidir. Hozirgi vaqtda yangi pedagogik texnologiyalarning yuzlab turlari mavjuddir. Bu texnologiyalarni mavzularga qarab tanlab olish muhimdir.

Mazkur bitiruv malakaviy ishi “Elementar funksiyalarni “Klaster” usuli yordamida o’qitish metodikasi” mavzusiga bag’ishlangan bo’lib, o’quvchilarning matematik ta’lim jarayonida egallagan bilim, ko’nikma va malakalarini hamda o’z-o’zini rivojlantirish uchun xizmat qiladi. Mavzuning dolzarbligi shundaki, yangi pedagogik texnologiyalarni qo’llagan holda matematik tushunchalarni puxta va ongli o’zlashtirilishiga erisha oladi. Olingan nazariy bilimlarni amalda qo’llay bilish, o’zlashtirgan bilimlarini misol va masalalarga tadbiq qila olish shuningdek, o’quvchilarning erkin fikrlash, mustaqillik va ijodiy tashabbus ko’rsatish qobiliyatlarini o’shtirishga va o’z-o’zini rivojlantirishga katta imkon berishini ko’rishimiz mumkin.

Bitiruv malakaviy ishi kirish, beshta paragraf va xulosa qismlaridan tashkil topgan.

Birinchi paragrafda funksiya, funksiyaning berilish usullari haqida tushuncha beriladi

Ikkinchi paragrafda esa funksiyaning asosiy xossalari alohida-alohida yoritib berilib, teskari funksiya, davriy funksiyalarga ta'rif beriladi va misollar ham keltiriladi.

Uchinchi paragraf asosiy elementar funksiyalar sanab o'tilib, xossalari ham yoritib beriladi.

To'rtinchi paragrafda "Elementar funksiyalar" mavzusini innovatsion texnologiya yordamida o'qitishga bag'ishlanadi

Beshinchi paragrafda mavzuga doir dars ishlanmasi keltiriladi.

Xulosa qismida esa mavzu yuzasidan kelib chiqadigan fikrlar, uning qanday darajada ahamiyatliligi aytib o'tiladi.

Bitiruv malakaviy ishi so'ngida foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati keltiriladi.

Bunday mavzular o'tiladigan algebra va matematik analiz asoslari darslari umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari hamda oliy o'quv yurtlarida yoritilib o'tilib, o'quvchi va talabalar tafakkurini rivojlantiradi va o'z ustida ishlashga undaydi.

## 1–§. Funksiya tushunchasi. Funksiyaning berilish usullari

### 1.1. Akslantirish.

**Ta’rif.** Agar ikkita  $X$  va  $Y$  to‘plam berilgan bo‘lib,  $X$  to‘plamning har bir  $x$  elementiga biror  $f$  qoidaga binoan  $Y$  to‘plamning aniq bitta  $y$  elementi mos qo‘yilgan bo‘lsa,  $X$  to‘plamni  $Y$  to‘plamga  $f$  akslantirish berilgan deyiladi va

$$f : X \Rightarrow Y$$

ko‘rinishda belgilanadi. Bu yerda  $y$  elementni  $x$  elementning  $f$  akslantirishdagi *aksi (obrazi)* deyiladi va  $y = f(x)$  ko‘rinishda yoziladi;  $x$  ni esa  $y$  ning *asli (proobrazi)* deyiladi.

$X$  to‘plamning  $f(x) = y$  munosabatni qanoatlantiradigan  $x$  elementlari to‘plami  $y$  elementning  $f$  akslantirishdagi *to‘la asli* deyiladi va  $f^{-1}(y)$  ko‘rinishda yoziladi, ya’ni

$$f^{-1}(y) = \{x \in X, f(x) = y\} \subset X.$$

$X$  to‘plamni  $Y$  to‘plamga turli xil usullar bilan akslantirish mumkin. Bular orasida teskarilanuvchi deb ataladigan akslantirishlar muhim sinfni tashkil qiladi. Agar  $f : X \Rightarrow Y$  akslantirishda har bir  $y \in Y$  olinganda  $f(x) = y$  munosabat yagona  $x \in X$  uchun bajarilsa,  $f$  o‘zaro bir qiymatli akslantirish deyiladi. Ravshanki,  $f : X \Rightarrow Y$  akslantirish o‘zaro bir qiymatli bo‘lishi uchun  $Y$  to‘plamning har bir elementi  $X$  to‘plamdagi faqat bitta elementning aksi, ya’ni har bir  $y \in Y \Rightarrow f^{-1}(y)$  to‘plamning  $x \in X$  yagona elementi mavjud bo‘lishi kerak. Bu holda  $f$  akslantirish teskarilanuvchi deyiladi.

Quyidagi misollarni keltramiz.

1) Agar  $A$  ikkinchi tartibli elementlari haqiqiy sonlardan iborat kvadrat matritsalarining to‘plami bo‘lsa, bu to‘plamning har bir elementiga uning determinanti vositasida bitta haqiqiy sonni mos qo‘yish mumkindir, ya’ni

$$f : A \Rightarrow R$$

akslantirishga egamiz. Agar  $a \in R$  ni olsak,  $\det A = a$  bo‘ladigan cheksiz ko‘p ikkinchi tartibli kvadrat matritsalar mavjudligiga, ya’ni

$$f^{-1}(a) = A_a \subset A$$

cheksiz to'plam ekanligiga ishonch hosil qilish qiyin emas. Demak, bu akslantirish teskarilanuvchi emasdir.

2) Tayin olingan guruhdagi studentlar to'plamini  $C$  desak, uning har bir elementi bo'lgan studentga guruh jurnalidagi ro'yxat bo'yicha bitta nomerni mos qo'yilgan ekanligidan, bu nomerlar to'plamini  $D$  bilan belgilasak,

$$f : C \Rightarrow D$$

akslantirishni olamiz. Bu akslantirish teskarilanuvchidir. Haqiqatdan ham,  $D$  ga tegishli har bir nomer guruhning faqat bitta studentiga berilgandir.

**1.2. Funksiya.** Matematik analizda asosan sonli to'plamni sonli to'plamga akslantirishlar qaraladi. Bunday akslantirish *funksional bog'lanish* deb ataladi. Funktsional bog'lanishlarning xususiy holi bo'lgan *funksiya* tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, uning ta'rifini keltiramiz:

**Ta'rif.** Agar  $X$  sonli to'plamning har bir  $x$  elementiga biror  $f$  qonunga binoan  $Y$  sonli to'plamning faqat bitta  $y$  elementi mos qo'yilgan bo'lsa,  $y$  funksiya  $x$  esa uning argumenti deyiladi va  $y = f(x)$  kabi yoziladi. Bu yerda  $X$  to'plamni funksiyaning berilish yoki aniqlanish sohasi,  $Y$  to'plam uning o'zgarish sohasi yoki qiymatlar to'plami deyiladi.

Masalan:

1)  $y = n!$  funksiya barcha manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami  $Z_0$  da aniqlangan. Uning qiymatlar to'plami  $N_1 \subset N$  bo'ladi. Ya'ni bu funksiya  $Z_0 \Rightarrow N_1 \subset N$  akslantirish bo'lib,  $y = n!$  esa uning moslik qonunidir. Bu akslantirish teskarilanuvchi emas, chunki,  $y=1$  qiymat  $n$  ning ikkita 0 va 1 qiymatlariga mos keladi.

2) Agar  $[x]$  bilan  $x$  sonning butun qismini belgilasak, u holda  $y = [x]$  funksiya barcha haqiqiy sonlar to'plami  $R$  da aniqlangan bo'lib,  $y$  ning qiymatlar to'plami barcha butun sonlar to'plami  $Z$  dan iborat bo'ladi, ya'ni bu funksiya  $R \Rightarrow Z$  akslantirish bo'lib,  $y = [x]$  esa moslik qonunidir.

Bu akslantirish ham teskarilanuvchi emas, masalan,  $y=0$  qiymat  $\forall x \in [0;1]$  bo'lgan cheksiz ko'p qiymatlarga mos keladi, ya'ni  $f^{-1}(0) = [0;1]$  dir.

Agar moslik qonuni bilan birgalikda funksiyaning aniqlanish sohasi ham ko'rsatilgan bo'lsa, u holda funksiya berilgan deb hisoblanadi. Aniqlanish sohasi va qiymatlar to'plami haqiqiy sonlardan iborat haqiqiy o'zgaruvchili haqiqiy funksiyalarning berilish usullarini keltiramiz:

**1.3. Funksiyaning berilish usullari.** 1) Funksiya va argument qiymatlari orasidagi moslik biror matematik ifoda orqali aniqlangan bo'lsa, *funksiya analitik usulda berilgan* deb ataladi.

Agar funksiya analitik usulda berilgan bo'lib,  $y$  ga nisbatan  $y = f(x)$  ko'rinishda yechilgan bo'lsa, tenglikning o'ng tomonidagi ifoda *funksiyaning analitik ifodasi* deyiladi.

Masalan:  $y = \frac{3x-1}{x^2+2x-3}; \quad y = -x^2 + 5.$

Aksariyat hollarda analitik usulda berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi oldindan ko'rsatilmagan bo'ladi. Bunday holda uning aniqlanish sohasi sifatida uni aniqlovchi analitik ifoda ma'noga ega bo'ladigan argumentning qiymatlari to'plami qabul qilinadi va bazan uni *funksiyaning mavjudlik sohasi* deb ham yuritiladi. Masalan,

$$y = \frac{3x-1}{x^2+2x-3};$$

funksiyaning mavjudlik sohasi  $(-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; +\infty)$  to'plamdan iboratdir.

Ba'zan funksiya analitik usulda  $x$  argumentning funksiya aniqlanish sohasiga tegishli barcha qiymatlari uchun birgina ifoda bilan berilmasdan  $x$  argumentning ayrim qiymatlari uchun bir ifoda, boshqa qiymatlari uchun boshqa bir ifoda bilan berilishi mumkin, masalan, ushbu Dirixle funksiyasini olaylik:

$$\chi(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q, \\ 0, & x \in J. \end{cases}$$

Bu funksiya  $R$  da ikkita ifoda yordamida berilgan.

Shuningdek,

$$\varphi(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 0, \\ 1+x, & 0 < x < 1, \\ 2, & x \leq 1 \end{cases}$$

funksiya  $R$  da to'rtta ifoda yordamida berilgandir.

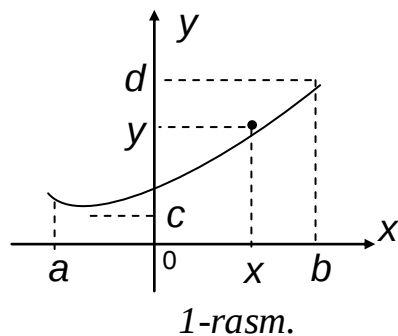
2)  $y = f(x)$  funksiya biror  $D$  sohada berilgan bo'lsin.

**Ta'rif.**  $xOy$  koordinatalar tekisligidagi abssissasi  $x \in D$ , ordinatasi  $f(x)$  dan iborat bo'lgan nuqtalar to'plami  $y = f(x)$  *funksiyaning grafigi* deyiladi.

Agar koordinatalar tekisligidagi nuqtalar to'plami  $Oy$  o'qqa parallel to'g'ri chiziq bilan bittadan ortiq umumiy nuqtaga ega bo'lmasa, u biror funksiyaning grafigi bo'ladi.

Koordinatalar tekisligida shunday nuqtalar to'plami berilsa, uni *grafik usulda berilgan funksiya* deyiladi. Grafikdagi nuqtaning abssissalar o'qidagi proyeksiyasi argument qiymatiga, ordinatalar o'qidagi proyeksiyasi esa funksiya qiymatiga mos keladi (1-rasm).

Funksiyaning grafik usulda berilishi ko'p tarqalgan hol bo'lib, meteorologiya, kardiologiya va boshqa juda ko'p sohalardagi o'zi yozar asboblarda hosil bo'ladigan egri chiziqlar bunga misol bo'la oladi.



3) Agar argumentning ma'lum tartibda olingan qiymatlariga mos keluvchi funksiyaning qiymatlari yozib qo'yilgan bo'lsa, *funksiya jadval usulda berilgan* deyiladi.

Masalan, logarifmik jadvallar, trigonometrik funksiya qiymatlarining jadvali funksiyaning jadval usulda berilishiga misol bo'la oladi.

## 2–§. Funktsiyalarning asosiy xossalari. Teskari funksiya

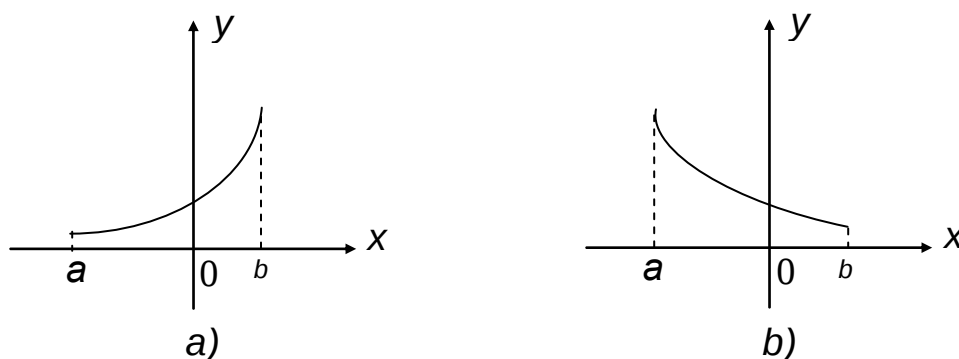
Matematik analizda funktsiyalarni tekshirishda va ularni turli masalalarni yechishga tatbiq qilishda monotonlik, juftlik, toqlik, davriylik va chegaralanganlik kabi xossalarni eʼtiborga olish qoʻl keladi. Quyida biz funktsiyalarning ana shunday xossalari haqida soʻz yuritamiz.

**2.1. Monotonlik.** Agar funksiya  $(a, b)$  oraliqda aniqlangan boʻlib, undan olingan argumentning katta qiymatiga funktsiyaning *katta (kichik)* qiymati mos kelsa, bu funksiya  $(a, b)$  oraliqda *oʻsuvchi (kamayuvchi)* deyiladi.

Yuqoridagi taʼrifda katta (kichik) soʻzi oʻrnida *kichik boʻlmagan (katta boʻlmagan)* soʻzlari ishlatilsa, *keng maʼnoda oʻsuvchi yoki kamaymovchi (keng maʼnoda kamayuvchi yoki oʻsmovchi)* funksiya taʼrifi kelib chiqadi.

Oʻsuvchi yoki kamayuvchi funktsiyalar bir nom bilan *monoton* funktsiyalar deb ataladi. Xuddi shunga oʻxshash, oʻsmovchi yoki kamaymovchi funktsiyalar *keng maʼnoda monoton funktsiyalar* deyiladi.

Agar  $(a, b)$  oraliqda funksiya oʻsuvchi boʻlsa, uning grafigi  $x$  chapdan oʻngga qarab  $(a, b)$  da oʻzgarganda koʻtarilib ( $2_a$ -rasm), kamayuvchi boʻlganda esa pasayib boradi ( $2_b$ -rasm).



2-rasm.

**2.2. Juft va toq funktsiyalar.**  $D$  toʻplam elementlari uchun  $x \in D \Leftrightarrow -x \in D$  oʻrinli boʻlsa, u *simmetrik toʻplam* deyiladi.

Agar  $y = f(x)$  funktsiyaning aniqlanish sohasi  $D(y)$  simmetrik boʻlib,

$\forall x \in D(y)$  uchun

$$f(-x) = f(x) \quad \text{va} \quad f(-x) = -f(x)$$

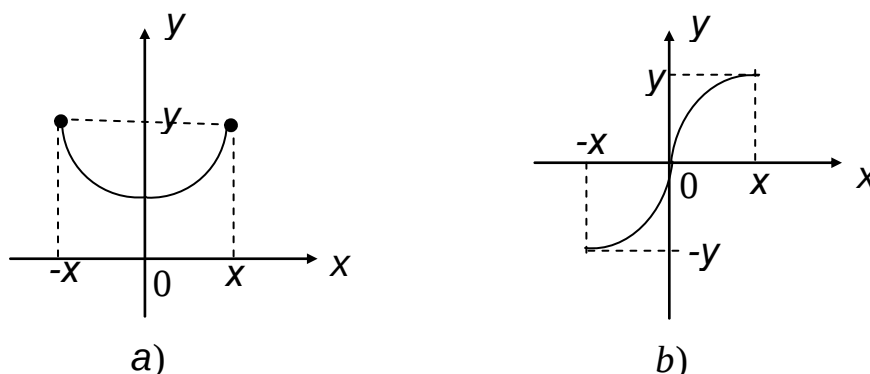
tenglik o'rinli bo'lsa, bu *funksiya juft (toq)* deyiladi.

Masalan,  $y = x^2$ ,  $y = \cos x$  juft;  $y = x^3$ ,  $y = \sin x$  esa toq funksiyalardir.

Juft funksiya grafigidagi biror  $(x, y)$  nuqtani olsak, Oy (ordinatalar) o'qiga simmetrik bo'lgan  $(-x, y)$  nuqta ham grafikka tegishlidir. Demak, juft funksiya grafigi ordinatalar o'qiga nisbatan simmetrik joylashgan bo'lar ekan (3<sub>a</sub>-rasm).

Xuddi shunga o'xshash, toq funksiya grafigidagi  $(x; y)$  nuqtani olsak,  $(-x; -y)$  nuqta ham grafikka tegishlidir.  $(x; y)$  va  $(-x; -y)$  lar koordinatalar boshiga nisbatan markaziy simmetrik nuqtalar ekanligidan toq funksiya grafigi koordinatalar boshiga nisbatan markaziy simmetrik joylashganligi kelib chiqadi (3<sub>b</sub>-rasm).

Demak, bunday funksiyalarni tekshirishda argumentning manfiy bo'lmagan (musbat bo'lmagan) qiymatlari uchun bu ishni bajarish kifoyadir.



3- rasm.

**2.3. Davriy funksiyalar.** Agar  $y = f(x)$  funksiya uchun shunday  $T \neq 0$  son mavjud bo'lib, bu funksiyaning aniqlanish sohasidan olingan ixtiyoriy  $x$  uchun  $x+T$  ham aniqlanish sohasiga tegishli va  $f(x+T)=f(x)$  tenglik bajarilsa,  $y = f(x)$  *davriy funksiya*,  $T$  esa *uning davri* deyiladi.

Agar  $y = f(x)$   $T$  davrli funksiya bo'lsa,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k \neq 0$  bo'lganda  $kT$  ham uning davri ekanligini ko'rsatish mumkin.

Masalan,  $k=2$  bo'lgan holni olaylik:

$$x \in D(y) \Rightarrow x+T \in D(y) \Rightarrow x+2T = (x+T)+T \in D(y)$$

hamda

$$f(x+T) = f(x), \quad f((x+T)+T) = f(x+T) = f(x) \Rightarrow f(x+2T) = f(x).$$

Demak, funksiya davriy bo'lsa, uning davri cheksiz ko'p bo'lar ekan.

Agar davriy funksiyaning eng kichik musbat davri mavjud bo'lsa, uni *asosiy* yoki *bosh davr* deyiladi.

Masalan,  $y = \sin x$  va  $y = \cos x$  lar bosh davri  $2\pi$  ga,  $y = \operatorname{tg} x$  va  $y = \operatorname{ctg} x$  lar esa bosh davri  $\pi$  ga teng bo'lgan davriy funksiyalar ekanligi maktab matematika kursidan ma'lumdir.

Shuni ham aytish lozimki, davriy funksiyalarning barchasi ham bosh davrga ega bo'lavermaydi. Masalan,  $y = C$  ( $C$ - o'zgarmas) funksiyaning qarasak, u davriy bo'lib, uning davri ixtiyoriy  $T \neq 0$  son bo'la oladi. Ammo, uning eng kichik musbat davri mavjud emas, demak, bosh davri yo'qdir.

Xuddi shunga o'xshash, Dirixle funksiyasini olsak, u davriy funksiya sifatida, uning davri ixtiyoriy noldan farqli ratsional son bo'lib, eng kichik musbat ratsional son mavjud emasligidan bosh davri yo'qligi kelib chiqadi.

Haqiqatdan ham, Dirixle funksiyasi:

$$y = \chi(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q, \\ 0, & x \in J; \end{cases}$$

bu yerda  $Q$  – ratsional,  $J$  – irratsional sonlar to'plamlari.

Agar,  $T \in Q$ ,  $T \neq 0$  bo'lsa,

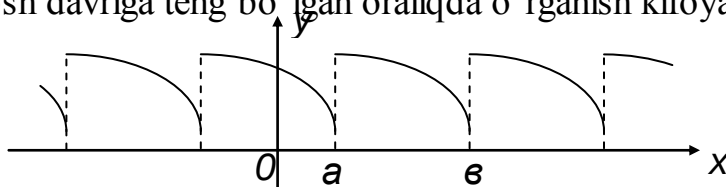
$$\begin{aligned} x \in Q &\Rightarrow x + T \in Q, \quad \chi(x) = 1, \quad \chi(x + T) = 1; \\ x \in J &\Rightarrow x + T \in J, \quad \chi(x) = 0, \quad \chi(x + T) = 0. \end{aligned}$$

Ikkala holda ham  $\chi(x + T) = \chi(x)$  kelib chiqadi.

Irratsional son Dirixle funksiyasining davri bo'la olmaydi. Haqiqatdan ham,  $T \in J$ ,  $x \in Q \Rightarrow x + T \in J \Rightarrow \chi(x) = 1, \chi(x + T) = 0$  dir.

Endi, bosh davrli davriy funksiya grafigini qarasak, bir bosh davr oralig'idagi grafik o'ng va chap tomonga sonlar o'qi bo'yicha aynan takrorlanadi.

Qisqa qilib aytganda, bosh davri mavjud bo'lgan davriy funksiya xossalarini uzunligi uning bosh davriga teng bo'lgan oraliqda o'rganish kifoyadir (4-rasm).



4- rasm.

**2.4. Funksiyaning chegaralanganligi.** Agar  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  funksiya  $D$  sohada aniqlangan bo'lib, shunday  $M$  ( $m$ ) son mavjud bo'lsaki,

$$\forall x \in D, f(x) \leq M \quad (f(x) \geq m)$$

bajarilsa, bu funksiya  $D$  sohada yuqoridan (quyidan) chegaralangan deyiladi.

Ham yuqoridan ham quyidan chegaralangan funksiyaning chegaralangan deyiladi.

Chegaralangan funksiya uchun quyidagi o'rinli bo'lishiga ishonch hosil qilish oson:  $f(x)$  funksiya chegaralangan bo'lishi uchun uning aniqlanish sohasiga tegishli  $x$  argumentning barcha qiymatlari uchun  $|f(x)| \leq M$  tengsizlik o'rinli bo'ladigan manfiy bo'lmagan  $M$  sonning mavjud bo'lishi zarur va yetarlidir.

Masalan,  $f(x) = \sin x$  funksiyaning  $D = \mathbb{R}$  sohada aniqlangan bo'lib, ma'lumki,  $|\sin x| \leq 1$  dir. Demak, bu funksiya  $\mathbb{R}$  da chegaralangandir.

**2.5. Teskari funksiya.** Faraz qilaylik,  $y = f(x)$  funksiya biror  $X$  sohada aniqlangan bo'lib, uning o'zgarish sohasi  $Y$  to'plamdan iborat bo'lsin. Bu funksiya

$$f: X \rightarrow Y$$

akslantirishdan iborat ekanligini e'tiborga olib, u teskarilanuvchi, ya'ni  $\forall y \in Y$  uchun  $f^{-1}(y) \neq \emptyset$ :  $x \in X, f(x) = y$  to'plam yagona elementga ega bo'lgan holni qarasak, qandaydir  $x = \varphi(y)$  funksiyaga ega bo'lamiz va uni berilgan  $y = f(x)$  funksiyaga teskari funksiya deb ataymiz.

$y = f(x)$  ga teskari bo'lgan  $x = \varphi(y)$  funksiyada ham an'anaviy belgilashga o'tib,  $y = \varphi(y)$  funksiyaning o'rnini olamiz. Odatda,  $y = f(x)$  ga teskari funksiya deyilganda oxirgi  $y = \varphi(y)$  funksiya tushuniladi va, ko'pincha,  $y = f^{-1}(y)$  kabi belgilanadi. Kezi kelganda, bunday belgilashni teskari qiymat bilan adashtirib yubormaslik lozimligini eslatamiz. Undan tashqari, berilganga teskari funksiya mavjud bo'lsa, ular o'zaro teskari funksiyalar bo'lishi ravshandir.

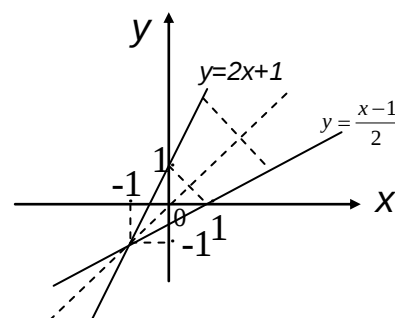
Masalan,  $y = 2x + 1$  funksiyani qarasak, u  $\mathbb{R}$  da aniqlangan bo‘lib, o‘zgarish sohasi ham  $\mathbb{R}$  dir.  $y \in \mathbb{R}$  uchun  $x = \frac{y-1}{2}$  ni hosil qilish qiyin emas. Oxirgida  $x$  va  $y$  larning o‘rinlarini almashtirib, berilganga teskari funksiyaga ega bo‘lamiz:

$$y = \frac{x-1}{2}.$$

O‘zaro teskari funksiyalarning grafiklari koordinatalar tekisligining birinchi va uchinchi choraklari (burchaklari) bissektriasiga (ya’ni  $y = x$  to‘g‘ri chiziqqa) nisbatan simmetrik bo‘lishiga osongina ishonch hosil qilish mumkin.

Masalan, bu fikrning to‘g‘ri ekanligini

$y = 2x + 1$  va  $y = \frac{x-1}{2}$  o‘zaro teskari funksiyalar grafiklari bo‘lgan 5-rasmda ko‘rish mumkin.



5- rasm

### 3-§. Asosiy elementar funksiyalar haqida ma'lumot

Maktab matematika kursidan ma'lum bo'lgan quyidagi funksiyalar *asosiy elementar funksiyalar* deb ataladi:

- 1) Chiziqli funksiya :  $y = kx + b$ , bu yerda  $k, b \in R$ ;
- 2) Darajali funksiya :  $y = x^\alpha$   $\alpha \in R, \alpha \neq 0$ ;
- 3) Ko'rsatkichli funksiya :  $y = a^x$ ,  $a \in R^+$ ,  $a \neq 1$ ;
- 4) Logarifmik funksiya :  $y = \log_a x$ ,  $a \in R^+$ ,  $a \neq 1$ ;
- 5) Trigonometrik funksiyalar:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $tgx$ ,  $ctgx$ ;
- 6) Teskari trigonometrik funksiyalar:

$\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctgx$ ,  $\text{arcc}tgx$ ;

Biz asosiy elementar funksiyalarning aniqlanish sohalarini, ba'zi bir xossalari va ularning grafiklarini ko'rib chiqamiz:

- 1)  $y = kx + b$  chiziqli funksiya:

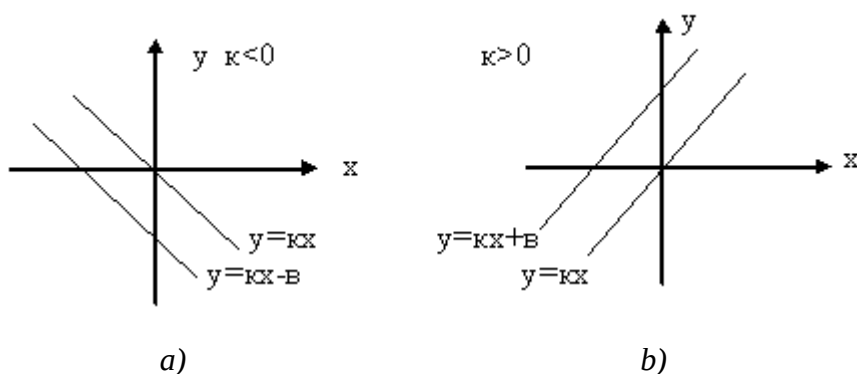
Ta'rif.  $y = kx + b$  ko'rinishdagi funksiyaga chiziqli funksiya deyiladi. Grafigi to'g'ri chiziqdan iborat.

Xossalari 1) Aniqlanish sohasi  $D(f) = R$ ,

2) Qiymatlar sohasi  $E(f) = R$ ,

3) Toq ham, juft ham emas.  $y = kx + b$   $b = -kx + b$

4)  $x < 1$  da funksiya kamayuvchi,  $x > 1$  da o'suvchi funksiya, butun oraliqda (6-rasm).



6-rasm

Misol.  $y = -1,5x + 3$

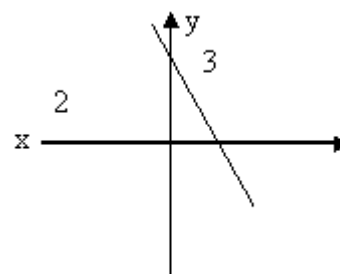
1)  $D_f = \mathbb{R}$ ;

2)  $E_f = \mathbb{R}$ .

3) Toq ham, juft ham emas.

4)  $-1,5 < 0$ , butun  $\mathbb{R}$  da kamayadi.

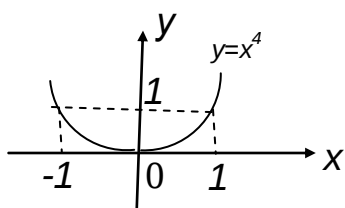
$\left. \begin{array}{l} x = 0; \quad y = 3 \\ y = 0; \quad x = 2 \end{array} \right\}$  grafigi to'g'ri chiziq (7-rasm).



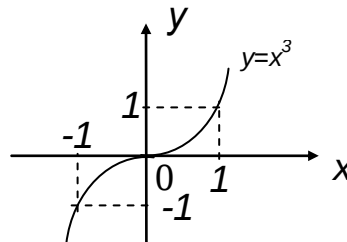
7-rasm

2)  $y = x^\alpha$  darajali funksiya:

a)  $\alpha$  - natural son bo'lsa, funksiyaning aniqlanish sohasi  $\mathbb{R}$  bo'lib, o'zgarish sohasi esa  $\alpha$  toq bo'lganda  $\mathbb{R}$  dan, juft bo'lganda esa  $[0; +\infty)$  dan iboratdir. Bu funksiyaning grafigi  $\alpha=4$  va  $\alpha=3$  bo'lganda mos ravishda 8- va 9-rasmlarda tasvirlangandir.

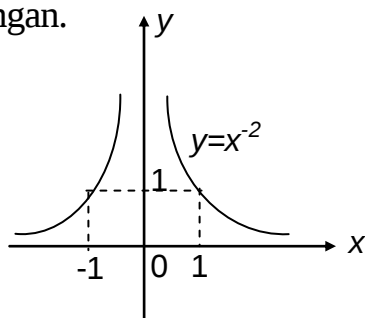


8-rasm.

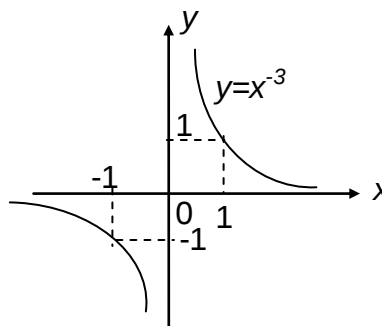


9-rasm.

b)  $\alpha$  - manfiy butun son bo'lsa, funksiya  $x$  ning 0 dan boshqa barcha qiymatlarida aniqlangan bo'lib, aniqlanish sohasi  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  dan, o'zgarish sohasi esa  $-\alpha$  toq bo'lganda  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  dan, juft bo'lganda esa  $(0; +\infty)$  dan iboratdir.  $\alpha=-2$  va  $\alpha=-3$  bo'lganda funksiyaning grafigi 10- va 11-rasmlarda tasvirlangan.



10- rasm.



11- rasm.

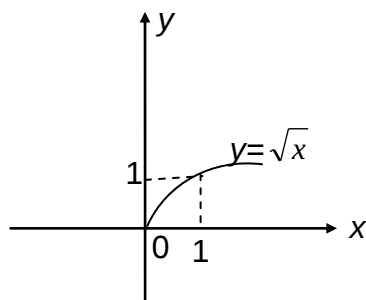
c)  $\alpha$  - ratsional kasr son bo'lsa, quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

$\alpha = \frac{1}{n}$  bo'lib,  $n$  ixtiyoriy juft natural son ( $n=2k$ ,  $k=1,2,3,\dots$ ) bo'lsin. U

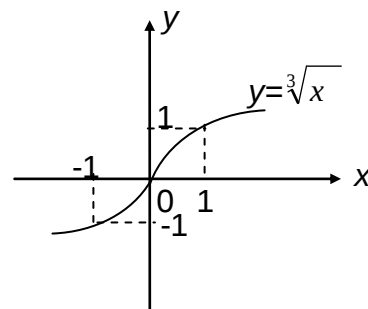
holda, manfiy bo'lmagan sonning arifmetik ildizini e'tiborga olgan holda

$$y = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

funksiyaga ega bo'lamiz. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $[0; +\infty)$  dan o'zgarish sohasi ham  $[0; +\infty)$  dan iborat bo'ladi. Funksiyaning grafigi, masalan,  $n=2$  da 12-rasmda tasvirlangandir.



12- rasm.



13- rasm.

$\alpha = \frac{1}{n}$  bo'lib,  $n$  ixtiyoriy toq natural son ( $n=2k+1$ ,  $k=1,2,3,\dots$ ) bo'lsin. Bu

holda,

$$y = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

bo'lib, bu funksiyaning aniqlanish sohasi ham o'zgarish sohasi ham  $R$  bo'ladi. Bu funksiyaning grafigi, masalan,  $n=3$  da 13-rasmda tasvirlangan ko'rinishda bo'ladi.

$\alpha = \frac{m}{n}$   $\left[ \begin{array}{l} m \in N, m \in Z, m \neq 0 \end{array} \right]$  bo'lgan holda  $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$  ekanligini hisobga olib,

yuqoridagidek fikr yuritish kifoyadir.

d) Agar  $\alpha$  musbat irratsional son bo'lsa, darajali funksiya o'suvchi bo'lib, aniqlanish sohasi ham o'zgarish sohasi ham  $[0; +\infty)$  dan; manfiy irratsional son bo'lganda esa, kamayuvchi bo'lib,  $(-\infty; 0]$  dan iboratdir.

3)  $y = a^x$  ko'rsatkichli funksiya.

Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $(-\infty; +\infty)$  dan o'zgarish sohasi esa  $(0; +\infty)$  dan iborat bo'lib, uning grafigi  $(0; 1)$  nuqta orqali o'tadi;  $a > 1$  bo'lganda o'suvchi

va  $0 < a < 1$  da esa kamayuvchi funksiyadir.

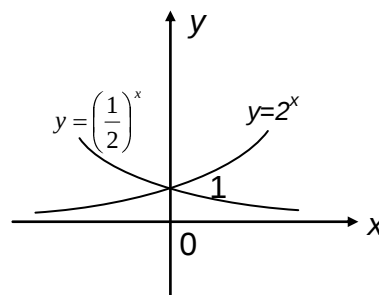
Masalan,  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = 2^x$  funksiyalarning grafiklari 14-rasmda tasvirlangan.

4)  $y = \log_a x$  logarifmik funksiya.

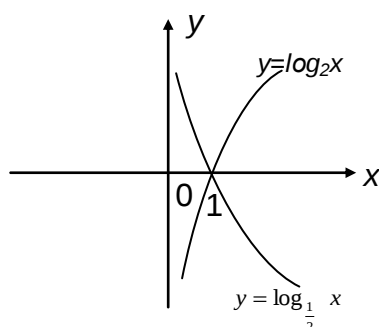
Bu  $y = a^x$  ko'rsatkichli funksiyaga teskari bo'lgan funksiya ekanligi malumd.

Uning aniqlanish sohasi  $(0; +\infty)$  dan, o'zgarish sohasi  $(-\infty; +\infty)$  dan iborat bo'lib, grafigi  $(1; 0)$  nuqta orqali o'tadi;  $a > 1$  bo'lganda o'suvchi,  $0 < a < 1$  bo'lganda esa kamayuvchidir.

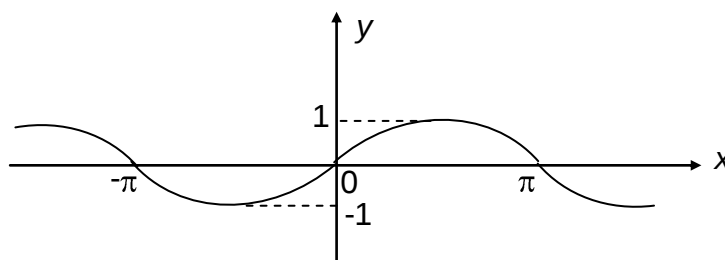
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ,  $y = \log_2 x$  funksiyalar grafigi 15-rasmda tasvirlangan.



14- rasm.



15- rasm.

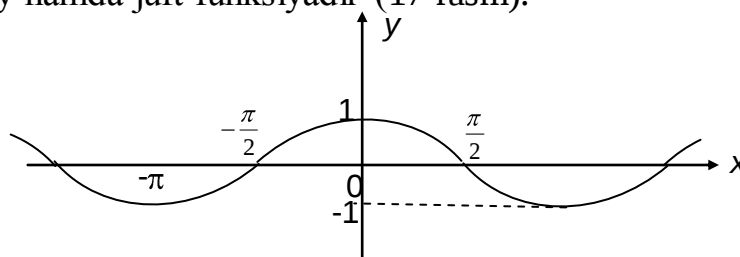


16- rasm.

5) Trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalar ham maktab matematika kursidan ma'lum bo'lgani uchun bu yerda ular haqida qisqacha ma'lumot berishni lozim topdik.

a)  $y = \sin x$  aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $[-1; 1]$ , bosh davri  $2\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir (16-rasm).

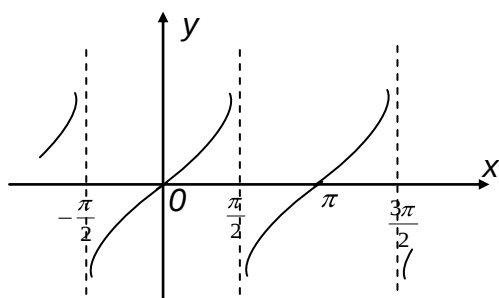
b)  $y = \cos x$  aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $[-1; 1]$ , bosh davri  $2\pi$  bo'lgan davriy hamda juft funksiyadir (17-rasm).



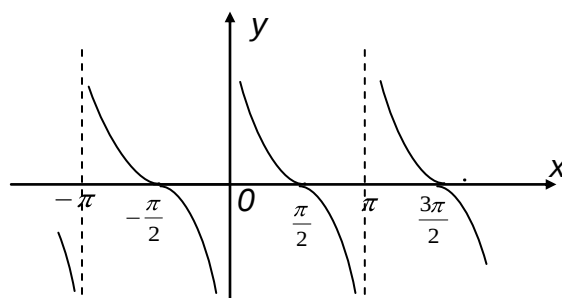
17- rasm.

c)  $y = \operatorname{tg} x$  aniqlanish sohasi  $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ ) bo'lgan  $x$  ning barcha haqiqiy qiymatlari to'plamidan iborat (18-rasm); o'zgarish sohasi  $R$ , bosh davri  $\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir.

d)  $y = \operatorname{ctg} x$  aniqlanish sohasi  $x \neq k\pi$  ( $k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$ ) bo'lgan  $x$  ning barcha haqiqiy qiymatlari to'plamidan iborat (19-rasm); o'zgarish sohasi  $R$ , bosh davri  $\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir.



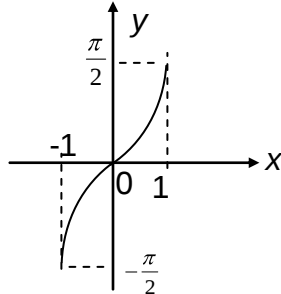
18- rasm.



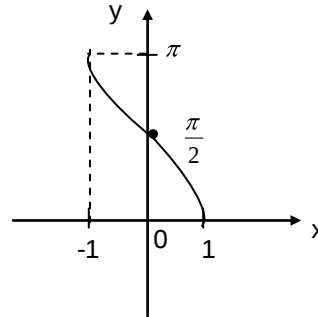
19- rasm.

e)  $y = \arcsin x$  - arksinus. Bu funksiya quyidagicha aniqlanadi:  $x = \sin y$  funksiyani olsak,  $(-\infty; +\infty)$  ga tegishli bo'lgan  $y$  ning har bir qiymatiga  $[-1; 1]$  ga tegishli bo'lgan  $x$  ning bitta qiymati mos kelishi malumdur; ammo,  $[-1; 1]$  ga tegishli bo'lgan  $x$  ning har bir qiymatiga  $\sin y = x$  bo'ladigan  $y$  ning cheksiz ko'p qiymatlari mos keladi; agar  $y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  deb faraz qilinsa, bunday qiymat yagona bo'lishini ko'rish osondir va, bu holda,  $y = \arcsin x$  kabi belgilanib, u sinusga teskari funksiyadan iboratdir. Uni arksinus deb o'qilib,  $x \in [-1; 1]$  bo'lganda sinusi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  ga tegishli yoydan iboratdir. Shunday qilib,  $y = \arcsin x$  - «arksinus» funksiya  $[-1; 1]$  da aniqlangan bo'lib,  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  uning o'zgarish sohasidir (20-rasm).

f)  $y = \arccos x$  - arkkosinus. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $[-1;1]$ , o'zgarish sohasi  $[0;\pi]$  dir (21-rasm). Arkkosinus qiymati  $x \in [-1;1]$  bo'lganda kosinusi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $[0;\pi]$  ga tegishli yoydan iboratdir.

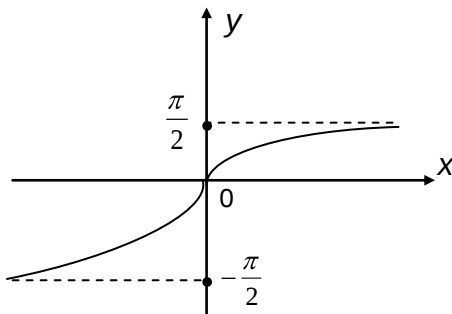


20- rasm.

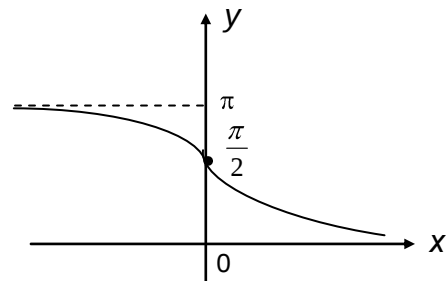


21- rasm.

k)  $y = \arctan x$  - arktangens. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$  (22-rasm). Arktangensning qiymati tangensi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$  ga tegishli yoydan iboratdir.



22-rasm.



23-rasm.

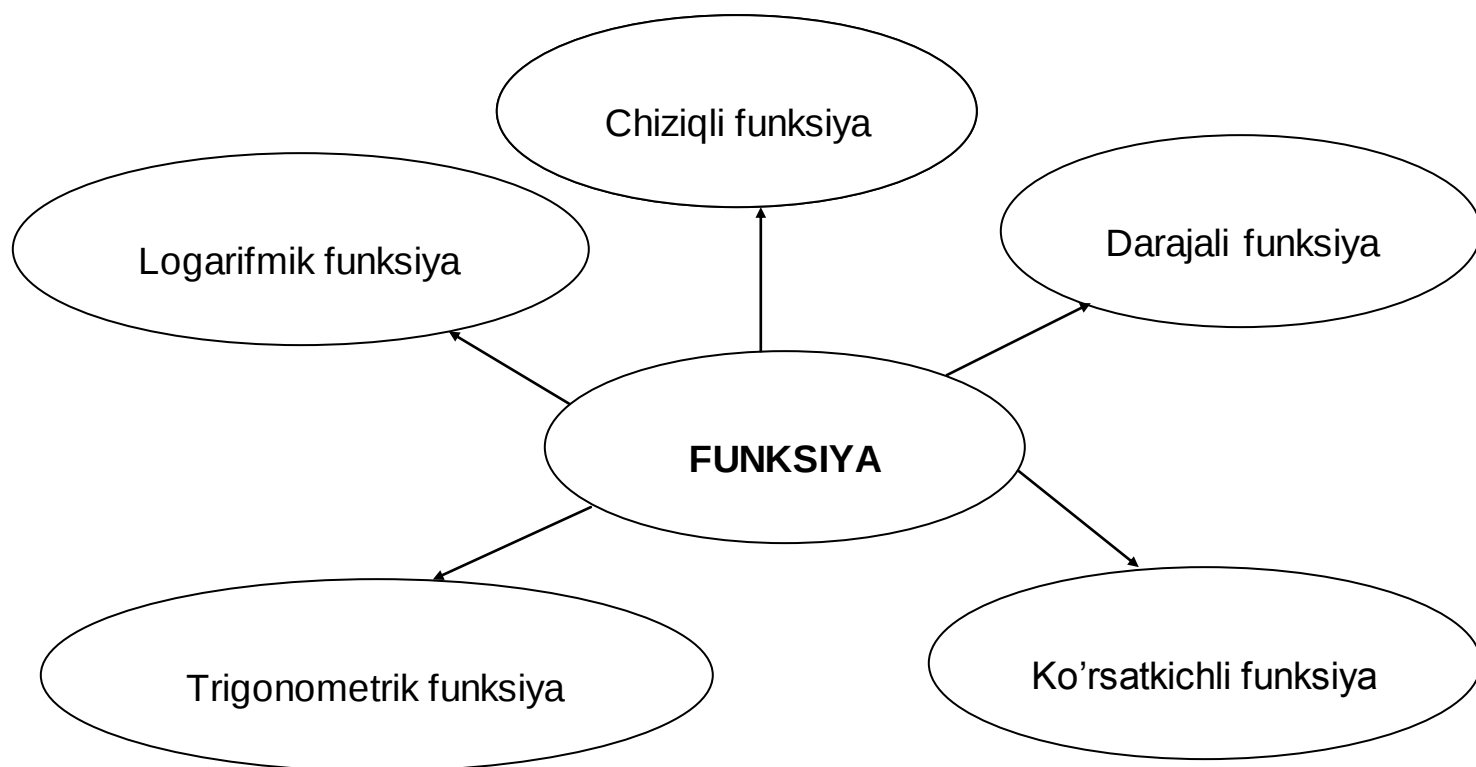
l)  $y = \text{arccot} x$  - arkkotangens. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $(0; \pi)$  (23-rasm). Arkkotangensning qiymati kotangensi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $(0; \pi)$  ga tegishli yoydan iboratdir.

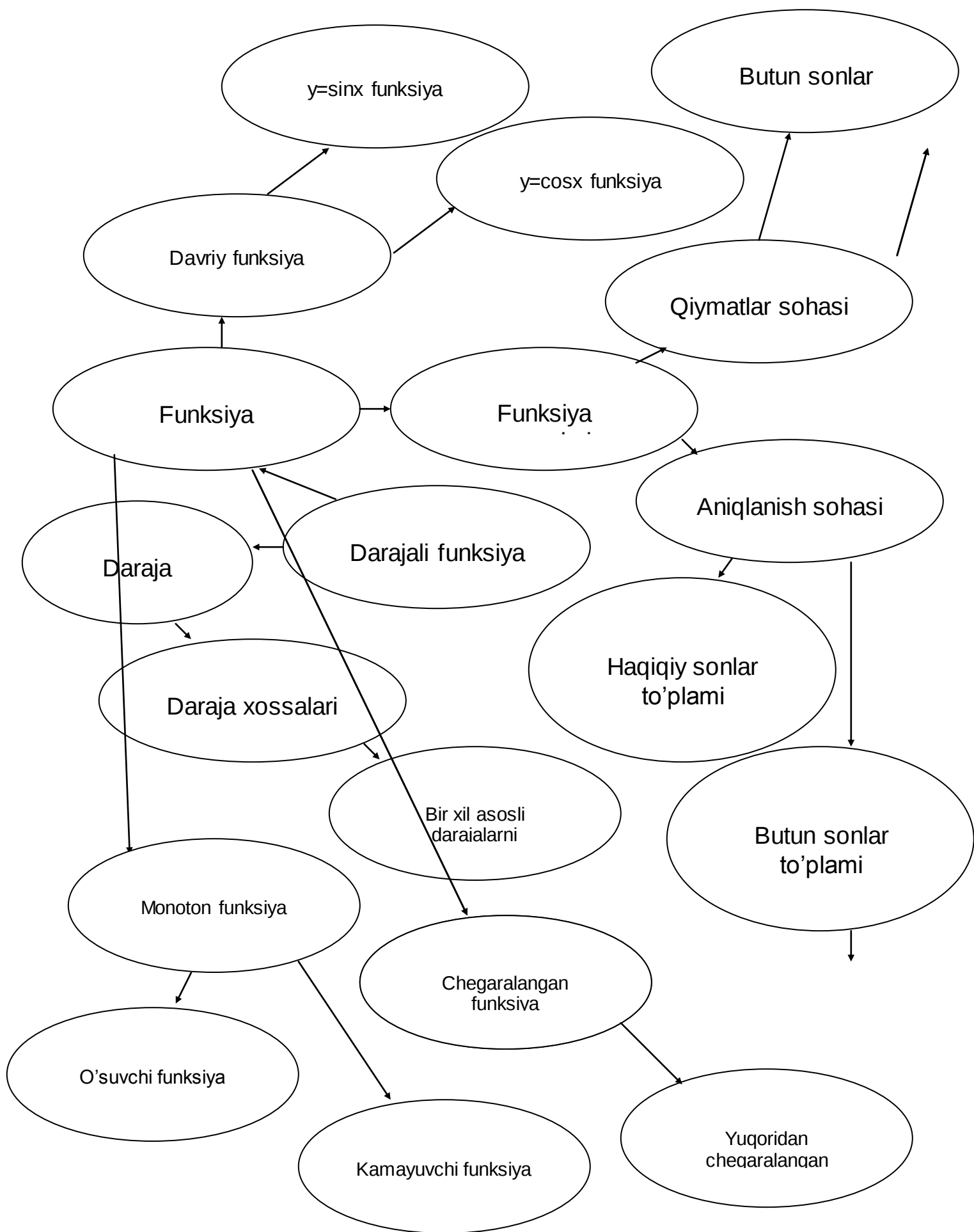
#### 4–§. Elementar funksiyalarni “Klaster” usuli yordamida o’qitish

Fikrlarning tarmoqlanishi – bu pedagogik strategiya bo’lib, u o’quvchilarni biron bir mavzuni chuqur o’rganishlariga yordam berib, o’quvchilarni mavzuga taalluqli tushuncha yoki aniq fikrni erkin va ochiq ravishda ketma-ketlik bilan uzviy bog’lagan holda tarmoqlashlariga o’rgatadi.

Bu metod biron mavzuni chuqur o’rganishdan avval o’quvchilarning fikrlash faoliyatini jaddalashtirish hamda kengaytirish uchun xizmat qilishi mumkin. Shuningdek, o’tilgan mavzuni mustahkamlash, yaxshi o’zlashtirish, umumlashtirish hamda o’quvchilarni shu mavzu bo’yicha tasavvurlarini chizma shaklida ifodalashga undaydi.

Bu metodda tushunchalar ketma-ket tartibda sikl bo’yicha tarmoqlanib ketadi.





Bu metodni qo'llab dars o'tganda asosiy mavzu tushunchasidan tarmoq tashkil qilinadi. Bu tarmoqni cheksiz davom ettirish mumkin. Yuqoridagi chizmada funksiya tushunchasini tarmoqlar usulida keltirdik va bu tarmoqning bir qismini davom ettirdik. Vaholanki bu tarmoqning hammasini davom ettirib dars o'tilganda o'quvchi-talabalarning shu mavzu bo'yicha qancha tushunchaga ega ekanligini bilib olishingiz mumkin bo'ladi. Bu usulda mavzuga oid bo'lmagan tushunchalarni ham keltirib tarmoqni davom ettirishimiz mumkin bo'ladi. Bu o'quvchi-talabalarning qanchalik shu fandan bilim va tushunchaga ega ekanligiga bog'liq bo'ladi. Bu usulda baholashda tushunchalar soni va mavzuga taaluqli ekanligiga qarab baholashingiz mumkin bo'ladi.

#### **4–§. Mavzuga doir mashg'ulot ishlanmasi.**

**Fan:** Algebra va matematik analiz asoslari.

**O'qituvchi:** \_\_\_\_\_

**Sinf:** \_\_\_\_\_

**Sana** \_\_\_\_\_ 2013 yil.

**Mavzu:** Takrorlash.

**Darsning maqsadi:**

**a) Ta'limiy maqsad:** “Elelmentar funksiyalar” mavzusini yangi pedagogik texnologiya orqali o'tish mabaynida o'quvchilarda funksiyaning xossalari haqidagi bilimlarini oshirish hamda misol va masalalar yechish ko'nikmalarini orttirish.

**b) Tarbiyaviy maqsad:** O'quvchilarning formasiga e'tibor berish, ularga Vatanparvarlik tuyg'ularini singdirish, milliy qadriyatlar ruhida tarbiyalash.

**c) Rivojlantiruvchi maqsad:** O'quvchilarda funksiyalarni turlari haqidagi ko'nikmalarini rivojlantirish. Guruh bo'lib ishlash malakasini takomillashtirish. O'quvchilarni fikrlash qobiliyatini, diqqatini, xotira, tafakkurini rivojlantirish.

**Dars tipi:** Bilimlarni mustahkamlovchi.

**Darsning usuli:** Og'zaki va yozma

**Darsning uslubi:** “Klaster”, “Zinama-zina”, “Kichik guruhlarda ishlash”, “Aqliy hujum”

**Darsning jihozi:** Algebra va analiz asoslari darsligi, masalaga mos rasmlar, rag'batlantiruvchi kartochkalar, A-4 qog'oz, marker, slayd, dars ishlanmasi, kompyuter, proyektor, tarqatma materiallar.

**Darsning bosqichlari:**

**I. Tashkiliy qism:**

O'quvchilar bilan salomlashish, navbatchi axborotini tinglash.

**Maqsadimiz:** Barkamol avlod bo'lib, Vatanga xizmat qilish.

**II. O'tilgan mavzuni mustahkamlash:**

Sinf o'quvchilari guruhlarga bo'linadi. Har bir guruh doira shaklida o'tiradi.

1-topshiriq: Guruhlar o'zlariga buyuk matematiklar nomini tanlashadi va u haqida ma'lumot beradi.

2-topshiriq: O'tilgan mavzular yuzasidan aqliy hujum.

1. Akslantirish deb nimaga aytiladi?
2. Funksiyaning ta'rifini ayting?
3. Funksiyaning aniqlanish sohasini bilasizmi?
4. Funksiyaning qiymatlar sohasi deganda nimani tushunasiz?
5. Davriy funksiya deb nimaga aytiladi ?
6. Juft va toq funksiyalar haqida fikr bildiring?
7. Teskari funksiya deganda nimani tushunasiz?
8. Funksiyaning berilish usullarini bilasizmi?

O'qituvchi: O'tilgan paragraf yuzasidan kim gapirib, doskada yozib, misollar bilan ko'rsatib beradi?

O'quvchi: O'tilgan mavzuni doskaga chiqib, ko'rgazmali quoldan foydalangan holda, misollar bilan tushuntirib beradi.

O'qituvchi: Funksiya haqida nimani bilasizlar?

O'quvchi: *Agar  $X$  sonli to'plamning har bir  $x$  elementiga biror  $f$  qonunga binoan  $Y$  sonli to'plamning faqat bitta  $y$  elementi mos qo'yilgan bo'lsa,  $y$  funksiya  $x$  esa uning argumenti deyiladi va  $y = f(x)$  kabi yoziladi. Bu yerda  $X$  to'plamni funksiyaning berilish yoki aniqlanish sohasi,  $Y$  to'plam uning o'zgarish sohasi yoki qiymatlar to'plami deyiladi.*

O'qituvchi: Funksiya qanday usullarda beriladi?

O'quvchi: Funksiya analitik usulda, grafik usulda va jadval usulida beriladi.

O'qituvchi: Funksiyaning analitik usuli haqida kim gapirib berdi?

O'quvchi: Funksiya va argument qiymatlari orasidagi moslik biror matematik ifoda orqali aniqlangan bo'lsa, *funksiya analitik usulda berilgan* deb ataladi.

Agar funksiya analitik usulda berilgan bo'lib,  $y$  ga nisbatan  $y = f(x)$

ko‘rinishda yechilgan bo‘lsa, tenglikning o‘ng tomonidagi ifoda *funksiyaning analitik ifodasi* deyiladi.

Masalan:  $y = \frac{3x-1}{x^2+2x-3}; \quad y = -x^2 + 5.$

Aksariyat hollarda analitik usulda berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi oldindan ko‘rsatilmagan bo‘ladi. Bunday holda uning aniqlanish sohasi sifatida uni aniqlovchi analitik ifoda ma’noga ega bo‘ladigan argumentning qiymatlari to‘plami qabul qilinadi va bazan uni *funksiyaning mavjudlik sohasi* deb ham yuritiladi. Masalan,

$$y = \frac{3x-1}{x^2+2x-3};$$

funksiyaning mavjudlik sohasi  $(-\infty; -3) \cup (-3; 1) \cup (1; +\infty)$  to‘plamdan iboratdir.

O‘qituvchi: Funksiyaning garfik usulda berilishi haqida nimani bilasiz?

O‘quvchi:  $y = f(x)$  funksiya biror  $D$  sohada berilgan bo‘lsin.

**Ta’rif.**  $xOy$  koordinatalar tekisligidagi absissasi  $x \in D$ , ordinatasi  $f(x)$  dan iborat bo‘lgan nuqtalar to‘plami  $y = f(x)$  *funksiyaning grafigi* deyiladi.

Agar koordinatalar tekisligidagi nuqtalar to‘plami  $Oy$  o‘qqa parallel to‘g‘ri chiziq bilan bittadan ortiq umumiy nuqtaga ega bo‘lmasa, u biror funksiyaning grafigi bo‘ladi.

Koordinatalar tekisligida shunday nuqtalar to‘plami berilsa, uni *grafik usulda berilgan funksiya* deyiladi. Grafikdagi nuqtaning absissalar o‘qidagi proyeksiyasi argument qiymatiga, ordinatalar o‘qidagi proyeksiyasi esa funksiya qiymatiga mos keladi.

Funksiyaning grafik usulda berilishi ko‘p tarqalgan hol bo‘lib, meteorologiya, kardiologiya va boshqa juda ko‘p sohalaridagi o‘zi yozar asboblarda hosil bo‘ladigan egri chiziqlar bunga misol bo‘la oladi.

O‘qituvchi: Funksiyaning jadval usuli haqidaci?

O‘quvchi: Agar argumentning ma’lum tartibda olingan qiymatlariga mos keluvchi funksiyaning qiymatlari yozib qo‘yilgan bo‘lsa, *funksiya jadval usulda berilgan* deyiladi.

Masalan, logarifmik jadvallar, trigonometrik funksiya qiymatlarining jadvali

funksiyaning jadval usulda berilishiga misol bo'la oladi.

O'qituvchi: Funksiyaning monotonligi deb nimaga aytiladi?

O'quvchi:

**Ta'rif:** Agar funksiya  $(a, b)$  oraliqda aniqlangan bo'lib, undan olingan argumentning katta qiymatiga funksiyaning *katta (kichik)* qiymati mos kelsa, bu funksiya  $(a, b)$  oraliqda *o'suvchi (kamayuvchi)* deyiladi.

Yuqoridagi ta'rifda *katta (kichik)* so'zi o'rnida *kichik bo'lmagan (katta bo'lmagan)* so'zlari ishlatilsa, *keng ma'noda o'suvchi yoki kamaymovchi (keng ma'noda kamayuvchi yoki o'smovchi)* funksiya ta'rifi kelib chiqadi.

O'suvchi yoki kamayuvchi funksiyalar bir nom bilan *monoton* funksiyalar deb ataladi. Xuddi shunga o'xshash, o'smovchi yoki kamaymovchi funksiyalar *keng ma'noda monoton funksiyalar* deyiladi.

O'qituvchi: Juft va toq funksiyalar haqida nimalarni bilasiz?

O'quvchi:  $D$  to'plam elementlari uchun  $x \in D \Leftrightarrow -x \in D$  o'rinli bo'lsa, u *simmetrik to'plam* deyiladi.

Agar  $y = f(x)$  funksiyaning aniqlanish sohasi  $D(y)$  simmetrik bo'lib,  $\forall x \in D(y)$  uchun

$$f(-x) = f(x) \quad \text{va} \quad f(-x) = -f(x)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, bu *funksiya juft (toq)* deyiladi.

Masalan,  $y = x^2$ ,  $y = \cos x$  juft;  $y = x^3$ ,  $y = \sin x$  esa toq funksiyalardir.

Juft funksiya grafigidagi biror  $(x, y)$  nuqtani olsak, Oy (ordinatalar) o'qiga simmetrik bo'lgan  $(-x, y)$  nuqta ham grafikka tegishlidir. Demak, juft funksiya grafigi ordinatalar o'qiga nisbatan simmetrik joylashgan bo'lar ekan.

Xuddi shunga o'xshash, toq funksiya grafigidagi  $(x; y)$  nuqtani olsak,  $(-x; -y)$  nuqta ham grafikka tegishlidir.  $(x; y)$  va  $(-x; -y)$  lar koordinatalar boshiga nisbatan markaziy simmetrik nuqtalar ekanligidan toq funksiya grafigi koordinatalar boshiga nisbatan markaziy simmetrik joylashganligi kelib chiqadi.

O'qituvchi: Funksiyaning davri deganda nimani tushunasiz?

O'quvchi: Agar  $y = f(x)$  funksiya uchun shunday  $T \neq 0$  son mavjud bo'lib, bu funksiyaning aniqlanish sohasidan olingan ixtiyoriy  $x$  uchun  $x+T$  ham

aniqlanish sohasiga tegishli va  $f(x+T)=f(x)$  tenglik bajarilsa,  $y=f(x)$  davriy funksiya,  $T$  esa uning davri deyiladi.

Agar  $y=f(x)$   $T$  davrli funksiya bo'lsa,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k \neq 0$  bo'lganda  $kT$  ham uning davri ekanligini ko'rsatish mumkin.

Masalan,  $k=2$  bo'lgan holni olaylik:

$$x \in D(y) \Rightarrow x+T \in D(y) \Rightarrow x+2T = (x+T)+T \in D(y)$$

hamda

$$f(x+T)=f(x), \quad f((x+T)+T)=f(x+T)=f(x) \Rightarrow f(x+2T)=f(x).$$

Demak, funksiya davriy bo'lsa, uning davri cheksiz ko'p bo'lar ekan.

Agar davriy funksiyaning eng kichik musbat davri mavjud bo'lsa, uni *asosiy* yoki *bosh davr* deyiladi.

Masalan,  $y=\sin x$  va  $y=\cos x$  lar bosh davri  $2\pi$  ga,  $y=\operatorname{tg} x$  va  $y=\operatorname{ctg} x$  lar esa bosh davri  $\pi$  ga teng bo'lgan davriy funksiyalardir.

O'qituvchi: Teskari funksiya haqida fikrlaringiz?

O'quvchi: Faraz qilaylik,  $y=f(x)$  funksiya biror  $X$  sohada aniqlangan bo'lib, uning o'zgarish sohasi  $Y$  to'plamdan iborat bo'lsin. Bu funksiya

$$f: X \Rightarrow Y$$

akslantirishdan iborat ekanligini e'tiborga olib, u teskarilanuvchi, ya'ni  $\forall y \in Y$  uchun  $f^{-1}(y) = \{x \in X, f(x)=y\}$  to'plam yagona elementga ega bo'lgan holni qarasak, qandaydir  $x=\varphi(y)$  funksiyaga ega bo'lamiz va uni berilgan  $y=f(x)$  funksiyaga *teskari funksiya* deb ataymiz.

$y=f(x)$  ga teskari bo'lgan  $x=\varphi(y)$  funksiyada ham an'anaviy belgilashga o'tib,  $y=\varphi(x)$  funksiyani olamiz. Odatda,  $y=f(x)$  ga teskari funksiya deyilganda oxirgi  $y=\varphi(x)$  funksiya tushuniladi va, ko'pincha,  $y=f^{-1}(x)$  kabi belgilanadi. Kezi kelganda, bunday belgilashni teskari qiymat bilan adashtirib yubormaslik lozimligini eslatamiz. Undan tashqari, berilganga teskari funksiya mavjud bo'lsa, ular *o'zaro teskari funksiyalar* bo'lishi ravshandir.

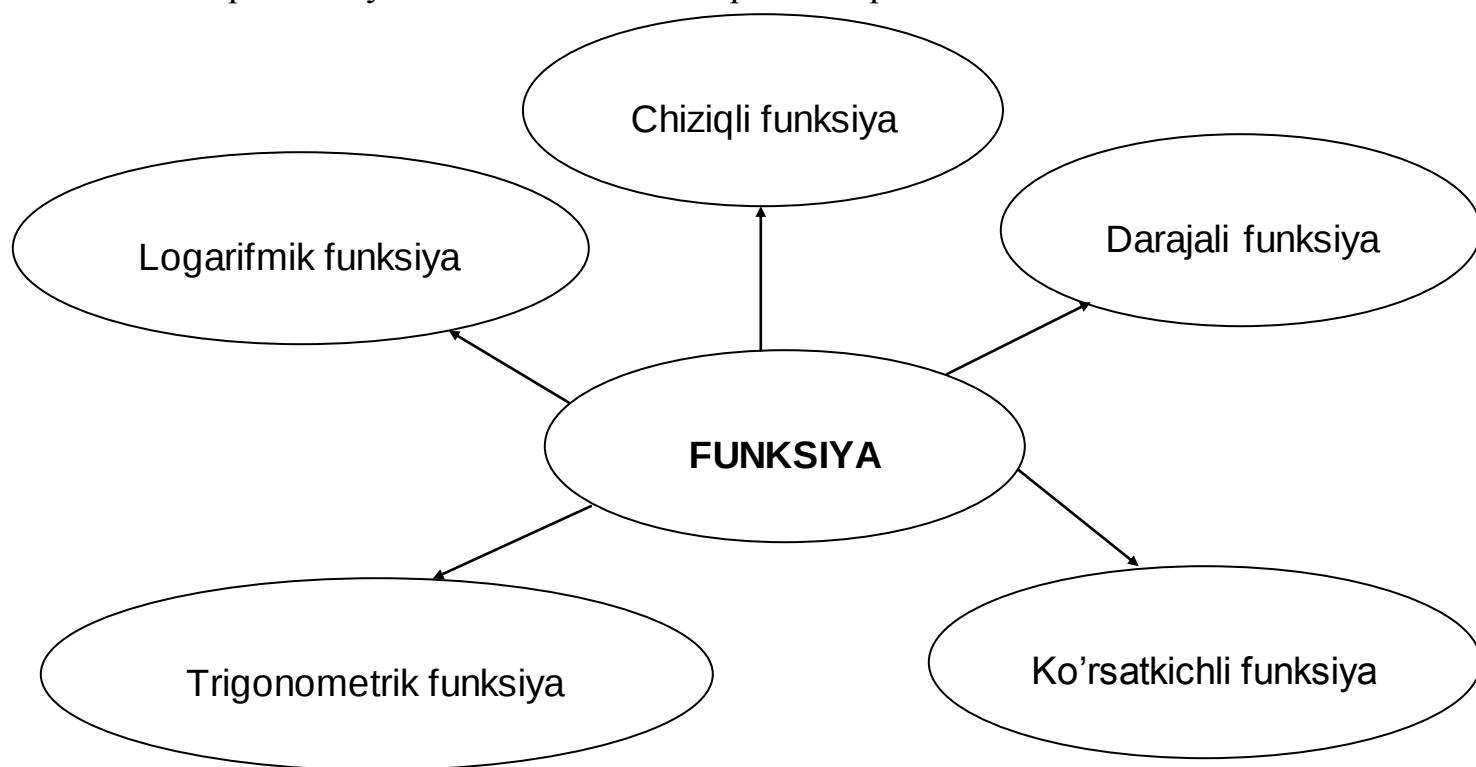
Masalan,  $y=2x+1$  funksiyani qarasak, u  $\mathbb{R}$  da aniqlangan bo'lib, o'zgarish sohasi ham  $\mathbb{R}$  dir.  $y \in \mathbb{R}$  uchun  $x=\frac{y-1}{2}$  ni hosil qilish qiyin emas. Oxirgida  $x$  va  $y$

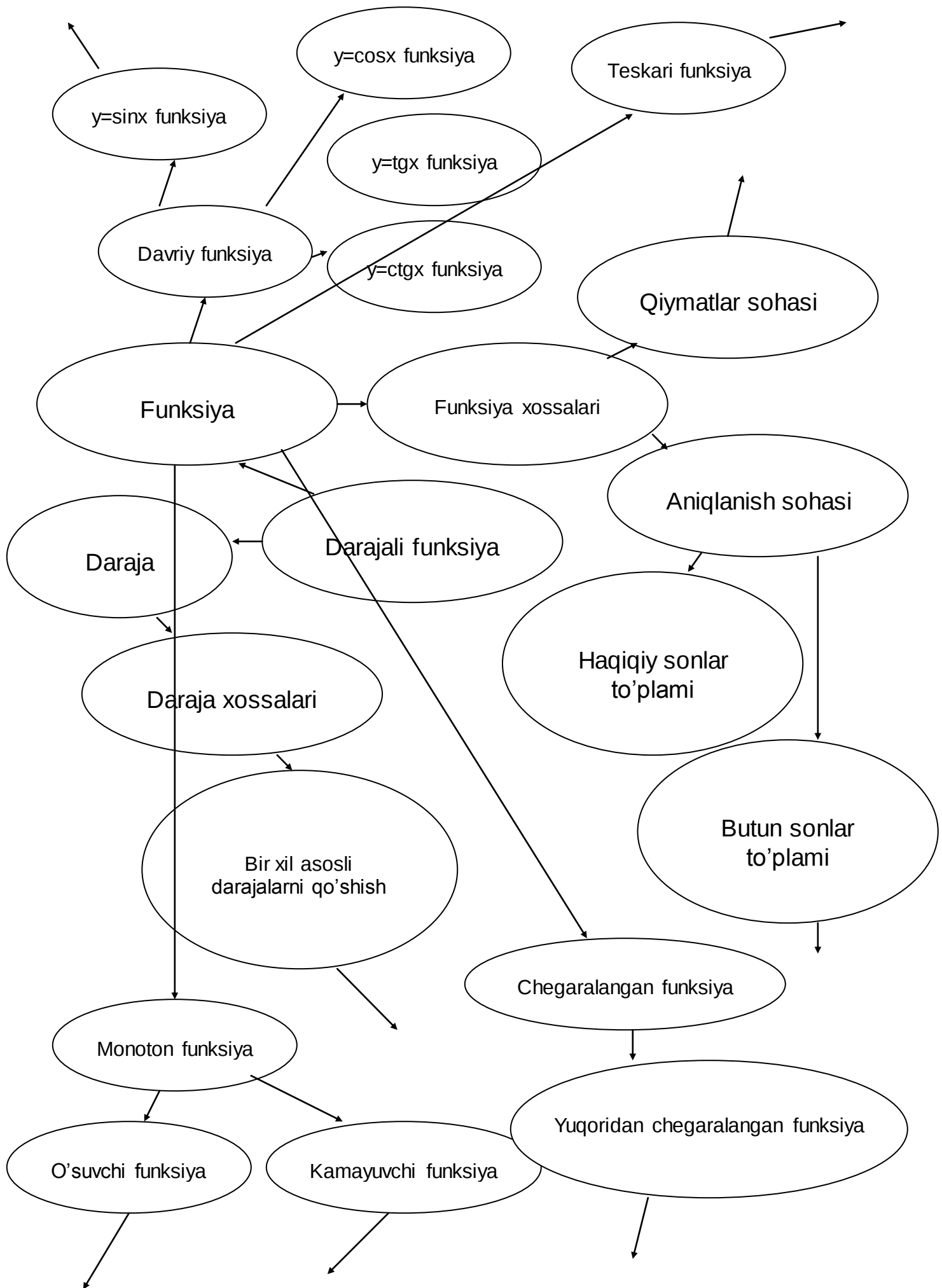
larning o‘rinlarini almashtirib, berilganga teskari funksiyaga ega bo‘lamiz:

$$y = \frac{x-1}{2}.$$

### III. Yangi dars bayoni:

O‘qituvchi yangi mavzuni o‘quvchilarga tushuntirishda “Klaster” usulidan foydalanadi va har bir guruhdagi o‘quvchilarni faol qatnashishlariga undaydi. Va o‘quvchilar yordamida ushbu tarmoqni hosil qiladi.

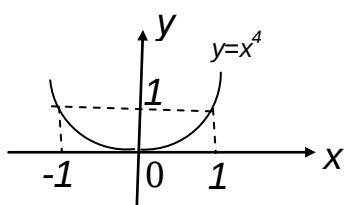




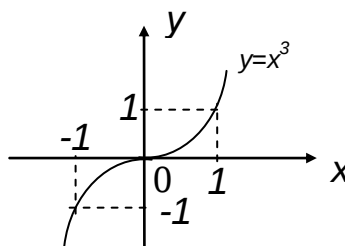
Bu sxema hosil qilingandan so'ng, har bir guruh sardoriga stol ustiga qo'yilgan kartochkalardan birini olishni taklif qiladi. Har bir sardor o'zlari olgan kartochkalarda berilgan elementar funksiyaning asosiy xossalarini guruh bilan o'rganib aytib berishlari uchun vaqt beriladi. Har bir guruh o'zlariga berilgan elementar funksiyaning xossalarini aytib berishlari uchun tayyorgarlik ko'rishadi va birin-ketin doskaga chiqib taqdimot qilishadi.

**1-guruh.**  $y = x^\alpha$  darajali funksiya:

$\alpha$  - natural son bo'lsa, funksiyaning aniqlanish sohasi  $R$  bo'lib, o'zgarish sohasi esa  $\alpha$  toq bo'lganda  $R$  dan, juft bo'lganda esa  $[0; +\infty)$  dan iboratdir. Bu funksiyaning grafigi  $\alpha=4$  va  $\alpha=3$  bo'lganda mos ravishda 24- va 25-rasmlarda tasvirlangandir.

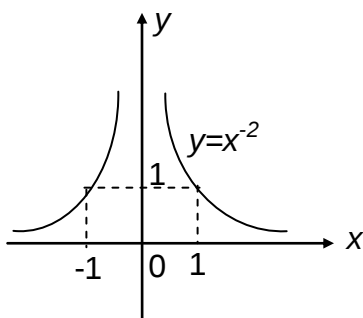


24-rasm.

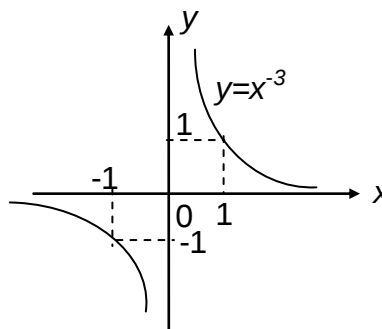


25-rasm.

b)  $\alpha$  - manfiy butun son bo'lsa, funksiya  $x$  ning 0 dan boshqa barcha qiymatlarida aniqlangan bo'lib, aniqlanish sohasi  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  dan, o'zgarish sohasi esa  $-\alpha$  toq bo'lganda  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$  dan, juft bo'lganda esa  $(0; +\infty)$  dan iboratdir.  $\alpha=-2$  va  $\alpha=-3$  bo'lganda funksiyaning grafigi 26- va 27-rasmlarda tasvirlangan.



26- rasm.



27- rasm.

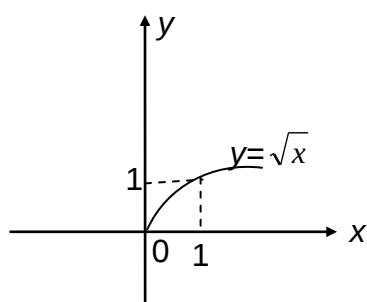
c)  $\alpha$  - ratsional kasr son bo'lsa, quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

$\alpha = \frac{1}{n}$  bo'lib,  $n$  ixtiyoriy juft natural son ( $n=2k$ ,  $k=1,2,3,\dots$ ) bo'lsin. U

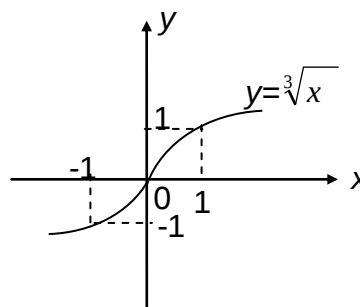
holda, manfiy bo'lmagan sonning arifmetik ildizini e'tiborga olgan holda

$$y = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

funksiyaga ega bo'lamiz. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $[0; +\infty)$  dan o'zgarish sohasi ham  $[0; +\infty)$  dan iborat bo'ladi. Funksiyaning grafigi, masalan,  $n=2$  da 28-rasmda tasvirlangandir.



28- rasm.



29- rasm.

$\alpha = \frac{1}{n}$  bo'lib,  $n$  ixtiyoriy toq natural son ( $n=2k+1$ ,  $k=1,2,3,\dots$ ) bo'lsin. Bu

holda,  $y = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$  bo'lib, bu funksiyaning aniqlanish sohasi ham o'zgarish sohasi ham  $R$  bo'ladi. Bu funksiyaning grafigi, masalan,  $n=3$  da 29-rasmda tasvirlangan ko'rinishda bo'ladi.

$\alpha = \frac{m}{n}$  ( $n \in N, m \in Z, m \neq 0$ ) bo'lgan holda  $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$  ekanligini hisobga olib,

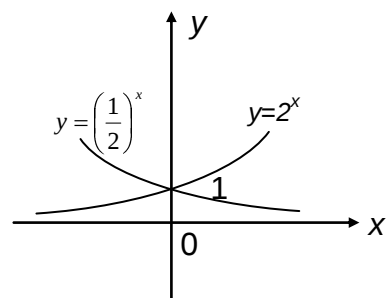
yuqoridagidek fikr yuritish kifoyadir.

d) Agar  $\alpha$  musbat irratsional son bo'lsa, darajali funksiya o'suvchi bo'lib, aniqlanish sohasi ham o'zgarish sohasi ham  $[0; +\infty)$  dan; manfiy irratsional son bo'lganda esa, kamayuvchi bo'lib,  $(-\infty; 0]$  dan iboratdir.

**2-guruh.**  $y = a^x$  ko'rsatkichli funksiya.

Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $(-\infty; +\infty)$  dan o'zgarish sohasi esa  $(0; +\infty)$  dan iborat bo'lib, uning grafigi  $(0; 1)$  nuqta orqali o'tadi;  $a > 1$  bo'lganda o'suvchi va  $0 < a < 1$  da esa kamayuvchi funksiya.

Masalan,  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = 2^x$  funksiyalarning grafiklari 30-rasmda tasvirlangan.

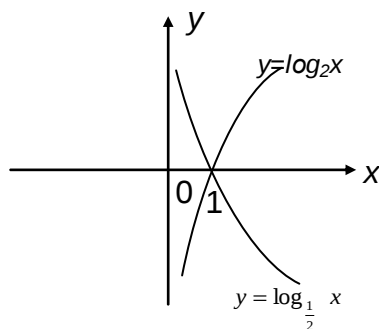


30- rasm.

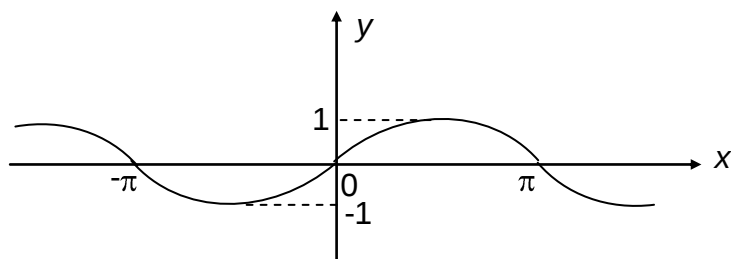
**3-guruh.**  $y = \log_a x$  logarifmik funksiya.

Bu  $y = a^x$  ko'rsatkichli funksiyaga teskari bo'lgan funksiya ekanligi malumdirl. Uning aniqlanish sohasi  $(0; +\infty)$  dan, o'zgarish sohasi  $(-\infty; +\infty)$  dan iborat bo'lib, grafigi  $(1; 0)$  nuqta orqali o'tadi;  $a > 1$  bo'lganda o'suvchi,  $0 < a < 1$  bo'lganda esa kamayuvchidir.

$y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ,  $y = \log_2 x$  funksiyalar grafigi 31-rasmda tasvirlangan.



31- rasm.

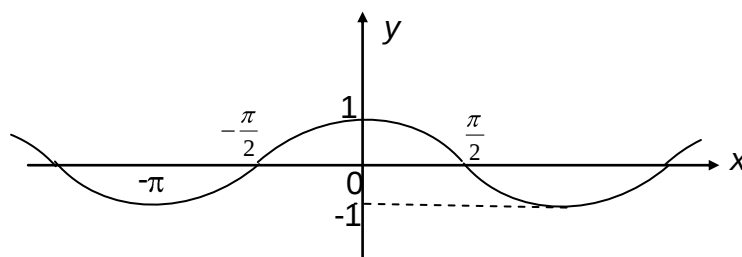


32- rasm.

**4-guruh.** Trigonometrik funksiyalar.

a)  $y = \sin x$  aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $[-1; 1]$ , bosh davri  $2\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir (32-rasm).

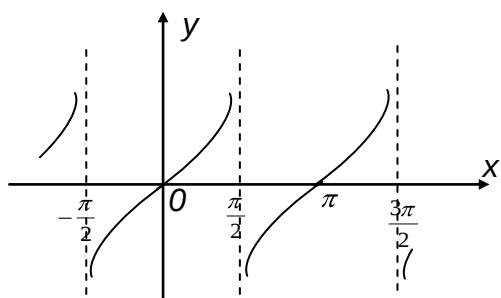
b)  $y = \cos x$  aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $[-1; 1]$ , bosh davri  $2\pi$  bo'lgan davriy hamda juft funksiyadir (33-rasm).



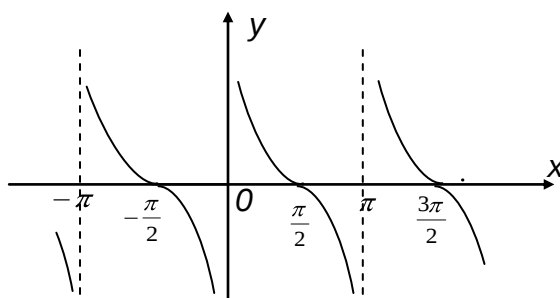
33- rasm.

c)  $y = \operatorname{tg} x$  aniqlanish sohasi  $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ ) bo'lgan  $x$  ning barcha haqiqiy qiymatlari to'plamidan iborat (34-rasm); o'zgarish sohasi  $R$ , bosh davri  $\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir.

d)  $y = \operatorname{ctg} x$  aniqlanish sohasi  $x \neq k\pi$  ( $k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$ ) bo'lgan  $x$  ning barcha haqiqiy qiymatlari to'plamidan iborat (35-rasm); o'zgarish sohasi  $R$ , bosh davri  $\pi$  bo'lgan davriy hamda toq funksiyadir.



34- rasm.

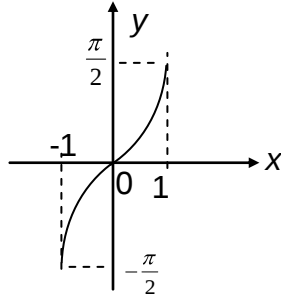


35- rasm.

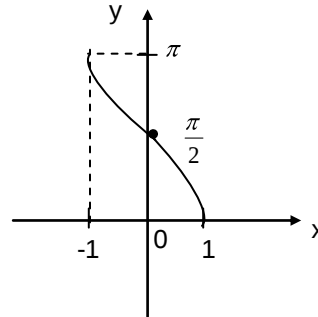
### 5-guruh. Teskari trigonometrik funksiyalar.

a)  $y = \arcsin x$  -arcsinus. Bu funksiya quyidagicha aniqlanadi:  $x = \sin y$  funksiyani olsak,  $(-\infty; +\infty)$  ga tegishli bo'lgan  $y$  ning har bir qiymatiga  $[-1; 1]$  ga tegishli bo'lgan  $x$  ning bitta qiymati mos kelishi malumdur; ammo,  $[-1; 1]$  ga tegishli bo'lgan  $x$  ning har bir qiymatiga  $\sin y = x$  bo'ladigan  $y$  ning cheksiz ko'p qiymatlari mos keladi; agar  $y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  deb faraz qilinsa, bunday qiymat yagona bo'lishini ko'rish osondir va, bu holda,  $y = \arcsin x$  kabi belgilanib, u sinusga teskari funksiyadan iboratdir. Uni arksinus deb o'qilib,  $x \in [-1; 1]$  bo'lganda sinusi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  ga tegishli yoydan iboratdir. Shunday qilib,  $y = \arcsin x$  – «arcsinus» funksiya  $[-1; 1]$  da aniqlangan bo'lib,  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  uning o'zgarish sohasidir (36-rasm).

b)  $y = \arccos x$  - arkkosinus. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $[-1;1]$ , o'zgarish sohasi  $[0;\pi]$  dir (37-rasm). Arkkosinus qiymati  $x \in [-1;1]$  bo'lganda kosinusi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $[0;\pi]$  ga tegishli yoydan iboratdir.

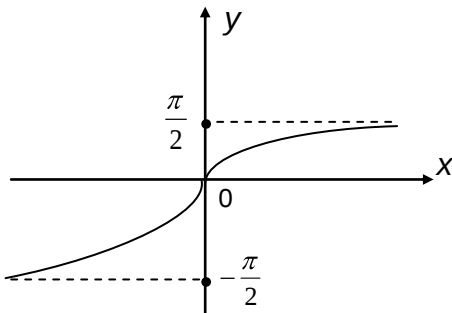


36- rasm.

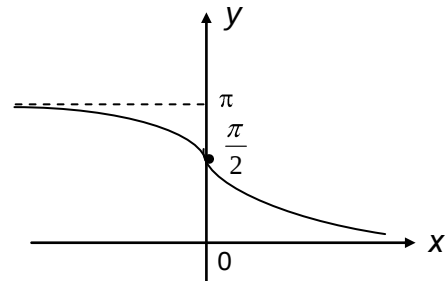


37- rasm.

v)  $y = \arctan x$  - arktangens. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$  (38-rasm). Arktangensning qiymati tangensi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$  ga tegishli yoydan iboratdir.



38-rasm.



39-rasm.

g)  $y = \text{arccotg} x$  - arkkotangens. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi  $R$ , o'zgarish sohasi  $(0; \pi)$  (39-rasm). Arkkotangensning qiymati kotangensi  $x$  ga teng bo'lgan radian hisobidagi qiymati  $(0; \pi)$  ga tegishli yoydan iboratdir.

O'qituvchi guruhlar bergan javoblarni tahlil qiladi va guruhlarni tegishli ravishda rag'batlantiradi.

**IV. Mustahkamlash:** O'qituvchi darsni mustahkamlash uchun berilgan misollarni doskaga yozadi va har guruh a'zolaridan uch nafar o'quvchi birma-bir chiqib yechishlarini so'raydi.

**V. Uyga vazifa:**

1. Quyidagi funksiyalarni juft-toqlikka tekshiring.

1)  $y = \sqrt{1-3x} + \sqrt{1+3x}$

2. Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohalarini toping:

1)  $y = \frac{3}{x-2}$

3. Funksiyaning grafigini chizing.

1)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

### Mustaqil yechish uchun mashqlar:

1. Quyidagi funksiyalarni juft-toqlikka tekshiring.

1)  $y = x^2 + 5x$ .

2)  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+2}$

3)  $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x+1} - \frac{x^3 + 2x^2}{x-1}$

4)  $y = \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{x-4} + \frac{x^5 + 2x^2 + 3}{x+4}$

5)  $y = 2^x + 2^{-x}$ ;

6)  $y = |x| - 5e^{x^2}$ ;

2. Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohalarini toping:

1)  $y = \frac{1}{x^2 + 3}$

2)  $y = \frac{3x}{x-3,4}$

3)  $y = \frac{4x-1}{3x-2}$

4)  $y = \frac{4x+13}{7x+14}$

5)  $y = \frac{4x}{\sqrt{-1}\sqrt{-2}}$

6)  $y = \frac{3x-1}{\sqrt{-1}\sqrt{-2}\sqrt{-3}}$

7)  $y = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 7x + 12}$

8)  $y = \frac{4x+1}{x^2 8x + 15}$

3. Funksiyaning grafigini chizing.

1)  $y = 4x + 8$

2)  $y = 2x^2 + 3x + 1$

3)  $y = 2x + 3$

4)  $y = -x^2 + 2x + 1$

5)  $y = |x^2 + 3x + 1|$

6)  $y = \frac{1}{3}x + 3$

4.  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$  va  $D = \{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\}$  to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkinmi?

5. Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohasini toping:

a)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ ;    b)  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}$

6.  $y = x^{\frac{2}{3}}$  va  $y = x^{\frac{3}{2}}$  funksiyalarning grafiklarini chizing.

7. Quyidagi funksiyalarning o'sish va kamayish oraliqlarini aniqlang:

a)  $f(x) = -2x + 3$ ;    b)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;    c)  $f(x) = -3x^2 + 7x + 6$

## **Xulosa**

Ushbu bitiruv malakaviy ishini bajarish mobaynida funksiyalar va uning xossalari, funksiyaning berilish usullari, teskari funksiya, davriy funksiya ta'luqli nazariyani yetarlicha talqin qildim deb o'ylayman. Shuningdek, asosiy elementar funksiyalar ha asosiy xossalari bilan keltirildi. So'nga "Klaster" usuliga qisqacha to'xtalib o'tildi. Va bu usulning dars mashg'ulotiga tadbiqi namuna sifatida keltirildi. Dars ssenariysida har bir nazariya misollar orqali yoritib berildi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bitiruv malakaviy ishi natijalaridan umumta'lim maktab matematika o'qituvchilari, yuqori sinf o'quvchilari, akademik litsey va kasb - hunar kolleji talabalari keng foydalanishi mumkin hamda "Ijtimoiy-gumanitar" ta'lim yo'nalishi talabalari uchun ushbu mavzu yuzasidan kengroq tasavvur qilishga yordam beradi, degan umiddamiz.

Shu bilan birgalikda institutni bitirib maktabga matematika fanidan dars beradigan o'qituvchilarga ham metodik qo'llanma sifatida juda yaxshi yordam beradi degan umiddamiz.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. I.A.Karimovning “Yuksak bilimli va intellectual rivojlangan avlodni tarbiyalash-mamlakatni barqaror taraqqiy ettirish va modernisatsiya qilishning muhim sharti” mavzusidagi xalqaro konferensiyaning ochilishi marosimidagi nutqidan. Ma`rifat gazetasi. 2012-yil 18-fevral. №4.
2. I.A.Karimov. “Yuksak ma’naviyat-yengilmas kuch”.-T.: “Ma’naviyat”, 2008.-176 b.
3. A.Qirg’izboyev, N.Jo’rayeva, F.Sindorova. “O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning “Yuksak ma’naviyat-yengilmas kuch” nomli asarini o’rta maxsus, kasb-hunar ta’limi tizimida o’rganish bo’yicha dastur va uslubiy qo’llanma”. Toshkent-2010.-45 b.
4. Р. Ишмухамедов, А.Абдуқодиров, А.Пардаев. Таълимда инновацион технологиялар. –Т.: Истеъдод, 2008. -180 б.
5. A.U.Abduhamedov, H.A.Nasimov va boshqalar. Algebra va matematik analiz asoslari, -T.: “O’qituvchi”, 2003. – 416 b.
6. А.У.Умирбеков, Ш.Ш.Шаабзалов. “Математикани такрорланг” . Т.: “Ўқитувчи”. 1989 й.
7. А.Г.Ципкин. Математикадан справочник. “Ўқитувчи”, Т.:1987 й.-508 б.
8. Т.То’лаганов, А.Норматов va boshqalar. Matematika o’qitish metodikasi (ma’ruzalar to’plami). TDPI., 2001 y.
9. R.Mavlonova, O.To’rayeva, K.Xoliqberdiyev “Pedagogika”-“O’qituvchi” nashriyot-matbaa ijodiy uyi-Toshkent-2010.-100-b.
10. Ta’lim jarayonida pedagogik texnologiyalar. Uslubiy qo’llanma. Toshkent-2008.
- 11.[WWW.ZIYONET.UZ](http://WWW.ZIYONET.UZ)
- 12.[WWW.EDU.UZ](http://WWW.EDU.UZ)
- 13.[WWW.GOOGLE.UZ](http://WWW.GOOGLE.UZ)

## MUNDARIJA

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| KIRISH .....                                                          | 3  |
| 1–§. Funksiya tushunchasi. Funksiyaning berilish usullari .....       | 6  |
| 1.1. Akslantirish .....                                               | 6  |
| 1.2. Funksiya.....                                                    | 7  |
| 1.3. Funksiyaning berilish usullari .....                             | 8  |
| 2–§. Funksiyalarning asosiy xossalari. Teskari funksiya .....         | 10 |
| 2.1. Monotonlik .....                                                 | 10 |
| 2.2. Juft va toq funksiyalar .....                                    | 10 |
| 2.3. Davriy funksiyalar .....                                         | 11 |
| 2.4. Funksiyaning chegaralanganligi .....                             | 13 |
| 2.5. Teskari funksiya .....                                           | 13 |
| 3–§. Asosiy elementar funksiyalar haqida ma'lumot .....               | 15 |
| 4–§. Elementar funksiyalarni “Klaster” usuli yordamida o'qitish ..... | 21 |
| 5–§. Mavzuga doir mashg'ulot ishlanmasi .....                         | 24 |
| Mustaqil yechish uchun mashqlar .....                                 | 37 |
| FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR .....                                       | 38 |

Navoiy davlat pedagogika instituti matematika-informatika ta'lim yo'nalishi talabasi Safarov Jamshidning "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga

## **T A Q R I Z**

Hozirgi vaqtda o'quvchilarda mustaqil fikrlash, o'zlashtirish, mavzular bo'yicha malakalarini oshirish dolzarb muammo, uni hal etish har bir pedagog kadr uchun muhim ahamiyatga ega.

Safarov Jamshidning malakaviy ishi "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusiga bag'ishlangan.

Ushbu malakaviy ishda funksiyaning ta'rifi, berilish usullari, asosiy xossalari, teskari funksiya haqida so'z yuritilgan. Va asosiy elementar funksiyalarga alohida-alohida to'xtalib o'tilgan. "Klaster" usulining qo'llanilishi qisqacha bayon qilingan.

So'ngra mavzuga bag'ishlangan dars ssenariysi keltirilib, unda "Klaster" usuli namuna sifatida berilgan. Ssenariyda ta'limning boshqa innovatsion texnologiyalaridan ham namunalar keltirilgan.

Malakaviy ishda o'quvchilarning mustaqil ishlash malakalarini oshirish, ularning hamkorlikga, bir-birining fikrini qo'llab-quvvatlagan holda ishlashi matematika fanini o'qitishda katta samara berishi ko'rsatib berilgan.

Safarov Jamshidning "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusidagi malakaviy ishi qo'yilgan talablarga to'la javob beradi va uni himoyaga tavsiya etaman.

**Ilmiy rahbar:**

**o'q. Shodiyev Sh.Sh**

Navoiy davlat pedagogika institute matematika-informatika ta'lim yo'nalishi talabasi Safarov Jamshidning "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga

## **T A Q R I Z**

Umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari hozirgi vaqtda o'quvchilarda mustaqil fikrlash, o'zlashtirish, mustaqil ishlash dolzarb muammolardan biridir. Uni hal etish har bir pedagog kadr uchun muhim ahamiyatga ega.

Safarov Jamshidning bitiruv malakaviy ishi "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusiga bag'ishlangan.

Malakaviy ishning kirish qismida Yangi pedagogik texnologiyalar, «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi»ning asosiy g'oyalari o'z aksini topgan. Bundan tashqari turli xil innovatsion usullar, pedagogik texnologiyaning asosiy jihatlari haqida so'z yuritilgan.

Birinchi paragrafda funksiya, funksiyaning berilish usullari haqida so'z yuritilgan.

Ikkinchi paragrafda funksiyaning funksiyaning xossalari, teskari funksiya haqida fikr bildirilib, misollar orqali tushuntirilgan.

Uchinchi paragrafda elementar funksiyalar va ularning xossalari haqida fikr bildirilgan.

So'ngra mavzuga bag'ishlangan bir soatlik dars ssenariysi keltirilib, unda "Klaster" usuli to'la yoritilgan. Ssenariyda ta'limning boshqa innovatsion texnologiyalaridan ham namunalar keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishda o'quvchilarning bo'sh qolmasligi, mustaqil ishlash ko'nikmalarni oshirish, ularning hamkorlikda ishlashi matematika fanini o'qitishda katta samara berishi ko'rsatib berilgan.

Safarov Jamshidning "Elementar funksiyalarni "Klaster" usuli yordamida o'qitish metodikasi" mavzusidagi malakaviy ishi qo'yilgan talablarga to'la javob beradi va uni himoyaga tavsiya etaman.

**Taqrizchi:**

**o'q. Samandarov J.I.**