



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Fizika-matematika fakulteti

“Umumiy matematika” kafedrası

BITIROV MALAKAVIY ISHI

**Mavzu: Tekis figuralarda ichki va tashqi chizilgan
aylana mavjudlik shartlari va ular orasidagi
bog'lanishlarni o'rganish**

Bajardi: 5140100-Matematika
ta'lim yo'nalishi 4-kurs “A” guruh
talabasi Sa'diyeva Oygul

Ilmiy rahbar: Majidov Sh A.

Navoiy-2014

MUNDARIJA

Kirish.....	3
1§. Aylana va doira	
1.1. Aylana va doira haqida ma'lumotlar.....	
1.2. Aylana va doiraga doir masalalarni yechish usullari.....	
2§. Uchburchaklar va aylana	
2.1. Uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanish.....	
2.2. Uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanishga doir masalalarni yechish usullari.....	
3§. Ko'pburchaklar va aylana	
3.1. Ko'pburchakka ichki va tashqi chizilgan aylana.....	
3.2. Ko'pburchaklar va aylanaga doir masalalarni yechish usullari.....	
Xulosa.....	28
Foydalanilgan adabiyotlar.....	30

“Kadrlar tayyorlash Milliy dasturining maqsadi – ta’lim sohasini tubdan isloh qilish, uni o`tmishdan qolgan mafkuraviy qarashlar va sarqitlardan to`la xolos etish, rivojlangan demokratik davlatlar darajasida yuksak ma’naviy va axloqiy talablarga javob beruvchi yuqori malakali kadrlar tayyorlash Milliy tizimini yaratishdir.”

Kadrlar tayyorlash Milliy dasturidan.

Kirish

Respublikamizda olib borilayotgan islohotlar tadbirida yuqori malakali mutaxassislarning roli benihoya kattadir. Davlatimiz rahbari I.A.Karimov ta’kidlaganidek, “Biz farzandlarimizning nafaqat jismoniy va ma’naviy sog’lom o’sishi, balki ularning eng zamonaviy intellektual bilimlarga ega bo’lgan, uyg’un rivojlangan insonlar bo’lib, XXI asr talablariga to’liq javob beradigan barkamol avlod bo’lib voyaga yetishi uchun zarur barcha imkoniyat va sharoitlarni yaratishni o’z oldimizga maqsad qilib qo’yganmiz”, bu ulug` ishlar, buyuk vazifalar biz yoshlar ilm olayotgan mo’tabar dargohlarda amalga oshiriladi.

Matematikani o`rganish o`quvchilarning o`z ona tillarida xatosiz so`zlash, o`z fikrini aniq, ravshan va lo`nda qilib bayon eta bilish malakalarini o`zlashtirishlariga yordam berishi kerak. Bu degan so`z o`quvchilarning har bir matematik qoidani o`z ona tillarida to`g`ri gapira olishlariga erishish hamda

ularni ana shu qoidaning matematik ifodasini formulalar yordamida to'g'ri yoza olish qobiliyatlarini atroflicha shakllantirish demakdir;

Bunday bilimlar berish orqali esa o'quvchilarning fazoviy tasavvur qilishlari shakllanadi hamda mantiqiy tafakkur qilishlari yanada rivojlanadi. Bizga ma'lumki, matematika darslarida o'quvchilar o'qishning dastlabki kunlaridanoq mustaqil ravishda xulosa chiqarishga o'rganadilar. Ular avvalo kuzatishlar natijasida, so'ngra esa mantiqiy tafakkur qilish natijasida xulosa chiqaradilar. Ana shu chiqarilgan xulosalar matematik qonuniyatlar bilan tasdiqlanadi.

Matematika o'qituvchisining vazifasi o'quvchilarda mustaqil mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantirish bilan birga ularda matematikaning qonuniyatlarini o'rganishga bo'lgan qiziqishlarini tarbiyalashdan iboratdir.

Matematika kursida olingan nazariy bilimlarni kundalik hayotda uchraydigan elementar masalalarni echishga tadbqiq qila olishga o'rgatish. Bunda asosan o'quvchilarda nazariy bilimlarni amaliyotga bog'lay olish imkoniyatlarini tarkib toptirish, ularda turli sonlar va matematik ifodalar ustida amallar bajarish malakalarini shakllantirish va ularni mustahkamlash uchun maxsus tuzilgan amaliy masalalarni hal qilishga o'rgatiladi.

Mazkur bitiruv malakaviy ishi "Tekis figuralarda ichki va tashqi chizilgan aylana mavjudlik shartlari va ular orasidagi bog'lanishlarni o'rganish" mavzusida bo'lib, o'quvchilarning geometriya darslari jarayonida egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini geometrik masalalarni yechishda qo'llay bilishiga xizmat qiladi degan fikrdamiz. Olingan nazariy bilimlarni amalda qo'llay bilish, o'zlashtirgan bilimlarini masalalarga tadbqiq qila olish shuningdek, o'quvchilarning erkin fikrlash, mustaqillik va ijodiy tashabbus ko'rsatish qobiliyatlarini o'shtirishga va o'z-o'zini rivojlantirishga katta imkon berishini ko'rishimiz mumkin.

Bitiruv malakaviy ishi kirish, uchta paragraf, xulosa va adabiyotlar ro'yxati qismlaridan tashkil topgan.

Birinchi paragrafda aylana va doira haqida toliq ma'lumot berilgan. Aylana va doiraga doir masalalarni yechish usullari ochib beriladi.

Ikkinchi paragrafda esa. Uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanish, uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanishga doir masalalarni yechish usullari haqida so'z yuritiladi.

Uchinchi paragrafda ko'pburchakka ichki va tashqi chizilgan aylana, ko'pburchaklar va aylanaga doir masalalarni yechish usullari tushuntiriladi.

Har bir teoremlar isboti bilan berilib, masalalar bilan mustahkamlanadi.

Xulosa qismida esa mavzu yuzasidan kelib chiqadigan fikrlar, uning qanday darajada ahamiyatliligi aytib o'tiladi.

Bitiruv malakaviy ishi so'ngida foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati keltiriladi.

Mavzu: Tekis figuralarda ichki va tashqi chizilgan aylana mavjudlik shartlari va ular orasidagi bog'lanishlarni o'rganish

1-§. Ayla, doira va ularning xossalari

1.1. Aylana va doira haqida ma'lumotlar

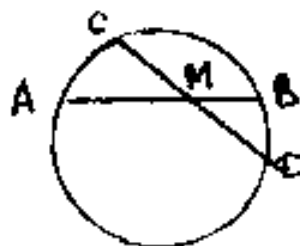
Aylana va doira hamda ularni qismlarining asosiy ta'rifi va xossalarini esda tutish lozim.

1. Aylana va doirani ta'rifi:

Aylana deb, aylana markazi deb ataluvchi nuqtadan bir xil masofadagi nuqtalar to'plamiga aytiladi.

Doira deb, doira markazi deb ataluvchi nuqtadan berilgan masofagacha bo'lgan barcha nuqtalar to'plamiga aytiladi.

Doira aylana va uning ichki nuqtalaridan tashkil topgan.



2. Vatarining ta'rifi va xossalari:

Vatar deb aylananing ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesmaga aytiladi.

Vatarining asosiy xossalari:

- a) diametr vaterni teng ikkiga bo'lib, unga perpendikulyardir.
- b) teng vatarlar aylana markazidan teng uzoqlikda joylashadi va aksincha aylana markazidan teng uzoqlikdagi vatarlar o'zaro teng.
- v) agar ikki vatar M nuqtada kesishsa quyidagi munosabat o'rinli:

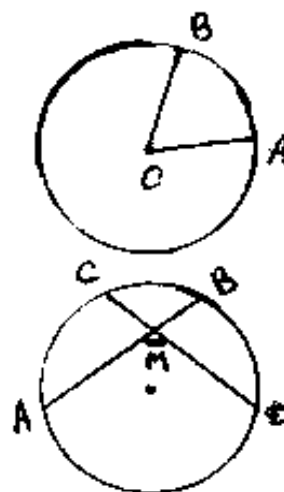
$$AM \cdot MB = CM \cdot MD$$

5. Uzunliklar va yuzalarni hisoblash formulalari.

R radiusli aylana uzunligi: $L = 2\pi R$;

R radiusli doira yuzi: $S = \pi R^2$;

R radiusli aylananing α markaziy burchagiga mos keluvchi yoy uzunligi:



$\ell = R \cdot \alpha$ (α - markaziy burchakni radian o'lchovi);

$$\ell = \frac{\pi R n}{180^\circ} \quad (n^\circ - \text{markaziy burchakni radius o'lchovi});$$

R radiusli doirani α markaziy burchagiga mos keluvchi doira sektori yuzi:

$$S_{\text{sek}} = \frac{R\ell}{2} = \frac{R^2 \cdot \alpha}{2}; \quad S_{\text{sek}} = \frac{\pi R^2 n^\circ}{360^\circ}.$$

R radiusli doirani α yoyiga mos keluvchi segment yuzi:

$$S_{\text{cegm}} = \frac{R^2}{2} (\alpha - \sin \alpha) \quad (\alpha - \text{yoyning radian o'lchovi})$$

$$S_{\text{segm}} = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\pi n^\circ}{180^\circ} - \sin n \right)$$

(n° - yoyning gradus o'lchovi)

6. Aylanaga o'tkazilgan burchaklar:

a) Markaziy burchak o'zi aniqlagan yoy bilan o'lchanadi:

$$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$$

b) Kesishuvchi vatarlar orasidagi burchak, ularga tiralgan yoylar yig'indisini yarmiga teng;

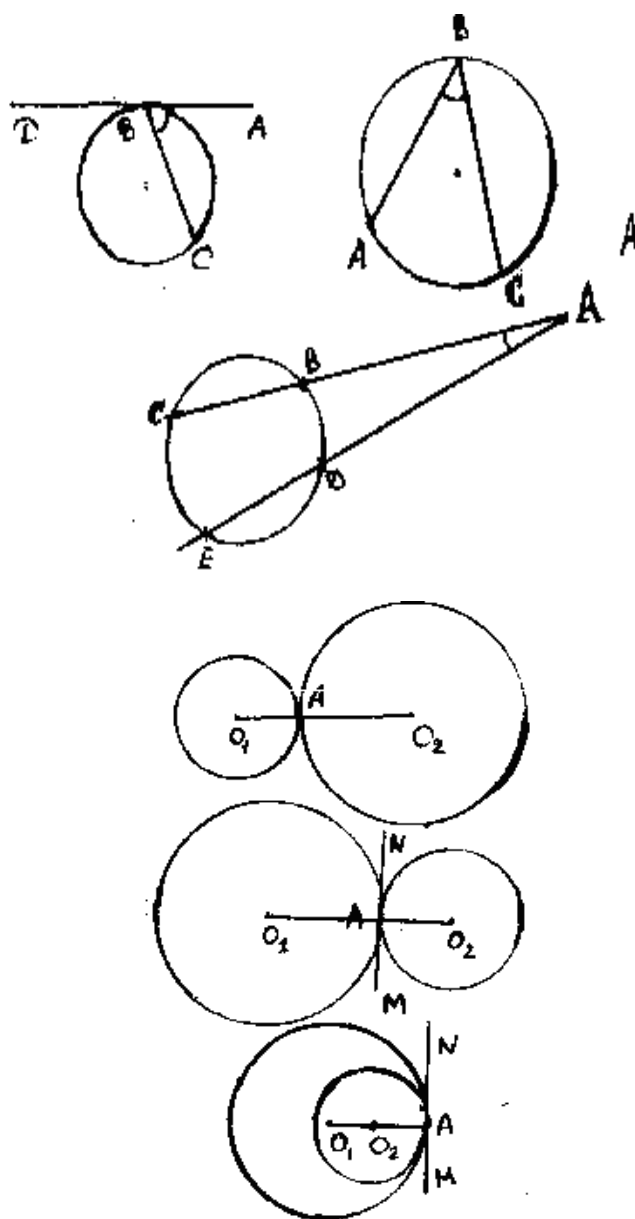
$$\angle AMD = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{CB}). \quad (1)$$

v) Uchi aylanada yotuvchi burchak o'zi aniqlagan yoyni yarmiga teng ;

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC} \quad (2)$$

g) Urinma va vatar orasidagi burchak tomonlari hosil qilgan yoy yarmi bilan

o'lchanadi. $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{BMC}.$



d) Kesishish nuqtasi aylana tashqarisida bo'lgan ikkita kesuvchi orasidagi burchak o'zlari hosil qilgan yo'ylar ayirmasini yarmiga teng:

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \left(\overset{\frown}{CE} - \overset{\frown}{BD} \right)$$

7. Aylanalarni urinishi va kesishish xossalari:

a) Ikki o'rinuvchi aylanalarni markazlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziq o'rinish nuqtasidan o'tadi.

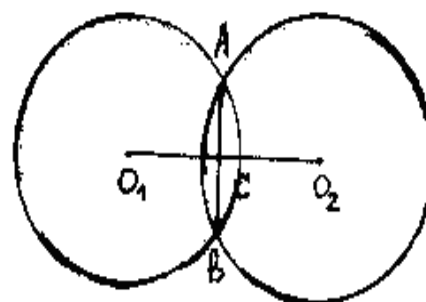
b) Tashqi o'rinuvchi ikki aylana umumiy nuqtasidan o'tuvchi umumiy o'rinma, markazlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar:

$$MN \perp O_1O_2;$$

v) Ichki o'rinuvchi ikki aylana o'rinish nuqtasidan o'tuvchi umumiy urinmamarkazlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar:

$$MN \perp O_1O_2;$$

g) Kesishuvchi ikki aylana kesishish nuqtalaridan o'tuvchi umumiy vatar markazlaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lib, bu to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi:

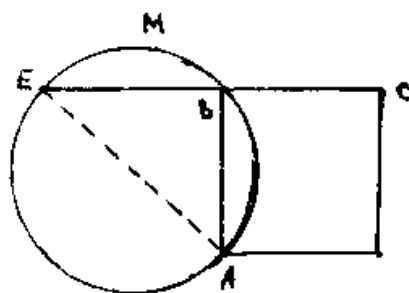


$$AB \perp O_1O_2, AC=CB;$$

1.2. Aylana va doiraga doir masalalarni yechish usullari

1-misol. ABCD kvadratni AB tomoni 1 va u qandaydir aylanani vatari shuningdek kvadratni qolgan tomonlari bu aylanadan tashqarida yotadi.

C uchidan chiquvchi urinma $CM=2$ bo'lsa, $d:\sqrt{10}$ ni hisoblang, bu yerda d –diametr.



Yechish:

Urinmava kesuvchi haqidagi teorema ko'ra

$$CE \cdot CB = CM^2,$$

bundan $CE=4$. Ma'lumki $BE=CE-CB=3$. $\angle ABE=90^\circ$ bo'lganligidan u diametriga tirilganligini aytish mumkin.

Demak,

$$ABE\text{-diametr u holda } ABE^2 = d^2 = BE^2 + AB^2 = 10.$$

$$\text{Bundan } d: \sqrt{10} = 1$$

Javob: 1.

2-misol. Markaziy burchagi 120° ga teng doiraviy sektorga doira ichki chizilgan. Doira radiusi R bo'lsa ichki chizilgan doira radiusini toping.

Yechish:

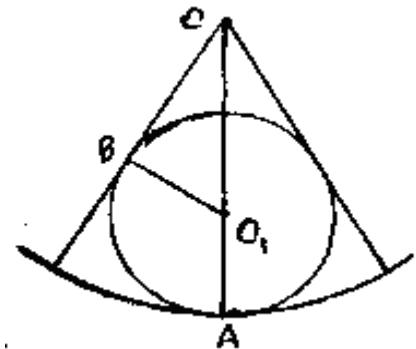
Shartga ko'ra $OA=R$, $\angle BOA=60^\circ$

Ichki chizilgan doira radiusini r desak,

$$O_1A=r, O_1B=r, O_1O=R-r. OO_1B$$

to'g'ri burchakli uchburchakdan

$$O_1B = OO_1 \cdot \sin 60^\circ \text{ yoki } r = \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)$$



$$\text{bu yerdan } r = \frac{R\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}.$$

$$\text{Javob: } \frac{R\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}.$$

3-misol. Doiradan tashqaridagi nuqtadan ikki kesishuvchi o'tkazilgan. Birinchi kesuvchini ikki kesmasi. 47 m tashqi kesmasi 9 m, ikkinchi kesuvchisini ichki kesmasi tashqi kesmasidan 72 m ortiq. Ikkinchi kesuvchi uzunligini toping.

Yechish:

Shartga ko'ra $BS=47$ m, $AB=9$ m; demak $AC=56$ m.

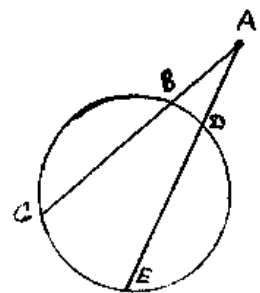
Ma'lumki $AB \cdot AC = 9 \cdot 56 = 504$. Agar $AD=x$ desak, u

holda $DE=x+72$, $AE=2x+72$. Urinmava kesuvchi

haqidagi teorema ko'ra, $AC \cdot AB = AE \cdot AD$, unda

$$x(2x+72)=504 \text{ tenglamani hosil qilamiz.}$$

Bu yerdan $x=6$, shuningdek $\triangle ABE = 84$ m.



Javob: 84m.

4-misol. Radiuslari r ga teng bo'lgan uchta aylana juft-jufti bilan tashqi 'ringan. Bu aylanalarni hosil qilgan egri chiziqli uchburchak yuzasini toping.

Yechish:

O_1, O_2, O_3 – uch kongruent aylanalarni markazlari bo'lsin.

O_1, O_2, O_3 uchburchakni yuzini S_{Δ} deb belgilaylik, $S_{\text{sek}} - OAB$ sektor yuzini belgilaylik u holda izlanayotgan yuza $S = S_{\Delta} - 3 S_{\text{sek}}$ bo'ladi.

O_1, O_2, O_3 uchburchak tomoni $2r$ bo'lgan teng tomonli uchburchak, shuning uchun

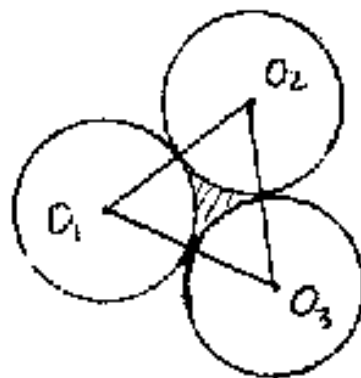
$$S_{\Delta} = r^2 \sqrt{3}$$

sektorni markaziy burchagi 60° teng.

Bundan,

$$S_{\text{sek}} = \frac{\pi r^2}{6} \text{ shuningdek,}$$

$$S = r^2 \sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{r^2}{2} (2\sqrt{3} - \pi) \quad \textbf{Javob: } \frac{r^2}{2} (2\sqrt{3} - \pi)$$



5 – misol. O markazli har xil radiusli ikkita doira berilgan. Kichik doiraga o'tkazilgan urinmani katta doira bilan hosil qilgan kesmasi 32 sm. Agar halqani eni 8 sm bo'lsa katta doira radiusini toping.

Yechish:

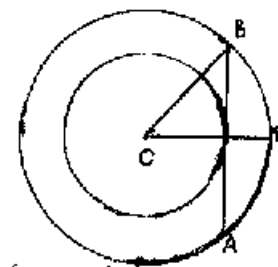
Shartga ko'ra $AB = 32$ sm, $CD = 8$ sm,

Shuningdek $OC \perp AB$. Katta doira radiusini

R desak, u holda OCB to'g'ri burchakli uchburchakdan:

$$OB^2 = OC^2 + CB^2 \text{ yoki } R^2 = (R - 8)^2 + 16^2, R = 20 \text{ sm.}$$

Javob: 20 sm



6 – misol. Umumiy vatarga tiralgan ikki doirani mos yoylari 60° va 120° .

Doiralar yuzalari nisbatini toping.

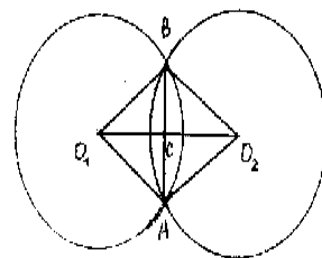
Yechish:

$O_1B = r, O_2B = R$ deb belgilaymiz.

Shartga ko'ra

$$\angle AO_1B = 120^\circ, \angle AO_2B = 60^\circ.$$

Ikki aylana markazlari orasidagi O_1O_2 kesma AB ga perpendikulyar u holda



$$O_1B = \frac{BC}{\sin \angle CO_1B}, \quad r = \frac{2BC}{\sqrt{3}}, \quad O_2B = \frac{BC}{\sin \angle CO_2B},$$

bundan $R = 2BC$, demak $\frac{S_{O_2}}{S_{O_1}} = R^2 : r^2 = 3 : 1$

Javob: 3:1

7- misol. Yoyi 120° , perimetri R bo'lgan segment yuzasini toping.

Yechish: R doira radiusi. Bundan ACB yoyni aniqlaymiz:

$$\overset{\frown}{ACB} = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot 120^\circ = \frac{2}{3}\pi R.$$

AOB uchburchakdan $AB = 2R \sin 60^\circ = R\sqrt{3}$

Shartga ko'ra $AB + \overset{\frown}{ACB} = R$, demak

$$R\sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi R = R, \text{ bundan } R = \frac{3P}{2\pi + 3\sqrt{3}}.$$

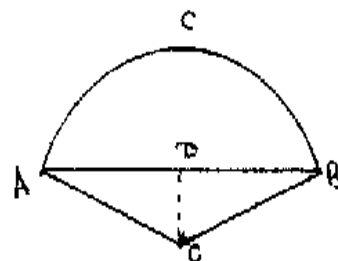
S segmentni yuzi sektorni yuzidan

OAB uchburchak yuzini ayirishdan hosil bo'lgan son bo'ladi.

Shuning uchun

$$S = \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{R^2\sqrt{3}}{4}.$$

Javob: $\frac{3P^2(4\pi - 3\sqrt{3})}{4(2\pi + 3\sqrt{3})^2}$



8 – misol. Radiuslari R va r bo'lgan ikki aylana tashqi urinadi. Nuqtalari orasidagi kesmasini toping.

Yechish:

M nuqtadan ikki MD va MA urinmalar o'tadi.

urinmaning xossaligidan $MD=MA$ o'z-o'zidan

$$MD=MB$$

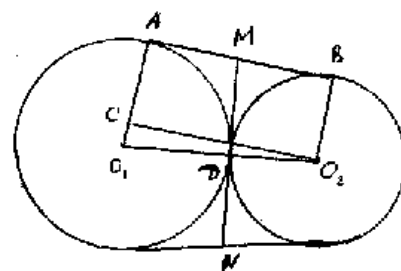
demak,

$$MN = 2MD = AM + MB \text{ ni topish uchun } AB \text{ ga parallel } O_2C \text{ ni o'tkazamiz.}$$

O_1O_2C uchburchakdan

$$O_2C = AB, \quad O_1O_2 = R + r, \quad O_1C = R - r \text{ tengliklardan quyidagi}$$

$$AB = \sqrt{(R + r)^2 - (R - r)^2} \text{ umumiy urinma kelib chiqadi.}$$



2-§. Uchburchaklar va aylana

2.1. Uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanish

Quyidagilarni esda tutish kerak:

1. Aylanaga ichki va tashqi chizilgan uchburchaklar.

Hamma uchlari aylanada yotuvchi uchburchak **aylanaga ichki chizilgan uchburchak** deyilib, aylana esa **uchburchakka tashqi chizilgan aylana** deyiladi.

Uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi uchburchak tomonlari o'rta perpendikulyarlari kesishgan nuqtasidan iborat. Bundan ko'rinadiki, to'g'ri burchakli uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi gipotenuzada yotadi.

Tomonlari aylanaga o'rinuvchi uchburchak **aylanaga tashqi chizilgan uchburchak** deb atalib, aylana esa uchburchakka **ichki chizilgan aylana** deyiladi.

Uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi uchburchak bissektisalari kesishish nuqtasidan iborat. Teng tomonli uchburchakka tashqi va ichki chizilgan aylanalar markazi ustma-ust tushadi.

2. Uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi R quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$R = \frac{abc}{4S}, \quad R = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{b}{2\sin\beta} = \frac{c}{2\sin\gamma};$$

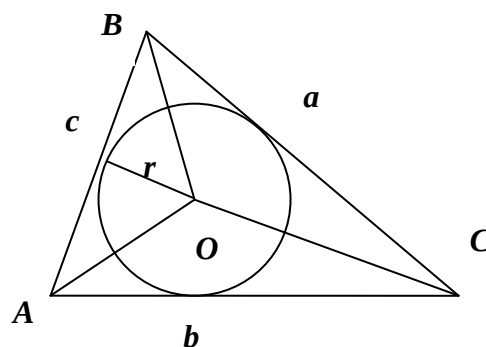
bu yerda a, b, c – uchburchakning tomonlari; α, β, γ – uchburchakning mos ravishda a, b, c tomonlari qarshisidagi burchaklari, S_{Δ} – uchburchak yuzi.

Isbot. R uchun formula chiqaramiz. Biz bilamizki, $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$ bunda

α -uchburchakning a tomoni qarshisidagi burchak. O'ng qismning surat va maxraji bc ga

ko'paytirib hamda $\frac{1}{2}bc\sin\alpha = S$ ekanini

hisobga olib, $R = \frac{abc}{4S}$ ekani kelib chiqadi.



r uchun formula chiqaramiz. ABC uchburchakning yuzi OAB, OBC, OCA uchburchaklar yuzlarining yig'indisiga teng:

$$S = \frac{1}{2}cr + \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br.$$

Bundan

$$S = \frac{1}{2}r(a+b+c), \quad r = \frac{2S}{a+b+c} \text{ kelib chiqadi.}$$

Eslatma. To'g'ri burchakli uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi gipotenuzani yarmiga teng:

$$R = \frac{c}{2}.$$

2. Uchburchakka ichki chizilgan aylana

3. radiusi r quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$r = \frac{S_{\Delta}}{P}, \quad r = \frac{1}{\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}},$$

bu yerda $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ uchburchakni yarim perimetri h_a, h_b, h_c

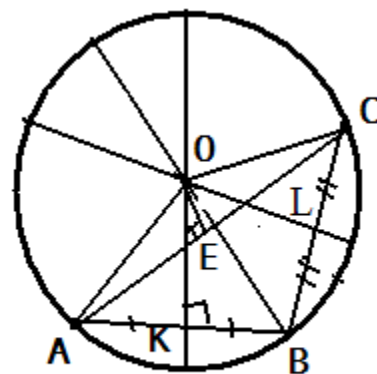
uchburchakni a, b, c tomonlariga tushirilgan balandliklari.

Teorema.. Har qanday uchburchakka yagona tashqi aylana chizish umkin.

Isbot. Ixtiyori ABC uchburchak berilgan bo'sin. A, B va C nuqtalardan o'tuvchi yagona aylana chizish mumkin ekanini ko'rsatishimiz lozim.

ABC uchburchak AB tomonining o'rtasini K bilan, BC tomonini o'rtasini L bilan belgilaymiz.
(2.1 rasm)

Bu nuqtalardan mos tomonlarga perpendikulyar o'tkazamiz va ularning kesishish nuqtasini O bilan belgilaymiz. OK va OL mos ravishda AB hamda BC tomonlarga o'rta perpendikulyar bo'lgani uchun OA=OB va



2.1-rasm

$OB=OC$. Shuning uchun $OA=OC$, ya'ni ABC uchburchakning uchlari O nuqtadan bir xil uzoqlikda yotar ekan.

$$OA=OB=OC=R$$

Demak, ABC uchburchakka markazi O nuqtada va radiusi $R=OA$ bo'lgan tashqi aylana chizish mumkin ekan.

Agar markazi O va radiusi $R=OA$ bo'lgan aylana chizsak, u A, B va C nuqtalardan o'tuvchi aylana bo'ladi.

AOC teng yonli uchburchak bo'lgani uchun AC tomoning o'rtasini O bilan tutashtiruvchi OE kesma AC ga o'rta perpendikulyar bo'ladi.

Teorema. Har qanday uchburchakka yagona ichki aylana chizish umkin.

Isbot. Ixtiyoriy ABC uchburchak berilgan bo'lsin, uning tomonlariga urinuvchi yagona ichki aylana chizish mumkin ekanligini ko'rsatamiz.

Uchburchak A va B burchaklarining AD va BE bissektrissiyalarini o'tkazamiz. Bu bissektrissalar biror O nuqtada kesishsin.

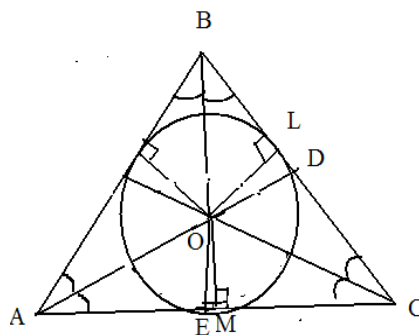
O nuqtadan uchburchak tomonlariga OK , OM va OL perpendikulyarlar o'tkazamiz.

Ma'lumki burchak bissektrissasining ixtiyoriy nuqtasidan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng. Shuning uchun $OK=OM$ va $OK=OL$. Bunda $OM=OL$.

Markazi O nuqtada va radiusi $r=OK$ bo'lgan aylana chizamiz. Bu aylana albatta M, L nuqtalardan ham o'tadi.

Aylananing OK, OM va OL radiuslari mos ravishda AB, AC va BC tomonlariga perpendikulyar bo'lgani uchun aylana uchburchakning uchala tomoniga ham urinadi. Demak, u ichki chizilgan aylana bo'ladi.

Biz ichki aylana chizish mumkin ekanini ko'rsatdik. Endi bunday aylana faqat bitta bo'lishini ko'rsatamiz. Buning uchun biz uchburchakning uchinchi bissektrissasi ham O nuqtadan o'tishini ko'rsatishimiz kerak.



2.2 chizma

OC kesmani o'tkazishimiz va u C burchakning bisektrissasi ekanini ko'rsatamiz. Haqiqatdan ham $\triangle CLO$ va $\triangle CMO$ o'zaro teng. Chunki bu uchburchaklar to'g'ri burchakli, ularning OL va OM katetlari teng va OC gepotenuzalari umumiy.

Bu uchburchakning tengligidan $\triangle OCL = \triangle OCM$ kelib chiqadi.

2.2. Uchburchaklar va aylana orasidagi bog'lanishga doir masalalarni yechish usullari

1-misol. Uchburchakni yuzi 10 sm^2 , unga tashqi chizilgan aylana diametri 16 sm. Uchburchak tomonlari uzunliklari ko'paytmasini toping.

Yechish:

a, b, c – uchburchak tomonlari; R – tashqi chizilgan aylana radiusi. Shartga ko'ra $2R = 16 \text{ sm}$, $S_{\triangle} = 10 \text{ sm}^2$.

$$R = \frac{abc}{4S_{\triangle}} \quad \text{formuladan} \quad abc = 4S_{\triangle}R = 320 \text{ cm}^3 \quad \textbf{Javob: } 320 \text{ cm}^3$$

2 – misol. 120° li teng yonli uchburchak yuzini toping. Bu yerda ichki chizilgan aylana radiusi $\sqrt{12}$.

Yechish:

Shartga ko'ra $\angle ACB = 120^\circ$, $OD = r = \sqrt{12}$
 $AC=BC=x$ deb olsak, ma'lumki

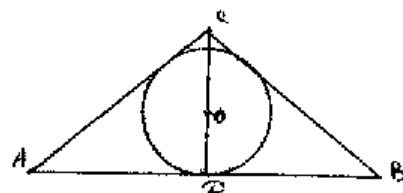
$$\angle ACD = \angle BCD = 60^\circ, AD = AC \sin 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

demak $AC = x\sqrt{3}$. Avval x ni topamiz.

ABC uchburchakni yuzini topishni quyidagi ikki yuza formulasidan:

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \sin 120^\circ = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4};$$

$$S_{\triangle} = p \cdot r = \frac{1}{2} (2AC + AB) \cdot r = \frac{1}{2} (2x + x\sqrt{3}) \sqrt{12}.$$



Ushbu tenglamadan $\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{x}{2}(2+\sqrt{3}) \cdot \sqrt[4]{12}$ noma'lum x ni topamiz:

$$x = 2(2+\sqrt{3}) \cdot \sqrt[4]{4/3}.$$

U holda $S_{\Delta} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = 2(7+4\sqrt{3}) \text{ cm}^2.$

Javob: $2(7+4\sqrt{3}) \text{ sm}^2.$

3 – misol. Asosi 12 sm va balandligi 8 sm bo'lgan teng yonli uchburchakka aylana ichki chizilgan. Unga asosga parallel urinma o'tkazilgan. Tomonlar bilan chegaralangan o'rinmaning kesmasini uzunligi necha sm.

Yechish: Shartga ko'ra $AB = 12 \text{ sm}$, $CD = 8 \text{ sm}$.

Ko'rinib turibdiki,

$$AC = BC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ sm}.$$

Ichki chizilgan aylana radiusi r ni aniqlaymiz.

Ma'lumki,

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} (2AC + AB) \cdot r = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

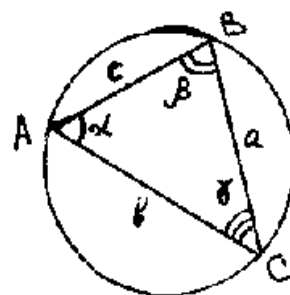
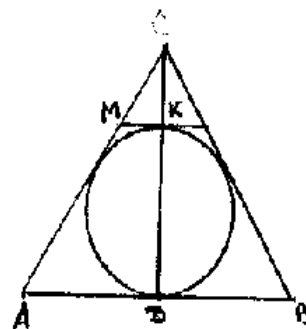
bu yerdan $r = 3 \text{ sm}$ ekanligi kelib chiqadi.

U holda $CK = CD - 2r = 2 \text{ sm}$.

MNC va ABC uchburchaklarning o'xshashligidan:

$MK:AB = CK:CD$, bundan

$$MK = \frac{CK}{CD} \cdot AB = 3 \text{ sm.} \quad \textbf{Javob: } 3 \text{ sm}.$$



4 – misol. Radiusi R bo'lgan aylanaga, ikki burchagi

α va β bo'lgan uchburchak ichki chizilgan. Uchburchak yuzini toping.

Yechish:

$$\text{Sinuslar teoremasidan } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

Bu yerdan $a = 2R \sin \alpha$, $b = 2R \sin \beta$. ABC uchburchakning yuzini

quyidagi formuladan topamiz:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} ab \sin (180^{\circ} - \alpha - \beta) = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin (\alpha + \beta).$$

Javob: $2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin (\alpha + \beta).$

5 –misol. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchagi α . Ichki va tashqi chizilgan aylana radiuslari nisbatini toping.

Yechish:

r, R - ichki va tashqi chizilgan aylana markazi.

U holda AOD uchburchakdan

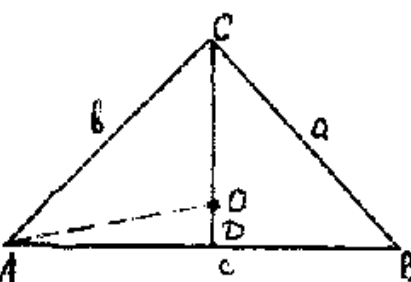
$$OD = r = AD \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Tashqi chizilgan aylana radiusi R quyidagi formula bilan topiladi:

$$R = \frac{c}{2 \sin \gamma} = \frac{c}{2 \sin (180^{\circ} - 2\alpha)} = \frac{c}{2 \sin 2\alpha}.$$

Izlanayotgan nisbat

$$\frac{r}{R} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha$$



$$\textbf{Javob: } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha$$

6 – misol. Uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi 4 sm. Tomonlaridan biri aylanaga urinish nuqtasida 6 sm, 8 sm, bo'laklarga bo'lingan. Uchburchakni qolgan ikki tomonini toping.

Yechish.

$AD = 6$ sm, $CD = 8$ sm bo'lsin. ABC uchburchakni AC va BC tomonlarini aniqlash uchun $EB = BF = x$, shuningdek $AE = AD = 6$ sm, $CF = CD = 8$ sm

ekanidan foydalanish mumkin.

Buning uchun uchburchakni yuzini topishishining quyidagi ikki formulasidan foydalanamiz:

$$S_{\Delta} = p \cdot r$$

$$\text{va } S_{\Delta} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)},$$

R – uchburchakni yarim perimetri, shunga ko'ra

$$P = \frac{1}{2} (AE + AD + DC + CF + FB + BE) = \frac{1}{2} (28 + 2x) = 14 + x.$$

Navbatdagi tenglamani hosil qilamiz:

$$4(14 + x) = \sqrt{(14 + x) \cdot x \cdot 6 \cdot 8}$$

bu yerdan $x = 7$ sm, u holda $AB = ABE + x = 13$ sm, $BC = CF + x = 15$ sm.

Javob: 3 sm, 15 sm.

7 – misol. Tomoni a ga teng, teng tomonli uchburchakka doira ichki chizilgan.

Bu doiraga va berilgan uchburchak tomonlariga o'rinuvchi yana uchta doira ichki chizilgan va bu jarayon cheksiz davom ettirilgan. Barcha ichki chizilgan doiralar yuzasi yig'indisini toping.

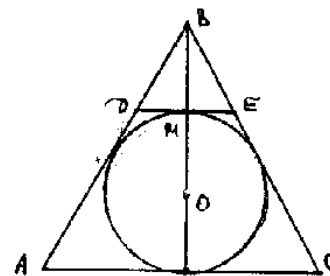
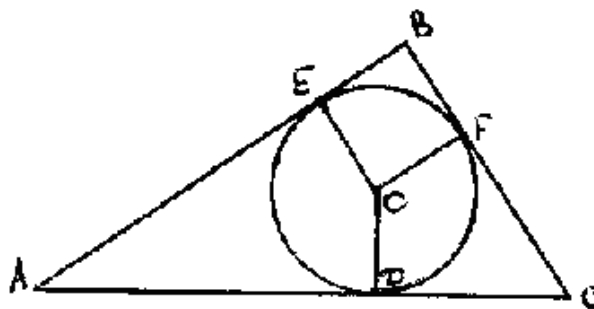
Yechish.

Birinchi ichki chizilgan doira markazi $BN = h$ balandlikni

$BO : ON = 2 : 1$ nisbatda bo'ladi. Aniqki, MN – diametr $\frac{2}{3}h$ va demak

$BM = \frac{1}{3}h$. Ikkinchi doira balandligidan uch barobar kichik, DBE uchburchakka

ichki chizilgan $r_1 = O_1M$ desak, $r = ON = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.



Agar S , O markazli doiraning yuzi bo'lsa $S = \frac{\pi a^2}{12}$, u holda O_1 markazli doira yuzasi $S_1 = \frac{1}{3^2} S$.

Bunday doiralar uchta, shuning uchun umumiy yuza $Q_1 = \frac{1}{3} S$.

Xuddi shunday davom etuvchi keyingi uchta doira umumiy yuzasi

$Q_2 = \frac{1}{3^2} Q_1 = \frac{1}{3^3} S$ va xokazo cheksiz sonlar yig'indisini hosil qilamiz:

$$S + Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = S + \frac{1}{3} S + \frac{1}{3^3} S + \frac{1}{3^5} S + \dots$$

Bu ketma-ketlik ikkinchi hadidan boshlab cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyani beradi (birinchi hadi $b_1 = \frac{1}{3} S$ va maxraji $q = \frac{1}{3^2}$). Bu progressiyani yig'indisi

$$\frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3} S}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{8} S, \text{ u holda izlanayotgan yuza } S + \frac{3}{8} S = \frac{11}{8} S = \frac{11}{96} \pi a^2.$$

$$\text{Javob. } \frac{11}{96} \pi a^2.$$

Natija. Uchburchakning tomonlariga o'rta perpendikulyar bir nuqtada tashqi chizilgan aylananing markazida kesishadi.

3-§. Ko'pburchaklar va aylana

3.1. Ko'pburchakka ichki va tashqi chizilgan aylana

Esda tutish lozim bo'lgan asosiy ta'rif va xossalari:

1. Ichki va tashqi chizilgan ko'pburchaklar ta'rifi:

Ta'rif. Uchlari aylanada yotuvchi ko'pburchak **aylanaga ichki chizilgan ko'pburchak**, aylana esa **ko'pburchakka tashqi chizilgan aylana** deyiladi.

Tomonlari aylanaga o'rinnuvchi ko'pburchak **aylanaga tashqi chizilgan ko'pburchak**, aylana esa **ko'pburchakka ichki chizilgan aylana** deyiladi.

2. Muntazam ko'pburchaklar ta'rifi va xossalari:

Ta'rif. Hamma tomonlari va hamma burchaklari teng qavariq ko'pburchak **muntazam ko'pburchak** deyiladi.

Teorema. Har qanday muntazam ko'pburchakka tashqi va ichki aylana chizish mumkin va bu aylanalarning markazlari ustma-ust tushadi.

Isbot. Muntazam ko'pburchak uchburchak va to'rtburchak bo'lganda teorema o'rinli ekanini ko'rish mumkin. Har qanday uchburchakka ichki va tashqi aylanalar chizish mumkinligini isbot qilganmiz. Markazlarining ustma-ust tushishi esa teng tomonli uchburchakda bissektrisa ham medianasi, ham balandlik bo'lishidan kelib chiqadi. Chunki tomonlarining o'rta perpendikulyarlari bissektisalar bilan ustma-ust tushadi. Muntazam to'rtburchak kvadratdir. Kvadratning diagonallari o'zaro teng vakesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi. Shuning uchun markazi diagonallarining kesishish nuqtasida bo'lgan va radiusi diagonalning yarmiga teng aylana kvadratga tashqi aylana bo'ladi.

Markazi diagonallarining kesishish nuqtasida bo'lgan va radiusi kvadrat tomonining yarmiga teng aylana kvadratga ichki aylana bo'ladi. (3.1-chizma)

Teoremani muntazam n burchak uchun isbotlaymiz. Ko'pburchakning uchlari $A, B, C, D, \dots, Q$ nuqtalar bulsin. (3.2-chizma). α - ko'pburchakning burchagi.

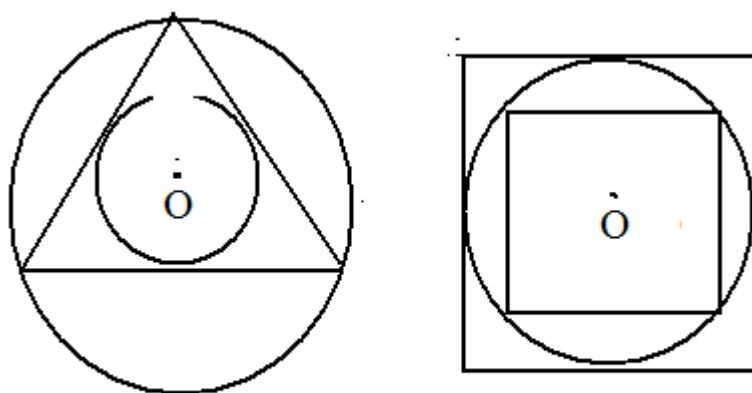
Ko'pburchak A va B uchlaridan burchaklarining bissektisalarini o'tkazaylik.

Bu bissektisalar O nuqtada kesishsin. Hosil bo'lgan AOB uchburchak teng yonli uchburchak, chunki uning asosidagi burchaklar o'zaro teng va ko'pburchak

burchaklarining (α ning) yarmiga teng. O nuqtadan ko'pburchakning C uchiga OC kesma o'tkazamiz. $\triangle BOC$ va $\triangle AOB$ o'zaro teng.

Ularda $AB=BC$ muntazam ko'pburchak tomoni bo'lgani uchun OB umumiy tomon va $\angle OBA = \angle CBA$. Ikki tomoni va ular orasidagi burchaklari tengdir: $\triangle BOC = \triangle AOB$. Xuddi shu usul bilan $\triangle BOC = \triangle COD$ ekanini isbot qilish mumkin. Natijada $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \dots \triangle QOA$ -teng uchburchaklarni hosil qilamiz. Bu uchburchaklarning yon tomonlari o'zaro teng.

Markazi O nuqtada va radiusi OA gat eng aylana chizamiz. Bu muntazam



3.1 chizma

ko'pburchakka tashqi chizilgan aylana bo'ladi.

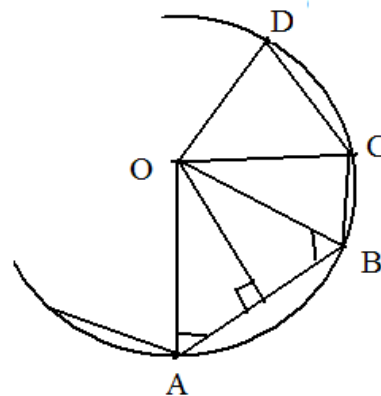
Ichki chizilgan aylana hosil qilish uchun $\triangle AOB$ ning O uchidan AB tomonga OE balandlik o'tkazamiz. Markazi O nuqtada va radiusi OE gat eng aylana ko'pburchakka ichki chizilgan aylana bo'ladi.

Teoremani muntazam n burchak uchun isbotlaymiz.

Ko'pburchakning uchlari A, B, C, D, ..., Q nuqtalar bulsin. (chizma). α -ko'pburchakning burchagi.

Ko'pburchak A va B uchlaridan burchaklarining

bissektrisalarini o'tkazaylik. Bu bissektrisalar O nuqtada kesishsin.



3.2 chizma

Hosil bo'lgan AOB uchburchak teng yonli uchburchak, chunki uning asosidagi burchaklar o'zaro teng va ko'pburchak burchaklarining (α ning) yarmiga teng. O nuqtadan ko'pburchakning C uchiga OC kesma o'tkazamiz. $\triangle BOC$ va $\triangle AOB$ o'zaro teng.

Ularda $AB=BC$ muntazam ko'pburchak tomoni bo'lgani uchun OB umumiy tomon va $\angle OBA = \angle CBA$. Ikki tomoni va ular orasidagi burchaklari tengdir: $\triangle BOC = \triangle AOB$. Xuddi shu usul bilan $\triangle BOC = \triangle COD$ ekanini isbot qilish mumkin. Natijada $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \dots \triangle QOA$ -teng uchburchaklarni hosil qilamiz. Bu uchburchaklarning yon tomonlari o'zaro teng.

Markazi O nuqtada va radiusi OA gat eng aylana chizamiz. Bu muntazam ko'pburchakka tashqi chizilgan aylana bo'ladi.

Ichki chizilgan aylana hosil qilish uchun $\triangle AOB$ ning O uchidan AB tomonga OE balandlik o'tkazamiz. Markazi O nuqtada va radiusi OE gat eng aylana ko'pburchakka ichki chizilgan aylana bo'ladi.

Tomoni n ga teng muntazam ko'pburchakni S_n yuzi, R_n perimetri, tashqi va ichki chizilgan aylanalar radiuslari R va r larni bog'lovchi formulalar:

$$S_n = \frac{1}{2} P_n \cdot r; \quad S_n = n \cdot r^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}; \quad S_n = \frac{1}{2} n R^2 \sin \frac{360^\circ}{n};$$

$$a_n = 2R \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}; \quad a_n = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}; \quad r = R \cos \frac{180^\circ}{n}.$$

3. To'rtburchaklar va aylanalar haqida teoremlar:

Teorema. Qavariq to'rtburchakka ichki aylana chizish uchun uning qarama-qarshi tomonlari yig'indisi tengdir.

Isbot. ABCD to'rtburchak aylanaga tashqi chizilgan to'rtburchak bo'lsin (a-chizma).

$$AB+CD=BC+AD.$$

To'rtburchak tomonlarining aylana bilan urinish nuqtalarini mos ravishda E, F, L, N bilan belgilaylik. Aylana tashqarisidagi nuqtadan o'tkazilgan urinmalarning o'zaro tengligidan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$AE=AN, BE=BF, CL=CF, DL=DN.$$

Bu tegnliklarning chap va o'ng tomonlarini mos ravishda qo'shib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$AE+BE+CL+DL=AN+BF+CF+DN.$$

(3.3- chizma).

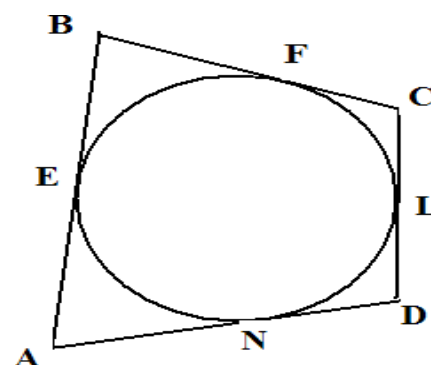
Ammo

$$AE+BE=AB, \quad CL+DL=CD,$$

$$AN+DN=AD. \text{ va } BF+CF=BC.$$

Demak,

$$AB+CD=BC+AD. \text{ Teorema isbot qilindi.}$$



3.3 chizma

Natijalar:

1) parallelogramlar ichida faqat rombgga ichki aylana chizish mumkin: uning markazi diagonallari kesishgan nuqtasi bo'ladi.

trapetsiyaga ichki aylana chizish mumkin bo'ladi, qachonki uning yon tomonlari yig'indisi asoslari yig'indisiga teng bo'lsa.

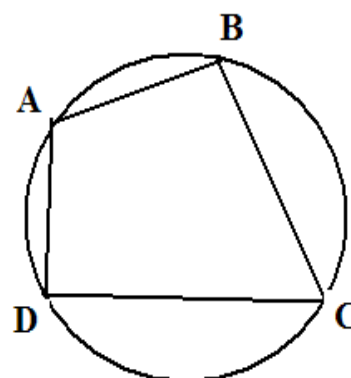
Teorema. Qavariq to'rtburchakka tashqi aylana chizish uchun uning qarama-qarshi burchaklari yig'indisi 180^0 ga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Isbot. ABCD to'rtburchakda $\angle A + \angle C = 180^0$ ekanini isbotlaymiz.

Teoremaning isboti aylanaga ichki chizilgan burchakni o'lchash usulidan kelib chiqadi.

Ma'lumki, ichki chizilgan burchak o'zi tiralgan yoyning yarmi bilan o'lchanadi

(3.4-chizma). To'rtburchakning qarama-qarshi burchaklari α va β tiralgan yoylar aylananing to'la yoyini beradi. Aylana to'la yoyining yarmi esa 180^0 teng. Shuning uchun $\alpha + \beta = 180^0$, ya'ni $\angle A + \angle C = 180^0$



3.4 chizma

Natijalar:

- 1) barcha parallelogramlar ichida faqat to'g'ri to'rtburchakka tashqi aylana chizish mumkin.
- 2) trapetsiyalar ichida faqat teng yonli trapetsiyaga tashqi aylana chizish mumkin.

Esda tutish foydali:

Ptolomey teoremasi: Ichki chizilgan to'rtburchakda diagonallar ko'paytmasi uning qarama-qarshi tomonlari ko'paytmalari yig'indisiga teng.

Ichki aylana chizish mumkin bo'lgan teng yonli trapetsiya balandligi, uning asoslarini o'rta geometrigi bo'ladi: $h^2 = a \cdot b$

3.2. Ko'pburchaklar va aylanaga doir masalalarni yechish usullari

1- misol. Agar teng yonli trapetsiyani katta asosi a , kichik asosi bilan yon tomoni 120° burchak hosil qilsa, unga ichki chizilgan doira yuzini toping.

Yechish:

DK = h desak, $h = 2r$ bo'ladi,

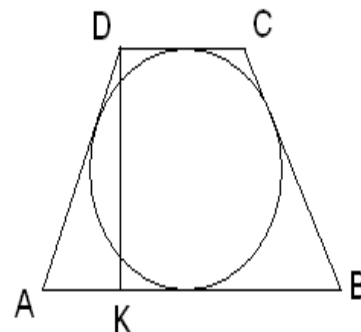
bu yerda r – ichki chizilgan doira radiusi.

ADK uchburchakdan

$$AK = h \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{\sqrt{3}} \text{ ni topamiz.}$$

$$DC = AB - 2AK = a - \frac{2h}{\sqrt{3}}$$

$$AD = BC = \frac{h}{\cos 30^\circ} = \frac{2h}{\sqrt{3}}$$



3.5 chizma

Trapetsiyaga aylana ichki chizilganligidan

$AB + DC = AD + BC$, h ni aniqlash tenglamasini hosil qilamiz:

$$2a - \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{4h}{\sqrt{3}}, \quad 2a = \frac{4h}{\sqrt{3}} + \frac{2h}{\sqrt{3}}, \quad \frac{3h}{\sqrt{3}} = a$$

$$\text{Demak, } h = \frac{\sqrt{3}a}{3}, \text{ u holda } r = \frac{\sqrt{3}a}{6}. \text{ Izlanayotgan yuza } \frac{\pi a^2}{12}.$$

Javob: $\frac{\pi a}{12}$.

2 – misol. Asoslari 2 va 14, yon tomoni 10 bo‘lgan teng yonli trapetsiyaga tashqi chizilgan aylana radiusini toping.

Yechish:

Shartga ko‘ra $AB = 14$, $DC = 2$, $BD = AD = 10$. Ko‘rinib turibdiki,

$$AM = NB = \frac{1}{2}(AB - DC) = 6,$$

$$AN = AB - NB = 8.$$

u holda Pifagor teoremasiga ko‘ra

$$CN = \sqrt{BC^2 - NB^2} = 8, AC = \sqrt{AN^2 + NC^2} = 8\sqrt{2}.$$

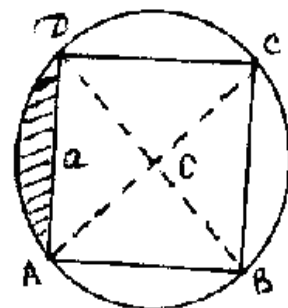
ABCD trapetsiyaga tashqi chizilgan aylana o‘z navbatida ABC uchburchakka ham tashqi chizilganligini e‘tiborga olamiz. R – aylana radiusi bo‘lsin.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CN = 56$$

ekanligidan, R ni osongina topish mumkin.

Javob: $R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S_{\triangle ABC}} = 5\sqrt{2}$

3 – misol. Tomoni a ga teng kvadratga aylana tashqi chizilgan. Kvadrat tomoni va aylana hosil qilgan segment yuzini toping.



Yechish:

3.6 chizma

Rasmdan ko‘rinadiki, $\angle ACD = \frac{\pi}{2}$, $AC = 2R = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

bundan

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

U holda segment yuzi quyidagi formula bilan topiladi:

$$S_{\text{segm}} = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{a^2 (\pi - 2)}{8}.$$

$$\text{Javob: } \frac{a^2 (\pi - 2)}{8}$$

4 – misol. Rombni yuzi Q va ichki chizilgan doira yuzi S bo'lsa, romb burchaklarini toping. Natijani $Q = 8$, $S = \pi$ da toping.

Yechish:

Rasmdan quyidagiga ega bo'lamiz

$$\sin \angle BAD = \frac{BE}{AB} = \frac{MN}{AB} = \frac{2r}{a}$$

Shartga ko'ra $MN \cdot AD = Q$,

bundan

$$2ar = Q \text{ va } S = \pi r^2.$$

Bu tenglamalardan r va a ni topish mumkin. Biz $\frac{r}{a}$ nisbatni topishimiz kerak.

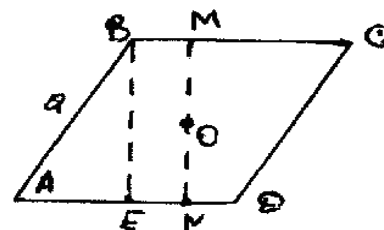
$$\frac{\pi r}{2a} = \frac{S}{Q} \text{ dan } \frac{r}{a} = \frac{2S}{\pi Q}$$

demak,

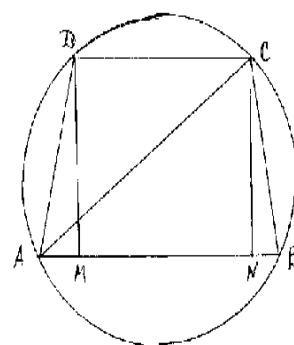
$$\angle BAD = \arcsin \frac{4S}{\pi Q}, \quad Q = 8, \quad S = \pi \text{ bo'lganda}$$

$$\angle BAD = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ$$

$$\text{Javob: } 30^\circ$$



3.7 chizma



3.6 chizma

5 – misol. Tomoni a ga teng muntazam oltiburchakka aylana ichki chizilgan va aylana tashqi chizilgan. Bu aylanalar hosil qilgan halqa yuzasini toping.

Yechish:

Tashqi chizilgan aylana radiusi R ni $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ formuladan topamiz

$n = 6$ da $R = a$.

$$\text{U holda ichki chizilgan aylana radiusi } r = R \cos \frac{180^\circ}{n} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Bundan halqa yuzi $S = \pi (R^2 - r^2) = \frac{\pi a^2}{4}$ ekanligini ko'rish mumkin.

Javob: $S = \frac{\pi a^2}{4}$

6–misol. Teng yonli trapetsiyaning balandligi h , yon tomoni tashqi chizilgan aylana markazidan α burchak ostida ko'rinadi. Trapetsiyaning yuzini toping.

Yechish: Chizmadan ko'rinadiki, $\angle BAC$ burchak ichki chizilgan burchak ekanligidan BC yoyni yarmi bilan o'lchanadi,

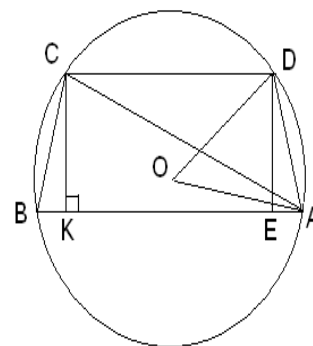
demak, $\angle BAC = \frac{\alpha}{2}$

$$AB = AK + KB, DC = AK - AE = AK - KB,$$

$$AK = h \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \text{ Bularga ko'ra izlanayotgan yuza:}$$

$$S = \frac{1}{2} (AB + DC) h = AK h = h^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

Javob: $S = h^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$



3.7 chizma

7 – misol. Doiraga muntazam $2n$ – burchak ichki, muntazam n – burchak tashqi chizilgan. Bu ko'pburchaklar yuzalari farqi Q ga teng. Doira radiusini toping.

Yechish:

$$\text{Ichki chizilgan muntazam } 2n \text{ – burchakni yuzi } n \cdot R^2 \sin \frac{180}{n}.$$

Tashqi chizilgan muntazam n – burchakni yuzi

$$S = n \cdot R^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{180}{n} \text{ ga teng.}$$

Shartga ko‘ra $n \cdot R^2 \cdot \left(\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} - \sin \frac{180^\circ}{n} \right) = S$ bu yerdan izlanayotgan R ni

qiymatini topamiz. **Javob:** $R = \sqrt{\frac{S}{n \left(\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} - \sin \frac{180^\circ}{n} \right)}}$.

Xulosa

“Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”da shaxsni rivojlantirishga berilgan juda katta e’tiborning boisi shundaki, faqat shaxsning kamoloti uning intellektual zakovatigina jamiyat taraqqiyotining omili bo’la oladi. Shaxsdagi intellektual zakovat esa yaxshi tashkil etilgan ta’lim-tarbiya jarayonidagina uyg’onishi, taraqqiy etishi va shaxs kamolotini ta’minlashi mumkin. O’qituvchi o’quvchilarning intellektual imkoniyatlarini maksimal ishga solish yo’lini izlab topishi lozim.

Ushbu bitiruv malakaviy ishini bajarish mobaynida ta’lim metodlaridan: evristik va muammoli ta’lim metodlarini, ulardan foydalanishning qulaylik tomonlarini o’rganib chiqdim. Har bir metodni malakaviy amaliyot davrida darslarda qo’llab, misollar orqali yoritib berildi (jumladan, aynan shu metodlar yordamida dars senariysi yoritildi va dars konspekti ko’rsatib o’tildi).

“Masalani yechishda evistik va muammoli yondashish” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishini yozishim jarayonida men bir qancha qo’shimcha adabiyotlar bilan tanishib chiqishimga to’g’ri keldi. Bu mening ta’lim jarayonida o’quvchilar bilan olib boradigan ishlarimda juda katta yordam beradi deb o’ylayman.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bitiruv malakaviy ishi natijalaridan umumta’lim maktab matematika o’qituvchilari, akademik litsey va kasb - hunar kolleji o’qituvchilari keng foydalanishi mumkin hamda “Matematika o’qitish metodikasi” ta’lim yo’nalishi talabalariga ham, ayniqsa yuqori kurs talabalariga bu ish matematika o’qitish metodikasi darslarida shu mavzuni tushunishlariga yordam beradi degan umiddamiz.

Shu bilan birgalikda institutni bitirib maktabga matematika fanidan dars beradigan o’qituvchilarga ham metodik qo’llanma sifatida juda yaxshi yordam beradi degan umiddamiz.

“Masalani yechishda evristik va muammoli yondashish” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishini bajarish jarayonida umumta’lim maktab 8-sinf

darslarida evristik va muammoli ta'lim metodining tadbiri o'rganib chiqildi. Bunda "Kvadrat tenglama" mavzusi evristik va muammoli ta'lim yordamida yoritildi.

Bu bitiruv malakaviy ishining ahamiyati shundan iboratki, yig'ilgan ma'lumotlardan akademik litsey va kasb-hunar kollejlari o'qituvchi, o'quvchilari va matematikani chuqur o'rganishni xoxlovchi talabalar uchun ma'lumot bazasi bo'lib qolishi mumkin.