

Progressiyalarga doir masalalar yechishda umumlashtirish usulidan foydalanish

Progressiyalarga doir masalalar yechishda umumlashtirish usulidan foydalanish

Annotasiya: O'quvchilarni turli murakkablikdagi testlarni yechishga tayyorlash jarayonida bir xil tipdagi misol va masalalar ko'p uchraydi. Bu masalalarni xususiy xolda yechish o'quvchini ko'p vaqt va mehnat sarf etishga majbur qiladi. Biz mana shu masalalarni yechishni umumlashtirish orqali yechish bilan unga sarflanadigan vaqtdan samarali foydalanish mumkin deb hisoblaymiz.

Kalit so'zlar: progressiya, ayirma, mahraj, n-hadi, rekurrent, formula.

Аннотация: В подготовки учеников для решений сложных тестов встречаются одно типные примеры и задачи. При решении таких задач частных случаях ученики теряют много времени и труд. Мы при решение таких задач покажем методы обобщений, который позволит ученикам тратить мало времени.

Ключевые слова: Прогрессия, делитель, рекуррент, n-член, формула

Annotation: There are a lot of equal exercises for pupils, if takes much time to do sums individually. So that we've found ways of how to save the time and to help pupils by generalizing the sums.

1-masala	5 va 1 sonlari orasiga shu sonlar bilan arifmetik progressiya tashkil etadigan bir nechta son joylashtirilgan .Agar bu sonlarning yig'indisi 33ga teng bo'lsa ular orasiga nechta had joylashtirilgan ?
-----------------	---

Yechish: Umumiy holda yechaylik , (a_n) –berilgan arifmetik progressiya bo'lsin.
 $a_1=a$ va $a_n=b$ berilgan sonlar , d-ayirmasi.

a_1 va a_n hadlar orasiga $c_1, c_2, \dots, c_n$ sonlar joylashtirilgan desak ,

$c_1 = a_1 + d$, $c_n = b - d$ bo'lib $c_n = c_1 + (n-1)d$ dan :

$$b-d=(a+d)+(n-1)d \Rightarrow d=\frac{b-a}{n+1} \quad (1) \quad \text{va} \quad n=\frac{b-a}{d}-1 \quad (2) \quad \text{larni hosil qilamiz.}$$

Agar a va b sonlar orasida joylashgan sonlar yig'indisini topish so'ralsa,

$$S_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n = \frac{c_1 + c_n}{2} \cdot n = \frac{(a+d) + (b-d)}{2} \cdot n = \frac{a+b}{2} \cdot n \quad \text{ni hosil qilamiz.}$$

$$\text{Ya'ni} \quad S_n = \frac{a+b}{2} \cdot n \quad (3)$$

formuladan a,b larni bilgan holda S_n , n larni topish mumkin.
Yuqoridagi misolga qaytsak :

$$S_n=33, a=5 \text{ va } b=1 \text{ edi. O'rniga qo'yib: } 33=\frac{5+1}{2} \cdot n \Rightarrow 3n=33 \Rightarrow n=11 \text{ ni topamiz .}$$

Javob : 11ta son.

Shu kabi geometrik progressiyaga doir masalalarni ham umumiy holda yechib, formula Keltirib chiqish va shu formuladan foydalanib tipik masalalarni tez va oson yechish mumkin .

2-masala	3va 19683 somlari orasiga 7 ta shunday musbat son joylashtiringki ,hosil bo'lgan to'qqizta son geometrik progressiya tashkil etadi. 5-o'rinda turgan son nechaga teng?
-----------------	--

Yechish : Umumiy holda yechaylik , (b_m) geometrik progressiyada $b_1=a$ va $b_m=b$ mahraji $q>0$ bo'lsin. a va b sonlar orasiga n ta $c_1 c_2 \dots c_n$ sonlar joylashtirilgan desak , $c_1= a \cdot q$, $c_n = \frac{b}{q}$ bo'lib $a, c_1, c_2, \dots, c_n, b$ geometrik progressiyada $n+2$ ta had bor. Geometrik progressiya n hadi formulasidan : $b=a \cdot q^{n+1} \Rightarrow q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$ (1.1)

(1.1) formula yordamida berilgan masalani oson yechamiz.

$a=3$, $b=19683$, $n=7$ lardan:

$$q = \sqrt[7+1]{\frac{19683}{3}} = \sqrt[8]{6561} = \sqrt[8]{3^8} = 3, \quad q=3$$

Birinchi o'rinda turgan son $b_5 = b_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 3^4 = 3^5 = 243$ Javob :243

3-masala	1,8,22,43,... sonlar ketma –ketligi shunday hususiyatga egaki, ikkita qo'shni hadlarning ayirmasi 7,14,21,... arifmetik progressiya tashkil etadi. Berilgan ketma-ketlikning nechanchi hadi 35351 ga teng?
-----------------	--

Yechish : (a_n) –berilgan ketma-ketlik bo'lsin. Hadlarimim rekurrent formulasini yozaylik.

$a_1=1$, $a_2=a_1+1 \cdot 7$, $a_3=a_2+2 \cdot 7, \dots$, $a_{n+1}=a_n+n \cdot 7, \dots$,
tenglarni hadma-had qo'shsak: $a_1 + a_2 +, \dots, +a_n + a_{n+1} = a_1 + a_2 +, \dots, +a_n$
 $+(1+1 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \dots + n \cdot 7)$

bundan $a_{n+1} = 1 + (7 + 14 + \dots + 7 \cdot n) = 1 + \frac{7+7n}{2} \cdot n$.

Agar bir n -hadi formulasini yozsak ,

$$a_n = 1 + \frac{7+7(n-1)}{2} \cdot (n-1) = 1 + \frac{7+7n-7}{2} \cdot (n-1) = \frac{7n(n-1)}{2} + 1$$

ya'ni $a_n = \frac{7n(n-1)}{2} + 1$ (1.2) ni hosil qilamiz.

Berilgan masalanga qaytsak:

$a_n=35351 \Rightarrow \frac{7n(n-1)}{2} + 1 = 35351$, $n(n-1)=10100$ yoki $n(n-1)=101 \cdot 100$ dan tanlash yo'li bilan $n=101$ ni topamiz .(kvadrat tenglamaga keltirib yechish ham mumkin.)

4-masala Tenglamani yeching: $x + \frac{2}{x + \frac{2}{x + \frac{2}{x + \frac{2}{x + \dots}}}} = 7$

Yechish: $x + \frac{a}{x + \frac{a}{x + \dots}} = b$ yechaylik, uni $x + \frac{a}{b} = b$ deb yozsak :

$$x = b - \frac{a}{b} \quad (1.3) \text{ ni topamiz.}$$

Masalada berilganlarni o'rniga qo'ysak $x = 7 - \frac{2}{7} = 6\frac{5}{7}$ ni topamiz.

Javob: $6\frac{5}{7}$ yoki $\frac{47}{7}$

Bu kabi masalalarni testlar to'plamlaridan ko'plab topib yechish mumkin.

Adabiyotlar:

1. Boltyanskiy B.G. , Sidorov Y.V. , Shubunin M.N. Lekcii I zadachi po elementarnoy matematike. Moskva , Nauka 1974
2. Skanavi M.I. Matematikadan masalalar to'plami Toshkent , "O'qituvchi", 1983