



Planar graflar. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasi.

Ma'ruzachi : Mamatov A

Toshkent 2012

Reja:

- 1. Planar graflari.**
- 2. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasi.**
- 3. Planar grafning xromatik sonini baholash.**

Ko'pgina hollarda graflarni tasvirlash ahamiyatga ega bo'lmaydi, chunki izomorf graflar bir hil ma'lumotlarni o'zida saqlaydi. Lekin, shunday hollar bo'ladiki, tekislik tasviri ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi graflarni chizish mumkinligini aniqlash kerak bo'ladi.

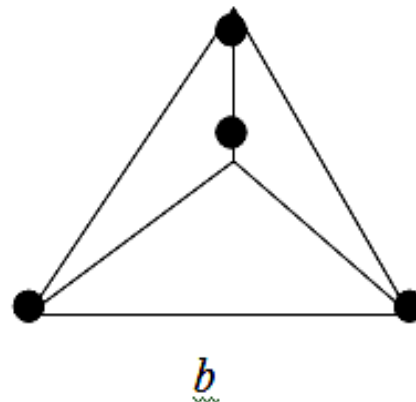
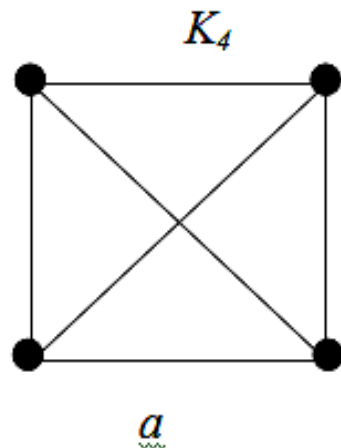
Masalan radioelektronikada mikrosxemalarni tayyorlashda elektr zanjirlar izolatsiya qilingan yassi materialga bosma usulda tushiriladi.

Shunga o'xshash masala temiryo'llar va boshqa yo'llarni (qaysiki o'zaro kesishmaydigan bo'lishi maqsadga muvofiq) loyihalashda kelib chiqadi.

G-orientirlanmagan graf planar deyiladi, agar uni tekislikda hech qaysi ikkita qirrasi bu qirralarni umumiy uchlaridan tashqari umumiy nuqtaga ega bo'lmasa.

Graflarni tekislikda bunday tasvirlanishi tekis deb ataladi. Shunday qilib, agar graf tekis tasviriga ega bo'lsa, unda u planar deyiladi.

Misol.



a rasmdagi K_4 graf planar, chunki b rasmda ko'rsatilgandek ularni tasvirlash mumkin.

Uchlari bosma platani teshiklari, qirralari teshiklarini tutashtirivchi bosma plata o'tkazgichi bo'lgan graf ham planlar bo'ladi.

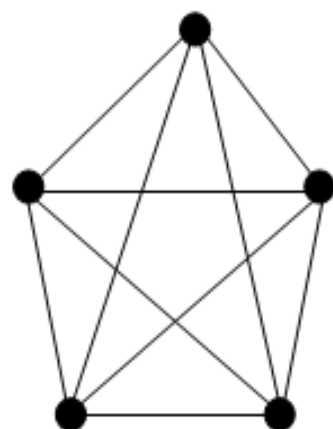
$G=(M;R)$ grafni qism qirralarga ajratish operatsiyasini qaraymiz.

$[a,b] \in R$ qirrani bo'laklarga ajratishdan keyin $G'=(M';R')$ graf xosil bo'ladi, bu erda $M' = M \cup \{ab\}$, $R'=(R \setminus \{[a,b]\}) \cup \{[a,ab], [ab,b]\}$, ya'ni $[a,b]$ qirra uzunligi ikki bo'lgan $([a,b])$ zanjirga almashadi.

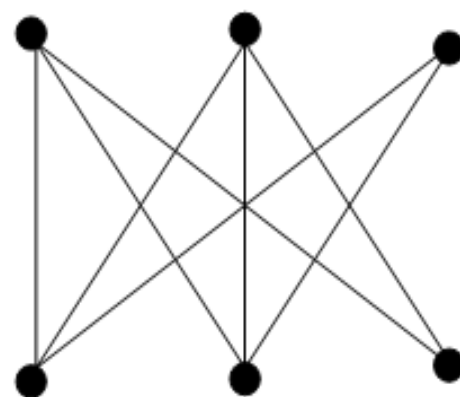
Ikkita graf gomeomorof deyiladi, agar ulardan birini ikkinchisi orqali qirralarni ketma-ket qismlarga bo'lish orqali xosil qilish mumkin bo'lsa.

Xar qanday oriientirlanmagan graf planar bo'lmaydi. Planarlik kriteriyasini quyidagi teoremda keltirilgan.

1-teorema(Pontryagin-Kuratovskiy). G graf planar bo'lad faqat va faqat, qachonki, G graf K_5 yoki $K_{3,3}$ ga gomemorof bo'lgan, qism grafni saqlamasa.



K_5



$K_{3,3}$

Planarlik kriteriyasini ekvivalent formasini quyidagi teoremada keltirilgan.

2-teorema. Orientirlanmagan G graf K_5 yoki $K_{3,3}$ graflarga tortiluvchi qism graflarni o'zidi satrlamasa.

3-teorema: Ko'pi bilan 2^w uchdan iborat bo'lgan xar qanday graf, R^3 fazoda uchlaridan tashqarisida yoylarining kesishmalarsiz tasvirlash mumkin.

Isbot. $G' = (M, R)$ graf uchun $|M| \leq 2^w$ bo'lgan bo'lsin. Unda $|R| \leq 2^w$ ga ega bo'lamiz. G grafning barcha nuqtalarini biror L to'g'ri chiziqqa joylashtiramiz va R dagi xar bir qirraga L to'g'ri chiziqni saqllovchi tekislikni har hil qiymatli mos qo'yamiz.

Izlanayotgan G graf tasviri, barcha qirralarni mos tekisliklarga o'tkazgandagi keyin hosil bo'ladi.

Planar graflarning xromatik sonining bahosi ma'lum.

4-teorema (to'rtta bo'yoqlar haqida teorema) Agar G planar graf bo'lsa, unda $\chi(G) \leq 4$.

Agar G graf planar bo'lmasa, uni geometrik tasvirlash uchun ayrim qirralarni olib tashlaymiz (boshqa tekislikka o'tkaziladi).

Grafni tekislikdagi tasvirini hosil qilish uchun, olib tashlashi zarur bo'lgan qirralarining minimal sonini G grafning planarlik soni deyiladi. Bu qirralarni ikkinchi tekislikka o'tkazish natijasida, grafni qismi hosil bo'ladi, lekin u tekis bo'lmasligi mumkin. U holda yana ayrim qirralarni keyingi tekislikka o'tkazish masalasi echiladi va hakoza.

G graf $G_1, G_2, G_3, \dots, G_m$ tekis qismlarga ajraladigan m ta tekisliklarning minimal soniga G grafning qalinligi deyiladi (bo'linma qirralar to'plami bo'yicha amalga oshiriladi).

Demak, planar grafning qalinligi 1 ga teng.

Misol. K_5 va $K_{3,3}$ graflarning har biri 2 qalinlikka ega.



E'TIBORINGIZ UCHUN RAHMAT