

O`zbekstan Respublikasi Xalq bilimlendiriw ministrliqi
A`jiniyaz atindag`ı No`kis ma`mlekettik pedagogikalıq institutı
Fizika-matematika fakul`tetı
Ulwma matematika kafedrası
3-kurs Matematika oqıtıw metodikası ta`lim bag`darı talabasının`
Algebra ha`m sanlar teoriyası pa`ninen

Kurs jumısı

**Tema: Maydanlardın` algebralıq ken`eymeleri
haqqında**

Orınladı:

Bazarbaeva Naubaxar

No`kis-2014

MAZMUNI:

Kirisiw.	3
§ 1. Maydan haqqında tiykarg`ı mag`lıwmatlar.	
Algebralıq sanlar tu`sinigi.	4
§ 2. Maydannın` a`piwayı algebralıq ken`eymesi.	12
§ 3. Maydannın` quramalı algebralıq ken`eymesi.	17
§ 4. Bazı bir ma`selelerdin` sheshimleri.	22
Juwmaqlaw.	25
A`debiyatlar.	26

Kirisiw

Kurs jumısıımızda maydanlardın` algebralıq ken`eymelerin u`yrenemiz. Algebralıq ken`eymeler a`piwayı ha`m quramalı algebralıq ken`eymeler bolıp bo`linedi. Olar maydanlardın` shekli ken`eymeleri menen tıg`ız baylanısqań. Maydannın` ken`eymesi a`hmiyetli matematikalıq tu`sinik bolıp tabıladı. Misal ushın ratsional sanlar maydanı menen haqıyqıy sanlar maydanı arasında sheksiz ko`p maydanlar bar. Olardıń barlıg`ı da ratsional sanlar maydanının` ken`eymeleri bolıp tabıladı. Kompleks sanlar maydanı haqıyqıy sanlar maydanının` $x^2 + 1$ ko`pag`zalısinın` koreni menen ken`eymesi boladı, yag`nıy algebralıq ken`eymesi boladı.

Jumıs 4 paragraftan ibarat. § 1 de maydanlardın` tiykarg`ı qa`siyetleri u`yreniledi ha`m algebralıq sanlar tu`sinigi beriledi. § 2 de maydannın` a`piwayı algebralıq ken`eymesi, § 3 de quramalı algebralıq ken`eymesi u`yreniledi. § 4 te maydan ha`m onın` ken`eymelerine baylanıslı bazı-bir ma`selelerdin` sheshimleri beriledi.

§ 1. Maydan haqqında tiykarg`ı mag`lıwmatlar.

Algebralıq sanlar tu`sinigi

Anıqlama-1. Keminde eki ha`r qıylı elementke iye bolg`an P kommutativ kol`tsosı elementleri ushın  $a \neq 0$  bolg`anda

$$a \cdot x = b \quad (1)$$

ten`lemesi tek bir g`ana sheshimge iye bolsa, bunday kol`tso maydan delinedi.

Endi maydannın` anıqlamısına kelip shıg`atug`ın bazı bir a`piwayı qa`siyetler menen tanısıp o`temiz.

1. Qa`legen maydan kommutativ kol`tso bolg`anı sebepli kommutativ kol`tsonın` elementleri ushın orınlı bolg`an barlıq qa`siyetler (qa`legen $a \in P$ ushın - $a \in P$ din` bar bolıwı ha`m jalg`ızlıg`ı, jalg`ız nol` elementinin` bar bolıwı,  $n$  elementti ko`beytiwdin` assotsiativligi,  $a$  elementi ushın  $\pm na$  eseli elementlerinin` bar bolatug`ınlıg`ı ha`m basqalar) maydan elementleri ushın da orınlanadı.

2. Qa`legen  $P$  maydanında birlik element bar boladı ha`m jalg`ız boladı.

3. P maydanının` nolden o`zgeshe qa`legen  $a$  elementi ushın kerı  $a^{-1}$  elementi bar boladı ha`m jalg`ız boladı.

**Da`lillew.** Maydan anıqlamasındag`ı (1) ten`likde  $b = e$  desek,  $ax = e$  bolıp,  $x = a^{-1}$  boladı.  $a \neq 0$  ushın kerı  $a^{-1}$  elementinin` jalg`ızlıg`ı mul`tiplikativ gruppası elementi ushın jalg`ız kerı elementtin` bar bolıwın da`liyllew usılında da`lillenedi.

4. Maydan nol`din` bo`liwshilerine iye emes.

**Da`lillew.** Kerisin boljaymız, yag`nıy maydan nol`din` bo`liwshilerine iye bolsın. Onda  $a \neq 0$  bolg`anda

$$ax = 0 \quad (2)$$

ten`lemesinin` sheshimi de nolden o`zgeshe bolıwı kerek. (2) nin` eki ta`repın shepten  $a^{-1}$  ge ko`beytemiz: $a^{-1}ax = 0 \Rightarrow ex = 0 \Rightarrow x = 0$. Bul bolsa (2) ten`lemesinin` nol` emes sheshimge iye ekenligine qarama-qarsı keledi. Demek,

boljawımız nadurıs eken. Solay etip, maydan nol`din` bo`liwshilerine iye emes eken.

O`z-o`zinen belgili, maydanda $e \neq 0$, yag`nıy birlik element nol`lik element penen u`stpe-u`st tu`speydi. Biraq kol`tsolarda bolg`anı sıyaqlı maydanlar da nol` ha`m  $p$  xarakteristikalı bolıwı mu`mkin.

Anıqlama. Eger $n \in N$ bolg`anda  $ne = 0$  ten`ligi hesh qanday n ushın orınlanbasa, bunday maydan nol` xarakteristikalı maydan delinedi.

Eger $n \neq 0$ bolg`anda  $ne = 0$  orınlansa, onda  $p = \min n$  dep be-gileymiz ha`m qaralıp atırğ`an maydan p xarakteristikalı maydan delinedi.

Barlıq sanlı maydanlar nol` xarakteristikalı boladı. $Z / (2)$ maydan eki xa-rakteristikalı boladı.

Sebebi $Z / (2) = \{c_0, c_1\}$ bolıp, $c_1 \neq 0$ biraq $c_1 + c_1 = 2c_1 = c_0$ bo-ladı. Bul maydan ayırım waqıtları $GF(2)$ arqalı belgilenedi.

Mısallar. 1. Ratsional ha`m haqıyqıy sanlar kol`tsosı maydan boladı.

2. $a, b \in Q$ bolg`anda  $\{a + b\sqrt{2}\}$  ko`pligi maydan boladı.

Bunın` ushın  $c \neq 0, d \neq 0$  bolg`anda $(a + b\sqrt{2})(c + d\sqrt{2})^{-1} = m + n\sqrt{2}$ ekenligin ko`rsetiw kerek. Sebebi  $\{a + b\sqrt{2}\}$  ko`pliginin` kommutativ kol`tso bolatug`ınılıg`ı bizge ma`lim. Haqıyqatında da,

$$\begin{aligned} (a + b\sqrt{2}) \cdot (c + d\sqrt{2})^{-1} &= \frac{a + b\sqrt{2}}{c + d\sqrt{2}} = \\ &= \frac{(a + b\sqrt{2})(c - d\sqrt{2})}{(c + d\sqrt{2})(c - d\sqrt{2})} = \frac{(ac - 2bd) + (bc - ad)\sqrt{2}}{c^2 - 2d^2} = m + n\sqrt{2}; \\ (a + b\sqrt{2})(c + d\sqrt{2})^{-1} &= m + n\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{bolıp, bul jerde } m = \frac{ac - 2bd}{c^2 - 2d^2}, \quad n = \frac{bc - ad}{c^2 - 2d^2}$$

3. $Z/(2)$ ha'm $Z/(3)$ kol'tsoları maydan boladı. $Z/(3)$ tin` maydan ekenligin ko`rsetemiz. $Z/(3) = \{c_0, c_1, c_2\}$ bolıp, bul jerde elementlerdi qosıw ha'm ko`beytiw to`mendegishe anıqlanadı:

+	c_0	c_1	c_2
c_0	c_0	c_1	c_2
c_1	c_1	c_2	c_0
c_2	c_2	c_1	c_0

+	c_0	c_1	c_2
s_0	c_0	c_1	c_2
c_1	c_1	c_2	c_0
c_2	c_2	c_1	c_0

Demek, $c_i + c_j \in Z/(3)$ ha'm $c_i \cdot c_j \in Z/(3)$ eken. Bul ko`plikte  $c_R \cdot x = c_2$  ( $R \neq 0$ ,  $e = 0, 1, 2$ ) ten`lemesi barlıq waqıt jalg`ız sheshimge iye.

4. $Z/(4) = \{c_0, c_1, c_2, c_3\}$ maydan bolmaydı, sebebi ol nol`din` bo`liwshilerine iye. $c_2 \neq c_0$ biraq $c_2 \cdot c_2 = c_0$

5. Koeffitsientleri ratsional sanlardan ibarat bolg`an

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

ko`rinishindegi ko`pag`zalılar berilgen bolsın.  $Q$  maydanında sheshimge iye bolmag`an ten`lemeler (ma`selen $x^2 + 1 = 0$) bar bolg`anı ushın  $\varphi(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n \neq 0$  dep alamız. Endi  $\varphi(x) \neq 0$  bolg`anda $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ ko`rinishindegi funksiya ko`pligin $Q(x)$ dep belgileymiz. $Q(x)$ da

qosıw ha'm ko`beytiw a`mellerin to`mendegishe kiritemiz:

$$1) \frac{f(x)}{\varphi(x)} + \frac{\psi(x)}{h(x)} = \frac{f(x) \cdot h(x) + \varphi(x) \cdot \psi(x)}{\varphi(x) \cdot h(x)} \quad (\varphi(x) \neq 0, h(x) \neq 0),$$

$$2) \frac{f(x)}{\varphi(x)} \cdot \frac{\psi(x)}{h(x)} = \frac{f(x) \cdot \psi(x)}{\varphi(x) \cdot h(x)} \quad (\varphi(x) \neq 0, h(x) \neq 0).$$

$$\text{Demek } \frac{f(x)}{\varphi(x)} + \frac{\psi(x)}{h(x)} \in Q = (x), \quad \frac{f(x)}{\varphi(x)} \cdot \frac{\psi(x)}{h(x)} \in Q(x) \text{ eken. } Q(x) \text{ da}$$

ha`r bir $\frac{f(x)}{h(x)} \neq 0$ ushın kerı element bar boladı.

Haqiqatında da $\frac{f(x)}{h(x)} \cdot p(x) = \frac{g(x)}{d(x)}$ nin

$d(x) \neq 0, \varphi(x) \neq 0, f(x) \neq 0$ eki ta'ripin $\frac{\varphi(x)}{f(x)} = \left(\frac{f(x)}{\varphi(x)} \right)^{-1}$ ge

ko'beytsek, $p(x) = \frac{g(x) \cdot \varphi(x)}{d(x) \cdot f(x)} \in Q(x)$ ekenligi belgili boladı.

Demek, $Q(x)$ maydan eken. Bul maydan a'dette qatnaslar (ratsional funktsiyalar) maydanı dep ataladı.

Anıqlama-1. P maydanının keminde eki ha'r qıylı elementine iye bolg'an Q u'les ko'pligi P de anıqlang'an qosıw ha'm ko'beytiw a'mellerine qarata maydan du'zse, Q P din' u'les maydanı (P de u'les maydan) delinedi.

Teorema: P maydanının keminde eki ha'r qıylı elementine iye bolg'an Q u'les ko'pligi P de u'les maydan du'ziwi ushın

$$\left. \begin{array}{l} \text{a)} \quad a - b \in Q, \quad a \cdot b \in Q \quad (\forall a, b \in Q); \\ \text{b)} \quad a^{-1} \in Q, \quad (0 \neq 0, \quad \forall a \in Q) \end{array} \right\} \quad (1)$$

sha'rtlerinin orınlanıwı za'ru'r ha'm jeterli.

Da'lillew. 1. Q u'les maydan bolsa, (1) sha'rt a'lbette orınlanadı.

2). (1) sha'rt orınlang'an jag'dayda Q din' maydan du'ziwin da'lilleyimiz.

a) sha'rtine tiykarlanıp $a \in Q$ bolg'anı ushın $a - a = 0 \in Q$ bolıp, Q da nol'lik element bar boladı. Ja'ne de usı (a) sha'rti boyınsha $\forall a \in Q, 0 - a = -a \in Q$ dan Q da a g'a qarama-qarsı element bar boladı. Endi $\forall a, b \in Q$ di alsaq, $-b \in Q$ bolg'anı sebpli $a - (-b) = a + b$ boladı. Solay etip, $\forall a, b \in Q$ ushın $a + b \in Q$ ha'm $a \cdot b \in Q$ yag'nıy Q ko'pligi elementleri ushın eki binar algebralıq a'mel anıqlang'an. Q ko'pligi P din' u'les ko'pligi bolıp, $\langle P, +, \cdot, 0 \rangle$ algebra qol'tsonın u'les kol'tsosi boladı.

b) sha`rtine muvapiq  $\forall a \in Q (a \neq 0)$  ushin  $a^{-1} \in Q$  bolg`anı sebpli, ja`ne a) g`a tiykarlanıp, $a \cdot a^{-1} = e \in Q$ kelip shıg`adı. Na`tiyjede $\langle Q, +, \cdot, 0 \rangle$ nin` maydan ekenligi tastıyqlanadı.

Ha`r bir  $P$  maydanı o`zinin` u`les maydanı ekenligi belgili. Sol sebepli P maydanın sol P din` menshikli emes u`les maydanı deymiz. P den o`zgeshe ha`r bir $Q \subset P$ u`les maydanı menshikli u`les maydan dep ataladı.

Endi to`mendegi anıqlamanı beremiz:

Anıqlama-3. Hesh qanday menshikli u`les maydang`a iye bolmag`an maydan minimal (yamasa a`piwayı) maydan delinedi.

Teorema. Qa`legen  $P$  maydanının` barlıq u`les maydanlarının` kesispesi minimal u`les maydan boladı.

**Da`liyllew.**  $P$  maydanı  $k$   $P_1, P_2, \dots, P_k$  u`les maydang`a iye bolsın dep boljayıq. Da`slep $P_1 \cap P_2 \cap \dots \cap P_k = P'$ tın` u`les maydan ekenligin ko`rsetemiz. Kesispenin` anıqlamasına tiykarlanıp $a \in P_i$ ha`m  $b \in P_i$  ( $i = \overline{1, r}$ ) bolg`anda g`ana  $a \in P'$  ha`m $b \in P'$ boladı. P_i lar maydan bolg`anı ushin  $a + b \in P_i$  ha`m $a \cdot b \in P_i$ ($i = \overline{1, r}$). Onda ja`ne kesispenin` anıqlamasına tiykarlanıp $a + b \in P'$ ha`m $a \cdot b \in P'$ boladı. Bunnan tısqarı $a \in P$ den $a^{-1} \in P_i$ ekenligine tiykarlanıp, $a^{-1} \in P'$ boladı. Demek P' maydan eken.

Endi P' din` a`piwayı maydan ekenligin ko`rsetemiz.  $P'$  u`les maydanı barlıq $P_i = (i = \overline{1, r})$ u`les maydanlarının` kesispesinen ibarat bolg`anı ushin  $P' \subseteq P_i$  ha`m $P' \subseteq P$ boladı.

Qandayda bir Q' da P din` a`piwayı u`les maydanı bolsın dep boljayıq. Ol jag`dayda $Q'' = P' \cap Q'$ maydanı ja`ne  $P$  din` u`les maydanlarınan birewi boladı ha`m bul jerde $Q'' \subseteq P'$ ha`m  $Q'' \subseteq Q'$  boladı. Biraq  $P'$  ha`m Q' lar

P din` a`piwayı u`les maydanları ekenligine sa`ykes aqırǵı qatnastan $P' = Q' = Q''$ kelip shıǵadı. Teorema da`liyllendi.

Anıqlama-4. To`mendegi qa`siyetlerge iye bolǵan Q ko`pligi ratsional sanlar maydanı delinedi.

- 1) $Z \subset Q$, yag`nıy barlıq pu`tin sanlar Q de saqlanadı;
- 2) Q - maydan;
- 3) Z ko`pligindegi sanlardı qosıw ha`m ko`beytiw binar algebralıq a`meller Q dag`ı qosıw ha`m ko`beytiw a`melleri menen u`stpe-u`st tu`sedi;
- 4) Q - a`piwayı maydan.

Q maydanının` elementleri ratsional sanlar dep ataladı.

Mektep matematika kursınan belgili, qa`legen ratsional san  $\frac{m}{n}$  ko`rinisine iye bolıp, bunda $\forall m, n \in Z (n \neq 0)$ boladı. Ratsional sanlar to`mendegi qa`siyetlerge iye;

- 1) $\frac{m}{n} = \frac{r}{i} \Leftrightarrow mi = nr \quad (n \neq 0, i \neq 0);$
- 2) $\frac{m}{n} + \frac{r}{i} \Leftrightarrow \frac{mi + nr}{ni} \quad (n \neq 0, i \neq 0);$
- 3) $\frac{m}{n} \cdot \frac{r}{i} \Leftrightarrow \frac{mr}{ni} \quad (n \neq 0, i \neq 0);$
- 4) $\frac{m}{n} : \frac{r}{i} \Leftrightarrow \frac{mi}{nr} \quad (n \neq 0, r \neq 0, i \neq 0).$

$m = \frac{m \cdot n}{n}$ bolǵanı ushın $Z \subset Q$ ekenligi kelip shıǵadı.

Ratsional koeffitsientli n -da`rejeli ha`r qanday ko`pag`zalı kompleks sanlar maydanında n korengge iye boladı. Bul korenlerden bazı birewleri haqıyqıy sanlardan, bazı birewleri $a + bi$ ($b \neq 0$) formasındag`ı jorıma sanlarınan ibarat boladı.

Endi ma`seleni basqasha qoyamiz. Ha`r qanday haqiqiy san qandayda bir ratsional koefitsientli n -da`rejeli ten`lemenin` koreni bola alama ? Keyinshelik bul soraw duris juwapqa iye emesligin ko`rip o`temiz, yag`nıy hesh qanday ratsional koefitsientli algebralıq ten`lemenin` koreni bola almaytug`ın haqiqiy sanlar bar.

1-anıqlama: Eger α sanı koefitsientleri ratsional sanlardan ibarat ko`pag`zalının` yamasa algebralın` ten`lemenin` koreni bola alsa, onda α sanı algebralıq san, bolmasa transtsendent san delinedi.

Mısallar. 1. Barlıq ratsional sanlar algebralıq sanlar boladı. Haqiqatında da, $\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$) ko`rinisindegi ratsional san  $mx - n = 0$  ten`lemesinin` koreni boladı.

2. Ratsional sanlardın` qa`legen k -da`rejeli koreni de algebralıq san boladı, sebebi bul sanlar  $mx^k - n = 0$  ten`lemesinin` koreni boladı.

3. $2 - 3i$ sanı $x^2 - 4x + 13 = 0$ algebralıq ten`lemenin` koreni. Demek, $2 - 3i$ algebralıq san eken.

4. i sanı $x^2 + 1 = 0$ algebralıq ten`lemenin` koreni. Demek, jorıma sanlardın` bir bo`legi de algebralıq sanlar eken.

5. π, e sanları transtsendent sanlar boladı.

2-anıqlama: Eger α sanı koefitsientleri P maydanına tiyisli qanday da bir algebralıq ten`lemenin` koreni bolsa, onda α sanı P maydanına qarata algebralıq san, bolmasa α sanı P maydanına qarata transtsendent san delinedi.

Teorema: Koreni α g`a ten` bolg`an jiklenbeytug`ın ko`pag`zalı nolinshi da`rejeli ko`pag`zalı anıqlıg`ında jalg`ız boladı.

**Da`liyllew:** Koreni  $\alpha$  g`a ten` bolag`an eki $f(x)$ ha`m  $g(x)$  ko`pag`zalıları bar bolıp, olardıń ha`r bir jiklenbeytug`ın ko`pag`zalılar bolsın dep boljayıq. Bunday jag`dayda bul ko`pag`zalılardıń en` u`lken ulıwma bo`liwshisi 1 den o`zgeshe. Ekinshiden, olar P sanlar maydanı u`stinde

jiklenbeytug`ın bolg`anl`ıg`ı sebepli bul ko`pag`zalılar bir-birinen nolinshi da`rejeli ko`pag`zal`ı menen g`ana parıqlanadı.

3-anıqlama: P maydanı u`stinde bas koeffitsienti 1 ge ten` ha`m jiklenbeytug`ın $f(x)$ ko`pag`zalısı α koreng`e iye bolsa, bul ko`pag`zalının` da`rejesi  $P$  maydanına qarata  $\alpha$  algebralıq sa`nın` da`rejesi delinedi, $f(x)$ ko`pag`zalısı bolsa P sanlar maydanı u`stindegi minimal ko`pag`zal`ı delinedi.

§ 2. Maydanning a`piwayı algebralıq ken`eymesi

α elementi P maydanına qarata algebralıq element bolsın. Elementleri $d_0 + d_1\alpha + \dots + d_\ell\alpha^\ell$ ko`rinishindeki kol`tsonı $P[\alpha]$, elementleri $\frac{c_0 + c_1\alpha + \dots + c_k\alpha^k}{d_0 + d_1\alpha + \dots + d_\ell\alpha^\ell}$ (bunda $d_0 + d_1\alpha + \dots + d_\ell\alpha^\ell \neq 0$) ko`rinishindeki ko`plikti bolsa $P(\alpha)$ arqalı belgileyik.

1-teorema. Eger α elementi P maydanına qarata algebralıq element bolsa, onda $P(\alpha) = P[\alpha]$ ten`ligi orınlı boladı.

Da`liyllew. Mına

$$P(a) = \left\{ \frac{c_0 + c_1\alpha + \dots + c_k\alpha^k}{d_0 + d_1\alpha + \dots + d_\ell\alpha^\ell} \mid c_i, d_i \in P, k, l = 0, 1, 2, \dots \right\} \quad (1)$$

ko`pligi maydan du`zedi.

Eger (1) de $d_0 = 1, d_1 = d_2 = \dots = d_\ell = 0$ bolsa, onda $P(a)$ ko`pliginin elementleri  $P(a)$  nın elementlerindey boladı, yag`nıy mına qatnas orınlı:

$$P[\alpha] \subset P(a) \quad (2)$$

α algebralıq element bolg`anı ushın ol  $P$  maydanı u`stinde jiklenbeytug`ın qandayda bir  $p(x) = p_0 + p_1x + \dots + p_nx^n$  ( $p_i \in P$ ) ko`pag`zalıssının koreni, yag`nıy $p(a) = 0$ boladı, $a \beta \in p(a)$ bolıp $\beta = f(a) = c_0 + c_1\alpha + \dots + c_k\alpha^k$ ($c_i \in P$) bolsın.

Qaldıqlı bo`liw teoremasına sa`ykes

$$f(x) = p(x)g(x) + r(x), \quad (g(x), r(x) \in P[x]) \quad (3)$$

ten`ligine iye bolamız. (3) de  $x = \alpha$  bolsa, onda  $f(\alpha) = p(\alpha)g(\alpha) + r(\alpha)$  yamasa  $f(\alpha) = r(\alpha)$  bolıp,  $\beta = r(\alpha)$  ten`ligi orınlı boladı.

$r(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1}$ bolsa, onda

$\beta = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1}$ de jazıw mu'mkin. Bunnan ko'rinedi, $k > 0$ bolg`anda barlıq waqıt  $\beta$  nın` da`rejesin n nen kishi etip alıw mu'mkin eken. Endi

$$\frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} = \frac{a_0 + a_1\alpha + \dots + a_{n-1}\alpha^{n-1}}{b_0 + b_1\alpha + \dots + b_{n-1}\alpha^{n-1}} \in P(\alpha)$$

bolsın. Bunda $g(\alpha) \neq 0$, $g(x) \neq 0$. $g(x)$ ko`pag`zalı $p(x)$ ko`pag`zalına bo`linbeydi. Sebebi  $g(x)$  tin` da`rejesi  $p(x)$  tin` da`rejesinen kishi.  $p(x)$  ko`pag`zalı jiklenbeytug`ın ko`pag`zalı bolg`anı ushın  $(p(x); g(x)) = 1$  boladı. Ol jag`dayda sonday $u(x)$ ha`m  $v(x)$  ko`pag`zalıları bar boladı, na`tiyjede $g(x)u(x) + p(x)v(x) = 1$ ten`ligi orınlı boladı. Bul ten`likte $x = \alpha$ bolsa, onda $g(\alpha)u(\alpha) + p(\alpha)v(\alpha) = 1$ bolıp, bunda $p(\alpha) = 0$ ekenligi itibarg`a alınsa,  $g(\alpha)u(\alpha) = 1$  ten`ligine iye bolamız. Bunnan

$$g(\alpha) = \frac{1}{u(\alpha)} \text{ bolg`anı ushın}$$

$$\frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} = \frac{f(\alpha)}{\frac{1}{u(\alpha)}} = f(\alpha)u(\alpha),$$

yag`nıy

$$\frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} = f(\alpha)u(\alpha),$$

ten`ligin payda etemiz. Son`ınan

$$f(\alpha)u(\alpha) \in P[\alpha] \text{ yamasa } \frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} \in P[\alpha]$$

bolg`anı sebepli ha`m ol $p(\alpha)$ nın` qa`legen elementi bolg`anı ushın

$$P(\alpha) \subset P[\alpha] \quad (4)$$

qatnası orınlı.

(2) ha'm (4) qatnaslardan $P(\alpha) = P[\alpha]$ ten'ligi kelip shıg'adı.

Anıqlama. P maydanı F maydanının u'les maydanı bolıp, $\alpha \in F$ bolsa, onda P maydanın ha'm α elementin o'z ishine alg'an F maydanının en' kishi u'les maydanı α elementi arqalı du'zilgen P maydanının a'piwayı ken'eymesi, eger α algebralıq element bolsa, onda P maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi delinedi.

Ratsional sanlar maydanı Q g'a da'rejesi ekige ten' bolg'an $\sqrt{2}$ algebralıq sandı kiritemiz ha'm onı $Q[\sqrt{2}]$ dep belgileyemiz. $Q[\sqrt{2}]$ ko'pligi maydan du'zedi. $Q[\sqrt{2}]$ maydanı Q maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi boladı.

2-teorema. α elementi P maydanı u'stinde on' da'rejeli algebralıq element bolsa, onda $P(\alpha)$ maydanındag'ı qa'legen element koefitsientleri P den alıng'an $n-1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{n-1}$ elementlerinin sızıqlı kombinatsiyası boladı.

Da'liyllew. β elementi $P(\alpha)$ maydanının qa'legen elemeti bolsın. 1-teoremag'a sa'ykes $P(\alpha) = P[\alpha]$ edi. Demek, $P[x]$ da sonday $f(x)$ ko'pag'zalısı tabıladı, na'tiyjede $x = \alpha$ bolg'anda

$$\beta = f(\alpha) \quad (5)$$

boladı. P maydanı u'stinde α ushın minimal ko'pag'zalısı $g(x)$ bolsın. Teorema sha'rtine sa'ykes onın da'rejesi n ge ten'. Qaldıqlı bo'liw teoremasına sa'ykes $P[x]$ kol'tsosında sonday $h(x)$ ha'm $r(x)$ ko'pag'zalıları tabıladı, na'tiyjede $f(x) = g(x)h(x) + r(x)$ ten'ligi orınlı bolsıp, bunda $r = 0$ yamasa gap $r(x) < \text{gap } g(x) = n$, yag'nıy

$$r(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_{n-1}x^{n-1} \quad (c_i \in P) \quad (6)$$

boladı. (2) de $x = \alpha$ dep alıp, (5) ten'likden

$$\beta = c_0 + c_1\alpha + \dots + c_{n-1}\alpha^{n-1} \quad (7)$$

ten'ligine iye bolamız.

Endi β elementi $1, \alpha, \dots, \alpha^{n-1}$ elementlerinin bir ma`nisli sıziqlı kombinatsiyası ekenligin ko`rseteyik.

β nın (7) den basqa

$$\beta = d_0 + d_1\alpha + \dots + d_{n-1}\alpha^{n-1} \quad (d_i \in P) \quad (8)$$

an`latpası bolsın dep boljayıq. Mına

$$\varphi(x) = (c_0 - d_0) + (c_1 - d_1)x + \dots + (c_{n-1} - d_{n-1})x^{n-1}$$

ko`pag`zalını tekseremiz.

(7) ha`m (8) ge tiykarlanıp,  $\varphi(\alpha) = 0$  bolg`anı ushın $\varphi(x)$ tin` da`rejesi n nen kishi bolmaydı. $\varphi(x)$ tin` da`rejesi bolsa $g(x)$ tin` da`rejesinen kishi. Bul jag`daylar tek g`ana $\varphi(x) = 0$ bolg`anda g`ana orınlanadı, yag`nıy

$$(c_0 - d_0) + (c_1 - d_1)x + \dots + (c_{n-1} - d_{n-1})x^{n-1} = 0$$

boladı. Bunnan $c_0 = d_0, c_1 = d_1, \dots, c_{n-1} = d_{n-1}$ kelip shıg`adı. Demek,  $\beta$  elementi  $1, \alpha, \dots, \alpha^{n-1}$  elementlerinin sıziqlı kombinatsiyası ko`rinisinde bir ma`nisli an`latıladı eken.

F maydanının u`les maydanı  $P$  bolsın. Ol jag`dayda F di P maydanı u`stinde vektor ken`islik dep qaraw mu`mkin.

1-anıqlama. Eger F maydanı P maydanı u`stinle vektor ken`islik sıpatında shekli o`lshemge iye bolsa, onda  $F$  maydanı  $P$  maydanının shekli ken`eymesi delinedi.

F din`  $P$  maydanı u`stindegi shekli o`lshemi $[F : P]$ dep belgilenedi.

3-teorema. Eger α elementi P maydanı u`stinde  $n$ -da`rejeli algebralıq element bolsa, onda $[P(\alpha) : P] = n$ boladı.

**Da`liyllew.** Bul teorema maydannın a`piwayı algebralıq ken`eymesin du`ziw temasındag`ı 2-teoremadan kelip shıg`adı.

2-anıqlama. Eger F maydanının ha`r bir elementi  $P$  maydanı u`stinde algebralıq bolsa, onda F maydanı P maydanının algebralıq ken`eymesi delinedi.

4-teorema. P maydanının qə'legen shekli ken'eymesi bolg'an F maydanı P maydanı u'stindegı algebralıq ken'eyme boladı.

Da'liyllew. P u'stinde F maydanı n o'lsheмли bolsın.

Eger $n = 0$ bolsa, onda teorema orınlı boladı. $n > 0$ bolsın. Onda P u'stinde F den alıng'an qə'legen $n + 1$ elementi sızıqlı baylanısqa boladı. Dara jag'dayda $1, \alpha, \dots, \alpha^n$ elementler sisteması sızıqlı baylanısqa, yag'nıy P de keminde birewi nol' bolmag'an $c_0, c_1, \dots, c_n$ elementleri tabıladı, na'tiyjede $c_0 \cdot 1 + c_1 \alpha + \dots + c_n \alpha^n = 0$ ten'ligi orınlı boladı. Demek, α elementi P maydanı u'stinde algebralıq eken.

§ 3. Maydanning quramali algebralıq ken'eymesi

1-anıqlama. Eger F maydanının L_i ($i = \overline{0, k}$ u'les maydanlarının o'siwshi shınjırı bar bolsa, yag'nıy

$$P = L_0 \subset L_1 \subset L_2 \subset \dots \subset L_k = F \quad (k > 1)$$

qatnası orınlı bolsa, onda F maydanı P maydanının quramalı ken'eymesi delinedi.

1-teorema. F maydanı L maydanının shekli ken'eymesi bolıp, L maydanı P maydanının shekli ken'eymesi bolsa, onda F maydanı P maydanının shekli ken'eymesi boladı ha'm

$$[F : P] = [F : L] \cdot [L : P] \quad (1)$$

qatnası orınlı boladı.

Da'liyllew. Meyli

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \quad (2)$$

ler P u'stinde L maydanının bazisi bolsın ha'm

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n \quad (3)$$

ler L u'stinde F maydanının bazisi bolsın.

F degi qa'legen a elementin (3) bazis arqalı to'mendegishe sıızqlı an'latıw mu'mkin:

$$a = e_1 \beta_1 + e_2 \beta_2 + \dots + e_n \beta_n \quad (e_n \in L). \quad (4)$$

e_k koefitsientlerin bolsa (2) bazis arqalı to'mendegishe sıızqlı an'latamız:

$$e_k = p_1 k^{\alpha_1} + p_2 k^{\alpha_2} + \dots + p_m k^{\alpha_m} \quad (p_i k \in P) \quad (5)$$

(5) degi e_k nın ma'nislerin (4) ge qoyamız, yag'nıy

$$\begin{aligned}
a &= (p_{11}\alpha_1 + p_{21}\alpha_2 + \dots + p_{m1}\alpha_m)\beta_1 + (a_{12}\alpha_1 + p_{22}\alpha_2 + \dots + \\
&+ p_{m2}\alpha_m)\beta_2 + \dots + (p_{1n}\alpha_1 + p_{2n}\alpha_2 + \dots + p_{mn}\alpha_m)\beta_n = \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m p_{ij} k^{\alpha_j} \right) \beta_i, \\
a &= \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^m p_{ik} k^{\alpha_i} \right) \beta_k
\end{aligned}$$

boladı.

Demek, F maydanının ha`r bir elementi  $B = \{\alpha_i \beta_k \mid i = \overline{1, m}; k = \overline{1, n}\}$  ko`pligi elementlerinin sızılı kombinatsiyası ko`rinisinde an`latıladı.

B ko`pligi  $P$  maydanı u`stinde F din` bazisi, yag`nıy B ko`pliginin elementleri sızılı baylanıspag`an ekenligin ko`rsetemiz.

Meyli

$$\sum_{i,k} c_{ik} k^{\alpha_i} \beta_k = 0 \quad (c_{ik} \in P) \quad (6)$$

ten`ligi berilgen bolsın.

(3) sistema bazis bolg`anı ushın sızılı baylanıspag`an. Sonın` ushın (6) ten`likten

$$c_1 k^{\alpha_1} + c_2 k^{\alpha_2} + \dots + c_m k^{\alpha_m} = 0 \quad (k = \overline{1, n}) \quad (7)$$

ten`likleri kelip shıg`adı.

(2) sistema da sızılı bolmag`anı ushın (7) ten`likten $c_{1k} = 0, c_{2k} = 0, \dots, c_{mk} = 0 \quad (k = \overline{1, n})$ ten`likleri kelip shıg`adı.

Demek, (6) nın` barlıq koeffitsientleri nolge ten` eken. Demek, B sistemasının` elementleri sızılı baylanıspag`an ha`m  $F$  u`stinde P din` bazisi eken. Na`tiyjede $[F : P] = nm = [F : L] \cdot [L : P]$ bolıp, F maydanı P maydanı u`stinde shekli ken`eyme boladı.

2-anıqlama. Eger F maydanı L_i u`les maydanlarının` o`siwshi shınjırı

$$P = L_0 \subset L_1 \subset L_2 \subset \dots \subset L_k = F \quad (k > 1) \quad (8)$$

bar bolsa ha'm $i = 1$ den k g'a shekem o'zgergende L_i maydanı L_{i-1} maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi bolsa, F maydanı P maydanının quramalı algebralıq ken'eymesi delinedi. k sanı bolsa (8) shınjır uzınlıgı delinedi.

1-saldar. P maydanının F quramalı algebralıq ken'eymesi P maydanının shekli ken'eymesi de boladı.

Da'liyllew. $k = 1$ bolsın. Ol jag'dayda F maydanı P maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi boladı. Maydannın a'piwayı algebralıq ken'eymesin du'ziwge tiykarlanıp, F maydanı P maydanının shekli ken'eymesi de boladı.

k dan kishi sanlar ushın 1-saldar orınlı bolsın. k sanı ushın 1-saldardın orınlı ekenligin ko'rsetemiz.

$k - 1$ ushın boljawg'a tiykarlanıp L_{k-1} maydanı P maydanının shekli ken'eymesi boladı.

L_k maydanı L_{k-1} din a'piwayı algebralıq ken'eymesi bolg'anı ushın L_k maydanı L_{k-1} din ha'm P din de shekli ken'eymesi boladı.

2-teorema. F maydanının P u'les maydanı u'stindegı algebralıq elementleri $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ berilgen bolsa, onda $P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ maydanı P maydanının shekli ken'eymesi boladı.

Da'liyllew.

$$L_0 = P, L_1 = P[\alpha_1], L_2 = P[\alpha_1, \alpha_2], \dots, L_k = P[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k]$$

belgilewlerin kiritemiz. Ol jag'dayda $L_1 = P[\alpha_1]$ maydanı L_0 maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi boladı. L_2 maydanı bolsa L_1 din a'piwayı algebralıq ken'eymesi boladı. Haqıyqatında da,

$$L_2 = P[\alpha_1, \alpha_2] = (P[\alpha_1])[\alpha_2] = L_1[\alpha_2] = L_1(\alpha_1)$$

ha'm tag'ı basqalar. Demek,

$$P = L_0 \subset L_1 \subset L_2 \subset \dots \subset L_k = F$$

$$(L_i = L_{i-1})\alpha_i, \quad (i = 1, k)$$
(9)

bolıp, shınjırdın` ha`r bir ag`zası o`zinen aldındı ag`zanın` a`piwayı algebralıq ken`eymesi boladı.

F maydanı P maydanının` quramalı algebralıq ken`eymesi boladı. 1-saldarg`a sa`ykes F maydanı P maydanının` shekli ken`eymesi de boladı.

2-saldar. Maydannın` quramalı algebralıq ken`eymesi sol maydannın` algebralıq ken`eymesi boladı.

3-teorema. Barlıq algebralıq sanlardın` ko`pligi A kompleks sanlardın` kol`tsosı C da tuyıq bolıp, algebralıq sanlar ko`pligi du`zgen A algebrası kompleks sanlar maydanının` u`les maydanı boladı.

**Da`liyllew.**  $a$  ha`m b elementleri A ko`pliginin` qa`legen elementleri bolsın.  $Q$  maydanının` $Q(a;b)$ quramalı algebralıq ken`eymesi maydannın` quramalı algebralıq ken`eymesi temasındag`ı 2-saldarg`a tiykarlanıp  $Q(a;b)$  maydanı  $Q$  maydanının` algebralıq ken`eymesi boladı. Sonın` ushın $a+b, a \cdot b, -a, 1$ sanları algebralıq, yag`nıy  $A$  ko`pligine tiyisli boladı.

A ko`pligi  $S$  dag`ı qosıw, ko`beytiw tu`rindegı tiykarag`ı a`mellerge qarata tuyıq. Demek, A algebrası S kol`tsosının` u`les kol`tsosı bolg`anlıg`ı sebepli A da kol`tso boladı. Eger  $a$  elementi  $A$  ko`pliginin` nol` emes elementi bolsa, onda $a^{-1} \in Q(a;b)$ ha`m  $a^{-1} \in A$  boladı. Sonın` ushın A algebrası maydan boladı ha`m  $S$  maydanının` u`les maydanı boladı.

4-teorema. Algebralıq sanlar maydanı algebralıq tuyıq maydan boladı.

**Da`liyllew.**  $A$  algebralıq sanlar maydanı u`stinde $A[x]$ ko`pag`zalılar kol`tsosı berilgen bolsın. Mına

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \quad (a_i \in A)$$

ko`pag`zalısı $A[x]$ dag`ı qa`legen on` da`rejeli ko`pag`zalı bolsın. Teoremanı da`liyllew ushın  $f(x)$  ko`pag`zalısının` A ko`pliginde korengge iye ekenligin ko`rsetiw jeterli. $f(x) \in C[x]$ ha`m  $S$  maydanı algebralıq tuyıq bolg`anı ushın $f(x)$ ko`pag`zalısı c da korengge iye boladı. Ol korendi c deyik. Ol jag`dayda  $f(c) = 0$  boladı.  $L = Q(a_0, a_1, \dots, a_n)$  ha`m c elementi arqalı L

maydanının a'piwayı algebralıq ken'eymesi $L(c)$ bolsın. Na'tiyjede $Q \subset L \subset L(c)$ shıjırındag'ı $L(c)$ maydanı L maydanının shekli algebralıq ken'eymesi boladı. Maydannın quramalı ken'eymesindegi 2-teoremag'a tiykarlanıp L maydanı Q maydanının shekli ken'eymesi, maydannın quramalı ken'eymesindegi 1-teoremag'a tiykarlanıp bolsa $L(c)$ maydanı Q maydanının shekli algebralıq ken'eymesi boladı. Shekli ken'eymedegi 2-teoremag'a tiykarlanıp $L(c)$ maydanı Q maydanının algebralıq ken'eymesi boladı ha'm $c \in A$.

Demek, $A[x]$ dan alıng'an on' da'rejeli qa'legen ko'pag'zalı A ko'pliginde koreng'e iye, yag'nıy A maydanı algebralıq tuyıq maydanı boladı.

§ 4. Bazı bir ma`selelerdin` sheshimleri

**1-ma`sele.** Nol`den o`zgeshe birlik elementke iye bolg`an ha`m nol`din` bo`liwshilerine iye bolmag`an shekli kommutativ kol`tsonın` maydan bolatug`ınlıg`ın da`lillen`.

Sheshimi: Meyli $e \neq 0$ sha`rtte ayılğ`an K kol`tsosının` birlik elementi bolsın. Qa`legen  $0 \neq a \in K$  elementi ushın  $a^{-1} \in K$  ekenligin da`lillew jetkilikli. Eger $a = e$ bolsa $a^{-1} = e \in K$.

Meyli endi $a \neq e$ bolsın. K shekli kol`tso bolg`anı ushın bazı-bir m ha`m  $n$  natural sanları ushın  $a^m = a^n$  bolıwı tiyis. Bunnan  $a^m - a^n = 0$ . Meyli  $m > n$  ha`m $m - n = t$ bolsın. Sonda $a^m - a^n = a^n(a^t - e) = 0$ K kol`tsosında nol`din` bo`liwshileri bolmag`anlıqtan $a \neq 0 \Rightarrow a^n \neq 0 \Rightarrow a^t - e = 0 \Rightarrow a^t = e \Rightarrow a \cdot a^{t-1} = e$. Demek $a^{-1} = a^{t-1} \in K$.

**2-ma`sele.**  $Z_5$  maydanının` mul`tiplikativ gruppasındag`ı 2 elementinin` ta`rtibin tabın`.

Sheshimi: $Z_5 \setminus \{0\} = \{1, 2, 3, 4\}$ sonda $2 \neq 1, 2^2 = 4 \neq 1, 2^3 = 8 = 3 \neq 1, 2^4 = 16 = 1$. Demek, $Z_5 \setminus \{0\}$ mul`tiplikativ gruppasındag`ı 2 elementinin` ta`rtibi 4 ke ten`.

**3-ma`sele.**  $Q(\sqrt{2})$  maydanında  $x^2 - x - 3 = 0$  ten`lemesin sheshin`.

Sheshimi: $Q(\sqrt{2})$ maydanı $a + b\sqrt{2}$ tu`rindegi sanlardan turadı, bul jerde  $a, b$  ratsional sanlar. Ten`lemenı shesheyik:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Biraq 13 sanı $a + b\sqrt{2}$ tu`rinde ko`rsetilmeydi. Demek, ten`leme $Q(\sqrt{2})$ maydanında sheshimge iye emes.

**4-ma`sele.**  $Z_3$  maydanında  $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 2$  ha`m $g(x) = x^2 + x + 1$ ko`pag`zalılarının` en` u`lken ulıwma bo`liwshisin tabın`.

Sheshimi: Evklid algoritmin qollanamız.

$$f(x) = g(x) \cdot x + x + 2$$

$$g(x) = (x + 2)(x + 2)$$

yag`nıy izlengen en` u`lken bo`liwshi $x + 2$ ge ten`.

**5-ma`sele.** Xarakteristikası  $p$  g`a ten` bolg`an shekli maydanda berilgen $f: x \rightarrow x^p$ sa`wlelendiriwi usı maydannın` avtomorfizmi bolatug`ınlıg`ın ko`rsetin`..

Sheshimi:

$$f(xy) = (xy)^p = x^p \cdot y^p = f(x)f(y) \text{ ha`m}$$

$$\begin{aligned} f(x+y) &= (x+y)^p = x^p + p(x^{p-1}y + \dots + xy^{p-1}) + y^p = \\ &= x^p + y^p = f(x)f(y) \end{aligned}$$

bolg`anı ushın f -gomomorfizm.

$f(x) = x^p = 0$ bolsa $x = 0$ bolg`anı ushın  $f$  - monomorfizm. Shekli maydannın` o`zine-o`zi monomorfizmi bolg`anı ushın  $f$  usı maydannın` avtomorfizmi de boladı.

**6-ma`sele.**  $Q(\sqrt{2})$  ha`m $Q(\sqrt{5})$ maydanları (Q -ratsional sanlar maydanı) izomorfpa ?

Sheshimi: $Q(\sqrt{5})$ maydanı $a + b\sqrt{5}$ tu`rindegi sanlardan turadı, bul jerde  $a$  ha`m b qa`legen ratsional sanlar. Meyli  $f$  izlengen izomorfizm bolsın. Sonda bazı-bir  $a$  ha`m b ratsional sanları ushın $f(\sqrt{2}) = a + b\sqrt{5}$ boladı. Sanlar maydanlarının` izomorfizminde ha`r bir ratsional san o`zine-o`zi sa`wlelenetug`ın bolg`anlıqtan bul jerde  $b \neq 0$  boladı. Ja`ne de usı sebepli

$$\begin{aligned} f(2) &= f(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2}) = (a + b\sqrt{5}) \cdot (a + b\sqrt{5}) = \\ &= a^2 + 5b^2 + 2ab \cdot \sqrt{5} = 2 \end{aligned}$$

bolıwı kerek. Bunnan

$$\begin{cases} a^2 + 5b^2 = 2 \\ ab = 0, \end{cases}$$

ha'm $b \neq 0$ bolg'anlıqtan $a = 0$, $b = \pm\sqrt{\frac{2}{5}}$. Bul b nın ratsional san ekenligine qarama-qarsı keledi. Demek, $Q(\sqrt{2})$ ha'm $Q(\sqrt{5})$ maydanları izomorf emes.

7-ma'sele. n elementinen turatug'ın maydanda $x^n = e$ birdeyligin da'llilen'.

Sheshimi: n elementke iye maydannın mul'tiplikativ gruppasının ta'rtibi $n-1$ ge ten'. Demek, onın qa'legen x elementi ushın $x^{n-1} = e$ boladı, bul jerde e -maydannın birlik elementi. Demek, $x \cdot x^{n-1} = e \cdot x$, yag'nıy $x^n = x$ boladı. Eger $x = 0$ bolsa $0^n = 0$, demek bul jag'dayda da birdeylik orınlı.

Juwmaqlaw

Solay etip biz maydanlardın` a`piwayı ha`m quramalı algebralıq ken`eymeleri menen tanıstıq. Sonın` menen birge olardı` maydanlardın` shekli ken`eymeleri menen qalay baylanısqañın u`yrendik, atap aytqanda maydannın` a`piwayı ha`m quramalı ken`eymeleri usı maydannın` shekli ken`eymesi bolatug`ınlıg`ın da`lilledik ha`m maydannın` ha`r qıylı ken`eymeleri haqqında birqansha teoremalardı keltirip o`ttik. To`rtinshi paragrafta biz maydan ha`m onın` ken`eymelerine baylanıslı bazıbir ma`selelerdin` sheshimlerin keltirdik. Mısal ushın ratsional sanlar maydanının` ken`eymeleri  $Q(\sqrt{2})$  ha`m $Q(\sqrt{5})$ o`z-ara izomorf bolmaytug`ınlıg`ın da`lilledik, n elementten turatug`ın shekli maydanda  $x^n = x$  birdeyligi orınlanatug`ınlıg`ın ko`rsettik ha`m tag`ı basqalar. Maydanlar teoriyası ha`zir de o`z rawajlanıwın dawam etpekte.

A`debiyatlar

- [1] Kostrikin A.İ. Vvedenie v algebru. M., «Nauka» 1977.
- [2] Kurosh A.G. Kurs visshey algebrı. M., «Nauka» 1963.
- [3] Faddeev D.K. Lektsii po algebre. M., «Nauka» 1984.
- [4] Skorniyakov L.A. Elementı algebrı. M., «Nauka» 1980.
- [5] Nazarov R.N., Toshpulatov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi, I qism, T., «Uqituvchi» 1993
- [6] Nazarov R.N., Toshpulatov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi, II qism, T., «Uqituvchi» 1995.