

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA’LIMI VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“INFORMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARI” KAFEDRASI

BITIRUV MALAKAVIY ISH

***Mavzu: Karrali integrallarni hisoblashda dasturiy vositalardan
foydalanish***

Bajardi: 4 kurs “A” guruh talabasi

Yunusova Gulhayo

Ilmiy rahbar: *f.-m.f.n. Yodgorov G‘R.*

NAVOIY-2015

MUNDARIJA

KIRISH.....	3
I-BOB. INTEGRALLARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH	6
I.1. Mapleda figuraning yuzini hisoblash	6
I.2. MatLab dasturida integrallarni hisoblash.....	Ошибка! Закладка не определена.
II-BOB. KARRALI INTEGRALLARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH	11
II.1. Ikki karrali integralini MAPLE amaliy paketida hisoblash	11
II.2. Maple amaliy paketida ikki karrali integrallarni va turli sohalardagi sirtlarni hisoblashda foydalaniladigan funksiyalar	Ошибка! Закладка не определена.
II.3. MatLab amaliy paketida ikki va uch karrali integrallar	Ошибка! Закладка не определена.
XULOSA	19
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.....	20

KIRISH

Biz bilamiz matematika fani tabiat va jamiyatda kechayotgan jarayonlarni o'rganish va tahlil etishda asosiy vositalardan biri sifatida e'tirof etiladi. Ushbu vositalarning imkoniyatlaridan samarali va tez suratlar bilan foydalanishni kompyuter texnologiyalarining zamonaviy yutuqlarsiz tasavvur etib bo'lmaydi. Masalan, ko'p holatlarda vujudga kelgan matematik muammoni tez va berilgan aniqlikda hal etish uchun ma'lum bir algoritmik tilni bilish talab qilinadi. Lekin muammo shundaki, matematiklar ichida dasturlash muhitlarining imkoniyatlaridan yaxshi voqif bo'lmaganlari ham yo'q emas. Ushbu muammoni bartaraf etish uchun ancha qulayliklarga ega bo'lgan hisoblash sistemalari yaratila boshlandi.

Hozirgi kunda, ilmiy sohalarda matematika muammolari ustida olib borilayotgan ilmiy-metodik izlanishlarni zamonaviy matematik tizimlar – MatLab, Maple, Mathematica, MathCad larsiz tasavvur etish qiyin.

MatLab dasturi - kompyuterda turli yo'nalishdagi: mexanika, matematika, fizika, muxandislik va boshqaruv masalalarini yechish, turli xil mexanik, energetik va dinamik sistemalarni modellashtirish, loyihalash, tavsiflash va tahlil qilish masalalarining aniq, tez, samarali hal etish uchun mo'ljallangan sistema va turli xil sohali foydalanuvchilarga mo'ljallangan dasturlash tilidir.

MATLAB dasturining yaratilishi professor Kliv B.Mouler (Clive B.Mouler) va MathWorks firmasi prezidenti Djek Litl (Jack Little) lar faoliyati bilan bog'liq. Bir necha yillar Nyu-Mexiko, Michigan va Stenford universitetlarining matematika kafedrasi va kompyuter markazlarida ishlagan Kliv Mouler, keyinchalik faoliyatini MathWorks firmasida davom ettirgan. 1984-yilda u, Fortran dasturida matrisali hisoblashlar va chiziqli algabra masalalarini yechish paketlarini yaratish ishlarida qatnashgan va birinchi marta "MATLAB" atamasini kiritgan. "MATLAB" so'zi inglizcha "Matrix Laboratory" so'zlarining qisqartirilgan ifodasidir.

Dastlab, MATLAB paketi matrisali hisoblashlar, dasturlar kutubxonasi uchun qulay qobiq sifatida qo'llanilgan bo'lsa, keyinchalik yuzlab yuqori malakali matematiklar va injener-texnik dasturchilar tajribasida, o'ziga xos laboratoriya

sharoitida uning imkoniyatlari ancha kengaydi va hozirga kelib, ilmiy-texnikaviy dasturlash tili sifatida kompyuter algebrasi tizimlarining ilg'or vakillaridan biriga aylandi.

Xuddi yuqoridagi matematik tizimga o'xshash Maple ham kompyuterda analitik va sonli hisoblashlarni bajaruvchi, 2000 dan ko'proq komandalarni o'z ichiga olgan va algebra, geometriya, matematik analiz, differensial tenglamalar, diskret matematika, fizika, statistika, matematik fizika masalalarini dastur tuzmasdan yechish imkoniyatini beruvchi matematik tizim paketidir. Aytish mumkinki, Maple bu yuqorida sanab o'tilgan sohalardagi matematik masalalarni yechib beruvchi katta kalkulyatordir. Maple takomillashib bormoqda, hozir uning Maple 9.5, Maple 12 va boshqa versiyalari keng tarqalgan.

Maple yadrosidan Matematika, MATLAB, Mathcad va boshqa tizimlar simvolli hisoblarni amalga oshirishda foydalanmoqdalar. Maple tizimini Kanadaning Waterloo Maple Inc firmasi yaratgan va u uzoq davom etgan rivojlanish va sinovdan o'tish davrini bosib o'tgan. Albatta, Maple tizimi hali juda qudratli emas, u ayrim sohalarda boshqalar kabi oqsamoqda.

O'zining jiddiy matematik hisoblarga yo'naltirilganligiga qaramasdan Maple tizimi studentlar, o'qituvchilar, aspirantlar, ilmiy xodimlar va shuningdek maktab o'quvchilari uchun ham zarurdir. Maple tizimi matematikani o'rganishda interaktiv vosita bo'lib xizmat qilishi mumkin. Maple tizimining interaktiv imkoniyatlari Tools>Assistants, Tools>Tutors menyusida joylashgan. Uning Calculus>Single-Variable, Calculus>Multi-Variable, Calculus>Linear Algebra bo'limlari borki, ular yordamida bir o'zgaruvchili, ko'p o'zgaruvchili funksiyalar, differensial tenglama, integrallar, karrali integrallar, chiziqli algebraga oid ko'pgina masalalarni interaktiv usulda talabalarga o'rgatish mumkin. Jumladan, aniq integralni integral yig'indining limiti sifatida aniqlashda funktsiyani tanlash, nuqtalar soni va ularni turli xil usullarini tanlash, ommabop taqribiy usullardan foydalanish imkoniyatlari mavjud. Komanda berilgach integral yig'indining qiymati va integralning aniq qaymati kelib chiqadi. Kompyutersiz bu ishni faqat chiziqli funksiyalar uchun bajarish mumkin xolos.

Ushbu bitiruv malakaviy ish ikkita bobdan iborat bo'lib, uning birinchi bobida integrallarni matematik paketlar yordamida hisoblash deb nomlanib, unda Maple amaliy paketida figuralarni yuzini hisoblash, Matlab dasturida integrallarni hisoblashga doir misollar keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishning ikkinchi bobi bitiruv malakaviy ishning mavzusiga doir ma'lumotlar keltirilgan bo'lib, unda Maple amaliy paketida sirt integralini ikki karrali integral yordamida hisoblash hamda Maple paketi ichidagi qism paketlarning funksiyalar yordamida hisoblashning misollar yordamidagi ko'rinishlar o'z aksini topgan. Mapleda bu misollar uchun ikki va uch o'lchovli grafiklarini hosil qilingan. Shu bilan bir qatorda Matlab paketida ikki karrali va uch karrali integrallarni hisoblash usullari va hisoblashda ishlatiladigan asosiy funksiyalar keltirilgan. Matlabda M-fayllardan foydalanib, ikki va uch karrali integrallarni hisoblash usullar keltirilgan.

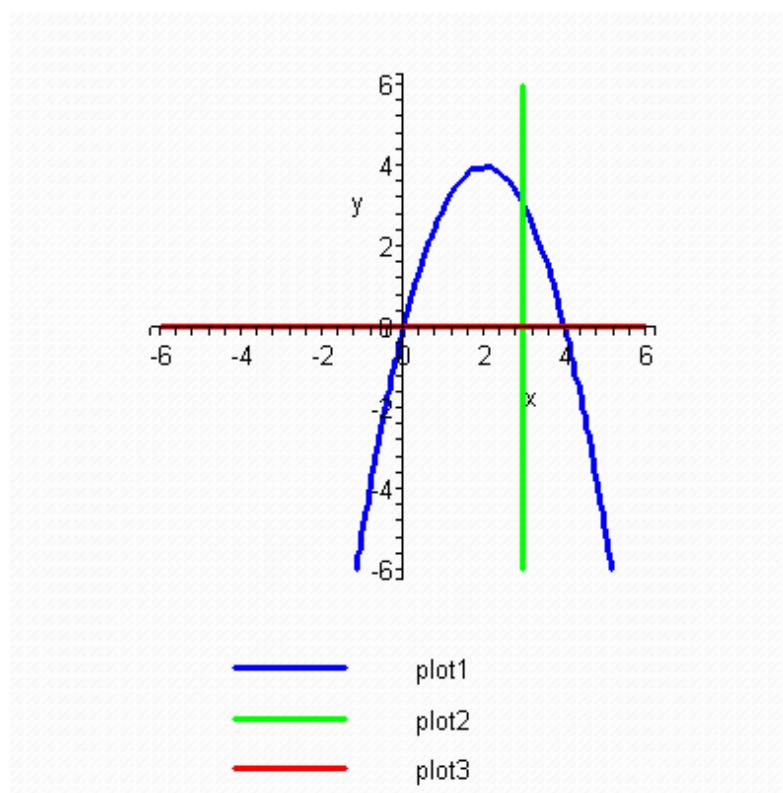
I-bob. INTEGRALLARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH

I.1. Mapleda figuraning yuzini hisoblash

Matematik tizimlar yordamida figuralarni yuzini hisoblashda integrallar foydalanamiz. Maple amaliy dasturlar paketida chiziqlar bilan chegaralangan sohalarning yuzalarni hisoblash mumkin. Biz bir nechta misollar keltirib o‘tamiz.

1.1-misol. $y=4x-x^2$, $x=3$, $y=0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang.

> **implicitplot([4*x-x^2=y, x=3, y=0], x=-6..6, y=-6..6, color=[blue, green, red], thickness=2, legend=[plot1, plot2, plot3]);**



Yechish. Ushbu misol matematik tahlil fanida quyidagi formula yoradmda topiladi.

$$Q = \int_0^3 (4x - x^2) dx = \left(4 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \bigg|_0^3 = 2 * 3^2 - \frac{3^3}{3} = 18 - 9 = 9$$

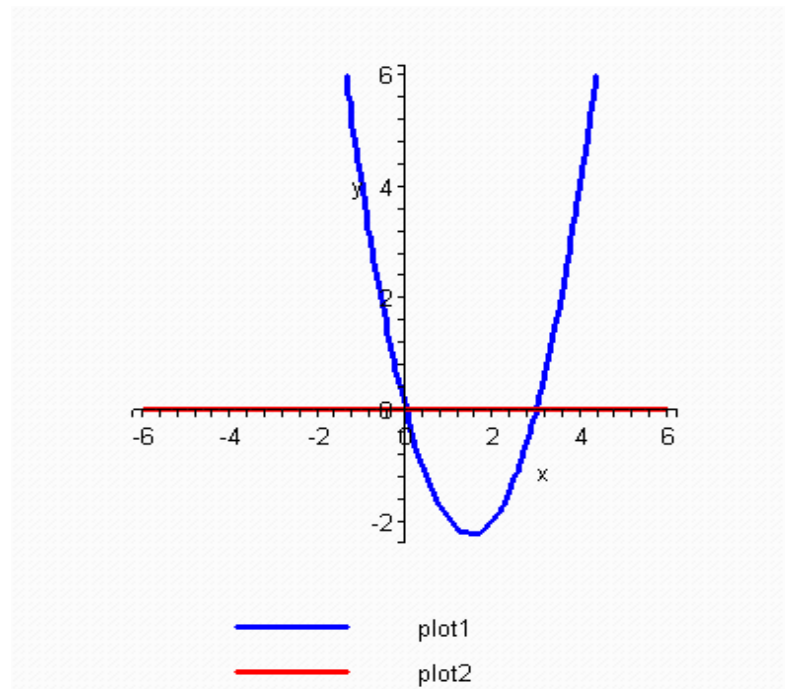
Uning Mapledagi yechimi.

> **Int(4*x-x^2,x=0..3)=int(4*x-x^2,x=0..3);**

$$\int_0^3 4x - x^2 dx = 9$$

1.2-misol. $y=x^2-3x$, $y=0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang

```
> implicitplot([x^2-3*x=y, y=0], x=-6..6, y=-6..6,
  color=[blue, red], thickness=2, legend=[plot1,plot2]);
```



Yechish. Ushbu misol matematik tahlil fanida quyidagi ko‘rinichda yechimi topiladi:

$$Q = - \int_0^3 (x^2 - 3x) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 3 \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = - \left(\frac{3^3}{3} - 3 * \frac{3^2}{2} \right) = 4.5$$

```
> -Int(x^2-3*x,x=0..3)= -int(x^2-3*x,x=0..3);
```

$$- \int_0^3 x^2 - 3x dx = \frac{9}{2}$$

1.3-misol. $0 \leq x \leq 2\pi$ bo'lganda $y = \cos x$ kosinusoida va Ox o'q bilan chegaralangan figuraning yuzi topilsin.

Yechish. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ da $\cos x \geq 0$, $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ da $\cos x \leq 0$, $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ da $\cos x \geq 0$ ekanligini hisobga olib formulaga asoslanib topamiz.

$$Q = \int_0^{2\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \cos x dx = \frac{\sin \pi}{2} - \sin 0 - \left(\frac{\sin 3\pi}{2} - \frac{\sin \pi}{2} \right) + \sin 2\pi - \frac{\sin 3\pi}{2} = 1 - 0 + 1 + 1 + 0 + 1 = 4$$

Maple dasturida esa u quyidagi ko'rinishni oladi:

> **Int(abs(cosx),x=0..2*Pi);**

$$\int_0^{2\pi} |\cos x| dx$$

> **Int(cosx,x=0..Pi/2)-Int(cosx,x=Pi/2..3*Pi/2)+Int(cosx,x=3*Pi/2..2*Pi);**

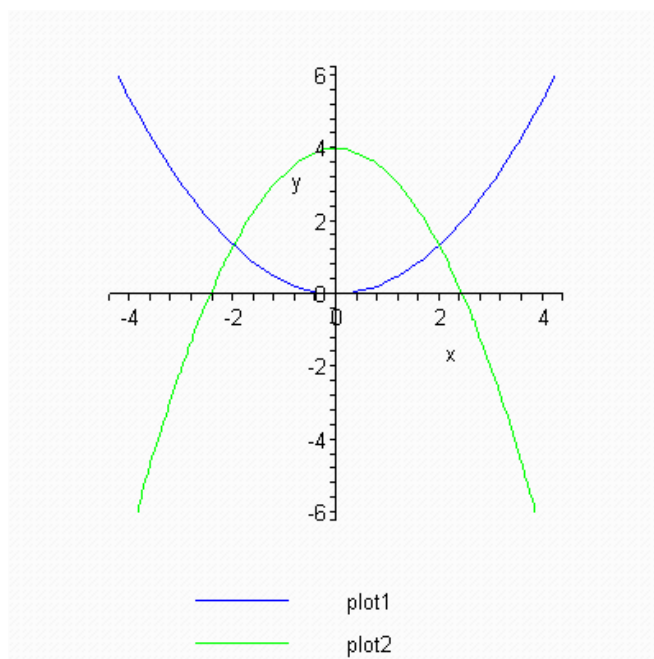
$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos x dx - \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \cos x dx + \int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} \cos x dx$$

> **int(cosx,x=0..Pi/2)-int(cosx,x=Pi/2..3*Pi/2)+int(cosx,x=3*Pi/2..2*Pi);**

4

1.4-misol. $y = \frac{1}{3}x^2$ $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ parabolalar bilan chegaralangan figuraning yuzi hisoblansin.

> **implicitplot([(1/3)*x^2=y, y=4-(2/3)*x^2], x=-6..6, y=-6..6, color=[blue, green], legend=[plot1,plot2]);**



Yechish. Integrallash chegaralari a va b ni $y = \frac{1}{3}x^2$ hamda $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ tenglamalarni birgalikda yechib, ularning kesishish nuqtalari N va M nuqtalarni abssissalarini aniqlash orqali topiladi.

$$\frac{1}{3}x^2 = 4 - \frac{2}{3}x^2, \quad \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x^2 = 4, \quad x^2 = 4, \quad x = \pm 2.$$

Demak, $a = -2$, $b = 2$.

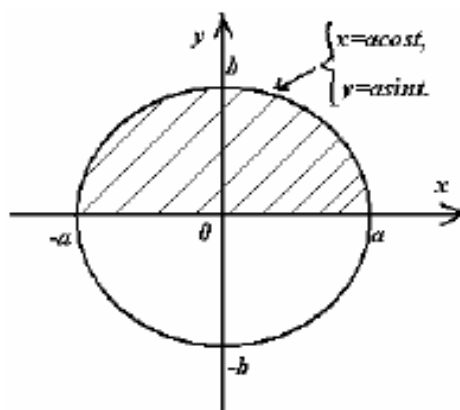
$$Q = \int_{-2}^2 \left[4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^2 \right] dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$$

Maple dasturida ushbu misolning quyidagi ko‘rinishdagi natijasi olinadi.

> **Int(4-x^2,x=-2..2)=int(4-x^2,x=-2..2);**

$$\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}$$

1.5-misol. $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ elips bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang



Yechish. Ellips koordinata o'qlariga nisbatan simmetrikligini hisobga olsak yuqoridagi chizmadagi shtrixlangan yuz izlanayotgan yuzning yarmini tashkil etadi. Shuning uchun uni hisoblab ikkilantirsak ellips bilan chegaralangan figuraning yuzi hosil bo'ladi. Bu yerda x ning qiymati $-a$ dan a gacha o'zgaradi. U holda t ning qiymatini $x = a \cos t$ dan aniqlasak u π dan 0 gacha o'zgaradi. Formulaga asosan ellips bilan chegaralangan figura yuzining yarmi uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{Q}{2} = \int_{\pi}^0 b \sin t (a \cos t)' dt = \frac{ab\pi}{2}$$

Bundan $Q = ab\pi$ ga ega bo'lamiz.

> **-Int(b*sin(t)*a*sin(t),t=Pi..0)=- int(b*sin(t)*a*sin(t),t=Pi..0);**

$$- \int_{\pi}^0 b \sin(t)^2 a dt = \frac{1}{2} b a \pi$$

Hususiyl holda $a=b=R$ bo'lganda oxirgi tenglikdan doiraning yuzini topish formulasi $Q = \pi R^2$ ni hosil qilamiz.

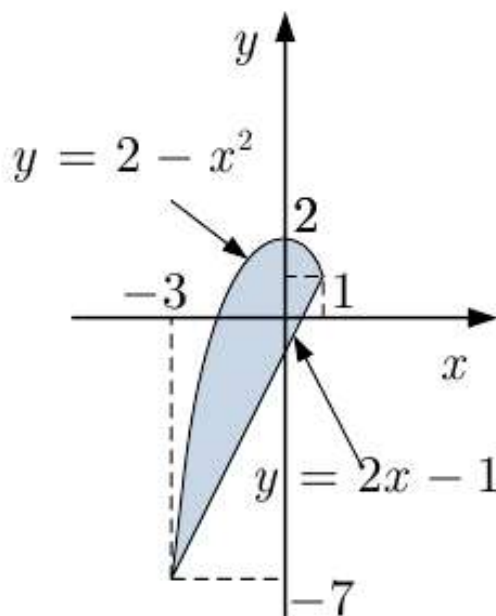
II-bob. KARRALI INTEGRALLARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA HISOBLASH

II.1. Ikki karrali integralni MAPLE amaliy paketida hisoblash

Bitiruv malakaviy ishning ushbu bo‘limida biz ikki karrali integrallar yordamida hisoblanadigan, ya’ni sirt integralining yuzi hisoblanadigan misollarni ko‘rib chiqamiz.

2.1-misol. D soha $y = 2 - x^2$, $y = 2x - 1$ chiziqlar bilan chegaralangan $\iint_D (x - y) dx dy$ ikki karrali integralini hisoblang.

Yechish. Eng avvalo integrallash sohasini topib olamiz, ya’ni sohani quramiz (2.1-rasm).



2.1-rasm. Integrallash sohasi.

Egri shiziqlarning kesishish nuqtasini topamiz. Buning uchun tenlamalar sistemasini yechamiz.

> **solve({y=2-x^2,y=2*x-1},{x,y});**

$\{x = -3, y = -7\}, \{x = 1, y = 1\}$

Shunday qilib, chiziqlarning kesishish nuqtasi $\{x = -3, y = -7\}, \{x = 1, y = 1\}$ iborat ekan. Bundan esa, x o‘zgaruvchining o‘zgarish oralig‘i $x = -3$ dan $x = 1$

gacha, xuddi shuningdek y o'zgaruvchi esa $y = 2x - 1$ funksiyadan $y = 2 - x^2$ funksiya oralig'ida o'zgaradi. Ikki karrali integral mos ravishda berilgan sohada quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\iint_D (x - y) dx dy = \int_{-3}^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy.$$

Maple da integralni hisoblashda **int()** funksiyasidan foydalanamiz hamda berilgan ikki karrali integralni quyidagi ko'rinishda tasvirlaymiz.

> **Int(Int(`(x-y)`, y=2*x-1..2-x^2), x=-3..1)=**

int(int(x-y, y=2*x-1..2-x^2), x=-3..1);

$$\int_{-3}^1 \int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy dx = \frac{64}{15}$$

Javob: $\frac{64}{15}$.

Bu hisoblashda integrallash jarayonini ko'rinmaydi. Birdan natija chiqadi. Integrallash jarayonini ko'rish uchun dastlab ichki integralni hisolash undan so'ng esa tashqi integralni hisoblash kerak bo'ladi.

> **Int(`(x-y)`, y=2*x-1..2-x^2)=int(x-y, y=2*x-1..2-x^2);**

$$\int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy = x(3 - x^2 - 2x) - \frac{(2 - x^2)^2}{2} + \frac{(2x - 1)^2}{2}$$

> **simplify(rhs(%));**

$$x - x^3 + 2x^2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x^4$$

> **Int(%, x=-3..1)=int(%, x=-3..1);**

$$\int_{-3}^1 x - x^3 + 2x^2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x^4 dx = \frac{64}{15}.$$

Ikki karrali integralni Student paketidagi **Doubleint() funksiyasi yordamida hisoblash.**

Maple amaliy dasturlar paketida ikki karrali integralni hisoblaydigan maxsus **Doubleint()** funksiyasi mavjud. Bu student paketini yukagandan so'ng ishga

tushadi va hisoblanayotgan integralning argumenti va o'zgaruvchilarni kiritish orqali integralni hisoblash amalga oshiriladi.

2.2-misol. D soha $y = 2 - x^2$, $y = 2x - 1$ chiziqlar bilan chegaralangan $\iint_D (x - y) dx dy$ ikki karrali integralni hisoblang (1-misolga qarang).

Yechish. 2.2-misolda D soha topilgan uchun ikki karrali integralning ko'rinishi mavjud:

$$\iint_D (x - y) dx dy = \int_{-3}^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy.$$

Doubleint() funksiyasi yordamida ikki karrali integral quyidagicha hisoblanadi va u quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

**> with(student):Doubleint((x-y), y=2*x-1..2-x^2,
x=-3..1): % = value(%);**

$$\int_{-3}^1 \int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy dx = \frac{64}{15}.$$

Natija ham yuqorida aytib o'tgan fikrimizni tasdiqladi.

**Ikki karrali integralni Student[MultivariateCalculus] paketining
MultiInt() funksiyasi yordamida hisoblash.**

Maple paketining so'ngi versiyalarida **Student** paketi o'zida ushbu qism paketlarni **Calculus1**, **LinearAlgebra**, **MultivariateCalculus**, **Precalculus**, **SetColors**, **VectorCalculus** mavjud.

MultivariateCalculus qism paketida yangi **MultiInt()** funksiya yartildi. Bu funksiya yordamida nafaqat integralni hisoblashdagi oxirgi natijani balki **output=steps** opsiyasi yordamida integrallash jarayonini ketma-ketlik ko'rish mumkin. Yudorgi usullarda foydalanilgan misolni yana ko'rib chiqamiz.

2.3-misol. $\iint_D (x - y) dx dy = \int_{-3}^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (x - y) dy$ ikki karrali integralni **MultiInt()**

funksiyasi yordamida hisoblang.

Yechish. Kerakli komandalardan foydalanamiz.

> **with(Student[MultivariateCalculus]);**

> **MultiInt(x-y,y=2*x-1..2-x^2,x=-3..1,output= steps);**

$$\begin{aligned} \int_{-3}^1 \int_{2x-1}^{2-x^2} x-y \, dy \, dx &= \int_{-3}^1 \left(yx - \frac{1}{2} y^2 \right) \bigg|_{y=2x-1}^{2-x^2} dx \\ &= \int_{-3}^1 x(3-x^2-2x) - \frac{(2-x^2)^2}{2} + \frac{(2x-1)^2}{2} dx \\ &= \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - 2x - \frac{x^5}{10} + \frac{(2x-1)^3}{12} \right) \bigg|_{x=-3}^1 \\ &= \frac{64}{15} \end{aligned}$$

Ikki karrali integralni **VectorCalculus paketining **int()** funksiyasi yordamida hisoblash.**

Maple amaliy dasturlar paketida ikki karrali integallarni hisoblashning yana bir usul bu **VectorCalculus** paketning **int()** funksiyasidir. Bu usul hisoblanayotgan integralning aniqlanish sohasi standart ko‘risha bo‘lsa, hisoblash juda ham qulay hisoblanadi hamda aniqlanish sohasini chegaralab turuvchi egri chiziqlar tenglamasini kiritib o‘tirish shart bo‘lmay qoladi.

Integrallashtirishdagi standart sohalarni keltirib o‘tamiz:

1) O‘zining koordinatalari bilan berilgan uchburchak, masalan,

[x,y]=Triangle(<0,0>, <1,0>, <0,1>);

2) to‘g‘ri to‘rtburchak, masalan,

[x,y]=Rectangle(0..Pi/2, 0..Pi/2);

3) aylana, masalan,

[x,y]=Circle(<0,0>,r));

4) ellips, masalan,

[x,y]=Ellipse(x^2/4+y^2/9-1);

5) sektor, masalan,

[x,y]=Sector(Circle(<0,0>,r),0,Pi) yoki

[x,y]=Sector(Ellipse(x^2/4+y^2/9-1), 0,Pi/2);

VectorCalculus paketining **int()** funksiyasi uchun integrallash sohasi umumiy holda quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi. Masalan,

[x,y]=Region(0..1, x^2..x).

2.4-misol. $\iint_D (x-y) dx dy = \int_{-3}^1 dx \int_{2x-1}^{2-x^2} (x-y) dy$ ikki karrali integralni

VectorCalculus paketining **int()** funksiyasi yordamida **[x,y]=Region(,)** foydalanib hisoblang.

Yechish.

> **with(VectorCalculus):**

> **int(x-y, [x,y] = Region(-3..1,2*x-1..2-x^2));**

$$\frac{64}{15}.$$

Bu hisoblash jarayonida faqat oxirgi natijani olamiz. Integralni o‘zi ham integrallashdagi hisoblash ketma-ketligi ham yo‘q.

2.5-misol. $z = x^2 + y^2$, $x + y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ sirtlar bilan chegaralangan jismning hajmini toping.

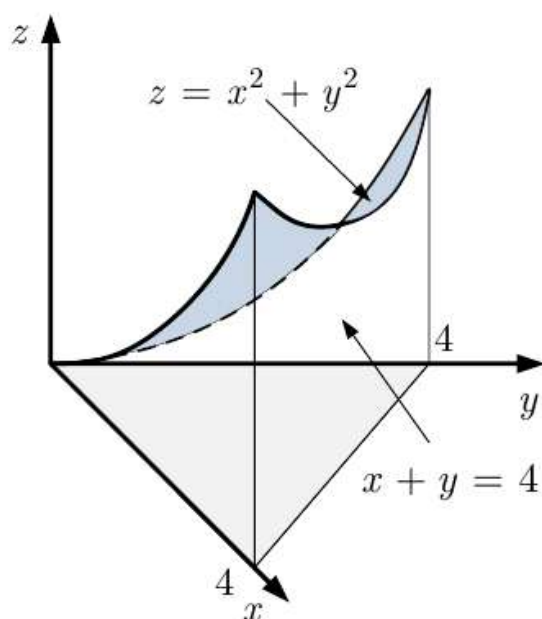
Yechish. Jismning o‘zini (2.2-rasm) va uning Oxy tekisligidagi proyeksiasini quramiz (2.3-rasm).

> **plot3d(x^2+y^2,x=0..4,y=0..4-x,axes=normal,**

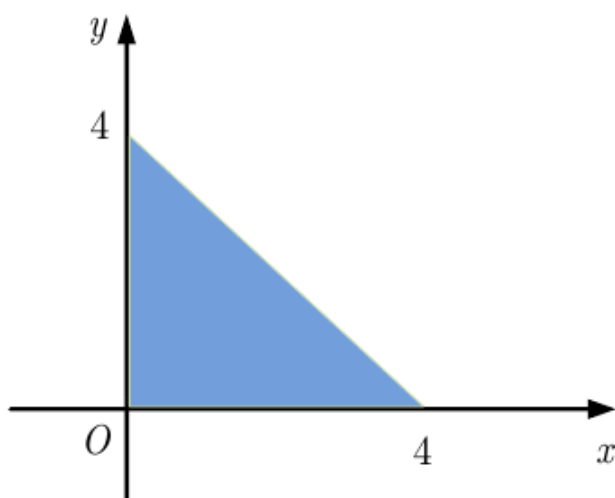
color=grey, filled=true, orientation=[-15,57]);

> **plot(4-x,x=0..4,view=[-2..6,-2..6],axes=normal,**

filled=true, color=grey);



2.2-rasm. Jismning tasviri.



2.3-rasm. Jismning Oxy tekisligidagi proyeksiyasi tasviri.

Shunday qilib, jismning Oxy tekisligidagi proyeksiyasi uchburchakdan iborat ekan, x 0 dan 4 gacha, y esa 0 dan $4 - x$ gacha o'zgaradi ekan. Jism hajmini hisoblash uchun integralni kiritamiz va uni hisoblaymiz.

> **MultiInt(x^2+y^2,y=0..4-x,x=0..4, output=steps):**

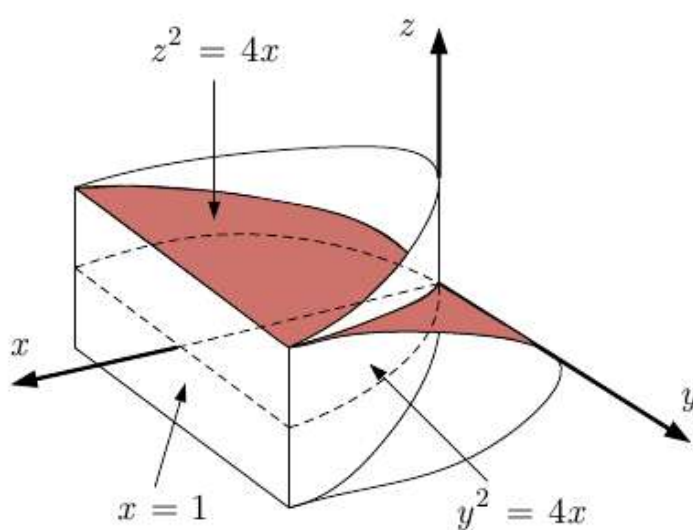
$$\int_0^4 \int_0^{4-x} x^2 + y^2 \, dy \, dx = \int_0^4 \left(x^2 y + \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_{y=0}^{4-x} dx = \int_0^4 x^2 (4-x) + \frac{(4-x)^3}{3} \, dx$$

$$= \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{(4-x)^4}{12} \right) \Big|_{x=0 \dots 4}$$

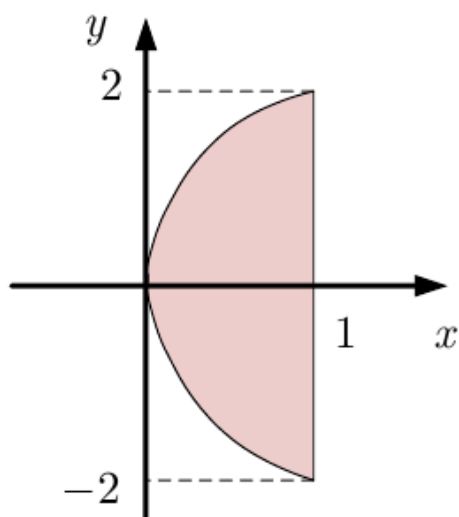
$$= \frac{128}{3}.$$

Natija: $V = \frac{128}{3}.$

2.6-misol. $y^2 = 4x$ silindr va $x=1$ tekislik bilan kesilgan $z^2 = 4x$ sirtning yuzasini hisoblang.



2.4-rasm. Sirt grafigi.



2.5-rasm. Sirt proyeksiyasi.

2.4-rasmda $y^2 = 4x$ silindr va $x=1$ tekislik bilan kesilgan $z^2 = 4x$ sirt tasvirlangan. 2.5-rasmda esa shu sirtning Oxy o'qidagi proyeksiyasi tasvirlangan. Bu proyeksiya $x \in [0;1]$, y esa $-2\sqrt{x}$ dan $2\sqrt{x}$ gacha o'zgaruvchi parabolani ifodalaydi. Sirt yuzasi quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$\sigma = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy.$$

Sirt yuqoridan ham quyidan ham Oxy tekisligi bilan, u holda oldin $z = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x}$ qiymatni yuqori chegaraga quyib hamda integralni 2 ga ko'paytirib integralni hisoblaymiz.

Mapledan foydalanib quyidagilarga ega bo'lamiz.

> **z:=(x,y)->2*sqrt(x): z=z(x,Y):**
 > **with(student):2*Doubleint(sqrt(1+diff(z(x,y),x)^2 +diff(z(x,y),y)^2),**
y=-2*sqrt(x)..2*sqrt(x),x=0..1)= 2*MultiInt(sqrt(1+
diff(z(x,y),x)^2+diff(z(x,y),y)^2), y=-2*sqrt(x)..2* sqrt(x),x=0..1);

$$2 \int_0^1 \int_{-2\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} \sqrt{1 + \frac{1}{x}} dy dx = -\frac{16}{3} + \frac{32\sqrt{2}}{3}$$

Natija: $S = \frac{16}{3}(2\sqrt{2} - 1).$

XULOSA

Bugun ham kelajakda ham ta'lim va ilmiy tadqiqot ishlarida professional matematik paketlardan foydalanishga bo'lgan e'tiborning yanada kuchayishi shubhasizdir. Shu nuqtai-nazardan olganda, ayniqsa, matematika, mexanika, amaliy matematika va informatika, informatsion texnologiyalar, iqtisodiyot, sotsiologiya va boshqa qator mutaxassislik yo'nalishlari bo'yicha shug'ullanuvchilarning professional matematik paketlar bilan ta'minlanish darajasini yuqoriga ko'tarish dolzarb muammolardan biridir.

Ushbu bitiruv malakaviy ish ikkita bobdan iborat bo'lib, uning birinchi bobida integrallarni matematik paketlar yordamida hisoblash deb nomlanib, unda Maple amaliy paketida figuralarni yuzini hisoblash integrallar yordamida hisoblash va shu figura yuzalarni tasvirini hosil qilish ko'rsatilgan. I bobning ikkinchi qismida esa Matlab dasturida aniq integralni, hisoblash matematikasidan keng qo'llaniladigan metodlar yordamida hisoblash jarayonlariga doir misollar keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishning ikkinchi bobi bitiruv malakaviy ishdagi mavzuni o'zida mujassamlashtirgan bo'lib, unda Maple amaliy paketida sirt integralini ikki karrali integral yordamida hisoblash hamda Maple paketi ichidagi qism paketlardagi funksiyalar yordamidagi hisoblashlar misollar yordamida berilgan. Mapleda bu misollar uchun ikki va uch o'lchovli grafiklarini hosil qilingan. Shu bilan bir qatorda Matlab paketida ikki karrali va uch karrali integrallarni hisoblash usullari va hisoblashda ishlatiladigan asosiy funksiyalar keltirilgan. Matlabda M-fayllardan foydalanib, ikki va uch karrali integrallarni hisoblash usullar keltirilgan.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, ushbu bitiruv malakaviy ishda keltirilgan ma'lumotlar har bir o'quvchini befarq qoldirmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Karimov I. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. – T.: “Ma'naviyat”, 2008. – 176 b.
2. Yusupbekov N.R., Muxiddinov D.P., Bazarov M.B., Xalilov A.J. Boshqarish sistemalarini kompyuterli modellashtirish asoslari. O`quv qo`llanma. Navoiy, 2008.
3. Базаров М. Б. Основы системы Mathematica .// Навои. –НГГИ.-2004.
4. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MatLab 7, Maple 9. – М.: ИТ Пресс, 2006.
5. Мироновский Л.А., Петрова К.Ю. Введение в MATLAB. Учебное пособие. СПб., 2006.
6. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. М., Диалог МИФИ, 2004.
7. Ануфриев И., Смирнов А., Смирнова Е. MATLAB 7 в подлиннике. С.-П., БХВ-Петербург, 2005.
8. Кетков Ю., Кетков А., Шульц М. MATLAB 7 программирование, численные методы. БХВ-Петербург, 2005.
9. Чен К., Джиглин П., Ирвинг А. MATLAB в математических исследованиях. М, Мир, 2001.
10. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. М., Горячая линия – Телеком, 2003.
11. Мартынов Н.Н. MATLAB 7: Элементарное введение. КУДИЦ-Образ, 2005г.
12. www.exponenta.ru– Matematik tizimlar haqidagi sayt.
13. <http://www.matlab.ru/>. – MatLab dasturi haqidagi sayt.
14. www.Intuit.ru. Интернет-Университет информационных технологий. Москва.
15. www.edu.uz – O`zbekiston Respublikasi O`liy va o`rta maxsus ta`lim vazirligi maxsus portali.

16. www.Ziyonet.uz - axborot ta'lim tarmog'i.
17. www.exponenta.ru – matematik paketlar haqida ilovalar.
18. www.uzedu.uz. – Xalq ta'limi vazirligi portali.
19. www.tuit.uz – Toshkent axborot texnologiyalari universiteti sayti.