

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**АЛИШЕР НАВОИЙ НОМИДАГИ
САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ**

ХУСАИНОВ Я.М., ЖАЛИЛОВ А.А., МУЗРАПОВ С.А.

**МАТЕМАТИК СТАТИСТИКАДАН МАСАЛАЛАР
ЕЧИШГА ДОИР УСЛУБИЙ ҚЎЛЛАНМА**

**I. Қисм
ТАНЛАНМА УСУЛ**

(5460100-Математика, 5480100-Амалий математика, 5440200-Механика, 5440100-Физика, 5220200-Тарих, 5141900-Жисмоний маданият таълим йўналишларида таълим оловчи талабалар учун услубий қўлланма)

*СамДУ ўқув-услубий Кенгашининг
2007 йил _____ да бўлиб ўтган
йиғилиш қарори билан (____-баённома)
нашрга тавсия этилган.*

Самарқанд-2007

Хусаинов Я.М., Жалилов А.А., Музрапов С.А.. Математик статистикадан масалалар ечишга доир услубий қўлланма. I. Танланма усул.- Самарқанд: СамДУ нашри, 2007. 40 бет.

Услубий қўлланма университетларнинг бакалавр йўналишлари талабалари учун мўлжалланган.

Қўлланманинг барча параграфларида зарур назарий маълумотлар ва формулалар, типик масала-мисолларнинг ечимлари, мустақил ечиш учун масала-мисоллар ва кўрсатмалар берилган. Асосий эътибор тажрибавий маълумотларни статистик ишлаб чиқиш усулига қаратилган.

Масъул муҳаррир: *физика-математика фанлари номзоди,
доцент Қурбонов Ҳ.Қ.*

Такризчилар: *физика-математика фанлари доктори,
профессор Икромов И.*

*физика-математика фанлари номзоди,
доцент Иззатуллаев Н.*

© Алишер Навоий номидаги Самарқанд Давлат университети, 2007.

М У Н Д А Р И Ж А

	Бет
СЎЗ БОШИ	4
1-§. ТАНЛАНМАНИНГ СТАТИСТИК ТАҚСИМОТИ	5
2-§. ТАНЛАНМАНИНГ ЭМПИРИК ТАҚСИМОТ ФУНКЦИЯСИ	9
3-§. ПОЛИГОН ВА ГИСТОГРАММА	13
4-§. ТАНЛАНМАНИНГ СОНЛИ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ	19
ЖАВОБЛАР	29

СЎЗ БОШИ

Ўқувчи эътиборига ҳавола қилинаётган мазкур «Математик статистикадан масалалар ечишга доир» услубий қўлланманинг биринчи қисмига танланма усул учун амалий машғулоти жараёнларини ташкил қилишга керакли бўлган тушунчалар, формулалар ва усуллар келтирилган ва уларнинг моҳияти кўп миқдордаги мисоллар ечимларида тушунтирилган.

Услубий қўлланманинг биринчи қисмини ёзишда университетларнинг 5460100-Математика, 5480100-Амалий математика ва информатика, 5440200-Механика, 5440100-Физика, 5220200-Тарих, 5141900-Жисмоний маданият бакалавр йўналишлари учун «Математик статистика» фанининг амалдаги «Дастур»ида тавсия қилинган асосий ва қўшимча адабиётлардан ҳамда ўзбек тилида чоп этилган ўқув қўлланмаларидан фойдаланилди.

1-§. ТАНЛАНМАНИНГ СТАТИСТИК ТАҚСИМОТИ.

Текширилаётган аломат бўйича ўрганиладиган барча объектлар тўплами *бош тўплам* дейилади. Бош тўпламдаги объектлар сони унинг *ҳажми* дейилади. Бош тўпламнинг ҳажми чекли ёки чексиз бўлиши мумкин.

Танланма тўплам ёки *танланма* деб текшириш учун бош тўпламдан олинган объектлар тўпламига айтилади. Танланмадаги объектлар сони унинг ҳажми дейилади.

Бош тўпламни X сон белгига нисбатан ўрганиш мақсадида ундан n ҳажмли $X_1, X_2, \dots, X_n$ танланма олинган бўлиб, $x_1, x_2, \dots, x_n$ танланманинг кузатиладиган қийматлари бўлсин. Кузатиладиган $x_1, x_2, \dots, x_n$ қийматлар *варианталар* дейилади.

Варианталарнинг ортиб ёки камайиб бориши тартибида ёзилган кетма-кетлиги *вариацион қатор* дейилади.

Агар бош тўпламдан олинган танланмада x_1 варианта n_1 марта, x_2 варианта n_2 марта, $\dots$, x_k варианта n_k марта кузатилган бўлса, у ҳолда $n_1, n_2, \dots, n_k$ сонлар *частоталар*,

$$\omega_i = \frac{n_i}{n} (i=1, \dots, k)$$

сонлар *нисбий частоталар* дейилади. Барча частоталар йиғиндиси танланма ҳажмига тенг, яъни

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n.$$

Барча нисбий частоталар йиғиндиси бирга тенг,

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_k = 1$$

Танланманинг *статистик* ёки *эмпирик тақсимоти* деб вариантлар ва уларга мос частоталар ёки нисбий частоталар рўйхатига айтилади.

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_k
n_i	n_1	n_2	$\dots$	n_k

ёки

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_k
ω_i	ω_1	ω_2	$\dots$	ω_k

Статистик тақсимотни яна интерваллар ва уларга тегишли частоталар кетма-кетлиги кўринишида ҳам бериш мумкин (интервалга мос частота сифатида бу интервалга тушган частоталар йиғиндиси қабул қилинади):

Интервал чегаралари ($x_i < x_{i+1}$)	$[x_1, x_2)$	$[x_2, x_3)$		$[x_{k-1}, x_k)$	$[x_k, x_{k+1})$
Интервалдаги вариантлар частоталарининг йиғиндиси (n_i)	n_1	n_2		n_{k-1}	n_k

Шуни қайд қилиб ўтаемизки, тақсимот дейилганда эҳтимоллар назариясида тасодифий миқдорнинг умумий бўлган қийматлари ва уларнинг эҳтимоллари орасидаги мослик, математик статистикада эса кузатиладиган қийматлар ва уларнинг частоталари ёки нисбий частоталари орасидаги мослик тушунилади.

1-мисол. Танлаб олинган **10** дона пилла узунликларини ўлчашда қуйидаги қийматлар (см ҳисобида) ҳосил бўлган:

3,30 3,40 3,25 3,40 3,60 3,45 3,43 3,50 3,55

Танланманинг вариацион қаторини тузинг.

Ечилиши. Вариантларни (танланма элементларини) ортиб бориши тартибида ёзиб, танланманинг ушбу

3,25 3,30 3,35 3,40 3,40 3,40 3,43 3,45 3,50 3,55

вариацион қаторини ҳосил қиламиз.

2-мисол. Ушбу

5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4

танланма берилган. Танланмани вариацион қатор кўринишида ёзинг ва статистик тақсимотини тузинг.

Ечилиши. Танланма ҳажми $n=15$. Вариантларни ортиб бориш тартибида ёзиб ушбу

2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 10, 10

вариацион қаторни ҳосил қиламиз.

Берилган танламада $x_1=2$ сони $n_1=3$ марта, $x_2=3$ сони $n_2=1$ марта, $x_3=4$ сони $n_3=2$ марта, $x_4=5$ сони $n_4=3$ марта, $x_5=7$ сони $n_5=4$ марта, $x_6=10$ сони $n_6=2$ марта кузатилган. Танланманинг изланаётган статистик тақсимотини ёзамиз:

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	3	1	2	3	4	2

Текшириш.

$$\sum_i n_i = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = 3 + 1 + 2 + 3 + 4 + 2 = 15$$

Қуйида келтирилган ҳар бир танланмани вариацион қатор кўринишида ёзинг ва частоталар статистик тақсимотини тузинг:

3. 11, 15, 12, 0, 16, 19, 6, 11, 13, 16, 8, 9, 14, 5, 11, 3

4. 17, 18, 16, 16, 17, 18, 19, 17, 15, 17, 19, 18, 16, 16, 18, 18

5. 2, 1, 3, 3, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 2, 3, 3

6. 10, 13, 10, 9, 9, 12, 12, 6, 7, 9, 8, 9, 11, 9, 14, 13, 9, 8, 8, 7, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 8, 7, 9, 10, 13, 3, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12

7. Математик статистика дарсида гуруҳ талабаларининг ҳар биридан туғилган ойи рақамини рўйхатга олиш бўйича тажриба ўтказилади(сўров масалан, рўйхат бўйича ўтказилади). Ҳосил қилинган танланмани вариацион қатор кўринишида ёзинг ва частоталар статистик тақсимотини топинг.

Қуйида берилган частоталар тақсимои бўйича нисбий частоталар статистик тақсимотини топинг:

8.

x_i	1	2	4	5	8
n_i	8	10	15	7	3

9.

x_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	14

10.

x_i	20	25	30	35	40
n_i	4	14	46	16	20

3-мисол. Танланма частоталарининг статистик тақсимои берилган:

x_i	2	6	12
n_i	3	10	7

Нисбий частоталар статистик тақсимотини топинг.

Ечилиши. Танланманинг ҳажмини топамиз:

$$n = \sum_i n_i = n_1 + n_2 + n_3 = 3 + 10 + 7 = 20$$

Нисбий частоталарни топамиз. Бунинг учун частоталарни танланма ҳажмига бўламиз:

$$\omega_1 = \frac{3}{20} = 0,15; \omega_2 = \frac{10}{20} = 0,50; \omega_3 = \frac{7}{20} = 0,35$$

Изланаётган нисбий частоталар статистик тақсимотини ёзамиз:

x_i	2	6	12
ω_i	0,15	0,5	0,35

Текшириш:

$$\sum_i \omega_i = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0,15 + 0,5 + 0,35 = 1$$

МАШҚ ҚИЛИШ УЧУН МАСАЛАЛАР

1. Танлаб олинган 20 туп ғўзада кўсаклар сони аниқланганда қуйидаги сонлар ҳосил бўлган:

15, 17, 15, 15, 10, 18, 11, 15, 17, 16, 16, 11, 17, 10, 18, 15, 17, 16, 10, 17

Танланмани вариацион қатор кўринишида ёзинг ва частоталар статистик тақсимотини тузинг.

2. Танлаб олинган 50 талаба эҳтимоллар назарияси фани бўйича якуний назорат ўтказилганда қуйидаги балларни олди:

12, 14, 15, 14, 18, 13, 16, 17, 12, 20, 17, 15, 13, 17, 16, 20, 14, 14, 13, 17, 16, 15, 19, 16, 15, 18, 17, 15, 14, 16, 15, 15, 18, 15, 15, 19, 14, 16, 18, 18, 15, 15, 17, 15, 16, 16, 20, 14, 17

Танланмани вариацион кўринишда ёзинг ва частоталар статистик тақсимотини тузинг.

2-§. ТАНЛАНМАНИНГ ЭМПИРИК ТАҚСИМОТ ФУНКЦИЯСИ

Танланма тўплам вариантларининг бир қисми(улуши) ҳақиқий бирор x нинг қийматидан кичик, қолганлари эса катта ёки унга тенг бўлади. Шунинг учун ҳар бир x га йиғилган нисбий частоталар мос келади; уларни $F_n(x)$ орқали белгилаймиз. x нинг ўзгариши билан йиғилган нисбий частоталарнинг қийматлари ҳам ўзгаради. Шунинг учун $F_n(x)$ ни x нинг функцияси деб ҳисоблаймиз.

Варианталарнинг x сондан кичик бўлган қийматларининг нисбий частотаси *эмпирик тақсимот функция* дейилади. Яъни

$$F_n(x) = \frac{m(x)}{n}$$

Бу ерда $m(x)$ ифода x дан кичик бўлган вариантлар сони, n эса танланма тўплам ҳажми.

Эмпирик тақсимот функция қуйидаги хоссаларга эга:

1-хосса. Эмпирик тақсимот функциянинг қийматлари $[0,1]$ кесмага тегишли.

2-хосса. $F_n(x)$ камаймайдиган функция.

3-хосса. Агар x_1 энг кичик варианта, x_k эса энг катта варианта бўлса, у ҳолда $x \leq x_1$ бўлганда $F_n(x) = 0$, $x > x_k$ бўлганда $F_n(x) = 1$.

Бу хоссалар танланманинг эмпирик тақсимоти графиги қандай кўринишида бўлишини тасвирлашга имкон беради.

График $y=0, y=1$ тўғри чизиқлар билан чегараланган йўлак ичида жойлашган(1-хосса). Танланманинг қийматлари жойлашган $[x_1, x_k)$ интервалда x нинг ўсиши билан график тепага сакраб кўтарилади(2-хосса). Эмпирик тақсимот функция графиги поғонавий бўлади.

1-мисол. Танланма ушбу

x_i	2	6	12
n_i	12	18	30

частоталар тақсимоти кўринишида берилган. Эмпирик тақсимот функциясини топинг ва унинг графигини чизинг.

Ечилиши. Танланма ҳажмини топамиз

$$n = \sum_i n_i = n_1 + n_2 + n_3 = 12 + 18 + 30 = 60$$

энг кичик варианта 2 га тенг. 3-хоссага кўра x нинг $-\infty$ дан 2 гача (2 сони ҳам киради) бўлган барча қийматлари учун изланаётган эмпирик тақсимот функция нолга тенг, яъни барча $x \leq 2$ қийматлар учун $F_{60}(x) = 0$, Энди x нинг қийматлари $2 < x \leq 6$ бўлсин. У ҳолда $m(x)$ га танланмада қиймати 2 га тенг бўлган вариантлар сони киради. Бундай вариантлар сони 12 та. Демак, барча $2 < x \leq 6$ қийматлар учун

$$F_{60}(x) = \frac{12}{60} = 0,2$$

Энди x нинг қийматлари $6 < x \leq 10$ бўлсин. У ҳолда $m(x)$ га танланмада қиймати 2 ва 6 га тенг бўлган вариантлар сони киради. Танланмада қиймати 2 га тенг бўлган вариантлар сони 12 та, қиймати 6 га тенг бўлган вариантлар сони 18 та. Демак, барча $6 < x \leq 10$ қийматлар учун

$$F_{60}(x) = \frac{12+18}{60} = \frac{30}{60} = 0,5$$

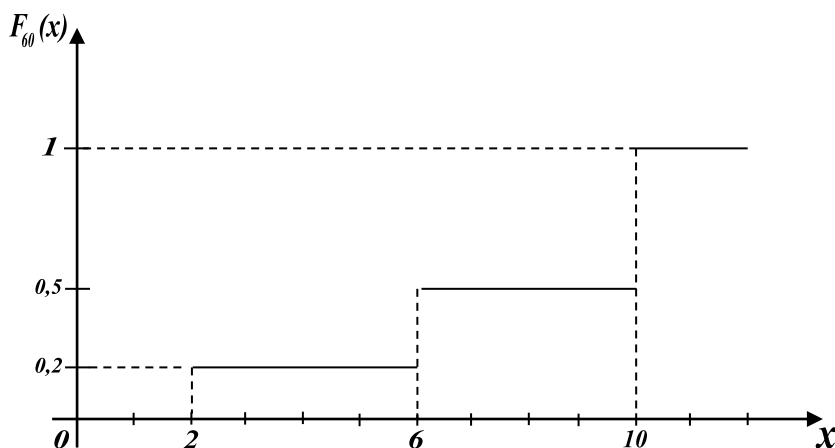
10 энг катта варианта бўлгани учун 3-хоссага кўра $x > 10$ бўлганда

$$F_{60}(x) = 1$$

Шундай қилиб, изланаётган эмпирик тақсимот функциянинг қуйидаги ифодасини ҳосил қиламиз:

$$F_{60}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \text{ бўлганда,} \\ 0,2, & 2 < x \leq 6 \text{ бўлганда,} \\ 0,5, & 6 < x \leq 10 \text{ бўлганда,} \\ 1, & x > 10 \text{ бўлганда,} \end{cases}$$

Топилган қийматлар асосида графикни чизамиз.



1-расм.

Энди интервалли вариантлар учун эмпирик тақсимот функцияларни қандай топишни кўрамиз.

2-мисол. Танланманинг қуйида берилган тақсимои бўйича эмпирик тақсимот функциясини топинг ва унинг графигини чизинг:

$[x_i, x_{i+1})$	$[10,12)$	$[12,14)$	$[14,16)$	$[16,18)$	$[18,20)$	$[20,22)$	$[22,24)$
n_i	2	4	8	12	16	10	3

Ечилиши. Ораликларнинг ўрталарини топамиз:

$$z_1 = \frac{10+12}{2} = 11, z_2 = \frac{12+14}{2} = 13, z_3 = \frac{14+16}{2} = 15, z_4 = \frac{16+18}{2} = 17,$$

$$z_5 = \frac{18+20}{2} = 19, z_6 = \frac{20+22}{2} = 21, z_7 = \frac{22+24}{2} = 23,$$

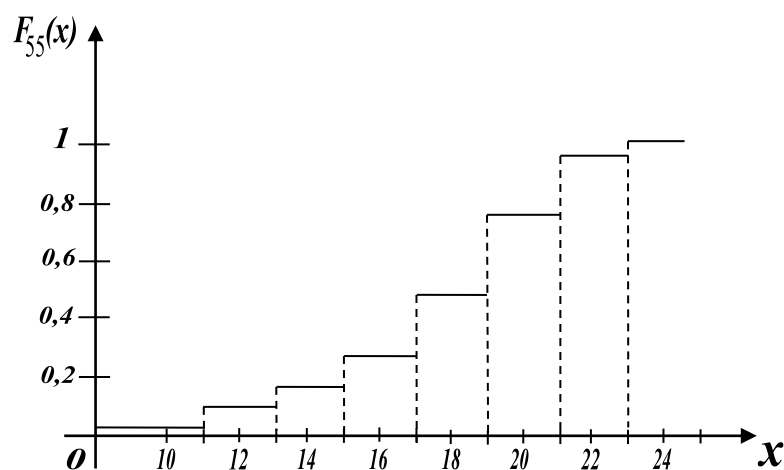
Уларни вариантлар сифатида қабул қилиб, частоталарнинг қуйидаги эмпирик тақсимотига эга бўламиз:

z_i	11	13	15	17	19	21	23
n_i	2	4	8	12	16	10	3

Энди ҳосил қилинган тақсимот бўйича эмпирик тақсимот функциясини топамиз. Бунинг учун 1-мисолни ечишдаги каби мулоҳаза юритиб x нинг ҳар бир қиймати учун изланаётган эмпирик тақсимот функциянинг қийматларини ҳисоблаймиз. Натижада изланаётган эмпирик тақсимот функциянинг қуйидаги ифодасини ҳосил қиламиз:

$$F_{55}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 11 \text{ бўлганда,} \\ 0,0364, & 11 < x \leq 13 \text{ бўлганда,} \\ 0,1031, & 13 < x \leq 15 \text{ бўлганда,} \\ 0,2546, & 15 < x \leq 17 \text{ бўлганда,} \\ 0,4728, & 17 < x \leq 19 \text{ бўлганда,} \\ 0,7637, & 19 < x \leq 21 \text{ бўлганда,} \\ 0,9455, & 21 < x \leq 23 \text{ бўлганда,} \\ 1, & x > 23 \text{ бўлганда,} \end{cases}$$

Бу функциянинг графиги 2-расмда тасвирланган.



2-расм.

Бундан кўринадики, интервалли вариантлар учун эмпирик тақсимот функция интерваллар ўрталарига мос нукталарда сакрашга эга.

МАШҚ ҚИЛИШ УЧУН МАСАЛАЛАР

1-9-масалаларда танланманинг берилген тақсимоти бұйыча эмпирик тақсимот функциясини топинг ва унинг графигини чизинг.

1.

x_i	5	7	10	15
n_i	2	3	8	7

2.

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

3.

x_i	1	3	5	7
n_i	10	15	30	33

4.

x_i	-5	1	3	7
n_i	4	9	6	1

5.

x_i	15	16	17	18
n_i	1	4	5	4

6.

x_i	2	3	4	5	6	7	8
n_i	1	3	4	6	5	2	1

7.

$x_i - x_{i+1}$	2-6	6-10	10-14	14-18
n_i	2	8	20	10

8.

$x_i - x_{i+1}$	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
n_i	20	10	30	25	15

9.

$x_i - x_{i+1}$	3-7	7-11	11-15	15-19	19-23
n_i	6	4	12	8	10

3-§. ПОЛИГОН ВА ГИСТОГРАММА.

Тақсимотни график тасвирлаганда унинг характери яна ҳам яққоллашади.

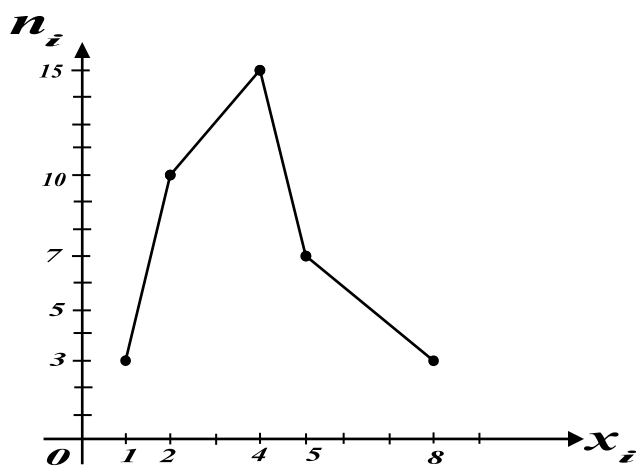
Тақсимотни график тасвирлаш усуллари ичида кўп қўлланиладигани полигон ва гистограммасини ясашдир.

А.Полигон ясаи. Частоталар полигони деб, кесмалари (x_i, n_i) нуқталарни туташтирадиган синиқ чизикқа айтилади, бу ерда x_i -танланма вариантлари, n_i -уларга мос частоталар Полигонни ясаш учун абциссалар ўқиға x_i вариантларни, ординаталар ўқиға эса уларга мос n_i частоталарини қўйиб чиқамиз. Сўнгра (x_i, n_i) нуқталарини тўғри чизик кесмалари билан туташтириб, частоталар полигонини ҳосил қилинади.

1-мисол. Ушбу эмпирик тақсимотнинг частоталар полигонини ясанг.

x_i	1	2	4	5	8
n_i	5	10	15	7	3

Ечилиши. Абциссалар ўқида $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=4$, $x_4=5$, $x_5=8$ вариантларни, ординаталар ўқида $n_1=5$, $n_2=10$, $n_3=15$, $n_4=7$, $n_5=3$ частоталарни қўямиз. $(1,5)$, $(2,10)$, $(4,15)$, $(5,7)$, $(8,3)$ нуқталарни тўғри чизик кесмалари билан туташтириб, изланаётган частоталар полигонини ҳосил қиламиз (3-расм).

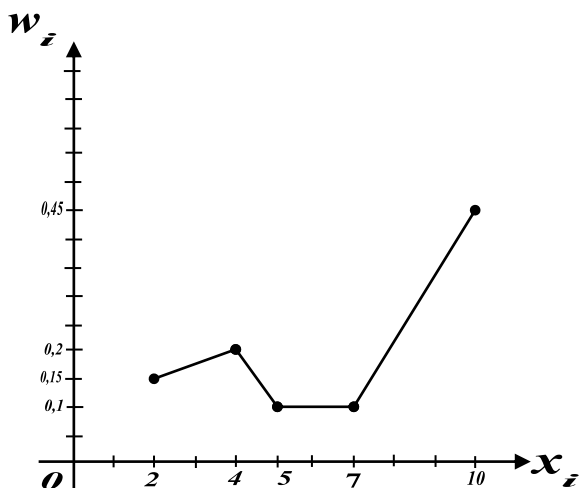


3-расм.

2-мисол. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимоти бўйича нисбий частоталар полигонини ясанг:

x_i	2	4	5	7	10
ω_i	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

Ечилиши. Абциссалар ўқида $x_1=2, x_2=4, x_3=5, x_4=7, x_5=10$ вариантларни, ординаталар ўқида эса уларга мос келувчи $\omega_1=0,15, \omega_2=0,2, \omega_3=0,1, \omega_4=0,1, \omega_5=0,45$ нисбий частоталарни қўямиз. $(2;0,15), (4;0,2), (5;0,1), (7;0,1), (10;0,45)$ нуқталарни тўғри чизиқ кесмалари билан туташтириб, изланаётган нисбий частоталар полигонини ҳосил қиламиз (4-расм).



4-расм

Б. Гистограмма ясаш. Кузатишлар сони катта бўлганда ёки узлуксиз белги бўлган ҳолда гистограмма ясаш мақсадга мувофиқдир. Бунинг учун белгининг кузатиладиган қийматлари тушадиган оралиқ бир хил h узунликдаги Δ_i қисмий интервалларга бўлинади ва ҳар бир Δ_i қисмий интервалга тушган вариантлар сони n_i топилади.

Частоталар гистограммаси деб асослари h узунликдаги Δ_i қисмий интерваллар, баландликлари эса $\frac{n_i}{h}$ (частота зичлиги) нисбатларига тенг бўлган тўғри тўртбурчаклардан иборат поғонавий фигурага айтилади.

Частоталар гистограммасини ясаш учун абциссалар ўқида Δ_i қисмий интерваллар, уларнинг тепасидан эса $\frac{n_i}{h}$ масофада абциссалар ўқида параллел кесмалар ўтказилади.

i -қисмий тўртбурчакнинг юзи $h \cdot \frac{n_i}{h} = n_i$ га, яъни i -интервалдаги вариантларнинг частоталар йиғиндисига тенг. Демак, частоталар гистограммасининг юзи барча частоталар йиғиндисига, яъни танланма ҳажмига тенг.

Нисбий частоталар гистограммаси деб асослари h узунликдаги Δ_i қисмий интерваллар баландликлари эса $\frac{\omega_i}{h}$ (нисбий частота зичлиги) нисбатларига тенг бўлган тўғри тўртбурчаклардан иборат поғонавий фигурага айтилади.

Нисбий частоталар гистограммасини яшаш учун абциссалар ўқига Δ_i қисмий интервалларни қўйиб чиқилади, уларнинг тепасидан эса $\frac{\omega_i}{h}$ масофада абциссалар ўқига параллел кесмалар ўтказилади.

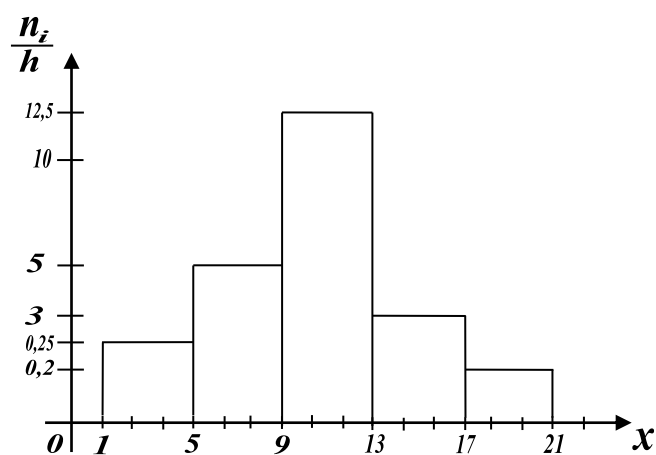
i - қисмий тўғри тўртбурчакнинг юзи $h \cdot \frac{n_i}{h} = \omega_i$ га, яъни i - қисмий интервалга тушган вариантларнинг нисбий частоталари йиғиндисига тенг. Демак, нисбий частоталар гистограммасининг юзи барча нисбий частоталар йиғиндисига, яъни бирга тенг.

3-мисол. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимооти бўйича частоталар гистограммасини ясанг.

Δ_i	[1,5)	[5,9)	[9,13)	[13,17)	[17,21)
n_i	10	20	50	12	8

Ечилиши. Абциссалар ўқида $h=4$ узунликдаги берилган интервалларни белгилаймиз. Сўнг абциссалар ўқига параллел қилиб Δ_i қисмий интервалнинг тепасида $\frac{n_1}{h} = \frac{10}{4} = 2,5$ масофада, Δ_2 интервалнинг тепасида $\frac{n_2}{h} = \frac{20}{4} = 5$ масофада; Δ_3 интервалнинг тепасида $\frac{n_3}{h} = \frac{50}{4} = 12,5$ масофада, Δ_4 интервалнинг тепасида $\frac{n_4}{h} = \frac{12}{4} = 3$ масофада, Δ_5 интервалнинг тепасида $\frac{n_5}{h} = \frac{8}{4} = 2$ масофада абциссалар ўқига параллел кесмалар ясаймиз.

Изланаётган частоталар гистограммаси 5-расмда тавсирланган.



5-расм

4-мисол. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимооти бўйича нисбий частоталар гистограммасини тузинг:

Δ_i	[-20,-15)	[-15,-10)	[-10,-5)	[-5,0)	[0,5)	[5,10)	[10,15)
n_i	2	8	17	24	26	13	10

Ечилиши. Нисбий частоталарни топамиз:

$$\omega_1 = \frac{2}{100} = 0,02; \omega_2 = \frac{8}{100} = 0,08; \omega_3 = \frac{17}{100} = 0,17; \omega_4 = \frac{24}{100} = 0,24;$$

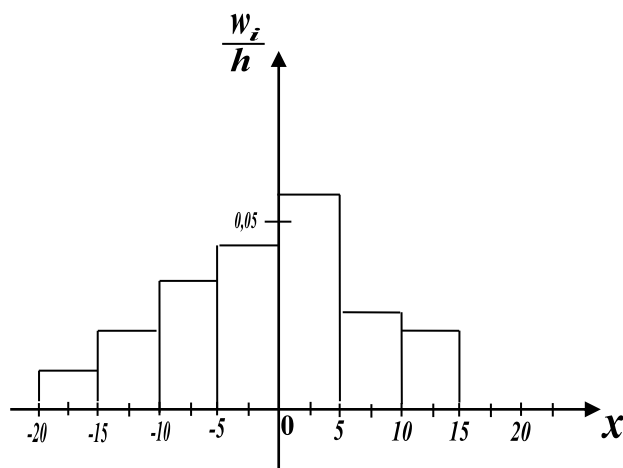
$$\omega_5 = \frac{26}{100} = 0,26; \omega_6 = \frac{13}{100} = 0,13; \omega_7 = \frac{10}{100} = 0,1$$

Интервалларнинг узунлиги $h=5$ эканлигини ҳисобга олиб, нисбий частоталар зичлигини топамиз:

$$\frac{\omega_1}{h} = \frac{0,02}{5} = 0,004; \frac{\omega_2}{h} = \frac{0,08}{5} = 0,016; \frac{\omega_3}{h} = \frac{0,17}{5} = 0,034; \frac{\omega_4}{h} = \frac{0,24}{5} = 0,048;$$

$$\frac{\omega_5}{h} = \frac{0,26}{5} = 0,052; \frac{\omega_6}{h} = \frac{0,13}{5} = 0,026; \frac{\omega_7}{h} = \frac{0,1}{5} = 0,020.$$

Абциссалар ўқида берилган қисмий интервалларни белгилаймиз. Бу интервалларнинг тепаларида $\frac{\omega_i}{h}$ масофада абциссалар ўқиға параллел кесмалар ўтказамиз. Масалан, [-20,-15) интервалнинг тепасида абциссалар ўқиға 0,004 масофада кесма ўтказамиз; қолган кесмалар ҳам шунга ўхшаш ясалади. Изланаётган частоталар гистограммаси 6-расмда тасвирланган.



6-расм.

МАШҚ ҚИЛИШ УЧУН МАСАЛАЛАР

3. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимооти бўйича частоталар гистограммасини ясанг:

а)

Δ_i	[2,5)	[5,8)	[8,11)	[11,14)
n_i	9	10	25	6

б)

Δ_i	[2,7)	[7,12)	[12,17)	[17,22)	[22,27)
n_i	5	10	25	15	20

в)

Δ_i	[-4,-3)	[-3,-2)	[-2,-1)	[-1,0)	[0,1)	[1,2)	[2,3)
n_i	2	4	7	14	12	6	5

г)

Δ_i	[0;0,2)	[0,2;0,4)	[0,4;0,6)	[0,6;0,8)	[0,8;1,0)
n_i	3	7	13	5	2

4. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимои бўйича нисбий частоталар гистограммасини ясанг:

а)

Δ_i	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
n_i	11	14	15	10	14	16

б)

Δ_i	[0;3)	[3,6)	[6,9)	[9,12)	[12,15)	[12,15)	[15,18)	[18,21)
n_i	3	7	13	5	2	11	10	5

5. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимои бўйича частоталар полигонини ясанг:

а)

x_i	1	3	5	7	9
n_i	10	15	30	25	5

б)

x_i	1	2	4	5	8
n_i	10	8	9	12	3

6. Танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимои бўйича нисбий частоталар полигонини ясанг:

а)

x_i	4	6	8	10	12
n_i	7	26	36	24	7

б)

x_i	20	25	30	35
n_i	5	20	10	15

4-§. ТАНЛАНМАНИНГ СОНЛИ ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ

Танланманинг сонли характеристикаларидан энг кўп қўлланиладиганлари танланма ўртача қиймат, танланма дисперсия ва танланма ўртача квадратик четланишлардир.

Бош тўпламни ўрганиш мақсадида ундан n ҳажмли $x_1, x_2, \dots, x_n$ танланма олинган бўлсин.

Танланма ўртача қиймат деб танланма тўплам вариантларининг (элементларининг) арифметик ўртача қийматига айтилади ва $\bar{x}$ билан белгиланади.

Агар танланманинг барча $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлари турлича бўлса, у ҳолда

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Агар танланманинг $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлари мос равишда $n_1, n_2, \dots, n_k$ частоталарга эга, шу билан бирга $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ бўлса, у ҳолда

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i \quad (2)$$

1-эслатма. Агар дастлабки x_i вариантлар катта сонлар бўлса, у ҳолда ҳисоблашларни соддалаштириш мақсадида ҳар бир вариантдан бир хил C сонни айириб, яъни $u_i = x_i - C$ шартли вариантларга ўтиш мақсадга мувофиқ (C сифатида варианта олиниши мумкин, баъзан танланманинг тахминан ўртасида турган вариантани олиш фойдалироқ бўлади). У ҳолда

$$\bar{x} = C + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i \quad (3)$$

2-эслатма. Агар дастлабки вариантларда вергулдан кейин m та хонали ўнли касрлар бўлса, у ҳолда касрлар устида амаллар бажаришдан қутилиш мақсадида дастлабки вариантларни ўзгармас $C = 10^m$ сонга кўпайтирилади яъни $u_i = C x_i$ шартли вариантларга ўтилади. Бунда танланма ўртача қиймат $C = 10^m$ марта ортади. Шу сабабли танланма ўртача қийматни шартли вариантларда топгандан сўнг, уни C га бўлиш лозим:

$$\bar{x} = \frac{1}{C} \bar{u} = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^k n_i u_i \quad (4)$$

Танланма дисперсия деб танланма тўплам вариантларини танланманинг $\bar{x}$ танланма ўрта қийматидан четланиш квадратларининг ўртача арифметик қийматига айтилади ва D_T билан белгиланади.

Агар танламанинг барча $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлари турлича бўлса, у ҳолда

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (5)$$

Агар танланманинг $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлари мос равишда $n_1, n_2, \dots, n_k$ частоталарга эга, шу билан бирга $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ бўлса, у ҳолда

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (6)$$

Ҳисоблашларни осонлаштириш мақсадида танланма дисперсияни қуйидаги формулалар билан ҳисоблаш мақсадга мувофиқдири:

$$D_T = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2 \quad (7)$$

агар $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлар турлича бўлса;

$$D_T = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n} \right)^2 \quad (8)$$

агар $x_1, x_2, \dots, x_n$ вариантлар мос равишда $n_1, n_2, \dots, n_k$ частоталарга эга бўлса.

Танланманинг ўртача квадратик четланиши деб танланма дисперсиядан олинган квадрат илдизга айтилади, яъни:

$$\sigma_T = \sqrt{D_T}$$

3-эслатма. Агар дастлабки x_i вариантлар катта сонлар бўлса, у ҳолда ҳисоблашларни соддалаштириш мақсадида ҳар бир вариантдан танланма ўртача қийматига тенг ёки унга яқин бўлган бир хил C сонни айлантириб, яъни $u_i = x_i - C$ шартли вариантларга ўтиш мақсадга мувофиқ. Бунда танланма дисперсия ўзгармайди:

$$D_T = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^k n_i u_i}{n} \right)^2 \quad (9)$$

4-эслатма. Агар дастлабки вариантларда вергулдан кейин m та хонали ўнли касрлар бўлса, у ҳолда касрлар устида амаллар бажаришдан қутилиш мақсадида дастлабки вариантларни ўзгармас $C = 10^m$ сонга кўпайтирилади яъни $u_i = C x_i$ шартли вариантларга ўтилади. Бунда танланма дисперсия C^2 марта ортади. Шу сабабли танланма дисперсия қийматини шартли вариантларда топгандан сўнг, уни C^2 га бўлиш лозим:

$$D_T = \frac{1}{C^2} D_T^*$$

бу ерда

$$D_T^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (u_i - \bar{u})^2$$

ёки

$$D_T^* = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^k n_i u_i}{n} \right)^2$$

1-мисол. 5 та бир хил катталиқдаги ер участкасининг ҳар бир гектарида 32,28,30,31,33 центнердан пахта ҳосили йиғиб олинган. Ўртача пахта ҳосилини топинг.

Ечилиши. Бу ҳолда ўртача ҳосил танланма ўртача қиймат бўлиб (1-формула)

$$\bar{x} = \frac{32 + 28 + 30 + 31 + 33}{5} = \frac{154}{5} = 30,8 \text{ ц.}$$

2-мисол. Қуйидаги жадвалда берилган ҳар бир гектар ердан олинган пахта ҳосили тақсимои (ц ҳисобида) берилган:

x_i	28	23	30	31	32
n_i	2	5	8	4	3

Ўртача ҳосилни топинг.

Ечилиши. Бу ҳолда ўртача ҳосилни топиш учун 2-формуладан фойдаланамиз.:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 2 + 5 + 8 + 4 + 3 = 22$$

(2) формулага $n=22$, $x_1 = 28$, $x_2 = 29$, $x_3 = 30$, $x_4 = 31$, $x_5 = 32$ ларни қўйиб, қуйидаги ўртача ҳосилни топамиз:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 28 + 5 \cdot 29 + 8 \cdot 30 + 4 \cdot 31 + 3 \cdot 32}{22} = \frac{661}{22} \approx 30,05 \text{ ц.}$$

3-мисол. $n=10$ ҳажмли танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимои бўйича танланманинг ўртача қийматини топинг:

x_i	1250	1270	1280
n_i	2	5	3

Ечилиши. Дастлабки вариантлар катта сонлар, шунинг учун шартли вариантларга ўтаимиз: $u_i = x_i - 1270$. Натижада шартли вариантлар тақсимоини ҳосил қиламиз:

u_i	-20	0	10
n_i	2	5	3

У ҳолда (2) формулага кўра изланаётган танланма ўртача қиймат

$$\bar{x} = C + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i u_i = 1270 + \frac{2 \cdot (-20) + 5 \cdot 0 + 3 \cdot 10}{10} = 1270 + \frac{-40 + 30}{10} = 1270 - 1 = 1269$$

4-мисол. $n=20$ ҳажмли танланманинг қуйида берилган эмпирик тақсимои бўйича танланма ўртача қийматни топинг:

x_i	0,1	0,3	0,5
n_i	10	4	6

Ечилиши. Касрлар устида амаллар бажаришдан қутилиш мақсадида $u_i = 10x_i$ шартли вариантларга ўтамиз. Натижада қуйидаги эмпирик тақсимотни ҳосил қиламиз:

u_i	1	3	5
n_i	10	4	6

Шартли вариантларнинг танланма ўртача қийматини топамиз:

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i u_i = \frac{1 \cdot 10 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5}{20} = \frac{52}{20} = 2,6$$

Шундай қилиб танланма ўрта қиймати (4) формулага кўра

$$\bar{x} = \frac{\bar{u}}{10} = \frac{2,6}{10} = 0,26$$

5-мисол. Стерженнинг узунлигини битта асбоб билан беш марта ўлчаш натижасида қуйидаги натижалар олинган (мм ҳисобида): 92, 94, 103, 105, 106. Асбоб йўл қўйган хатоларнинг танланма дисперсиясини топинг.

Ечилиши. Танланмадаги вариантлар турлича бўлганлиги сабабли танланма дисперсиясини (5) формула бўйича топамиз.

Танланма ўртача қиймат $\bar{x}$ ни топамиз. Дастлабки вариантлар катта сонлар бўлгани учун шартли вариантларга ўтамиз (1-эслатма).

$$\bar{x} = C + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 92 + \frac{0 + 2 + 11 + 13 + 14}{5} = 92 + 8 = 100$$

(5) формулага $\bar{x} = 100$ ни қўйиб изланаётган танланма дисперсияни топамиз:

$$\begin{aligned} D_T &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - 100)^2 = \\ &= \frac{(92 - 100)^2 + (94 - 100)^2 + (103 - 100)^2 + (105 - 100)^2 + (106 - 100)^2}{5} = \\ &= \frac{64 + 36 + 9 + 25 + 36}{5} = \frac{170}{5} = 34 \end{aligned}$$

6-мисол. Танланма тўплам қуйидаги тақсимот жадвали билан берилган:

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

Танланма дисперсияни топинг.

Ечилиши. Бундай ҳолда танланма дисперсияни (6) формуладан фойдаланиб, топамиз, чунки танланма вариантлари частоталарга эга.

Танланма ҳажмини топамиз: $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 20 + 15 + 10 + 5 = 50$

Танланма ўртача қиймат $\bar{x}$ ни топамз. (2) формулага кўра

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{20 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

$\bar{x}$ нинг топилган бу қийматини (6) формулага қўйиб, изланаётган танланма дисперсияни топамиз:

$$\begin{aligned} D_T &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^5 n_i (x_i - 2)^2 = \\ &= \frac{20 \cdot (1-2)^2 + 15 \cdot (2-2)^2 + 10 \cdot (3-2)^2 + 5 \cdot (4-2)^2}{50} = \frac{20 + 10 + 20}{50} = \frac{50}{50} = 1 \end{aligned}$$

7-мисол. 6-мисолдаги маълумотлар бўйича танланма дисперсияни (8) формуладан фойдаланиб топинг.

Ечилиши. Танланма ўртача қийматни топамз:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{20 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

Варианталар квадратларининг ўртача арифметик қийматини топамз:

$$(x^2)_{\text{урт}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 = \frac{20 \cdot 1^2 + 15 \cdot 2^2 + 10 \cdot 3^2 + 5 \cdot 4^2}{50} = \frac{20 + 60 + 90 + 80}{50} = \frac{250}{50} = 5$$

Изланаётган танланма дисперсия:

$$D_T = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = 5 - 2^2 = 1$$

8-мисол. Қуйидаги берилган $n=10$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимооти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	186	192	194
n_i	2	5	3

Ечилиши. Варианталар нисбатан катта сонлар, шунинг учун шартли вариантларга ўтамыз: $u_i = x_i - 192$. Натижада шартли вариантлар тақсимотини ҳосил қиламыз:

u_i	-6	0	2
n_i	2	5	3

Изланаётган танланма дисперсияни топамиз:

$$D_T = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i \right)^2 = \frac{2 \cdot (-6)^2 + 5 \cdot 0^2 + 3 \cdot 2^2}{10} - \left(\frac{2 \cdot (-6) + 5 \cdot 0 + 3 \cdot 2}{10} \right)^2 = \frac{84}{10} - \frac{36}{100} = 8,4 - 0,36 = 8,04$$

9-мисол. Қуйида берилган $n=10$ ҳажмли эмпирик тақсимои бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	0,01	0,04	0,08
n_i	5	3	2

Ечилиши. Касрлар устида амаллар бажаришдан қутилиш мақсадида $u_i = 100x_i$ шартли вариантларга ўтамиз. Натижада қуйидаги эмпирик тақсимотни ҳосил қиламиз:

u_i	1	4	8
n_i	5	3	2

Шартли вариантларнинг танланма дисперсиясини топамиз:

$$D_T^* = \bar{u}^2 - (\bar{u})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i u_i \right)^2 = \frac{5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 8^2}{10} - \left(\frac{5 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 8}{10} \right)^2 = \frac{181}{10} - \left(\frac{33}{10} \right)^2 = 18,1 - 10,89 = 7,21$$

Дастлабки вариантларнинг изланаётган танланма дисперсиясини топамиз:

$$D_T = \frac{D_T^*}{100^2} = \frac{7,21}{10000} = 0,0007$$

МИСОЛ МАСАЛАЛАР

Қуйидаги танланмаларнинг танлама ўртача қийматини ҳисобланг:

1. 2,8,12, 14, 16

2. -5, 3, 4, 8, 10.

3. 1,3; 1,5; 1,8; 2,4; 2,8 ; 3,1.

4. $n=20$ ҳажмли эмпирик тақсимои бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	1	3	6	16
n_i	4	10	5	1

5. $n=20$ ҳажмли эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	2	5	7	10
n_i	2	4	6	8

6. $n=25$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	2	3	6	8	12	15
n_i	1	8	4	2	6	4

7. $n=20$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	2560	2600	2620	2650	2700
n_i	2	3	10	4	1

Кўрсатма. $u_i = x_i - 2620$ шартли вариантларга ўтинг.

8. $n=50$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	150	165	175	185	195
n_i	2	4	11	12	21

Кўрсатма. $u_i = x_i - 175$ шартли вариантларга ўтинг.

9. $n=100$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	340	300	375	320
n_i	20	50	18	12

Кўрсатма. $u_i = x_i - 360$ шартли вариантларга ўтинг.

10. $n=30$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	348	343	350	351	353	356
n_i	2	3	4	6	5	10

Кўрсатма. $u_i = x_i - 348$ шартли вариантларга ўтинг.

11. $n=10$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	2,4	2,5	2,7	2,9
n_i	2	3	4	1

Кўрсатма. $u_i = 10x_i$ шартли вариантларга ўтинг.

12. $n=25$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	0,01	0,03	0,06	0,07	0,09
n_i	7	4	10	2	3

Кўрсатма. $u_i = 100x_i$ шартли вариантларга ўтинг.

13. $n=100$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	18,6	19,0	19,4	19,8	20,2	20,6
n_i	4	6	30	40	18	2

Кўрсатма. $u_i = 10x_i - 194$ шартли вариантларга ўтинг.

14. $n=20$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма ўртача қийматини топинг:

x_i	1,08	1,10	1,14	1,25	1,36	1,38
n_i	3	2	1	8	4	2

Кўрсатма. $u_i = 100x_i - 125$ шартли вариантларга ўтинг.

15. Қуйида берилган танланма бўйича дисперсияни ҳисобланг:

а) 2,3, 7,9, 11, 16;

б) 1,2, 4,6, 7,8,10, 11.

16. $n=60$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Кўрсатма. $u_i = x_i - 2844$ шартли вариантларга ўтинг.

17. $n=100$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	12	14	16	18	20	22
n_i	5	15	50	16	10	4

18. $n=100$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	2502	2804	2903	3028
n_i	8	30	60	2

Кўрсатма. $u_i = x_i - 2844$ шартли вариантларга ўтинг.

19. $n=100$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	20	25	50	5

Кўрсатма. $u_i = x_i - 1275$ шартли вариантларга ўтинг.

20. $n=50$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	0,1	0,5	0,6	0,8
n_i	5	15	20	10

Кўрсатма. $u_i = 10x_i$ шартли вариантларга ўтинг.

21. $n=50$ ҳажмли танланманинг эмпирик тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

x_i	18,4	18,9	19,3	19,6
n_i	5	10	20	15

Кўрсатма. $u_i = 10x_i - 195$ шартли вариантларга ўтинг

22. Танланманинг эмпирик тақсимоти берилган:

x_i	4	7	10	15
n_i	10	15	20	5

Танланма дисперсияни:

а) танланма дисперсия таърифидан;

б) $D_T = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i \right)^2$ формуладан фойдаланиб топинг.

23. Қуйида таваккалига танлаб олинган 100 эркакнинг бўйини ўлчаш натижалари (см ҳисобида) келтирилган:

Бўйи $[x_i, x_{i+1})$	[154,158)	[158,162)	[162,166)	[166,170)	[170,174)	[174,178)	[178,182)
Эркаклар сони n_i	10	14	26	28	12	8	2

Текширилган эркаклар бўйининг танланма дисперсиясини топинг.

Кўрсатма. Ораликларнинг ўрталарини топинг ва уларни вариантлар деб қабул қилинг; $u_i = x_i - 118$ шартли вариантларга ўтинг.

24. Танланманинг қуйида берилган тақсимоти бўйича танланма дисперсияни топинг:

$[x_i, x_{i+1})$	[5,7)	[7,9)	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)
n_i	8	14	40	26	6	4

Кўрсатма. Ораликларнинг ўрталарини топинг ва уларни вариантлар деб қабул қилинг.

ЖАВОБЛАР

1-§.

1. 10,10,10, 11,11,15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 18,18-вариацион қатор

x_i	10	11	15	16	17	18
n_i	3	2	5	3	5	2

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТ

2. 12, 12,13,13, 13,14,14,14,14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18,18; 18, 18, 19, 19,20,20,20 -вариацион қатор

x_i	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_i	2	3	7	12	8	7	5	3	3

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТ

3. 0, 3,5,6,8, 9, 11,11,11,12,12,13,14,15,16,16,19-вариацион қатор

x_i	0	3	5	6	8	9	11	12	13	14	15	16	19
n_i	1	1	1	1	1	1	3	2	1	1	1	2	1

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТ.

4. 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 18,18,18, 18,18,19,19- вариацион қатор

x_i	15	16	17	18	19
n_i	1	4	4	5	2

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТ

5. 1, 1, 1, 2,2, 2, 2, 2, 3,3, 3,3, 3,3, 3,3, 3,3,4,4, 4-вариацион қатор

x_i	1	2	3	4
n_i	3	5	10	3

СТАТИСТИК ТАҚСИМОТ

6. 3,6,7,7,7,8,8, 8, 8,8, 8, 9,9,9,9,9, 9,9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 15, 15,15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18,18; 18, 18, 19, 19,20,20,20-вариацион қатор

x_i	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_i	2	3	7	12	8	7	5	3	3

статистик тақсимот.

7.

x_i	1	2	4	5	8
ω_i	0,125	0,250	0,375	0,175	0,075

8.

x_i	2	5	7	10
n_i	0,32	0,24	0,16	0,28

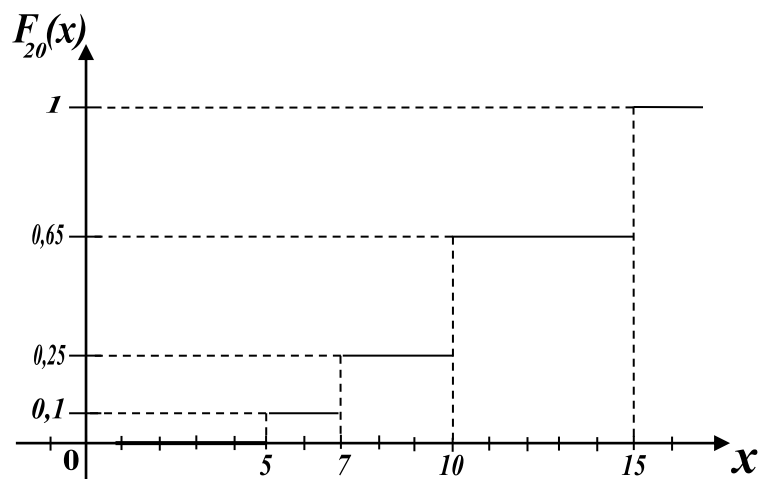
9.

x_i	20	25	30	35	40
n_i	0,04	0,14	0,46	0,16	0,20

2-§.

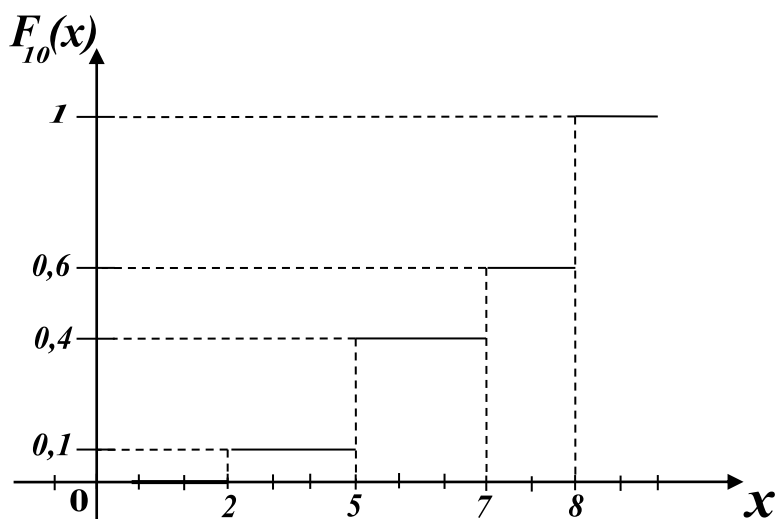
1.

$$F_{20}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5 \text{ булганда} \\ 0,1 & 5 < x \leq 7 \text{ булганда} \\ 0,25 & 7 < x \leq 10 \text{ булганда} \\ 0,65 & 10 < x \leq 15 \text{ булганда} \\ 1 & x > 15 \text{ булганда} \end{cases}$$



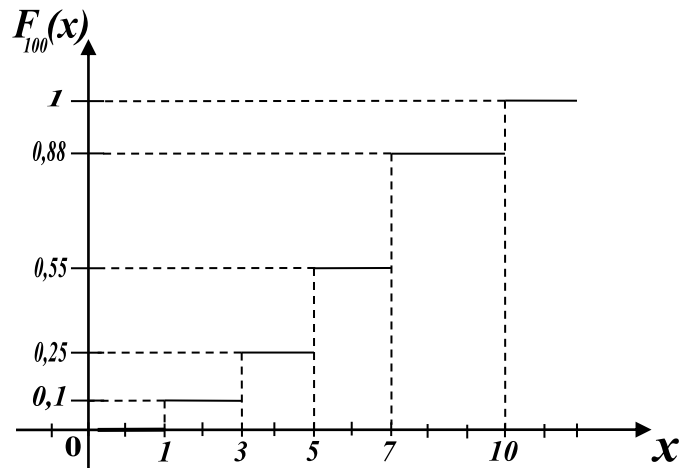
2.

$$F_{10}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \text{ булганда,} \\ 0,1 & 2 < x \leq 5 \text{ булганда,} \\ 0,4 & 5 < x \leq 7 \text{ булганда,} \\ 0,5 & 7 < x \leq 8 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 8 \text{ булганда;} \end{cases}$$



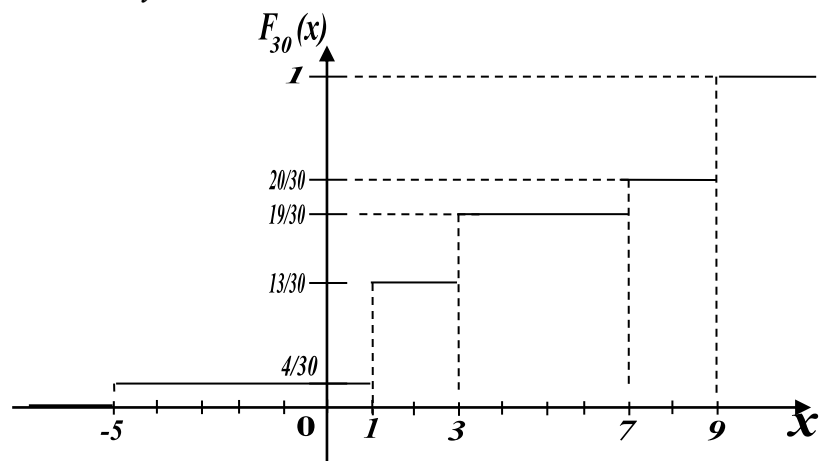
3.

$$F_{100}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \text{ булганда,} \\ 0,1 & 1 < x \leq 3 \text{ булганда,} \\ 0,25 & 3 < x \leq 5 \text{ булганда,} \\ 0,55 & 5 < x \leq 7 \text{ булганда,} \\ 0,88 & 7 < x \leq 10 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 10 \text{ булганда,} \end{cases}$$



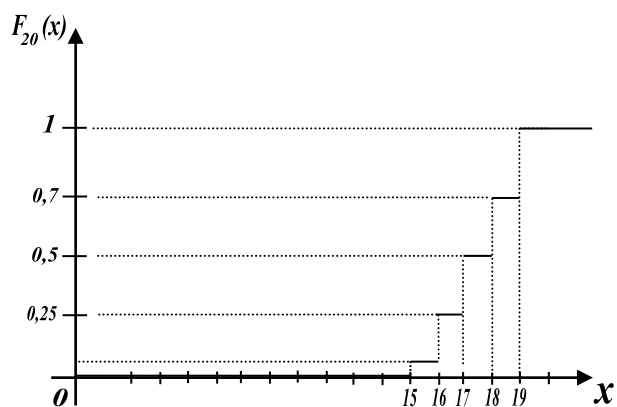
4.

$$F_{30}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5 \text{ булганда,} \\ \frac{2}{15} & -5 < x \leq 1 \text{ булганда,} \\ \frac{13}{30} & 1 < x \leq 3 \text{ булганда,} \\ \frac{19}{30} & 3 < x \leq 7 \text{ булганда,} \\ \frac{20}{30} & 7 < x \leq 9 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 9 \text{ булганда,} \end{cases}$$



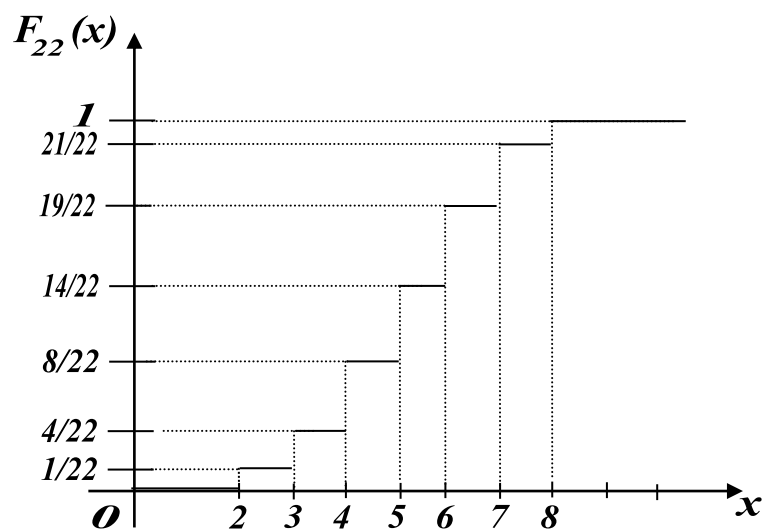
5.

$$F_{20}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 15 \text{ булганда,} \\ 0,05 & 15 < x \leq 16 \text{ булганда,} \\ 0,25 & 16 < x \leq 17 \text{ булганда,} \\ 0,5 & 17 < x \leq 18 \text{ булганда,} \\ 0,7 & 18 < x \leq 19 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 19 \text{ булганда,} \end{cases}$$



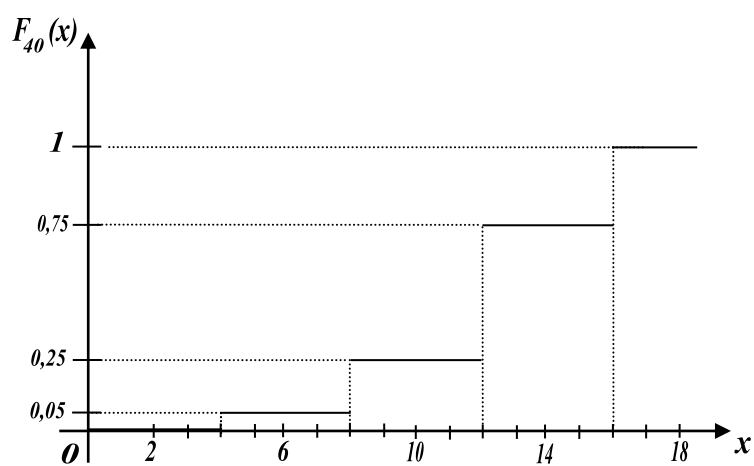
6.

$$F_{30}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \text{ булганда,} \\ \frac{1}{22} & 2 < x \leq 3 \text{ булганда,} \\ \frac{2}{11} & 3 < x \leq 4 \text{ булганда,} \\ \frac{4}{11} & 4 < x \leq 5 \text{ булганда,} \\ \frac{7}{22} & 5 < x \leq 6 \text{ булганда,} \\ \frac{19}{22} & 6 < x \leq 7 \text{ булганда,} \\ \frac{21}{22} & 7 < x \leq 8 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 8 \text{ булганда,} \end{cases}$$



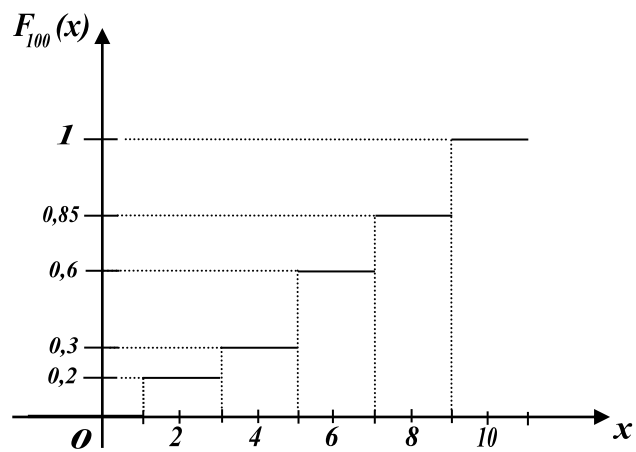
7.

$$F_{40}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4 \text{ булганда,} \\ 0,05 & 4 < x \leq 8 \text{ булганда,} \\ 0,25 & 8 < x \leq 12 \text{ булганда,} \\ 0,75 & 12 < x \leq 16 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 16 \text{ булганда;} \end{cases}$$



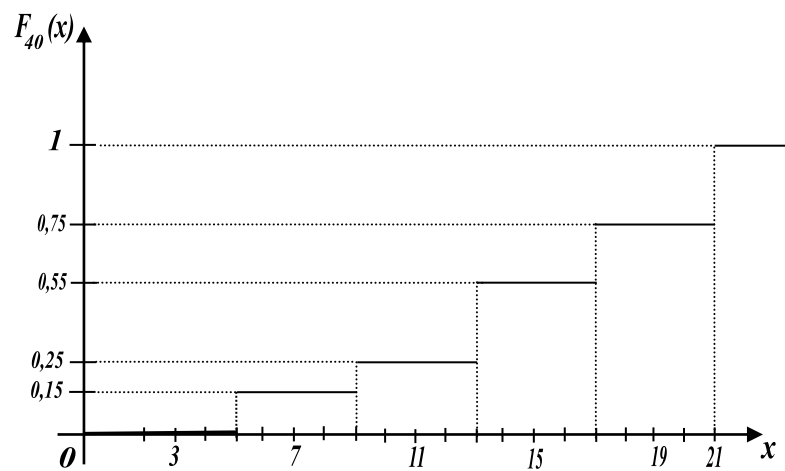
8.

$$F_{100}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \text{ булганда,} \\ 0,2 & 1 < x \leq 3 \text{ булганда,} \\ 0,3 & 3 < x \leq 5 \text{ булганда,} \\ 0,6 & 5 < x \leq 7 \text{ булганда,} \\ 0,85 & 7 < x \leq 9 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 9 \text{ булганда,} \end{cases}$$



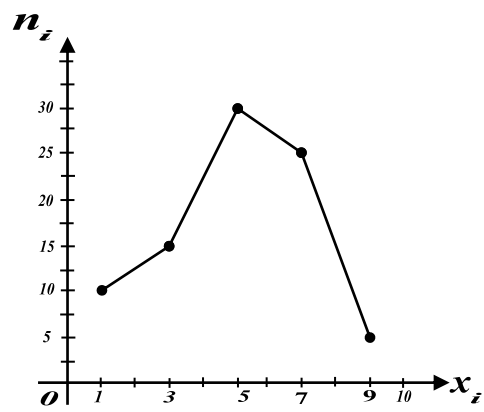
9.

$$F_{40}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5 \text{ булганда,} \\ 0,15 & 5 < x \leq 9 \text{ булганда,} \\ 0,25 & 9 < x \leq 13 \text{ булганда,} \\ 0,55 & 13 < x \leq 17 \text{ булганда,} \\ 0,75 & 17 < x \leq 21 \text{ булганда,} \\ 1 & x > 21 \text{ булганда,} \end{cases}$$

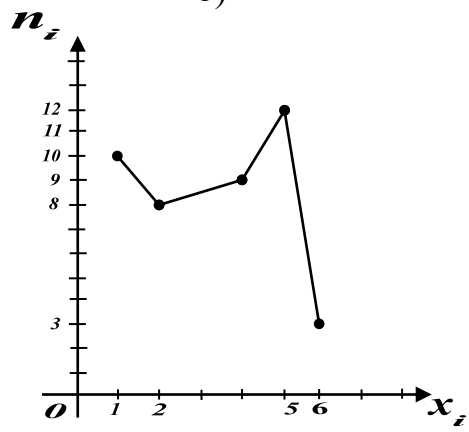


3-§.

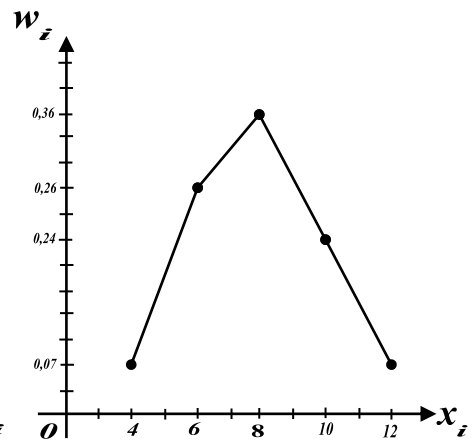
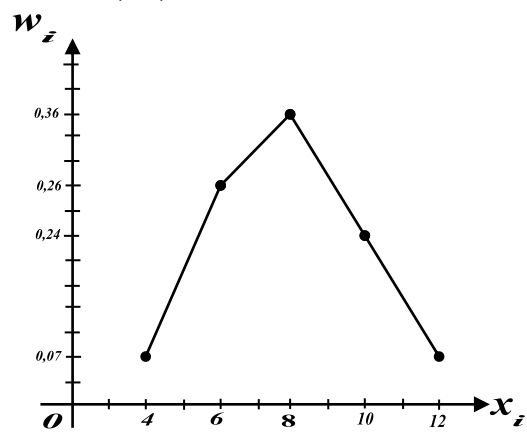
1. a)



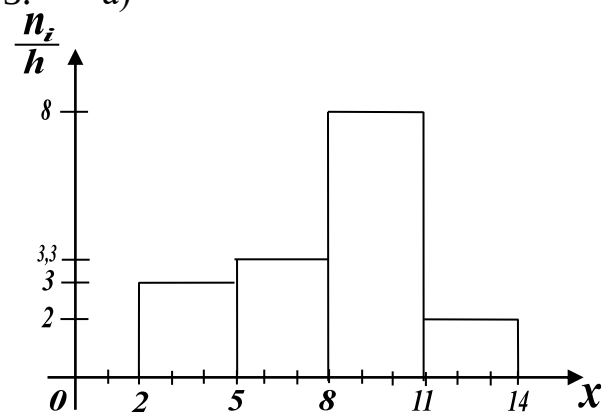
б)



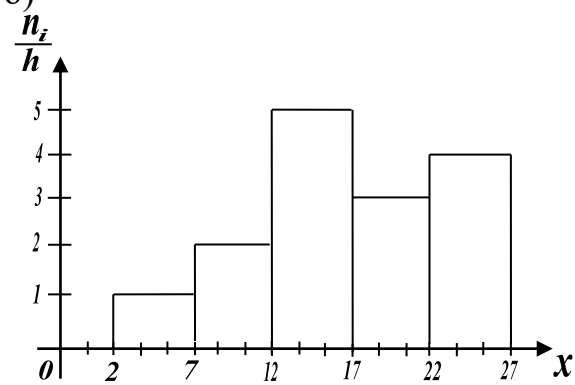
2. a) б)



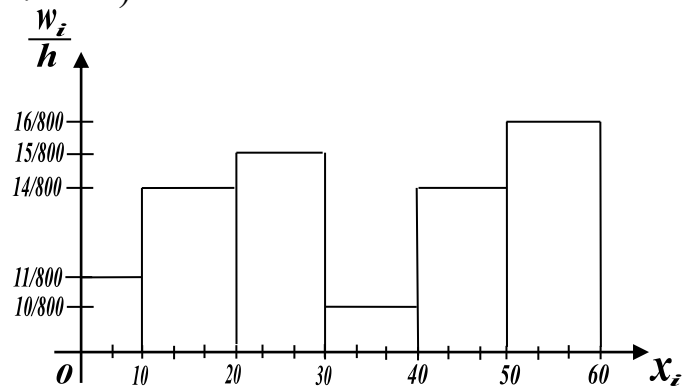
3. a)



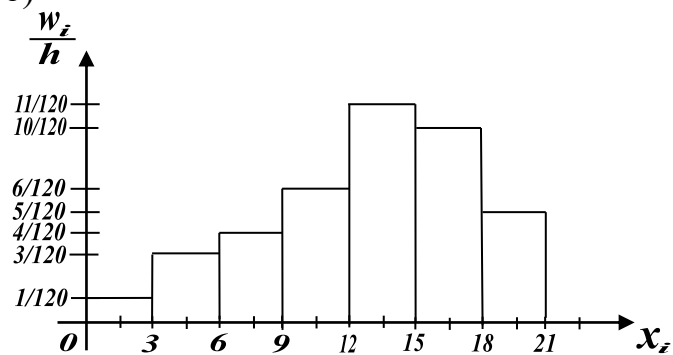
б)



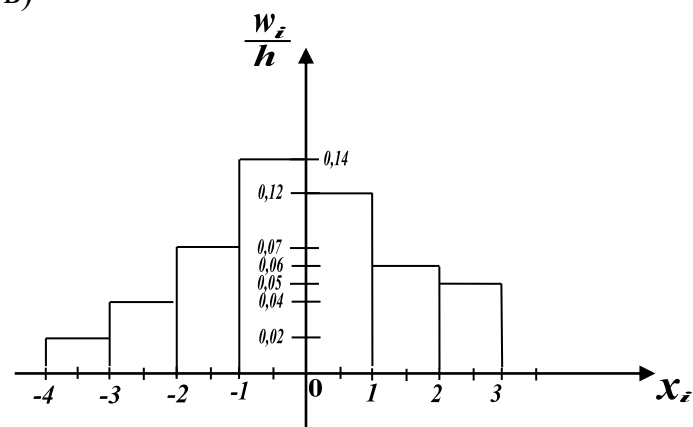
4. a)



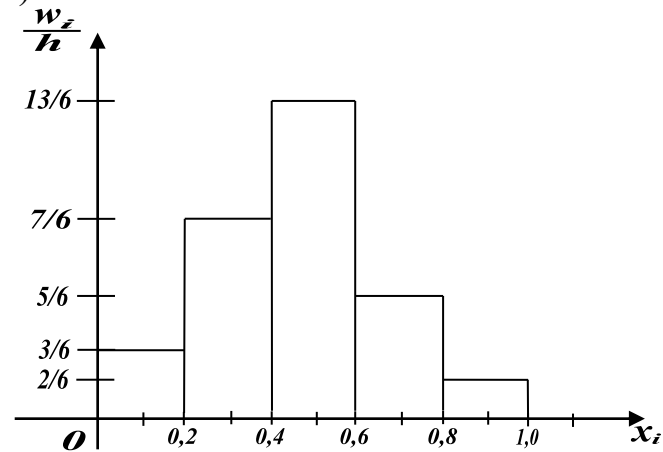
б)



В)



Г)



4-§.

1. $\bar{x} = 10,4$ 2. $\bar{x} = 4$ 3. $\bar{x} = 2,15$ 4. $\bar{x} = 4$ 5. $\bar{x} = 7,3$
6. $\bar{x} = 7,92$ 7. $\bar{x} = 2621$ 8. $\bar{x} = 184$ 9. $\bar{x} = 375,1$ 10. $\bar{x} \approx 352,47$
11. $\bar{x} = 2,6$ 12. $\bar{x} = 0,048$ 13. $\bar{x} = 19,72$ 14. $\bar{x} = 1,239$ 15 a) $\bar{x} = \frac{68}{3} \approx 22,67$
6) $\bar{x} = \frac{97}{7} \approx 13,86$ 16. $D_T = \frac{56}{3} \approx 18,64$ 17. $D_T = 4,27$ 18. $D_T = 12603$
19. $D_T = 168,7158$ 20. $D_T = 0,32$ 21. $D_T = 0,5916$ 22. $D_T = 9,84$
23. $D_T = 33,44$ 24. $D_T \approx 10$