

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**Al-Xorazmiy nomli Urganch Davlat universiteti
MATEMATIKA fakulteti**

FUNKSIYALAR NAZARIYASI kafedrası



Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi

fanidan o'quv uslubiy majmuasi

5460100-Matematika ta'lim yo'nalishi uchun

Tuzuvchilar: dos. B.I.Abdullaev, ass. Z.SH.Ibragimov

Urganch – 2010

1. Namunaviy dastur.
2. Ishchi dastur.
3. Mustaqil ish mavzulari.
4. Kalendar-tematik reja.
5. Reyting mezoni.
6. Test topshiriqlari.
7. Nazorat savollari.
8. Ma'ruza matni.

Ўзбекистон Республикаси Олий ва Ўрта махсус таълим вазирлиги.

Рўйхатга олинди

№ БД 5460100-3.11

Тасдикланди

№ БД 5460100-3.11

"22" август 2006й.



2006й.

Комплекс ўзгарувчи функциялар назарияси
фанидан
ДАСТУР

400 000 – Фан билим соҳаси

5460100 – Математика, 5440100-Физика, 5440200 - Механика,
5440300-Астрономия, 5460200-Статистика, 5480100-Амалий математика ва
информатика, 5521200-Информатика ва ахборот технологиялари,
5440900-Радиактив препаратлар, 5523100-Лазер техникаси ва лазер
технологиялари
бакалавр йўналишлари учун

Тошкент–2006

Тузувчи: ЎзМУ доктори Шоимқулов Б.А., доц. Лян Г.М.

Тақризчилар: ЎзМУ доценти доц.Туйчиев Т.Т.,
ТДАУ доценти Қ. Рўзиметов

Дастур Мирзо Улугбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети
Илмий-методик кенгашида кўриб чиқилган ва тавсия қилинган.

“_____” 2006 йил _____ сонли мажлис баёни.

Мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг _____ қайдномаси билан тасдиқлаш
учун тавсия этилган.

Кириш

Ушбу дастур университетларнинг механика мутахассислиги талабаларига мўлжалланган бўлиб, унда "Комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси" нинг асослари берилган.

Комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси математик анализ фанининг узвий давоми ҳисобланади ва комплекс қийматли функциялар хоссалари ўрганилади.

Маърузалар мазмуни

Комплекс сонлар ва улар устида амаллар. Комплекс текислик. Риман сфераси. Комплекс текисликда чизиклар ва соҳалар.

Комплекс ўзгарувчили функциялар. Функция лимити ва узлуксизлиги, дифференциалланувчилиги. Коши-Риман шартлари. Голоморф функция тушунчаси. Хосила модули ва аргументининг геометрик маъноси. Конформ акслантиришлар.

Қаср чизикли функция ва унинг хоссалари (доиравийлик, симметрияни сақлаш хоссалари). Жуковский функцияси, даражали ва Қурсаткичли функциялар.

Комплекс ўзгарувчили функциядан олинган интеграл ва унинг хоссалари. Коши теоремаси. Бошлангич функция ва унинг мавжудлиги ҳақидаги теорема. Кошининг интеграл формуласи. Морера теоремаси.

Даражали қаторлар. Тейлор қатори, Коши тенгсизлиги ва Лиувилль теоремаси. Ягоналик теоремаси ва голоморф функциянинг ноллари.

Лоран қаторлари. Яккаланган махсус нукталар. Яккаланган махсус нукталар ва Лоран қаторлари орасида боғланиш, чегирмалар назарияси. Чегирмалар назариясининг интеграл ҳисоблашга татбиқлари. Жордан леммаси. Аналитик давом эттириш. Монодроми теоремаси. Лагори́фмик чегирма. Аргумент принципи. Соҳани сақлаш принципи. Модулнинг максимум принципи. Шварц леммаси. Риман теоремаси.

Амалий машгулотлар мавзуси

Комплекс сонлар ва улар устида амаллар. Комплекс текисликда соҳа ва эгри чизиклар. Коши-Риман шарти. Хосила модули ва аргументнинг геометрик маъноси. Қаср чизикли акслантиришлар. Жуковский функцияси, даражали, Қурсаткичли ва тригонометрик функциялар. Интеграл. Даражали қаторлар. Лоран қатори.

Яккаланган махсус нукталар. Чегирмалар ва улар ёрдамида интеграл ҳисоблаш.

Илова: Талаба камида 70-80% ни ўзлаштириши шарт.

1. Лаборатория иши. Стереографик проекция. Каср чизиқли акслантиришлар. Гармоник функциялар.
2. Лаборатория иши. Функцияларни Тейлор ва Лоран қаторларига ёйиш. Чегирмалар ва унинг татбиқлари.

Илова: Талаба камида 70-80% ни ўзлаштириши шарт.

Мустақил иш мавзулари

Интегралларни чегарма ёрдамида ҳисоблаш.

Кристофил-Шварц формуласини тадбиқи.

Аналитик функцияларни механикада қўлланишига оид мисоллар.

Коши ва Шварцнинг чегаравий масалани ечиш учун интеграл формулалари.

Илова: Талаба камида 70-80% ни ўзлаштириши шарт.

Дарсликлар ва ўқув қўлланмалар рўйхати
Асосий

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. 1, М. Наука, 1985
2. Худайберганов Г., Ворисов А.К., Мансуров Х.Т., Комплекс анализ. Т. Университет 1998.
3. Садуллаев А., Худойберганов Г., Мансуров Х., Ворисов А., Туйчиев Т. Математик анализ Курсидан мисол ва масалалар тўплами (комплекс анализ) 3 қисм. "Ўзбекистон" 2000 й.
4. Волковўский Л.И., Лунц Г.А., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М., "Наука"1975.

Қўшимча

5. Сиражиддинов С.Х., Салохитдинов М.С., Максудов Ш. Комплекс ўзгарувчининг функциялари назарияси. Т. "Ўқитувчи"1979.
6. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М. "Наука"1977.

7. Сидоров Ю.В., Федорюк И.В., Шабунин М.И. Лекции по ТФКП. М., Наука. 1984.
 8. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М., Наука. 1972.
- Евграфов М.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И.,
Бежанов К.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М.,
Наука. 1972.

TASDIQLAYMAN:
Kafedra mudiri _____
“ ____ ” _____ y

DASTUR BAJARILISHINING KALENDARLI REJASI
(ma’ruza, laboratoriya, amaliyot mashg’ulotlari, kurs ishlari)
Fakultet matematika Kurs 3 Akademik gurux 301, 302 matematika
Fanning nomi Kompleks o’zgaruvchili funksiyalar nazariyasi
Ma’ruza o’giydi dots. Abdullayev B.
Maslaxat va amaliy mashg’ulot olib boradi _____
Tajriba mashg’ulotlarini olib boruvchi _____
Ishlab chiqarish amaliyotini olib boradi _____

$\frac{t}{r}$	Mashg’ulot Turlari	Mavzu nomi va nazoratlar Turlari	Ajratilgan Soat	Bajarilganligi xaqida ma’lumot		Oqituvchi imzosi
				Oy va kun	Sonatlar soni	
1	2	3	4	5	6	7
		V – SEMESTR				
		Kompleks sonlar.				
1	Ma’ruza	Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko’rinishlari. Kompleks sonni darajaga ko’tarish va undan ildiz chiqarish.	2			
2	Ma’ruza	Kompleks sonlarni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi.	2			
3	Ma’ruza	Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti.	2			
		Kompleks o’zgaruvchilarning funksiyasi.				
4	Ma’ruza	Kompleks argumentli funksiya tushunchasi. Ularning limiti va uzluksizligi.	2			
5	Ma’ruza	Kompleks argumentli funksiyaning differentsiallanuvchiligi. Koshi-Riman shartlari	2			
6	Ma’ruza	Hosila moduli va argumentining geometrik manosi. Konform akslantirishlar.	2			
		Elementar funksiyalar va ular yordamida bajariladigan konform akslantirishlar.				
7	Ma’ruza	Chiziqli funksiya va kasr chiziqli funksiya.	2			
8	Ma’ruza	Kasr chiziqli funksiya va uning xossalari	2			
9	Ma’ruza	Darajali funksiya. Jukovskiy funksiyasi.	2			
10	Ma’ruza	Ko’rsatkichli va logarifmik funksiyalar.	2			
11	Ma’ruza	Trigonometrik va giperbolik funksiyalar.	2			
		Kompleks argumentli funksiya dan olingan integral.				
12	Ma’ruza	Integral tushunchasi va uning xossalari.	2			
13	Ma’ruza	Koshi teoremasi.	2			
14	Ma’ruza	Boshlang’ich funksiya tushunchasi. Koshining	2			

		integral formulasi.				
		Sonli qatorlar va darajali qatorlar.				
15	Ma'ruza	Sonli va funksional qatorlar. Darajali qatorlar .Abel teoremasi.	2			
16	Ma'ruza	Koshi-Adamar teoremasi.	2			
		Golomorf funksiyalar va ularning xossalari.				
17	Ma'ruza	Golomorf funksiyalarning istalgan tartibdagi hosilaga ega bo'lishi.	2			
18	Ma'ruza	Funksiyani Teylor qatoriga yoyish.	2			
19	Ma'ruza	Liuvill teoremasi. Morera teoremasi.	2			
20	Ma'ruza	Yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasi.	2			
21	Ma'ruza	Golomorf funksiyaning nollari.	2			
		Loran qatorlari.				
22	Ma'ruza	Loran qatori.	2			
23	Ma'ruza	Funksiyaning Loran qatoriga yoyilmasining yagonaligi	2			
24	Ma'ruza	Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxotskiy teoremasi.	2			
		Chegirmalar nazariyasi.				
25	Ma'ruza	Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar.	2			
26	Ma'ruza	Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbiqlari.	2			
27	Ma'ruza	Jordan lemmasi va uning tadbiqlari.	2			
		JAMI	54			
		ADABIYOTLAR				
1	Г. Худайберганов, А. Ворисов, Х. Мансуров. Комплекс анализ. Тошкент, «Университет», 1998.					
2	Б. В. Шабат. Введение в комплексный анализ. 1–част. М.Н. 1989					
3	И. И. Привалов . Введение теории функции комплексного переменного. М. Госиздат физ–мат литературы, 1977					

Yetakchi professor (dotsent) _____
(imzo)

**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI

«TASDIQLAYMAN»

**Urganch davlat universiteti o`quv
ishlari bo`yicha prorektori:**

_____ dots. S.

Xo`janiyazov

“ ” _____ 20
10 yil

**«KOMPLEKS O`ZGARUVCHILI FUNKSIYALAR NAZARIYASI»
fanidan**

ISHCHI DASTUR

Bilim sohasi:	400 000 - Fan
Ta'lim sohasi:	460 000 – Matematika va statistika
Bakalavr yo'nalishi:	5460100-Matematika

URGANCH - 2010 yil

Ushbu ishchi dastur bakalavriatning 5460100 – «Matematika» yo'nalishi uchun O`z.R.OO`MTV tomonidan 20 avgust 2006 yil №186 raqam ostida tasdiqlangan va 2006 yil 22 avgustda №BD 5460100 3.11 raqam ostida ro`yxatga olingan namunaviy dasturi asosida tuzilgan.

Tuzuvchilar: f.-m.f.n., dots. B. I. Abdullayev
ass. M.D. Vaisova
Taqrizchi: f.-m.f.n., dots. R. M. Madraximov

Ishchi dastur «Funksiyalar nazariyasi» kafedrasida ___ avgust 2010 yilda muhokama qilindi (bayonnoma №1)

Kafedra mudiri : f.-m.f.n., dots. R. M. Madraximov

Ishchi dastur matematika fakultetining ilmiy kengashida ___ avgust 2010 yilda tasdiqlandi

Fakultet dekani: f.-m.f.n., dots B.I. Abdullayev

1. FANNING AHAMIYATI, UNING MAQSADI VA MASALALARI

Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi matematik analiz fanining uzviy davomi hisoblanadi va kompleks qiymatli funksiyalarning xossalari o'rganiladi.

Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi matematikaning matematik fizika tenglamalari, differensial tenglamalar, integral tenglamalar va nazariy fizikaning ko'pgina masalalarini yechishda alohida ahamiyat kasb etadi.

2. TALABALAR BILIM, KO'NIKMA VA MALAKALARIGA QO'YILADIGAN TALABLAR.

Talaba Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan quyidagi tushunchalarga ega bo'lishi shart: kompleks sonlar, funktsiyani kompleks differentsiallanuvchanligi, konform akslantirishlar, Koshining integral formulasi, golomorf funksiya, golomorf funktsiyaning maxsusliklari, Teylor va Loran qatorlari, qoldiqlar va ularning tadbiqlari.

Shu bilan birga talaba Riman sferasi, elementar konform akslantirishlar, Koshining integral formulasi, maxsus nuqtalar klassifikatsiyasi, Loran qatorini xossalari, analitik davom qildirish, sodda sohalarining konform akslantirishlarini topish, Koshi-Riman shartlarini qo'llay bilish, kontur bo'yicha integrallarni hisoblash malakalariga ega bo'lishi kerak.

FANNING TARKIBI

Semestrlar bo'yicha soatlar taqsimoti:

Semestr.	Ma'ruza.	Amaliy mashg'uloti	Seminar	Mustaqil ta'lim	Jami
V	54	36	18	94	202
Jami	54	36	18	94	202

3. «KOMPLEKS O'ZGARUVCHILI FUNKSIYALAR NAZARIYASI»DAN MA'RUZALAR KURSI

№	MA'RUZA MAVZULARI	Ajra tilgan soat
	V – SEMESTR	
	Kompleks sonlar.	
1	Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish.	2
2	Kompleks sonlarni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi	2
3	Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti.	

	Kompleks o'zgaruvchilarning funksiyasi.	
4	Kompleks argumentli funksiya tushunchasi.Ularning limiti va uzluksizligi.	2
5	Kompleks argumentli funksiyaning differentsiallanuvchiligi. Koshi-Riman shartlari	2
6	Hosila moduli va argumentining geometrik manosi. Konform akslantirishlar.	2
	Elementar funksiyalar va ular yordamida bajariladigan konform akslantirishlar.	
7	Chiziqli funksiya va kasr chiziqli funksiya.	2
8	Kasr chiziqli funksiya va uning xossalari	2
9	Darajali funksiya.Jukovskiy funksiyasi.	2
10	Ko'rsatkichli va logarifmik funksiyalar.	2
11	Trigonometrik va giperbolik funksiyalar.	
	Kompleks argumentli funksiyaadan olingan integral.	
12	Integral tushunchasi va uning xossalari.	2
13	Koshi teoremasi.	2
14	Boshlang'ich funksiya tushunchasi . Koshining integral formulasi.	2
	Sonli qatorlar va darajali qatorlar.	
15	Sonli va funksional qatorlar.Darajali qatorlar .Abel teoremasi.	2
16	Koshi-Adamar teoremasi.	2
	Golomorf funksiyalar va ularning xossalari.	
17	Golomorf funksiyalarning istalgan tartibdagi hosilaga ega bo'lishi.	2
18	Funksiyani Teylor qatoriga yoyish	
19	Liu vill teoremasi. Morera teoremasi.	2
20	Yagonalik teoremasi Veyershtass teoremasi. Golomorf funksiyaning nollari.	2
21	Golomorf funksiyaning nollari.	
	Loran qatorlari.	
22	Loran qatori.	2
23	Funksiyaning Loran qatoriga yoyilmasining yagonaligi	2
24	Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxotskiy teoremasi.	2
	Chegirmalar nazariyasi.	
25	Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar.	2
26	Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbiqlari.	2
27	Jordan lemmasi va uning tadbiqlari.	2
	JAMI	54

4. AMALIY MASHG'ULOTLAR RO'YXATI

№	AMALIY MASHG'ULOT MAVZUSI	Ajrat. soat
	V – SEMESTR	
	Kompleks son. Kompleks sonning ko'rinishlari va geometrik	

	tasviri. Kompleks tekislikda chiziq va sohalar.	
1	1,5,12,15,21,23,36 40,42.a), v), 50,52,65,68,70,72,78,82 [4], I-bob	2
	Kompleks argumentli funksiyalar va ularning uzluksizligi. Funksiya differentsiallanuvchanligi. Koshi –Riman shartlari.	
2	1,3,5,8,21,23, 68,73,75,78,94,95,108,113 [4], II-bob	2
	Hosila moduli va argumentining geometrik ma’nosi. Konform akslantirishlar.	
3	173,175,177,182,188,195,201,212,215. [4] ,II-bob	2
	Chiziqli va kasr chiziqli funksiyalar.	
4	1,3,5,7,10,12,14,35,37,62,64,66,70,74. [4], III-bob	2
	Darajali funksiya. Jukovski funktsiyasi.	
5	142,145,147,149,154,156,171,174,178,181,185. [4], III-bob	2
	Ko’rsatkichli va trigonometrik funksiyalar.	
6	222,224,226,230,238,240,242,297,299,303,305. [4], III-bob	2
	Integral tushunchasi. Koshi teoremasi.	
7	1,3,5,7,12,15,18,73,75,78,81,84,88,98,100. [4], IV-bob	2
	Boshlang’ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi.	
8	84,86,89,98,100,115,117,119,121,125. [4], IV-bob	2
	Darajali qatorlar. Golomorf funktsiyaning nollari.	
9	89,91,93,96,98, 278,280,282,284,288,293,295,297. [4] ,V-bob	2
	Loran qatori.	
10	394,396,398,400,402,416,420,424,426. [4], V-bob	2
	Funktsiyaning yakkaqlangan maxsus nuqtalari.	
11	493,495,504,506,515,517,520,522. [4] ,V-bob	2
	Chegirmalar va ularni hisoblash.	
12	1,3,5,7,9,13,15,17,37,39. [4] ,VI-bob	2
	Integrallarni chegirmalar yordamida hisoblash.	
13	86,88,90,92,94,96,98,100. [4], VI-bob	2
	Aniq integrallarni chegirmalar yordamida hisoblash	
14	151,152,156,158,161,163,181,182. [4], VI-bob	2
	Argument printsipti. Rushe teoremasi	
15	255,257,259,261,263,265,279 [4]	2
	Sohaning saqlanish printsipti	
16	159, 164,167,206,209,246,247,318,322 [4], III-bob	2
	Modulning maksimum printsipti.	
17	372,374,376.377,379,383,384 ,388 [4], V-bob	2
	Garmonik funksiyalar.	
18	123,126, 129, 130,132,136,138,142. [4], II-bob	2
	JAMI	36

5. MUSTAQIL ISHLAR RO'YXATI

№	MUSTAQIL ISH MAVZULARI	Ajrat. soat
	V – SEMESTR	
1	Kompleks sonlar. Kompleks sonlarning ko'rinishlari va geometrik tasviri.	2
2	Kompleks tekislik. Riman sferasi.	2
3	Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar.	2
4	Kompleks sonlar ketma-ketligi.	2
5	Kompleks argumentli funksiyalar.	2
6	Funksiya limiti va uzluksizligi	2
7	Funksyaning kompleks differensiallanuvchiligi.	2
8	Koshi-Riman shartlari	2
9	Golomorf funksiya va uning xossalari	2
10	Xosila moduli va argumentining geometrik ma'nolari.	2
11	Konform akslantirishlar.	2
12	Chiziqli funksiyalar.	2
13	Kasr chiziqli funksiyalar.	2
14	Darajali funksiyalar..	2
15	Jukovski funksiya	2
16	Ko'rsatkichli funksiyalar.	2
17	Trigonometrik funksiyalar.	2
18	Elementar funksiyalar yordamida amalga oshiriladigan konform akslantirishlar.	2
19	Integral tushunchasi..	2
20	Koshi teoremasi	2
21	Umumlashgan Koshi teoremasi	2
22	Boshlang'ich funksiya va uning mavjudligi haqidagi teorema	2
23	Koshining integral formulasi..	2
24	Koshi tipidagi integral	2
25	Funksional qatorlar.	2
26	Darajali qatorlar.	2
27	Taylor qatori	2
28	Loran qatorlari.	2
29	Koshi tengsizligi va Liuvill teoremasi.	2
30	Yagonalik teoremasi	2
31	Golomorf funksiyaning nollari.	2
32	Yakkalangan maxsus nuqtalar.	2
33	Yakkalangan maxsus nuqtalar va Loran qatorlari orasidagi bog'lanish	2
34	Saxotskiy teoremasi.	2
35	Chegirmalar va ularni hisoblash.	2
36	Integrallarni chegirmalar yordamida hisoblash.	2

37	Xosmas integrallarni chegirmalar yordamida hisoblash.	2
38	Argument prinsipi. Rushe teoremasi.	2
39	Meromorf funksiyalarni sodda kasrlar qatoriga va cheksiz ko'paytmalarga yoyish.	2
40	Garmonik funksiyalar.	2
41	Dirixle masalasi.	2
42	Kompleks sonning ildizi.	2
43	Ko'p qiymatli funksiyalar.	2
44	Teskari trigonometrik funksiyalar.	2
45	Algebraik tenglamalarni yechish.	2
46	Ko'p qiymatli funksiyalar yodamida amalga oshiriladigan konform akslantirishlar.	2
47	Simmetriya prinsipidan foydalanib konform akslantirishlarni amalga oshirish.	2
	JAMI:	94

6. TALABALAR BILIMINI BAHOLASH.

Al-Xorazmiy nomli Urganch Davlat universiteti Ilmiy kengashining 2010 sentabrdagi yig'ilishida tasdiqlangan «Talabalarning bilimini nazorat qilish va baholashning reyting tizimi to'g'risida»gi nizomiga asosan «Funksiyalar nazariyasi» kafedrasida o'qitilayotgan kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan talabalar bilimini nazorat qilish va baholash MEZONI

1. Amaliy mashg'ulot:

1) talabaning darsda misol ishlagani uchun - 70ball

Bunda quyidagi namunaviy mezonlar inobatga olinadi:

- a) Xulosa va qaror qabul qilish– 10ball
- b) Ijodiy fikrlay olish– 10ball
- c) Mustaqil mushoxada yuritish– 10ball
- d) Amalda qo'llay olish– 10ball
- e) Moxiyatini tushunish– 10ball
- f) Bilish, aytib berish– 10ball
- j) Tasavvurga ega bo'lish– 10ball

- 2) talabaniing darsdagi faolliigi uchun – 10ball
- 3) talabaniing uyga vazifasi uchun – 10ball
- 4) talabaniing daftar yuritishi uchun – 10ball

**O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim
vazirligining 21 fevral 2010 yil № 34 sonli buyrugi va Al-Xorazmiy
nomli UrDU ning "Talaba mustaqil ishini tashkil qilish to'g'risida" gi
buyrugiga asosan "Funktsiyalar nazariyasi" kafedrası bo'yicha ishlab
chiqilgan «Talaba mustaqil ishini baholash»**

MEZONI

Mustaqil ta'lim 100 ballik tizimda baholanadi.

86 - 100ball a'lo

71 – 85ball yaxshi

55 – 70ball o'rta

i Mustaqil ishning o'zlashtirish kursatkichi 86 – 100ball bilan baholanadi agar,

- 1)Mavzuga oid nazariy tushunchalar mukammal o'zlashtirilsa.
- 2) Mavzuga aid tayanch tushunchalarni izoxlay olsa.
- 3) Darsda utilgan mavzu bilan mazmun uzviyligini uning mantiqiy davomi yoki mazmuni to'ldirish mohiyatini bilsa.
- 4)Nazariy bilimlarni mustaqil tarzda amaliyotga tadbiq qila olsa.
- 5)Mavzuni taxlil qilib undan zaruriy hulosalarni chiqara olsa.

i Mustaqil ishning o'zlashtirish kursatkichi 71-85ball bilan baholanadi agar.

- 1)Mavzuga oid nazariy bilimlar to'liq o'zlashtirilsa.
- 2)Mavzuga oid tayanch tushunchalar izoxlansa.
- 3)Darsda o'tilgan mavzu bilan mazkur mavzuni mazmunan boglash jarayonida ahamiyatga molik bulmagan xatoliklarga yul qo'yilsa.
- 4)Nazariy bilimlarni o'qituvchining ko'rsatmasi yordamida amaliyotga tadbiq qila olganda.
- 5)Misol va masalalarni yechgan holda unga oid nazariy bilimlarni isbotlay olmaganda.

i Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 55-70ball ball bilan baholanadi, agar.

- 1)Mavzuga oid nazariy bilim o'zlashtirilsa.
- 2)Mavzuga oid tayanch tushunchalar uqituvchini yordamida izoxlasa.

- 3) Nazariy bilimlarni amaliyotga qisman tadbiq qila olsa.
- 4) Darsda o'tilgan mavzu bilan mustaqil bog'lay olmasa.
- 5) Misol va masalalarni echish jarayonida ba'zi xatoliklarga yul quyilsa.

6) Ish maksadga muvofiq rasmiylashtirilsa.

i **Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 55ball dan past ball bilan baholanadi, agar.**

- 1) Mavzuga oid nazariy bilimlarni qisman o'zlashtirsa
- 2) Tayanch tushunchalar mohiyat jihatidan izoxlansa
- 3) Nazariy bilimlarni amaliyotga qisman tadbiq qila olsa.
- 4) Mustaqil ish maqsadga muvofiq rasmiylashtirilmasa.
- 5) Mavzuga oid kursatmalar, tegishli tavsiyanomalardan foydalangan holda ham muayayn topshiriqni bajara olmasa.

Joriy baholashda umumiy baho (100ball hisobida) sifatida amaliy mashg'ulot , seminar , laboratoriya , mustaqil ishlarda olingan baholarning o'rtachasi olinadi.

ORALIQ BAHOLASH MEZONI

Nazorat variantlari 2 ta nazariy savol, 1 ta misoldan iborat bo'lib, nazariy savollar 40ball dan , misollar 20ball dan baholanadi.

a) Nazariy savollar - 40ball

a) agar talaba savollarga va tushunchalarga javob bera olmasa 0ball

b) agar talaba fakat tushunchalarni ta'riflashda va teoremlarni isbotlashda xatoliklarga yo'l qo'ysa 0 ball-20 ball

v) agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni tulik isbotlay olmasa 20ball- 30 ball

g) agar talaba agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni tulik isbotlay olsa 30ball - 40ball

b) Misollar - 20ball

a) agar talaba misolni echishga umuman xarakat kilmasa 0ball

b) agar talaba misolni echishga xarakat kilib, natija noto'g'ri hisoblansa

0ball- 10 ball

v) agar talaba ijodiy yondashgan holda kichik xatoliklarga yo'l qo'ysa 10ball-15ball

g) agar talaba ijodiy yondashgan holda misol natijasini to'g'ri hisoblansa 15 ball - 20 ball

YAKUNIY BAHOLASH MEZONI

Nazorat variantlari 1 ta nazariy savol, 3 ta misoldan va 5 ta sodda savollardan iborat bulib, nazariy savol 30ball bilan , misollar 20ball dan , sodda savollardan xar biri 2ball bilan baholanadi.

a) Nazariy savol - 30ball

a) agar talaba savollarga va tushunchalarga javob bera olmasa
0ball

b) agar talaba fakat tushunchalarni ta'riflashda va teoremlarni isbotlashda xatoliklarga yul kuysa 0 ball-10 ball

v) agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni tulik isbotlay olmasa 10ball- 20 ball

g) agar talaba agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni tulik isbotlay olsa 20ball - 30ball

b) Misollar - 20ball

a) agar talaba misolni echishga umuman xarakat kilmasa
0ball

b) agar talaba misolni echishga xarakat kilib, natija noto'g'ri hisoblansa
0ball- 10 ball

v) agar talaba ijodiy yondashgan holda kichik xatoliklarga yul kuysa 10ball - 15 ball

g) agar talaba ijodiy yondashgan holda misol natijasini to'g'ri hisoblansa 15 ball - 20 ball

v) Sodda savollar-10ball

a) talaba ta'rif va tushunchalarni tulik , to'g'ri ta'riflay olmasa – 0ball-1ball

b) talaba ta'rif va tushunchalarni tulik , to'g'ri ta'riflay olsa 1ball-2ball

“Funksiyalar nazariyasi” kafedrasida o`qitilayotgan kompleks

o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan reyting tizimi:

1. Oraliq nazorat – 30% (koeffitsienti-0,3)
2. Joriy nazorat – 40% (koeffitsienti-0,4)
3. Yakuniy nazorat – 30% (koeffitsienti-0,3)

Maksimal ball(100%) = Ma'ruza + Amaliy mashg`ulot + seminar + mustaqil ishlarga ajratilgan soatlar ball hisobida.

5-semestr uchun jami bal 202 bal xisoblanadi

Talaba oraliq va joriy nazoratlardan olgan ballari yig'indisi 77,77 baldan past bo'lsa talaba yakuniy nazoratga kiritilmaydi va akademik qarzдор xisoblanadi. Agar talabaning joriy va oraliq nazoratdan to'plagan ballari yig'indisi 77,77 bal va undan yuqori bo'lsa yakuniy nazoratga kiritiladi va talaba reytingi joriy, oraliq va yakuniy nazoratlarda to'plagan ballari yig'indisi bilan xisoblanadi. Agar talaba reyting nazoratlarida to'plagan ballari yig'indisi 111,1 balldan past bo'lsa qoniqarsiz, 111,1 dan 143,42 gacha bo'lsa qoniqarli 143,42 dan 173,72 gacha yaxshi 173,72 dan 202 gacha o'zlashtirishi a'lo xisoblanadi.

Quyida ushbu ballar taqsimotini jadvalini keltiramiz.

seme	Maksim	Joriy	Oraliq	Joriy	Joriy	J+O+Y	Talaba reytingi
str	al ball	Maksim	Maksim	+oralik	+oralik	a	R= J+O+Ya
	100%	al bali	al bali	maksima	saralash	Saralas	
		40%	30%	l bali	bali	h bali	
				70%	70x55%	55%	
1	202	80,8	60,6	141,4	77,77	111,1	R<111,1 qoniqarsiz 111,1 ≤ R < 143,42 Qoniqarli 143,42 ≤ R < 173,72 Yaxshi 173,72 ≤ R ≤ 202 a'lo

7. ADABIYOTLAR.

Asosiy

1. Г. Худайбергенов, А. Ворисов, Х. Мансуров. Комплекс анализ. Тошкент, «Университет», 1998.
2. Б. В. Шабат. Введение в комплексный анализ. 1–част. М.Н. 1989.
3. Л. И. Волковский, Г. Л. Лунц, И. Г. Абраманович. Сборник задач по теории функции комплексного переменного.
4. А. С. Саъдуллаев ва бошқалар. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами. 3–том. Тошкент. «Ўзбекистон.» 2000 й.

Qo'shimcha:

1. Ш. Максудов, М. Салохиддинов, С. Сирожиiddинов. Комплекс ўзгарувчиларнинг функциялари назарияси. Т. «Ўқитувчи» 1996
2. Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. Лекции по теории функции комплексного переменного. М. Наука, 1982.
3. И. И. Привалов . Введение теории функции комплексного переменного. М. Госиздат физ–мат литературы, 1977
4. М. А. Евграфов и др. Сборник задач по теории аналитических функции. М. Наука. 1972
5. Г. Худайбергенов, А. Ворисов, Х. Мансуров. Комплекс анализ. Карши. «Насаф», 2003.
6. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М., Наука. 1972.

O'zbekiston Respublikasi Oliy va O'rta maxsus ta'lim vazirligining 2003 yil 9 yanvardagi 9-sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan "Oliy ta'lim to'g'risida"gi Nizomi Al-Xorazmiy nomli UrDU «Talabalarning bilimini nazorat qilish va baholashning reyting tizimi to'g'risida» gi nizomiga asosan «Funktsiyalar nazariyasi» kafedrasida o'qitilayotgan Kompleks o'zgaruvchili funktsiyalar nazariyasi fanidan talabalar bilimini nazorat qilish va baholash

MEZONI

1. Amaliy mashg'ulot:

1) talabaning darsda misol ishlagani uchun - 70%

Bunda quyidagi namunaviy mezonlar inobatga olinadi:

a) Xulosa va qaror qabul qilish– 10%

b) Ijodiy fikrlay olish– 10%

c) Mustaqil mushohada yuritish– 10%

d) Amalda qo'llay olish– 10%

e) Mohiyatini tushunish– 10%

f) Bilish, aytib berish– 10%

j) Tasavvurga ega bo'lish– 10%

2) talabaning darsdagi faolligi uchun – 10%

3) talabaning uyga vazifasi uchun – 10%

4) talabaning daftar yuritishi uchun – 10%

2. Laboratoriya ishi:

1) talabaning laboratoriya mashg'ulotlarining nazariyasini va uslubi-yatini o'zlashtirishiga - 40%

2) talabaning laboratoriya mashg'ulotini bajarishiga – 50%

3) mashg'ulotda faoligi va o'quv me-xnat intizomiga – 10 %

3. Seminar:

1) talabaning seminardagi ma'ruzasini uchun - 40%

2) talabaning seminardagi faolligi uchun – 30%

3) talabaning seminar mavzusini yoritishda adabiyotlardan foydalanganligi uchun – 30%

**Uzbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 21 fevral 2005
yil № 34 sonli buyrug'i va Al-Xorazmiy nomli UrDU ning "Talaba mustaqil
ishini tashkil qilish to'g'risida" gi buyrug'iga asosan "Funksiyalar nazariyasi"
kafedrasi buyicha ishlab chiqilgan «Talaba mustaqil ishini baholash»**

MEZONI

Mustaqil ta'lim 100 ballik tizimda baholanadi.

86 - 100% a'lo

71 – 85% yaxshi

55 – 70% o'rta

i Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 86 – 100% bilan baholanadi agar,

- 1) Mavzuga oid nazariy tushunchalar mukammal o'zlashtirilsa.
- 2) Mavzuga oid tayanch tushunchalarni izoxlay olsa.
- 3) Darsda o'tilgan mavzu bilan mazmun uzviyligini uning mantiqiy davomi yoki mazmuni to'ldirish mohiyatini bilsa.

4) Nazariy bilimlarni mustaqil tarzda amaliyotga tadbiq qila olsa.

5) Mavzuni tahlil qilib undan zaruriy hulosalarni chiqara olsa.

i Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 71-85% bilan baholanadi agar.

- 2) Mavzuga oid nazariy bilimlar to'liq o'zlashtirilsa.
- 3) Mavzuga oid tayanch tushunchalar izoxlansa.
- 4) Darsda o'tilgan mavzu bilan mazkur mavzuni mazmunan bog'lash jarayonida ahamiyatga molik bo'lmagan xatoliklarga yo'l qo'yilsa.
- 5) Nazariy bilimlarni o'qituvchining ko'rsatmasi yordamida amaliyotga tadbiq qila olganda.
- 6) Misol va masalalarni echgan holda unga oid nazariy bilimlarni isbotlay olmaganda.

7) Ish maqsadga muvofiq rasmiylashtirilmaganda

i Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 55-70% ball bilan baholanadi, agar.

- 2) Mavzuga oid nazariy bilim o'zlashtirilsa.
- 3) Mavzuga oid tayanch tushunchalar o'qituvchini yordamida izoxlasa.
- 4) Nazariy bilimlarni amaliyotga qisman tadbiq qila olsa.
- 5) Darsda o'tilgan mavzu bilan mustaqil bog'lay olmasa.
- 6) Misol va masalalarni echish jarayonida ba'zi xatoliklarga yo'l quyilsa.
- 7) Ish maqsadga muvofiq rasmiylashtirilsa.

i Mustaqil ishning o'zlashtirish ko'rsatkichi 55% dan past ball bilan baholanadi, agar.

- 1) Mavzuga oid nazariy bilimlarni qisman o'zlashtirsa
- 2) Tayanch tushunchalar mohiyat jixatidan izoxlansa
- 3) Nazariy bilimlarni amaliyotga qisman tadbiq qila olsa.
- 4) Mustaqil ish maqsadga muvofiq rasmiylashtirilmasa.
- 5) Mavzuga oid ko'rsatmalar, tegishli tavsiyanomalardan foydalangan holda ham muayyan topshiriqni bajara olmasa.

Joriy baholashda umumiy baho (100% hisobida) sifatida amaliy mashg'ulot , seminar , laboratoriya , mustaqil ishlarda olingan baholarning o'rtachasi olinadi.

ORALIK BAHOLASH MEZONI

Nazorat variantlari 2 ta nazariy savol, 1 ta misoldan iborat bo'lib, nazariy savollar 40% dan , misollar 20% dan baholanadi.

a) Nazariy savollar - 40%

- a) agar talaba savollarga va tushunchalarga javob bera olmasa 0%
- b) agar talaba faqat tushunchalarni ta'riflashda va teoremlarni isbotlashda xatoliklarga yo'l qo'ysa 0 %-20 %
- v) agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni to'liq isbotlay olmasa 20% - 30 %
- g) agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni to'liq isbotlay olsa 30% - 40%

b) Misollar - 20%

- a) agar talaba misolni echishga umuman xarakat qilmasa 0%
- b) agar talaba misolni echishga xarakat qilib, natija noto'g'ri hisoblansa 0%- 10 %
- v) agar talaba ijodiy yondashgan holda kichik xatoliklarga yo'l qo'ysa 10% - 15 %
- g) agar talaba ijodiy yondashgan holda misol natijasini to'g'ri hisoblasa 15 % - 20 %

YAKUNIY BAHOLASH MEZONI

Nazorat variantlari 1 ta nazariy savol, 3 ta misoldan va 5 ta sodda savollardan iborat bo'lib, nazariy savol 30% bilan , misollar 20% dan , sodda savollardan har biri 2% bilan baholanadi.

a) Nazariy savol - 30%

- a) agar talaba savollarga va tushunchalarga javob bera olmasa 0%
- b) agar talaba faqat tushunchalarni ta'riflashda va teoremlarni isbotlashda xatoliklarga yo'l qo'ysa 0% - 10%
- v) agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni to'liq isbotlay olmasa 10% - 20%
- g) agar talaba agar talaba tushunchalarni to'g'ri ta'riflab berib, teoremlarni to'liq

isbotlay olsa 20% - 30%

b) Misollar - 20%

a) agar talaba misolni echishga umuman xarakat qilmasa 0%

b) agar talaba misolni echishga xarakat qilib, natija noto'g'ri hisoblansa
0%- 10 %

v) agar talaba ijodiy yondashgan holda kichik xatoliklarga yo'l qo'ysa 10% - 15 %

g) agar talaba ijodiy yondashgan holda misol natijasini to'g'ri hisoblansa 15 % - 20 %

v) Sodda savollar-10%

a) talaba ta'rif va tushunchalarni to'liq , to'g'ri ta'riflay olmasa – 0%-1%

b) talaba ta'rif va tushunchalarni to'liq , to'g'ri ta'riflay olsa 1%-2%

“Funktsiyalar nazariyasi” kafedrasida o'qitilayotgan fanlardan reyting tizimi:

4. Oraliq nazorat – 35% (koeffisienti-0,35)
5. Joriy nazorat – 50% (koeffisienti-0,5)
6. Yakuniy nazorat – 15% (koeffisienti-0,15)

Maksimal ball(100%) = Ma'ruza + Amaliy mashg'ulot + seminar + laboratoriya + mustaqil ishlarga ajratilgan soatlar ball hisobida.

Saralash ball maksimal ballning 55 %i miqdorida

Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi test savollari

1. $\frac{1}{i}$ kompleks sonning haqiqiy qismini toping.

$$-1 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

2. $-1 + \sqrt{3}i$ kompleks sonni trigonometrik ko'rinishga keltiring.

$$\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}; \quad \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}; \quad 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}) \quad 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$$

3. Kompleks tekislik C da $\operatorname{Re} z \geq 1$, $z = x + iy$, tengsizlikni qanoatlantiruvchi nuqtalarni geometrik o'rnini toping.

$x = 1$ to'g'ri chiziq va uning o'ng tamonidagi nuqtalar to'plami.

$x = 1$ to'g'ri chiziqdan yuqoridagi nuqtalar to'plami.

$x = 1$ to'g'ri chiziq va undan pastdagi nuqtalar to'plami.

$x = 1$ to'g'ri chiziq va undan chapdagi nuqtalar to'plami.

$x = 1$ to'g'ri chiziqdan chapdagi nuqtalar to'plami.

4. $e^{-\frac{\pi}{2}i}$ ni hisoblang.

$$1 \quad -1 \quad -\frac{i}{2} \quad -i$$

5. $f(z) = |z|^p$ $-\infty < p < \infty$ funksiya uchun $\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial \bar{z}}$ ni toping.

$$\frac{|z|^{p-2}}{4} \quad \frac{p}{4}|z|^{p-2} \quad 0 \quad \frac{p^2}{4}|z|^{p-2}$$

6. $U(x, y) = x^2 - y^2 + x$ garmonik funksiyaga qo'shma garmonik funksiyani toping.

$$2xy + y + c \quad 2xy + x + c \quad 2xy + y \quad 2xy + x$$

7. Shunday z nuqtalar to'plamini topingki, shu nuqtalarda $W = z^2$ akslantirishning cho'zilish koefisienti 1 ga teng bo'lsin.

$$|z| = 1 \quad |z| = 2 \quad |z| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad |z| = \frac{1}{2}$$

8. $D = \{|z - 1| < 2\}$, sohaning $w = 1 - 2iz$ chiziqli akslantirishdagi aksini toping.

$$|w - 1 - 2i| < 4; \quad |w - i| < 4 \quad |w - 1 - 2i| < 2 \quad |w - 1 + 2i| < 4$$

9. $w = \frac{1}{z}$ akslantirishda $\operatorname{Re} z = 0$ chiziqning aksini toping.

$$\operatorname{Im} w = 0, \operatorname{Re} w = 0, \operatorname{Im} w = 1, \operatorname{Im} \frac{1}{w} = 0$$

10. $D = \{|z| < 1\}$ sohaning $w = \frac{z-1}{z+i}$ kasr-chiziqli akslantirishdagi aksini toping.

$$\operatorname{Im} w > 0 \quad \operatorname{Re} w > \operatorname{Im} w \quad \operatorname{Im} w < 0 \quad \operatorname{Im} w > \operatorname{Re} w$$

11. $w(0) = 4$, $w(1+i) = 2+2i$, $w(2i) = 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi kasr -chiziqli $w(z)$ akslantirishni toping.

$$w = 2z + 4 \quad w = 2iz + 4 \quad w = 2iz + 2 \quad w = 2iz - 4$$

12. $\operatorname{Re} z = a \ (a > 0)$ to'g'ri chiziqlarning $w = z^2$ akslantirish yordamidagi aksini toping.

$$\operatorname{Re} w = a^2 - \frac{1}{4a^2} (\operatorname{Im} w) \quad \operatorname{Re} w = a - \frac{1}{4a^2} (\operatorname{Im} w)$$

$$\operatorname{Re} w = a - \frac{1}{4a^2} (\operatorname{Im} w)^2 \quad \operatorname{Re} w = a^2 - \frac{1}{4a^2} (\operatorname{Im} w)^2$$

13. Kompleks tekislikda $z_1 = 1 + i$ nuqta uchun $\operatorname{Re} z = 0$ chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtani toping.

$$1 - i \quad -1 + i \quad -1 - i \quad 1 + i$$

14. $\{|z| < 1\}$ doirani $\{|z| > 1\}$ sohaga akslantiruvchi konform akslantirishni toping.

$$w = \frac{1}{z} \quad w = z^2 \quad w = \frac{z-i}{z} \quad w = \frac{1}{2z}$$

15. $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ Juqovskiy funksiyasi yordamida $|z| = \frac{1}{2}$ aylananing aksini toping.

$$\frac{9}{16} u^2 + \frac{9}{25} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

$$\frac{16}{25} u^2 + \frac{16}{9} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

$$\frac{25}{64} u^2 + \frac{25}{9} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

$$\frac{16}{9} u^2 - \frac{16}{25} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

16. $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ Juqovskiy funksiyasi yordamida $|z| > 2$ sohaning aksini toping.

$$\frac{16}{25} u^2 + \frac{16}{9} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

$$\frac{16}{9} u^2 + \frac{16}{25} v^2 = 1, \quad w = u + iv$$

$$\frac{16}{25} u^2 + \frac{16}{9} v^2 = 2, \quad w = u + iv$$

$$\frac{16}{9} u^2 + \frac{16}{25} v^2 = 2, \quad w = u + iv$$

17. $\operatorname{Re} z = 1$ chiziqlarning $w = e^z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$|w| = e^2 \quad |w| = \frac{1}{e} \quad |w| = e \quad |w-1| = e$$

18. $-\pi < \operatorname{Im} z < 0$ sohaning $w = e^z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$w \notin (-\infty, 0) \quad w \notin (-\infty, 1) \quad w \notin (0; \infty) \quad w \notin (2; \infty)$$

19. $D = \left\{ -\frac{\pi}{4} < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{4} \right\}$ sohani $w = \operatorname{tg} z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$|w-1| < 1 \quad |w| < 2 \quad |w-i| < 1 \quad |w| < 1$$

20. $D = \{ |\operatorname{Im} z| < \pi, \operatorname{Re} z > 0 \}$ sohani berilgan $w = \operatorname{sh} z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$w \notin (-\infty; 1], \quad w \notin [-i; i] \quad w \notin (-\infty; 0], \quad w \notin [-i; -i]$$

$$w \notin (-\infty; 0], \quad w \notin [0; i\infty] \quad w \notin [-1; 1], \quad w \notin [1; i\infty]$$

21. e^{2+i} kompleks sonning moduli va argumentini toping.

$$|e^{2+i}| = e \quad \arg e^{2+i} = 1 \quad |e^{2+i}| = e^2 \quad \arg e^{2+i} = 2$$

$$|e^{2+i}| = e^2 \quad \arg e^{2+i} = 1 \quad |e^{2+i}| = e \quad \arg e^{2+i} = 2$$

22. e^z funksiyasining $z = 2\pi i$ nuqtadagi qiymatini toping.

$$2 \quad -2 \quad -1 \quad 1$$

23. $\sin(i\pi)$ kompleks sonning haqiqiy qismini toping.

$$1 \quad 0 \quad -1 \quad 2$$

24. $z = 1 - it \quad 0 \leq t \leq 2, z = x + iy$ funksiya bilan aniqlangan egri chiziqni toping.

$\{x = 2, -3 \leq y \leq 0\}$ -to'g'ri chiziq kesmasi.

$\{x = 1, -2 \leq y \leq 0\}$ -to'g'ri chiziq kesmasi.

$\{x = 1, -3 \leq y \leq 0\}$ -to'g'ri chiziq kesmasi.

$\{x = 3, -2 \leq y \leq 0\}$ -to'g'ri chiziq kesmasi.

25. $\oint_{\Gamma} \frac{dz}{z-a}$ integralni hisoblang, bu erda Γ – chiziq markazi a nuqtaga joylashgan ixtiyoriy aylana.

$$\pi i \quad \frac{1}{2}\pi i \quad 2\pi i \quad -\pi i$$

26. $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$ integralni hisoblang.

$$1 \quad 0 \quad -2 \quad -1$$

27. $f(z) = \cos az$ funksiyaning $z = 0$ nuqtaning atrofida darajali qatorga yoying.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(az)^{2n}}{(2n)!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(az)^n}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(az)^{2n}}{(2n)!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(az)^n}{(2n)!}$$

28. $f(z) = \frac{z}{z+2}$ funksiyaning $a = 1$ nuqtaning atrofida darajali qatorga yoying.

$$\frac{1}{3} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z-1)^n}{3^{n+1}} \quad -\frac{1}{3} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z-1)^n}{3^{n+1}} \quad -\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z-1)^n}{3^{n+1}}$$

$$-\frac{1}{3} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z-1)^n}{3^{n+2}}$$

29. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{4}\right)^n$ Loran qatorining yaqinlashish sohasini aniqlang.

$$-1 < |z| < 4 \quad -2 < |z| < 4 \quad -4 < |z| < 2 \quad 2 < |z| < 4$$

30. $\frac{e^z - 1}{z}$ funksiyaning $z = 0$ nuqta atrofida Loran qatoriga yoying

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n-1}}{n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n-1}}{2n!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{2n-1}$$

31. $z^2 \cos \frac{\pi}{z}$ funksiyaning muhim maxsus nuqtasini toping.

$$z = 0 \quad z = 1 \quad z = 2 \quad z = -2$$

32. $f(z) = \frac{z^2}{z+2}$ funksiyaning chekli qutb maxsus nuqtasidagi qoldigini toping.

$$C_{-1} = 2 \quad C_{-1} = -2 \quad C_{-1} = 4 \quad C_{-1} = -4$$

33. $f(z) = \frac{1}{z - \sin z}$ funksiya qutb maxsus nuqtalarini toping.

$$z = \pi \quad z = 1 \quad z = 0 \quad z = -1$$

34. Koshi teoremasiga asoslanib, $\oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3(1+z)}$ integralni hisoblang.

$$(1+2e^{-1})\pi i \quad (1-2e^{-1})\pi i \quad (1-e^{-1})\pi i \quad 1-2e^{-1}$$

35. $\oint_{|z|=4} \frac{e^{iz} dz}{(z-\pi)^3}$ integralni qoldiqlar yordamida hisoblang.

$$2\pi i \quad \pi i \quad \frac{\pi}{2} i \quad 3\pi i$$

36. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{1-2p \sin x + p^2}$ ($0 < p < 1$) integralni hisoblang.

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 0$$

37. $\frac{1-i}{1+i}$ kompleks sonning haqiqiy qismini toping.

$$0 \quad -\frac{1}{2} \quad -1 \quad 1$$

38. $-1-i\sqrt{3}$ sonni trigonometrik ko'rinishga keltiring.

$$\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \quad \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \quad 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) \quad 2\left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right)$$

39. Kompleks tekislik C da $-1 < \operatorname{Im} z < 2$ shartni qanoatlantiruvchi $z = x + iy$ nuqtalarni geometrik o'rnini toping.

$y = -1$ va $y = 2$ to'g'ri chiziq hamda ular orasidagi nuqtalar to'plami

$y = -1$ to'g'ri chiziqdan yuqoridagi nuqtalar to'plami

$y = -1$ va $y = 2$ to'g'ri chiziqlar orasidagi nuqtalar to'plami

$y = 2$ to'g'ri chiziqdan yuqoridagi nuqtalar to'plami

40. e^{2-2i} ni hisoblang.

$$\cos 2 - i \sin 2 \quad \cos 1 - i \sin 1 \quad e^2(\cos 2 - i \sin 2) \quad e^2(\cos 1 - i \sin 1)$$

41. $f(z) = e^{p|z|}$, $-\infty < p < \infty$ funksiya uchun $\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial \bar{z}}$ ni toping

$$\frac{p}{4} e^{p|z|} \left(p + \frac{1}{|z|} \right) \quad e^{p|z|} \left(p + \frac{1}{|z|} \right) \quad e^{p|z|} \quad \frac{p}{4} e^{p|z|}$$

42. $U(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ garmonik funksiyaga $E = \{0 < |z| \leq \infty\}$ sohada ko'shma bo'lgan garmonik funksiyani toping.

$$\frac{y}{x^2 + y^2} + C \quad \frac{x}{x^2 + y^2} + C \quad \frac{1}{x^2 + y^2} + C \quad -\frac{y}{x^2 + y^2} + C$$

43. Shunday nuqtalar to'plamini topingki, shu nuqtalarda $w = z^3$ akslantirishning cho'zilish koefisienti 1 ga teng bo'lsin.

$$|z| = 2 \quad |z| = \sqrt{3} \quad |z| = \frac{2}{3} \quad |z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

44. $D = \{\operatorname{Re} z < 1\}$ sohaning $w = (1 + i)z + 1$ chiziqli funksiya yordamidagi aksini toping.

$$\operatorname{Re} w + \operatorname{Im} w < 3 \quad \operatorname{Re} w + \operatorname{Im} w < 2 \quad \operatorname{Re} w + \operatorname{Im} w < 1 \quad \operatorname{Re} w - \operatorname{Im} w < 2$$

45. $\operatorname{Im} z = 0$ to'plamni $w = \frac{1}{z}$ akslantirish yordamidagi aksini toping.

$$\operatorname{Re} w = 0 \quad \operatorname{Re} w = 1 \quad \operatorname{Im} w = 0 \quad \operatorname{Im} w = 1$$

46. $D = \{|z| > 1\}$ sohaning kasr chizig'i $w = \frac{z+i}{z-i}$ akslantirish yordamidagi aksini toping.

$$\operatorname{Re} w < 0 \quad \operatorname{Im} w < 0 \quad \operatorname{Im} w > 0 \quad \operatorname{Re} w > 0$$

47. $w(0) = 0$, $w(1+i) = 2+2i$, $w(2i) = 4$ shartlarni qanoatlantiruvchi kasr – chiziqli $w(z)$ akslantirishni toping.

$$w = \frac{2}{z-i} \quad w = \frac{z}{z-i} \quad w = \frac{2z}{z-i} \quad w = \frac{2z}{z+i}$$

48. $\operatorname{Im} z = a$ ($a > 0$) to'plamning $w = z^2$ akslantirishdagi aksini toping.

$$\operatorname{Re} w = a^2 - \frac{1}{4a^2}(\operatorname{Im} w) \quad \operatorname{Re} w = a^2 + \frac{1}{4a^2}(\operatorname{Im} w) \quad \operatorname{Re} w = -a^2 + \frac{1}{4a^2}(\operatorname{Im} w)^2$$

$$\operatorname{Re} w = -a^2 - \frac{1}{4a^2}(\operatorname{Im} w)^2$$

49. Kompleks tekislikda $z_1 = 1 + i$ nuqta uchun $\operatorname{Im} z = 0$ chiziqqa nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtani toping.

$$i-1 \quad 1+i \quad 1-i \quad -1-i$$

50. Quyidagi akslantirishlardan qaysi biri $\{|z| > 1\}$ sohani $\{\operatorname{Im} w > 0\}$ yuqori yarim tekislikka konform akslantiradi?

$$w = z^2 \quad w = \frac{1}{z} \quad w = \frac{z}{z-1} \quad w = \frac{z-1}{z+1}$$

51. $|z| = 2$ to'plamning $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ akslantirishdagi aksini toping.

$$\frac{16}{25}u^2 + \frac{16}{9}v^2 = 1, w = u + iv \quad \frac{16}{25}u^2 + \frac{16}{64}v^2 = 1, w = u + iv$$

$$\frac{9}{25}u^2 + \frac{9}{16}v^2 = 1, w = u + iv \quad \frac{9}{16}u^2 + \frac{9}{25}v^2 = 1, w = u + iv$$

52. $|z| < \frac{1}{2}$ to'plamning $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ akslantirishdagi aksini toping.

$$\frac{16}{25}u^2 + \frac{16}{9}v^2 > 2, w = u + iv \quad \frac{16}{9}u^2 + \frac{16}{25}v^2 > 2, w = u + iv$$

$$\frac{16}{25}u^2 + \frac{16}{9}v^2 > 1, w = u + iv \quad \frac{16}{9}u^2 + \frac{16}{25}v^2 > 1, w = u + iv$$

53. $\text{Im } z = \frac{\pi}{2}$ to'plamning $w = e^z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$\arg w = \pi \quad \arg w = \frac{3\pi}{2} \quad \arg w = 2\pi \quad \arg w = \frac{\pi}{2}$$

54. $-\frac{\pi}{2} < \text{Im } z < \frac{\pi}{2}$ to'plam $w = e^z$ akslantirishdagi aksini toping.

$$\text{Re } w > 1 \quad \text{Re } w > 2 \quad \text{Re } w > 0 \quad \text{Re } w > 3$$

55. $D = \{|\text{Im } z| < \frac{\pi}{4}\}$ sohani $w = thz$ akslantirish yordamidagi aksini toping.

$$|w - i| < 1 \quad |w - 1| < 1 \quad |w + 1| < 1 \quad |w| < 1$$

56. $D = \{0 < \text{Re } z < 2\pi, \text{Im } z > 0\}$ sohani $w = \sin z$ akslantirish yordamida aksini toping.

$$w \notin [-1; -1], w \notin [0; i\infty], w \notin [1; 1] \quad w \notin [0; i\infty], w \notin [-1; 1] \quad w \notin [0; i\infty]$$

$$w \notin [-1; 1], w \notin [1; i\infty]$$

57. e^{2-3i} kompleks sonning moduli va argumentini toping.

$$|e^{2-3i}| = e^2 \quad \arg e^{2-3i} = 2\pi - 3 \quad |e^{2-3i}| = e \quad \arg e^{2-3i} = 2\pi - 3$$

$$|e^{2-3i}| = e^3 \quad \arg e^{2-3i} = 2\pi - 3 \quad |e^{2-3i}| = e \quad \arg e^{2-3i} = 2\pi - 3$$

58. e^z funksiyaning $z = \pi i$ nuqtadagi qiymatini toping.

$$-2 \quad 2 \quad 1 \quad -1$$

59. $\sin\left(\frac{\pi}{4} + i\right)$ kompleks sonning haqiqiy qismini toping.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{sh}1 \quad \frac{2}{3} \text{sh}1 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \text{sh}1 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \text{sh}2$$

60. $\oint_{\Gamma} \frac{z^2 dz}{z - 2i}$ integralni hisoblang, bu erda Γ chiziq $|z| = 3$ aylanadan iborat.

$$6\pi i \quad -8\pi i \quad 8\pi i \quad -\frac{1}{4}\pi i$$

Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi fanidan nazorat savollari

1. Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari.
2. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish.
3. Kompleks sonlarni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik.
4. Riman sferasi. Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar.
5. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti
6. Kompleks argumentli funksiya tushunchasi. Ularning limiti va uzluksizligi.
7. Kompleks argumentli funksiyaning differensiallanuvchiligi. Koshi-Riman shartlari
8. Hosila moduli va argumentining geometrik manosi.
9. Konform akslantirishlar.
10. Chiziqli funksiya va kasr chiziqli funksiya
11. Kasr chiziqli funksiya va uning xossalari
12. Darajali funksiya. Juqovskiy funksiyasi
13. Ko'rsatkichli va logarifmik funksiyalar.
14. Trigonometrik va giperbolik funksiyalar.
15. Integral tushunchasi va uning xossalari
16. Koshi teoremasi.
17. Boshlang'ich funksiya tushunchasi .
18. Koshining integral formulasi
19. Sonli va funksional qatorlar
- 20 Darajali qatorlar . Abel teoremasi.
- 21 Koshi-Adamar teoremasi. Teylor qatori
- 22 Golomorf funksiyalarning istalgan tartibdagi hosilaga ega bo'lishi.
23. Funksiyani Teylor qatoriga yoyish.
24. Liuvill teoremasi.
25. Morera teoremasi.
26. Yagonalik teoremasi.
27. Veyershrass teoremasi. Golomorf funksiyaning nollari
28. Loran katori.
- 29 Funksiyaning Loran qatoriga yoyilmasining yagonaligi.
30. Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxoskiy teoremasi.
31. Chegirmalar va ularni hisoblash.
32. Chegirmalar haqida teoremlar.
33. Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbirlari.
34. Jordan lemmasi va uning tadbirlari.

1-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan “Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish” mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan kompleks son tushunchasini, kompleks sonning ko'rinishlari, kompleks sonni darajaga ko'tarish va ulardan ildiz chiqarish haqida to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, kompleks son bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy	Muammoning mohiyatini tushunib	Talabalarda «Aqliy hujum»

“Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha Yangi mavzunin 1- qismi bayon etiladi. Kompleks son tushunchasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. “Aqliy hujum” 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay	Mavzu bo'yicha, Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.

	darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2-qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2-qismi bayon etiladi Kompleks sonni ko'rinishi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15	Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va ulardan ildiz chiqarish	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.

minutgacha			
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

**Mavzu: Kompleks son tushunchasi. Kompleks sonning ko'rinishlari.
Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish.**

1-qism. Kompleks son tushunchasi.

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin. Absissalar o'qida joylashgan nuqtalar to'plamini R_x , ordinatalar o'qida joylashgan nuqtalar to'plamini R_y orqali belgilaylik.

Ixtiyoriy $x \in R_x, y \in R_y$ haqiqiy sonlardan (x, y) juftlikni hosil qilamiz. Bunda, agar $y = 0$ bo'lsa, $(x, 0) = x$ deb qaraymiz. Bunday juftliklardan tashkil topgan

$$C\{(x, y): x \in R_x, y \in R_y\}$$

to'plamda arifmetik amallar kiritilishi mumkin.

Agar $(x_1, y_1) \in C, (x_2, y_2) \in C$ juftliklar uchun $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ bo'lsa, bu juftliklar o'zaro teng deyiladi va $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$ kabi belgilanadi.

$(x_1, y_1) \in C$ ba $(x_2, y_2) \in C$ juftliklarning yig'indisi quyidagicha aniqlanadi:

$$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$(x_1, y_1) \in C$ ba $(x_2, y_2) \in C$ juftliklarning ayirmasi ham quyidagicha aniqlanadi:

$$(x_1, y_1) - (x_2, y_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$$

Ko'paytirish va bo'lish amallari ham mos ravishda quyidagicha aniqlanadi.

$$(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + y_1x_2)$$

Shunday qilib, C to'plam elementlari ustida to'rt amal qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallari kiritildi. Bu amallar quyidagi xossalarga ega:

1°. Kommutativlik

2°. Assosiativlik

3°. Distributivlik

Yuqorida keltirilgan

$$C = \{(x, y): x \in R_x, y \in R_y\}$$

To'plam elementlari ustida arifmetik amallarning bajarilishi va ularning

1^o – 3^o xossalarga ega ekanligi, tabiiy ravishda C to'plam elementlarini son deb qarash imkonini yuzaga keltiradi.

Odatda, C to'plam elementi (x, y) juftlik *kompleks son* deyiladi va u bitta xarf bilan belgilanadi.

$$z = (x, y)$$

Demak, C to'plam kompleks sonlar to'plamini ifodalaydi.

Ma'lumki, $x \in R_x$ uchun $(x, 0) = x$ bu esa haqiqiy son kompleks sonning xususiy holi ekanini bildiradi.

2-qism. Kompleks sonning ko'rinishlari.

1^o. Algebraik ko'rinishi.

(0,1) juftlikni olib, uni i bilan belgilaymiz, va bu belgini mavhum birlik deb ataymiz.

$i \cdot i = i^2 = -1$ bo'ladi. Haqiqatan ham

$$i^2 = (0,1)(0,1) = (0,-1) = -1$$

belgisi yordamida $z = (x, y)$ kompleks sonni algebraik shaklda

$$z = x + iy \quad (1)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Chunki

$$z = (x, y) = (x, 0) + (0, y) = (x, 0) + (0, 1)(0, y) = x + iy$$

$z = x + iy$ bo'lsa, x — z kompleks sonning haqiqiy qismi deyiladi va $x = \operatorname{Re} z$ kabi belgilanadi. y — z kompleks sonning mavhum qismi deyiladi va $y = \operatorname{Im} z$ kabi belgilanadi. $z = x + iy$ kompleks son berilgan bo'lsa, $x - iy$ kompleks son uni qo'shmasi deyiladi va $\bar{z}$ orqali belgilanadi:

$$\bar{z} = x - iy.$$

Quyidagi tengliklar o'rinlidir:

$$1) \quad z + \bar{z} = 2x$$

$$2) \quad \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 \quad \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$$

$$3) \quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$4) \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} \quad (\bar{z}_2 \neq 0)$$

$$5) \quad \overline{(\bar{z})} = z$$

Eslatma: n ta $z_1, z_2, \dots, z_n$ kompleks sonlarning yig'indisi hamda ko'paytmasi yuqoridagidek kiritiladi va ular uchun mos xossalar hamda tengliklar o'rinli bo'ladi. Jumladan,

$$\overline{z_1 + z_2 + \dots + z_n} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \dots + \bar{z}_n,$$

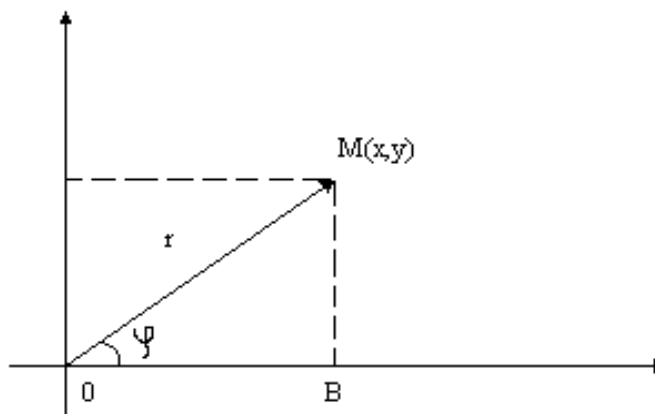
$$\overline{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 \cdot \dots \cdot \bar{z}_n,$$

bo'ladi.

2°. *Trigonometrik ko'rinishi.* Ixtiyoriy

$$z = x + iy \quad (1)$$

kompleks sonni olaylik. Tekislikda, koordinatalari x va y bo'lgan $M(x, y)$ nuqtani qaraymiz.



Ma'lumki, $\overrightarrow{OM}$ shu M nuqtaning radiusi-vektori deyiladi. Bu radius-vektorning uzunligi r , uning Ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi φ bo'lsin.

Chizmada tasvirlangan OMB to'g'ri burchagi uch burchakdan topamiz:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi \quad (0 \leq \varphi < 2\pi)$$

Unda (1) ko'rinishdagi kompleks son quyidagicha

$$z = x + iy = r \cos \varphi + ir \sin \varphi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (2)$$

ifodalanadi.

Odatda kompleks sonning bu ifodasi uning trigonometrik ko'rinishi deyiladi. Bunda r musbat son z kompleks sonning moduli deyilib, $|z|$ kabi belgilanadi: $r = |z|$, φ burchak esa z kompleks sonning argumenti deyilib, $\arg z$ kabi belgilanadi: $\varphi = \arg z$ yana $\triangle OMB$ dan, Pifagor teoremasiga ko'ra

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (0 \leq r < +\infty) \quad (3)$$

hamda

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}, \quad \text{ya'ni} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad (4)$$

bo'lishini topamiz.

Demak, $z = x + iy$ kompleks sonning moduli (3) formula, argumenti esa (4) formula yordamida topiladi.

Misol.

1. $z = -1 + \sqrt{3}i$

kompleks sonning moduli hamda argumentini toping. Bunda $x = -1$, $y = \sqrt{3}$ bo'ladi. (3) va (4) ga ko'ra

$$r = |z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}, \quad \text{ya'ni} \quad \varphi = \frac{2\pi}{3} \quad \text{bo'ladi.}$$

1. Ushbu

$$z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

kompleks sonni trigonometrik ko'rinishda ifodalang.

$$\text{Bunda } x = \frac{1}{2}, \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ bo'lib}$$

$$r = |z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$\varphi = \arg z = \operatorname{arctg} \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$$

u holda (2) formulaga ko'ra berilgan kompleks son quyidagi

$$z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

trigonometrik ko'rinishga ega bo'ladi.

3⁰. *Ko'rsatkichli ko'rinishi.*

Faraz qilaylik, $z \in C$ sonning moduli $r (0 \leq r < +\infty)$ argumenti esa $\varphi (0 \leq \varphi < 2\pi)$ bo'lsin. Unda bu kompleks son

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

trigonometrik ko'rinishga ega bo'ladi. Kompleks analiz kursida muhim bo'lgan quyidagi

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi \quad (5)$$

Eyler formulasidan (bu formulani keyingi ma'ruzada isbotlaymiz) foydalansak, z kompleks sonning ushbu

$$z = r e^{i\varphi}$$

ifodasiga kelamiz. Bu kompleks sonning ko'rsatkichli ifodasi deyiladi.

$z_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$, $z_2 = r_2 e^{i\varphi_2}$ bo'lsa, u holda

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Yuqoridagi munosabatlardan quyidagi munosabatlar kelib chiqadi:

$$1^0. |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$$

$$2^0. \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} \quad (z_2 \neq 0)$$

$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

3-qism. Kompleks sonni darajaga ko'tarish va undan ildiz chiqarish.

Aytaylik $z_1, z_2, \dots, z_n$ kompleks sonlar berilan bo'lsin. ikkita kompleks sonlar ko'paytmasi singari bu n ta kompleks sonlar ko'paytmasi.

$$z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n = r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n)} \quad (1)$$

bo'ladi. Bunda

$$z_k = r_k \cdot e^{i\varphi_k}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

husussan

$$z_1 = z_2 = \dots = z_n = z$$

bo'lsa, (1) tenglik ushbu

$$z^n = r^n e^{in\varphi} \quad (2)$$

ko'riishga ega bo'lib, bu z kompleks sonning n -darajasi deyiladi.
Ravshanki,

$$r^n e^{in\varphi} = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

demak,

$$z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad (3)$$

odatda (3) formulasi Muavr formulasi deyiladi. Aytaylik, $z \in C$ kompleks son va tayinlangan $n \in N$ sonlar berilgan bo'lsin. Ushbu

$$\xi^n = z \quad (4)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi ξ kompleks son z kompleks sondan olingan n -darajali ildiz deyiladi va u $\sqrt[n]{z}$ kabi belgilanadi:

$$\xi = \sqrt[n]{z}$$

berilgan kompleks son quyidagi

$$z = r (\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad (5)$$

trigonometrik ko'rinishda bo'lsin. ξ kompleks sonni ushbu

$$\xi = \rho (\cos \psi + i \sin \psi) \quad (6)$$

ko'rinishda izlaymiz.

Unda (4), (5), va (6) munosabatlarga ko'ra

$$[\rho (\cos \psi + i \sin \psi)]^n = r (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

bo'ladi.

Endi.

$$[\rho (\cos \psi + i \sin \psi)]^n = \rho^n (\cos n\psi + i \sin n\psi)$$

formulani e'tiborga olib, quyidagi

$$\rho^n (\cos n\psi + i \sin n\psi) = r (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

tenglikka kelamiz. Unda

$$\rho^n \cos n\psi = r \cos \varphi \quad (7)$$

$$\rho^n \sin n\psi = r \sin \varphi$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Bu tengliklarni kvadratga ko'tarib, so'ng ularni xadlab qo'shib topamiz:

$$\begin{aligned} \rho^{2n} (\cos^2 n\psi + \sin^2 n\psi) &= r^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \\ \Rightarrow \rho^{2n} &= r^2 \Rightarrow \rho = \sqrt[n]{r} \end{aligned}$$

Topilgan ρ ning qiymatini (7) tengliklardagi ρ ning o'rniga qo'ysak, Ushbu

$$\cos n\psi = \cos \varphi$$

$$\sin n\psi = \sin \varphi$$

tenglamalar hosil bo'ladi.

Agar ma'lum bo'lgan

$$\cos (\alpha + 2 k \pi) = \cos \alpha$$

$$\sin (\alpha + 2 k \pi) = \sin \alpha$$

tengliklarni e'tiborga olsak, unda

$$n \psi = \varphi + 2 k \pi$$

ya'ni

$$\psi = \frac{\varphi + 2 k \pi}{n} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

bo'lishini topamiz.

Demak izlanayotgan $\xi = \rho (\cos \psi + i \sin \psi)$ kompleks sonning moduli

$$\rho = \sqrt[n]{r}$$

argumenti esa

$$\psi = \frac{\varphi + 2 k \pi}{n}$$

bo'lar ekan. Demak,

$$\xi = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2 k \pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2 k \pi}{n} \right) \quad (8)$$

($k = 0, n - 1$) bo'ladi.

Tayanch iboralar. Kompleks son, kompleks sonning ko'rinishlari, kompleks sonning moduli va argumenti, Eyler formulasi, kompleks sonning xaqiqiy qismi, kompleks sonning mavhum qismi, qo'shma kompleks son. Kompleks sonni darajasi, kompleks sonni ildizi, Muavr formulasi,

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Kompleks son ta'rifini ayting.
2. Kompleks sonning algebraik ko'rinishini ayting.
3. Kompleks sonning trigonometrik ko'rinishini ayting.
4. Kompleks sonning ko'rsatkichli ko'rinishini ayting.
5. Kompleks sonni darajaga ko'tarish deganda nimani tushunasiz?
6. Kompleks sondan ildiz chiqarish deganda nimani tushunasiz?

Адабиётлар: [3] 5-14 бетлар, [4] 13-15 бетлар, [5] 3-8 бетлар, [6] 15-24 бетлар, [7] 7-17 бетлар.

2-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Kompleks sonni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Kompleks sonni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Kompleks sonni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Kompleks sonni geometrik tasvirlash bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash

mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Kompleks sonni geometrik tasvirlash ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha kompleks sonni geometrik tasvirlash. Kompleks tekislik. Riman sferasi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi Kompleks tekislik, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.

minutgacha			
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha, kompleks tekislik, Riman sferasi	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi. Riman sferasi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va

		kushimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	rivojlantirish.
--	--	---	-----------------

Mavzu: Kompleks sonni geometrik tasvirlash.

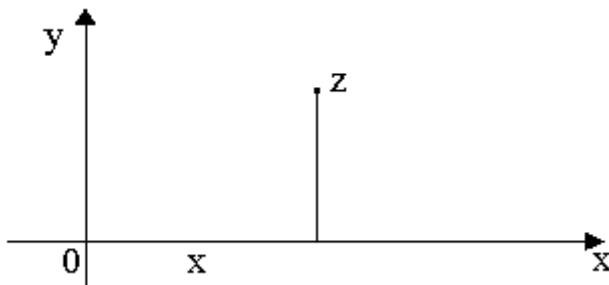
Kompleks tekislik. Riman sferasi.

1-qism. Kompleks sonni geometrik tasvirlash.

Ixtiyoriy $z = (z \in C)$ kompleks sonni olaylik. Bu (x, y) juftlik bilan aniqlansin:

$$z = (x, y) \quad (x \in R_x, y \in R_y).$$

Tekislikda absissasi x ga, ordinatasi esa y ga teng bo'lgan nuqta z kompleks sonning geometrik tasviri deyiladi.



Xususan, $(x, 0) = x$ ko'rinishdagi kompleks sonning geometrik tasviri absissalar o'qida joylashgan nuqta bo'ldi. $(0, y) = iy$ ko'rinishdagi kompleks sonning geometrik tasviri esa ordinatalar o'qida joylashgan nuqta bo'ladi.

Absissalar o'qi xaqiqiy o'q, ordinaalar o'ki esa mavxum o'k deb yuritiladi.

Demak, C to'plamdan olingan har bir kompleks songa tekislikda, bu sonni geometrik tasvirlovchi bitta nuqta mos kelar ekan.

Endi tekislikda ixtiyoriy nuqta olaylik. Uning absissasi x , ordinatasi y bo'lsin. Bu sonlardan tuzilgan (x, y) juftlik bitta kompleks sonni aniqlaydi. Olingan nuqtaga shu kompleks sonni mos qo'yish bilan tekislikdagi har bir nuqtaga bitta kompleks son mos kelishini aniqlaymiz.

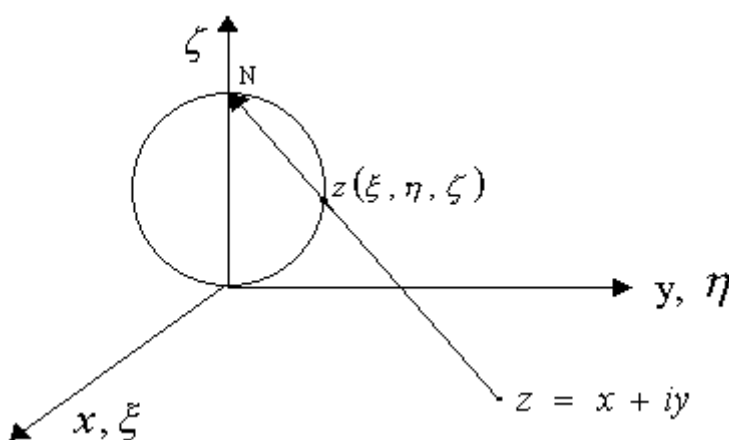
Shunday qilib, C bilan tekislikdagi barcha nuqtalar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatildi. Bu esa C to'plamning geometrik tasvirini tekislik deb

qarash imkonini beradi. Bunday tekislik kompleks sonlar tekisligi deb ataladi va u ham S kabi belgilanadi.

Kompleks sonni boshqacha ham tasvirlash mumkin. Buning uchun R^3 fazoda Dekart koordinatalar sistemasini olib, unda markazi $(0,0,\frac{1}{2})$ nuqtada, radiusi $\frac{1}{2}$ ga teng bo'lgan ushbu

$$S = \left\{ (\xi, \eta, \zeta) \in R^3; \quad \xi^2 + \eta^2 + \left(\zeta - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \right\} \quad (1)$$

sferani qaraymiz. Ravshanki, bu sfera $O\xi$ o'qni $(0,0,0)$ hamda $N(0,0,1)$ nuqtalarda kesadi. $N(0,0,1)$ nuqtani shimoliy qutb deb ataymiz. x va y o'qlarni mos ravishda ξ va η o'qlariga ustma-ust qo'yamiz.



xOy kompleks tekislikdagi $\forall z = x + iy$ nuqta bilan shimoliy N kutbni nur yordamida tutashtiramiz. Natijada Nz nur S sferani qandaydir Z nuqtada kesadi. Biz $z \leftrightarrow Z$ moslikka ega bo'lamiz.

Shunday qilib, kompleks tekislikdagi barcha nuqtalar to'plami bilan sferaning $S \setminus \{N\}$ nuqtalari to'plami o'zaro bir qiymatli moslikda bo'lar ekan.

Kompleks tekislikdagi Z nuqta koordinata boshidan uzoqlasha borgan sari uning sferadagi tasviri N nuqtaga yaqinlasha boradi.

Agar kompleks tekislikda $z = \infty$ nuqta olinsa va uni sferadagi N ga mos keluvchi nuqta deb qaralsa, unda

$$\overline{C} = C \cup \{z = \infty\}$$

to'plam bilan S sfera nuqtalaridan iborat to'plam o'zaro bir kiymali moslikda bo'ladi.

$$S \sim \overline{C}$$

Bu moslik kompleks tekislikda *stereografik proeksiyasi* deyiladi.

Odatda $\overline{C}$ to'plam kengaytirilgan kompleks tekislik, S sirt esa Riman sferasi deb ataladi. Sferadagi nuqta koordinatalari bilan kompleks tekislikdagi mos nuqtalar koordinatalari orasidagi bog'lanishni topaylik.

Ravshanki, $N(0,0,1)$ hamda $z = x + iy \in C$ nuqtalar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi quyidagicha

$$\begin{cases} \xi = tx \\ \eta = ty \\ \zeta = 1 - t \end{cases} \quad (2)$$

bo'ladi, bunda $t=0$ da N nuqta, $t=1$ da z nuqta hosil bo'ladi.

Kompleks tekislikdagi z nuqta koordinatalari ma'lum bo'lganda Z nuqta koordinatalari ξ , η , ζ lar quyidagicha aniqlanadi.

Ma'lumki $z(\xi, \eta, \zeta)$ nuqta ham S sferada yotadi. Shuni e'tiborga olib, $\xi = tx$, $\eta = ty$, $\zeta = 1 - t$ larni sfera tenglamasi

$$\xi^2 + \eta^2 + \left(\zeta - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

dagi ξ , η , ζ larning o'rniga qo'yib topamiz.

$$t^2 x^2 + t^2 y^2 + \frac{1}{4} - t + t^2 = \frac{1}{4}$$

$$t(x^2 + y^2 + 1) = 1 \Rightarrow t(|z|^2 + 1) = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{1 + |z|^2}$$

Demak,
$$\xi = \frac{x}{1 + |z|^2}$$

$$\eta = \frac{y}{1 + |z|^2} \quad \zeta = \frac{|z|^2}{1 + |z|^2} \quad (3)$$

bo'ladi.

Agar ξ , η , ζ lar ma'lum bo'lsa x va y lar quyidagicha aniqlanadi: (2) to'g'ri chiziq tenglamasidan

$$t = 1 - \zeta$$

bo'lishini topib, uni (10) ning birinchi ikkita tenglamasidagi t o'rniga qo'yamiz:

$$\xi = (1 - \zeta)x$$

$$\eta = (1 - \zeta)y$$

bulardan

$$x = \frac{\xi}{1 - \zeta}, \quad y = \frac{\eta}{1 - \zeta}$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Biz C da 2 ta metrika kiritamiz.

1) Oddiy Evklid metrikasi: $z_1, z_2 \in C$ nuqtalar orasidagi masofa deyiladi.

$$|z_2 - z_1| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2) Sferik metrika: $z_1, z_2 \in C$ uchun

$$\rho(z_1, z_2) = \frac{|z_2 - z_1|}{\sqrt{1 + |z_1|^2} \sqrt{1 + |z_2|^2}}$$

bu formulani $\overline{C}$ ga yoyish mumkin.

$$\rho(z, \infty) = \frac{1}{\sqrt{1 + |z_1|^2}}$$

Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti. Katorlar.

Egri chiziqni tekislikda nuqtaning uzluksiz harakati natijasida qoldirgan izi deb qarash mumkin. Xarakatdagi nuqtaning koordinatalarini x va y deyilsa, ravshanki ular biror t o'zgaruvchining uzluksiz funksiyalari bo'ladi:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (\alpha \leq t \leq \beta)$$

Ayni paytda (x, y) juftlik kompleks sonni ifodalagani sababli, uni $z = x + iy$ ko'rinishda yozish mumkin. Natijada, $z = x + iy = x(t) + iy(t) = z(t)$ bo'ladi.

Demak,

$$z = z(t) \quad (\alpha \leq t \leq \beta)$$

funksiya $[\alpha, \beta]$ segmentni kompleks tekislik nuqtalariga akslantiradi va bu nuqtalar to'plami esa kompleks tekislikda egri chiziqni ifodalalar ekan. Bunda $z_0 = z(\alpha)$ egri chiziqning boshlang'ich nuqtasi, $z_1 = z(\beta)$ esa egri chiziqning oxirgi nuqtasi bo'ladi.

Agar $z(\alpha) = z(\beta)$ bo'lsa, bunday egri chiziq yopiq deyiladi. Agar $z = z(t)$ egri chiziqda t o'zgaruvchining ikkita turli t_1 va t_2 ($t_1 \neq t_2$) qiymatlariga mos keladigan $z(t_1)$ va $z(t_2)$ nuqtalar ham turlicha bo'lsa, u holda egri chiziq Jordan chizig'i deyiladi.

Agar $x(t)$ va $y(t)$ funksiyalar $[a, b]$ segmentda uzluksiz differensiallanuvchi bo'lib, $z'(t) = x'(t) + iy'(t) \neq 0$ shartni qanoatlantirsa, $z(t) = x(t) + iy(t)$ egri chiziq silliq egri chiziq deyiladi.

2-3 qismlar. Kompleks tekislik. Riman sferasi.

1°. Kompleks tekislikda ochiq va yopiq to'plamlar. Sohalar.

Biror $z_0 \in C$ nuqta va $\varepsilon > 0$ son berilgan.

1-ta'rif: Ushbu

$$U(z_0, \varepsilon) = \{z \in C : |z - z_0| < \varepsilon\}$$

to'plamga $z_0 \in C$ nuqtaning ε -atrofi deyiladi.

Shunga o'xshash $z_0 \in \overline{C}$ nuqtaning ε -atrofi tushunchasi kiritiladi:

$$\overline{U}(z_0, \varepsilon) = \{z \in C : \rho(z, z_0) < \varepsilon\}$$

Ushbu

$$\{z \in C : 0 < |z - z_0| < \varepsilon\}$$

$$(\{z \in \overline{C} : 0 < \rho(z, z_0) < \varepsilon\})$$

to'plam $z_0 \in C$ ($z_0 \in \overline{C}$) nuqtaning o'yilgan atrofi deyiladi.

Faraz qilaylik C da biror D to'plam berilgan bo'lsin.

2-ta'rif: Agar $z_0 \in D$ nuqta o'zining biror atrofi bilan shu D to'plamga tegishli bo'lsa, z_0 nuqta D to'plamning ichki nuqtasi deyiladi.

3-ta'rif: Barcha nuqtalari ichki nuqtalardan iborat to'plam ochiq to'plam deyiladi.

Agar $z_0 \in C$ ($z_0 \in \overline{C}$) nuqtaning ixtiyoriy o'yilgan atrofida $D \subset C$ ($D \subset \overline{D}$) to'plamning kamida bitta nuqtasi bo'lsa, z_0 nuqta D to'plamning limit nuqtasi deyiladi.

4-ta'rif: Agar D to'plamning barcha limit nuqtalari shu D to'plamga tegishli bo'lsa, D to'plam yopiq to'plam deyiladi.

Misollar:

1. Ushbu

$$D = \{z \in C : |z - z_0| < r\}$$

to'plamni qaraylik. Bunda $z_0 = a + ib$ berilgan nuqta, r esa musbat son.

Ma'lumki $z = x + iy$; $z - z_0 = (x - a) + i(y - b)$

Demak,

$$\begin{aligned} |z - z_0| &= |(x - a) + i(y - b)| = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} < r \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2 \end{aligned}$$

Bu esa, markazi (a, b) nuqtada bo'lgan r radiusli aylananing barcha ichki nuqtalaridan iboratdir. Shunday qilib, bu tengsizlikning geometrik ma'nosi markazi z_0 nuqtada bo'lgan r radiusli doiradan iborat ekan.

2. Ushbu

$$D = \{z \in C : r_0 < |z - z_0| < r_1\}$$

to'plamni qaraylik. Bunda $z_0 \in C$ berilgan nuqta, r_0 va r_1 lar musbat sonlar. Bu to'plam ochiq to'plam bo'ladi. D to'plam markazi z_0 nuqtada, radiuslari r_0 va r_1 ($r_0 < r_1$) bo'lgan aylanalar bilan chegaralangan xalqani ifodalaydi.

Xaqiqatan ham, $z = x + iy$; $z_0 = a + ib$ bo'lsa,

$$r_0 < |z - z_0| < r_1 \Rightarrow r_0 < \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} < r_1 \Rightarrow r_0^2 < (x - a)^2 + (y - b)^2 < r_1^2$$

bo'ladi.

2. Ushbu

$$D = \{z \in C : |z - z_0| \leq r\}$$

yopiq to'plam bo'ladi.

$D \subset C$ to'plam bilan bu to'plamning barcha limit nuqtalarining yig'indisidan iborat to'plamga D to'plamning yopig'i deyiladi va $\overline{D}$ kabi belgilanadi.

5-ta'rif: $D \subset C$ ($D \subset \overline{C}$) to'plam berilgan bo'lsin. Agar

$D_1 \cup D_2 = D$, $\overline{D_1} \cap D_2 = \emptyset$, $D_1 \cap \overline{D_2} = \emptyset$ shartlarni qanoatlantiruvchi, bo'sh bo'lmagan D_1 va D_2 to'plamlar mavjud bo'lmasa, D to'plam bog'lamli to'plam deyiladi.

6-ta'rif: Agar $D \subset C$ ($D \subset \bar{C}$) to'plamning ixtiyoriy ikkita z_1 va z_2 nuqtalarini D to'plamda to'liq yotuvchi uzluksiz chiziq bilan tutashtirish mumkin bo'lsa, D to'plam chiziqli bog'lamli deyiladi.

7-ta'rif: Agar $D \subset C$ ($D \subset \bar{C}$) to'plam ham ochiq ham bog'lamli bo'lsa, u soha deb ataladi.

Ochiq to'plamlar uchun bog'lamlilik tushunchasi bilan chiziqli bog'lamlilik tushunchasi ustma-ust tushadi.

8-ta'rif: $D \subset C$ ($D \subset \bar{C}$) sohaning o'ziga tegishli bo'lmagan limit nuqtasi uning chegaraviy nuqtasi deyiladi. D sohaning barcha chegaraviy nuqtalari to'plamiga uning chegarasi deyiladi va ∂D ko'rinishda belgilanadi.

Agar D sohaning chegarasi bog'lamli to'plam bo'lsa, D soha bir bog'lamli deyiladi, aks holda u ko'p bog'lamli deyiladi.

2⁰. Kompleks sonli ketma-ketliklar va qatorlar.

Bizga

$$z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$$

kompleks sonlar ketma-ketligi va $a \in C$ son berilgan bo'lsin.

9-ta'rif: Agar shunday $M > 0$ son mavjud bo'lsaki, $\forall n \in N$ uchun $|z_n| \leq M$ bo'lsa, $\{z_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan deyiladi.

10-ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $n_0(\varepsilon) \in N$ topilsaki, $\forall n > n_0$ uchun $|z_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, $a \in C$ son $\{z_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$$

ko'rinishda belgilanadi.

Chekli limitga ega bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklarni xossalari.

1⁰. $\{z_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda u chegaralangan bo'ladi.

2⁰. Agar $\{z_n\}$ va $\{z'_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda $\{z_n \pm z'_n\}$,

$\{z_n \cdot z'_n\}$, $\left\{\frac{z_n}{z'_n}\right\}$ ($z'_n \neq 0$) ketma-ketliklar ham yaqinlashuvchi bo'ladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n \pm z'_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} z'_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n \cdot z'_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} z'_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z_n}{z'_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} z_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} z'_n}$$

bo'ladi.

Bu xossalr xaqiqiy sonlar ketma-ketligi uchun qanday isbotlansa, xuddi shunday isbotlanadi.

11-ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $n_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ topilsaki, $\forall n > n_0$ uchun va $\forall p \in \mathbb{N}$ sonlar uchun $|z_n - z_{n+p}| < \varepsilon$

tengsizlik bajarilsa, $\{z_n\}$ fundametal ketma-ketlik deyiladi.

Teorema: (Koshi kriteriyasi) $\{z_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lishi uchun uning fundamental bo'lishi zarur va etarli.

Isboti: (mustaqil).

Ushbu

$$z_1 + z_2 + \dots + z_n + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} z_k \quad (1)$$

ifodaga kompleks sonli qator deyiladi, bu erda $z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$ lar berilgan chekli kompleks sonlar.

(1) qatorning birinchi n ta hadining yig'indisini S_n deb belgilaylik, ya'ni

$$S_n = \sum_{k=1}^n z_k$$

agar $\{S_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, (1) qator yaqinlashuvchi deyiladi, aks holda bu qator uzoqlashuvchi deyiladi. Agar $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ bo'lsa, S soni (1) qatorning

yig'indisi deyiladi. (1) qator bilan birga $\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|$ qatorni qaraymiz. Agar $\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|$ qator yaqinlashuvchi bo'lsa u holda (1) qator absolyut yaqinlashuvchi deyiladi.

Agar (1) qator yaqinlashuvchi bo'lib, $\sum_{k=1}^{\infty} |z_k|$ qator uzoqlashuvchi bo'lsa, (1) qator shartli yaqinlashuvchi deyiladi.

Tayanch iboralar: Kompleks sonni gometrik tasviri, kompleks tekislik, Riman sferasi, stereografik proeksiya, Evklid metrikasi, sferik metrika, Egri chiziq, Jordan chiziq, silliq chiziq, limit nuqta, ichki nuqta, yopiq to'plam, ochiq to'plam, bog'lamli to'plam, soha, sohaning chegarasi, nuqtani atrofi, nuqtani o'yilgan atrofi, bir bog'lamli soha, ko'p bog'lamli soha, sonlar ketma-ketligi, ketma-ketlik limiti, yaqinlashuvchi ketma-ketlik, uzoqlashuvchi ketma-ketlik, fundamental ketma-ketlik, sonli qator.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Kompleks sonning geometrik tasvirini tushuntiring.
2. Riman sferasini tushuntiring.
3. Egri chiziq ta'rifini ayting.
4. Jordan chiziqi deb nimaga aytiladi.
5. Silliq chiziq deb nimaga aytiladi.
6. Ichki nuqta ta'rifini ayting.

7. Limit nuqta ta'rifini ayting.
8. Soha ta'rifini ayting.
9. Bog'lamli soha ta'rifini ayting.

Adabiyotlar: [3]. 14-33 betlar, [4]. 13-26 betlar, [5]. 9-34 betlar, [6]. 7-35 betlar.
[7]. 18-34 betlar.

3-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar, kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti to'g'risida to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, geometrik tasvirlash bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda	Muammoning mohiyatini tushunib	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini

“Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. “Aqliy hujum” 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.

Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti ochib beriladi, misollar keltiriladi.	boradi.	
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha, Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar. Kompleks sonlar ketma- ketligi va uning limiti	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Tala- balarni muam-moni o'rganish jarayoni- da faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyat- larinirivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, ham- korlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukam- mal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mav- zu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan kushimchalar,	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

		aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	
--	--	--	--

**Mavzu: Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar.
Kompleks sonlar ketma-ketligi va uning limiti.**

1-qism. Kompleks tekislikda chiziqlar va sohalar.

Egri chiziqni tekislikda nuqtaning uzluksiz xarakati natijasida koldirgan izi deb qarash mumkin. Xarakatdagi nuqtaning koordinatalarini x va y deyilsa, ravshanki ular biror t o'zgaruvchining uzluksiz funksiyalari bo'ladi:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (\alpha \leq t \leq \beta)$$

ayni paytda (x, y) juftlik kompleks sonni ifodalagani sababli, uni $z = x + iy$ ko'rinishda yozish mumkin. Natijada, $z = x + iy = x(t) + iy(t) = z(t)$ bo'ladi.

Demak,

$$z = z(t) \quad (\alpha \leq t \leq \beta)$$

funksiya $[\alpha, \beta]$ segmentni kompleks tekislik nuqtalariga akslantiradi va bu nuqtalar to'plami esa kompleks tekislikda egri chiziqni ifodalar ekan. Bunda $z_0 = z(\alpha)$ egri chiziqning boshlangich nuqtasi, $z_1 = z(\beta)$ esa egri chiziqning oxirgi nuqtasi bo'ladi.

Agar $z(\alpha) = z(\beta)$ bo'lsa, bunday egri chiziq yopiq deyiladi. Agar $z = z(t)$ egri chiziqda t o'zgaruvchining ikkita turli t_1 va t_2 ($t_1 \neq t_2$) qiymatlariga mos keladigan $z(t_1)$ va $z(t_2)$ nuqtalar ham turlicha bo'lsa, u xolda egri chiziq Jordan chizig'i deyiladi.

Agar $x(t)$ va $y(t)$ funksiyalar $[a, b]$ segmentda uzluksiz differensiallanuvchi bo'lib,

$z'(t) = x'(t) + iy'(t) \neq 0$ shartni qanoatlantirsa,

$z'(t) = z'(t) = x'(t) + iy'(t)$ egri chiziq silliq egri chiziq deyiladi.

2°. Kompleks tekislikda ochiq va yopiq to'plamlar. Sohalar.

Biror $z_0 \in \mathbb{C}$ nuqta va $\varepsilon > 0$ son berilgan.

1-ta'rif: Ushbu $U(z_0, \varepsilon) = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < \varepsilon\}$ to'plamga $z_0 \in \mathbb{C}$ nuqtaning ε - atrofi deyiladi.

Shunga o'xshash $z_0 \in \overline{C}$ nuqtaning ε - atrofi tushunchasi kiritiladi:

$$\overline{U}(z_0, \varepsilon) = \{z \in \overline{C} : \rho(z, z_0) < \varepsilon\}$$

Ushbu

$$\begin{aligned} &\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z - z_0| < \varepsilon\} \\ &(\{z \in \overline{C} : 0 < \rho(z, z_0) < \varepsilon\}) \end{aligned}$$

to'plam $z_0 \in \mathbb{C}$ ($z_0 \in \overline{C}$) nuqtaning o'yilgan atrofi deyiladi.

Faraz qilaylik $\mathbb{C}$ da biror D to'plam berilgan bo'lsin.

2-ta'rif: Agar $z_0 \in D$ nuqta o'zining biror atrofi bilan shu D to'plamga tegishli bo'lsa, z_0 nuqta D to'plamning ichki nuqtasi deyiladi.

3-ta'rif: Barcha nuqtalari ichki nuqtalardan iborat to'plam ochiq to'plam deyiladi.

Agar $z_0 \in \mathbf{C}$ ($z_0 \in \overline{C}$) nuqtaning ixtiyoriy o'yilgan atrofida $D \subset \mathbf{C}$ ($D \subset \overline{D}$) to'plamning kamida bitta nuqtasi bo'lsa, z_0 nuqta D to'plamning limit nuqtasi deyiladi.

4-ta'rif: Agar D to'plamning barcha limit nuqtalari shu D to'plamga tegishli bo'lsa, D to'plam yopiq to'plam deyiladi.

Misollar:

2. Ushbu

$$D = \{ z \in \mathbf{C} : |z - z_0| < r \}$$

to'plamni qaraylik. Bunda $z_0 = a + ib$ berilgan nuqta, r esa musbat son.

Ma'lumki $z = x + iy$; $z - z_0 = (x - a) + i(y - b)$ demak,

$$|z - z_0| = |(x-a) + i(y-b)| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} < r \Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 < r^2$$

bu esa, markazi (a, b) nuqtada bo'lgan r radiusli aylananing barcha ichki nuqtalaridan iboratdir. Shunday qilib, bu tengsizlikning geometrik ma'nosi markazi z_0 nuqtada bo'lgan r radiusli doiradan iborat ekan.

2. Ushbu

$$D = \{ z \in \mathbf{C} : r_0 < |z - z_0| < r_1 \}$$

to'plamni qaraylik. Bunda $z_0 \in \mathbf{C}$ berilgan nuqta, r_0 va r_1 lar musbat sonlar. Bu to'plam ochiq to'plam bo'ladi. D to'plam markazi z_0 nuqtada, radiuslari r_0 va r_1 ($r_0 < r_1$) bo'lgan aylanalar bilan chegaralangan xalqani ifodalaydi.

Xaqiqatan ham, $z = x + iy$; $z_0 = a + ib$ bo'lsa,

$$r_0 < |z - z_0| < r_1 \Rightarrow r_0 < \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} < r_1 \Rightarrow r_0^2 < (x-a)^2 + (y-b)^2 < r_1^2$$

bo'ladi.

2. Ushbu

$$D = \{ z \in \mathbf{C} : |z - z_0| \leq r \}$$

yopiq to'plam bo'ladi.

$D \subset \mathbf{C}$ to'plam bilan bu to'plamning barcha limit nuqtalarining yigindisidan iborat to'plamga D to'plamning yopig'i deyiladi va $\overline{D}$ kabi belgilanadi.

5-ta'rif: $D \subset \mathbf{C}$ ($D \subset \overline{C}$) to'plam berilgan bo'lsin. Agar $D_1 \cup D_2 = D$, $\overline{D_1} \cap D_2 = \emptyset$, $D_1 \cap \overline{D_2} = \emptyset$ shartlarni qanoatlantiruvchi, bo'sh bo'lmagan D_1 va D_2 to'plamlar mavjud bo'lmasa, D to'plam bog'lamli to'plam deyiladi.

6-ta'rif: Agar $D \subset \mathbf{C}$ ($D \subset \overline{C}$) to'plamning ixtiyoriy ikkita z_1 va z_2 nuqtalarini D to'plamda to'liq yotuvchi chiziq bilan tutashtirish mumkin bo'lsa, D to'plam chiziqli bog'lamli deyiladi.

7-ta'rif: Agar $D \subset \mathbf{C}$ ($D \subset \overline{C}$) to'plam ham ochiq ham bog'lamli bo'lsa, u soha deb ataladi.

Ochiq to'plamlar uchun bog'lamlilik tushunchasi bilan chiziqli bog'lamlilik tushunchasi ustma-ust tushadi.

8-ta'rif: $D \subset \mathbf{C}$ ($D \subset \overline{C}$) sohaning o'ziga tegishli bo'lmagan limit nuqtasi uning chegaraviy nuqtasi deyiladi. D sohaning barcha chegaraviy nuqtalari to'plamiga uning chegarasi deyiladi va ∂D ko'rinishda belgilanadi.

Agar D sohaning chegarasi bog'lamli to'plam bo'lsa, D soha bir bog'lamli

deyiladi, aks xolda u ko'p bog'lamli deyiladi.

2-qism. Kompleks sonli ketma-ketligi va uning limiti.

Bizga

$$z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$$

Kompleks sonlar ketma-ketligi va $a \in S$ son berilgan bo'lsin.

9-ta'rif: Agar shunday $M > 0$ son mavjud bo'lsaki, $\forall n \in \mathbb{N}$ uchun $|z_n| \leq M$ bo'lsa, $\{z_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan deyiladi.

10-ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $n_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ topilsaki, $\forall n > n_0$ uchun $|z_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, $a \in \mathbb{C}$ son $\{z_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$$

ko'rinishda belgilanadi.

Chekli limitga ega ketma-ketlik yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$$

ni ta'riflang.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklarni xossalari.

1°. $\{z_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u xolda u chegaralangan bo'ladi.

2°. Agar $\{z_n\}$ va $\{z'_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u xolda $\{z_n \pm z'_n\}$, $\{z_n \cdot z'_n\}$, $\left\{\frac{z_n}{z'_n}\right\}$ ($z'_n \neq 0$) ketma-ketliklar ham yaqinlashuvchi bo'ladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n \pm z'_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n \pm \lim_{n \rightarrow \infty} z'_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (z_n \cdot z'_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} z'_n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z_n}{z'_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} z_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} z'_n} \quad \text{bo'ladi.}$$

Bu xossalari haqiqiy sonlar ketma-ketligi uchun qanday isbotlansa, xuddi shunday isbotlanadi.

11-ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $n_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ topilsaki, $\forall n > n_0$ uchun va $\forall r \in \mathbb{N}$ sonlar uchun $|z_n - z_{n+p}| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, $\{z_n\}$ fundamental ketma-ketlik deyiladi.

Teorema: (Koshi kriteriyasi) $\{z_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lishi uchun uning fundamental bo'lishi zarur va etarli.

Tayanch iboralar: Egri chiziq, Jordan chizigi, silliq chiziq, limit nuqta, ichki nuqta, yopiq to'plam, ochiq to'plam, bog'lamli to'plam, soha, sohaning chegarasi, nuqtani atrofi, nuqtani o'yilgan atrofi, bir bog'lamli soha, kup bog'lamli soha, sonlar ketma-ketligi, ketma-ketlik limiti, yaqinlashuvchi ketma-ketlik, uzoqlashuvchi ketma-ketlik, fundamental ketma-ketlik, sonli kator.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Egri chiziq ta'rifini ayting
2. Jordan chiziqi deb nimaga aytiladi.
3. Silliq chiziq deb nimaga aytiladi
4. Ichki nuqta ta'rifini ayting
5. Limit nuqta ta'rifini ayting.
6. Soha ta'rifini ayting.
7. Bog'lamli soha ta'rifini ayting.

Adabiyotlar: [3]. 14-33 betlar, [4]. 13-26 betlar, [5]. 9-34 betlar, [6]. 7-35 betlar. [7]. 18-34 betlar.

4 -Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan “Kompleks argumentli funksiya tushunchasi, ularning limiti va uzluksizligi” mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Kompleks argumentli funksiya tushunchasi, ularning limiti va uzluksizligi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan kompleks argumentli funksiya tushunchasi, ularning limiti va uzluksizligi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, ularning limiti va uzluksizligi bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

bo'yicha 5 minut	muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	qilishlariga erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. kompleks argumentli funksiya tushunchasi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha kompleks argumentli funksiya tushunchasi, ularning limiti va uzluksizligi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, ularning limiti va uzluksizligi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch	Mavzu bo'yicha, kompleks argumentli funksiya	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik,

	tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	tushunchasi, ularning limiti va uzluksizligi	vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan kushimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

**Mavzu: Kompleks argumentli funksiya tushunchasi,
ularning limiti va uzluksizligi.**

1-qism. Kompleks argumentli funksiya tushunchasi.

$\mathbb{C}$ da biror E to'plam berilgan bo'lsin: $E \subset \mathbb{C}$.

1-ta'rif. Agar E to'plamdagi har bir z kompleks songa biror f qoida yoki qonunga ko'ra bitta w kompleks son mos qo'yilgan bo'lsa E to'plamda funksiya berilgan deb ataladi va u

$$f : z \rightarrow W \quad \text{yoki} \quad W = f(z)$$

kabi belgilanadi. Bunda E funksiyaning aniqlanish to'plami, z -erkli o'zgaruvchi yoki funksiya argumenti, f esa z o'zgaruvchining funksiyasi deyiladi.

Aytaylik,

$$W = f(z)$$

funksiya biror E ($E \subset \mathbb{C}$) to'plamda berilgan bo'lsin, ya'ni f qoidaga ko'ra har bir

$$z = x + iy \in E$$

songa bitta

$$W = u + iv \quad (u \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R})$$

son mos qo'yilgan bo'lsin. Demak,

$$W = u + iv = f(x + iy)$$

keyingi tenglikdan

$$u = u(x, y), \quad v = v(x, y)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Demak, E to'plamda $W = f(z)$ funksiyaning berilishi shu to'plamda x va y haqiqiy o'zgaruvchilarning

$$u = u(x, y),$$

$$v = v(x, y),$$

funksiyaning berilishidek ekan.

Odatda, $u = u(x, y)$, funksiya $f(z)$ funksiyaning haqiqiy qismi, $v = v(x, y)$, esa $f(z)$ ning mavhum qismi deyiladi:

$$u(x, y) = \operatorname{Re} f(z)$$

$$v(x, y) = \operatorname{Im} f(z)$$

Misol. Ushbu

$$f(z) = \frac{z + 3}{z + 5}$$

funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlarini toping.

erkli z o'zgaruvchi E to'plamda o'zgarganda $W = f(z)$ funksiyaning mos qiymatlaridan iborat to'plam

$$F = \{f(z) = u + iv : z = x + iy \in E\}$$

bo'lsin. Odatda, bu to'plam funktsiya qiymatlari to'plami deyiladi.

Demak, E to'plamda

$$W = f(z)$$

funktsiyaning berilishi Oxy –kompleks tekislikdagi F to'plamga aks ettirishdan iborat ekan.

Shu sababli $W = f(z)$ funktsiyani E to'plamning F to'plamga akslantirish deb ham yuritiladi.

Faraz qilaylik, $W = f(z)$ funktsiya $E \subset \mathbb{C}$ to'plamda berilgan bo'lib,

$$F = \{f(z) : z \in E\}$$

bo'lsin. So'ngra $F \subset \mathbb{C}$ to'plamda o'z navbatida biror

$$\zeta = \varphi(W)$$

funktsiya berilgan bo'lsin. Natijada, E to'plamdan olingan har bir z ga F to'plamda bitta W son ($f : z \rightarrow W$) va F to'plamdan olingan bunday W songa bitta ζ son $\varphi : W \rightarrow \zeta$ mos qo'yiladi:

$$z \xrightarrow{f} W \xrightarrow{\varphi} \zeta$$

Demak, E to'plamdan olingan har bir z ga bitta $\zeta \in \mathbb{C}$ son mos qo'yilib, $z \rightarrow \zeta$ funktsiya xosil bo'ladi. Bunday funktsiya murakkab funktsiya deyiladi va

$$\zeta = \varphi(f(z))$$

kabi belgilanadi.

$W = f(z)$ funktsiya E to'plamda berilgan bo'lib, F esa shu funktsiya qiymatlaridan iborat to'plam bo'lsin:

$$F = \{f(z) : z \in E\}$$

F to'plamdan olingan har bir W songa E to'plam bitta z son mos qo'yilishini ifodalovchi funktsiya $W = f(z)$ funktsiyaga nisbatan teskari funktsiya deyiladi va

$$z = f^{-1}(W)$$

kabi belgilanadi.

Faraz qilaylik $W = f(z)$ funktsiya $E \subset \mathbb{C}$ to'plamda berilgan bo'lsin.

2-ta'rif. Agar z argumentning E to'plamdan olingan turli qiymatlarida $f(z)$ funktsiyaning mos qiymatlari ham turlicha bo'lsa, ya'ni $f(z_1) = f(z_2)$ tenglikdan $z_1 = z_2$ tenglik ($z_1, z_2 \in E$) kelib chiqsa, $f(z)$ funktsiya E to'plamda bir yaproqli funktsiya deyiladi.

Misol. Ushbu

$$f(z) = \frac{1}{z-1}$$

funktsiyaning $E = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ to'plamda bir yaproqli bulishini ko'rsating.

Aytaylik, ($z_1, z_2 \in E$) uchun

$$f(z_1) = f(z_2) \Rightarrow \frac{1}{z_1 - 1} = \frac{1}{z_2 - 1} \Rightarrow z_1 - 1 = z_2 - 1 \Rightarrow z_1 = z_2$$

demak,

$$f(z_1) = f(z_2) \Rightarrow z_1 = z_2$$

bu esa berilgan funksiyaning E da bir yaproqli ekanini bildiradi.

2-qism. Ularning limiti va uzluksizligi.

Faraz qilaylik $W = f(z)$ funksiya $E \subset \mathbb{C}$ to'plamda berilgan bo'lib, z_0 nuqta E to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

3-ta'rif. Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, z argumentning $0 < |z - z_0| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, A kompleks son $f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow z_0$ dagi limiti deb ataladi va

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$$

kabi belgilanadi.

$A = \alpha + i\beta$, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ va $z_0 = x_0 + iy_0$ bo'lsin.

1-teorema: $W = f(z)$ funksiyaning $z \rightarrow z_0$ da A limitga,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$$

ega bo'lishi uchun

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = \alpha \quad \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = \beta$$

bo'lishi zaur va etarli.

Isbot. Zarurligi. Aytaylik,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A$$

bo'lsin. Limit ta'rifiga binoan $\forall \varepsilon > 0$, olinganda ham $\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ ki, z argumentning $0 < |z - z_0| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizlik bajariladi.

Ravshanki,

$$|z - z_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$f(z) - A = [u(x, y) - \alpha] + i[v(x, y) - \beta]$$

bo'lib,

$$|z - z_0| < \delta$$

bo'lishidan

$$|x - x_0| < \delta, \quad |y - y_0| < \delta$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Ikkinchi tomondan quyidagi

$$|u(x, y) - \alpha| = |\operatorname{Re}(f(z) - A)| \leq |f(z) - A| < \varepsilon$$

$$|v(x, y) - \beta| = |\operatorname{Im}(f(z) - A)| \leq |f(z) - A| < \varepsilon$$

tengsizliklar o'rinli bo'ladi. Demak,

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon) > 0 \text{ ni, } |x - x_0| < \delta, \quad |y - y_0| < \delta$$

bo'lganda

$$|u(x, y) - \alpha| < \varepsilon$$

$$|v(x, y) - \beta| < \varepsilon$$

tengsizliklar bajariladi. Bu esa

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} u(x, y) = \alpha, \quad \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} v(x, y) = \beta$$

$$y \rightarrow y_0$$

$$y \rightarrow y_0$$

ekanligini bildiradi.

Etarliligi, Aytaylik,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x, y) = \alpha, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} v(x, y) = \beta$$

$$y \rightarrow y_0$$

$$y \rightarrow y_0$$

bo'lsin. Limit ta'rifiga asosan, $\forall \varepsilon > 0$, olinganda ham, $\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$ ga ko'ra $\exists \delta > 0$ ni

$$|x - x_0| < \delta_0, \quad |y - y_0| < \delta_0$$

tengsizliklarni qanoatlantiruvchi $\forall x, y$ da

$$|u(x, y) - \alpha| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

$$|v(x, y) - \beta| < \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$$

tengsizliklar bajariladi. Bulardan foydalanib topamiz:

$$|f(z) - A| = |u(x, y) + iv(x, y) - (\alpha + i\beta)| = |(u(x, y) - \alpha) + i(v(x, y) - \beta)| = \sqrt{(u(x, y) - \alpha)^2 + (v(x, y) - \beta)^2} < \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\varepsilon^2}{2}} = \varepsilon$$

Demak,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A.$$

Terema isbot bo'ldi.

Aytaylik, $f(z)$ hamda $g(z)$ funksiyalar $E \subset C$ to'plamda berilgan bo'lib, z_0 nuqta E to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

$$\text{Agar } \lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A, \quad \lim_{z \rightarrow z_0} g(z) = B$$

bo'lsa, u holda

$$\lim_{z \rightarrow z_0} [f(z) \pm g(z)] = A \pm B$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} [f(z) \cdot g(z)] = A \cdot B$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{g(z)} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0)$$

buladi.

Funksiyaning uzluksizligi. Faraz qilaylik, $W = f(z)$ funksiya $E \subset C$ to'plamda berilgan bo'lib, $z_0 \in E$ nuqta shu to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

4-ta'rif. Agar $\forall \varepsilon > 0$, son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, z argumentning $|z - z_0| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $z \in E$ qiymatlarida

$$|f(z) - f(z_0)| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz deb ataladi va quyidagicha belgilanadi

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = f(z_0),$$

odatda, $z - z_0$ ayirma funksiya argumentning orttirmasi deyiladi va $\Delta z = z - z_0$ kabi belgilanadi.

Ushbu $f(z) - f(z_0)$ ayirma esa, funksiya orttirmasi deyiladi va

$$\Delta f = f(z) - f(z_0)$$

kabi belgilanadi.

5-ta'rif. Agar $\Delta z \rightarrow 0$ da Δf ham nolga intilsa, yani

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \Delta f = 0$$

bo'lsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

6-ta'rif. Agar $f(z)$ funksiya E to'plamning har bir nuqtasida uzluksiz bo'lsa, $f(z)$ funksiya E to'plamda uzluksiz deyiladi.

Misol. Ushbu

$$f(z) = \frac{1}{z} \quad (z \neq 0)$$

funksiyaning ixtiyoriy $z_0 \in C$ ($z_0 \neq 0$) nuqtada uzluksiz bulishini kursating.

$\forall z_0 \in C$ ($z_0 \neq 0$) nuqtani olaylik.

$$\Delta f = f(z_0 + \Delta z) - f(z_0) = \frac{1}{z_0 + \Delta z} - \frac{1}{z_0} = \frac{-\Delta z}{z_0(z_0 + \Delta z)}$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \Delta f = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{-\Delta z}{z_0(z_0 + \Delta z)} = 0$$

Demak, berilgan funksiya $\forall z_0 \in C \quad (z_0 \neq 0)$ nuqtada uzluksiz.

2-teorema. $W = f(z)$ funksiyaning z_0 nuqtada uzluksiz bo'lishi uchun

$$\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$$

$$\operatorname{Im} f(z) = v(x, y)$$

funksiyaning (x_0, y_0) nuqtada uzluksiz bo'lishi zarur va etarli.

Bu teorema ham 1-teoremaga o'xshash isbotlanadi.

Xossalari:

1) Agar $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalar z_0 nuqtada uzluksiz bo'lsa,

$$f(z) \pm g(z), \quad f(z) \cdot g(z), \quad \frac{f(z)}{g(z)} \quad (g(z) \neq 0)$$

funksiyalar ham z_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

2) Agar $f(z)$ funksiya yopiq D to'plamda uzluksiz bo'lsa, funksiya D da chegaralangan bo'ladi, ya'ni shunday o'zgarmas M ($M \neq \infty$) son mavjudki, $\forall z \in D$ uchun

$$|f(z)| \leq M$$

buladi.

3) Agar $f(z)$ funksiya yopiq D to'plamda uzluksiz bo'lsa, funksiya moduli D da o'zining aniq yuqori hamda aniq quyi chegaralariga erishadi, ya'ni shunday $z_1, z_2 \in D$ nuqtalar topiladiki, $z \in D$ uchun

$$|f(z)| \leq |f(z_1)|$$

$$|f(z)| \geq |f(z_2)|$$

bo'ladi.

4) Agar $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada uzluksiz bo'lsa, $|f(z)|$ funksiya ham shu z_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

$W = f(z)$ funksiya $E \subset C$ to'plamda berilgan bo'lsin.

7-ta'rif: Agar $\forall \varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topiladiki, E to'plamning $0 < |z' - z''| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi $\forall z', z'' \in E$ nuqtalari uchun .

$$|f(z') - f(z'')| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, $f(z)$ funksiya E to'plamda tekis uzluksiz deyiladi.

3-teorema: (Kantor teoremasi) Agar $f(z)$ funksiya chegaralangan yopiq to'plamda uzluksiz bo'lsa, funksiya shu to'plamda tekis uzluksiz bo'ladi.

Isboti: (Mustaqil).

Tayanch iboralar: Funksiya tushunchasi, murakkab funksiya, teskari funksiya, bir yaproqli funksiya, funksiya limiti, funksiya uzluksizligi, funksiya tekis uzluksizligi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Kompleks argumentli funksiya ta'rifini ayting.
2. Murakkab funksiya ta'rifini ayting.
3. Teskari funksiya ta'rifini ayting.
4. Bir yaproqli funksiya ta'rifini ayting.
5. Funksiya limitini ta'rifini ayting.
6. Funksiya limitini mavjudligi haqidagi teoremasini ayting.
7. Funksiya uzluksizligi ta'rifini ayting.
8. Uzluksiz funksiylarning xossalarini ayting.
9. Tekis uzluksizlik ta'rifini ayting.

Adabiyotlar: [3]. 34-45 betlar, [4]. 26-31 betlar, [5]. 36-47 betlar, [6]. 35- 42 betlar, [7]. 44-53 betlar.

5 - Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Kompleks argumentli funksiyaning differensiallanuvchanligi. Koshi- Riman shartlari" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Kompleks argumentli funksiyaning differensiallanuvchanligi. Koshi- Riman shartlari.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan kompleks argumentli funksiyaning differensiallanuvchanligi. Koshi-Riman shartlari to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

	muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. Kompleks argumentli funktsiyaning differensiallanuvchanligi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Kompleks argumentli funktsiyaning differensiallanuvchanligi. Koshi- Riman shartlari, ularning limiti va uzluksizligi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi Koshi-Riman shartlari, ularning limiti va uzluksizligi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayandigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch	Mavzu bo'yicha, Kompleks argumentli funktsiyaning	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik,

	tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	differentiallashtiruvchi nligi. Koshi- Riman shartlari, ularning limiti va uzluksizligi	vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan kushimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

**Mavzu: Kompleks argumentli funktsiyaning differensiallanuvchanligi.
Koshi- Riman shartlari.**

1-qism. Kompleks argumentli funktsiyaning differensiallanuvchanligi.

$W = f(z)$ funktsiya $E \subset C$ to'plamda berilgan bo'lsin. Bu E to'plamda z_0 nuqtani olib unga shunday Δz ortirma beraylikki, $z_0 + \Delta z \in E$ bo'lsin. Natijada $f(z)$ funktsiya ham z_0 nuqtada

$$\Delta W = \Delta f(z_0) = f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)$$

orttirmaga ega bo'ladi.

1-ta'rif. Agar $\Delta z \rightarrow 0$ da $\frac{\Delta W}{\Delta z}$ nisbatning limiti

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z}$$

mavjud va chekli bo'lsa, bu limit kompleks o'zgaruvchili $f(z)$ funktsiyaning z_0 nuqtadagi xosilasi deb aytiladi va $f'(z_0)$ kabi belgilanadi:

$$f'(z_0) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z}$$

2-ta'rif: Agar $f(z)$ funktsiya $z_0 \in E$ nuqta $f'(z_0)$ xosilaga ega bo'lsa, funktsiya z_0 nuqtada differensiallanuvchi deyiladi.

Agar $f(z)$ funktsiya E to'plamning har bir nuqtasida differensiallanuvchi bo'lsa, funktsiya E to'plamda differensiallanuvchi deyiladi.

Aytaylik, $f(z)$ funktsiya z_0 nuqtada $f'(z_0)$ xosilaga ega bo'lsin. Unda,

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta f(z_0)}{\Delta z} = f'(z_0)$$

bo'lib,

$$\Delta f(z_0) = f'(z_0)\Delta z + \alpha(z_0, \Delta z) \cdot \Delta z$$

bo'ladi. Bu erda $\Delta z \rightarrow 0$ da $\alpha(z_0, \Delta z)$ ham nolga intiladi: $\alpha(z_0, \Delta z) \rightarrow 0$

1-teorema. $f(z)$ funktsiyaning $z_0 \in E$ nuqtada differensiallanuvchi bo'lishi uchun uning ortirmasi $\Delta f(z_0)$ ni ushbu

$$\Delta f(z_0) = A\Delta z + \alpha(z_0, \Delta z) \cdot \Delta z$$

ko'rinishda ifodalanishi zarur va etarli.

Bunda A miqdor Δz hamda $\alpha(z_0, \Delta z)$ larga bog'liq bo'lmagan miqdordir.

Misol. 1) $f(z) = x - iy = \bar{z}$

$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{x - iy}{x + iy}$ – mavjud emas

2) $z = x + iy$. $f(z) = z = x + iy$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0} = \frac{z - z_0}{z - z_0} = 1$$

2-teorema. Agar $f(z)$ va $g(z)$ funktsiya z_0 nuqtada xosilaga ega bo'lsalar u

holda

$$f(z) \pm g(z), \quad f(z) \cdot g(z), \quad \frac{f(z)}{g(z)} \quad (g(z_0) \neq 0)$$

funksiyalar ham xosilaga ega bo'ladi bu xosilalar analizda o'tgan formula orqali topiladi. Isboti ham xuddi shunday bo'ladi.

Natija. 1) Ixtiyoriy $P(z) = a_0 z^n + \dots + a_n z$ ko'phad kompleks tekislikni ixtiyoriy nuqtasida xosilaga egadir.

2) Ixtiyoriy $R(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$ rasional funksiya $Q(z) = 0$ nuqtadan tashqarida xosilaga egadir.

Faraz qilaylik,

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

funksiya biror D sohada ($D \subset \mathbb{C}$) berilgan bo'lib, $z_0 = x_0 + iy_0 \in D$ bo'lsin.

3- ta'rif: Agar haqiqiy o'zgaruvchili $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiyalar (x_0, y_0) nuqtada ($(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$) differensiallanuvchi bo'lsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada xaqiqiy analiz ma'nosida (qisqacha $\mathbb{R}^2$ ma'noda) differensiallanuvchi deyiladi.

3-teorema. $f(z)$ funksiyaning z_0 nuqtada $f'(z_0)$ xosilaga ega bo'lishi uchun

1) $f(z)$ ning z_0 nuqtada xaqiqiy analiz ma'nosida differensiallanuvchi bo'lishi va ushbu

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad (1)$$

Koshi-Riman shartlarining bajarilishi zarur va yetarli.

Misol. $f(z) = x - iy$

$$u = x, \quad v = -y \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = -1 \quad \frac{\partial u}{\partial x} \neq \frac{\partial v}{\partial y}$$

Teoremani isboti. Zarurligi.

$f(z)$ funksiya $z_0 \in D$ nuqtada $f'(z_0)$ hosilaga ega bo'lsin. Xosila ta'rifiga ko'ra

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta f(z_0)}{\Delta z} = f'(z_0),$$

ya'ni

$$\Delta f(z_0) = f'(z_0) \cdot \Delta z + \alpha \Delta z \quad (2)$$

bo'ladi. Bu erda

$$\Delta z = z - z_0 = (x + iy) - (x_0 + iy_0) = (x - x_0) + i(y - y_0) = \Delta x + i\Delta y.$$

$$\begin{aligned} \Delta f(z_0) &= f(z) - f(z_0) = [u(x, y) + iv(x, y)] - [u(x_0, y_0) + iv(x_0, y_0)] = \\ &= [u(x, y) - u(x_0, y_0)] + i[v(x, y) - v(x_0, y_0)] = \Delta u + i\Delta v \end{aligned}$$

bo'lib, α esa Δx va Δy larga bog'liq va ular nolga intilganda nolga intiladi

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0} \alpha = 0.$$

Endi $f'(z_0)$ hamda α larni

$$f'(z_0) = a + i\epsilon, \quad \alpha = \alpha_1 + i\alpha_2 \quad \left(\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \alpha_1 = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \alpha_2 = 0 \right)$$

deb, (2) tenglikni quyidagicha yozamiz:

$$\Delta u + i\Delta v = (a + i\epsilon)(\Delta x + i\Delta y) + (\alpha_1 + i\alpha_2)(\Delta x + i\Delta y)$$

Bu tenglikdan, xaqiqiy hamda mavhum qismlarini tenglab topamiz:

$$\begin{aligned} \Delta u &= a\Delta x - \epsilon\Delta y + \alpha_1\Delta x - \alpha_2\Delta y \\ \Delta v &= \epsilon\Delta x - a\Delta y + \alpha_2\Delta x - \alpha_1\Delta y \end{aligned} \quad (3)$$

demak, $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiyalar (x_0, y_0) nuqtada differensiallanuvchi. Ayni paytda $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada R^2 ma'noda differensiallanuvchi bo'ladi.

Modomiki, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada $f'(z_0)$ xosilaga ega ekan, unda $\Delta z \rightarrow 0$, jumladan $\Delta z = \Delta x \rightarrow 0$ ($\Delta y = 0$), $\Delta z = \Delta y \rightarrow 0$ ($\Delta x = 0$), bo'lganda ham

nisbatning limiti har doim $\frac{\Delta f(z_0)}{\Delta z} f'(z_0)$ ga teng bo'laveradi. (3) tengliklar $\Delta z = \Delta x$ ($\Delta y = 0$), bo'lganda

$$\begin{aligned} \Delta u &= a\Delta x + \alpha_1\Delta x \\ \Delta v &= \epsilon\Delta x + \alpha_2\Delta x \end{aligned} \quad (4)$$

$\Delta z = \Delta y$ ($\Delta x = 0$), bo'lganda esa

$$\begin{aligned} \Delta u &= -\epsilon\Delta y - \alpha_2\Delta y \\ \Delta v &= a\Delta y + \alpha_1\Delta y \end{aligned} \quad (5)$$

tengliklarga keladi. (4) munosabatdan

$$\frac{\partial u}{\partial x} = a, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \epsilon$$

(5) munosabatdan esa

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\epsilon, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = a$$

bo'lishini topamiz. Bu tengliklardan

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Etarliligi. Aytaylik $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada R^2 ma'noda differensiallanuvchi bo'lib, teoremda keltirilgan ikkinchi shart bajarilsin. $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiyalar (x_0, y_0) nuqtada differensiallanuvchi bo'lgani uchun

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \alpha_1 \Delta x - \alpha_2 \Delta y \\ \Delta v &= \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \beta_1 \Delta x - \beta_2 \Delta y \end{aligned}$$

bo'ladi. Bu erda $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ da $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ larning har biri nolga intiladi.

U holda

$$\Delta f(z_0) = \Delta u + i\Delta v = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \alpha_1 \Delta x - \alpha_2 \Delta y + i \left[\frac{\partial v}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \beta_1 \Delta x - \beta_2 \Delta y \right]$$

bo'ladi. Teoremani ikkinchi sharti

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

dan foydalanib topamiz:

$$\begin{aligned} \Delta f(z_0) &= \frac{\partial u}{\partial x} (\Delta x + i\Delta y) - i \frac{\partial u}{\partial y} (\Delta x + i\Delta y) + (\alpha_1 + i\beta_1) \Delta x + (\alpha_2 + i\beta_2) \Delta y = \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Delta z + \left[(\alpha_1 + i\beta_1) \frac{\Delta x}{\Delta z} + (\alpha_2 + i\beta_2) \frac{\Delta y}{\Delta z} \right] \Delta z \end{aligned}$$

Bu tenglikdan esa

$$\frac{\Delta f(z_0)}{\Delta z} = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} + (\alpha_1 + i\beta_1) \frac{\Delta x}{\Delta z} + (\alpha_2 + i\beta_2) \frac{\Delta y}{\Delta z} \quad (6)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Keyingi tenglikdagi

$$(\alpha_1 + i\beta_1) \frac{\Delta x}{\Delta z} + (\alpha_2 + i\beta_2) \frac{\Delta y}{\Delta z}$$

ifoda uchun

$$\begin{aligned} \left| (\alpha_1 + i\beta_1) \frac{\Delta x}{\Delta z} + (\alpha_2 + i\beta_2) \frac{\Delta y}{\Delta z} \right| &\leq |(\alpha_1 + i\beta_1)| \left| \frac{\Delta x}{\Delta z} \right| + |(\alpha_2 + i\beta_2)| \left| \frac{\Delta y}{\Delta z} \right| \leq \\ &\leq |(\alpha_1 + i\beta_1)| + |(\alpha_2 + i\beta_2)| \leq |\alpha_1| + |\beta_1| + |\alpha_2| + |\beta_2| < \varepsilon \end{aligned}$$

bo'ladi, chunki $\Delta z \rightarrow 0$ da ya'ni $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ da

$\alpha_1 \rightarrow 0$, $\beta_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$, $\beta_2 \rightarrow 0$,

Shuni e'tiborga olib (6) tenglikda $\Delta z \rightarrow 0$ da limitga o'tib

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta f(z_0)}{\Delta z} = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}$$

bo'lishini topamiz. Demak, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada $f'(z_0)$ xosilaga ega va

$$f'(z_0) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}$$

bo'ladi. *Teorema isbot bo'ldi.*

Eslatma. Yuqorida keltirilgan teorema $f(z)$ funksiya xosilasining mavjudligini tasdiqlabgina qolmasdan, uni hisoblash yo'lini ko'rsatadi:

$$f'(z_0) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial v}{\partial x}$$

Misol. $f(z) = z^2$ funksiya ixtiyoriy $z \in C$ nuqtada xosilaga ega bo'ladimi.

$$f(z) = (x + iy)^2 = (x^2 - y^2) + i2xy$$

$$u = x^2 - y^2, \quad v = 2xy$$

bu funksiyalar $\forall (x, y) \in R^2$ nuqtada differensiallanuvchi.

Ikkinchi tomondan.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} &= 2x, & \frac{\partial u}{\partial y} &= -2y. \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= 2y, & \frac{\partial v}{\partial y} &= 2x.\end{aligned}$$

bo'lib,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

Demak, $f(z) = z^2$ funksiya $\forall z \in C$ nuqtada xosilaga ega.

Faraz qilaylik, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ funksiya $z_0 = x_0 + iy_0 \in D$, $D \subset C$ nuqtada R^2 ma'noda differensiallanuvchi bo'lsin. Ushbu

$$du(x_0, y_0) + idv(x_0, y_0)$$

ifoda $f(z)$ funksiyaning z_0 nuqtadagi differensiallanuvchi deyiladi va $df(z_0)$ kabi belgilanadi:

$$df(z_0) = du(x_0, y_0) + idv(x_0, y_0)$$

Ravshanki,

$$\begin{aligned}du &= \frac{\partial u}{\partial x} dx - \frac{\partial u}{\partial y} dy, \\ dv &= \frac{\partial v}{\partial x} dx - \frac{\partial v}{\partial y} dy,\end{aligned}$$

shuni e'tiborga olib topamiz:

$$df = \left[\frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right] + i \left[\frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right] = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

Demak,

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (7)$$

quyidagi $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$

o'zgaruvchilarni olaylik. Ravshanki,

$$dz = dx + idy,$$

$$d\bar{z} = dx - idy.$$

bu tengliklardan

$$dx = \frac{1}{2}(dz + d\bar{z}), \quad dy = \frac{1}{2i}(dz - d\bar{z}) \quad (8)$$

bo'lishini topamiz.

(7) va (8) tengliklardan

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{1}{2}(dz + d\bar{z}) + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{1}{2i}(dz - d\bar{z}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) dz + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) d\bar{z}$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Agar

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (9)$$

ko'rinishda belgilansa unda $f(z)$ funksiya differensiyali uchun ushbu

$$df = \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} d\bar{z}$$

tenglikka kelamiz.

2-qism. Koshi- Riman shartlari.

Aytaylik, $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiya biror nuqtada Koshi-Riman shartlarini bajarsin:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x},$$

unda (9) tenglikka ko'ra shu nuqtada $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$ Aksincha, $f(z)$ funksiya uchun biror nuqtada $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$

bo'lsin. Ravshanki (9) tenglikka ko'ra shu nuqtada

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x},$$

bo'ladi.

Demak, biror nuqtada Koshi-Riman shartlarining bajarilishi shu nuqtada $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$ tenglikning o'rinli bo'lishiga ekivalent ekan.

Agar $W = f(z)$ funksiya z_0 nuqtada xosilaga ega bo'lsa, shu nuqtada $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0$ bo'lib, funksiyaning xosilasi $f'(z_0) = \frac{\partial f}{\partial z}$ differensiyali esa

$$df = \frac{\partial f}{\partial z} dz = f'(z_0) dz$$

ko'rinishda bo'ladi.

Kompleks analizda xosilaga ega bo'lgan funksiya C-differensiyallanuvchi funksiya deyiladi.

Faraz qilaylik, $W = f(z)$ funksiya biror $D \subset \mathbb{C}$ sohada berilgan bo'lsin.

4-ta'rif: Agar $f(z)$ funksiya $z_0 \in D$ nuqtaning biror $U(z_0, \varepsilon) \subset D$ atrofida C-differensiyallanuvchi bo'lsa, $f(z)$ nuqtada golomorf (yoki analitik) deb ataladi.

5-ta'rif: Agar $f(z)$ funksiya D soxoning har bir nuqtasida golomorf bo'lsa, funksiya D sohada golomorf deyiladi.

Odatda D sohada golomorf bo'lgan funksiya sinfi $\mathcal{O}(D)$ kabi belgilanadi.

6-ta'rif: Agar $g(z) = f\left(\frac{1}{z}\right)$ funksiya $z=0$ nuqtada golomorf bo'lsa, $f(z)$ funksiya ∞ nuqtada golomorf deyiladi.

7-ta'rif: Agar $\overline{f(z)}$ funksiya $z_0 \in D$ nuqtada golomorf bo'lsa, $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada antigolomorf deyiladi.

Aytaylik, R^2 fazodagi $E \subset R^2$ sohada $F = F(x, y)$ funksiya berilgan bo'lib, u shu sohada ikkinchi tartibli uzluksiz xususiy xosilalarga

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2}$$

ega bo'lsin.

8-ta'rif: Agar E sohaning har bir nuqtasida

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

tenglik bajarilsa, $F(x, y)$ funksiya E sohada gormonik funksiya deyiladi.

Odatda (10) Lolas tenglamasi deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\Delta F = 0,$$

bunda

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Lolas operatori uchun

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) = 4 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$$

bo'lishini e'tiborga olsak, unda (10) tenglikni quyidagicha yozish mumkin.

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$$

4-teorema. $D \subset \mathbb{C}$ sohaga golomorf bo'lgan har qanday $f(z)$ funksiyaning haqiqiy hamda mavhum qismlari shu sohada gormonik bo'ladi.

Isbot. Aytaylik, $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ funksiya D sohada golomorf bo'lsin. Unda

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x},$$

tengliklar bajariladi.

Bu tengliklardan foydalanib topamiz:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y},$$

Agar

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y},$$

bo'lishini e'tiborga olsak, u holda yuqoridagi tengliklardan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

bo'lishi kelib chiqadi. Bu esa $u(x, y)$ funksiyaning garmonik ekanini bildiradi.

Xuddi shunga o'xshash $v(x, y)$ funksiyaning garmonikligi ko'rsatiladi. *Teorema isbot bo'ldi.*

Tayanch iboralar: Funksiya ortirmasi, funksiya xosilasi, funksiya differensiallanuvchanligi, Koshi-Riman shartlari, C-differensiallanuvchi funksiyalar,

golomorf funksiyalar, antigolomorf funksiyalar, gormonik funksiyalar.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Xosila ta'rifini ayting?
2. Funksiya differensiallanuvchanligini tushuntiring?
3. Koshm-Riman shartlarini ayting?
4. Kachon funksiya haqiqiy analiz ma'nosida differensiallanuvchanligi deyiladi?
5. Funksiya differensiallash tushunchasini ayting?
6. Antigolomorf funksiya ta'rifini ayting?

Adabiyotlar: [3] 45-57 betlar, [4] 31-38 betlar, [5] 48-60 betlar, [6] 60-68 betlar

6 - Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi. Konform akslantirishlar" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi. Konform akslantirishlar.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi. Konform akslantirishlar to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi, konform akslantirishlar bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib

bo'yicha 5 minut	matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	murojaat qilishlariga erishiladi.	toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha xosila moduli va argumentining geomertik ma'nosi, konform akslantirishlar tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi konform akslantirishlar, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi	Mavzu bo'yicha, Xosila moduli va argumentining	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlik, vatanparvarlik,

	ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	geomertik ma'nosi	tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

**Mavzu: Xosila moduli va argumentining geometrik ma'nosi.
Konform akslantirishlar.**

1-qism. Xosila moduli va argumentining geometrik ma'nosi.

Faraz qilaylik,

$$W = f(z)$$

funksiya biror. $D \subset \mathbb{C}$ sohada berilgan bo'lsin. Uni (z) tekislikning nuqtalarini (W) tekislik nuqtalariga akslantirish deb qaraymiz.

Bu $W = f(z)$ funksiya $z_0 \in D$ nuqtada $f'(z_0)$ ($f'(z_0) \neq 0$) xosilaga ega bo'lsin. Xosila ta'rifidan foydalanib, topamiz:

$$|f'(z_0)| = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{|f(z) - f(z_0)|}{|z - z_0|} = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{|W - W_0|}{|z - z_0|}$$

($W_0 = f(z_0)$). Ravshanki, bu tenglikdan

$$|W - W_0| = |f'(z_0)| |z - z_0| + o(|z - z_0|)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Demak, $|z - z_0|$ etarlicha kichik bo'lganda $|z - z_0|$ hamda $|W - W_0|$ miqdorlar proporyional bo'lib, $|f'(z_0)|$ esa shu proporsionallikning koeffisientini ifodalaydi.

$W = f(z)$ akslantirish yordamida $|z - z_0| = x$ aylana, cheksiz kichik miqdor $o(|z - z_0|)$ aniqligida

$$|W - W_0| = |f'(z_0)| \cdot r$$

aylana akslanadi. Agar $|f'(z_0)| < 1$ bo'lsa, unda $|z - z_0| = r$ aylana siqiladi $|f'(z_0)| > 1$ bo'lganda esa cho'ziladi.

Demak, funksiya xosilasining moduli $W = f(z)$ akslantirishda cho'zilish koeffisientini bildirar ekan (cho'zilishning saqlanishi).

Endi xosila argumentining geometrik ma'nosiga to'xtalamiz.

Faraz qilaylik, $W = f(z)$ akslantirish z_0 nuqtaning biror atrofida xosilaga ega bo'lib

$$f'(z_0) \neq 0$$

bo'lsin.

z_0 nuqtadan o'tuvchi silliq

$$\gamma = \{z \in C_z : z = z(t), \alpha \leq t \leq \beta\}$$

egri chiziqni olib, uning yo'nalishi bo'yicha shu egri chiziqqa z_0 nuqtada urinma o'tkazamiz. Bu urinmaning xaqiqiy o'qning musbat qismi bilan tashkil etgan burchagi φ bo'lsin.

$$\varphi = \arg z'(t_0)$$

$W = f(z)$ akslantirish esa γ egri chiziqni C_w tekislikda Γ egri chiziqqa o'takazsin.

$$\Gamma = \{W \in C_w : W = W(t) = f(z(t)), \alpha \leq t \leq \beta\}.$$

Murakkab funksiyaning xosilasini hisoblash qoidasiga binoan.

$$W'(t) = f'(z) \cdot z'(t)$$

bo'lib, $t = t_0$ da

$$w'(t_0) = f'(z_0) \cdot z'(t_0) \quad (z_0 = z(t_0), \quad \alpha \leq t_0 \leq \beta)$$

bo'ladi. Shartga ko'ra $f'(z_0) \neq 0$ va $z'(t_0) \neq 0$ (γ ning silliqligidan) bo'lgani uchun $W'(t_0) \neq 0$ bo'ladi. Binobarin, $W_0 = f(z_0)$ nuqtada Γ egri chiziqlarning urinmasi mavjud. Bu urinmaning burchak koeffitsientini ψ bilan belgilaymiz:

$$\psi = \arg w'(t_0) \quad (1)$$

tenglikdan

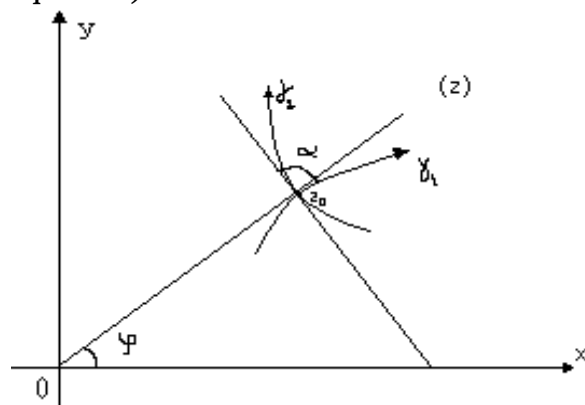
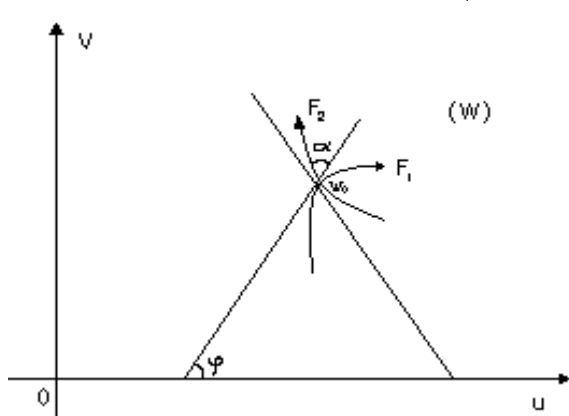
$$\arg W'(t_0) = \arg f'(z_0) + \arg z'(t_0)$$

ya'ni

$$\psi = \arg f'(z_0) + \varphi \quad (2)$$

kesib chiqadi.

Agar $Q = \psi - \varphi$ miqdorning $W = f(z)$ akslantirish natijasida γ egri chiziqlarning z_0 nuqtadagi burilishi burchagi ekanligini e'tiborga olsak, u holda (2) tenglikdan z_0 nuqtadan o'tuvchi barcha silliq egri chiziqlar bir xil $Q = \arg f'(z_0)$ burchakka burilishini ko'ramiz (burchakning saqlanish).



2-qism. Konform akslantirishlar.

Ta'rif: Agar $W = f(z)$ akslantirish z_0 nuqtada cho'zilish va burchak saqlanish xossalriga ega bo'lsa, bunday akslantirishga z_0 nuqtada konform akslantirish deyiladi.

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, agar $W = f(z)$ funksiya nuqtaning z_0 biror atrofida golomorf bo'lib, $f'(z_0) \neq 0$ bo'lsa, $W = f(z)$ akslantirish z_0 nuqtada konform bo'ladi.

Agar $W = f(z)$ akslantirish D sohada bir yaproqli bo'lib, sohaning har bir nuqtasida konform bo'lsa, u D sohada konform akslantirish deyiladi.

Konform akslantirishlar nazariyasida asosan quyidagi ikki masala o'rganiladi:

1) $E \subset \mathbb{C}_z$ sohada $W = f(z)$ akslantirish berilgan holda $f(E)$ ni topish:

Ikkita $E \subset \mathbb{C}_z$ va $F \subset \mathbb{C}_w$ sohalar berilgan holda E ni F ga konform akslantiradigan $W = f(z)$ ni topish:

Bu masalalarni hal qilishda quyidagi teoremlardan foydalaniladi.

Teorema. (Riman) Agar $E \subset \overline{C}_z$ va $F \subset \overline{C}_w$ sohalar chegarasi 2 ta nuqtada ham bo'lmagan bir bog'lamli sohalar bo'lsa, E sohani F sohaga konform akslantiruvchi $W = f(z)$ funksiya mavjud.

Teorema. (Sohaning saqlanishi prinsipi) Agar $f(x)$ funksiya E sohada golomorf bo'lib, $f'(z_0) \neq \text{const}$ bo'lsa, $f(E)$ ham soha bo'ladi.

Tayanch iboralar: Hosila modulining geometrik ma'nosi, soha, funksiya hosilasi, golomorf funksiya, silliq egri chiziqlar, bir yaproqli funksiya ta'rifi.

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Hosila modulining geometrik ma'nosi.
2. Hosila argumentining geometrik ma'nosi.
3. Konform akslantirsh.
4. Riman teoremasi.
5. Sohaning saqlanish prinsipi.

Adabiyotlar: [1] 48-60 betlar, [2] 60-68 betlar.

7 - Ma'ruza.
Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan
“Chiziqli funksiya, kasr chiziqli funksiya”
mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Chiziqli funksiya, kasr chiziqli funksiya.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan chiziqli funksiya, kasr chiziqli funksiya to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, chiziqli funksiya, kasr chiziqli funksiya bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini

bo'yicha 5 minut	ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Chiziqli funktsiya ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muhim talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha chiziqli funktsiya, kasr chiziqli funktsiya., tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, kasr chiziqli funktsiya mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda	Mavzu bo'yicha, Chiziqli funktsiya, kasr chiziqli	Talabalarda mustaqillik, faollik,

	tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	funksiya	ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Chiziqli funksiya, kasr chiziqli funksiya.

1-qism. Chiziqli funksiya.

$$W = az + b \quad (1)$$

ko'rinishdagi funksiya *chiziqli funksiya* deyiladi, bunda a va b lar o'zgarmas kompleks sonlar va $a \neq 0$ bu funksiya $\overline{C}_z$ to'plamda aniqlangan, unga teskari funksiya ham chiziqli funksiya bo'lib, u quyidagi

$$z = \frac{1}{a} W - \frac{b}{a} \quad (2)$$

ko'rinishga ega.

(1) va (2) akslantirishlardan $\overline{C}_z$ va $\overline{C}_w$ tekislik nuqtalari o'zaro bir qiymatli moslikda ekanligi kelib chiqadi. Bunda $z = \infty$ da $w = \infty$ bo'ladi va aksincha.

Ravshanki,

$$W' = (az + b)' = a$$

demak,

$$W = az + b$$

akslantirish $\overline{C}_z$ tekislikni $\overline{C}_w$ tekislikka konform akslantiradi.

$W = az + b$ chiziqli funksiyaning quyidagi 3 ta akslantirishlarni kompozitsiyasi shaklida tasvirlash mumkin.

1. $z_1 = e^{i\varphi} z$ (φ burchakka burish)
2. $z_2 = mz_1$ (m marta cho'zish)
3. $w = z_2 + b$ (b vektorga parallel siljitish)

$W = f(z)$ funksiya biror E sohada ($E \subset \overline{C}$) berilgan bo'lsin.

Agar $a \in E$ nuqtada

$$f(a) = a$$

tenglik bajarilsa, $z = a$ nuqtada $W = f(a)$ akslantirishning qo'zgalmas nuqtasi deyiladi.

$W = az + b$ akslantirish

1) $a = 1$ da $z = \infty$ qo'zgalmas nuqtaga,

2) $a \neq 1$ da ikkita $z = \infty$, $z_2 = \frac{b}{1-a}$ qo'zgalmas nuqtalarga ega bo'ladi.

2-qism. Kasr chiziqli funksiya

$$W = \frac{az + b}{cz + d} \quad (3)$$

ko'rinishdagi funksiya kasr-chiziqli funksiya deyiladi, bunda a, b, c, d lar o'zgarmas kompleks sonlar, z – kompleks o'zgaruvchi. $ad - bc \neq 0$ bo'lgan hol biz uchun qiziqarli emas.

$c \neq 0$ bo'lganda

$$W(\infty) = \frac{a}{c}, \quad W\left(-\frac{d}{c}\right) = \infty, \quad (4)$$

$C = 0$ bo'lganda $W(\infty) = \infty$ deb qaraymiz.

(3) munosabatni z ga nisbatan echish natijasida berilgan kasr – chiziqli funksiyaga nisbatan teskari bo'lgan

$$z = \frac{-dW + \epsilon}{CW - a} \quad (5)$$

funksiyaga kelaymiz, bu erda ham

$$c \neq 0 \text{ da, } z(\infty) = -\frac{d}{c}, \quad z\left(\frac{a}{c}\right) = \infty$$

$$c = 0 \text{ da } z(\infty) = \infty$$

deb qaraymiz.

Demak,

$$W = \frac{az + \epsilon}{Cz + d}$$

funksiya $\overline{C}_z$ to'plamda

$$z = \frac{-dW + \epsilon}{CW - a}$$

funksiya esa $\overline{C}_w$ to'plamda aniqlangan. (3) funksiya $\overline{C}_z$ to'plam nuqtalarini $\overline{C}_w$ to'plam nuqtalariga o'zaro bir qiymatli akslantiradi.

Ravshanki,

$$W' = \left(\frac{az + \epsilon}{Cz + d} \right)' = \frac{(Cz + d)a - (az + \epsilon)c}{(Cz + d)^2} = \frac{ad - \epsilon c}{(Cz + d)^2}$$

bo'lib, bu xosila

$$\overline{C}_z \setminus \left\{ z \in \overline{C}_z : z = -\frac{d}{c}, \quad z = \infty \right\}$$

to'plamda chekli hamda (4) shartga binoan $W' \neq 0$.

Demak,

$$W = \frac{az + \epsilon}{Cz + d}$$

akslantirish

$$\overline{C}_z \setminus \left\{ z \in \overline{C}_z : z = -\frac{d}{c}, \quad z = \infty \right\}$$

to'plamda konform akslantirish bo'ladi.

Endi

$$W = \frac{az + \epsilon}{Cz + d} \quad (3)$$

akslantirishning $z = -\frac{d}{c}$ va $z = \infty$ nuqtalarda konform bo'lishini ko'rsatamiz.

1) $c \neq 0$ bo'lsin. Bu (3) ning $z = -\frac{d}{c}$ nuqtada konform bo'lishini ko'rsatish uchun

$$W = \frac{1}{W_1}$$

ni qaraymiz.

Ravshanki,

$$W_1 = \frac{cz + d}{az + \epsilon},$$

$$W_1' = \frac{\epsilon c - ad}{(az + \epsilon)^2},$$

bo'lib,

$$W_1' \left(-\frac{d}{c} \right) = \frac{c^2}{\epsilon c - ad} \neq 0$$

bo'ladi. Demak, qaralayotgan akslantirish $z = -\frac{d}{c}$ nuqtada konform bo'ladi.

(3) ning $z = \infty$ nuqtada konform bo'lishini ko'rsatish uchun

$$z = \frac{1}{z_1}$$

ni qaraymiz. Unda

$$W = \frac{az + \epsilon}{cz + d} = \frac{a + \epsilon z_1}{c + dz_1}$$

$$W' = \frac{\epsilon c - ad}{(c - dz_1)^2}$$

bo'lib, $z_1 = 0$ bo'lganda

$$W' = \frac{\epsilon c - ad}{(c - dz_1)^2}$$

bo'ladi. Demak, (3) akslantirish $z = \infty$ nuqtada konform bo'ladi.

2) $c = 0$ bo'lsin. Bu holda

$$W = \frac{a}{d} z + \frac{\epsilon}{d}$$

bo'lib, $z = \infty$ nuqta $W = \infty$ nuqtaga akslanadi.

Agar $z = \frac{1}{z_1}$, $W = \frac{1}{W_1}$ deyilsa, unda

$$W_1 = \frac{dz_1}{a + \epsilon z_1}$$

$$W_1 = \frac{dz_1}{a + \epsilon z_1}$$

bo'lib, $z_1 = 0$ nuqtada

$$W'_1 = \frac{d}{c} \neq 0$$

bo'ladi. Demak, (3) akslantirish $z = \infty$ nuqtada konform akslantirish bo'ladi.
Shunday qilib,

$$W = \frac{az + e}{cz + d}$$

akslantirish $\overline{C}_z$ tekislik nuqtalarini $\overline{C}_w$ tekislik nuqtalariga konform akslantirar ekan.

Tayanch iboralar: Chiziqli funksiya, kasr-chiziqli funksiya, simmetrik nuqtalar, angarmonik munosabat, doiraviylik xossasi, yuqori yarim tekislikni birlik doiraga akslantirish.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Qanday funksiya chiziqli funksiya deyiladi?
2. Qanday funksiya kasr-chiziqli funksiya deyiladi?
3. Kasr-chiziqli akslantirish xossalarini ayting.
4. Kasr-chiziqli akslantirishning doiraviylik xossasini ayting.

Adabiyotlar: [1]. 60-78 betlar, [2]. 42-54 betlar

9 - Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Darajali funksiya. Juqovskiy funksiyasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Darajali funksiya. Juqovskiy funksiyasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan, darajali funksiya, Juqovskiy funksiyasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, darajali funksiya. Juqovskiy funksiyasi bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

5 minut	tushuntirib beradi.	erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. darajali funksiya ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Darajali funksiya. Juqovski funksiya. tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi Juqovski funksiya, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi.	Mavzu bo'yicha, darajali funksiya. Juqovski funksiyas.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar himoyasi yuzasidan kushimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Darajali funksiya. Juqovski funktsiya.

1-qism. Darajali funksiya.

Ushbu

$$W = z^n \quad (1)$$

ko'rinishdagi funksiya darajali funksiya deyiladi, bunda n – natural son.

Bu funksiya butun kompleks tekislikda holomorfl. $W' = nz^{n-1} \neq 0$ shart $z \neq 0$ nuqtalarda bajariladi. Demak $W = z^n$ funksiya $C \setminus \{0\}$ sohadagi har bir z nuqtada konform ekan. $z=0$ nuqtada konformlikning buzilishini shu nuqtada burchak kattaliklarining saqlamasligi ham ko'rsatadi.

C_z va C_w tekisliklarda qutb koordanatalarini kiritamiz:

$$z = re^{i\varphi} \quad (z = |z|, \varphi = \arg z)$$

$$W = \rho e^{i\psi} \quad (\rho = |W|, \psi = \arg W)$$

Natijada: (1) akslantirish ushbu

$$\rho e^{i\psi} = r^n e^{in\varphi}$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Undan esa,

$$\rho = r^n, \psi = n\varphi$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Demak,

$$W = z^n$$

akslantirish qutb koordinatalar sistemasida ushbu

$$\left. \begin{aligned} \rho &= r^n \\ \psi &= n\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

akslantirishga o'tadi. Binobarin (1) akslantirishni o'rganish (2) akslantirishni o'rganishga keladi.

(2) akslantirishda topamiz:

1) $r = \text{const}$ bo'lganda $\rho = \text{const}$ bo'ladi. Demak, (1) C_z tekislikdagi markazi $z=0$ nuqtada bo'lgan aylanalarni C_w tekislikdagi markazi $W=0$ nuqtada bo'lgan aylanalarga akslantiradi.

2) $\varphi = \text{const}$ bo'lganda $\psi = \text{const}$ bo'ladi. Demak, (1) akslantirish C_z tekislikdagi $z=0$ nuqtadan chiqqan nurlarni, C_w tekislikka $W=0$ nuqtadan chiqqan nurlarga akslantiradi.

Ayni paytda (1) akslantirish $\varphi=0$ nurni (xaqiqiy musbat yo'nalish bo'yicha olingan nurni) $\psi=0$ nurga, C_z tekislikdagi $\psi=n \cdot \alpha$ nurga akslantiradi.

Yuqorida keltirilgan tasdiqlardan

$$W = z^n$$

akslantirish C_z tekislikdagi

$$D = \{z \in \mathbb{C}_z : 0 < \arg z < \alpha\} \quad (\alpha < \frac{2\pi}{n})$$

sohani (uchi $z = 0$ nuqtada bo'lgan burchakni sektorni) $\mathbb{C}_w$ tekislikdagi

$$W(D) = \{W \in \mathbb{C}_w : 0 < \arg W < n\alpha\}$$

sohaga (uchi $W = 0$ nuqtada bo'lgan burchakka – sektorga) akslantirishi kelib chiqadi.

Darajali funksiya yordamida bajariladigan akslantirishda $z = 0$ nuqtada burchak n marta oshganligi sababli $z = 0$ nuqtada $W = z^n$ (1) akslantirish ($n > 1$) konform bo'lmaydi.

Xususan,

$$W = z^n$$

akslantirish yordamida $\mathbb{C}_z$ tekislikdagi

$$\{z \in \mathbb{C}_z : 0 < \arg z < \frac{\pi}{n}\} \quad (3)$$

soha (burchak-sektor), $\mathbb{C}_w$ tekislikdagi

$$\{W \in \mathbb{C}_w : 0 < \arg W < \pi\} \quad (4)$$

sohaga (yuqori yarim tekislikka) o'tadi.

Demak, $W = z^n$ funksiya (3) sohaning (4) sohaga konform akslantiradi.

Endi $\mathbb{C}_z$ tekislikda ushbu

$$D = \{z \in \mathbb{C}_z : 0 < \arg z < \alpha\} \quad (\alpha < \frac{2\pi}{n}) \quad (5)$$

sohani (uchi $z = 0$ nuqtada, tomonlari $\arg z = 0, \arg z = 2\pi/n$ nurlardan iborat burchaki-sektorni) olamiz.

Ravshanki,

$$W = z^n$$

funksiya yordamida bu soha $\mathbb{C}$ tekislikdagi

$$\{W \in \mathbb{C}_w : 0 < \arg W < \pi\} \quad (6)$$

sohaga akslanadi.

Xulosa. $W = z^n$ (1) - funksiya butun tekislikda holomorf funksiya, bir yaproqli emas. Lekin $\mathbb{C}_z$ tekislikni n ta bo'lakka bo'lsak orasidagi burchak $\frac{2\pi}{n}$ ga teng bo'lgan. Funksiyamiz har bir bo'lakni konform $\mathbb{C}_w \setminus R^+$ sohaga akslantiradi.

Praktikada bu funksiya burchak sohalarni yuqori yarim tekislikka akslantirishda foydalaniladi. Agar sohani burchagi $\frac{\pi}{n}$ ga teng bo'lsa bizni funksiya bunday sohani yuqori yarim tekislikka akslantiradi.

Misol. Ushbu

$$W = z^3$$

darajali funksiya yordamida $\mathbb{C}_z$ tekislikdagi

$$E = \{z \in \mathbb{C}_z : 0 < \arg z = \frac{\pi}{4}\}$$

to'plamning C_w tekislikdagi aksini toping. Berilgan E to'plamni

$$E = \{z \in \mathbb{C}_z : 0 < \arg z = \frac{\pi}{4}\} = \left\{ \varphi = \frac{\pi}{4}, \quad 0 < r < +\infty \right\}$$

deb,

$$W(E) = \{z \in \mathbb{C}_z : \psi = 3 \cdot \frac{\pi}{4}, 0 < \rho < +\infty\} = \{W \in \mathbb{C}_w : \arg W = \frac{3\pi}{4}\}.$$

2-qism. Juqovski funktsiyasi.

Ushbu

$$W = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) \quad (1)$$

funktsiyaga Juqovski funktsiyasi deyiladi.

Funktsiyamiz kasr- chiziqli funktsiya emas. Faqat 2 ta kasr-chiziqli funktsiya yig'indisidan iborat.

Bu funktsiya $z = 0$ va $z = \infty$ nuqtalardan tashqari butun tekislikda holomorf.

Uning xosilasi, $W' = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right) \neq 0$, agar $z \neq \pm 1$ bo'lsa.

Bu yerdan ko'rinib turibdiki, ixtiyoriy chekli $z \neq 0, \pm 1$ nuqtada Juqovski funktsiyasi konform akslantirish bo'lar ekan. Bu funktsiyaning $z = 0$ nuqtada konformligini ta'rifdan foydalanib isbotlash mumkin.

$$f(z) = f\left(\frac{1}{z}\right)$$

tenglikdan esa funktsiyaning $z = \infty$ nuqtada ham konformligi kelib chiqadi.

Shunday qilib Juqovski funktsiyasi $z = \pm 1$ nuqtalardan tashqari hamma nuqtalarda konform ekan.

Endi bu funktsiyasi 2 ta $z_1 \neq z_2$ nuqalarni bitta nuqtaga o'tkazsin. U holda

$$W(z_1) = W(z_2)$$

$$\frac{1}{2} \left(z_1 + \frac{1}{z_1} \right) = \frac{1}{2} \left(z_2 + \frac{1}{z_2} \right)$$

$$(z_1 - z_2) - \frac{z_1 - z_2}{z_1 z_2} = 0$$

$$(z_1 - z_2) \left(1 - \frac{1}{z_1 z_2} \right) = 0$$

bo'ladi. $z_1 \neq z_2$ ekanligidan $z_1 \cdot z_2 = 1$ tenglikni xosil qilamiz.

Shunday qilib, Juqovski funktsiyasining birorta D sohada bir yaproqli bo'lishi uchun bu sohaning

$$z_1 \cdot z_2 = 1 \quad (2)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi z_1 va z_2 nuqtalarni saqlamasligi zarur va yetarlidir. (1)-funksiya quyidagi sohalarda bir yaproqli

a) $|z| > 1$

b) $|z| < 1$

v) $\text{Im } z > 0$

g) $\text{Im } z < 0$

Endi (1) funksiyaning geometrik ma'nosini tekshirish uchun quyidagicha yozib olamiz:

$$z = re^{i\varphi}, W = u + iv.$$

U holda

$$u + iv = \frac{1}{2} \left(re^{i\varphi} + \frac{1}{re^{i\varphi}} \right) = \frac{1}{2} \left(re^{i\varphi} + \frac{1}{r} e^{-i\varphi} \right) = \frac{1}{2} \left[\left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \varphi + i \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \varphi \right]$$

bundan

$$u = \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \cos \varphi; \quad v = \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \sin \varphi \quad (3)$$

tenglamalarga ega bo'lamiz.

Endi Juqovskiy funksiyasi yordami bilan $\mathcal{C}_z$ tekislikdagi $|z| = r$ aylananing $\mathcal{C}_w$ tekislikdagi qanday chiziqdan iborat ekanini tekshiramiz. Bunda ikki hol bo'ladi: $0 < r < 1$ va $r > 1$. a) $0 < r < 1$ bo'lsin. Quyidagicha belgilab olaylik.

$$a_r = \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right) \quad \text{va} \quad b_r = -\frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{r} \right) \quad \text{bunda } b_r > 0. \text{ U holda (3) ning ko'rinishi}$$

$$u = a_r \cos \varphi \quad v = -b_r \sin \varphi \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (3')$$

bo'lib,

$$\frac{u^2}{a_r^2} + \frac{v^2}{b_r^2} = 1 \quad (4)$$

bo'ladi.

Bu $\mathcal{C}_w$ tekislikda fokuslari ± 1 nuqtada, yarim o'qlari a_r va b_r bo'lgan ellipsni ifodalaydi. Endi ellipsdagi musbat yo'nalishni aniqlaylik. Agar aylana ustidagi ixtiyoriy z nuqta musbat yo'nalish bo'yicha bir marta aylanib chiqsa, φ burchak 0 dan 2π gacha o'zgaradi. (3) ellipsda $-b_r < 0$ bo'lgani uchun φ burchak 0 dan 2π gacha o'zgaradi: $-2\pi \leq \varphi \leq 0$. Buning uchun ellips ustidagi ixtiyoriy W nuqta soat strelkasi bo'yicha harakat qilishga majbur.

Agar biz aylananing r radiusini nolga yaqinlashtirsak

$a_r \rightarrow \infty; b_r \rightarrow \infty$ *ea* $a_r - b_r = r \rightarrow 0$ ya'ni, ellips kattaligi borib, aylana shakliga yaqinlasha boradi.

Agar $r \rightarrow 1$ ($r < 1$) bo'lsa, u holda $a_r \rightarrow 1; b_r \rightarrow 0$ ya'ni ellips Oy o'qidagi $[-1, 1]$ kesmaga tortiladi.

Shunday qilib (1) funksiya bilan $|z| < 1$ doira Oy o'qining $[-1;1]$ kesmadan iborat bo'ladi. Shu bilan birga $|z| = 1$ aylananing yuqori qismiga $[-1;1]$ kesmaning quyi qirg'og'i va aylananing pastki qismiga esa nimaning yuqori qirg'og'i mos keladi.

b) $r > 1$ bo'lsin.

Bu holda (3) ellips tenglamalaridagi koeffitsientlar

$$\frac{1}{2}\left(r + \frac{1}{r}\right) > 0 \quad \text{va} \quad \frac{1}{2}\left(r - \frac{1}{r}\right) > 0$$

bo'lgani uchun $|z| = r$ aylana bilan ellipsning yo'nalishlari bir hil bo'ladi.

Agar $r \rightarrow 1$ ($r > 1$) bo'lsa, u holda:

$a_r \rightarrow 1, b_r \rightarrow 0$ ya'ni, ellips $[-1;1]$ kesmaga tortiladi. Agar $r \rightarrow \infty$ bo'lsa, u holda:

$a_r \rightarrow \infty; b_r \rightarrow \infty$ va $a_r - b_r = \frac{1}{r} \rightarrow 0$ ya'ni, ellips kattasha borib, aylana shakliga yaqinlashadi.

Yuqoridagi mulohazalarimizdan $|z| = 1$ aylananing ichiga ham tashqariga ham $[-1;1]$ kesmaning tashqarisi mos kelishi ochiq ko'rinib turibdi.

Endi

$$z = re^{i\varphi}, \quad 0 < r < +\infty \quad (5)$$

(φ – fiksirlangan) nurni qaraylik. Juqovskiy funksiya bilan akslantirishda bu nurning obrazi

$$u = \frac{1}{2}\left(r + \frac{1}{r}\right)\cos\varphi, \quad M = \frac{1}{2}\left(r - \frac{1}{r}\right)\sin\varphi \quad 0 < r < +\infty \quad (6)$$

egri chiziq bo'ladi. (6) tenglikdan topamiz:

$$\frac{u^2}{\cos^2\varphi} - \frac{v^2}{\sin^2\varphi} = 1 \quad \left(\varphi \neq \frac{k\pi}{2}, k - \text{b\u0442\u044b\u0439\u0445 \text{ coh}}\right) \quad (7)$$

(7)-chiziq fokuslari $W = \pm 1$ va asimtotasi $v = \pm utg\varphi$ bo'lgan giperboladir.

Xulosa: Praktika da Juqovskiy funksiyasidan kesma yoki ellips bilan chegaralangan sohalarni birlik doiraga akslantirishda foydalaniladi.

Tayanch iboralar: golomorf funksiya, konform akslantirishlar, bir yaproqli funksiyalar. darajali funksiya, darajali funksiya golomorfligi, konformlik sohasi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar.

1. Darajali funksiyaning umumiy ko'rinishi qanday.
2. Darajali funksiyaning qutb koordinataoaridagi ko'rinishi qanday.
3. Darajali funksiyaning konformlik sohasini ayting.
4. Juqovskiy funksiya nima?
5. Juqovskiy funksiyaning konformligi.

Adabiyotlar: [1]. 78-90 betlar. [2] 54-69 betlar. [3] 93-99 betlar.

10-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Ko'rsatkichli funksiyalar" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Ko'rsatkichli funksiyalar.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan ko'rsatkichli funksiyalar to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, ko'rsatkichli funksiyalar bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnolo-giyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib

5 minut	axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.		toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Ko'rsatkichli funksiyalar ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib	Mavzu bo'yicha ko'rsatkichli funksiyalar, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.

	boradi.		
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2-qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlash-tirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha, ko'rsatkichli funksiyalar	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarni rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.
--	---	---	--

Mavzu: Ko'rsatkichli funksiyalar

1-qism. Ko'rsatkichli funksiyalar.

Ushbu

$$e^z = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n$$

ko'rinishidagi funksiyaga ko'rsatkichli funksiya deyiladi, bunda $z \in \mathbb{C}$.

$\forall z \in \mathbb{C}$ son uchun limitni mavjudligini isbot qilamiz.

$$\left| \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n \right| = \left| \left(1 + \frac{x+iy}{n}\right)^n \right| = \left| \left(1 + \frac{x}{n}\right) + i \frac{y}{n} \right|^n = \left[\left(1 + \frac{x}{n}\right)^2 + \left(\frac{y}{n}\right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} = \left[1 + \frac{2x}{n} + \frac{x^2 + y^2}{n^2} \right]^{\frac{n}{2}}$$

shuning uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{2xn + x^2 + y^2}{n^2}\right)^{\frac{n^2}{2nx + x^2 + y^2}} \right]^{\frac{2nx + x^2 + y^2}{2n}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2nx + x^2 + y^2}{2n}} = e^x$$

$$\arg \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = n \arg \left(1 + \frac{z}{n}\right) = n \arctg \frac{\frac{y}{n}}{1 + \frac{x}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \arg \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \arg \left(1 + \frac{z}{n}\right) = n \arctg \frac{\frac{y}{n}}{1 + \frac{x}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctg \frac{\frac{y}{n}}{1 + \frac{x}{n}}}{\frac{1}{n}}$$

Lopital qoidasiga ko'ra

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{y}{n}}{1 + \frac{x}{n}}\right)^2}}{-\frac{1}{n^2}} \cdot \frac{-\frac{y}{n^2} \left(1 + \frac{x}{n}\right) - \frac{y}{n} \left(-\frac{x}{n^2}\right)}{\left(1 + \frac{x}{n^2}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y \left(1 + \frac{x}{n}\right) - \frac{xy}{n}}{\left(1 + \frac{x}{n}\right)^2} = y.$$

Demak,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \arg \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = y$$

shunday qilib

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n$$

mavjud ekan. Demak,

$$e^z = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = e^x (\cos y + i \sin y)$$

ya'ni

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

formula o'rinli ekan.

$x = 0$ desak

$$e^{iy} = \cos y + i \sin y$$

Eyler formulasini hosil qilamiz.

Xossalari.

1) $\forall z \in \mathbb{C}$ nuqtada $W = e^z$ funksiya xosilaga ega, chunki

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = e^x \cos y$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} = e^x \sin y$$

Koshi-Riman shartlari bajariladi. (u, v – lar differinsiollanuvchi).

$$(e^z)' = \frac{\partial}{\partial x}(e^z) = \frac{\partial}{\partial x}(e^x (\cos y + i \sin y)) = e^x (\cos y + i \sin y) = e^z$$

$$|e^z| = e^z = e^{\operatorname{Re} z}$$

bo'lganligi uchun hamda $e^x > 0$ ekanligidan

$$\left| (e^z)' \right| = |e^z| = e^x > 0$$

ekanligi kelib chiqadi.

2) $W = e^z$ akslantirish barcha $z \in \mathbb{C}$ nuqtalarda konformdir.

3) $\forall z_1, z_2$ nuqtalar uchun.

$$e^{z_1+z_2} = e^{z_1} e^{z_2}$$

haqiqatan ham

$$\begin{aligned} e^{z_1} e^{z_2} &= e^{x_1} (\cos y_1 + i \sin y_1) \cdot e^{x_2} (\cos y_2 + i \sin y_2) = e^{x_1+x_2} (\cos(y_1+y_2) + i \sin(y_1+y_2)) = \\ &= e^{x_1+x_2+i(y_1+y_2)} = e^{z_1+z_2} \end{aligned}$$

4) e^z funksiya mavhum davrga ega bo'lib, uni asosiy davri $2\pi i$ ga teng

Haqiqatan ham

$$e^{2k\pi i} = \cos(2k\pi) + i \sin(2k\pi) = 1$$

bo'lganligi uchun.

3) xossaga ko'ra

$$e^{z+2k\pi i} = e^z e^{2k\pi i} = e^z$$

ikkinchi tomondan agarda $e^{z+T} = e^z$ bo'lsa, bu tenglikning ikkala tomonini e^{-z} ga ko'paytirsak e^T ni xosil qilamiz. $T = T_1 + iT_2$ bo'lsa,

$$e^{T_1} (\cos T_2 + i \sin T_2) = 1$$

bundan

$$\cos T_2 = 1$$

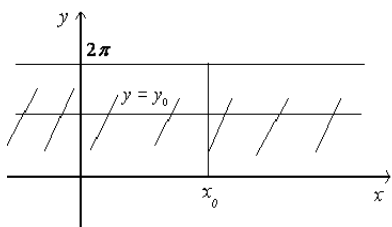
$$\sin T_2 = 0$$

ekani kelib chiqadi.

Bu tenglikni echsak $T_1 = 0$, $T_2 = 2k\pi$ larni xosil qilamiz. SHuning uchun $T = T_1 + iT_2 = 0 + i2k\pi = 2k\pi i$.

Agar qandaydir D soha $z_1 - z_2 = 2k\pi i$ tenglikni qanoatlantiradigan z_1, z_2 juftliklarni saqlamasa $W = e^z$ akslantirish bu D sohada bir yaproqli bo'ladi. Chunki $e^z = W$ tenglama z ga nisbatan bir qiymatli aniqlanadi.

Bunday sohaga misol sifatida $D = \{z : 0 < \text{Im } z < 2\pi\}$ polosani olish mumkin.



Bu polosada $\{y = y_0, 0 < y_0 < 2\pi\}$ to'g'ri chiziq $W = e^z$ yoki

$$\rho = e^x$$

$$\psi = y \quad W = \rho e^{i\psi} \quad z = x + iy$$

desak akslantirish natijasida $\{\psi = y_0\}$ nuqta o'tadi.

Xuddi shuningdek $\{x = x_0, 0 < y < 2\pi\}$ interval $W = e^z$ akslantirish natijasida $\{\rho = e^{x_0}, 0 < \psi < 2\pi\}$ bitta nuqtada kesilgan aylanaga o'tadi.

Xulosa. Demak, $D = \{z : 0 < \text{Im } z < 2\pi\}$ polosa musbat yarim o'q chiqarib tashlangan (W) tekislikka aylanar ekan.

$\{z : 0 < \text{Im } z < 2\pi\}$ polosa esa yuqori yarim tekislikka akslanadi.

Tayanch iboralar: Ko'rsatkichli funksiya, ko'rsatkichli funksiya davri, ko'rsatkichli funksiya bir yaproqlilik sohasi.

O'z-o'zini tekshirish uchun sovollar.

1. Ko'rsatkichli funksiya deb nimaga aytamiz?
2. Ko'rsatkichli funksiyaning xossalari nima?
3. Qanday sohalarda funksiya bir yaproqli bo'ladi?

Adabiyotlar: [1]. 91-97 betlar, [2]. 69-72 betlar.

11-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Trigonometrik va giperbolik funksiyalar" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Trigonometrik va giperbolik funksiyalar. Konform akslantirishlar.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Trigonometrik va giperbolik funksiyalar Konform akslantirishlar to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish Trigonometrik va giperbolik funksiyalar, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

	jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Trigonometrik va giperbolik funksiyalar ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Trigonometrik va giperbolik funksiyalar, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan	Mavzu bo'yicha, Trigonometrik va giperbolik funksiyalar	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar himoyasi yuzasidan kushimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Trigonometrik va giperbolik funksiyalar.

1-qism. Trigonometrik va giperbolik funksiyalar.

1-Ta'rif.

Ushbu

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \quad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$\operatorname{tg} z = -i \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{e^{iz} + e^{-iz}}, \quad \operatorname{ctg} z = i \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{e^{iz} - e^{-iz}}$$

ko'rinishdagi funksiyalar trigonometrik funkssiyalar deyiladi. $W = \sin z$ va

$$W = \cos z$$

funksiyalar butun kompleks tekislik C da aniqlangan, $W = \operatorname{tg} z$ funksiya

$$C \setminus \left\{ z \in C : z = k\pi + \frac{\pi}{2}; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \right\}$$

to'plamda $W = \operatorname{ctg} z$ funksiya esa

$$C \setminus \{ z \in C : z = k\pi; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

to'plamda aniqlangan.

$$\text{Quyidagiga} \quad \operatorname{Ch} z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, \quad \operatorname{Sg} z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

$$\operatorname{th} z = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \quad \operatorname{Sth} z = \frac{e^z + e^{-z}}{e^z - e^{-z}}$$

aniqlangan funksiyalar giperbolik funksiyalar deyiladi. Trigonometrik hamda giperbolik funksiyalar o'zaro quyidagi $\cos z = \operatorname{Ch} z$, $\sin z = i \operatorname{Sh} z$, $\operatorname{th} z = -i \operatorname{tg} z$, $\operatorname{Ch} z = \cos iz$, $\operatorname{Sh} z = -i \sin iz$, $\operatorname{Cth} z = i \operatorname{Ctg} z$ munosabatlar bilan bog'langan. Biz ulardan birining, masalan $\operatorname{Sh} z = -i \sin iz$ bo'lishini ko'rsatamiz:

(1) va (2) munosabatlardan foydalanib topomiz:

$$\sin iz = \frac{1}{2i} (e^{i(iz)} - e^{-i(iz)}) = \frac{1}{2i} (e^{-z} - e^z) = -\frac{1}{i} \frac{e^z - e^{-z}}{2} = -\frac{1}{i} \operatorname{Sg} z \quad (1)$$

demak

$$\operatorname{Sh} z = -i \sin iz$$

biz quyida trigonometrik funksiyalarning ba'zi xossalarini keltiramiz.

1. Ushbu

$$1) \sin^2 z + \cos^2 z = 1$$

$$2) \sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cdot \cos z_2 + \cos z_1 \cdot \sin z_2$$

$$3) \cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cos z_2 - \sin z_1 \sin z_2$$

$$4) \sin\left(z + \frac{\pi}{2}\right) = \cos z, \quad \cos\left(z + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin z$$

$$5) \sin(z + \pi) = -\sin z \quad \cos(z + \pi) = -\cos z,$$

bu formulalarning o'rinli bo'lishini ko'rsatish qiyin emas. $W = \sin z$ va $W = \cos z$ funksiyalarning ta'riflaridan foydalanib topamiz:

$$\sin^2 z + \cos^2 z = \left(\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}\right)^2 + \left(\frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2iz} - 2 + e^{-2iz}}{-4} + \frac{e^{2iz} + 2 + e^{-2iz}}{4} = 1$$

kolgan tengliklar ham shunga o'xshash isbotlanadi.

2. $W = \sin z$ toq funksiya, $W = \cos z$ esa juft funksiya bo'ladi.

Bu xossaning o'rinli bo'lishini $W = \sin z$, $W = \cos z$ funksiyalarning ta'riflaridan bevosita kelib chiqadi.

Trigonometrik funksiyalar davriy bo'lib, $W = \sin z$, $W = \cos z$ funksiyalarning davri 2π ga, $W = \operatorname{tg} z$, $W = \operatorname{ctg} z$ funksiyalarning davri esa π ga teng.

Haqiqatan, $W = \sin z$, funksiya ta'rifi hamda $e^{2\pi i} = 1$ bo'lishini e'tiborga olib topamiz:

$$W(z + 2\pi) = \sin(z + 2\pi) = \frac{1}{2i} \left(e^{i(z+2\pi)} - e^{-i(z+2\pi)} \right) = \frac{1}{2i} \left(e^{iz} e^{2\pi i} - e^{-iz} \frac{1}{e^{2\pi i}} \right) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} = \sin z = W(z)$$

demak,

$$\sin(z + 2\pi) = \sin z$$

bu esa $W = \sin z$ davriy funksiya va uning davri 2π ga teng bo'lishini bildiradi.

$$W = \operatorname{tg} z$$

funksiya ta'rifidan foydalanib, ushbu

$$\operatorname{tg}(z + \pi) = -i \frac{e^{i(z+\pi)} - e^{-i(z+\pi)}}{e^{i(z+\pi)} + e^{-i(z+\pi)}} = -i \frac{e^{i\pi} (e^{iz} - e^{-iz} e^{-2\pi i})}{e^{i\pi} (e^{iz} + e^{-iz} e^{-2\pi i})} = -i \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{e^{iz} + e^{-iz}} = \operatorname{tg} z \quad (2)$$

tenglikka kelamiz.

$$\text{Demak } \operatorname{tg}(z + \pi) = \operatorname{tg} z.$$

Shunga o'xshash $W = \cos z$, $W = \operatorname{Ctg} z$ funksiyalarning davriy funksiya ekanligi ko'rsatiladi.

1. $W = \sin z$ va $W = \cos z$ funksiyalar $\forall z \in C$ da xosilaga ega bo'lib $(\sin z)' = \cos z$, $(\cos z)' = -\sin z$ bo'ladi.

$$W = \operatorname{tg} z$$

funksiya

$$\forall z \in C \setminus \left\{ z \in C : z = k\pi + \frac{\pi}{2} : k = 0, \pm 1, \dots \right\}$$

da hosilaga ega bo'lib

$$(\operatorname{tg} z)' = \frac{1}{\cos^2 z} \quad (3)$$

bo'ladi.

$$W = ctgz$$

funksiya

$$\forall z \in \mathbb{C} \setminus \{z \in \mathbb{C} : z = k\pi : k = 0, \pm 1, \dots\}$$

da hosilaga ega bo'lib,

$$(ctgz)' = -\frac{1}{\sin^2 z} \quad (4)$$

bo'ladi .

Haqiqatan ham,

$$(\sin)' = \left(\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \right)' = \frac{1}{2i} (e^{iz} \cdot i + e^{-iz} \cdot i) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} = \cos z$$

$$(\cos)' = \left(\frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \right)' = \frac{1}{2} (e^{iz} \cdot i - e^{-iz} \cdot i) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2} = -\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} = -\sin z$$

xuddi shunga o'xshash (3) va (4) formulalarning to'g'riligi ko'rsatiladi .

Izoh. Xaqiqiy argumentli $y = \sin x$, $y = \cos x$ funksiyalarning qiymatlari $[-1, 1]$ kesmada bo'lishini bilamiz.

Kompleks argumentli $\sin z$, $\cos z$ funksiyalarning qiymatlari modul jixatdan birdan katta bo'lishi ham mumkin:

$$|\cos i| = \frac{1}{2e} + \frac{e}{2} > 1$$

Tayanch iboralar: Ko'rsatkichli funksiya, ko'rsatkichli funksiya davri, ko'rsatkichli funksiya bir yaproqlilik sohasi. trigonometrik funksiya, giperbolik funksiya, trigonometrik funksiyalarni davriyligi .

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Ko'rsatkichli funksiya deb nimaga aytamiz?
2. Ko'rsatkichli funksiya xossalarini ayting.
3. Qanday sohalarda bu funksiya bir yaproqli bo'ladi?
4. Trigonometrik funksiyalar ta'rifini ayting .
5. Giperbolik funksiyalar ta'rifini ayting .
6. Trigonometrik funksiyalarning xossalarini ayting .

Adabiyotlar: [1]. 91-100 betlar. [2] 69-76 betlar.

12-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Integral tushunchasi va uning xossalari. Konform akslantirishlar" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Integral tushunchasi va uning xossalari.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Integral tushunchasi va uning xossalari to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Integral tushunchasi va uning xossalari, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash

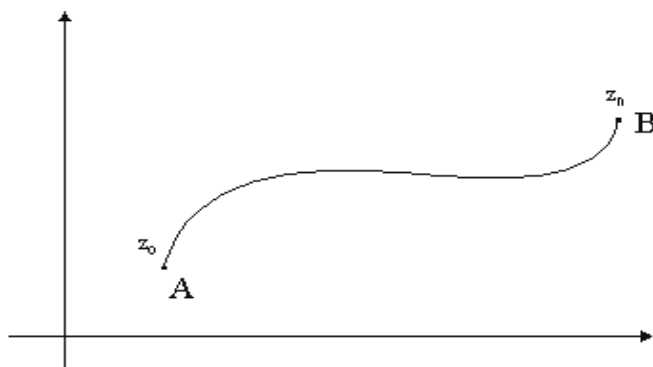
tushunchalar bo'yicha 5 minut	o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	murojaat qilishlariga erishiladi.	malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. Integral tushunchasi va uning xossalari ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Integral tushunchasi va uning xossalari, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich.	Yangi mavzu tayana	Mavzu bo'yicha,	Talabalarda

Aqliy hujum 5 minut	digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Integral tushunchasi va uning xossalari	mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng makbul fikr variantlarini kursatadilar, Fikrlar ximoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Integral tushunchasi va uning xossalari.

1-qism. Integral tushunchasi va uning xossalari.

1. Integral ta'rifi. Kompleks sonlar tekisligi C da biror silliq (bo'lakli silliq) $\gamma = AB$ egri chiziq olaylik.



$\gamma = AB$ egri chiziqni $A = z_0, z_1, \dots, z_n = B$ nuqtalar yordamida n ta $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ bo'laklarga ajratamiz.

γ_k lar ($k = 1, 2, \dots, n$) uzunliklari l_k larning ($k = 1, 2, \dots, n$) eng kattasini λ bilan belgilaymiz:

$$\lambda = \max_{1 \leq k \leq n} l_k$$

Aytaylik, γ egri chiziqda $f(z)$ funksiya berilgan bo'lsin. Har bir γ_k da ixtiyoriy ξ_k nuqta olib, so'ng $f(z)$ funksiyaning shu nuqtadagi $f(\xi_k)$ qiymatini $z_k - z_{k-1}$ ga ko'paytirib, ushbu

$$\sigma = \sum_{k=1}^n f(\xi_k)(z_k - z_{k-1})$$

yig'indini tuzamiz. bu yig'indi $f(z)$ funksiyaning integral yig'indisi deyiladi.

Ravshanki $f(z)$ funksiyaning integral yig'indisi γ egri chiziqning bo'linishiga hamda har bir γ_k dan olingan ξ_k nuqtalarga bog'liq bo'ladi.

1-Ta'rif. Agar $\lambda \rightarrow 0$ da $f(z)$ funksiyaning integral yig'indisi γ egri chiziqning bo'linishiga hamda γ_k bo'lakda ξ_k nuqtaning tanlab olinishiga bog'liq bo'lmagan holda chekli limitga ega bo'lsa, bu limit $f(z)$ funksiyaning γ egri chiziq buyicha integrali deb ataladi va

$$\int_{\gamma} f(z) dz$$

kabi belgilanadi. Demak

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\xi_k)(z_k - z_{k-1}) \quad (1)$$

2. Integralning mavjudligi.

Yuqorida keltirilgan ta'rifdan ko'rinadiki, (1) integral γ egri chiziqqa hamda

unda berilgan $f(z)$ funksiyaga bog'liq bo'ladi.

Faraz qilaylik, $\gamma = AB$ ($\gamma \in C$) egri chiziq

$$z = z(t) = x(t) + iy(t)$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin. Bunda $x(t), y(t)$ funksiyalar $[\alpha, \beta]$ segmentda aniqlangan, uzluksiz hamda uzluksiz $x'(t), y'(t)$ xosilalarga ega ($x'^2(t) + y'^2(t) > 0$) t parametr α dan β ga qarab o'zgarganda $z = z(t)$ nuqta A dan B ga qarab $\gamma = AB$ ni chiza boradi.

γ egri chiziqda $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ funksiya aniqlangan va uzluksiz bo'lsin $[\alpha, \beta]$ segmentni $\alpha = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = \beta$ nuqtalar yordamida n ta bo'lakka ajratamiz $z = z(t)$ funksiya bu nuqtalarni γ egri chiziq nuqtalariga aylantiradi. t_k ($k = \overline{1, n}$) nuqtalarning γ dagi akslarini

$$A = z_0, z_1, \dots, z_n = B$$

deylik natijada bu nuqtalar yordamida γ egri chiziq γ_k bo'laklarga ajraladi, har bir γ_k da ixtiyoriy ξ_k ($\xi_k = \zeta_k + i\eta_k$) nuqtani olamiz. Ravshanki,

$$\xi_k = z(\tau_k) \quad (t_{k-1} \leq \tau_k \leq t_k)$$

bo'ladi. Endi ushbu

$$\sigma = \sum_{k=1}^n f(\xi_k)(z_k - z_{k-1}) \quad (2)$$

yig'indini qaraymiz. Bu yig'indida

$$f(\xi_k) = u(\zeta_k, \eta_k) + iv(\zeta_k, \eta_k)$$

$z_k - z_{k-1} = (x_k + iy_k) - (x_{k-1} + iy_{k-1}) = (x_k - x_{k-1}) + i(y_k - y_{k-1}) = \Delta x_k + i\Delta y_k$ bo'lishini e'tiborga olib quyidagini topamiz:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_{k=1}^n [u(\zeta_k, \eta_k) + iv(\zeta_k, \eta_k)] \cdot (\Delta x_k + i\Delta y_k) = \\ &= \sum_{k=1}^n [u(\zeta_k, \eta_k)\Delta x_k - v(\zeta_k, \eta_k)\Delta y_k] + i \sum_{k=1}^n [v(\zeta_k, \eta_k)\Delta x_k + u(\zeta_k, \eta_k)\Delta y_k] \end{aligned} \quad (3)$$

Bu tenglikning o'ng tomonidagi har bir yig'indi $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiyalarning egri chiziqni integrallari uchun integral yig'indilaridir.

Qaralayotgan $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ funksiya γ egri chiziqda uzluksiz.

Binobarin, $u(x, y)$ va $v(x, y)$ funksiyalar ham γ da uzluksiz. Demak bu funksiyalarning γ egri chiziq buyicha integrallari mavjud va u

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n [u(\zeta_k, \eta_k)\Delta x_k - v(\zeta_k, \eta_k)\Delta y_k] = \int_{\gamma} u(x, y)dx - v(x, y)dy$$

$$\dots \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n [v(\zeta_k, \eta_k)\Delta x_k - u(\zeta_k, \eta_k)\Delta y_k] = \int_{\gamma} v(x, y)dx - u(x, y)dy$$

bo'ladi.

(3) da $\lambda \rightarrow 0$ da limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\xi_k)(z_k - z_{k-1}) = \int_{\gamma} u(x, y)dx - v(x, y)dy + i \int_{\gamma} v(x, y)dx + u(x, y)dy$$

bunda esa $\lambda \rightarrow 0$ da σ yig'indi chekli limitga ega va

$$\int_{\gamma} f(z)dz = \int_{\gamma} u(x, y)dx - v(x, y)dy + i \int_{\gamma} v(x, y)dx + u(x, y)dy$$

bo'lishi kelib chikadi.

Natijada quyidagi teorema kelamiz.

1–Teorema: Agar $f(z)$ funksiya γ egri chiziqda uzluksiz bo'lsa, u holda bu funksiyani γ egri chiziq buyicha integrali mavjud va

$$\int_{\gamma} f(z)dz = \int_{\gamma} u(x, y)dx - v(x, y)dy + i \int_{\gamma} v(x, y)dx + u(x, y)dy$$

bo'ladi.

3. Integralni xossalari.

Yuqorida kurdikki, uzluksiz $f(z)$ kompleks uzgaruvchili funksiyani γ egri chiziq buyicha integrali egri chiziqli integralga kelar ekan.

Shuning uchun $f(z)$ funksiya integrali ham egri chiziqli integrallar xossalari kabi xossalarga ega bo'ladi.

$$1) \quad \int_{\gamma} af(z)dz = a \int_{\gamma} f(z)dz, \quad a \in C, \quad a = \text{const}$$

o'ng tomondagi integralni mavjudligidan chap tomondagi integralni mavjudligi kelib chiqadi.

$$2) \quad \int_{\gamma} (f(z) \pm g(z))dz = \int_{\gamma} f(z)dz + \int_{\gamma} g(z)dz$$

o'ng tomondagi integralni mavjudligidan chap tomondagi integralni mavjudligi kelib chikadi.

3) Agar $f(z)$ funksiya γ egri chiziq bo'yicha integrallanuvchi bo'lib

$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \quad (\gamma_1 \cap \gamma_2 = \emptyset)$$

bo'lsa, u holda

$$\int_{\gamma} f(z)dz = \int_{\gamma_1} f(z)dz + \int_{\gamma_2} f(z)dz$$

bo'ladi.

4) Agar $f(z)$ funksiya γ egri chiziq bo'yicha integrallanuvchi bo'lib

bo'lsa, u holda

$$\int_{\gamma^-} f(z)dz = - \int_{\gamma} f(z)dz$$

bo'ladi.

5) Agar $f(z)$ funksiya γ egri chiziqda uzluksiz bo'lsa, u holda

$$\left| \int_{\gamma} f(z)dz \right| \leq \int_{\gamma} |f(z)| \cdot |dz|$$

bo'ladi, bunda $|dz| = \sqrt{dx^2 + dy^2}$

Agar $M = \max_{\gamma} |f(z)|$ bo'lsa

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz \right| \leq M \cdot l(\gamma)$$

bo'ldi, bunda $l(\gamma)$ – γ egri chiziqli uzunligi.

6) Faraz qilaylik, $f(z)$ $D \subset C$ sohada uzluksiz bo'lib, $\gamma \subset D$ bo'lakli silliq egri chiziqli bo'lsin. U holda $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham D sohaga tegishli bo'lgan shunday P silliq chiziqli topiladiki,

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz - \int_P f(z) dz \right| < \varepsilon$$

bo'ladi.

4⁰. Integralni hisoblash.

Aytaylik, C da γ egri chiziqli ushbu

$$z = z(t) = x(t) + iy(t) \quad (\alpha \leq t \leq \beta)$$

tenglama bilan berilgan bo'lib $x(z)$, $y(z)$ funksiyalar $[\alpha, \beta]$ segmenda aniqlangan, uzluksiz hamda uzluksiz $x'(t)$, $y'(t)$ xosilarga ega bo'lsin. Bu egri chiziqlida $f(z)$ funksiya berilgan va uzluksiz bo'lsin, u holda

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\alpha}^{\beta} f(z(t)) z'(t) dt \quad (*)$$

bo'ladi. Bu formula integralni hisoblash formulasi.

Izox. (*) tenglik bilan berilgan integralni kompleks argumentli funksiya integrali ta'rifi sifatida qarash mumkin.

Misol.

$$J_n = \int_{\gamma} (z - a)^n dz, \quad n \in Z$$

$$\gamma = \{z \in C : |z - a| = \rho, \rho > 0\}$$

γ – aylananing tenglamasi quyidagicha

$$z = z(t) = a + \rho e^{it} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

$$dz = d(a + \rho e^{it}) = i\rho e^{it} dt$$

$$J_n = \int_{\gamma} (z - a)^n dz = i\rho^{n+1} \int_0^{2\pi} e^{it(n+1)} dt$$

Agar $n \neq -1$ bo'lsa

$$J_n = i\rho^{n+1} \int_0^{2\pi} e^{it(n+1)} dt = i\rho^{n+1} \frac{e^{it(n+1)}}{i(n+1)} \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Agar $n = -1$

$$J_n = i \int_0^{2\pi} e^{it \cdot 0} dt = 2\pi i$$

Demak,

$$\int_{\gamma} (z-a)^n dz = \int_{|z-a|=\rho} (z-a)^n dz = \begin{cases} 0 & n \neq -1 \\ 2\pi i & n = -1 \end{cases}$$

Tayanch iboralar: Integral ta'rifi, integralning mavjudligi, integralni xossalari, integralni hisoblash. Golomorf funksiya, bir bog'lamli soha, silliq chiziq, yopiq chiziq, integral, orentirlangan yo'nalish.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Integral ta'rifi.
2. Integral xossalarini ayting.

Adabiyotlar: [1] 101-117 betlar, [2] 68-75 betlar, [3] 111-134 betlar, [4] 81-87 betlar, [5] 143-155 betlar.

13-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Koshi teoremasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Koshi teoremasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Koshi teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Koshi teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi. Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash. Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib

bo'yicha 5 minut	o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	qilishlariga erishiladi.	toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 minut	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. Koshi teoremasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Koshi teoremasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar	Mavzu bo'yicha, Koshi teoremasi	Talabalarda mustaqillik, faollik,

5 minut	bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Koshi teoremasi.

1-qism. Koshi teoremasi.

Demak biz bilamiz: $\oint_{\Gamma} P(z)dz = 0$ $P(z)$ – polinom.

Savol tug'iladi Golomorf funksiyadan olingan integral nolga tengmi yoki yo'q.
Bunga Koshi teoremasi javob beradi.

Javob salbiy. Agar f faqat Γ ni ustida golomorf bo'lsa.

Masalan:

$$\int_{|z-a|=2} \frac{dz}{z-a} = 2\pi i \neq 0$$

demak yo'q.

1). Koshi teoremasi.

Teorema: Agar $f(z)$ funksiya bir bog'lamli D sohada ($D \subset C$) golomorf bo'lsa, u holda $f(z)$ funksiyaning D sohada yotuvchi har qanday silliq, (bo'lakli silliq) Γ yopiq chiziq bo'yicha integrali nolga teng bo'ladi:

$$\oint_{\Gamma} f(z)dz = 0$$

Isbot: 1-hol. $\Gamma = \partial\Delta$ – uchburchak chegarasi bo'lgan hol. Bu uchburchakni perimetri P ga teng bo'lsin. Teskarisini faraz qilamiz, ya'ni teorema shartlari bajarilsinu, lekin

$$\left| \oint_{\partial\Delta} f(z)dz \right| = M > 0$$

bo'lsin.

Δ -uchburchakni, uning tamonlari o'rtalarini birlashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmalari yordamida 4 ta

$$\Delta^{(1)}, \Delta^{(2)}, \Delta^{(3)}, \Delta^{(4)}$$

uchburchaklarga ajratamiz.

Natijada quyidagi munosabatga kelimiz

$$\oint_{\partial\Delta} f(z)dz = \oint_{\partial\Delta^1} f(z)dz + \oint_{\partial\Delta^2} f(z)dz + \oint_{\partial\Delta^3} f(z)dz + \oint_{\partial\Delta^4} f(z)dz$$

ravshanki,

$$M = \left| \oint_{\partial\Delta} f(z)dz \right| \leq \left| \oint_{\partial\Delta^1} f(z)dz \right| + \left| \oint_{\partial\Delta^2} f(z)dz \right| + \left| \oint_{\partial\Delta^3} f(z)dz \right| + \left| \oint_{\partial\Delta^4} f(z)dz \right|$$

bu tengsizlikning o'ng tamonidagi qo'shiluvchilardan kamida bittasi $\frac{M}{4}$ dan kichik bo'lmaydi, shu uchburchakni Δ_1 deb belgilaymiz, ya'ni

$$\left| \oint_{\partial\Delta_1} f(z)dz \right| \geq \frac{M}{4}$$

Δ_1 - uchburchakning perimetri $\frac{P}{2}$ ga teng.

Endi Δ_1 uchburchakka yuqoridagi usul bilan yana 4 ta

$$\Delta_1^{(1)}, \Delta_1^{(2)}, \Delta_1^{(3)}, \Delta_1^{(4)}$$

uchburchaklarga ajratamiz. Bu uchburchaklar orasida shunday Δ_2 uchburchakning perimetri $\frac{P}{2^2}$ ga teng.

Bu jarayonni cheksiz davom ettira boramiz.

Natijada: $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n, \dots$ uchburchaklar ketma-ketligi xosil bo'ladi. Bu uchburchaklar ketma-ketligi uchun:

1) $\Delta_1 \supset \Delta_2 \supset \Delta_3 \supset \dots \supset \Delta_n \supset \dots$

2) Δ_n uchburchakning perimetri $\frac{P}{2^n}$ ga teng va $n \rightarrow \infty$ da $\frac{1}{2^n} \rightarrow 0$;

3) har bir Δ_n ($n=1,2,\dots$) uchburchak uchun

$$\left| \int_{\partial \Delta_n} f(z) dz \right| \geq \frac{M}{4^n} \quad (1)$$

bo'ladi.

1) va 2) tasdiqlardan barcha $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_n, \dots$ uchburchaklarga tegishli bo'lgan yagona z_0 nuqta ($z_0 \in D$) mavjud bo'lishi kelib chiqadi.

Shartlarga ko'ra $f(z)$ funksiya z_0 nuqtada holomorf. Demak, $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\delta = \delta(\varepsilon)$ son topiladiki,

$$|z - z_0| < \delta$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha z lar uchun

$$\left| \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0} - f'(z_0) \right| < \varepsilon,$$

ya'ni

$$|f(z) - f(z_0) - f'(z_0)(z - z_0)| < \varepsilon |z - z_0|$$

bo'ladi.

Endi biz bilamizki

$$\int_{\partial \Delta_n} dz = 0, \quad \int_{\partial \Delta_n} z dz = 0$$

va n ning etarli katta qiymatlarida

$$\Delta_n \subset \{z \in C : |z - z_0| < S\}$$

bo'ladi.

Demak,

$$\left| \int_{\partial \Delta_n} f(z) dz \right| = \left| \int_{\partial \Delta_n} [f(z) - f(z_0) - f'(z_0)(z - z_0)] dz \right| \leq$$

(2)

$$\leq \int_{\partial \Delta_n} |f(z) - f(z_0) - f'(z_0)(z - z_0)| dz < \varepsilon \int_{\partial \Delta_n} |z - z_0| dz = \varepsilon \frac{P}{2^n} \cdot \frac{P}{2^n} = \varepsilon \cdot \frac{P^2}{4^n}$$

(1) va (2) dan

$$\frac{M}{4^n} \leq \left| \int_{\partial \Delta_n} f(z) dz \right| \leq \varepsilon \cdot \frac{p^2}{4^n}$$

bo'lishi kelib chiqadi. Demak ,

$$M < \varepsilon \cdot p^2.$$

Bu tengsizlik $M > 0$ deb qilingan farazga zid. (chunki ε – ixtiyoriy musbat son). Ziddiyatlik bo'lmasligi uchun $M=0$ bo'lishi kerak.

Shunday qilib $M = 0$, ya'ni

$$\int_{\partial \Delta} f(z) dz = 0$$

bo'ladi.

2) G egri chiziq ko'pburchak konturidan iborat bo'lsin: $\Gamma = P$

Ravshanki. Ko'pburchak chekli sondagi uchburchaklarga ajraladi va

$$\int_P f(z) dz$$

integral esa bu uchburchaklar bo'yicha olingan integrallar yig'indisiga teng bo'ladi. Uchburchalari bo'yicha olingan integrallarning har biri 1) holga binoan nolga teng bo'ladi.

Binobarin,

$$\int_P f(z) dz = 0$$

bo'ladi.

3) Γ egri chiziq ixtiyoriy silliq (bo'lakli silliq) yopiq egri chiziq bo'lsin. Integralning 6-xossasiga ko'ra D sohaga tegishli bo'lgan shunday P ko'pburchak topiladiki,

$$\left| \int_{\Gamma} f(z) dz - \int_P f(z) dz \right| < \varepsilon$$

bo'ladi, bunda ε – ixtiyoriy musbat son 2) holga binoan

$$\int_P f(z) dz = 0$$

demak,

$$\left| \int_{\Gamma} f(z) dz \right| < \varepsilon$$

bundan esa

$$\int_{\Gamma} f(z) dz = 0$$

bo'lishi kelib chiqadi. *Teorema to'liq isbot bo'ldi.*

Natija1. Agar $f(z)$ funksiya bir bog'lamli D sohada ($D \subset C$) golomorf bo'lsa, u holda $f(z)$ funksiyaning integrali integrallash egri chizig'iga bog'liq bo'lmaydi, ya'ni boshlang'ich va oxirgi nuqtalari umumiy hamda D sohada yotuvchi γ_1 va γ_2 egri chiziqlar uchun

$$\int_{\gamma_1} f(z) dz = \int_{\gamma_2} f(z) dz$$

bo'ladi.

2. *Koshi teoremasini umumlashtirish.*

Aytaylik, D ($D \subset C$) chegarlangan bir bog'lamli soha bo'lib, uning chegarasi ∂D silliq (bo'lakli silliq) yopiq egri chiziqdan iborat bo'lsin.

Teorema: Agar $f(z) \in \sigma(D) \cap C(\partial D)$ bo'lsa, u holda

$$\int_{\partial D} f(z) dz = 0$$

bo'ladi.

Bu erda ∂D ni yo'nalishi musbat yo'nalish. $D \subset C$ soha berilgan bo'lsin. D soha chegarasi ∂D ni orientirlangan yo'nalish deb shunday yo'nalishga aytiladiki, bu yo'nalish bo'yicha chegarada harakat qilganda soha har doir chap tamonda qoladi.

Teorema: (Ko'p bog'lamli soha uchun Koshi teoremasi)

Agar $f(z)$ funksiya ko'p bog'lamli D sohada golomorf va $\overline{D}$ da uzluksiz bo'lsa, u holda

$$\int_{\partial D} f(z) dz = 0$$

bo'ladi.

Bu erda integral chegarani orientirlangan yo'nalish bo'yicha olinyapti.

Tayanch iboralar: integral ta'rifi, integralning mavjudligi, integralni xossalari, integralni hisoblash. Golomorf funksiya, bir bog'lamli soha, silliq chiziq, yopiq chiziq, integral, orientirlangan yo'nalishi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

3. Koshi teoremasini ayting.
4. Umumlashgan Koshi teoremasini ayting.
5. Ko'p bog'lamli soha uchun Koshi teoremasini ayting.

Adabiyotlar: [1] 101-117 betlar, [2] 68-75 betlar, [3] 111-134 betlar, [4] 81-87 betlar, [5] 143-155 betlar.

14-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan “Boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi” mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan boshlang'ich funksiya tushunchasi, Koshining integral formulasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, boshlang'ich funksiya tushunchasi, Koshining integral formulasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentatsiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash

tushunchalar bo'yicha 5 minut	o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. Boshlang'ich funksiya tushunchasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi Koshining integral formulasi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich.	Yangi mavzu tayana	Mavzu bo'yicha,	Talabalarda

Aqliy hujum 5 minut	digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi	mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Boshlang'ich funksiya tushunchasi. Koshining integral formulasi.

1-qism. Boshlang'ich funksiya tushunchasi.

Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya D sohada ($D \subset \mathbb{C}$) aniqlangan bo'lsin.

Ta'rif. Agar D sohada $f(z)$ funksiya shu sohada golomorf bo'lgan $F(z)$ funksiyaning xosilasiga teng bo'lsa, ya'ni

$$F'(z) = f(z) \quad (z \in D)$$

bo'lsa, u holda $F(z)$ funksiya D sohada $f(z)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deyiladi.

Agar D sohada $F(z)$ funksiya $f(z)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(z) + c$. (c – ixtiyoriy o'zgarmas son) $f(z)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi.

Xaqiqatan ham

$$(F'(z) + c)' = F'(z) = f(z)$$

Teorema: Agar $f(x)$ funksiya bir bog'lamli D sohada ($D \subset \mathbb{C}_z$) golomorf bo'lsa, u holda $f(x)$ funksiya shu sohada boshlang'ich funksiyaga ega bo'ladi.

Isbot: D sohada z_0 ixtiyoriy z nuqtalarni olib, ularni shu sohada yotuvchi silliq (bo'lakli silliq) chiziq bilan birlashtiramiz.

Unda

$$\int_{z_0}^z f(\zeta) d\zeta$$

integral z ga bog'liq bo'ladi. Uni $F(z)$ orqali belgilaymiz:

$$F(z) = \int_{z_0}^z f(\zeta) d\zeta \quad (1)$$

Koshi teoremasining natijasiga ko'ra bu integral integrallash yo'liga bog'liq bo'lmaydi. Binobarin, $F(z)$ funksiya D sohada qiymatli aniqlanadi.

Endi (1) funksiya D sohada berilgan $f(z)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lishini ko'rsatamiz.

z nuqtaga shunday Δz orttirma beraylikki, $z + \Delta z$ nuqta z nuqtaning D sohaga tegishli etarlicha kichik atrofida yosa. U holda $F(z)$ funksiya orttirmasi uchun quyidagiga ega bo'lamiz.

$$F(z + \Delta z) - F(z) = \int_{z_0}^{z + \Delta z} f(\zeta) d\zeta - \int_{z_0}^z f(\zeta) d\zeta = \int_{z_0}^{z + \Delta z} f(\zeta) d\zeta \quad (\zeta \in D)$$

Bu tenglikning har ikki tomonini Δz ga bo'lamiz:

$$\frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z + \Delta z} f(\zeta) d\zeta \quad (2)$$

Ravshanki

$$\int_{z_0}^{z+\Delta z} f(z) d\zeta = f(z) \cdot \Delta z$$

ya'ni

$$\frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z+\Delta z} f(z) d\zeta = f(z) \quad (3)$$

bo'ladi.

(2) va (3) dan fodalanib

$$\frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} - f(z) = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z+\Delta z} f(\zeta) d\zeta - \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z+\Delta z} f(z) d\zeta = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z+\Delta z} [f(\zeta) - f(z)] d\zeta$$

ifodani topamiz.

Keyingi tengsizlikdan

$$\left| \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} - f(z) \right| \leq \frac{1}{|\Delta z|} \int_{z_0}^{z+\Delta z} |f(\zeta) - f(z)| d\zeta \quad (4)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Ya'na Koshi teoremasining natijasidan foydalanib, z va $z + \Delta z$ nuqtalarini birlashtiruvchi va D sohada yotuvchi chiziqli sifatida shu nuqtalarni birlashtiruvchi kesmani olamiz. Unda ζ ning $[z, z + \Delta z]$ nimaga tegishli bo'lishidan ushbu

$$|z - \zeta| \leq |\Delta z|$$

tengsizlikka ega bo'lamiz.

$f(z)$ funksiya z nuqtada uzluksiz. Demak, $\forall \varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\delta > 0$ son topiladiki, $|\Delta z| < \delta$ bo'lganda

$$|f(\zeta) - f(z)| < \varepsilon$$

bo'ladi. Shuni e'tiborga olib (4) dan topamiz:

$$\begin{aligned} \left| \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} - f(z) \right| &\leq \frac{1}{|\Delta z|} \int_{z_0}^{z+\Delta z} |f(\zeta) - f(z)| d\zeta < \frac{1}{|\Delta z|} \cdot \varepsilon \int_{z_0}^{z+\Delta z} d\zeta = \\ &= \frac{\varepsilon}{|\Delta z|} \cdot |\Delta z| = \varepsilon \end{aligned}$$

Demak,

$$\left| \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} - f(z) \right| < \varepsilon$$

bundan esa

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} = f(z)$$

ya'ni

$$F'(z) = f(z)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Aytaylik $F_1(z)$ va $F_2(z)$ funksiyalarning har biri D sohaga bitta $f(z)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsin. Unda $F_1(z)$ va $F_2(z)$ funksiyalar D sohada bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi. Xaqiqatan ham,

$$F_1'(z) = f(z), \quad F_2'(z) = f(z),$$

bo'lganligidan

$$\Phi'(z) = F_1'(z) - F_2'(z)$$

funksiya uchun

$$\Phi'(z) = 0 \quad (z \in D)$$

bo'ladi. Agar

$$\Phi(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

deyilsa, unda

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

bo'lib, $F(z)$ funksiyaning o'zgarmas ekanligi kelib chiqadi.

Demak,

$$\Phi(z) = F_1'(z) - F_2'(z) = C \quad (C = \text{const})$$

ya'ni

$$F_1'(z) = F_2'(z) + C$$

bo'ladi.

N a t i j a: Faraz qilaylik, $f(z)$ funksiya bir bog'lamli D sohada ($D \subset C_z$) golomorf bo'lsin. U holda

$$\Phi(z) = \int_{z_0}^z f(\zeta) d\zeta + C \quad (5)$$

funksiya D sohada, $f(z)$ ning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi, bunda C – ixtiyoriy kompleks son.

(5) boshlang'ich funksiyaning umumiy ko'rinishini ifodalaydi.

(5) dan, avval $z = z_0$ deb

$$\Phi(z_0) = C$$

so'ngra $z = z_1$ deb

$$\Phi(z_1) = \int_{z_0}^{z_1} f(\zeta) d\zeta + C = \int_{z_0}^{z_1} f(\zeta) d\zeta + \Phi(z_0)$$

tenglidlarni topamiz. Oxirgi tenglikdan esa

$$\int_{z_0}^{z_1} f(\zeta) d\zeta = \Phi(z_1) - \Phi(z_0) \quad (6)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Odatda (6) formula $N - L$ formulasi deyiladi.

Aytaylik, $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalar D sohada golomorf bo'lsin.

Ma'lumki,

$$[f(z) \cdot g(z)]' = f'(z) \cdot g(z) + f(z) \cdot g'(z)$$

bu tenglikni integrallab topamiz:

$$\int_{z_0}^{z_1} [f(z) \cdot g(z)]' dz = \int_{z_0}^{z_1} f'(z) \cdot g(z) dz + \int_{z_0}^{z_1} f(z) \cdot g'(z) dz \quad (7)$$

Agar

$$\int_{z_0}^{z_1} [f(z) \cdot g(z)]' dz = f'(z_1)g(z_1) - f'(z_0)g(z_0) = [f'(\zeta)g(\zeta)]_{z_0}^{z_1}$$

bo'lishini e'tiborga olsak, unda (7) tenglik ushbu

$$\int_{z_0}^{z_1} f'(z) \cdot g'(z) dz = f(z) \cdot g(z) \Big|_{z_0}^{z_1} - \int_{z_0}^{z_1} f'(z) \cdot g(z) dz$$

tenglikka keladi. Bu bo'laklab integrallash formulasidir.

2-qism. Koshining integral formulasi.

Kompleks sonlar tekisligi C da D sohani qaraylik. Uning chegarasi ∂D silliq (bo'lakli silliq) chiziqdan iborat. Bu yopiq egri chiziq musbat yo'nalishda olingan bo'lsin. Aytaylik, $\bar{D}$ da $f(z)$ funksiya aniqlangan bo'lsin,

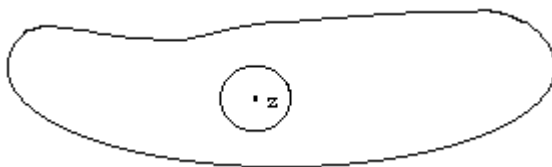
Teorema: Agar $f(z) \in V(D) \cap C(\bar{D})$ bo'lsa, u holda $\forall z \in D$ nuqta uchun

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} \quad (1)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

O'ng tomonda $f(z)$ funksiyamizni faqat chegaradagi qiymatlar ishtrok qilyapti. Demak golomorf funksiya o'zini chegaradagi qiymatlari bilan to'la aniqlanadi.

Isbot:



etarlicha kichik ρ son uchun $U_\rho = \{z : |z' - z| < \rho\}$ doirani qaraymiz ($U_\rho \subseteq D$), u holda $D_\rho = D \setminus \overline{U_\rho}$ sohada $\frac{f(\xi)}{\xi - z}$ funksiya 2 ta golomorf funksiyaning nisbati sifatida (maxraji nolga teng emas) golomorfdir (xattoki $\bar{D}_\rho$ da ham).

Ko'p bog'lamli soha uchun koshi teoremasiga ko'ra

$$\int_{\partial D_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = 0$$

yoki bundan

$$\int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \int_{\partial U_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi \quad (2)$$

endi $\rho \rightarrow 0$ da o'ng tomon $2\pi i f(z)$ ga intilsa bas. Shuni ko'rsatamiz. $f(z)$ funksiya z nuqtada uzluksiz bo'lganligi uchun $\forall \varepsilon > 0$ songa ko'ra, $\exists \delta > 0$ ni $|\xi - z| = \rho < \delta$ bo'lganda $|f(\xi) - f(z)| < \varepsilon$ tengsizlik bajariladi

$$\begin{aligned} 2\pi i f(z) - \int_{\partial U_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi &= f(z) \int_{\partial U_\rho} \frac{d\xi}{\xi - z} - \int_{\partial U_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \\ &= \int_{\partial U_\rho} \frac{f(z) - f(\xi)}{\xi - z} d\xi \end{aligned} \quad (3)$$

bundan

$$\begin{aligned} \left| 2\pi i f(z) - \int_{\partial U_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi \right| &= \left| \int_{\partial U_\rho} \frac{f(z) - f(\xi)}{\xi - z} d\xi \right| \leq \int_{\partial U_\rho} \frac{|f(z) - f(\xi)|}{|\xi - z|} |d\xi| \leq \\ &\leq \frac{\varepsilon}{\rho} \int_{\partial U_\rho} |d\xi| = \frac{\varepsilon}{\rho} 2\pi\rho = 2\pi\varepsilon \rightarrow 0 \end{aligned}$$

$\rho \rightarrow 0$ da (3) ning chap tomoni nolga intilishi kelib chiqdi. (2) ni chap tomoni ρ ga bog'liq emasligini hisobga olsak

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial U_\rho} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

ni xosil qilamiz. Shartga ko'ra

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

ekan.

Odatda (1) formulaga Koshining integral formulasi deyiladi.

Endi Koshining integral formulasini xususiy holda, chegarasi aylanadan iborat soha uchun keltiramiz. Kompleks tekislik C da ushbu

$$D = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < r, r > 0\}$$

doirani qaraylik ($z_0 \in C$). Ravshanki bu doiraning chegarsi $\partial D = \{z \in C : |z - z_0| = r, r > 0\}$ aylana bo'ladi.

Aytaylik $f(z)$ funksiya $\overline{D}$ to'plamda berilgan bo'lsin.

Teorema: (o'rta qiymat xaqidagi). Agar $f(z) \in V(D) \cap C(\overline{D})$ bo'lsa, u holda

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(z_0 + re^{i\varphi}) d\varphi \quad (4)$$

formula o'rinli bo'ladi.

Isbot: Koshining integral formulasiga ko'ra

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi \quad (5)$$

formula o'rinli.

Ravshanki, markazi $z_0 \in \mathbb{C}$ nuqtada radiusi r bo'lgan ∂D aylanada

$$\xi = z_0 + re^{i\varphi} \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \text{ bo'lib } d\xi = ire^{i\varphi} d\varphi$$

bo'ladi.

Unda

$$\int_{\partial D} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \int_0^{2\pi} \frac{f(z_0 + re^{i\varphi}) \cdot ire^{i\varphi}}{re^{i\varphi}} d\varphi = i \int_0^{2\pi} f(z_0 + re^{i\varphi}) d\varphi \quad (6)$$

bo'ladi. (5) va (6) tenglikdan (4) tenglik kelib chiqadi.

Tayanch iboralar: Boshlang'ich funksiya, Nyuton-Leybnis formulasi, bo'lib integrallash formulasi. Soha, soha chegarasi, sohani yopig'i, golomorf funksiya, Koshining integral formulasi, o'rta qiymat xaqidagi teorema.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Boshlang'ich funksiya ta'rifini ayting?
2. Qachon $f(z)$ funksiya boshlang'ich funksiyaga ega bo'ladi?
3. Boshlang'ich funksiyaning yagonaligini tushuntiring?
4. Boshlang'ich funksiyaning umumiy ko'rinishini ayting?
5. Nyuton-Leybnis formulasini ko'rsating.
6. Soha ta'rifini ayting.
7. Golomorf funksiya ta'rifini ayting.
8. Koshining integral formulasini ayting.
9. O'rta qiymat xaqidagi teoremani ayting.

Adabiyotlar: [1] 17-127 betlar. [2] 90-93 betlar [3] 135-149 betlar, [4] 87-94 betlar, [5] 166-169 betlar.

15-ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

bo'yicha 5 minut	ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	qilishlariga erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muvammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengaytirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, Abel teoremasi mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi	Mavzu bo'yicha, Sonli va funksional qatorlar, darajali	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik,

	ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	qatorlar. Abel teoremasi	tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar. Abel teoremasi.

1-qism. Sonli va funksional qatorlar, darajali qatorlar.

Tarif 1: Ushbu

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n \quad (1)$$

yoki

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-a)^n \quad (2)$$

ko'rinishdagi qatorga darajali qator deyiladi.

c_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) kompleks sonlar darajali qatorning koeffitsientlari deyiladi.

Agar (2) da $z-a = \xi$ desak, u holda (2) ga nisbatan (1) ko'rinishdagi qatorga keladi. Demak (1) ko'rinishdagi qatorni o'rganish etarli.

Darajali qatorning yaqinlashish radiusi va yaqinlashish doirasi.

Teorema. Agar (1) darajali qator z ning ba'zi ($z \neq 0$) qiymatlarida yaqinlashuvchi, ba'zi qiymatlarida uzoqlashuvchi bo'lsa, u holda shunday yagona R ($R > 0$) son topiladiki (1) qator

$$\{z \in C : |z| < R\}$$

doirada yaqinlashuvchi,

$$\{z \in C : |z| > R\}$$

sohada esa uzoqlashuvchi bo'ladi.

Isbot: (Mustaqil)

Ta'rif2. Agar (1) darajali qator $\{z \in C : |z| < R\}$ yaqinlashuvchi, $\{z \in C : |z| > R\}$ da uzoqlashuvchi bo'lsa, R son (1) darajali qatorning yaqinlashish radiusi, $\{z \in C : |z| < R\}$ doira esa (1) darajali qatorning yaqinlashish doirasi deyiladi.

E s l a t m a. (1) darajali qator

$$\{z \in C : |z| = R\}$$

aylana nuqtalarida yaqinlashuvchi ham bo'lishi mumkin, uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin.

Teorema. (Koshi-Adamar).

Berilgan

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n \quad (3)$$

Darajali qatorning yaqinlashish radiusi

$$R = \frac{1}{l} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|}} \quad (4)$$

bo'ladi.

(4) da $l=0$ bo'lganda $R=+\infty$, $l=+\infty$ bo'lganda esa $R=0$ deb olinadi.

3. X o s s a l a r i:

1⁰. Agar (1) darajali qatorning yaqinlashish radiusi R ($R>0$) bo'lsa, u holda bu qator

$$\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$$

doirada tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

Isbot. Berilgan darajali qatorning yaqinlashish radiusi R ga teng bo'lganligi sababli, qator

$$\{z \in C : |z| < R\}$$

doirada yaqinlashuvchi bo'ladi.

$$z_0 \in \{z \in C : |z| < R_1 < R\}$$

nuqtalarni olaylik. Ravshanki bu nuqtada darajali qator absolyut yaqinlashuvchi, ya'ni

$$\sum_{n=0}^{\infty} |C_n z_0^n|$$

qator yaqinlashuvchi bo'ladi.

$$\forall z \in \{z \in C : |z| \leq |z_0|\}$$

har doim

$$|C_n z^n| \leq |C_n| |z_0^n| = |C_n z_0^n|$$

bo'lganligidan Veyershtas alomatiga ko'ra

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$$

qator $\{z \in C : |z| \leq R_1 < R\}$ da tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

N a t i j a 2. (1) darajali qator yigindisi

$$\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$$

da uzliksiz funksiya bo'ladi.

2⁰. Agar (1) darajasi qatorning yaqinlashish radiusi R ($R>0$) bo'lsa, u holda bu qatorni $\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$ da xadlab differensiallash mumkin.

T e y l o r q a t o r i.

Aytaylik

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n$$

darajali qator berigan bulib uning yaqinlashish radiusi R ($R>0$) bo'lsin. Ravshanki bu qator

$$\{z \in C : |z - z_0| < R\}$$

doirada yaqinlashuvchi bo'ladi. Berilgan darajali qatorni yigindisi $f(z)$ deylik:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n \quad (5)$$

yuqorida keltirilgan darajali qatorning 2^0 xossasidan foydalanib (5) qatorni ketma-ket differensiallaymiz:

$$f'(z) = C_1 + C_2 \cdot 2(z - z_0) + \dots$$

$$f''(z) = C_2 \cdot 3 \cdot 2(z - z_0) + \dots$$

Bu tengliklarda $z = z_0$ deb olamiz.

$$f(z_0) = C_0$$

$$f'(z_0) = C_1$$

$$f''(z_0) = 2C_2$$

$$f'''(z_0) = 3 \cdot 2C_3$$

$$-----$$

$$f^{(n)}(z_0) = n!C_n$$

demak,

$$C_0 = f(z_0), C_1 = f'(z_0), C_2 = \frac{f''(z_0)}{2!}, C_3 = \frac{f'''(z_0)}{3!}, \dots, C_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}$$

bo'ladi.

Koefitsientlarning bu qiymatlarini (5) ga qo'ysak

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} (z - z_0)^n \quad (6)$$

bo'ladi. Odatda (6) darajali qator Teylor qator deyiladi.

Xulosa: Darajali qator o'zini yaqinlashish sokasida absolyut yaqinlashadi, ichida esa tekis yaqinlashadi. Yaqinlashish sohasini chegarasida xar xil hollar ro'y berishi mumkin.

Misollar:

$$1. \frac{1}{1-z} = S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k \quad R=1. \quad |z| < 1$$

qator doira ichida tekis yaqinlashadi, chegarada uzoqlashadi.

$$2. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k^2} \quad |z| > 1 \quad R=1. \quad \frac{|z|^k}{k^2} \rightarrow \infty$$

$$D = \{ |z| \leq 1 \}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k}$$

$z=1$ da uzoqlashuvchi

$z=-1$ da yaqinlashuvchi

$$R=1$$

2-qism. Abel teoremasi.

Teorema: (Abel). Agar

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n \quad (1)$$

darajali qator z ning $z = z_0$ ($z_0 \neq 0$) qiymatida yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda bu

qator

$$\{z \in C : |z| < |z_0|\}$$

doirada absolyut yaqinlashuvchi bo'ladi.

Isbot. Shartga ko'ra

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z_0^n \quad (2)$$

sonli qator yaqinlashuvchi. Qator yaqinlashishning zaruriy shartiga ko'ra

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n z_0^n = 0$$

bo'ladi.

Madomiki $\{c_n z_0^n\}$ ketma-ketlik chekli limitga ega ekan, unda bu ketma-ketlik chegaralangan, ya'ni shunday o'zgarmas $M > 0$ son mavjudki, $\forall n \in N$ uchun

$$|c_n z_0^n| \leq M$$

bundan

$$|c_n z^n| = |c_n z_0^n| \cdot \left| \frac{z}{z_0} \right|^n \leq M \left| \frac{z}{z_0} \right|^n \quad (3)$$

endi ushbu

$$\sum_{n=0}^{\infty} |c_n z^n|$$

qator bilan birga quyidagi

$$\sum_{n=0}^{\infty} M \left| \frac{z}{z_0} \right|^n$$

qatorni qaraymiz, ravshanki

$$\sum_{n=0}^{\infty} M \left| \frac{z}{z_0} \right|^n$$

qator yaqinlashuvchi bo'ladi, chunki $\left| \frac{z}{z_0} \right| = q < 1$ geometrik qator (3) ga ko'ra

$\sum_{n=0}^{\infty} |c_n z^n|$ qator $\{z \in C : |z| < |z_0|\}$ doirada yaqinlashuvchi bo'ladi. Demak, berilgan

$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ qator $\{z \in C : |z| < |z_0|\}$ doirada absolyut yaqinlashuvchi. *Teorema isbot bo'ldi.*

Natija 1: Agar

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$$

darajali qator $z = z_1$ nuqtada uzoqlashuvchi bo'lsa, u holda qator $\{z \in C : |z| > |z_1|\}$ sohada uzoqlashuvchi bo'ladi.

Isbot: Berilgan darajali qator $z = z_1$ nuqtada uzoqlashuvchi bo'lsin. Unda bu qator z ning $\{|z| > |z_1|\}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi qiymatlarida ham uzoqlashuvchi bo'ladi, chunki $\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$ qator z ning $\{|z| > |z_1|\}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi biror $z = z^*$ qiymatida yaqinlashuvchi bo'ladigan bo'lsa, Abel teoremasiga binoan bu qator $z = z_1$ nuqtada $(|z_1| < |z^*|)$ ham yaqinlashuvchi bulib koladi. Bu esa $\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$ qatorning $z = z_1$ nuqtada uzoqlashuvchi deyilishiga ziddir.

Demak, berilgan qator $\{z \in C : |z| > |z_1|\}$ da uzoqlashuvchi.
Natija isbot qilindi.

Tayanch iboralar: Darajali qator, Abel teoremasi, yaqinlashish radiusi, yaqinlashish doirasi, Koshi-Adalar teoremasi, Teylor qatori.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Darajali qator ta'rifini ayting.
2. Abel teoremasini ayting.
3. Darajali qator yaqinlashish radiusi va yaqinlashish doirasi deb nimaga aytiladi?
4. Koshi-Adalar teoremasini ayting.
5. Darajali qator xossalari ayting.
6. Teylor qatorini ayting.

Adabiyotlar: [3].135-145 betlar, [4].94-100 betlar, [5].203-218 betlar, [6]. 94 –99 betlar, [7]. 57-69 betlar.

16-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Koshi Adamar teoremasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Koshi Adamar teoremasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Koshi Adamar teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Koshi Adamar teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy

5 minut	jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Koshi Adamar teoremasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Koshi Adamar teoremasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi.	Mavzu bo'yicha, Koshi Adamar teoremasi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib

	Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	olishadi.	toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Koshi Adamar teoremasi.

1-qism. Koshi Adamar teoremasi.

Berilgan

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$$

darajali qatorning yaqinlashish radiusi

$$R = \frac{1}{l} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|}} \quad (1)$$

bo'ladi.

(4) da $l=0$ bo'lganda $R = +\infty$, $l = +\infty$ bo'lganda esa $R = 0$ deb olinadi.

X o s s a l a r i:

1^o. Agar (1) darajali qatorning yaqinlashish radiusi R ($R > 0$) bo'lsa, u holda bu qator

$$\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$$

doirada tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

Isbot. Berilgan darajali qatorning yaqinlashish radiusi R ga teng bo'lganligi sababli, qator

$$\{z \in C : |z| < R\}$$

doirada yaqinlashuvchi bo'ladi.

$$z_0 \in \{z \in C : |z| < R_1 < R\}$$

nuqtalarni olaylik. Ravshanki bu nuqtada darajali qator absolyut yaqinlashuvchi, ya'ni

$$\sum_{n=0}^{\infty} |C_n z_0^n|$$

qator yaqinlashuvchi bo'ladi.

$$\forall z \in \{z \in C : |z| \leq |z_0|\}$$

har doim

$$|C_n z^n| \leq |C_n| |z_0^n| = |C_n z_0^n|$$

bo'lganligidan Veyershtras alomatiga ko'ra

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$$

qator $\{z \in C : |z| \leq R_1 < R\}$ da tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

N a t i j a 2. (1) darajali qator yig'indisi

$$\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$$

da uzliksiz funksiya bo'ladi.

2^o. Agar (1) darajasi qatorning yaqinlashish radiusi R ($R > 0$) bo'lsa, u holda bu

qatorni $\{z \in C : |z| \leq R_1; R_1 < R\}$ da xadlab differensiallash mumkin.

4. Teylor qatori.

Aytaylik

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n$$

darajali qator berigan bo'lib uning yaqinlashish radiusi $R(R>0)$ bo'lsin. Ravshanki bu qator

$$\{z \in C : |z - z_0| < R\}$$

doirada yaqinlashuvchi bo'ladi. Berilgan darajali qatorni yigindisi $f(z)$ deylik:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n. \quad (2)$$

Yuqorida keltirilgan darajali qatorning 2-xossasidan foydalanib (2) qatorni ketma-ket differensiallaymiz:

$$f'(z) = C_1 + C_2 \cdot 2(z - z_0) + \dots$$

$$f''(z) = C_2 \cdot 3 \cdot 2(z - z_0) + \dots$$

bu tengliklarda $z = z_0$ deb olamiz.

$$f(z_0) = C_0$$

$$f'(z_0) = C_1$$

$$f''(z_0) = 2C_2$$

$$f'''(z_0) = 3 \cdot 2C_3$$

$$-----$$

$$f^{(n)}(z_0) = n!C_n$$

demak,

$$C_0 = f(z_0), C_1 = f'(z_0), C_2 = \frac{f''(z_0)}{2!}, C_3 = \frac{f'''(z_0)}{3!}, \dots, C_n = \frac{f^{(n)}(z)}{n!}$$

bo'ladi.

Koefissientlarning bu qiymatlarini (5) ga qo'ysak

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} (z - z_0)^n \quad (3)$$

bo'ladi. Odatda (6) darajali qator Teylor qatori deyiladi.

Xulosa: Darajali qator o'zini yaqinlashish sohasida absolyut yaqinlashadi, ichida esa tekis yaqinlashadi. Yaqinlashish sohasini chegarasida har hil hollar ro'y berishi mumkin.

M i s o l l a r:

$$1. \frac{1}{1-z} = S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k \quad R=1. \quad |z|=1$$

qator doira ichida tekis yaqinlashadi, chegarada uzoqlashadi.

$$2. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k^2} \quad |z| > 1 \quad R = 1. \quad \frac{|z|^k}{k^2} \rightarrow \infty$$

$$D = \{|z| \leq 1\}$$

$$3. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k} \quad z = 1 \text{ da uzoqlashuvchi } z = -1 \text{ da yaqinlashuvchi } R = 1$$

Tayanch iboralar: Koshi-Adalar teoremasi, Teylor qatori.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Koshi-Adalar teoremasini ayting.
2. Teylor qatorini ayting.

Adabiyotlar: [3].135-145 betlar,[4].94-100 betlar,[5].203-218 betlar, [6]. 94 –99 betlar, [7]. 57-69 betlar.

17-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi." mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi..

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi., bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

5 minut	ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi. ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi., tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi	Mavzu bo'yicha, Golomorf funksiyaning istalgan tartibli	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik,

	bosqichdagi ma’ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to’g’ri yo’nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o’quv axborotining qay darajada mukammal o’zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	xosilaga ega bo’lishi.	vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o’rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o’rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma’ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo’lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg’ulotga yakun yasaydi.	O’z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko’rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo’shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas’uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi.

1-qism. Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi.

Agar $f(z) \in v(D)$ ($D \subset C_z$) bo'lsa, u holda $f(z)$ funksiya D da istalgan tartibdagi xosilaga ega bo'lib,

$$f^n(z) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^{n+1}} d\xi \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (1)$$

bo'ladi.

Bu erda $\gamma - D$ sohada yotuvchi (bo'lakli silliq) yopik chiziq bo'lib, z esa γ chiziq bilan chegaralangan sohaga tegishli nuqta.

Isbot. Koshining integral formulasiga ko'ra

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

bo'ladi. z nuqtaga Δz ortirma berib, $f(z)$ funksiya ortirmasini topamiz:

$$\begin{aligned} f(z + \Delta z) - f(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z - \Delta z} - \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(\xi) \left(\frac{1}{\xi - z - \Delta z} - \frac{1}{\xi - z} \right) d\xi = \frac{\Delta z}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)} \end{aligned}$$

unda

$$\frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)} d\xi$$

bo'ladi. Keyingi tenglikni quyidagicha yozib olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^2} d\xi + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)} d\xi - \\ &- \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^2} d\xi = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^2} d\xi + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\Delta z f(\xi) d\xi}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Endi

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\Delta z f(\xi)}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)^2} d\xi$$

integralni baholaymiz. Ravshanki,

$$\left| \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\Delta z f(\xi)}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)^2} d\xi \right| < \frac{|\Delta z|}{2\pi} M \int_{\gamma} \frac{|d\xi|}{|\xi - z - \Delta z||\xi - z|^2}$$

bunda

Agar z nuqtadan γ chiziqqacha bo'lgan masofani $2d$ ($d > 0$) desak, unda $|\xi - z| > d$, $|\xi - z - \Delta z| > d$ bo'lib (agarda $|\Delta z|$ etarlicha kichik bo'lsa.)

$$\left| \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\Delta z f(\xi)}{(\xi - z - \Delta z)(\xi - z)^2} d\xi \right| < \frac{|\Delta z| M l}{2\pi d^3} \quad (3)$$

bo'ladi bu erda $l - \gamma$ chiziq uzunligi.

(3) ni e'tborga olib, $\Delta z \rightarrow 0$ da (2) da limitga o'tib

$$f'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^2} d\xi$$

bo'lishini topamiz.

Endi agar $f'(z)$ funksiyani olib uning uchun yuqoridagi muloxazalarni takrorlasin

$$f''(z) = \frac{2!}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - z)^3} d\xi \quad (4)$$

tenglik hosil bo'ladi.

Xuddi shu yo'l bilan 3 chi 4 chi va hakozo tartibdagi xosilalarni mavjudligi ko'rsatiladi. $f(z)$ funksiyaning n -tartibli xosilasi uchun (1) ni o'rinli bo'lishi matematik induksiya usuli yordamida isbotlanadi.

Natija 1. Agar $f(z) \in \mathcal{O}(D)$ ($D \subset \mathbb{C}_z$) bo'lsa, $f'(z) \in \mathcal{O}(D)$ bo'ladi.

Natija 2. Agar $f(z)$ funksiya D sohada boshlangich funksiya ega bo'lsa, u holda $f(z)$ D sohada golomorf bo'ladi.

Tayanch iboralar: Golomorf funksiya, boshlang'ich funksiya, soha, bir bog'lamli soha.

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar.

- 1) Golomorf funksiyaning istalgan tartibli xosilaga ega bo'lishi.
- 2) Golomorf funksiya ta'rifi.

Adabiyotlar: [1].203-218 betlar, [2]. 94 –99 betlar, [3]. 57-69 betlar.

18-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Funksiyani Teylor qatoriga yoyish" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Funksiyani Teylor qatoriga yoyish.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan funksiyani Teylor qatoriga yoyish to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, funksiyani Teylor qatoriga yoyish, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mexnat qilish,

	tushuntirib beradi.		mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Funksiyani Teylor qatoriga yoyish ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Funksiyani Teylor qatoriga yoyish, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan	Mavzu bo'yicha, funksiyani Teylor qatoriga yoyish	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Funksiyani Teylor qatoriga yoyish.

1-qism. Funksiyani Teylor qatoriga yoyish.

Agar $f(z) \in \mathcal{O}(D)$ ($D \subset \mathbb{C}_z$) bo'lsa, u holda $a \in D$ nuqtada (a nuqta atrofida)

$$\bigcup_{\rho}(a) = \{z \in \mathbb{C}_z : |z - a| < \rho, \rho > 0\} \subset D$$

Teylor qatoriga yoyiladi:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z-a)^n$$

Isbot. $\bigcup_{\rho}(a)$ ning chegarasini γ deylik. $\gamma = \{z \in \mathbb{C}_z : |z - a| = \rho, \rho > 0\}$ bo'ladi. Avvalo

$$\frac{1}{\xi - z} = \frac{1}{\xi - a - (z - a)} = \frac{1}{(\xi - a) \left(1 - \frac{z - a}{\xi - a}\right)}$$

deb yozib, so'ng

$$\frac{1}{1 - \frac{z - a}{\xi - a}} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z - a}{\xi - a} \right)^n$$

bo'lishini e'tiborga olib topamiz:

$$\frac{1}{\xi - z} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z - a}{\xi - a} \right)^n$$

bu geometrik qator bo'lib uning mahraji

$$\frac{z - a}{\xi - a}$$

ga teng.

Ravshanki, $\xi \in \gamma$ uchun quyidagi tengsizlik

$$\left| \frac{z - a}{\xi - a} \right| = \frac{|z - a|}{\rho} = q < 1$$

o'rinli. Demak, (4) qator yaqinlashuvchi (6) tenglikning har ikki tomonini

$$\frac{1}{2\pi i} f(\xi)$$

ga ko'paytirib, so'ng γ chiziq bo'yicha integrallab, ushbu

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} (z - a)^n d\xi$$

tenglikka kelamiz. Yuqoridagi munosabatlardan

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} (z - a)^n d\xi \quad (1)$$

bo'lishi kelib chiqadi. Integral ostidagi

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} (z - a)^n$$

qatorning hadlari uchun

$$\left| \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} (z - a)^n \right| < \frac{1}{\rho} M q^n \quad (n=1,2,\dots) \quad \left(M = \max_{\gamma} |f(\xi)| \right)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Ravshanki, $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{M}{\rho} q^n$ ($q < 1$) qator yaqinlashuvchi.

Unda Veyershtass alomatiga ko'ra

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} (z - a)^n$$

funksional qator γ tekis yaqinlashuvchi bo'ladi. Binobarin bu qatorni hadlab integrallashlash mumkin. Unda (1) tenglik ushbu

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \right] (z - a)^n \quad (2)$$

ko'rinishga keladi. Yuqorida keltirilgan ma'lum teoremaga ko'ra

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi = \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \quad (3)$$

bo'lishini topamiz. Natijada (2) va (3) tengliklardan

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z - a)^n = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - a)^n$$

bo'lishi kelib chiqadi. Bu esa $f(z)$ funksiyani Teylor qatoriga yoyilganini bildiradi.

Natija 3. Agar $f(z)$ funksiya yopiq doirada golomorf bo'lib bu doiraning chegarasi $\gamma = \partial \cup_{\rho}(a)$ aylanadi $|f(z)| \leq M$ ($M = \text{const}$) bo'lsa, u holda $f(z)$ funksiya Teylor qatorining C_n koeffisientlari uchun

$$|C_n| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Xaqiqatan ham, (3) formuladan bo'lishi kelib chiqadi.

Tayanch iboralar: Teylor qatori, sonli qator, funksional qator.

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar.

1. Teylor qatori.
2. Sonli qator ta'rifi.

Adabiyotlar: [1]. 210-218 betlar, [2]. 90 –109 betlar, [3]. 60-78 betlar.

19-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Liuvill teoremasi. Morera teoremasi." mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Liuvill teoremasi. Morera teoremasi..

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Liuvill teoremasi. Morera teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Liuvill teoremasi. Morera teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda

	tushuntirib beradi.		ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Liuvill teoremasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Liuvill teoremasi. Morera teoremasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, Morera teoremasi mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi	Mavzu bo'yicha, Liuvill teoremasi. Morera teoremasi.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik,

	bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Liuvill teoremasi. Morera teoremasi.

1-qism. Liuvil teoremasi.

Agar $f(z) \in \mathcal{O}(C)$ bo'lib u chegaralangan bo'lsa, $f(z)$ funksiya C da o'zgarmas bo'ladi.

Isbot. Golomorf funksiyaning xossasiga ko'ra $f(z)$ funksiya $|z-a| < \rho$ doirada $z-a$ ning diransalari bo'yicha Teylor qatoriga yoyiladi.

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n$$

bunda

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi)}{(\xi-a)^{n+1}} d\xi$$

Koshi tengsizligi (10) ga binoan $|f(z)| \leq M$ bo'ladi. $f(z) \in \mathcal{O}(C)$ bo'lgani uchun bu tengsizlikda ρ ni istaganicha katta qilib olish mumkin. Shuning uchun $n=1,2,3,\dots$

bo'lganda $\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{M}{\rho^n} = 0$ ($n=1,2,3,\dots$) bo'ladi. Ayni paytda (10) tengsizlikning chap

tomoni ρ ga bog'liq emas. Binobarin $n=1,2,3,\dots$ bo'lganda $C_n = 0$ ($n=1,2,3,\dots$) bo'ladi. Demak, C da $f(z) = c_0$ ($c_0 = \text{const}$)

2-qism. Morera teoremasi.

Faraz qilaylik $f(z)$ funksiya bir bog'lamli D sohada $D \subset \mathbb{C}_z$ aniqlangan va uzluksiz bo'lib, γ esa shu D sohada yotuvchi ixtiyoriy silliq (bo'lakli silliq) yopiq chiziq bo'lsin. Agar $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ bo'lsa, u holda $f(z)$ funksiya D sohada golomorf bo'ladi.

Isbot. Teoremada keltirilgan shart bajarilganda funksiya D sohada boshlang'ich $F(z)$ funksiyaga ega bo'lib, $F(z)$ funksiya D da C differensiallanuvchi ya'ni golomorf bo'ladi. 3^o-xossaning 1-natijasiga ko'ra $F'(z)$ ham D sohada golomorf bo'ladi. Ayni paytda $F'(z) = f(z)$ bo'lganligi sababli

$$f(z) \in \mathcal{O}(D)$$

bo'ladi.

Tayanch iboralar: Boshlang'ich funksiya, soha, bir bog'lamli soha, funksional qator.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar.

1. Liuvil teoremasi.
2. Morera teoremasi.

Adabiyotlar: [1].103-118 betlar, [2]. 98 –102 betlar, [3]. 54-69 betlar.

20-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlo v 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mexnat qilish,

	tushuntirib beradi.		mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Yagonalik teoremasi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha yagonalik teoremasi. Veyershtass teoremasi, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, Veyershtass teoremasi mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini	Mavzu bo'yicha, yagonalik teoremasi. Veyershtass teoremasi	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va

	tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Yagonalik teoremasi. Veyershtass teoremasi.

1-qism. Yagonalik teoremasi.

Faraz qilaylik $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalar D sohada $D \subset \mathbb{C}_z$ golomorf bo'lsin.

Teorema. Agar bu funksiyalar D sohaga tegishli va hech bo'lmaganda bitta limit nuqta $z_0 (z_0 \in D)$ ga ega

bo'lgan E to'plamda ($E \subset D$) $f(z) = g(z), (z \in D)$

bir-biriga teng

bo'lsa, u holda $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalar D sohada aynan bir-biriga teng bo'ladi:

Isbot. Modomiki, z_0 nuqta E to'plamning limit nuqtasi ekan, unda E to'plamga tegishli turli $z_1, z_2, \dots, z_n \in E$, $n = 1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan tuzilgan va z_0 ga intiluvchi.

$$\forall z \in E \text{ da } f(z) = g(z)$$

bo'lgani uchun $f(z_n) = g(z_n)$, ($n = 1, 2, 3, \dots$)

bo'ladi.

Endi $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalarni z_0 nuqtaning

$$B = \{z \in C_z : |z - z_0| < \rho, \rho > 0\}$$

atrofida (bunda $\rho < d$, d — esa, z_0 nuqtadan ∂D gacha bo'lgan masofa) Teylor qatoriga yoyamiz:

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z - z_0)^k \quad (1)$$

$$g(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (z - z_0)^k$$

$z_k \rightarrow z_0$ bo'lganligi sababli k ning biror qiymatidan boshlab keyingi z_k lar

$$B = \{z \in C_z : |z - z_0| < \rho, \}$$

doiraga tegishli bo'ladi. Shuning uchun $f(z_k) = g(z_k), (k = 1, 2, 3, \dots)$ bo'lib, (1) dan

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (z_k - z_0)^k = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (z_k - z_0)^k \quad (2)$$

bo'lishi kelib chiqadi. Bu tenglikda $z_k \rightarrow z_0$ da limitga o'tib

$$a_0 = b_0 \quad (3)$$

bo'lishini topalimiz: bu (3) tenglikni e'tiborga olib (2) ni har ikkala tomonini $z_k - z_0$ ga bo'lsak, unda

$$\text{hosil bo'ladi. } \sum_{k=1}^{\infty} a_k (z_k - z_0)^{k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} b_k (z_k - z_0)^{k-1} \quad (4)$$

Keyingi tenglikda $z_k \rightarrow z_0$ da limitga o'tib

$$a_1 = b_1 \quad (5)$$

bo'lishini topamiz bu (5) tenglikni e'tiborga olib, (4) ning har ikkala tomonini $z_k - z_0$ ga bo'lsak, unda

$$\sum_{k=2}^{\infty} a_k (z_k - z_0)^{k-2} = \sum_{k=2}^{\infty} b_k (z_k - z_0)^{k-2}$$

hosil bo'ladi. So'ng $z_k \rightarrow z_0$ da limitga o'tib,

$$a_2 = b_2$$

bo'lishini topamiz.

Bu jarayoni davom ettira borib

$$a_k = b_k, \quad k = 3, 4, 5, \dots$$

bo'lishini topamiz.

Shundan qilib

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z_k - z_0)^k$$

$$g(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (z_k - z_0)^k$$

lar uchun

$$a_k = b_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

bo'ladi. Demak, $B = \{z \in C_z : |z - z_0| < \rho, \}$ doirada

$$f(z) = g(z)$$

bo'ladi.

D sohada ixtiyoriy z^* nuqtani olib, z_0 va z^* nuqtalarni D sohada yotuvchi uzluksiz L chiziq bilan birlashtiramiz.

B doirada L egri chiziq qismida biror $\alpha (\alpha \in L)$ nuqtani olamiz so'ng B da α ga intiluvchi

$$t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$$

$$\lim t_k = \alpha$$

ketma-ketlik qaraymiz. Ravshanki,

$$f(t_k) = g(t_k), (k = 1, 2, 3, \dots)$$

bo'ladi.

Endi $f(z)$ va $g(z)$ funksiyalarni α nuqtaning

$$B_1 = \{z \in C_z : |z - \alpha| < \rho_1, \rho_1 > 0\}$$

atrofida (bunda $\rho_1 < d_1$ bo'lib, d_1 - esa L va ∂D chiziqlar orasidagi masofa) Teylor qatorga yoyamiz:

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a'_k (z - \alpha)^k$$

$$g(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b'_k (z - \alpha)^k$$

yuqorida keltirilgan mulohazani takrorlab

$$a'_k = b'_k, (k = 1, 2, 3, \dots)$$

va demak, B_1 doirada

$$f(z) = g(z)$$

bo'lishini topamiz.

α nuqtani L chiziq bo'ylab z^* nuqta tamon siljita borib va yana yuqorida keltirilgan muloxazalarni takrorlab

$$f(z^*) = g(z^*)$$

bo'lishini topamiz.

z^* nuqta D sohaning ixtiyoriy nuqtasi bo'lganligi sababli, D sohada

$$f(z) = g(z)$$

bo'ladi.

2-qism. Veyershtrass teoremasi.

Teorema. Agar

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) = f_1(z) + f_2(z) + f_3(z) + \dots + f_n(z) \quad (6)$$

funksional qatorning har bir $f_n(z), (n = 1, 2, 3, \dots)$ hadi D sohada golomorf bo'lib, bu qator D sohada yotuvchi ixtiyoriy F yopiq to'plamda tekis yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda qator yig'indisi

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) \quad (7)$$

funksiya D sohada golomorf bo'ladi.

Isbot. D sohada ixtiyoriy z_0 nuqtani olib, uning shunday

$$\bigcup_{\delta}(z_0) = \{z \in C_z : |z - z_0| < \delta, \delta > 0\}$$

atrofini qaraymiz. $\overline{\bigcup_{\delta}(z_0)} \subset D$ bo'lsin, shartga ko'ra (6) qator $\overline{\bigcup_{\delta}(z_0)}$ da tekis yaqinlashuvchi demak, qator $\bigcup_{\delta}(z_0)$ da ham tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

$f_n(z), (n = 1, 2, 3, \dots)$ funksiya D sohada golomorf bo'lgani uchun u (6) qatorning har bir hadi $\overline{\bigcup_{\delta}(z_0)}$ da ham golomorf bo'ladi. binobarin $f_n(z), (n = 1, 2, 3, \dots)$ da funksiya $\bigcup_{\delta}(z_0)$ uzluksiz unda qator yig'indisi $f(z)$ funksiya ham $\bigcup_{\delta}(z_0)$ da uzluksiz bo'ladi.

Endi $\bigcup_{\delta}(z_0)$ da yotuvchi yopiq silliq γ chiziqni olaylik ($\gamma \subset \bigcup_{\delta}(z_0)$) (7) qatorni γ chiziq bo'yicha hadlab Yagonalik teoremasi. Veyershtrass teoremasilab topamiz.

$$\int_{\gamma} f(z)dz = \int_{\gamma} \left(\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) \right) dz = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\gamma} f_n(z) dz \quad (8)$$

Koshi teoremasiga ko'ra

$$\int_{\gamma} f_n(z) dz = 0, (n = 1, 2, \dots) \quad (9)$$

bo'ladi. (8) va (9) dan

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0$$

bo'lishi kelib chiqadi. Morera teoremasidan foydalanib $f(z)$ funksiyani $\cup_{\delta}(z_0)$ va demak, z_0 nuqtada holomorfl bo'lishini topamiz. Qaralayotgan z_0 nuqta D sohaning itiyoriy nuqtasi bo'lganligidan $f(z)$ funksiyani D sohada holomorfl bo'lishi kelib chiqadi.

Natija: Yuqorida keltirilgan veyershtass teoremasining sharti bajarilganda

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z)$$

qatorni istalgan marta hadlab differensiallash mumkin bo'lib,

$$f^{(n)}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} f^{(n)}_n(z)$$

bo'ladi.

Tayanch iboralar: Limit nuqta, funksiya noli, m – karrali noli, funksional qator tekis yaqinlashuvchiligi, ketma–ketlik

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar:

- 1) Yagonalik teoremasi.
- 2) Veyershtass teoremasi.

Adabiyotlar: [1]. 103-118 betlar, [2]. 98 –102 betlar, [3]. 54-69 betlar

21-Ma'ruza.
Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan
“Golomorf funksiyaning nollari” mavzusidagi
ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Golomorf funksiyaning nollari.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan golomorf funksiyaning nollari to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, golomorf funksiyaning nollari, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish,

bo'yicha 5 minut	muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1-qismi bayon etiladi. Golomorf funksiyaning nollari ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha golomorf funksiyaning nollari, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2-qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich.	Yangi mavzu tayana	Mavzu bo'yicha,	Talabalarda

Aqliy hujum 5 minut	digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	golomorf funksiyaning nollari	mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Golomorf funksiyaning nollari

1-qism. Golomorf funksiyaning nollari

Faraz qilaylik, biror $f(z)$ funksiyaning kengaytirilgan kompleks tekislikda $\bar{C}$ da, berilgan bo'lib, $a \in \bar{C}$ bo'lsin.

Agar $f(a) = 0$ bo'lsa, a kompleks son $f(z)$ funksiyaning noli deyiladi,

Aytaylik. $f(z)$ funksiya $z = a$ nuqtada golomorf bo'lsin. Bu funksiyaning a nuqta atrofida darajali qatorga yoyamiz:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n \quad (1)$$

Agar $z = a$ nuqta $f(z)$ funksiyaning noli bo'lsa, u holda

$$f(a) = C_0 = 0$$

bo'lib, (1) formula ushbu

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n (z-a)^n$$

ko'rinishga keladi.

Aytaylik (2) da

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{m-1} \quad (2)$$

bo'lib

$$C_m \neq 0$$

bo'lsin. U holda (1) tenglikdan

$$\begin{aligned} f(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n = C_m (z-a)^m + C_{m+1} (z-a)^{m+1} + C_{m+2} (z-a)^{m+2} + \dots = \\ &= (z-a)^m [C_m + C_{m+1} (z-a) + \dots] \end{aligned}$$

bo'lishi kelib chiqadi.

Malumki, $C_i = \frac{f^{(i)}(z)}{i!}$ yuqoridagi (2) munosabatni e'tiborga olib,

$$f^{(i)}(a) = 0, (i = 1, 2, 3, \dots, m-1)$$

bo'lishini topamiz.

Bu holda $z = a$ nuqta $f(z)$ funksiyaning m karrali noli deyiladi.

Shunday qilib, $z = a$ funksiyaning m karrali noli bo'lsa, u holda

$$f(z) = (z-a)^m g(z)$$

bo'lib,

$$g(z) = C_m + C_{m+1}(z-a) + C_{m+2}(z-a)^2 + \dots$$

($g(a) \neq 0$) funksiya $z = a$ nuqtada golomorf bo'ladi.

Aksincha, agar $f(z)$ funksiya quyidagicha

$$f(z) = (z-a)^m g(z)$$

ifodalanib, $g(z)$ funksiya $z = a$ nuqtada golomorf bo'lsa, $z = a$ nuqta $f(z)$ funksiyaning m karrali noli bo'ladi.

$f(z)$ funksiya $z = \infty$ nuqtada golomorf bo'lsin. Bu holda $z = \infty$ nuqta atrofida $f(z)$ funksiya ushbu

$$f(z) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{1}{z^n} \quad (3)$$

qatorga yoyiladi.

$z = \infty$ nuqta $f(z)$ funksiyaning noli bo'lsin. Ravshanki, u holda

$$C_0 = f(\infty) = 0$$

bo'lib, (3) formula ushbu

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{1}{z^n} \quad (4)$$

ko'rinishga keladi.

Aytaylik, (4) formulada

$$C_1 = C_2 = \dots = C_{m-1} = 0$$

bo'lib,

$$C_m \neq 0$$

bo'lsin. Bu holda $z = \infty$ nuqta $f(z)$ funksiyaning m karrali noli bo'ladi. U holda (4) dan

$$\begin{aligned} f(z) &= \sum_{n=m}^{\infty} C_n \frac{1}{z^n} = C_m \frac{1}{z^m} + C_{m+1} \frac{1}{z^{m+1}} + C_{m+2} \frac{1}{z^{m+2}} + \dots = \\ &= \frac{1}{z^m} (C_m + C_{m+1} \frac{1}{z^{m+1}} + C_{m+2} \frac{1}{z^{m+2}} + \dots) = \frac{1}{z^m} \varphi(z) \end{aligned}$$

bo'lishini topamiz. Bu erda

$$\varphi(z) = C_m + C_{m+1} \frac{1}{z^{m+1}} + C_{m+2} \frac{1}{z^{m+2}} + \dots$$

funksiya uchun

$$\varphi(\infty) = C_m \neq 0$$

bo'lib, $\varphi(z)$ funksiya $z = \infty$ nuqtada golomorf bo'ladi.

Aksincha, agar $f(z)$ funksiya quyidagicha

$$f(z) = \frac{1}{z^m} \varphi(z)$$

ifodalanib, $\varphi(z)$ funksiya $z = \infty$ nuqtada golomorf bo'lsa, u holda $z = \infty$ nuqta $f(z)$ funksiyaning m karrali noli bo'ladi.

Teorema. Faraz qilaylik, $f(z)$ funksiya $z = a$ nuqta golomorf bo'lib, shu $z = a$ nuqta $z = a$ funksiyaning noli bo'lsin, $f(a) = 0$ u holda yo $f(z)$ funksiya a nuqtaning biror atrofida aynan nolga teng. $f(z) \equiv 0$ yoki a nuqtaning shunday atrofi topiladiki, bu atrofda $f(z)$ funksiyaning $z = a$ nuqtadan boshqa noli bo'lmaydi.

Isbot. Shunday qilib, $f(z)$ funksiya $z = a$ nuqtada golomorf unda funksiya $z = a$ nuqta atrofida qatorga yoyiladi.

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n \quad (5)$$

Aytaylik, (5) barcha C_n lar nolga teng bo'lsin.

$$C_0 = C_1 = C_2 = \dots = 0$$

ravshanki, bu holda funksiya $z=a$ nuqta atrofida $f(z)$ bo'ladi. Endi (5) $C_0 = C_1 = C_2 = \dots = 0$ bo'lib, $C_m \neq 0$ bo'lsin. Bu holda $z=a$ nuqta $f(z)$ funksiyaning m karrali noli bo'lib, u quyidagicha $f(z) = (z-a)^m g(z)$ ifodalanadi. Bu erda $g(z)$ funksiya $z=a$ nuqtada uzluksiz ham bo'ladi. Unda $g(a) \neq 0$ bo'lganligi sababli $z=a$ nuqtaning shunday atrofi topiladiki, bu atrofda $g(a) \neq 0$ bo'ladi. Binobarin shu atrofda $f(z)$ funksiyaning $z=a$ nuqtadan boshqa nolllari bo'lmaydi.

Tayanch iboralar: Limit nuqta, funksiya noli, m – karrali noli, funksional qator tekis yaqinlashuvchiligi, ketma–ketlik

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Funksiya noli ta'rifi.
2. Funksiyaning m – karrali noli ta'rifi.

Adabiyot: [1].103-118 betlar, [2]. 98 –102 betlar, [3]. 54-69 betlar

22-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan “Loran qatori” mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Loran qatori.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Loran qatori to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Loran qatori bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda

			ijodiy mehnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Loran qatori ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Loran qatori, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham	Mavzu bo'yicha, Loran qatori	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik,

	beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Loran qatori.

1-qism. Loran qatori.

$V = \{z \in \mathbb{C} : r < |z - a| < R\}$ halqada golomorf bo'lgan $f(z)$ funksiyani qatorga yoyish masalasi bilan shug'ullanamiz.

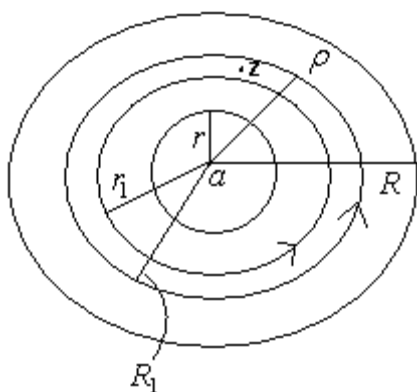
Teorema 1. (Loran) $V = \{r < |z - a| < R\}$ halqada golomorf bo'lgan $f(z)$ funksiya berilgan bo'lsin, u holda $f(z)$ funksiyani yaqinlashuvchi

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n (z - a)^n \quad (1)$$

qator shaklida tasvirlash mumkin.

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=\rho=\gamma_p} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

Isbot:



$$V' = \{r' < |z - a| < R'\} \subset V$$

halqani olamiz. Bunda $r' > r$, $R' < R$.

Koshining integral formulasiga ko'ra, $\forall z \in V'$ uchun

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial V'} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

ifoda o'rinli. $\partial V' = \Gamma' \cup \gamma'$

bo'lgani uchun

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial V'} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma'} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi - \int_{\gamma'} \frac{f(\xi)}{\xi - z} d\xi \quad (3)$$

bunda

$$\Gamma' = \{|\xi - a| = R'\} \quad \gamma' = \{|\xi - a| = r'\}$$

barcha $\xi \in \Gamma'$ uchun

$$\left| \frac{z - a}{\xi - a} \right| = q < 1$$

bo'ladi.

Shuning uchun

$$\frac{1}{\xi - z} = \frac{1}{\xi - a + a - z} = \frac{1}{(\xi - a) \left(1 - \frac{z - a}{\xi - a} \right)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z - a)^n}{(\xi - a)^{n+1}}$$

bu qator Γ' da ξ bo'yicha tekis yaqinlashuvchidir. Bu qatorni ikkala tomonini

$\frac{1}{2\pi} f(\xi)$ chegaralangan funksiyaga ko'paytirsak ham qatorni tekis yaqinlashuvchiligi

o'zgarmaydi.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma'} \frac{f(\xi) d\xi}{(\xi - z)} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - a)^n \quad (4)$$

bunda

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma'} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \quad (5)$$

(3) dagi ikkinchi integralda esa yoyilma boshqacharoq bo'ladi. Barcha $\xi \in \gamma'$ lar uchun

$$\left| \frac{\xi - a}{z - a} \right| = q_1 < 1.$$

Shuning uchun

$$-\frac{1}{\xi - z} = \frac{1}{(z - a) \left(1 - \frac{\xi - a}{z - a} \right)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi - a)^{n-1}}{(z - a)^n}$$

bunda qator $\xi \in \gamma'$ uchun tekis yaqinlashuvchidir. $\xi \in \gamma'$ bo'yicha tenglikni ikkala tomonini $\frac{1}{2\pi i} f(\xi)$ ga ko'paytirib integrallasak

$$-\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma'} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{(z - a)^n} \quad (6)$$

$$d_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma'} f(\xi) (\xi - a)^{n-1} d\xi = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma'} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{-n+1}} d\xi \quad n = (1, 3, \dots) \quad (7)$$

(7) formuladan n ni $-n$ bilan almashtirsak,

$$C_n = d_{-n} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma'} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \quad (n = -1, -2, -3, \dots) \quad (8)$$

u holda (8) yoyilma quyidagi ko'rinishga keladi.

$$-\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma'} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z} = \sum_{n=-1}^{-\infty} C_n (z - a)^n$$

Shunday qilib

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - a)^n + \sum_{n=-1}^{-\infty} C_n (z - a)^n$$

yoyilmaga ega bo'ldik.

Bunda:

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma'} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma'} \frac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}} d\xi \quad n = -1, -2, \dots$$

Koshi teoremasiga ko'ra yuqoridagi integrallar γ' va Γ' larga bog'liq emas.

Shuning uchun Γ' va γ' aylanalar bo'yicha olingan integrallarni $r < \rho < R$ radiusli

$\{ |z - a| = \rho \} = \gamma_\rho$ aylana bilan almashtirish mumkin. Bundan esa (2) kelib chiqadi.

Ta’rif. Koeffisientlari (2) formula bilan aniqlangan (1) qatorga Loran qatori deyiladi.

$$\sum_{n=-1}^{-\infty} C_n (z - a)^n$$

qatorga Loran qatorining bosh qismi deyiladi.

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - a)^n$$

qatorga esa Loran qatorining to’g’ri qismi deyiladi.

Loran qatorining to’g’ri qismi

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - a)^n$$

ning yaqinlashish sohasi $\{ |z - a| < R \}$ doiradan iborat bo’lib, uni yaqinlashish radiusini Koshi–Adamar formulasidan topish mumkin.

$$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|}}$$

Loran qatorini bosh qismi

$$\sum_{n=-1}^{-\infty} C_n (z - a)^n \text{ da } Z = \frac{1}{z - a}$$

o’zgartirish kirisak, $\sum_{n=1}^{\infty} C_{-n} Z^n$ darajasi qatorni yaqinlashish sohasi markazi koordinatalar boshida bo’lgan r_1 radiusli doiradan iborat. Bunda r_1 Koshi–Adamar formulasiga asosan

$$r_1 = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|}}.$$

belgilashimizga asosan $\frac{1}{|z - a|} \leq r_1$ yoki $|z - a| \geq \frac{1}{r_1}$ $\frac{1}{r_1} = r$ desak $|z - a| \geq r$.

Bunda

$$r = \overline{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|}}$$

bo’ladi.

Demak, Loran qatorining bosh qismini yaqinlashish sohasi markazi a nuqtada bo’lgan r radiusli aylanani tashqarisidan iborat bo’ladi.

Umuman olganda $r \geq R$ bo’lishligi ham mumkin.

Agar $r \geq R$ bo’lsa Loran qatorini yaqinlashish sohasi bo’sh to’plamdan iborat bo’ladi. Agar $r \geq R$ bo’lsa, bu soha halqadan iborat bo’ladi. $r = 0$ bo’lsa, bitta $z = a$ nuqtada o’uyilgan doiradan iborat bo’ladi.

Teorema 2. Agar $V = \{ r < |z - a| < R \}$ halqada $f(z)$ funksiya (1) Loran qatori

shaklida tasvirlangan bo'lsa, uni koeffisientlari (2) formula orqali aniqlanadi. Boshqacha qilib aytganda Loran qatorini koeffisientlari yagona yo'l bilan aniqlanadi.

Isbot: $\gamma = \{z - a | r < \rho < R\}$, $r < \rho < R$ aylanani olamiz.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n (z-a)^n = f(z)$$

qator γ aylanada tekis yaqinlashuvchi bo'ladi.

Bu qatorni ikkala tomonini

$$\frac{1}{(z-a)^{n+1}} \quad (n \in 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

ga ko'paytirib hadma-had integrallaymiz.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \int_{\gamma} (z-a)^{k-n-1} dz = \int_{\gamma} f(z) (z-a)^{-n-1} dz$$

Bizga ma'lumki

$$\int_{\gamma} (z-a)^m dz = \begin{cases} 0 & m \neq -1 \\ 2\pi i & m = -1 \end{cases}$$

edi.

Bundan chap tomondagi barcha integrallar faqat $k = n$ bo'lgan holdan tashqari 0 ga teng. Demak,

$$C_n 2\pi i = \int_{\gamma} f(z) (z-a)^{-n-1} dz \quad C_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz$$

bu esa (2) formuladir

Misol.

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

funksiya

$$V_1 = \{0 < |z| < 1\}, \quad V_2 = \{1 < |z| < 2\}, \quad V_3 = \{2 < |z| < \infty\}$$

halqalarda holomorfdir. Shuning uchun funktsiyani shu halqalarda yoyamiz. Avval $f(z)$ funktsiyani V_1 halqada Loran qatoriga yoyamiz.

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)} - \frac{1}{z-1}$$

bo'lganligidan

$$\frac{1}{z-2} = -\frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{z}{2}} = -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2}\right)^n = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} z^n$$

bu qator $|z| < 2$ doirada yaqinlashuvchi

$$-\frac{1}{z-1} = \frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \quad (|z| < 1)$$

da yaqinlashuvchi $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) z^n$ ga teng. V_1 halqada. $|1 < |z| < 2|$ halqada

esa

$$-\frac{1}{z-1} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} \quad |z| > 1$$

da yaqinlashuvchi. Shuning uchun V_2 halqada

$$f(x) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} z^n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^n} = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}} z^n - \sum_{n=-1}^{-\infty} z^n$$

endi V_3 halqada $f(x)$ funksiyani Loran qatoriga yoyamiz.

$$\frac{1}{z-2} = \frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{2}{z}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{z^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{z^n}$$

bu qator $|z| > 2$ da yaqinlashuvchi. Shuning uchun V_3 halqada

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{z^n} - \sum_{n=-1}^{-\infty} z^n = \sum_{n=-1}^{-\infty} \left(\frac{1}{2^{n+1}} - 1 \right) z^n$$

Tayanch iboralar: Chegaralanmagan funksiya, Koshining integral teoremasi, darajali qator, darajali qator radiusi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

- 1) Loran qatori.
- 2) Loran qatori koeffisienlari ko'rinishi.
- 3) Loran qatori bosh qismi deb qaysi qatorga aytiladi.

Adabiyot: [1].103-118 betlar, [2]. 98 –102 betlar, [3]. 54-69 betlar

23-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy

5 minut	ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, Loron qatori koeffisientlari uchun Koshi tengsizligi mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi.	Mavzu bo'yicha, funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

1-qism. Funksiyani Loron qatoriga yoyilmasining yagonaligi.

Teorema. $f(z)$ funksiya

$$K = \{z \in \mathbb{C}_z : r < |z - a| < R\}$$

halqada golomorf bo'lsin. Bu funksiyaning Loron qatoriga yoyilmasi

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-a)^n$$

yagonadir.

Isbot. Teskarisini faraz qilamiz, ya'ni K halqada golomorf bo'lgan $f(z)$ funksiyaning Loron qatori ikkita

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-a)^n \quad (1)$$

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n (z-a)^n \quad (2)$$

bo'lib, $c_n \neq c'_n$ bo'lsin. Ushbu

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-a)^n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n (z-a)^n$$

tenglikning har ikki tamoni $(z-a)^{-m-1}$ (m —tayinlangan butun son)ga ko'paytiramiz:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-a)^{n-m-1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n (z-a)^{n-m-1}$$

(1) va (2) qatorlar $\{z \in \mathbb{C}_z : |z-a| < \rho\}$, ($r < \rho < R$) aylanada tekis yaqinlashuvchi bo'lganligi sababli ularni shu aylana bo'yicha hadlab integrallash mumkin. Hadlab integrallab quyidagi

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \int_{|z-a|=\rho} (z-a)^{n-m-1} dz = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n \int_{|z-a|=\rho} (z-a)^{n-m-1} dz \quad (3)$$

tenglikka kelamiz.

Ma'lumki, ixtiyoriy butun k soni uchun

$$\int_{|z-a|=\rho} (z-a)^k dz = \begin{cases} 0 & k \neq -1, \\ 2\pi i & k = -1 \end{cases}$$

bo'ladi. Bu tenglikdan foydalanib, (3) dan

$$c_n = c'_n$$

bo'lishini topamiz. Bu esa teoremani isbotlaydi.

2-qism. Loron qatori koefitsientlari uchun Koshi tengsizligi.

Faraz qilaylik $f(z)$ funksiya

$$K = \{z \in \mathbb{C}_z : r < |z-a| < R\}$$

halqada golomorf bo'lib,

$$\max_{z \in \gamma_\rho} |f(z)| = M, \quad \gamma_\rho = \{z - a = \rho\}, \quad r < \rho < R$$

bo'lsin. U holda $f(z)$ funksiyaning K halqadagi Loran qatori

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z - a)^n$$

koeffisientlari uchun ushbu

$$|c_n| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

tengsizliklar o'rinli bo'ladi.

Haqiqatan ham, Loran qatori koeffisientlari uchun

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta - a| = \rho} \frac{f(\zeta)}{\zeta - a} d\zeta$$

bo'lishini e'tiborga olib,

$$|c_n| = \left| \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta - a| = \rho} \frac{f(\zeta)}{(\zeta - a)^{n+1}} d\zeta \right| \leq \frac{1}{2\pi} \int_{|\zeta - a| = \rho} \frac{|f(\zeta)|}{|\zeta - a|^{n+1}} |d\zeta| \leq \frac{M}{2\pi \rho^{n+1}} \int_{|\zeta - a| = \rho} |d\zeta| = \frac{M}{2\pi \rho^{n+1}} 2\pi \rho = \frac{M}{\rho^n}$$

bo'lishini topamiz. Demak,

$$|c_n| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

bu tengsizliklar Koshi tengsizliklari deyiladi.

Tayanch iboralar: Funksiyani Loran qatoriga yoyilmasining yagonaligi. Loran qatori koeffisientlari uchun Koshi tengsizligi.

O'z –o'zini tekshirish uchun savollar:

- 1) Loran qatori.
- 2) Loran qatori koeffisientlari ko'rinishi.

Adabiyot: [1]. 245-258 betlar, [2]. 201 –214 betlar

24-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi." mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi, bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy

5 minut	ahamiyatini tushuntirib beradi.	erishiladi.	mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Maxsus nuqtalar va ularning turlari ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha maxsus nuqtalar va ularning turlari, Soxodiskiy teoremasi tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, Soxodiskiy teoremasi mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar	Mavzu bo'yicha, Mahsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib

	tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Maxsus nuqtalar va ularning turlari. Soxodiskiy teoremasi.

1-qism. Maxsus nuqtalar va ularning turlari.

1-Ta'rif. $a \in \overline{C}$ nuqta $f(x)$ uchun yakkalangan mahsus nuqta deyiladi, agarda a nuqtani qandaydir o'yilgan atrofida $f(x)$ funksiya golomorf bo'lsa. (a nuqtani o'yilgan atrofi deganda $\{0 < |z - a| < \rho\}$ xalqa tushuniladi $a = \infty$ nuqta uchun $R < |z| < \infty$ halqa tushuniladi).

2-Ta'rif . a) agar $\lim_{z \rightarrow a} f(x) = A$ mavjud va chekli bo'lsa a nuqtaga qutulib bo'ladigan mahsus nuqta deyiladi.

b) agar $\lim_{z \rightarrow a} f(x) = \infty$ mavjud va ∞ ga teng bo'lsa, a nuqtaga qutb mahsus nuqta deyiladi.

v) Agar $\lim_{z \rightarrow a} f(x)$ limit mavjud bo'lmasa, u holda a nuqtaga muhim mahsus nuqta deyiladi.

Misol.

1. $f(x) = \frac{\sin z}{z}$ funksiya uchun $z = 0$ nuqta qutulib bo'ladigan mahsus nuqtadir.

Chunki

$$\frac{\sin z}{z} = 1 - \frac{z^2}{3!} + \frac{z^4}{5!} - \dots - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z} = 1$$

2. $f(x) = \frac{1}{z^n}$, $n \in \mathbb{N}$ funksiya uchun $z = 0$ nuqta qutb mahsus nuqta $\lim_{z \rightarrow 0} = \infty$

3. $f(x) = e^{\frac{1}{z}}$ funksiya uchun $z = 0$ nuqta muhim mahsus nuqta

$$\lim_{z \rightarrow 0} e^{\frac{1}{z}} = \lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ z = iy}} e^{\frac{1}{iy}} = \lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ z = iy}} \left(\cos \frac{1}{y} - i \sin \frac{1}{y} \right) \quad \lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ z = x, x > 0}} e^{\frac{1}{x}} = \infty \quad \lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ z = x, x < 0}} e^{\frac{1}{x}} = 0$$

4. $f(z) = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{z}}$ funksiya uchun $z_n = \frac{1}{n}$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) nuqtalar qutb mahsus

nuqtalardir. Nol nuqta $f(z)$ funksiya uchun yakkalanmagan mahsus nuqtalardir.

5. $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{2^n}$ funksiyaning mahsus nuqtalari ancha murakkab.

Qator $|z| < 1$ doirada yaqinlashuvchi, Koshi-Adamar formulasini qo'llasak, $C_m = 1$,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|C_n|} = 1$ $R = \frac{1}{1} = 1$. Shuning uchun $f(z)$ funksiya doirada golomorfdir.

$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2^n} > \sum_{n=0}^N x^{2^n}$ tengsizlik $\forall N$ natural son uchun o'rinlidir.

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{2^n} = 1 + z^2 + z^4 + z^8 + \dots$$

yuqoridagi tengsizlikdan $\lim_{\substack{z=x \\ x \rightarrow 1-0}} f(z) = +\infty$ ekanligi kelib chiqadi. $f(z)$ funksiya

uchun $z=1$ nuqta mahsus nuqta (qutb). Shunday qilib,

$$\begin{aligned} f(z) &= f(z^2) + z^2 = z^2 + f(z^2) = f(z^2) = 1 + z^4 + z^8 + \dots = f(z) - z^2 = \\ &= z^2 + z^4 + f(z^4) \end{aligned}$$

$f(z) = z^2 + f(z^2)$ tenglikdan $z=-1$ nuqta ham $f(z)$ funksiya uchun mahsus nuqta

ekanligi kelib chiqadi. $f(z) = z^2 + z^4 + f(z^4)$ tenglikdan $z_n = e^{\frac{n-2\pi i}{2^n}}$ $n=0, 2^{n-1}$ nuqtalarning mahsus nuqtalar ekanligi kelib chiqadi. z_n shakldagi nuqtalar to'plami $|z|=1$ aylanani hamma joyda zich bo'lgan to'plamni tashkil etadi.

Shuning uchun $|z|=1$ aylananing barcha nuqtalari $f(z)$ funksiya uchun mahsus nuqtadir.

Eslatma. Teylor qatoridagi kabi Loran qatorini koefitsientlari uchun ham Koshi tengsizligi o'rinalidir.

$V = \{r < |z-a| < R\}$ halqada yaqinlashuvchi bo'lgan $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-a)^n$ Loran

qatorini koefitsientlari uchun $|C_n| < \frac{M}{\rho^n}$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) tengsizlik o'rinalidir.

Isboti Teylor qatoridagi kabi isbotlanadi.

1-Teorema. $a \in C$ nuqta qutilib bo'ladigan mahsus nuqta bo'lganligi uchun $f(z)$ funksiyani shu a nuqta atrofida Loran qatorini

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (z-a)^n$$

bosh qismi mavjud bo'lmasligi zarur va etarli.

Isbot (Zarurligi) $a \in C$ qutilib bo'ladigan mahsus nuqta bo'lsin. U holda $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = A$ chekli limit mavjud. Shuning uchun $f(z)$ funksiya qaralayotgan atrofida chegaralangandir.

$$\{0 < |z-a| < r\} \quad |f(z)| \leq M, \quad M > 0$$

Koshi tengsizligiga ko'ra,

$$|C_n| \leq \frac{M}{\rho^n} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$|C_{-m}| \leq M \rho^m \quad m=1, 2, 3, \dots$$

tengsizlik o'rinli. $0 < \rho < r$ oxirgi tengsizlikdan $\rho \rightarrow 0$ da limitga o'sak, $|C_{-m}| \leq 0$ $C_{-m} = 0$, $m=1, 2, \dots$ demak, bosh qismi yo'q.

Etarlilik. $f(z)$ funksiya a nuqta atrofida Loran qatoriga yoyilmasining bosh qismi mavjud bo'lmasin.

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n = C_0 + C_1(z-a) + C_2(z-a)^2 + \dots$$

Bu tengsizlikdan $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = C_0$, C_0 – chekli son. $z = a$ qutilib bo'ladigan mahsus nuqta.

2-Toerema. $a \in C$ yakkalangan mahsus nuqta $f(z)$ funksiya uchun qutb mahsus nuqta bo'lishligi uchun uning $z = a$ nuqta atrofidagi Loran qatori yoyilmasi bosh qismini cheklitasi 0 dan farqli bo'lishi zarur va etarli.

Isbot. (Zarurligi.) a qutb mahsus nuqta bo'lsin, ya'ni $\lim_{z \rightarrow a} f(z) = \infty$ deb belgilash kiritamiz. $\varphi(z)$ funksiya a nuqtaki atrofida golomorfdir va $\lim_{z \rightarrow a} \varphi(z) = 0$.

Bundan

$$\varphi(z) = C_N (z-a)^N + C_{N+1} (z-a)^{N+1} + \dots$$

yoyilma o'rinli bo'ladi. N – natural son.

$$f(z) = \frac{1}{\varphi(z)} = \frac{1}{C_N (z-a)^N + C_{N+1} (z-a)^{N+1} + \dots} \quad C_N \neq 0$$

$$\frac{1}{C_N + C_{N+1} (z-a) + \dots}$$

funksiya $z = a$ nuqtalarni qandaydir atrofida analitik funksiya birligi uchun bu funksiyalarning shu nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyish mumkin.

$$\frac{1}{C_N + C_{N+1} (z-a) + \dots} = b_N + b_{-N+1} (z-a) + b_{-N+2} (z-a)^2 + \dots$$

demak,

$$f(z) = \frac{1}{(z-a)^N} (b_N + b_{-N+1} (z-a) + \dots) = \frac{b_{-N}}{(z-a)^N} + \frac{b_{-N+1}}{(z-a)^{N-1}} + \dots =$$

$$= \sum_{n=-1}^{-N} b_n (z-a)^n + \sum_{n=0}^{+\infty} b_n (z-a)^n.$$

etarliliigi. $f(z)$ funksiya a nuqtani teshik atrofida Loran qatoriga yoyish mumkin bo'lsin.

$$f(z) = \sum_{n=-1}^{-N} b_n (z-a)^n + \sum_{n=0}^{\infty} b_n (z-a)^n \quad \varphi(z) = (z-a)^N f(z)$$

funksiyani kiritamiz.

$$\varphi(z) = b_{-N} + b_{-N+1} (z-a) + \dots$$

Bundan

$$\lim_{z \rightarrow a} \varphi(z) = b_{-N} \neq 0 \Rightarrow f(z) = \frac{\varphi(z)}{(z-a)^N}$$

bo'lganligi uchun

$$\lim_{z \rightarrow a} f(z) = \lim_{z \rightarrow a} \left[\varphi(z) \cdot \frac{1}{(z-a)^N} \right] = \infty.$$

Demak, $z = a$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun qutb mahsus nuqta ekan. 1 va 2

teoredan quyidagi 3 chi teorema kelib chiqadi.

3–Teorema. $a \in C$ yakkalangan mahsus nuqta muhim mahsus nuqta bo'lishligi uchun $f(z)$ funksiyaning $z = a$ nuqta atrofida Loran qatori yoyilmasida manfiy darajalarni cheksizlari qatnashishi zarur va etarli.

2-qism. Soxodskiy teoremasi.

Agar $a \in C$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun muhim mahsus nuqta bo'lsa, u holda shunday bir $z_n \rightarrow a$ ketma – ketlik topiladiki unda $\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n) = A$ o'rinli bo'ladi.

($A \in \overline{C}$ chekli yoki cheksiz)

Isbot. $A = \infty$ bo'lsin. a – muhim mahsus nuqta bo'lganligi uchun $\{0 < |z - a| < r\}$ $f(z)$ funksiya chegaralangan bo'lmaydi. Shuning uchun $z_1 \in \{0 < |z - a| < r\}$ nuqta topiladiki, $|f(z_1)| > 1$ o'rinli bo'ladi. Xuddi shuningdek, $\{0 < |z - a| < \frac{|z_1 - a|}{2}\}$ atrofda z_2 nuqta topiladiki, unda $|f(z_2)| > 2$ bo'ladi va hokazo $\left\{0 < |z - a| < \frac{|z_1 - a|}{2^{n-1}}\right\}$ z_n nuqta topiladiki, $|f(z_n)| > n$ o'rinli bo'ladi.

Shunday qilib biz $z_n \rightarrow a$ ketma–ketlikga ega bo'ldik va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n) = \infty$$

A – chekli kompleks son bo'lsin.

Agar $f(z) = A$ tenglama echimga ega bo'lib, bu echimlarini limit nuqtasi a nuqta bo'lsa, u holda limit nuqta a bo'ladigan A nuqtalarni z_n ketma–ketligini ko'ramiz. Bunda $f(z_n) = A$ $n = 1, 2, \dots$ $\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n) = A$ yoki a nuqtani biror $\{0 < |z - a| < r\}$ atrofida $f(z) = A$ tenglama echimga ega emas. U holda quyidagi yordamchi funksiyani tuzamiz

$$\varphi(z) = \frac{1}{f(z) - A}.$$

Bu $\varphi(z)$ funksiya uchun ham a nuqta muhim mahsus nuqtadir. Chunki agarda $\lim_{z \rightarrow a} \varphi(z)$ – chekli yoki cheksiz limit mavjud bo'lsa,

$$f(z) = A + \frac{1}{\varphi(z)}$$

funksiya uchun ham $\lim_{z \rightarrow a} \varphi(z)$ chekli yoki cheksiz limit mavjud bo'lar edi. Bunday bo'lishi mumkin emas.

Teoremani birinchi qismida isbot qilinganga ko'ra $z_n \rightarrow a$ ketma – ketlik topiladiki, bunda $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(z) = \infty$ bo'ladi.

Shuning uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[A + \frac{1}{\varphi(z_n)} \right] = A + 0 = A.$$

Xar hil $z_n \rightarrow a$ dagi ketma-ketlik uchun barcha $\lim_{n \rightarrow \infty} f(z_n)$ limitik nuqtalar to'plamiga $f(z)$ funksiyani a nuqtadagi aniqmasligi deyiladi.

Agar a nuqta qutilib bo'ladigan yoki qutb mahsus nuqta bo'lsa, funksiyani a nuqtadagi aniqmasligi bitta nuqtadan iborat bo'ladi. Qutilib bo'ladigan bo'lsa, chekli qutb mahsus nuqta bo'lsa, ∞ nuqtadan iborat bo'ladi.

Agar a nuqta muhim mahsus nuqta bo'lsa Soxodskiy teoremasiga ko'ra $f(z)$ funksiyani a nuqtadagi aniqmasligi $\mathcal{E}$ dan iborat bo'ladi.

$a \rightarrow \infty$ da ham yakkalangan mahsus nuqtalarni sinfi yuqoridagi kabi bo'ladi.

Yuqorida isbot qilingan teoremlar ham $a \rightarrow \infty$ bo'lgan hol uchun o'rinlidir.

Bu natijalar $z = \frac{1}{w}$ almashtirish bilan xosil bo'ladi. $z = \frac{1}{w}$ almashtirishni qo'llasak

$$f(z) = f\left(\frac{1}{w}\right) = \varphi(w)$$

bo'lib, $w = 0$ nuqta $\varphi(w)$ funksiya uchun mahsus nuqtadir. $w = 0$ nuqta $\varphi(w)$ funksiya uchun qutb mahsus nuqta bo'lsin. U holda $\{0 < |w| < r\}$ atrofda $\varphi(w)$

funksiya quyidagi Loran qatoriga yoyiladi. $\varphi(w) = \frac{b_{-N}}{w^N} + \dots + \frac{b_{-1}}{w} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n w^n$

$b_{-N} \neq 0$.

$w = \frac{1}{z}$ almashtirishga ko'ra,

$$f(z) = b_{-N} z^N + \dots + b_{-1} z + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{1}{z^n} = \sum_{n=-1}^{-\infty} C_n z^n + C_0 + C_1 + \dots + C_N z^N$$

$$C_n = b_{-n}, \quad C_N \neq 0$$

$a = \infty$ uchun $\sum_{n=0}^{+\infty} C_n z^n$ ga bosh qism $\sum_{n=-1}^{-\infty} C_n z^n$ ga esa to'g'ri qism deyiladi.

Ta'rif B. C kompleks tekislikda golomorf bo'lgan $f(z)$ funksiyaga butun funksiya deyiladi.

Agar $a = \infty$ nuqta butun funksiya uchun qutilib bo'ladigan mahsus nuqta bo'lsa, u holda Liuvil teoremasiga ko'ra, bunday funksiya o'zgarmasdir. Agar $a = \infty$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun qutb mahsus nuqta bo'lsa, u holda bunday funksiya (ko'phad) poligondan iboratdir.

Xaqiqatan ham $f(z)$ funksiyaning $a = \infty$ nuqta atrofidagi Loran qatorini bosh qismi $g(z) = C_0 + C_1 z + \dots + C_N z^N$ deb olsak, $f(z) - g(z)$ funksiya butun tekislikda golomorf bo'lib, $a = \infty$ nuqta qutilib bo'ladigan, mahsus nuqtadir.

Liuvil teoremasiga ko'ra $f(z) - g(z) = \text{const} = C_0$ bo'ladi. Shuning uchun

$$f(z) = C_0 + g(z) = C_0 + C_1 z + \dots + C_N z^N$$

kelib chiqadi.

Agar $a = \infty$ nuqta $f(z)$ butun funksiya uchun muhim mahsus nuqta bo'lsa, bunday $f(z)$ funksiyaga butun transcendent funksiya deyiladi.

Masalan:

$$f(z) = e^z, \quad f(z) = \sin z, \quad f(z) = \cos z$$

transcendent funksiyalardir.

Ta'rif. Ochiq C tekislikda qutbdan boshqa mahsus nuqtaga ega bo'lmagan $f(z)$ funksiyaga meromorf funksiya deyiladi.

Butun funksiyalar sinfi meromorf funksiyalar sinfining qism to'plamini tashkil qiladi.

Xar bir qutb mahsus nuqta $f(z)$ funksiya uchun yakka mahsus nuqta bo'lganligi sababli $\{z | z < n\}$ sohada mahsus nuqtalarning soni cheklidir. Boshqacha qilib aytganda qutblar chekli limitga ega emas.

Shu meromorf funksiyalarni qutblarini sanab chiqish mumkin.

Cheksizta qutblarga ega bo'lgan meromorf funksiyalarga misol sifatida

$$f(z) = \operatorname{tg} z, \quad f(z) = \operatorname{ctg} z.$$

4–Teorema. Agar $f(z)$ funksiya uchun ∞ lik qutilib bo'ladigan yoki qutb mahsus nuqtadan iborat bo'lsa, u holda bunday funksiya rasional funksiyadan iborat bo'ladi ($f(z)$ –meromorf funksiya)

Isbot. $f(z)$ funksiyani barcha qutblari soni cheklidir. Chunki, aks holda $a = \infty$ yakka mahsus nuqta bo'lar edi. Bu qutblarning a_v ($v = \overline{1, n}$) orqali belgilaymiz. $f(z)$ funksiyaning Loran qatoriga yoysak, Loran qatorini bosh qismi

$$g_v(z) = \frac{C_{-N_v}}{(z - a_v)^{N_v}} + \frac{C_{-1}^{(v)}}{z - a_v}$$

$a = \infty$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun qutilib bo'ladigan yoki qutb mahsus nuqta bo'lganligi uchun $a = \infty$ nuqta atrofida $f(z)$ funksiyaning Loran qatoriga yoyilmasi

$$g(z) = C_1 z + C_2 z^2 + \dots + C_{-N} z^N$$

shaklda tasvirlanadi. Agar $a = \infty$ nuqtalarni qutilib bo'ladigan nuqtasi bo'lsa, $g \equiv 0$ deymiz. Quyidagi

$$\varphi(z) = f(z) - g(z) - \sum_{v=1}^n g_v(z)$$

funksiyani tuzamiz. Bu funksiya C golomorf funksiya. SHuning uchun $\varphi(z) = \operatorname{const} = C_0$ bo'ladi. Bunda

$$f(z) = C_0 + g(z) + \sum_{v=1}^n g_v(z)$$

bo'ladi. Teorema isbot bo'ldi.

Tayanch iboralar: O'yilgan atrof tushunchasi, mahsus nuqta, Loran qatori, Loran qatorining bosh va to'g'ri qismi.

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar.

- 1) Mahsus nuqta.
- 2) Qutb mahsus nuqta.
- 4) Qutilib bo'ladigan mahsus nuqta.
- 3) Muhim mahsus nuqta.
- 5) Butun funksiya.
- 6) Meromorf funksiya.
- 7) Transendent funksiya.

Adabiyot: [1]. 220-231 betlar, [2]. 231–243 betlar

25-Ma'ruza.
Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan
“Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar”
mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, chegirmalar va ularni hisoblash, chegirmalar haqida teoremlar bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentatsiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

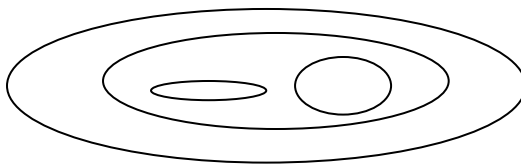
Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

bo'yicha 5 minut	muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	qilishlariga erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Chegirmalar va ularni hisoblash ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, chegirmalar haqida teoremlar mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan	Mavzu bo'yicha, chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik

	ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlar.
1-qism. Chegirmalar va ularni hisoblash.

$f(z)$ –golomorf funksiya D sohaning ichida chekli yoki sanoqli $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ yakkaalangan maxsus nuqtalarga ega bo'lsin, $G \subseteq D$, bo'lsin va ∂G chegara maxsus nuqtalarni saqlansin.



$\bigcup_k(r) = \{z : |z - a_k| \leq r\}$ doirani ko'ramiz. Bunda $r > 0$ soni etarlicha kichik qilish hisobiga $\bigcup_k(r)$ doiralarni o'zaro kesishmaydigan qilib olamiz (r -atrofni o'zar kesishmasligi kerak) $\bigcup_k(r) \subseteq G$ u holda ko'p bog'lamli soha uchun Koshi teoremasiga ko'ra,

$$\int_{\partial G_2} f(z) dz = 0 \quad G_r = G \setminus \bigcup_{k=1}^n \bigcup_k(r)$$

deb yoza olamiz. ∂G_r chegara ∂G chegara va $\gamma_k = \{|z - a_k| = r\}$ aylanadan iborat.

agar γ_k aylanalar bo'yicha yo'nalishni soat strelkasiga teskari qilib olsak, u holda

$$\int_{\partial G_2} f(z) dz - \sum_{k=1}^m \int_{\gamma_k} f(z) dz = 0 \quad \text{yoki} \quad \int_{\partial G} f(z) dz = \sum_{k=1}^m \int_{\gamma_k} f(z) dz$$

1–Tarif. $a \in C$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun yakkaalangan maxsus nuqta bo'lsin. $\gamma = \{|z - a_k| = r\}$ aylana soat strelkasiga teskari bo'lsin. U holda

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(z) dz \quad \text{ga}$$

$F(z)$ funksiyaning $z=a$ nuqtadagi qoldiqi deyiladi va quyidagicha yoziladi.

$$\operatorname{res}_{z=a} f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(z) dz \quad (1)$$

Shunday qilib biz qoldiqlar xokidagi Koshi teoremasini isbot kildik

2-qism. Chegirmalar haqida teoremlar.

Teorema 1. (Koshi teoremasi) $F(z)$ funksiya D sohani yakkaalangan maxsus nuqtalardan tashqari hamma erida golomorf bo'lsin, $G \subseteq D$ sohani chegarasi ∂G maxsus nuqtalarni saklamasin u holda

$$\int_{\partial G} f(z) dz = 2\pi i \sum_{a_k \in G} \operatorname{res}_{z=a_k} f(z)$$

Teorema 2. $a \in C$ funksiyaning yakkaalangan maxsus nuqtasi bo'lsin, u holda $\operatorname{res}_{a=z} f(z)$ qoldiq $f(z)$ ning $(z-a)$ darajalari bo'yicha Loran qatoriga yoyilmasining l -chi darajasi oldidagi C_{-1} koeffitsientga teng bo'ladi.

$$\operatorname{res}_{z=a} f(z) = C_{-1}$$

Isbot. a nuqta atrofida $f(z)$ funksiyani Loran qatoriga yoyamiz.

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n (z-a)^n \quad (2)$$

qator etarlicha kichik $r > 0$ soni uchun $\gamma_r = \{ |z-a| = r \}$ aylanada tekis yaqinlashuvchi bo'ladi. Shuning uchun (2) tenglikni ikkila tomonini γ_r aylana bo'yicha Chegirmalar va ularni hisoblash. Chegirmalar haqida teoremlarlaymiz

$$\int_{\gamma_r} f(z) dz = \int_{\gamma_r} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n (z-a)^n \right) dz = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \int_{\gamma_r} (z-a)^n dz \quad (*)$$

$$\int_{\gamma_r} (z-a)^n dz = \begin{cases} 0, & \text{agar } n \neq -1 \\ 2\pi i, & \text{agar } n = -1 \end{cases} \quad (*)$$

$$= \frac{(*)}{-} C_{-1} 2\pi i$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_r} f(z) dz = C_{-1} \quad \text{res } f(z) = C_{-1} \quad \blacktriangle$$

Natija. Agar $a \in C$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun qutilib bo'ladigan maxsus nuqta bo'lsa, u holda $\text{res}_{z=a} f(z) = 0$ chunki qutilib bo'ladigan maxsus nuqta bo'lsa, uni Loran qatoriga yoyilmasida manfiy darajalar mavjud emas. $C_{-1} = 0$ $z=a$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun birinchi tartibli qutb bo'lsin, u holda

$$f(z) = \frac{C_{-1}}{z-a} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n$$

bo'ladi.

Bu tenglikdan

$$(z-a) f(z) = C_{-1} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^{n+1}$$

bu oxirgi tenglikdan $z \rightarrow a$ da $z = a$ nuqta $f(z)$ funksiya uchun n -chi tartibli qutb bo'lsin. U holda

$$f(z) = \frac{C_{-n}}{(z-a)^n} + \frac{C_{-n+1}}{(z-a)^{n-1}} + \dots + \frac{C_{-1}}{z-a} + \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-a)^n$$

$$(z-a)^n f(z) = C_{-n} + C_{-n+1}(z-a) + \dots + C_{-1}(z-a)^{n-1} + \sum_{k=0}^{\infty} C_k (z-a)^{k+n} \quad (3)$$

(3) tenglikni ikkala tomonini $(n-1)$ marta differensiallaymiz.

$$\frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} \{ (z-a)^n f(z) \} = (n-1)! C_{-1} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k' (z-a)^k \quad (4)$$

tenglikdan $z \rightarrow a$ da limitga usak,

$$C_{-1} = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \rightarrow a} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} \{ (z-a)^n f(z) \} \quad \text{yoki} \quad \text{res}_{z=a} f(z) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \rightarrow a} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} \{ (z-a)^n f(z) \} \quad a \in C$$

nuqta $f(z)$ funksiya uchun birinchi tartibli qutb bo'lganda quyidagi formula o'rinli bo'ladi.

$$f(z) = \frac{\varphi(z)}{\psi(z)} \quad \varphi(a) \neq 0, \psi(a) = 0, \psi'(a) \neq 0$$

bo'lsa, u holda

$$\operatorname{res}_{z=a} f(z) = \lim_{z \rightarrow a} \{(z-a)f(z)\} = \lim_{z \rightarrow a} \{(z-a) \frac{\varphi(z)}{\psi(z)}\} = \lim_{z \rightarrow a} \frac{\varphi(z)}{\frac{\psi(z) - \psi(a)}{z-a}} = \frac{\varphi(a)}{\psi'(a)}$$

muhim maxsus nuqta bo'lgan holda $f(z)$ funksiyaning $(z-a)$ ning darajalari bo'yicha Loran qatoriga yoyish kerak.

2-Tarif. $f(z)$ funksiyaning cheksizlikdagi koldigi deb, $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_R} f(z) dz$ songa

aytiladi. Bunda $\gamma_R = \{|z|=R\}$ bo'lib, $R>0$ son etarlicha kattadir hamda γ_R ning yo'nalishi soat strelkasi yo'nslishi bo'yicha.

$$\operatorname{res}_{z=\infty} f(z) = -C_{-1}$$

formulani isbot kilishimiz mo'qin.

Teorema 3. (To'la qoldiq haqida)

$f(z)$ funksiya butun $\bar{C}$ kompleks tekislikning cheklita $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ yakkalangan maxsus nuqtalaridan tashkarida golomorf bo'lsin.

U holda quyidagi formula urinli

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{res}_{z=a_k} f(z) + \operatorname{res}_{z=\infty} f(z) = 0$$

Isbot .

$\bigcup_r = \{|z| \leq R\}$ doirani olamiz. Bunda R -etarlicha katta son, $\{a_1, a_2, \dots, a_n\} \subset \bigcup_R$ deb olamiz.

$$\int_{\gamma_R^+} f(z) dz = \int_{\gamma_R^-} f(z) dz = 0$$

Koshi teoremasiga ko'ra

$$2\pi i \sum_{a_k \in \bigcup_R} \operatorname{res}_{z=a_k} f(z) + 2\pi i \operatorname{res}_{z=\infty} f(z) = 0$$

ikkala tomonini $2\pi i$ ga bo'lsin teoremani isboti kelib chiqadi.

1-Misol.

$$I = \int_{|z|=2} \frac{dz}{(z^8 + 1)^2}$$

hisoblansin.

$$f(z) = \frac{1}{(z^8 + 1)^2}$$

funksiya barcha 8 ta ikkinchi darajali qutblari $|z|=2$ aylana ichida yotadi.

$$(z^8 + 1)^2 = 0, z^8 = -1$$

shuning uchun qoldiqlarini to'la yig'indisi haqidagi teoremaga ko'ra

$$\sum_{k=1}^8 \operatorname{res}_{z=z_k} f(z) + \operatorname{res}_{z=\infty} f(z) = 0$$

bo'ladi.

$$f(z) = \frac{1}{(z^8 + 1)^2}$$

funksiyani z ni darajalar bo'yicha yoysak yoyilma z^{-16} dan boshlanadi. shuning

uchun $C_{-1} = 0, \operatorname{resf}(z) = -C_{-1} = 0$ demak,

$$I = \int_{|z|=2} \frac{dz}{(z^8 + 1)^2} = 2\pi i \sum_{k=1}^8 \operatorname{resf}(z) = 0$$

Tayanch iboralar: Mahsus nuqta ta'rifi, qutilib bo'ladigan mahsus nuqta, butun funksiya

O'z – o'zini tekshirish uchun savollar.

- 1) Mahsus nuqta.
- 2) Qutb mahsus nuqta.
- 4) Qutilib bo'ladigan mahsus nuqta.
- 3) Muhim mahsus nuqta.
- 5) Butun funksiya.
- 6) Meromorf funksiya.
- 7) Transendent funksiya.

26-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan
“Chegirmalar nazariyasining ba’zi tadbiqlari” mavzusidagi ma’ruza
mashg’uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Chegirmalar nazariyasining ba’zi tadbiqlari.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Chegirmalar nazariyasining ba’zi tadbiqlari to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Chegirmalar nazariyasining ba’zi tadbiqlari bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg’ulot metodi: Uzaytirilgan ma’ruza, «Aqliy hujum»

Mashg’ulot turi: Ma’ruza

Mashg’ulot jihozi: Proyektor, ma’ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg’ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi “Aqliy hujum” metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish “Aqliy hujum” Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan “Aqliy hujum” texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda

bo'yicha 5 minut	muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	qilishlariga erishiladi.	hamkorlikda ijodiy mexnat qilish, mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbiqlari ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchalar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbiqlari, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi, mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchalar oldingi	Mavzu bo'yicha, chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbiqlari	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik,

	bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish. Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbirlari.

1-qism. Chegirmalar nazariyasining ba'zi tadbirlari.

$$I = \int_0^{2\pi} R(\cos, \sin \varphi) d\varphi$$

ko'rinishdagi integrallar.

Bunda $R(u, v)$ funksiya u, v larni rasional funksiyasi $z = e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ bo'lsin.

U holda

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right), \sin \varphi = \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right) \quad dz = ie^{i\varphi} d\varphi, d\varphi = \frac{dz}{iz} = -i \frac{dz}{z}$$

$$I = \int_{|z|=1} R\left(\frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right), \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right)\right) (-i \frac{dz}{z}) = \int_{|z|=1} R_1(z) dz$$

qoldiqlar nazariyasi ko'llasak,

$$I = \int_{|z|=1} R_1(z) dz = 2\pi i \sum_{\substack{z=z_k \\ |z|<1}}^n \operatorname{res} R_1(z)$$

1-Misol. $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - 2a \cos \varphi + a^2}, (|a| < 1)$ hisoblansin.

$z = e^{i\varphi}$ bo'lsin. U holda

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right), \quad d\varphi = \frac{dz}{iz} = -i \frac{dz}{z}$$

$$I = \int_{|z|=1} \frac{1}{1 - 2a \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right) + a^2} (-i) \frac{dz}{z} = i \int_{|z|=1} \frac{dz}{az^2 - (a^2 + 1)z + a}$$

maxsus nuqtalarni topib olamiz.

$$R_1(z) = \frac{i}{az^2 - (a^2 + 1)z + a}$$

$$az^2 - (a^2 + 1)z + a = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{+(a^2 + 1) \pm \sqrt{(a^2 + 1)^2 - 4a^2}}{2a} = \frac{+(a^2 + 1) \pm (a^2 - 1)}{2a}, z_1 = \frac{+(a^2 + 1) + (a^2 - 1)}{2a}, z_2 = \frac{+(a^2 + 1) - (a^2 - 1)}{2a}$$

$|a| < 1$ bo'ganligi uchun birinchi aylana ichida $z_1 = a$ maxsus nuqta bor. Bu maxsus nuqta birinchi tartibli qutbdir. Shunga asosan

$$I = 2\pi i \operatorname{res}_{z=a} R_1(z) = 2\pi i \left[\frac{i}{2az - (a^2 + 1)} \right]_{z=a} = 2\pi i \frac{i}{a^2 - 1} = \frac{2\pi}{1 - a^2},$$

demak,

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - 2a \cos \varphi + a^2} = \frac{2\pi}{1 - a^2}, |a| < 1$$

II. Rasional funksiyalarni integrallash

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$$

bunda $R(x)$ –rasional funksiya

$$R(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} \approx x^{n-m}, x \rightarrow \infty.$$

Bu erda integral yaqinlashuvchi bo'lsin. Yaqinlashuvchiligidan esa, $k = m - n \geq 2$ ekanligi kelib chiqadi.

$$R(z) \cong \frac{a}{z^k}, k \geq 2, |z| \rightarrow \infty$$

huning uchun katta $|z|$ da $|R(z)| \leq \frac{C}{|z|^2}$ tengsizlik o'rinli bo'ladi. Bundan esa,

$\gamma_R = \{z : z = Re^{i\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$ yuqori yarim aylanada. $|R(z)| \leq CR^{-2}$ tengsizlik o'rinli bo'ladi va

$$\left| \int_{\gamma_R} R(z) dz \right| \leq CR^{-2} \int_{\gamma_R} |dz| = CR^{-2} \pi R = \frac{C\pi}{R} \rightarrow 0$$

$$\int_{-R}^R R(z) dz + \int_{\gamma_R} R(x) dx = \oint_{\Gamma_R} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_n > 0 \\ z = z_n}} \text{res} R(z) \text{ demak,}$$

$$I = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_n > 0 \\ z = z_n}} \text{res} R(z)$$

2–Misol

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}$$

$$R(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^4} = \frac{1}{(z - i)^4 (z + i)^4}$$

bu funksiya $z_1 = i, z_2 = -i$ maxsus nuqtalarga ega bulib, bu maxsus nuqtalar turtinchi tartibli kutbdir. Yuqori yarim tekislikda faqat $z_1 = i$ nuqta yotadi. n-chi tartibli kutb bo'lsa,

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4} = 2\pi i \text{res}_{z=i} f(z) = 2\pi i \text{res}_{z=i} \frac{1}{(x^2 + 1)^4} = \frac{2\pi i}{3!} \left[\frac{1}{(z+i)^4} \right]_{z=i}^{(iii)} = \frac{2\pi i}{6} (-4)(-5)(-6) \frac{1}{2^2 i^2} = \frac{2\pi i 20}{2^7} = \frac{5\pi}{16}, I = \frac{5\pi}{16}$$

III. $I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx$ ko'rinishdagi integrallar bunda $\lambda \geq 0$

shu integralni hisoblaymiz.

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda x R(x) dx + i \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \lambda x R(x) dx$$

bunda $R(x) \approx \frac{1}{x^k}, k \rightarrow \infty, k \geq 1$ bo'lishi kerak, aks holda integral uzoqlashuvchi bo'ladi.

Bundan $\max_{R \rightarrow 0} |R(z)| = M(R) \rightarrow 0$ Shuning uchun Jordan lemmasiga ko'ra,

$$\int_{\gamma_R} e^{i\lambda R} R(z) dz \rightarrow 0$$

agarda $R \rightarrow \infty, \lambda > 0$ bo'lsa, $\gamma_R = \{z: |z| = R, z = Re^{i\lambda}, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$ qoldiqlar haqidagi Koshi teoremasiga ko'ra

$$\int_{-R}^{+R} e^{i\lambda x} R(x) dx + \int_{\gamma_R} e^{i\lambda x} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_k > 0 \\ |z_k| < R}} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (1)$$

da $R \rightarrow \infty$ da limitga o'sak,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\text{Im } z_k > 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (2)$$

Xuddi shuningdek $\lambda < 0$ bo'lganda,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = -2\pi i \sum_{\text{Im } z_k < 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (3)$$

tenglikdan haqiqiy va mavhum qismlarini ajrasak.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda x R(x) dx = -2\pi \text{Im} \left(\sum_{\text{Im } z_k > 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) \quad (4)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin \lambda x R(x) dx = 2\pi \text{Re} \left(\sum_{\text{Im } z_k > 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) \quad (5)$$

3–Misol.

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \cos 5x}{x^2 - 2x + 5} dx$$

hisoblansin.

$$I = -2\pi \text{Im} \left(\sum_{\text{Im } z_k > 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) =$$

bunda,

$$R(z) = \frac{z-1}{z^2 - 2z + 5}$$

$$z^2 - 2z + 5 = 0$$

$$z_{1,2} = 1 \pm 2i$$

$$z_1 = 1 + 2i, \text{Im } z_1 = 2 > 0$$

$$z_2 = 1 - 2i, \text{Im } z_2 = -2 < 0$$

$$= 2\pi \text{Im} \left(\text{res}_{z=1+2i} \frac{e^{5iz} (z-1)}{z^2 - 2z + 5} \right) = \text{res}_{z=1+2i} \left[\frac{e^{5iz} (z-1)}{(z^2 - 2z + 5)'} \right]_{z=1+2i} = \left[\frac{e^{5iz} (z-1)}{2z-2} \right]_{z=1+2i} = \frac{e^{-10}}{2} \text{Im}(\cos 5 + i \sin 5) =$$

$$- \pi e^{-10} \sin 5$$

4–Misol.

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx$$

hisoblansin.

$$R(z) = \frac{1}{z^2 + a^2}$$

Jordan lemmasiga ko'ra,

$$\int_{\gamma_R} e^{iz} R(z) dz \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$$

$$\int_{-R}^{+R} e^{ix} R(x) dx + \int_{\gamma_R} e^{iz} R(z) dz = 2\pi i \operatorname{res}_{z=ai}(e^{iz} R(z))$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix} R(x) dx = 2\pi i \operatorname{res}_{z=ai}(e^{iz} R(z))$$

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2} (-2\pi) \operatorname{Im}(\operatorname{res}_{z=ai} \frac{e^{iz}}{x^2 + a^2}) = -\pi \operatorname{Im}(\frac{e^{-a}}{2ai}) =$$

$$= -\pi \operatorname{Im}(-i \frac{e^{-a}}{2a}) = \frac{\pi e^{-a}}{2a} = \frac{\pi}{2ae^a}$$

$$\operatorname{res}_{z=ai} \left[\frac{e^{iz}}{(z^2 + a^2)'} \right]_{z=ai} = \left[\frac{e^{iz}}{2z} \right]_{z=ai} = \frac{e^{-a}}{2ai}$$

Tayanch iboralar: Maxsus nuqta, yakkalangan maxsus nuqta, qutilib bo'ladigan maxsus nuqta, muhim maxsus nuqta.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar:

1. Funksiyaning $z = a$ nuqtadagi qoldigi deb nimaga aytiladi.
2. Koshi teoremasi.
3. Qutilib bo'ladigan maxsus nuqtadagi funksiya qoldigi nimaga teng.
4. To'la qoldiq haqidagi teorema.
5. $z = \infty$ nuqtadagi funksiya qoldig'i ta'rifi qanday.

Adabiyot: [1]. 242-254 betlar, [2]. 254–262 betlar

27-Ma'ruza.

Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi fanidan "Jordan lemmasi va uning tadbiqlari" mavzusidagi ma'ruza mashg'uloti dars ishlanmasi

Fan: Kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi.

Mavzu: Jordan lemmasi va uning tadbiqlari.

Maqsad: Talabalarga kompleks o'zgaruvchi funksiyalar nazariyasi asosiy tushunchalardan biri bo'lgan Jordan lemmasi va uning tadbiqlari to'la tasavvur hosil qilish qobiliyatini shakllantirish, Jordan lemmasi va uning tadbiqlari bilan bog'liq masalalarni tushunib, mustaqil, ijodiy fikrlashga ko'nikmalarini tarkib toptirish.

Mashg'ulot metodi: Uzaytirilgan ma'ruza, «Aqliy hujum»

Mashg'ulot turi: Ma'ruza

Mashg'ulot jihozi: Proyektor, ma'ruza prezentasiyasi, Slaydlar, tarqatma matn materiallari, vatman, Markerlar

Ajratilgan vaqt: 80 minut

Mashg'ulot borishi:

Ish bosqichlari va mazmuni	O'qituvchi faoliyati	Talabalar faoliyati	Kutilayotgan natijalar
1-bosqich. Tayyorlov 5 minut	Mavzuni e'lon qiladi "Aqliy hujum" metodining mohiyatini aniqlashtiradi Oldingi o'tilgan mavzular bo'yicha savollar yozib qo'yiladi. Yangi mavzu matni tarqatiladi. Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi	Talabalar mustaqil ravishda savollarni tahlil qiladi va javoblarga tayyorlanishadi.	Talabalarda keltiriladigan o'quv axborotlarga nisbatan kuchli motivatsiyani shakllantirish.
2-bosqich. Kirish "Aqliy hujum" Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha 5 minut	Tahlil qilinishi lozim bo'lgan "Aqliy hujum" texnologiyasini amalda qo'llash Uning o'quvchilar tomonidan o'quv axborotlarini o'zlashtirib olish va o'quv matnlari ustida muvaffaqiyatli ishlash jarayonidagi ahamiyatini tushuntirib beradi.	Muammoning mohiyatini tushunib oladilar, zarur hollarda o'qituvchiga savollar bilan murojaat qilishlariga erishiladi.	Talabalarda «Aqliy hujum» texnologiyasini amaliy faoliyatda muvaffaqiyatli qo'llash malakalarini tarkib toptirish, ularda hamkorlikda ijodiy mehnat qilish,

			mustaqillikni, kasbiy maxoratni shakllantirish.
3-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu bayoni 15 min	Uzaytirilgan ma'ruza texnologiyasi bo'yicha yangi mavzuning 1- qismi bayon etiladi. Jordan lemmasi va uning tadbiqlari ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
4-bosqich. "Aqliy hujum" 5 minut	Yangi mavzu tayanadigan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muaamo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.	Mavzu bo'yicha Jordan lemmasi va uning tadbiqlari, tushunchalarini yana bir bora takrorlab mustahkamlab olishadi.	Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash.
5-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi 20 minutgacha	Yangi mavzu 2- qismi bayon etiladi , mavzusi ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
6-bosqich. Aqliy hujum 5 minut	Yangi mavzu tayana digan tushunchalar bo'yicha savollar beriladi. Bunda tayanch tushunchlar oldingi bosqichdagi ma'ruzadan ham beriladi. Fikrlarning talabalar tomonidan kiritilishini tashkil qiladi, ular faoliyatini	Mavzu bo'yicha, Jordan lemmasi va uning tadbiqlari	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

	kuzatadi, zarur xollarda to'g'ri yo'nalish berib boradi. Muammo talqini jarayonini kuzatadi va talabalar tomonidan o'quv axborotining qay darajada mukammal o'zlashtirilishi xususida aniq xulosalar qilib boradi.		Talabalarni muammoni o'rganish jarayonida faolligini oshirish, ularning mustaqil fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish, dunyoqarashini kengayotirish, hamkorlikda ishlashga o'rgatish. Kasbiy faoliyatga mukammal tayyorlash
7-bosqich. Ma'ruza Yangi mavzu 3-qismi bayon etiladi 15 minutgacha	Yangi mavzu 3- qismi bayon etiladi, ochib beriladi, misollar keltiriladi.	Talabalar diqqat bilan eshitadi. Tahlil qilib boradi.	Yangi tushunchaga ega bo'lishadi.
8-bosqich. Yakuniy qism 10 minutgacha	Talabalar tomonidan berilgan savollarga javob beradi. Talabalar tomonidan amalga oshirilgan faoliyatni tahlil qiladi, mashg'ulotga yakun yasaydi.	O'z faoliyatlariga baho beradilar, eng maqbul fikr variantlarini ko'rsatadilar, fikrlar himoyasi yuzasidan qo'shimchalar, aniqliklarni kiritadilar va ularni isbotlaydilar.	Talabalarda mustaqillik, faollik, ijodkorlik, mas'uliyatlilik, vatanparvarlik, tashabbuskorlik hissini tarkib toptirish va rivojlantirish.

Mavzu: Jordan lemmasi va uning tadbirlari.

1-qism. Jordan lemmasi va uning tadbirlari.

Yakkalangan maxsus nuqtalardan tashkari barcha $\{Imz \geq 0\}$ yuqori yarim tekislikda $f(z)$ funksiya holomorfl bo'lsin va $\gamma_R = \{z : z = Re^{i\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$ yuqori yarim aylanada $M(R) = \max |f(z)| \rightarrow 0, \text{ da } R \rightarrow \infty$ da intilsin u holda $\forall \lambda > 0$ son uchun

$$\int_{\gamma_R} e^{\lambda z} f(z) dz \rightarrow 0$$

intiladi.

Isbot.

$\gamma'_R = \{z : z = Re^{i\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}\}$ deb belgilab olamiz. $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ uchun sinusoidaning qavariqligidan $\sin \varphi \geq \frac{2}{\pi} \varphi$ tengsizlik qabul qilamiz. Shuning uchun

$$|e^{i\lambda z}| = |e^{i\lambda(R \cos \varphi + iR \sin \varphi)}| = e^{-\lambda R \sin \varphi} \leq e^{-\lambda R \frac{2}{\pi} \varphi}$$

bo'ladi.

Bundan

$$\begin{aligned} \left| \int_{\gamma'_R} e^{i\lambda z} f(z) dz \right| &\leq \int_{\gamma'_R} |e^{i\lambda z}| |f(z)| |dz| \leq \\ z = Re^{i\varphi}, dz = iRe^{i\varphi} d\varphi, |dz| &= R d\varphi, M(R) = \max |f(z)| \\ &\leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\lambda R \frac{2}{\pi} \varphi} M(R) R d\varphi = -RM(R) \frac{\pi}{2\lambda R} e^{-\frac{2\lambda R}{\pi} \varphi} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = M(R) \frac{\pi}{2\lambda} (1 - e^{-\lambda R}) \\ \left| \int_{\gamma'_R} e^{i\lambda z} f(z) dz \right| &\leq M(R) \frac{\pi}{2\lambda} (1 - e^{-\lambda R}) \leq M(R) \frac{\pi}{2\lambda} (1 - e^{-\lambda R}) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0 \\ \int_{\gamma'_R} e^{i\lambda z} f(z) dz &\rightarrow 0, R \rightarrow \infty \text{ da } \gamma''_R = \gamma_R \setminus \gamma'_R \\ \int_{\gamma''_R} e^{i\lambda z} f(z) dz & \end{aligned}$$

integral xuddi yuqoridagidek γ''_R baholash uchun $t = \pi - \varphi$ almashtirish yordamida aniqlaymiz.

Qoldiqlar nazariyasi yordamida aniq integralni hisoblash.

$$I = \int_0^{2\pi} R(\cos, \sin \varphi) d\varphi$$

korinishdagi integrallar.

Bunda $R(u,v)$ funksiya u,v larni rasional funksiyasi $z = e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ bo'lsin.

U holda

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right), \sin \varphi = \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right) \quad dz = ie^{i\varphi} d\varphi, d\varphi = \frac{dz}{iz} = -i \frac{dz}{z}$$

$$I = \int_{|z|=1} R\left(\frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right), \frac{1}{2i}\left(z - \frac{1}{z}\right)\right) \left(-i \frac{dz}{z}\right) = \int_{|z|=1} R_1(z) dz$$

qoldiqlar nazariyasi ko'llasak,

$$I = \int_{|z|=1} R_1(z) dz = 2\pi i \sum_{\substack{z=z_k \\ |z|<1}}^n \operatorname{res} R_1(z)$$

2-Misol. $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - 2a \cos \varphi + a^2}, (|a| < 1)$ hisoblansin.

$z = e^{i\varphi}$ bo'lsin. U holda $\cos \varphi = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$, $d\varphi = \frac{dz}{iz} = -i \frac{dz}{z}$

$$I = \int_{|z|=1} \frac{1}{1 - 2a \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right) + a^2} (-i) \frac{dz}{z} = i \int_{|z|=1} \frac{dz}{az^2 - (a^2 + 1)z + a}$$

maxsus nuqtalarni topib olamiz.

$$R_1(z) = \frac{i}{az^2 - (a^2 + 1)z + a}$$

$$az^2 - (a^2 + 1)z + a = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{+(a^2 + 1) \pm \sqrt{(a^2 + 1)^2 - 4a^2}}{2a} = \frac{+(a^2 + 1) \pm (a^2 - 1)}{2a}, z_1 = \frac{+(a^2 + 1) + (a^2 - 1)}{2a}, z_2 = \frac{+(a^2 + 1) - (a^2 - 1)}{2a}$$

$|a| < 1$ bo'ganligi uchun birinchi aylana ichida $z_1 = a$ maxsus nuqta bor. Bu maxsus nuqta birinchi tartibli kutbdir. Shunga asosan

$$I = 2\pi i \operatorname{res}_{z=a} R_1(z) = 2\pi i \left[\frac{i}{2az - (a^2 + 1)} \right]_{z=a} = 2\pi i \frac{i}{a^2 - 1} = \frac{2\pi}{1 - a^2},$$

demak

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - 2a \cos \varphi + a^2} = \frac{2\pi}{1 - a^2}, |a| < 1$$

II. Rasional funksiyalarni integrallash

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$$

bunda $R(x)$ —rasional funksiya

$$R(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} \approx x^{n-m}, x \rightarrow \infty$$

Bu erda integral yaqinlashuvchi bo'lsin. Yaqinlashuvchiligidan esa, $k = m - n \geq 2$ ekanligi kelib chiqadi.

$$R(z) \cong \frac{a}{z^k}, k \geq 2, |z| \rightarrow \infty$$

shuning uchun katta $|z|$ da $|R(z)| \leq \frac{C}{|z|^2}$ tengsizlik urinli bo'ladi. Bundan esa,

$\gamma_R = \{z : z = Re^{i\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$ yuqori yarim aylanada. $|R(z)| \leq CR^{-2}$ tengsizlik o'rinli

bo'ladi va

$$\left| \int_{\gamma_R} R(z) dz \right| \leq CR^{-2} \int_{\gamma_R} |dz| = CR^{-2} \pi R = \frac{C\pi}{R} \xrightarrow{R \rightarrow 0} 0$$

$$\int_{-R}^R R(z) dz + \int_{\gamma_R} R(x) dx = \oint_{\Gamma_R} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_n > 0 \\ z = z_n}} \text{res} R(z)$$

demak,

$$I = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_n > 0 \\ z = z_n}} \text{res} R(z)$$

3-Misol

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}$$

$$R(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^4} = \frac{1}{(z - i)^4 (z + i)^4}$$

bu funksiya $z_1 = i, z_2 = -i$

maxsus nuqtalarga ega bo'lib, bu mahsus nuqtalar turtinchi tartibli qutbdir. Yuqori yarim tekislikda faqat $z_1 = i$ nuqta yotadi. n-chi tartibli kutb bo'lsa,

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4} = 2\pi i \underset{z=i}{\text{res} f(z)} = 2\pi i \underset{z=i}{\text{res}} \frac{1}{(x^2 + 1)^4} = \frac{2\pi i}{3} \left[\frac{1}{(z+i)^4} \right]_{z=i}^{(iii)} = \frac{2\pi i}{6} (-4)(-5)(-6) \frac{1}{2^2 i^2} = \frac{2\pi i 20}{2^7} = \frac{5\pi}{16}, I = \frac{5\pi}{16}$$

$$\text{III. } I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx \text{ ko'rinishdagi integrallar bunda } \lambda \geq 0$$

shu integralni hisoblaymiz.

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda x R(x) dx + i \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \lambda x R(x) dx$$

bunda $R(x) \approx \frac{1}{x^k}, k \rightarrow \infty, k \geq 1$ bulishi kerak, aks xolda integral uzoklashuvchi bo'ladi.

Bundan $\max |R(z)| = M(R) \xrightarrow{R \rightarrow 0} 0$ shuning uchun Jordan lemmasiga ko'ra,

$$\int_{\gamma_R} e^{i\lambda R} R(z) dz \rightarrow 0 \text{ agarda } R \rightarrow \infty, \lambda > 0 \text{ bo'lsa, } \gamma_R = \{z : |z| = R, z = \text{Re } i\lambda, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$$

qoldiqlar haqidagi Koshi teoremasiga ko'ra

$$\int_{-R}^{+R} e^{i\lambda x} R(x) dx + \int_{\gamma_R} e^{i\lambda x} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\substack{\text{Im } z_k > 0 \\ |z_k| < R}} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (1) \text{ da } R \rightarrow \infty$$

da limitga usak,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\text{Im } z_k > 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (2)$$

Xuddi shuningdek $\lambda < 0$ bo'lganda,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} R(x) dx = -2\pi i \sum_{\text{Im } z_k < 0} \text{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \quad (3)$$

tenglikdan xaqiqiy va mavhum qismlarini ajrasak.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda x R(x) dx = -2\pi \operatorname{Im} \left(\sum_{\substack{\operatorname{Im} z_k > 0 \\ z=z_k}} \operatorname{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin \lambda x R(x) dx = 2\pi \operatorname{Re} \left(\sum_{\substack{\operatorname{Im} z_k > 0 \\ z=z_k}} \operatorname{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) \quad (2)$$

4–Misol.

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \cos 5x}{x^2 - 2x + 5} dx$$

hisoblansin.

$$I = -2\pi \operatorname{Im} \left(\sum_{\substack{\operatorname{Im} z_k > 0 \\ z=z_k}} \operatorname{res}(e^{i\lambda z} R(z)) \right) =$$

bunda,

$$R(z) = \frac{z-1}{z^2 - 2z + 5}$$

$$z^2 - 2z + 5 = 0$$

$$z_{1,2} = 1 \pm 2i$$

$$z_1 = 1 + 2i, \operatorname{Im} z_1 = 2 > 0$$

$$z_2 = 1 - 2i, \operatorname{Im} z_2 = -2 < 0$$

$$= 2\pi \operatorname{Im} \left(\operatorname{res}_{z=1+2i} \frac{e^{5iz} (z-1)}{z^2 - 2z + 5} \right) = \operatorname{res}_{z=1+2i} \left[\frac{e^{5iz} (z-1)}{(z^2 - 2z + 5)'} \right]_{z=1+2i} = \left[\frac{e^{5iz} (z-1)}{2z-2} \right]_{z=1+2i} = \frac{e^{-10}}{2} \operatorname{Im}(\cos 5 + i \sin 5) =$$

$$- \pi e^{-10} \sin 5$$

5–Misol.

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx$$

hisoblansin.

$$R(z) = \frac{1}{z^2 + a^2}$$

Jordan lemmasiga ko'ra,

$$\int_{\gamma_R} e^{iz} R(z) dz \rightarrow 0 \quad R \rightarrow \infty$$

$$\int_{-R}^{+R} e^{ix} R(x) dx + \int_{\gamma_R} e^{iz} R(z) dz = 2\pi i \operatorname{res}_{z=ai} (e^{iz} R(z))$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{iz} R(x) dx = 2\pi i \operatorname{res}_{z=ai} (e^{iz} R(z))$$

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{2} (-2\pi) \operatorname{Im} \left(\operatorname{res}_{z=ai} \frac{e^{iz}}{x^2 + a^2} \right) = -\pi \operatorname{Im} \left(\frac{e^{-a}}{2ai} \right) =$$

$$= -\pi \operatorname{Im} \left(-i \frac{e^{-a}}{2a} \right) = \frac{\pi e^{-a}}{2a} = \frac{\pi}{2ae^a}$$

$$\operatorname{res}_{z=ai} \left[\frac{e^{iz}}{(z^2 + a^2)'} \right]_{z=ai} = \left[\frac{e^{iz}}{2z} \right]_{z=ai} = \frac{e^{-a}}{2ai}$$

Tayanch iboralar: Mahsus nuqta, yakkalangan mahsus nuqta, qutilib bo'ladigan maxsus nuqta, muhim maxsus nuqta.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar.

1. Funksiyaning $z = a$ nuqtadagi qoldigi deb nimaga aytiladi.
2. Koshi teoremasi.
3. Qutilib bo'ladigan maxsus nuqtadagi funksiya qoldig'i nimaga teng.
4. To'la qoldiq haqidagi teorema.
5. $z = \infty$ nuqtadagi funksiya qoldig'i ta'rifi qanday.
6. Jordan limiti.

Adabiyot: [1]. 264-270 betlar, [2]. 271–282 betlar