

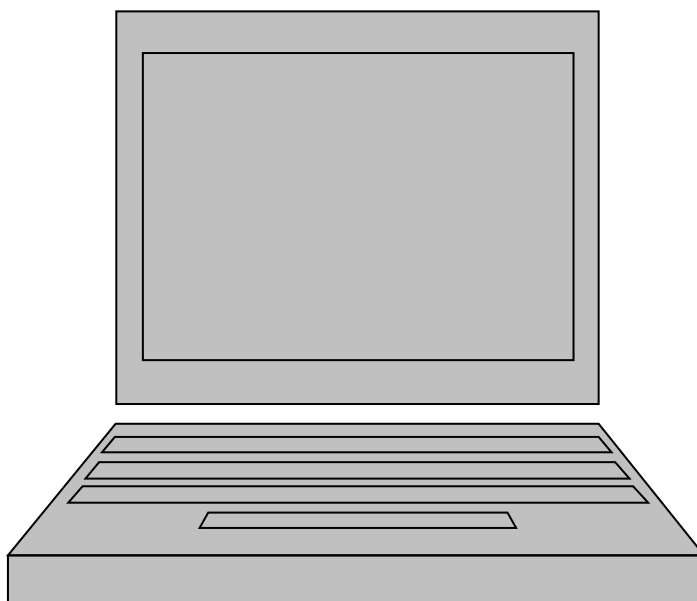
**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ХАЛҚ ТАЪЛИМИ ВАЗИРЛИГИ**

**ФАРҒОНА ВИЛОЯТИ ХАЛҚ ТАЪЛИМИ ПЕДАГОГ
ХОДИМЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА
МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ИНСТИТУТИ**

«Аниқ фанлар таълими» кафедраси

КЎРСАТКИЧЛИ ФУНКЦИЯ

Маъруза матни



Фарғона – 2006 й.

«ТАСДИҚЛАЙМАН»

Вилоят Халқ таълими педагог
ходимларини қайта тайёрлаш
ва малакасини ошириш
институти ўқув ишлари
бўйича проректори:

_____ Н. Мамажонов
« _____ » _____ 2006 й.

Тузувчи: З. Мўминов.

Фарғона вилоят халқ таълими педагог ходимларини қайта тайёрлаш ва малакасини
ошириш институти «Аниқ фанлар таълими» кафедраси 2006 йил № ____ сонли
йиғилишида тасдиқланган ва нашрга тавсия этилган.

КЎРСАТКИЧЛИ ФУНКЦИЯ

Табиат, биология, физика, иқтисодиётдаги жуда кўп жараёнларнинг кечиши кўрсаткичли функция ёрдамида тавсифланади. Дарсларни кўрсаткичли функция тушунчасига олиб келувчи масалаларни ўрганиш, таҳлил қилишдан бошлаган маҳқул. Бу бобда бир нечта мисоллар асосида кўрсаткичли функция киритилади, унинг ҳосалари ўрганилади.

Кўрсаткичли тенглама ва тенгсизликларни ечиш усуллари берилади.

4-махруза.

Кўрсаткичли функциянинг хоссалари ва унинг графиги

Мақсад: Ўқувчиларни қуйидагилар билан таништириш:

- кўрсаткичли функция тушунчасига олиб келувчи мисоллар билан;
- кўрсаткичли функция ва унинг ҳоссаларини (аниқланиш соҳаси, қийматлар соҳаси, ўсиш ва камайиши) билан таништириш;
- кўрсаткичли функция графигини чизишни ўргатиш.

Билимлар: Бу параграфни ўрганиш натижасида ўқувчилар қуйидаги билимларни эгаллашлари лозим;

- кўрсаткичли функциянинг аниқланиш соҳаси;
- кўрсаткичли функциянинг қийматлар соҳаси;
- кўрсаткичли функциянинг ўсиш (камайиш) шартлари;
- кўрсаткичли функциянинг графигини чиза олиш.

Кўникмалар:

- кўрсаткичли функция хоссаларини мисоллар ечишда, графигини чизишда намойиш эта билиш;
- бу хоссалардан кўрсаткичли тенглама ва тенгсизликларни ечишда фойдаланиш кўникмалари, малакаларини эгаллаш.

Методик тавсиялар. Кўрсаткичли функция турли физик, биологик, иқтисодий жараёнларни тавсифлашда қўл келади. Шунинг учун дарсни кўрсаткичли функция тушунчасига олиб келувчи 1-2-масалаларни ечиш ва таҳлил қилишдан бошлаган маҳқулдир. Бундай масалалардан бири дарсликнинг 23-§ ида берилган.

1. Агар радиактив модданинг t вақтдаги массасини $m(t)$, бошланғич $t = 0$ моментдаги массасини m_0 ва ярим емирилиш даври (модда дастлабки миқдорининг икки марта камайишига ўтган вақт оралиғи) T билан белгиласак, у ҳолда радиактив емирилиш

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ формула билан ифодаланади.

2. Жамғарма банкида мижоз қўйган A сўм пул 1 йилда $p\%$ даромад келтиради, дейлик. Агар кейинги ҳар бир йилда даромад $p\%$ орта борса, x йилдан сўнг бу мижоз банкка қўйган пул неча сўм бўлади?

1 йил ўтгач қўйилган A сўм пул неча сўм бўлади?

$$y_1 = A + \frac{A \cdot p}{100} = A \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right) \text{ сўм бўлади.}$$

2 йил ўтгач банкка қўйилган дастлабки пул неча сўм бўлади?

$$y_2 = y_1 + y_1 \cdot \frac{p}{100} = y_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right) = A \left(1 + \frac{p}{100} \right)^2 \text{ сўм бўлади.}$$

Равшанки, x йилдан сўнг банкка қўйилган A сўм пул $y(x) = A \left(1 + \frac{p}{100} \right)^x$ сўм бўлади.

Даромаднинг қанча бўлиши йиллар сони x га боғлиқ, яъни x нинг функциясидир. Шу билан бирга x ортган сари даромал ҳам ортиб боради.

3. Аҳолиси ҳозир k киши бўлган мамлакатда аҳоли сони $q\%$ дан орта борса, n йилдан сўнг бу мамлакат аҳолиси неча кишидан иборат бўлади?

Бу масала 2-масала каби ҳал этилади.

$$\text{Жавоб. } y(n) = k \cdot \left(1 + \frac{q}{100} \right)^n \text{ киши.}$$

Бу каби масалалар $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ функцияни ўрганишни тақозо этади, бу ерда x - ихтиёрий ҳақиқий сон.

8-синф «Алгебра» курсида мусбат a асосли ва исталган ҳақиқий кўрсаткичли даража қаралган эди. («Алгебра-8», 42-§) ва ҳақиқий кўрсаткичли даражанинг хоссалари рационал кўрсаткичли даражанинг хоссалари каби бўлиши айtilган эди. Ўқувчиларга ҳақиқий кўрсаткичли даражанинг хоссалари эслатиб ўтилади. Бу хоссалар 23-§ бошланишидаги (1)-(7) хоссалардир.

Кўрсаткичли функциянинг хоссаларини исботлашда биз бу хоссалардан фойдаланамиз.

Муаллим энди бевосита кўрсаткичли функция таҳрифи ва хоссаларига ўтиши мумкин.

2-хоссани қарайлик: $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ кўрсаткичли функциянинг қийматлари тўплами барча мусбат сонлар тўпламидир.

$a^x = b$ тенглама $b \leq 0$ да илдизга эга эмас. Ҳақиқатдан ҳам $a > 0$ ва x - ихтиёрий ҳақиқий сон бўлса, y ҳолда ҳақиқий кўрсаткичли даражанинг (6) хоссасига кўра, $a^x > 0$ бўлиши керак, яъни a^x манфий ёки 0 га тенг қийматларни қабул қилмайди.

$a^x = b$ тенглама исталган $b > 0$ да ягона илдизга эга (бу ҳақида «Алгебра-8», 43-§ да ҳам айtilган). Геометрик нуқтаи назардан бу $y = a^x$ функция графиги билан $y = b$, $b > 0$ тўғри чизик албатта бир марта кесишишини билдиради. Бу тасдиқнинг исботини келтирмаймиз.

1- ва 2-теореманинг ($a > 1$ да $y = a^x$ функциянинг ўсиши, $0 < a < 1$ да камаювчи бўлиши) исботини муаллим тушунтириб беради, уни ўқувчилар билан биргаликда таҳлил қилади.

Кўрсаткичли функция графигини чизишни сода мисоллардан бошлаш керак.

Хусусан, $y = 2^x$ ва $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ функцияларнинг графикларини чизиш дарсликда ўргатилган.

Шуни ўқувчиларга сингдириш керакки, исталган $y = a^x$ функциянинг графиги $a > 1$ бўлса, $y = 2^x$ функциянинг графиги каби кўринишга эга бўлади.

Агар $0 < a < 1$ бўлса, у ҳолда исталган $y = a^x$ функциянинг графиги $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

функциянинг графиги каби кўринишда бўлади.

Бу ҳолатлардан кўринишли функция графиги эскизини чизишда фойдаланилади.

$y = a^x$ функция графиги албатта $(0;1)$ нуқтадан ўтишини таҳкидлаш лозим.

Кўрсаткичли функция $a > 1$ да ўсади, дейилганда $y = a^x$ функция назарда тутилади. $a > 1$ ва $y = a^{f(x)}$ бўлса, кўрсаткичли функция камаювчи бўлиши ҳам мумкин.

Масалан, $y = 2^{1-x}$, $y = 3^{4-x}$.

Ўқувчи графика қараб функциянинг ўсиш (ёки камайиш) оралиқларини дарҳол илғасин, пайқасин. Бунинг учун ўқувчи график бўйлаб (графикда) Ох ўқи йўналишида «юриши» керак. Бола «юқорига» кўтарилган оралиқда функция ўсиши, «пастга» тушган оралиқда эса функция камаювчи бўлади.

Мавзу учун 4 соат ажратилган. Ихтиёрий x сон учун даражанинг хоссаларини эслатиш, кўрсаткичли функция тушунчасига олиб келувчи мисолларни келтириш (умуман, синфни кўрсаткичли функция таҳрифи ва хоссалари билан танишишга «тайёрлаш» учун) 1 соат ажратилса етарли бўлади. 1,5-2 соатда кўрсаткичли функциянинг таҳрифи ва хоссалари (мисолларда тушунтиришлар билан) ўтиоса, қолган вақтни машқлар учун ажратиш мумкин.

Синфда ечилади: 336-343, 372-373-машқларнинг тоқ номерли мисоллари.

Ўйга вазифа: 338, 340, 343, 372-373-машқларнинг жуфт номерли мисоллари.

Масала ечиш намуналари.

№ 340. 3) Функциялар графиклари кесишиш нукталарининг координаталарини

топинг: $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ва $y = \frac{1}{16}$.

Ечиш. $\frac{1}{16} > 0$ бўлгани учун $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{16}$ тенглама илдизга эга (кўрсаткичли функциянинг 2-хоссаси), яъни берилган функцияларнинг графиклари ҳақиқатдан ҳам кесишади. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ бўлгани учун илдизлардан бири 2 га тенг. Бошқа илдиз йўқ, чунки $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ функция $a = \frac{1}{4}$, $0 < \frac{1}{4} < 1$ бўлгани сабабли камаювчи, демак, $x > 2$ да $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \frac{1}{16}$ ва $x < 2$ да $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \frac{1}{16}$. Шундай қилиб, функциялар графиклари фақат битта нуктада кесишади ва кесишиш нуктасининг координаталари $\left(2, \frac{1}{16}\right)$ бўлади.

Жавоб. $\left(2, \frac{1}{16}\right)$.

№ 372. 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ ва $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ сонларни таққосланг.

Ечиш. $1,4 < \sqrt{2}$ эканлиги (масалан, шу тенгсизликнинг ҳар икала қисмини квадратга ошириш мумкин: $1,96 < 2$) равшан. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ камаювчи функция бўлгани учун $1,4 < \sqrt{2}$ эканлигидан $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ келиб чиқади.

№ 373. $0 < \frac{\pi}{4} < 1$ бўлгани учун $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ камаювчи функция. Бундан ташқари $\sqrt{5} - 2 > 0$, чунки $\sqrt{5} > 2$. Шу сабабли ва $\left(\frac{\pi}{4}\right)^0 = 1$ эканлигидан $\left(\frac{\pi}{4}\right)^0 > \left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$

Жавоб. $1 > \left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$.