ӨЗБЕКСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҲАЛЫҚ БИЛИМЛЕНДИРИЎ МИНИСТРЛИГИ

ӘЖИНИЯЗ АТЫНДАҒЫ НӨКИС МӘМЛЕКЕТЛИК ПЕДАГОГИКА ИНСТИТУТЫ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТЫЎ МЕТОДИКАСЫ ТӘЛИМ БАҒДАРЫ

КУРС ЖУМЫСЫ

ТЕМАСЫ: DELPHI ОРТАЛЫҒЫНДАӘПИЎАЙЫ ИТЕРАЦИЯ УСЫЛЫ МЕНЕН ТЕҢЛЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫН ШЕШИЎШИ ДӘСТУР ДУЗИЎ

ОРЫНЛАҒАН: 2"Ж" ТОПАР ТАЛАБАСЫ ГАНИЕВА

НӨКИС – 2015

Кирисиў

Математика - ең әййемги пәнлерден бири. Ол инсан цивилизациясының дәслепки дәўиринде әмелият зәрүрлигинен пайда болды. Қурылыс, жер участкасы майданларын өлшеў, навигация, саўда есаплаўлары, мәмлекетти басқарыў-арифметикалық әмеллерди орынлаўды ҳәм белгили бир геометриялық көриниске ийе болыўды талап ететуғын еди.

Кейинирек математика илимий билимлар комплексиниң қурамы сыпатында қатаң логикалық системаға айланды. Тәбияттаныў, инсанның әмелий барлық зәрүрликлери математиканың алдына жаңа мәселелерди қоятуғын ҳәм оның раўажланыўына хызмет ететуғын еди. Өз нәўбетинде математиканың раўажланыўы математикалық усыллардың нәтийжелилигин асырды, олардың қолланылыў шеңберин кеңейтти ҳәм буның менен илим ҳәм техниканың улыўма раўажланыўына жәрдем етти.

Инсан цивилизациясының түрли тараўларында ҳәм түрли ўақытларында математиканың роли түрлише болған.

XX әсирдиң орталарында электрон-есаплаў машиналары ның (ЭЕМ) жаратылыўы, өз әҳмийетине көре инсаният тарийхында ерисилген ең жоқары техникалық жетискенликлерден бири деп есаплаў мүмкин. Соның менен бирге олардың арнаўлы спецификалық ролин айтып өтиў зәрүр. Егер, әпиўайы машиналар инсанның мийнет ислеўи процесинде физикалық имканиятларын кеңейтсе, ЭЕМ тийкарында математикалық усыллардың кең қолланылыўы жаңа нәтийжели усылларының жаратылыўына ҳәм олардың әмелий ислерде қолланылыўына алып келди. Есаплаў машиналары мийнет өнимдарлығын асырыўдың, ислеп шығарыўды жәнеде раўажландырыўдың, басқарыўды күшейтиўдиң жаңа имканиятларын ашып берди.

Пән-техника ҳәм барлық халык хожалығын кең көлемде математикаластырыў процеси улыўма айтқанда 50-жылларда ЭЕМ ниң жаратылыўы ҳәм тез жетилистирилиўи нәтийжесинде басланды. Ол ЭЕМ базасында математикалық усылларди халык хожалығы мәселелерин шешиўге қолланылыўы менен басланған сораўлардың кең шеңберин өз ишине алатуғын заманагөй әмелий математиканың пайда болыўына алып келди. Заманагөй әмелий математика төрт тийкарғы элементтен турады: математикалық моделлар ҳәм моделлесстириў, есаплаў алгоритмлери ҳәм санлы усыллар, электрон есаплаў машиналары, программаластырыў ҳәм ЭЕМ ди математикалық тәмийнлеў.

Ҳәзирги ўақытта әмелий математика жәрдеминде ЭЕМ лерди қолланып әмелий мәселелерди шешиў процеси есаплаў эксперименти деп аталады. Ол төмендеги бөлимлерден ибарат:

1. Изертлеў объекти
2. Объекттиң математикалық моделин дүзиў
3. Санлы усыллар (Есаплаў алгоритми)
4. Программаластырыў
5. ЭЕМ де есаплаўлар орынлаў.
6. Есаплаў нәттийжелерин анализлеў ҳәм моделге өзгерислер киритиў.

Дәслеп изертленип атырған объектти басқарыўшы тийкарғы нызамлар тәрийпленеди ҳәм математикалық модель дүзиледи, яғный басқарыўшы тийкарғы нызамлар теңлеме яки олардың системалары (алгебралық, дифференциаль, интеграл) көринисинде болады. Бул үйренилип атырған процесс тийкарғы қәсийетлери ҳәм өзгешеликлериниң тилинде жазылыўына айтылады.

Белгили әпиўайыластырыўларға, идеалластырыўға тийкарланған математикалық модель объекттиң дәл сүўретлениўи емес, ал оның жуўық сүўретлениўи. Бирақ реал объектти оған сәйкес модель менен алмастырыў нәтийжесинде сол моделди үйрениў мәселесин математикалық мәселеге алып келиў ҳәм анализлеў ушын объекттиң конкрет қәсийетлерине байланыслы болмаған универсал математикалық аппараттан пайдаланыў имканияты туўылады. Математика факт ҳәм бақлаўлардың кең орталығын жалғыз усыл менен сүўретлеўге, оларды терең анализлеўге, түрли жағдайларда объект өзин қандай тутыўын , яғный кейинги бақлаўлар нәтийжесин болжаўға имкан береди. Болжаў баркулла қыйын мәселе ҳәм өзин ақлаған болжаўлар ҳәр бир пәнде мақтаныўға тийкар болады.

Математикалық моделди дүзиў ҳәм тексериў қурамалылығы үйренилип атырған объекттиң қурамалылығына байланыслы. Математикалық моделлер механика, физика, астрономияда, яғный материя ҳәрекетиниң әпиўайы формалары үйренилетуғын пәнлерде әзелден нәтийжели қолланылып келмекте. Математика ―анық пәнлер‖ қатарына киретуғын бул пәнлердиң ―тили‖не айланды.

Есаплаў эксперименти реал экспериментке салыстырғанда, бир қатар артықмашылықларға ийе. Ол бирқанша арзан ҳәм түсиникли. Көпшилик жағдайларда есаплаў эксперименти реал эксперимент нәтийжелерин тереңирек түсиниўге, оларды теория менен салыстырыўға жәрдем береди.. Көпшилик есаплаў эксперименти келеси экспериментлерди планластырыў ҳәм олардың нәтийжелерин болжаў ушын, кейинги әўлад экспериментал қурылмаларын проектлеў ҳәм олардың оптимал ислеў режимлерин анықлаў ушын әмелге асырылады. Есаплаў эксперименти космос киби үлкен сандағы натурал экспериментлерди орынлаўы қыйын, яки улыўма мүмкин болмаған қурамалы объектлерди үйрениўде теңи табылмайтуғын усыл.

ЭЕМ - тек есаплаў экспериментиниң техникалық базасы болып қалмай, олар усының менен бир ўақытта реал экспериментлердиң әҳмийетли элементи. Көпшилик тәбийий-илимий экспериментал ҳәм олардың нәтийжелерин дизимге алыў усылларын автоматластырыўдың жоқары дәрежеси қысқа ўақытта жүдә үлкен көлемли информацияны алыўға имкан береди. Усы информацияны түсиндириў ушын қурамалы математикалық қайта ислеў керек болады.

Кейинги ўақытлары ЭЕМ лердиң жәмийет раўажланыўына көрсеткен үлкен тәсири нәтийжесинде компьютерлерди пайдаланыўшы илим тараўлары биригип информатика пәнин пайда етти. Информатика сөзи французлардың informatique сөзинен алынған болып, ол 60 жылларда пайда болды. Ҳәзирги ўақытта информатика пәни информацияларды қайта ислеў жеткизип бериўдиң теориялық ҳәм технологиялық мәселелерин үйрениўши пән ретинде әмелий математиканыда өз ишине алады. Оның раўажланыўы төмендеги басқышлардан ибарат болды

1) 1985 – Әмелий математика жоқары оқыў орынларында енгизилди.
2) 1990 – Информатика мектеплерде 9 класстан баслап оқытылды.
3) Бизиң ўақтымызда тийкарғы пәнлерге айланды.

Заманагөй информациялық технологиялар – есаплаў ҳәм информациялық технологиялар базасында информациялық усылларды кең қоллана отырып информацияны алыўдың ҳәм қолланыўдың қураллары ҳәм усылларының жыйыны есапланады.

Заманагөй көзқарастан информатиканы илим ретинде де, әмелий пән ретинде де халық хожалығы тараўы ретинде де қараўға болады.

Илим – жәмийетлик аң сферасы болып оның функциясы – ақыйқатлық ҳаққында объектив билимлерди келтирип шығарыў ҳәм теориялық жақтан систематастырыў есапланады.

Информатика (илим ретинде) – фундаменталь тәбий илим болып, информацияның дүзилиси ҳәм қәсийетлерин үйрене отырып соның менене бирге инсан хызметиниң түрли тараўларындағы информацияларды жыйнаў, сақлаў, излеў, жеткерип бериў ҳәм қайта ислеў, түрлендириў ҳәм қолланыў мәселелерин үйрениўши илим есапланады.

Информатика (тәбий пән) – себеби жәмийетлик,биологиялық ҳәм инженерлик системаларда информацияларды қайта ислеў нызамлары бирдей болады.

Информатика (фундаментальная илим) – себеби информация түсиниги ҳәм оны қайта ислеў процесслери жәмийетлик характерге ийе.

Теңлемелерди санлы шешиў усыллары

Теңлемелер математика тарийхында, оның идеялары ҳәм усылларының раўажланыўында үлкен роль ойнайды. Соның менен бирге олар бүгинги күнде де үлкен қызығыўшылық туўдырады, себеби теориялық ҳәм әмелий мәселелерде тез-тез ушырап турады.

Теңлемелерди шешиўдиң талқылаў ушын ажыратылған алгоритмлери түрли идеяларға тийкарланған болып, олардың ҳәр бири сәйкес абзаллықларға ийе.

Математиканың мектеп курсында коренлери белгили формулалар менен табылатуғын сызықлы ҳәм квадрат теңлемелер үйрениледи. Үшинши ҳәм төртинши дәрежели теңлемелерди шешиў ушында формулалар бар, бирақ олар бирқанша қурамалы ҳәм әмелде қолланыў ушын қолайсыз. Биз тийкарғы мақсеттен узақласпаў ушын сол формулаларды
келтирмеймиз ҳәм оларды талқылаўға тоқталмаймыз.

Сызықлы ҳәм квадрат теңлемелерди шешиў усыллары ҳәтте әййемги грекларге белгили болған. Үшинши ҳәм төртинши дәрежели теңлемелердиң шешими XV әсир италян математиклери Ш.Ферро, Н.Тарталья, Ж.Кордано, Л.Феррарилар тәрепинен табылды.

Буннан кейин бесинши ҳәм оннан жоқары дәрежели теңлемелердиң коренлерин табыў формуласын излеў дәўири басланды. Онда көплеп белгили математиклер қатнасты. Қатты, бирақ нәтийжесиз урыныўлар 300 жыл даўам етти ҳәм XIX әсирдиң 20-жылларында норвег математиги Н.Абель тәрепинен жуўмақланды. Ол бесинши ҳәм оннан жоқары дәрежели улыўма теңлемелер радикалларда шешилмейтуғынын дәлиллеп берди.

n-дәрежели улыўма теңлеме

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+a_n=0,\ a_n\neq 0 \quad (1)$$

ниң шешими $n\geq 5$болғанда оның коэффициентлери арқалы арифметикалық әмеллер ҳәм корень шығарыў жәрдеминде анлатыў мүмкин емес. Егер биз алгебралық болмаған теңлемелерди қарасақ, мәселе және де қурамаласады. Бунда кем ушырайтуғын жағдайлардан басқа барлық анық аңлатпа табыў мүмкин болмайды.

Мысал ретинде ең әпиўайы x=cosx (2) теңлемени аламыз. Шеп ҳәм оң тәрепте турған функциялардың графигин сызамыз. 1-сызылмадан, олар x=c (0<c<1) болғанда кесилисетуғыны көринеди. Бул c сан (2) теңлемениң корени болады, бирақ бул корень ушын формула шығарыў мүмкин емес.

Формулалар "ислемегенде" оларға жүдә әпиўайы жағдайларда ғана исениў мүмкин болғанда универсал есаплаў алгоритмлери әҳмийетке ийе. Қаралып атырған математикалық мәселени шешиўдиң бир қатар алгоритмлери белгили. Егер теңлеме

f(x)=0 (3)

көринисте жазылса, онда тийисли алгоритмлер f(x) функцияниң көринисине ҳеш қандай шәрт қоймайды, тек оның үзликсизлиги, дифференциалланыўшылығы ҳәм т.б. ларға уқсас базыбир қәсийетлерге ийе екенлигин келтиреди. Биз үш алгоритм менен танысамыз.

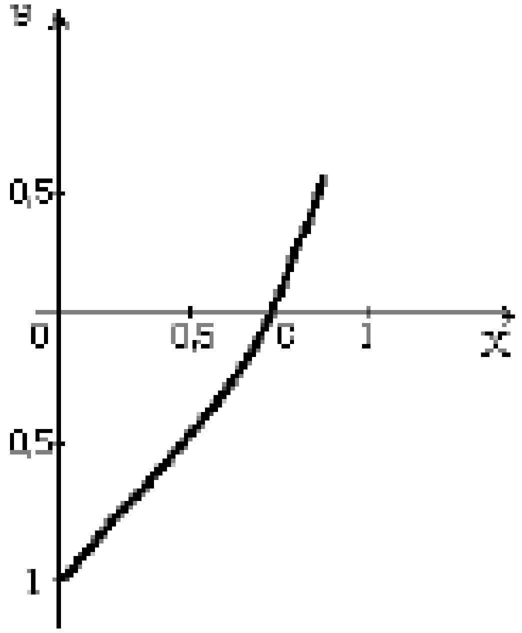
Бирақ олардың сүўретлениўине ҳәм тийкарланыўына өтиўден алдын теңлемелерди сыпаты жағынан тексериўдиң базы бир улыўма мәселелерин қараймыз. Теңлемелерди шешкенде көбинесе олар коренлерге ийеме, егер коренлерге ийе болса, онда олар шама менен кай жерде жайласқанлығын әўелден билиў керек.

$$ax^2+bx+c=0 \qquad (4)$$

квадрат теңлемени қараймыз. Егер оның $D=b^2-4ac$ дискриминанты есапланса ҳәм оң екенлиги анық болса, онда төмендегише жуўмақ шығарыў мүмкин. (4) - теңлеме еки ҳақыйқый коренге ийе. Олардан бири $x_0=-\frac{b}{2a}$ точкадан шеп жақта, екиншиси оң жақта жайласқан. Бул әпиўайы жағдай. Бизиң жуўмағымыз коренлер формуласына, яғный

мәселениң анық шешимине тийкарланған. Теңлемелерди таяр жуўап болмаған жағдайларда тексериўге үйрениў буннан әҳмийетлирек. 1-сызылмаға қараң. Онда [0,1] кесиндиде үзликсиз ҳәм кесинди ушларын түрли мәнислер:

$f(0)<0, f(1)>0$ қабыл ететуғын базыбир $f(x)$ функция сүўретленген. График қағаздан қәлемди алмай сызыў мүмкин болған сызықтан ибарат. Сызық $y<0$ төменги ярым тегисликке өтиўи керек. Бунда y x көшеринен —секирип‖ өте алмайды, яғный базыбир $x=c$ точкада әлбетте кесип өтиўи керек. Сол точкада $f(x)$ функция нолге айланады, яғный c сан (3) теңлемениң корени болады.



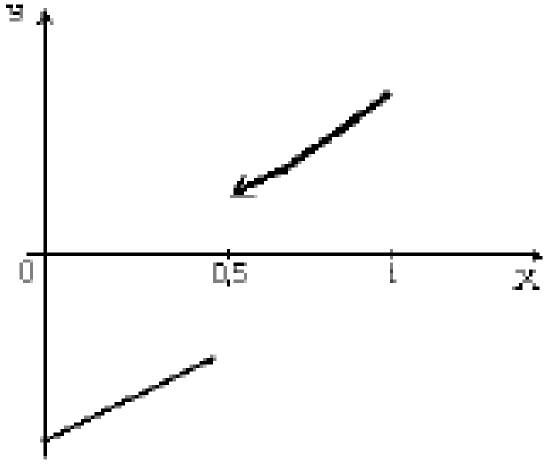
1-сызылма

Биз тиккелей талқылаў жүргиздик, енди нәтийжени теорема көринисинде аңлатамыз. Үзликсиз функция корениниң бар екенлиги ҳаққында теорема. Егер $f(x)$ функция $[a,b]$ кесиндиде үзликсиз ҳәм оның ушларында ҳәр түрли мәнислер қабыл етсе, онда

2-сызылма

сол кесиндиде (3) теңлемениң хеш болмағанда бир корени бар.

Теорема теңлеме шешиминиң бар екенлигине кепиллик берсе де, оның коренлери санын анықлаўға имкан бермейди. 2-сызылмада мысал сыпатында теореманың шәртин қанаатландыратуғын ҳәмде қаралып атырған кесиндиде төрт коренге ийе болған функция графиги келтирилген. [a,b] кесиндиниң барлық точкаларында f(x) функциянинг үзликсизлигин талап етиў әҳмийетли. Кеминде бир үзилис точкасы бар болғанда теорема орынлы болмай қалады.



3-сызылма

Тийисли мысал 3-сызылмада көрсетилген. Онда биз [a,b] кесиндиниң ушларында ҳәр түрли мәнислер қабыл ететуғын, бирақ коренлерге ийе болмаған үзликли функция графигин көремиз. Келтирилген теорема бар екенлик теоремалари деп аталатуғынлар қатарына киреди. Түрли математикалық мәселелерди шешиў мүмкинлиги шәртлерин беретуғын бундай теоремалар жүдә көп. Бул китапта биз олардан базылары менен танысамыз. Бар екенлик теоремаларының дәлиллерин еки түрге бөлиў мүмкин. Тиккелей изленген шешимди көриў усылына тийкарланған конструктив дәлиллер бар. Олар қаралып атырған мәселениң шешимин пайда етиўди талап ететуғын әмелий математикада әсиресе жүдә үлкен әҳмийетке ийе. Соның менен бирге бар екенлик теоремаларының конструктив болмаған дәлиллери де тез-тез ушырап турады. Көбинесе олар керисинше келтириўге тийкарланған болады, логикалық жуўмақлар шынжыры шешим бар болыўы мәжбүр, болмаса қарама-қарсылық келип шығатуғынлығын көрсетеди. Дәлили конструктив болмаған характердеги теоремаға мысал сыпатында жоқары алгебраның тийкарғы теоремасын келтириў мүмкин. Ол ҳәр бир (11) алгебралық теңлеме ҳеш болмағанда бир улыўма айтқанда бир комплекс коренге ийе екенлигин тастыйықлайды.

Биринши мысал сыпатында және (2) теңлемеге қайтсақ. Оны дәслеп (3) теңлеме көринисинде:

f(x)=x-cosx=0

жазып аламыз. f(x)=x-cosx функция [0,1] кесиндиде үзликсиз, оның ушларында ҳәр түрли

f(0)=-1<0 , f(1)=1-cos1>0

мәнислерге ийе. Буннан дәрҳәл [0,1] кесиндиде (12) теңлемениң ҳеш болмаса бир корени бар екенлиги келип шығады. Дәслеп бул жуўмаққа биз математикалық көз-қарастан әҳмийетли болмаған геометриялық пикирлер жәрдеминде келген едик. Енди бул жуўмақ-келтирилген теореманың туўрыдан-туўры нәтийжеси. Биз теорема коренлериниң улыўма санын анықлап бере алмайтуғынын айтып өттик. Бирақ бул жағдайда оны қосымша тексериўлер жәрдеминде аңсат орынлаў мүмкин. Бунының ушын f(x) функцияның туўындыларын есаплаймыз:

f 1(x)=1+sinx

Өзгериўши x тың бизди қызықтырған областы [0,1] де бул туўынды оң. Демек f(x) функция [0,1] кесиндиде монотон өсиўши ҳәм тек бир коренге ийе болыўы мүмкин.

Екинши мысал сыпатында қәлеген n-тақ дәрежели (11) алгебралық теңлемени қараймыз. Теңлемениң шеп тәрепин $P_n(x)$ пенен белгилеймиз ҳәм $P_n(x)$ функция пүтин санлар көшеринде үзликсиз екенлигин айтып өтемиз. Көпағзалының белгиси x тың модули бойынша жеткиликли үлкен мәнислеринде оның бас ағзасы a_0x_n белгиси мас түседи. n ниң тақлығынан белги оң ҳәм тақ x лар ушын түрлише болады. Бул қәлеген тақ дәрежели алгебралық көпағзалы ҳеш болмағанда бир ҳақыйқый коренге ийе екенин тастыйықлаўға имкан береди. Жуўмақ жуп дәрежели теңлемелер ушын орынлы емес, буған мына

$x2+1=0$ жүдә әпиўайы теңлеме мысалында аңсат көриў мүмкин. Бирақ олар ушын келтирилген теорема жәрдеминде басқа нәтийжени шығарыў мүмкин. Агар қәлеген n-жуп дәрежели

алгебралық теңлемеде a0 ҳәм an коэффициентлериниң белгиси қарама-қарсы болса, онда бул теңлеме ҳеш болмағанда бир терис ҳәм оң коренге ийе.

Анықлық ушын $a_0>0$, $a_n<0$ дейик. Онда x тың модули бойынша үлкен мәнислеринде $P_n(x)$ көпағзалы оның бас ағзасы a0xn менен бирге оң мәнислер қабыл етеди. Сондайақ x=0 болғанда көпағзалы терис мәнис қабыл етеди: $P_n(0)=a_n<0$. Буннан талап етилген тастыйықлаў келип шығады. Бул мысалларда теңлемелерди сыпаты жағынан тексериў усылы менен танысқаннан соң олардың коренлерин есаплаў ушын алгоритмлерди талқылаўға өтемиз.

Артилерияда төмендеги атып сынап көриў усылы бар: бир снаряд нышанға жеткизбестен екиншиси -екиншиси нышаннан асырып атылады, бунда нышан "вилка" алынады делинеди. Нәўбеттеги снарядты аўелги екеўи арасындағы орташа мәниске тең болған нышан астына атып, ол нышанға жетпей қалдыма, яки нышаннан өтип кеттиме соған қарасады. Нәтийжеде вилка тараяды. Нышанды бундай корректировка етиў снарядлар нышанға тийгенге шекем даўам еттириледи. Үзликсиз функция корени ҳаққындағы теореманың биз усы параграфта келтирилетуғын дәлили ―артиллерия вилкасы‖ идеясына тийкарланған. Ишпе-иш қойылған [an,bn] кесиндилер избе-излиги қурылады. Олардың ушлары монотон избе-изликлерди пайда етеди, олардан бири "a_n" ("нышанға жетпегенлер") төменнен ($a_n \le c$) қандайда бир "b_n" ("нышаннан өтип кеткенлер")-жоқарыдан ($b_n \ge c$) қандайда бир x=c точкаға жақынласады. Теореманың шәртлери орынланғанда x=c лимит точка (3) теңлемениң корени екенлиги дәлилленеди. Нәтийжеде бул теңлемениң [a,b] кесиндиде шешими бар екенлиги келип шығады. Изленген x=c коренди өз ишине алған ишпе-иш қойылған кесиндилер избе-излигин қурыў процеси сол коренди қәлеген дәлликте жуўық есаплаў имканын береди. (ишлей ҳәм сыртлай сызылған дурыс көпмүйешликлердин P_n ҳәм a_n периметрлери бойынша π санын есаплаўға өлшеў). Усы кирисиў ескертиўлеринен соң теореманың дәлилине өтемиз. Анықлық ушын f(x) функция [a,b] кесиндиниң шеп ушында оң: f(a)<0 , f(b)>0

деп есаплаймыз. [a,b] кесиндиниң орта $\xi = \frac{\hat{o} - \bar{e}}{2}$ □ точкасын аламыз ҳәм онда f(x)

функцияның мәнисин есаплаймыз. Егер $f(\xi) \neq 0$ болса, төмендегише ис тутамыз: еки [a,ξ] ҳәм [ξ ,b] кесиндини қараймыз ҳәм олардан ушларында f(x) функция түрли белгидеги мәнислерге ийе болған биреўин таңлаймыз. Таңланған кесиндини [aә,bә] деп белгилеймиз. Дүзилисине көре

$$f(a_1)<0 \qquad f(b_1)>0$$

соң [$a_ә$,$b_ә$) кесиндиниң орта точкасын аламыз ҳәм онда f(x) функцияның мәнисин есаплаймыз. Егер f(ξ_1)=0 болса,. онда теореманың дәлили таўсылған болады. f(ξ_1)$\neq$0 болғанда болса, яғный еки [$a_ә$, ξ_1],[ξ_1 ,$b_ә$] кесиндини көремиз ҳәм олардан ушларында f(x) функция түрли белгидеги мәнислерге ийе болғанын таңлаймыз. Дүзилисине көре $f(a_2)<0$, $f(b_2)>0$.

Бул процессти даўам еттиремиз. Нәтийжеде ол ямаса n-адымда f($\xi_т$)=0 болғанлықтан үзиледи, ямаса шексиз даўам етеди. Биринши жағдайда (3) теңлеме корениниң бар болыўы ҳаққындағы мәселе шешиледи, сонлықтан екинши жағдайды көриў керек. Процессти шексиз даўам еттириў кесиндилердиң [a,b],[a_1,b_1],[a_2,b_2],..... избе-излигине алып келеди. Бул кесиндилери шпе-иш қойылған ҳәр бир нәўбеттеги кесинди дәслепкилерге тийисли:

$$a_n \le \hat{O}_{\hat{O}+1} < b_{n+1} \le b_n \qquad (5)$$

соның менен бирге

$$f(a_n)<0 \qquad f(b_n)>0$$

Кесиндилердиң узынлықлары n номер артыўы менен нолге умтылады:

$$\lim_{n\to\infty}(b_n - a_n) = \lim_{n\to\infty}\frac{b-a}{2^n} = 0$$

Кесиндилердиң шеп ушларын қараймыз. (5) ке көре олар монотон кемеймейтуғын шегараланған "an" избе-изликти пайда етеди. Бундай избе-излик лимитке ийе, оны c1 деп белгилеймиз.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = c_1 \qquad (6)$$

(5) га ҳәм тенсизликлерде лимитке өтиў ҳаққындағы теоремадан

$$c_1 \le b_n \qquad (7)$$

теңсизликке ийе боламыз.

Енди кесиндилердиң оң ушларын қараймыз. Олар монотон өспейтуғын шегараланған "b_n" избе-изликти пайда етеди. Бул избе-изликте лимитке ийе. Сол лимитти c_2 деп белгилеймиз:

$$\lim_{n\to\infty} b_n = c_2$$

(7) теңсизликтен cә ҳәм cғ лимитлер $c_1 \le c_2$ теңсизликти қанаатландырады.

Солай етип $a_n \le c_1 \le c_2 \le b_n$ ҳәм демек

$$c_2 - c_1 \le b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n}$$

Бунын барин c_2-c_1 айырма қәлеген дәслепки берилген оң саннан киши. Бул c2-c1=0 яғный

$$C_1 = C_2 = C \qquad (9)$$

Табылған С точканың қызығы сонда, ол дүзилген избе-изликтиң барлық кесиндилери ушын жалғыз улыўма точкадан ибарат. f(x) функцияның үзликсизлигинен пайдаланып, оның (3) теңлеме корени екенлигин дәлиллеймиз. Биз билемиз, $f(a_n)<0$. Үзликсизлик анықламасынан ҳәм теңсизликлерде лимитке өтиў мүмкинлигинен

$$f(c) = \lim_{n\to\infty} f(a_n) \le 0 \qquad (10)$$

қатнасқа ийе боламыз. Усыған уқсас $f(b_n)>0$ екенлигин есапқа алып,

$$f(c) = \lim_{n\to\infty} f(b_n) \ge 0 \qquad (11)$$

қатнасты пайда етемиз. (10) ҳәм (11) лерден

f(c)=0 (12)

яғный c (3) теңлемениң корени екенлиги келип шығады.

Мысал сыпатында вилка усылын усы

$$f(x)=x-\cos x=0$$

(3) көринисте жазылған (2) теңлемени шешиўге қолланамыз. Берилген [0,1] кесиндини 12 мәрте тең екиге бөлиў менен байланыслы есаплаў нәтийжелери екинши таблицада берилген. Олар С корени $\varepsilon < (\frac{1}{2})^{1/2} < 0,00025$ қәтелик пенен анықлайды.

Солай етип биз изленген С корень [0,739013671875 ; 0,739257812500] кесиндиге тийисли деп тастыйықлаўымыз мүмкин.

Ерисилген дәллик шегараларынан сыртта жатырған онлық санларды таслап жиберип,

$$0,73901<C<0,73926 \qquad (13)$$

ке ийе боламыз.

§2. Теңлемелердиң коренлерин табыўдың итерациялық усыллары.

Бул параграфта биз теңлемелерди шешиўдиң және бир санлы усылы менен танысамыз. Теңлемени

$$x = \phi(x) \ (1)$$

көринисте жазыў мүмкин болсын. $\phi(x)$ функцияның анықланыў областынан қәлеген x0 мәнисин аламыз. Ҳәм усы

$x_{n+1}=\phi(x)\ (x_n)$ n=0,1,2,.... (2)

реккурент формулалар менен санлардың "x_n" избе-излигин көремиз.

$\{x_n\}$ избе-излик итерациялық избе-излик делинеди. Оны үйрениўде еки сораў туўылады.

1) x_n санларды есаплаў процесин шексиз даўам еттириў мүмкинбе, яғный xn санлар $\phi(x)$ функцияның анықланыў областына тийисли болама

2). Егер (2) итерациялық процесс шексиз болса, x_n санлар $n\to\infty$ да өзлерин қандай тутады?

Бул сораўларды үйрениў, $\phi(x)$ функцияға белгили шәртлер қойылғанда итерациялық процесс шексиз болады ҳәм (1) теңлеме коренге жақынласатуғынын көрсетеди:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = c \qquad c=\varphi(c) \tag{3}$$

Бирақ бул тексериўди әмелге асырыў ушын бир жаңа түсиник киритиўимиз керек. Егер сондай сан α бар болса, [a,b] кесиндиден алынған қәлеген x_1 x_2 лар ушын

$$f(x_1) - f(x_2) \le x_1 - x_2 \tag{4}$$

теңсизлик орынлы болса, онда f(x) функция [a,b] кесиндиде Липщиц шәртин қанаатландырады делинеди. Бул жағдайда 2 шама Липщиц өзгериўшиси деп аталады. Егер f(x) функция [a,b] кесиндиде үзликсиз бўлади.

Ҳақыйқаттанда x_0 кесиндиниң қәлеген точкасы болсын. Усы точкада f(x) функцияның $\Delta f=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ арттырмасын көремиз ҳәм оны (4) теңсизлик жәрдеминде баҳалаймыз:

$$|\Delta f| \le \alpha|\Delta x|$$

Солай етип $\lim\Delta f$ бул f(x) функцияның үзликсизлигин аңлатады. f(x) функция [a,b] кесиндиде шегараланған туўындыға ийе болсын:

$f'(x)\le m$, бул жағдайда ол $\alpha = m$ өзгериўшиси менен Липщиц шәртин қанаатландырады. Бул тастыйықлаўды дәлиллеў ушын Лагранждың шекли арттырмалар формуласынан пайдаланамыз:

$$f(x2) - f(x1) = f'(\xi)(x_2 - x_1) \tag{5}$$

бунда x_1,x_2-[a,b] кесиндиниң қәлеген точкалары, ξ -[x_1 , x_2] кесиндиниң қандайда бир точкасы. (5) тенликтиң бир тәрепи модулин аламыз ҳәм оң тәрепте $f'(\xi)$ ны m ге алмастырамыз. Нәтийжеде $\alpha = m$ менен (4) теңсизликти пайда етемиз.

Итерациялық избе-изликтиң жыйнақлылығы ҳаққындағы теорема :

Теорема. C -(1) теңлемениң корени болсын ҳәм $\phi(x)$ функция қандайда бир [c-б, c+б] (б>0) кесиндиде α <1 турақлы менен Липщиц шәртин қанаатландырады дейик. Онда қәлеген таңланған x_0 ушын [c-б,c+б] кесиндиде шексиз итерациялық избе-излик "x_n" (2) бар ҳәм бул избе-излик [c-б,c+б] кесиндиде (1) теңлемениң шешиминен ибарат болған x=c коренине жақынласады.

Дәлил. [c-б,c+б] кесиндиде қәлеген x_0 точка аламыз, ол c точкадан б дан ортық болмаған аралықта жайласқан , яғный $\backslash c - x_0\backslash \le \delta$, x_1 ди есаплаймыз: , $x_1 = \phi(x_0)$, бунда $x_1 - c = \phi(x_0) - \phi(c)$, $\phi(x_0) - \phi(c)$ айирманы Липшиц шәрти жәрдеминде баҳалаў мүмкин.

$$\backslash x_1 - c\backslash = \backslash\phi(x_0) - \phi(c)\backslash \le \alpha \backslash x_0 - c\backslash \le \alpha\delta \qquad (6)$$

теңсизлик x1 точка [c-б,c+б] кесиндиге тийисли екенин ҳәм c точкасы x0 точкаға қарағанда жақсырақ жайласқанын аңлатады.

Итерациялық избе-изликти дүзиўди даўам еттиремиз. x_2 ди есаплаймыз: $x2 = \phi(x1)$,бунда

$$\backslash x2 - c\backslash = \backslash\phi(x) - \phi(c)\backslash \le \alpha \backslash x_1 - c\backslash \le \alpha^2 \backslash x_0 - c\backslash \le \alpha^2 \delta$$

және x_2 точка [c-б,c+б] кесиндиге тийисли ҳәм c точкаға x1 точкаға қарағанда жақынырақ жайласқан болады, яғный биз c ға жақынластық.

Математикалық индукция жолы менен кейинги итерацияларда бар ҳәм

$$\backslash x_n - c\backslash \le \alpha^n \backslash x_0 - c\backslash \le \alpha^n\delta \qquad (7)$$

тенгсизликти қанаатландыратуғынын аңсат көрсетиў мүмкин. Буннан

$$\lim_{n\to\infty}(x_n - c) = 0 \text{ n ягный } \lim_{n\to\infty} x_n = c \qquad (8)$$

келип шығады.

Енди x=c корень [c-б,c+б] кесиндиде (1) теңлемениң жалғыз шешими екенлигин дәлиллеўимиз қалды.

Ҳақыйқаттанда, және бир x=c1 бар болсын:

$$c_1 = \varphi(c_1), c_1 \in [c - \delta, c + \delta] \qquad (9)$$

c_1 ди нолинши жуўықласыў деп қабыл етемиз ҳәм (2) итерациялық избе-изликти дүземиз.

Онда (9) ды есапқа алып табамыз Y $x_n=c_1$ (n=0,1,2,...), екинши тәрептен, дәлилленгеннен $\lim x_n=c$ яғный c1=c. (1) теңлеме [c-б,c+б] кесиндиде басқа ҳеш қандай шешимге ийе болыўы мүмкин емес.

Келтирилген усылды көрсетиў ушын мысал сыпатында және x=cosx теңлемени қараймыз. Онда ϕ (x) функция уазыйпасын cosx ойнайды. Бул дифференциалланыўшы, туўындысы -sinx қа тең болған функция. [0,1] кесиндиде,

$$|\varphi'(x)| = \sin x \le \sin 1 \qquad (10)$$

Солай етип, ϕ (x)=cosx функция [0,1] кесиндиде $\alpha = \sin 1 < 1$ турақлы менен Липщиц шәртин қанаатландырады. Бул теңлеме бойынша $x_{n+1} = \cos x_n$ көринисинде жазылады. (2) реккурент формула бойынша есаплаўлар нәтийжеси 1-кестеде келтирилген. Нолинши жуўықласыў сыпатында кесиндиниң ортасындағы x_0=0,5 точка алынған.

1-кесте

n	x_{2n}	x_{2n+1}
0	0,500 000 000 000	0,877 582 561 890
1	0,639 012 494 166	0,802 685 100 681
2	0,694 778 026 789	0,768 195 831 281
3	0,719 165 445 942	0,752 355 759 420
----	------------------------------	---------------------------
8	0,738 704 539 357	0,739 341 452 279
9	0,738 912 444 332	0,739 201 444 135

Урынбалар усылы. И.Ньютон аты менен байланыслы урынбалар усылы теңлемелерди санлы шешиўдиң ең нәтийжели усылларынан бири. Усыл идеясы жүдә әпиўайы [a,b] кесиндиде с коренге ийе болған f(x) функция сол кесиндиде дифференциалланыўшы болып, онда f ‗ (x) туўындысы нолге айналбайды дейик. Қәлеген x0 точка алып, онда f(x) функция графигине жүргизилген урынба теңлемесин жазамыз.

$$y=f(x_0)+f\,(x_0)(x-x_0) \qquad (11)$$

f(x) функция ҳәм оның урынбасы графиклери урыниў точкасы жанында өзара жақын болады, соның ушын урынбаның x оғы менен кесилискен x1 точкасы с кореннен оған узақ емес жерделигин көриў табийий. x1 точканы табыў ушын

$f(x_0)+f'(x_0)(x_1-x_0)=0$

теңлемеге ийемиз. Солай етип, x xf x0 1f x

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (12)$$

процести даўам етип, усы

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0,1,2\ldots \quad (13)$$

реккурент формула менен аниқланған "xn" избе-изликти пайда етемиз.

Усы избе-изликти тексериў барысында, итерация усылының избе-излигин тексериўдеги киби, еки сораў туўылады.

Бул сораўлар шама етилгенде x=c корень [a,b] кесиндиниң ишки точкасы, f(x) функция берилген кесиндиде еки мәрте дифференциалланыўшы ҳәм туўындылары

$$\left|f'(x)\right| \geq m > 0, \left|f''(x)\right| \leq Mx \in [a,b] \quad (14)$$

теңсизликлерди қанаатландырады деп есаплаймыз.

Онда төмендеги теорема орынлы.

Теорема. Егер f(x) функция келтирилген шәртлерди қанаатландырса, онда сондай

$0 < \delta \leq mog(c-a, b-c)$ δ $0 < \delta \leq mog(c-a, b-c)$ δ сан табылады, [c-б,c+б] $\in$ [a,b] кесиндиден алынған қәлеген басланғыш жуўықласыў ушын (13) шексиз итерациялық избе-излик бар болады ҳәм бул избе-излик c коренге жақынласады.

Урынбалар усылын қолланыўдың биринши мысалы сыпатында қәлеген оң a саннан квадрат корень шығарыў мәселесин көремиз. Оны

$$f(x)=x^2-a=0 \quad (15)$$

теңлемениң шешими киби излеймиз. Бул жағдайда Ньютон усылының реккурент формуласы

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - a}{2x_n} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right) \qquad (16)$$

көринисти алады ҳәм ол 4-лекциядағы (3) формула менен үстпе-үст түседи.

Екинши мысал x=cosx теңлемени шешиуге қаратылған. Онда (13) реккурент формуланы жазамыз.

$$(f(x)=x-\cos x): \quad x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - \cos x_n}{1 + \sin x_n} \quad n=0,1,2,.... \qquad (17)$$

Итерация усылындағы киби нолинши жуўықласыў сыпатында x0=0,5 ни аламыз ҳәм (17) формула бойынша бир неше жуўықласыўларды есаплаймыз.

x1=0,755 222 320 557

x2=0,739 141 702 652 x4=0,739 085 078 239

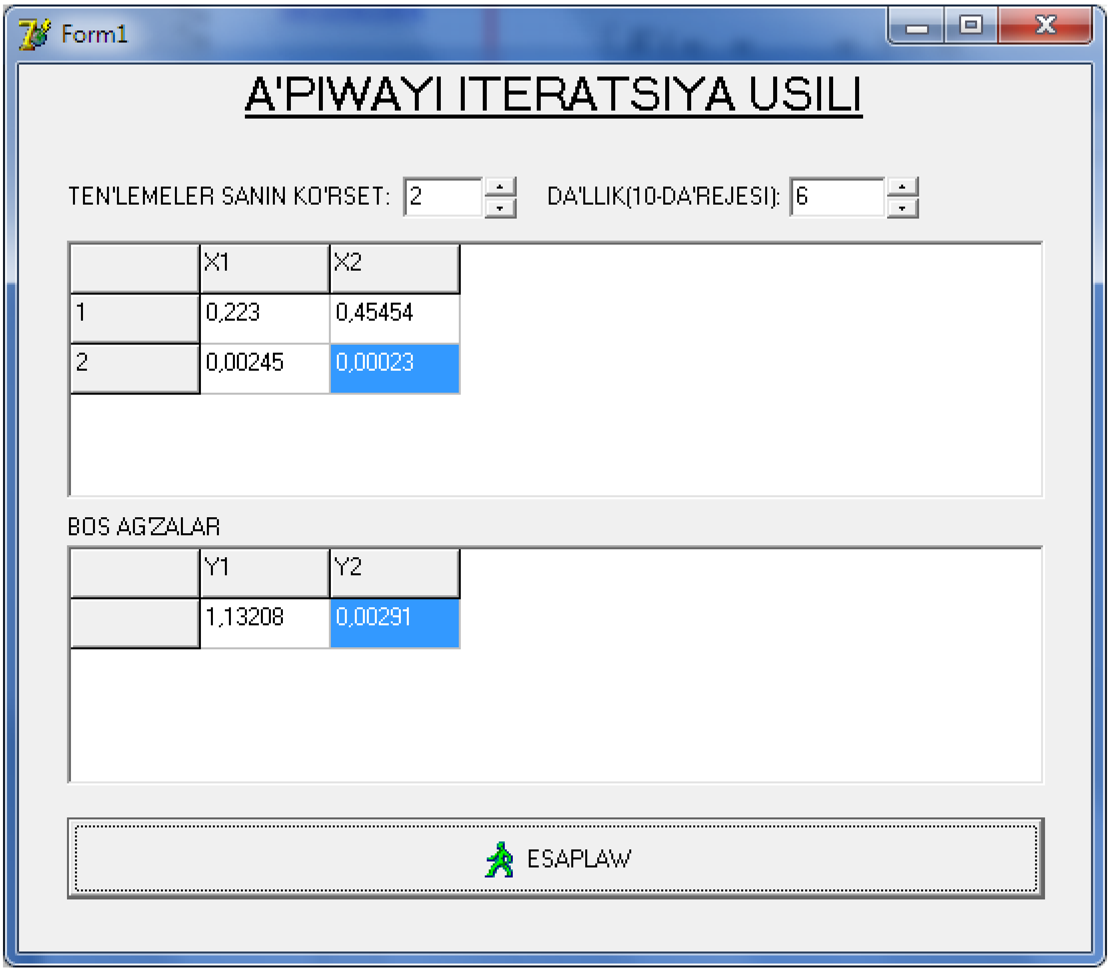
x3=0,739 035 197 449 x5=0,739 085 078 239

Бул жерде итерациялық процесс 4-и адымнан кейин тоқтатылады. Себеби есаплаўлар 12 сан менен алып барылады ҳәм 10^{-12} тен артпайтуғын қәтеликке ерискеннен кейин x_4 ҳәм x_5 тең болып қалды.

§3. Delphi орталыгында әпиўайы итерация усылын қолланып теңлемени шешиўши дәстур дузиў

Курс жумысының темасы бойынша бизлердиң алдымызға Delphi орталығынан пайдаланып, әпиўайы итерация усылы менен сызылы болмаған теңлемелер системасын әпиўайы итерация усылы менен шешиши дастурди ислеп шығыў мәселеси қойылған еди.

Нәтийжеде биз төмендеги дәстурге ийе болдық (4-суўрет):

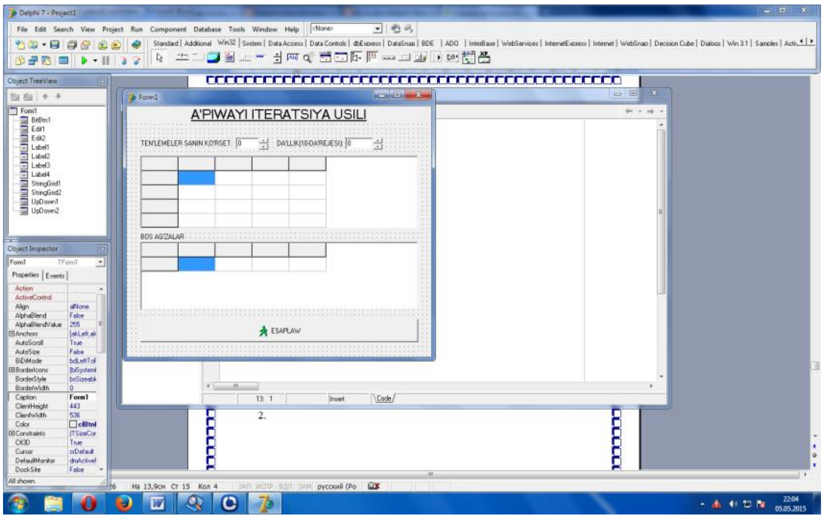


4-суўрет

4-ши суўретте биз дәстурдиң нәтийжесин көре аламыз, яғный бул жерде биз 2 теңлемеден ибарат болған сызықлы емес системаның шешилгенин көрип турыппыз.

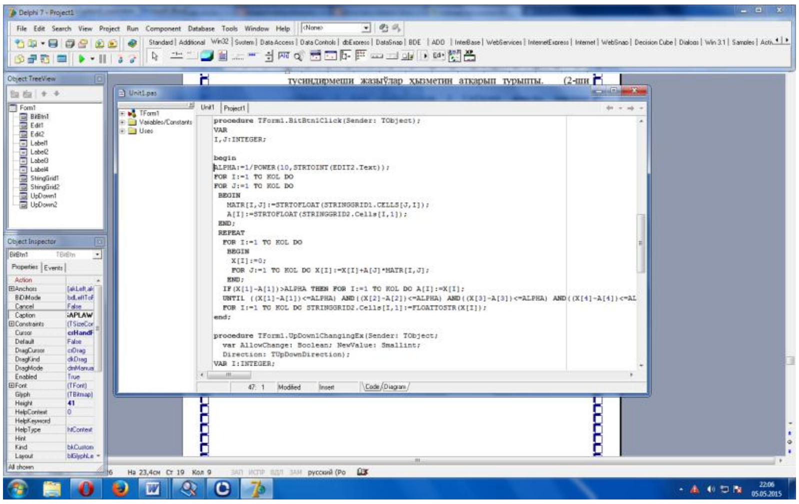
Енди усыған қалай ерискенимиз ҳаққында айтып өтейик.

1. Delphi орталығын иске қосып, формаға 4 Label, 2 Edit, 2 UpDown (Win32 палитрасында) ҳәмде 2 StringGrid (Additional палитрасынан) ҳәм 1 BitBtn (Additional палитрасынан) элементлерин жайластырамыз. 1-ши Label – дәстурдиң атамасы болғанлықтан, оның Align қәсийетин alTop, Alignment қәсийетин болса – alCenter қылып өзгертип, Font қәсийети арқалы шрифты орнатып, дәстур атын жаздық. 2-ши, 3-ши ҳәм 4-ши Label лер – бул сәйкесинше «Теңлемелер санын көрсет», «Бос ағзалар» ҳәмде «Дәллик» деген тусиндирмеши жазыўлар хызметин атқарып турыпты. (2-ши суўрет). 2 Edit майданларда 2 UpDown арқалы теңлеме коеффициентлери саны ҳәмде дәллик дәрежеси көрсетиледи (буның ушын UpDown элементлериниң Associate қасийетлеринде сәйкес Edit лерди көрсетемиз. BitBtn ның атын «Есаплаў» деп жазамыз. (2-ши суўрет).



2-ши суўрет

2. Енди «Есаплаў» кнопкасын еки мәрте басып, код редакторы айнасына өтемиз(3-ши суўрет) ҳәмде оган төмендеги кодты жазамыз:



3-ши суўрет

```
VAR
I,J:INTEGER;
begin
ALPHA:=1/POWER(10,STRTOINT(EDIT2.Text));
FOR I:=1 TO KOL DO
FOR J:=1 TO KOL DO
 BEGIN
   MATR[I,J]:=STRTOFLOAT(STRINGGRID1.CELLS[J,I]);
   A[I]:=STRTOFLOAT(STRINGGRID2.Cells[I,1]);
 END;
 REPEAT
  FOR I:=1 TO KOL DO
   BEGIN
    X[I]:=0;
    FOR J:=1 TO KOL DO X[I]:=X[I]+A[J]*MATR[I,J];
   END;
  IF(X[1]-A[1])>ALPHA THEN FOR I:=1 TO KOL DO A[I]:=X[I];
  UNTIL ((X[1]-A[1])<=ALPHA) AND((X[2]-A[2])<=ALPHA) AND((X[3]-
A[3])<=ALPHA) AND((X[4]-A[4])<=ALPHA) ;
  FOR I:=1 TO KOL DO STRINGGRID2.Cells[I,1]:=FLOATTOSTR(X[I]);
end;
```

3. Нәтийжеде биз толық ислеўши дәстурге ийе боламыз.

Дәстуримиздиң толық дистингин қосымшаларда келтирип өтемиз.

Жуўмақлаў

Қаралып атырған объекттиң моделин қурыў, оны үйрениў мәселесин математикалық мәселе деп қараўға имканият береди. Соң тексериўдиң екинши басқышы - қойылған математикалық мәселениң шешиў усылын излеў басланады.

Элементар математикада ушырайтуғын мәселелердиң көпшилиги ушын жуўап, формулалар көринисинде жазылатуғын еди. Формула изленген шаманы есаплаў ушын орынланатуғын математикалық әмеллер избе-излигин анықлайтуғын еди. Мәселен, квадрат теңлеме коренлериниң формуласы оларды сол теңлеме коэффициентлери бойынша есаплаў имканиятын береди, Герон формуласы үшмүйешлик майданын оның тәреплери арқалы аңлатады ҳәм т.б.

Бирақ сондай мәселелерде бар, олардың жуўабын формулалар жәрдеминде жазбайақ аңсат табыў мүмкин. Мәселен пүтин санлар үстинде арифметикалық әмеллер орынлаўды еске алайық. Бирнеше санларды устун усылында қаналари бойынша қосыўды, қосыў формуласы деп болмайды. Лекин, бул қағыйда бойынша мәселе шешиледи: изленген санды табыў ушын орынланыўы керек болған әмеллер тәртибин толық анықлайды. Демек, берилген мәселени шешиў ушын орынланатуғын әмеллер избе- излигин анықлаўшы қағыйданы көрсетиў әҳмийетли екен. Бул қағыйдалар системасына алгоритм делинеди. Алгоритм сөзи Орта Азиялы белгили орта әсир математиги Мухаммед аль Хорезмийдиң латынластырылған аты. Алгоритм түсиниги математиканың тийкарғы түсиниклерине киреди.

Жуўабын формула көринисинде жазыў мүмкин болмаған көпшилик математикалық мәселелерди шешиў алгоритмлери төмендеги процедураға

тийкарланған: изленген шешимге жуўықласатуғын шексиз процесс дүзиледи. Бул процесс қандайда бир адымда үзиледи ҳәм нәтийжеде алынған шама қаралып атырған мәселе шешими ушын қайта қабыл етиледи. Процесстиң жыйнақлылығынау еркин берилген дәллик ε >0 ушын сондай адым
номери N табылады, сол адымда мәселе шешилиўин анықлаўда жол қойылған қәтелик ε тен үлкен болмайды.

ҚОСЫМШАЛАР
(ДУЗИЛГЕН ДӘСТУРДИҢ КОДЫ ЛИСТИНГИ)

```
unit Unit1;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs,MATH, StdCtrls, Buttons, Grids, ComCtrls;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Edit1: TEdit;
    UpDown1: TUpDown;
    StringGrid1: TStringGrid;
    Label3: TLabel;
    StringGrid2: TStringGrid;
    BitBtn1: TBitBtn;
    Label4: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    UpDown2: TUpDown;
    procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
    procedure UpDown1ChangingEx(Sender: TObject; var AllowChange: Boolean;
      NewValue: Smallint; Direction: TUpDownDirection);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
    MATR:ARRAY[1..10,1..10] OF REAL;
    X,A,B:ARRAY[1..10] OF REAL;
    ALPHA:REAL;
    KOL,N:INTEGER;
  end;

var
  Form1: TForm1;

implementation

{$R *.dfm}

procedure TForm1.BitBtn1Click(Sender: TObject);
VAR
I,J:INTEGER;
begin
ALPHA:=1/POWER(10,STRTOINT(EDIT2.Text));
FOR I:=1 TO KOL DO
FOR J:=1 TO KOL DO
 BEGIN
   MATR[I,J]:=STRTOFLOAT(STRINGGRID1.CELLS[J,I]);
   A[I]:=STRTOFLOAT(STRINGGRID2.Cells[I,1]);
 END;
 REPEAT
  FOR I:=1 TO KOL DO
```

```
   BEGIN
    X[I]:=0;
    FOR J:=1 TO KOL DO X[I]:=X[I]+A[J]*MATR[I,J];
   END;
  IF(X[1]-A[1])>ALPHA THEN FOR I:=1 TO KOL DO A[I]:=X[I];
  UNTIL ((X[1]-A[1])<=ALPHA) AND((X[2]-A[2])<=ALPHA) AND((X[3]-A[3])<=ALPHA) AND((X[4]-A[4])<=ALPHA)
;
  FOR I:=1 TO KOL DO STRINGGRID2.Cells[I,1]:=FLOATTOSTR(X[I]);
end;

procedure TForm1.UpDown1ChangingEx(Sender: TObject;
  var AllowChange: Boolean; NewValue: Smallint;
  Direction: TUpDownDirection);
VAR I:INTEGER;
begin
IF ALLOWCHANGE=TRUE THEN
BEGIN
KOL:=NEWVALUE;
STRINGGRID1.RowCount:=KOL+1;
STRINGGRID1.ColCount:=KOL+1;
STRINGGRID2.ColCount:=KOL+1;
FOR I:=1 TO KOL DO STRINGGRID1.Cells[I,0]:='X'+INTTOSTR(I);
FOR I:=1 TO KOL DO STRINGGRID1.Cells[0,I]:=INTTOSTR(I);
FOR I:=1 TO KOL DO STRINGGRID2.Cells[I,0]:='Y'+INTTOSTR(I);
END;
end;

end.
```

Пайдаланылған әдебиятлар дизими:

1. **Тихонов А.Н., Костомаров Д.П.Амалий математикадан кириш лекциялар. Тошкент, Укитувчи, 1987,**
2. **Самарский А.А.Введение в численные методы.М.:Наука,1988.**
3. **Шохамидов Ш.Ш. Амалий математика унсурлари.Тошкент Узб-н 1997.**
4. **Симонович С.В. «Информатика, базовый курс», Санкт — Петербург: «Питер», 2001 г.**
5. **Абдукодиров А.А. «ЭХМ, алгоритм, дастур.» Тошкент «Ўқитувчи» 1992 г.**
6. **Арипов М. Информатика ва хисоблаш техникаси асослари. Учебное пособие. Ташкент. Университет 2000 г. 690 стр.**
7. **Могилев А.В.,Пак Н.И.,Хеннер Е.К. Информатика. -М.: Академия, 2001.**