



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ТЕКСТИЛЬНОЙ И
ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Кафедра «Теоретической механики и
сопротивления материалов»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

«Построение эпюр внутренних усилий и
определение деформации при изгибе
с применением Mathcad»

(Методическое пособие)

(Направление бакалавриата
550700, 5811100)

Ташкент – 2010

Аннотация

При изучении курса «Соппротивление материалов» наряду с прослушиванием лекций, практических и лабораторных занятий студенты выполняют домашние задания в виде расчетно-проектировочных работ.

Настоящее методическое пособие по курсу «Соппротивление материалов» включает в себя разделы «Изгиб», «Перемещения в балках при изгибе».

В настоящей работе приведены примеры и решения задач, варианты заданий расчетно-графической работы, а также их решение с применением *Mathcad*, которое значительно облегчает решение поставленных задач и выводит результаты вычисления в виде изящных графиков и таблиц.

доц. М.С. Эшонов

Составители: ст. пр. **Н.В. Дрёмова**

Рецензенты: **проф. Мухамедсаидов Б.К.** (ТГПУ)

доц. М. Атамирзаев (ТИТЛП)

Утверждено научно-методическим советом ТИТЛП
(протокол № 5 от « 28 » мая)

Размножено в типографии ТИТЛП в « 25 » экземпляров.

Общие методические указания

Перед тем как приступить к выполнению задания рекомендуется соблюдать следующие указания:

1. Проработать соответствующий теоретический раздел курса сопротивление материалов (Темы: «Изгиб. Определение напряжений. Изгиб. Определение перемещений») по учебникам и лекционному материалу. Подробный теоретический материал по данному вопросу имеется в учебнике С.М. Степин «Сопротивление материалов». М.: Высшая школа, 1998, §§ 45-67, а также в других учебниках и учебных пособиях (1) (2),(3), (4), (5).

2. Ознакомится с пакетом математической программы *Mathcad*. Сведения по применению *Mathcad* имеется в книге Макарова Е.Г. «Инженерные расчеты в *Mathcad*», С.-П.: Питер, 2003, а также в других литературных источниках (6),(7).

3. Выбрать данные для расчета согласно своему личному шифру или порядковому номеру по журналу.

4. Расчетно-проектировочная работа должна быть выполнена самостоятельно, оформлена с соблюдением всех требований, завершена и защищена в срок установленный кафедрой.

ИЗГИБ

ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ

Изгиб это такой вид деформации, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют *поперечным*; если поперечные силы не возникают, *изгиб называют чистым*. Стержни, работающие на изгиб, называют балками. Если плоскость действия изгибающего момента (силовая плоскость) проходит через одну из главных осей поперечного сечения стержня, изгиб называют простым или плоским (применяется также название : прямой изгиб).

Опоры балок, рассматриваемых как плоские системы, бывают трех основных типов.

1. *Шарнирно-подвижная опора* (рис. 1 а). Такая опора не препятствует вращению конца балки и его перемещению вдоль плоскости качения. В ней может возникать только одна реакция, которая перпендикулярна плоскости качения и проходит через центр катка. Схематическое изображение подвижной шарнирной опоры дано на рис. 12 б.

2. *Шарнирно-неподвижная опора* (рис. 1 в). Такая опора допускает вращение конца балки, но устраняет поступательное перемещение ее в любом направлении. Возникающую в ней реакцию можно разложить на две составляющие – горизонтальную и вертикальную.

3. *Жесткая заделка , или защемление* (рис.1 г). Такое закрепление не допускает ни линейных, ни угловых перемещений опорного сечения. В этой опоре может в общем случае возникать реакция, которую обычно раскладывают на две составляющие (вертикальную и горизонтальную) и момент защемления (реактивный момент).

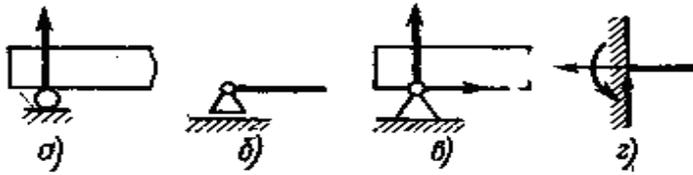


Рис. 1

Балка с одним заделанным (защемленным) концом называется консоль (рис. 2б), двухопорная балка с одной консолью (рис 2 в), двухопорная балка с двумя консолями (рис 2г).

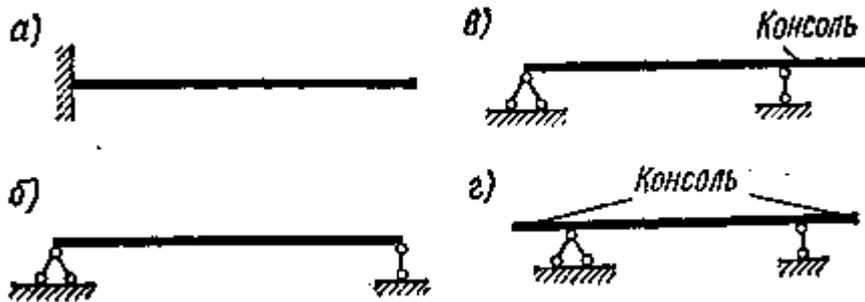


Рис. 2

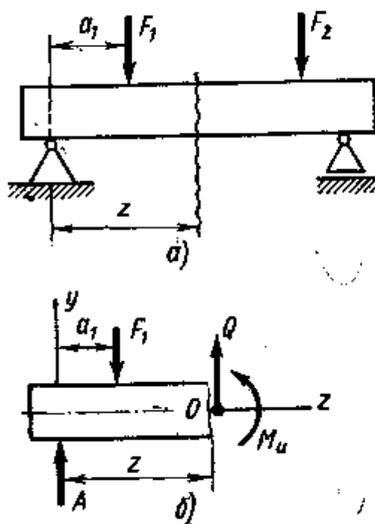


Рис. 3

Взаимодействие частей балки заменяем внутренними усилиями: изгибающим моментом M_u и поперечной силой Q (Рис. 3). Для определения величины M_u и Q используем два уравнения равновесия:

$$1. \sum Y = 0; \quad A - F_1 + Q = 0; \quad Q = F_1 - A, \quad Q = \sum (F_i)_y$$

$$2. \sum M_0 = 0; \quad A \cdot z - F_1 \cdot (z - a_1) - M_u = 0; \quad M_u = A \cdot z - F_1(z - a_1); \quad M_u = \sum m_0(F_i)$$

Таким образом,

1. поперечная сила Q в поперечном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения;
2. изгибающий момент в поперечном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов (вычисленных относительно центра тяжести сечения) внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения.

Правило знаков для изгибающих моментов и поперечных сил

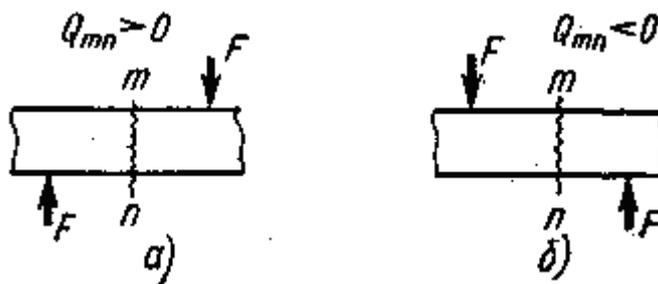


Рис . 4

Поперечная сила в сечении балки mn (рис.4) считается **положительной**, если равнодействующая внешних сил слева от сечения направлена снизу вверх, а справа – сверху вниз, и **отрицательной** - в противоположном случае.



Рис. 5

Изгибающий момент считается **положительным**, если в рассматриваемом сечении балка изгибается выпуклостью вниз, и **отрицательны** – выпуклостью вверх (рис. 5).

Деформации балок при изгибе:

Для определения деформации используем универсальное уравнение для определения угла поворота и для определения прогиба:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Где: θ_0 и Z_0 - угол поворота сечения и прогиб балки в начале координат. Значения θ_0 и Z_0 определяют из условия опирания балки (граничных) рис. 6.

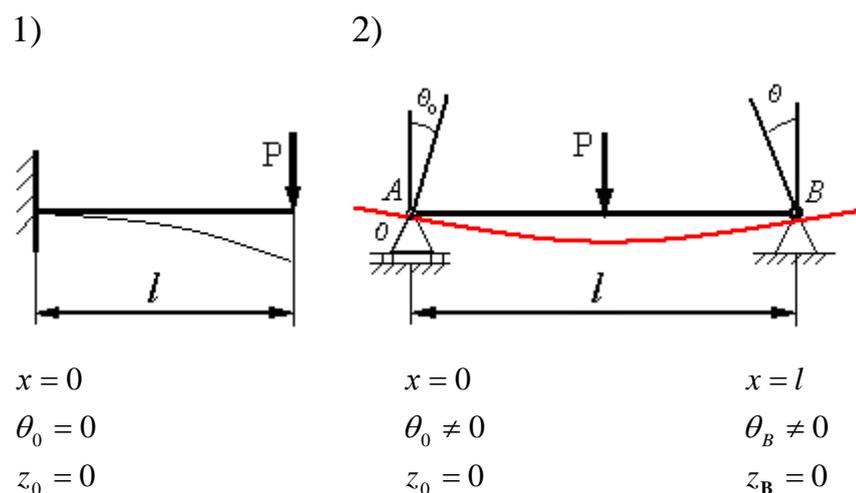
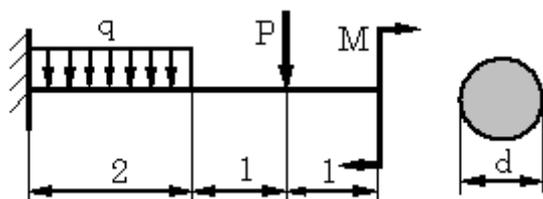


Рис. 6

Пример № 1



Дано:

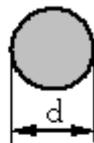
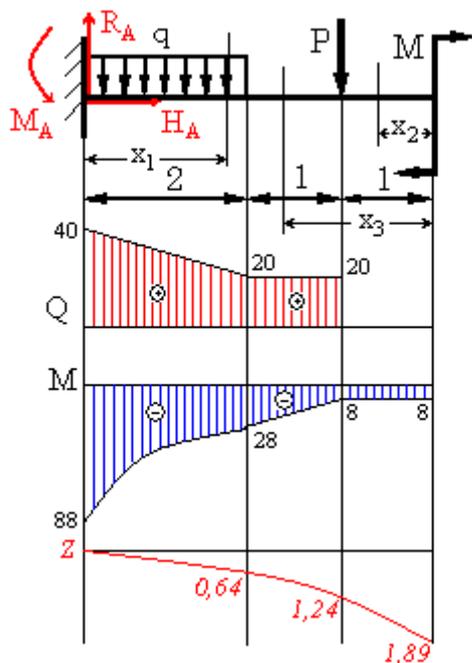
$$P = 20 \text{ кН}, \quad q = 10 \text{ кН/м}, \quad M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Требуется определить: продольную силу Q , изгибающий момент M_u и

построить их эпюры, подобрать сечение и определить перемещение.

Решение:

1. Определение опорных реакций:



составляем уравнение равновесия:

$$\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 2 - P = 0$$

$$R_A = q \cdot 2 + P = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{ kH}$$

$$\sum Z = 0; \quad H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0; \quad -M_A + q \cdot 2 \cdot 1 + P \cdot 3 + M = 0;$$

$$M_A = 10 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 8 = 88 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

Построение эпюр:

2. Определение Q и M_u по участкам:

1 участок $0 \leq x_1 \leq 2$

$$Q_1 = R_A - q \cdot x_1$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2} - M_A$$

при $x_1 = 0$ $Q_1 = 40 \text{ kH}$ $M_1 = -88 \text{ kH} \cdot \text{м}$

$x_1 = 2$ $Q_1 = 20 \text{ kH}$ $M_1 = -28 \text{ kH} \cdot \text{м}$

2 участок $0 \leq x_2 \leq 1$

$$Q_2 = 0 \qquad M_2 = -M = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 участок $1 \leq x_3 \leq 2$

$$Q_3 = P = 20 \text{ kH}$$

$$M_3 = -M - P \cdot (x_3 - 1)$$

При $x_3 = 1$ $M_3 = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$x_3 = 2$ $M_3 = -28 \text{ кН} \cdot \text{м}$

По полученным данным строим эпюры Q и M_u .

3. Подбор сечения:

Условия прочности при изгибе : $\sigma_{\max} = \frac{M_{u \max}}{W_y} \leq [\sigma]$

Момент сопротивления для круглого сечения : $W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$

$$W_y = \frac{M_{u \max}}{[\sigma]} = \frac{88 \cdot 100}{1} = 8800 \text{ см}^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_y \cdot 32}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{8800 \cdot 32}{3,14}} = 45 \text{ см} ; \quad J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 201187 \text{ см}^4$$

4. Определение перемещений:

Для определения прогиба применяем универсальное уравнение:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Распределенную нагрузку продолжаем до конца балки и одновременно добавляем нагрузку равную по величине обратного знака.

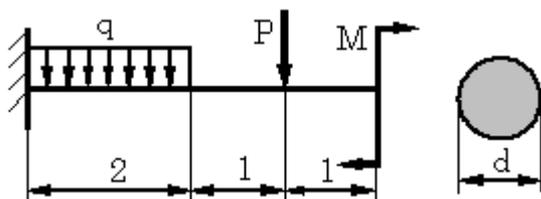
Составляем основное универсальное уравнение:

$$\theta_x = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[M_A(x-0) + R_A \frac{(x-0)^2}{2} - q \frac{(x-0)^3}{6} - P \frac{(x-3)^2}{3} + q \frac{(x-2)^3}{6} \right]$$

$$Z_x = Z_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ} \left[M_A \frac{(x-0)^2}{2} + R_A \frac{(x-0)^3}{6} - q \frac{(x-0)^4}{24} - P \frac{(x-3)^3}{6} + q \frac{(x-2)^4}{24} \right]$$

где: θ_0 и Z_0 - угол поворота сечения и прогиб балки в начале координат.

Значения θ_0 и Z_0 определяют из условия опирания балки (граничных условий).



Граничные условия:

$$x = 0$$

$$\theta_0 = 0$$

$$z_0 = 0$$

Вычисление прогиба: $x = 2\text{ м}$

$$z_2 = z_0 + \theta_0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{2^3}{6} - M_A \frac{2^2}{2} - q \frac{2^4}{24} \right] = 0 + 0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} [53,3 - 176 - 6,7] = -\frac{129,4 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -0,64 \text{ см}$$

$x = 3\text{ м}$

$$z_3 = z_0 + \theta_0 \cdot 3 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{3^3}{6} - M_A \frac{3^2}{2} - q \frac{3^4}{24} + q \frac{1^4}{24} \right] = \frac{1}{EJ} [180 - 396 - 33,8 + 0,4] = -\frac{249,4 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -1,24 \text{ см}$$

$x = 4\text{ м}$

$$z_4 = z_0 + \theta_0 \cdot 4 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^3}{6} - M_A \frac{4^2}{2} - q \frac{4^4}{24} \right] = 0 + 0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} [426,7 - 704 - 106,7 + 6,7 - 3,3] = -\frac{380,6 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -1,89 \text{ см}$$

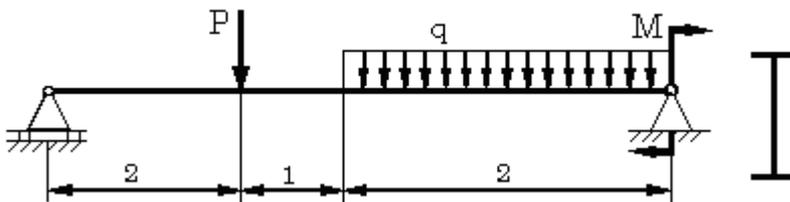
Определяем угол поворота на свободном конце балки (консоль)

$$\theta_B = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^2}{2} - M_A \cdot 4 - q \frac{4^3}{6} + q \frac{1^3}{6} - P \frac{1^2}{2} \right] = \frac{1}{EJ} [320 - 353 - 106,7 + 13,3 - 10] = -\frac{136,3 \cdot 10^4}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -0,00677 \text{ рад}$$

Пример № 2

Дано: $P = 40 \text{ кН}$, $M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 10 \text{ кН/м}$

Требуется определить: продольную силу Q , изгибающий момент M_u и построить их эпюры, подобрать двутавровое сечение и определить прогиб (Z).



1. Определение опорных реакций:

Составляем уравнение равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad P \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 + M - R_B \cdot 5 = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 + M}{5} = \frac{80 + 80 + 20}{5} = 36 \text{ kH}$$

$$\sum M_B = 0; \quad -P \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 + M + R_A \cdot 5 = 0$$

$$R_A = \frac{P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 1 - M}{5} = \frac{120 + 20 - 20}{5} = 24 \text{ kH}$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0; \quad R_A + R_B - P - q \cdot 2 = 0$$

$$24 + 36 - 40 - 20 = 0$$

$$60 - 60 = 0$$

2. Определение Q и M_u по участкам:

1 участок $0 \leq x_1 \leq 2$

$$Q_1 = R_A = 24 \text{ kH}$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 0$$

$$x_1 = 2 \text{ м}; \quad M_1 = 48 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

2 участок $2 \leq x_2 \leq 3$

$$Q_2 = R_A - P = -16 \text{ kH}$$

$$M_2 = R_A \cdot x_2 - P \cdot (x_2 - 2)$$

$$x_2 = 2 \text{ м}; \quad M_2 = 48 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$x_2 = 3 \text{ м}; \quad M_2 = 32 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

3 участок $0 \leq x_3 \leq 2$

$$Q_3 = -R_B + q \cdot x_3$$

$$M_3 = R_B \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2} - M$$

$$x_3 = 0; \quad Q_3 = -36 \text{ kH}; \quad M_3 = -20 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$x_3 = 2; \quad Q_3 = -16 \text{ kH}; \quad M_3 = 32 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

По полученным данным строим эпюры Q и M_u .

3. Подбор двутаврового сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} \leq [\sigma]$$

Где: M_{\max} – Максимальный изгибающий момент, берется из эпюры моментов;

W_y – осевой момент сопротивления;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

$$W_y = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{48 \cdot 100}{16} = 300 \text{ см}^3$$

Из таблицы сортамента подбираем номер двутавра

№ двутавра 24а при $W_y = 317 \text{ см}^3$, $J_y = 3800 \text{ см}^4$

4. Определение перемещений:

Для определения прогиба применяем универсальное уравнение:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

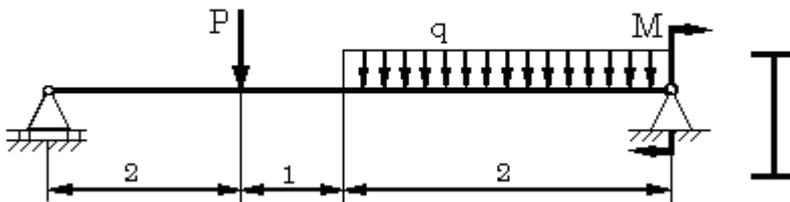
б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Составляем основное универсальное уравнение:

$$Z_x = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{x^3}{6} - P \frac{(x-2)^3}{6} - q \frac{(x-3)^4}{24} \right]$$

$$\theta_x = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{x^2}{2} - P \frac{(x-2)^2}{2} - q \frac{(x-3)^3}{6} \right]$$



Граничные условия :

$$x = 0$$

$$\theta_0 \neq 0$$

$$z_0 = 0$$

$$x = 5$$

$$\theta_B \neq 0$$

$$z_B = 0$$

Вычисление прогиба: $x = 5\text{м}$

$$Z_B = Z_0 + \theta_0 5 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{5^3}{6} - P \frac{(5-2)^3}{6} - q \frac{(5-3)^4}{24} \right] = 0 \quad ; \quad Z_0 = 0$$

$$\theta_0 5 + \frac{1}{EJ} \left[24 \frac{5^3}{6} - 40 \frac{3^3}{6} - 10 \frac{2^2}{24} \right] = 0$$

$$\theta_0 5 + \frac{1}{EJ} [500 - 180 - 6.7] = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = -\frac{65,3}{EJ}$$

Определение угла поворота в начале координат в точке А :

$$\theta_0 = -\frac{65,3}{EJ} = -\frac{65,3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -0,00859 \text{ рад}$$

Определение прогиба при изгибе:

$$\underline{x = 2 \text{ м}}$$

$$Z_2 = Z_0 + \theta_0 2 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{2^3}{6} \right] = -\frac{65,3 \cdot 2}{EJ} + \frac{32}{EJ} = -\frac{98,5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -1,29 \text{ см}$$

$$\underline{x = 3 \text{ м}}$$

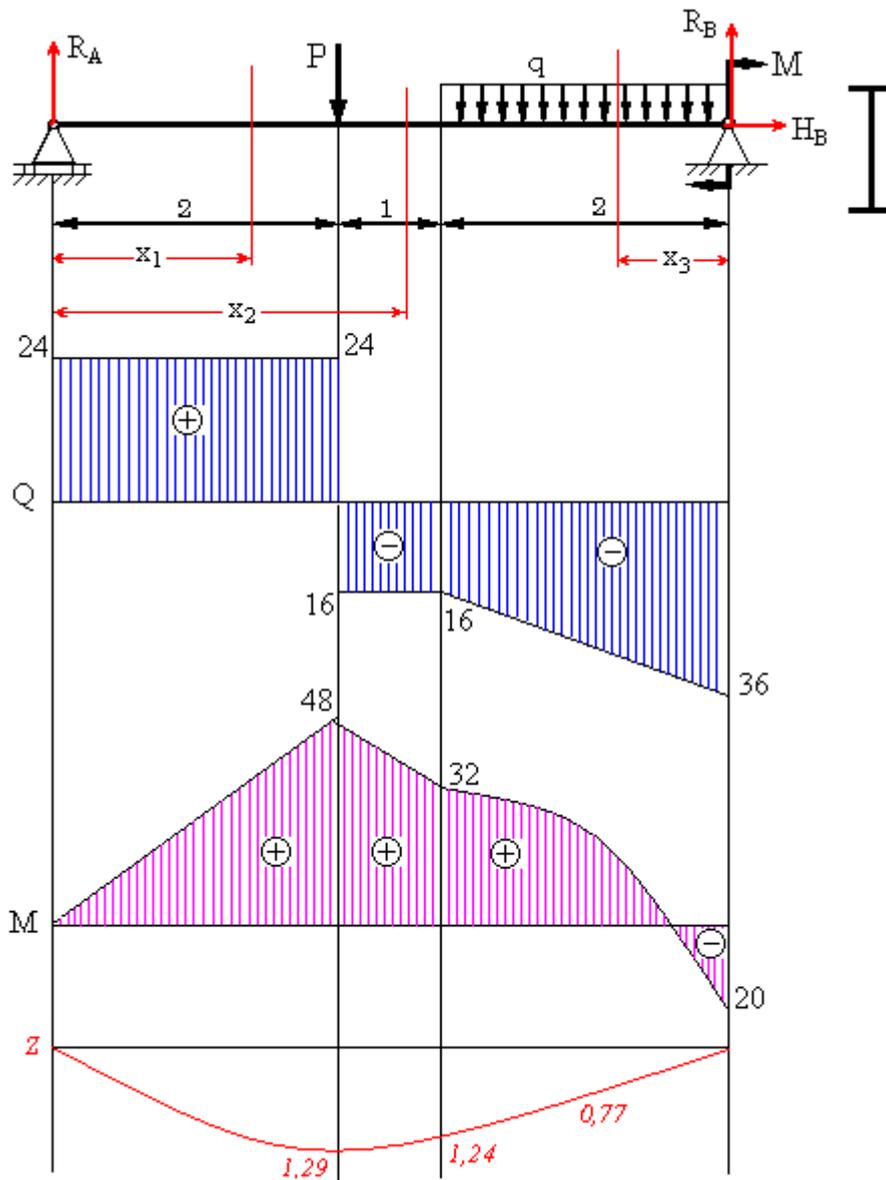
$$Z_3 = Z_0 + \theta_0 3 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{3^3}{6} - P \frac{(3-2)^3}{6} - q \frac{(3-3)^4}{24} \right] = -\frac{65,3 \cdot 3}{EJ} + \frac{108}{EJ} - \frac{6,7}{EJ} =$$

$$= -\frac{94,6 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -1,24 \text{ см}$$

$$\underline{x = 4 \text{ м}}$$

$$Z_4 = Z_0 + \theta_0 4 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^3}{6} - P \frac{(4-2)^3}{6} - q \frac{(4-3)^4}{24} \right] = -\frac{65,3 \cdot 4}{EJ} + \frac{256}{EJ} - \frac{53,3}{EJ} - \frac{0,4}{EJ} =$$

$$= -\frac{58,9 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -0,77 \text{ см}$$

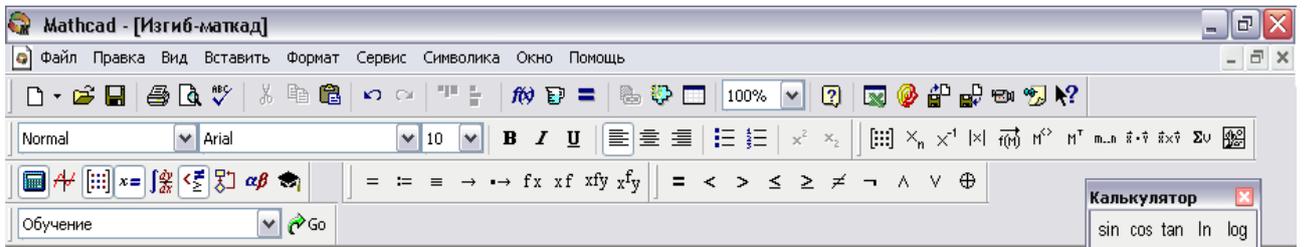


Пример № 3

Этот же пример решим с применением математической программы «Mathcad»

Дано: $P = 40 \text{ кН}$, $M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 10 \text{ кН/м}$

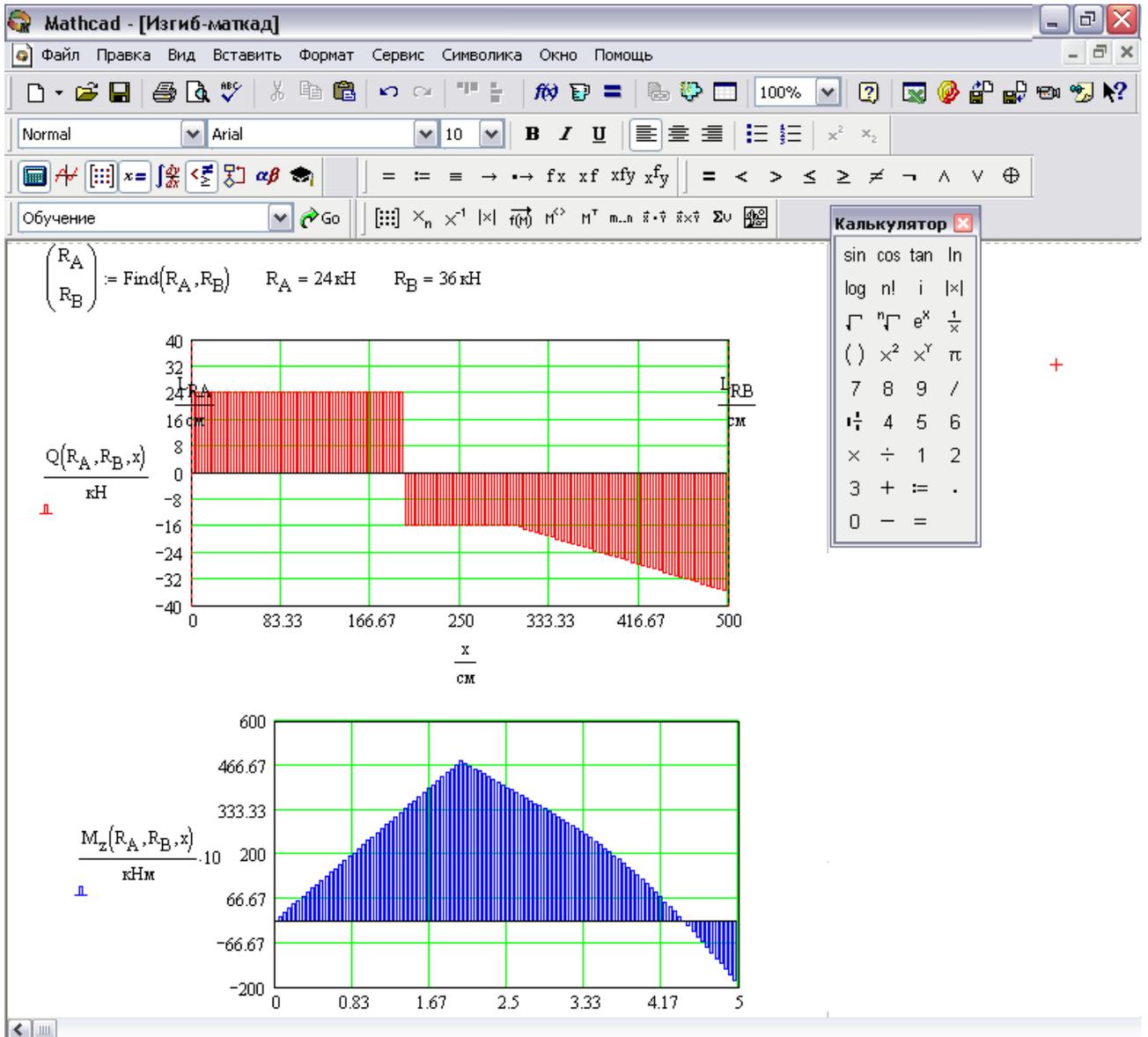
Вводим данные задачи :



Определение и построение эпюр внутренних силовых факторов в балках (Q и M_y)

$ORIGIN := 1$
 $m := m \quad cm := 0.01 \cdot m \quad mm := 0.001 \cdot m \quad kH := 1000 \cdot N \quad kNm := 1000 \cdot N \cdot m \quad Nm := N \cdot m$
 $F := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -40 \end{pmatrix} \cdot kH \quad L_F := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} \cdot cm \quad q := \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{kH}{m} \quad L_{qH} := \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot cm \quad L_{qK} := \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot cm$
 $M := \begin{pmatrix} 20000 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Nm \quad L_M := \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot cm \quad L = 5 \cdot m \quad x := 0 \cdot m, \frac{L}{100} \dots L$
 $L_{RA} := 0 \cdot cm \quad L_{RB} := 500 \cdot cm$

Получаем готовые эпюры Q и M :



Определение деформации при изгибе: Вводим все необходимые данные

Mathcad - [деформация при изгибе]

Файл Правка Вид Вставить Формат Сервис Символика Окно Помощь

Normal Arial Cyr 10 B I U

Обучение Go

Определение деформации при изгибе

ORIGIN := 1

$m := m$ $см := 0.01 \cdot m$ $мм := 0.001 \cdot m$ $H := N$ $МПа := 10^6 \cdot \frac{H}{m^2}$ $J_z := 3800 \cdot см^4$
 $град := deg$ $Нм := N \cdot m$ $кН := 1000 \cdot N$ $кНм := 1000 \cdot N \cdot m$

$F := \begin{pmatrix} 0 \\ -40 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot кН$ $L_F := \begin{pmatrix} 0 \\ 200 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot см$ $q := \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{кН}{м}$ $L_{qH} := \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot см$ $L_{qK} := \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot см$

$M := \begin{pmatrix} 20000 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot Нм$ $L_M := \begin{pmatrix} 500 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot см$ $L := 5 \cdot m$ $x := 0 \cdot m, \frac{L}{100} .. L$ $E := 2 \cdot 10^5 \cdot МПа$

Положение опор

 изменение положения опор

и получаем:

Mathcad - [деформация при изгибе]

Файл Правка Вид Вставить Формат Сервис Символика Окно Помощь

Normal Arial Cyr 10 B I U

Обучение Go

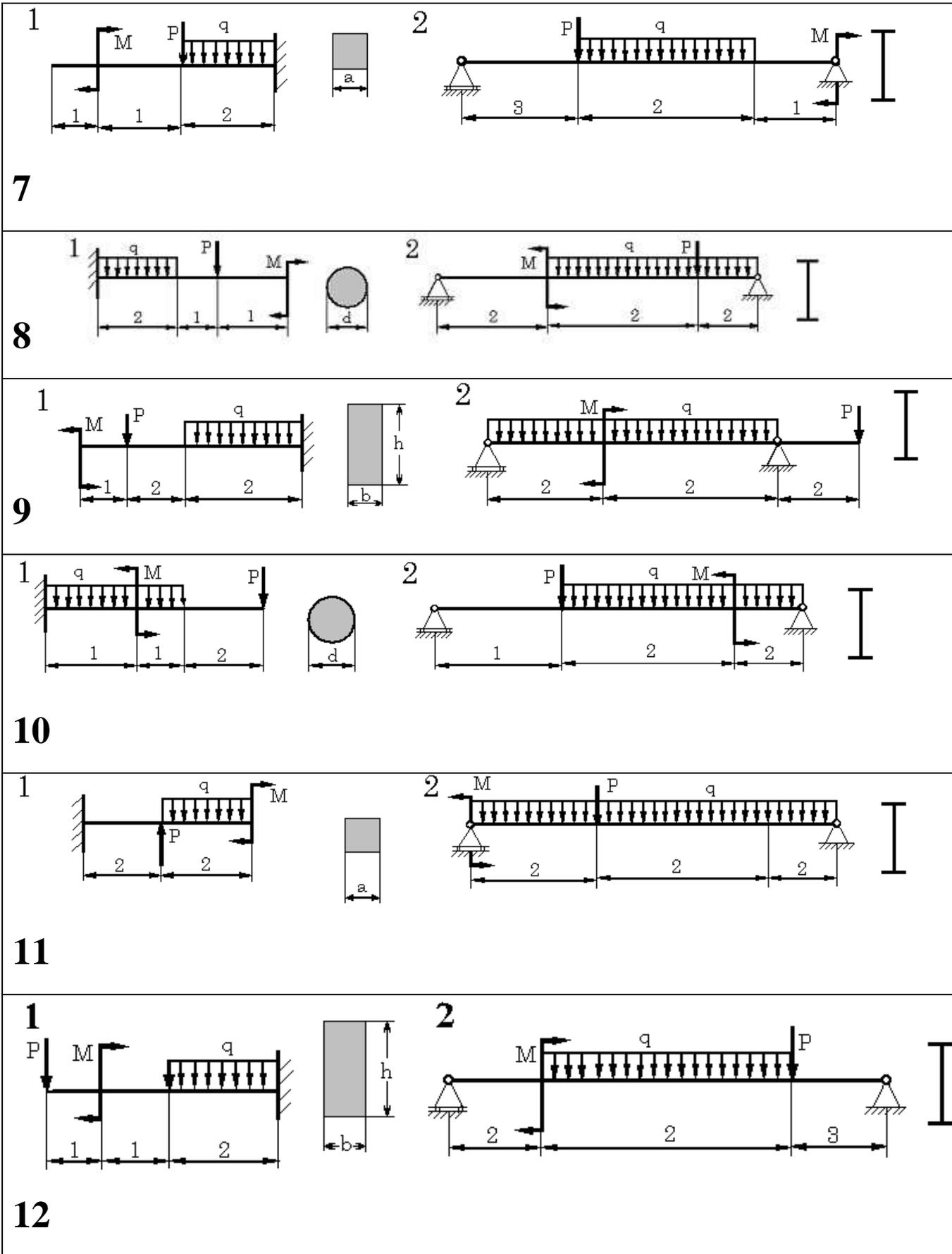
$\theta_0 = -0.472$ град

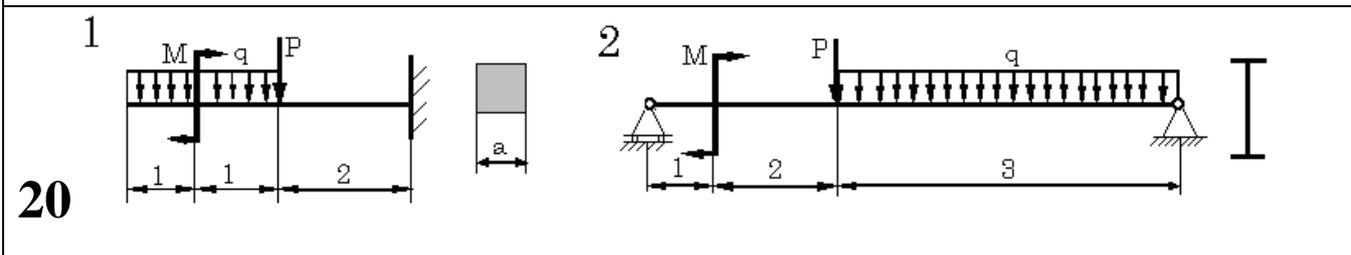
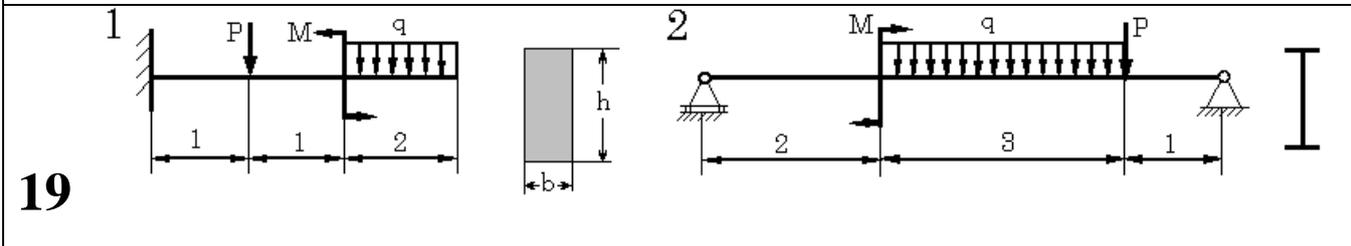
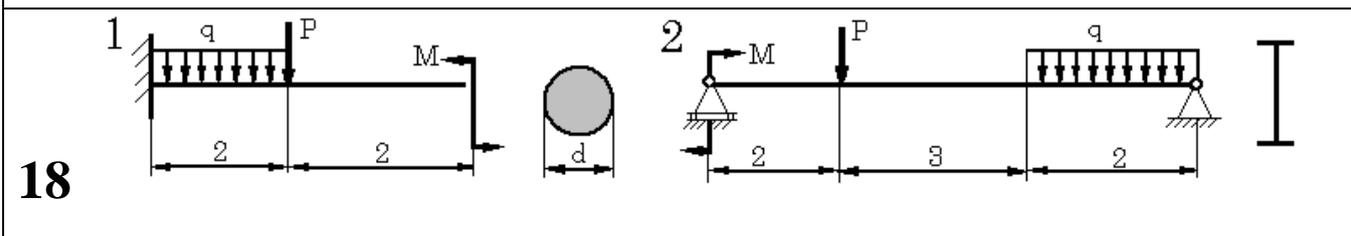
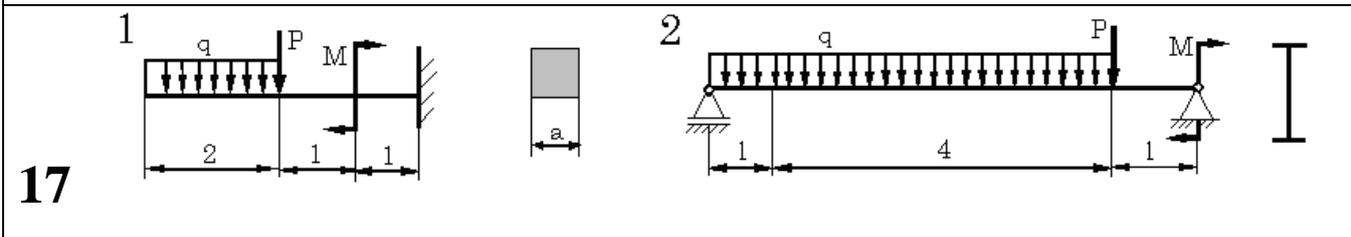
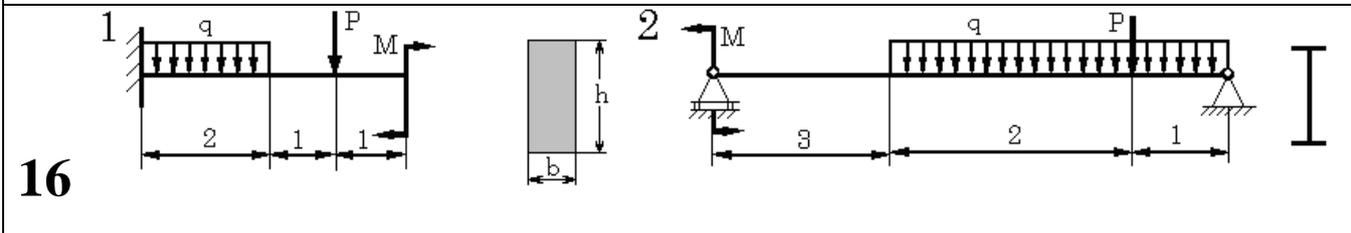
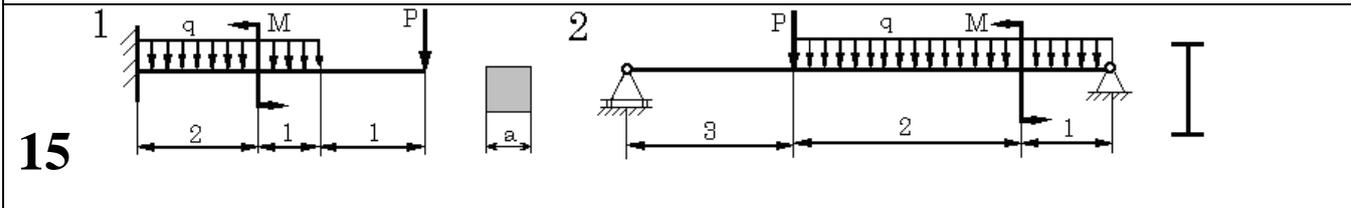
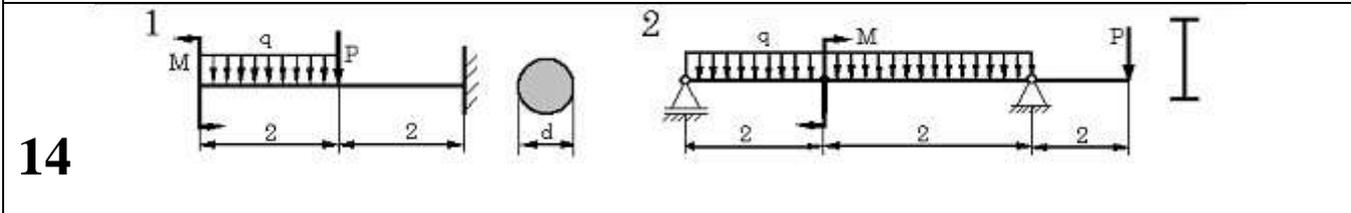
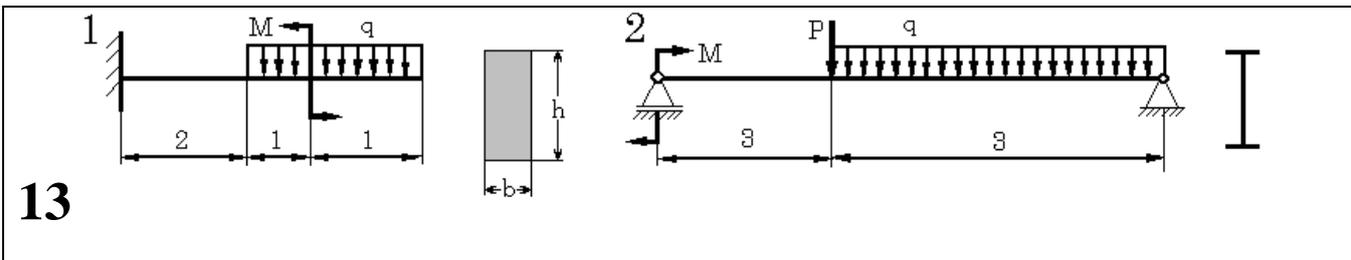
$x := 0, \frac{L}{6} .. L$

x =	u(x) =
0 m	0 m
0.833	-6.567 · 10 ⁻³
1.667	-0.011
2.5	-0.013
3.333	-0.01
4.167	-5.308 · 10 ⁻³
5	0

$x_0 := 0 \cdot m$ $x_0 := \text{Minimize}(u, x_0)$ $x_0 = 2.323 \cdot m$ $u(x_0) = -1.259 \cdot см$

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>2</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>2</p>
<p>4</p>	<p>2</p>
<p>5</p>	<p>2</p>
<p>6</p>	<p>2</p>





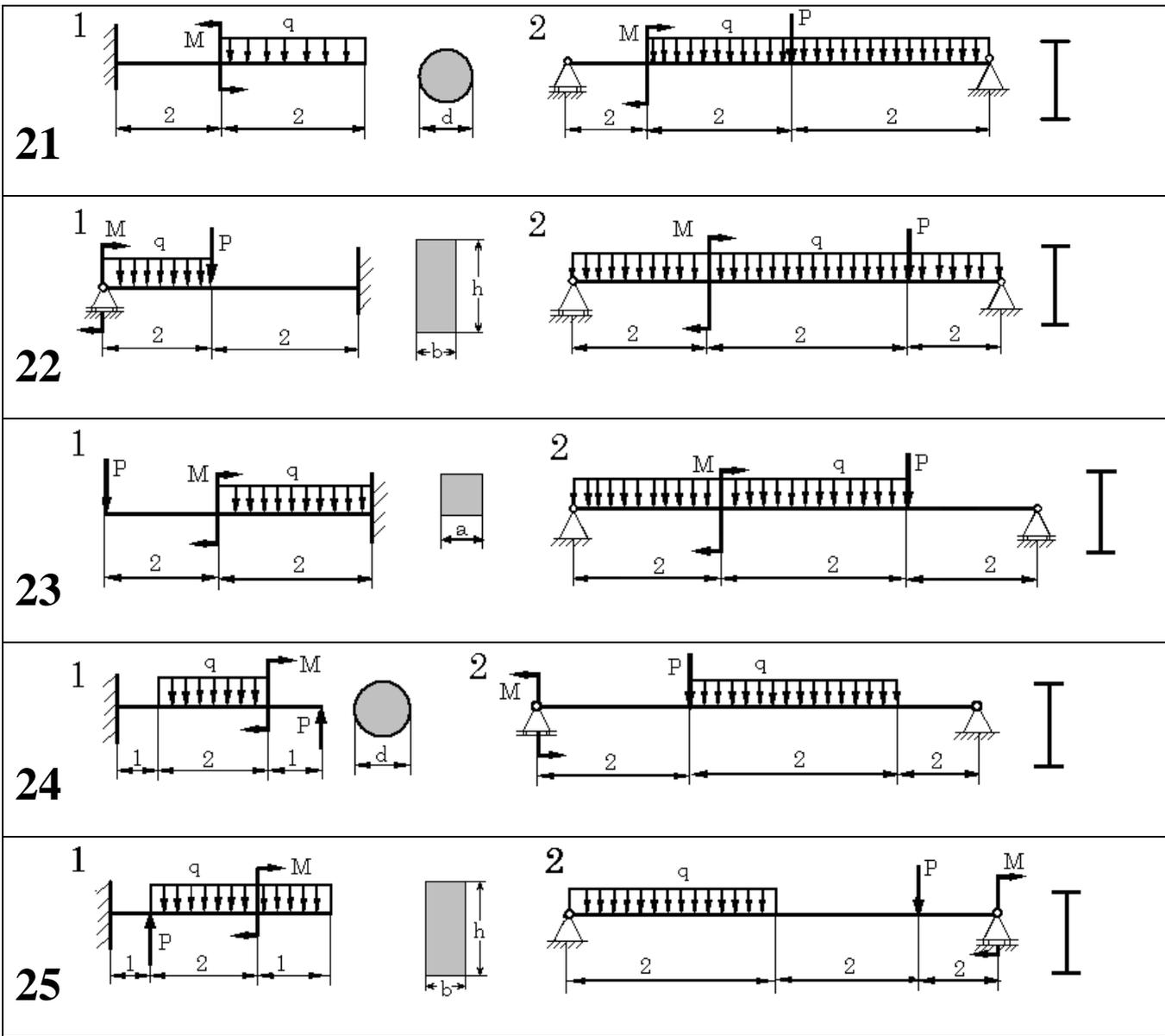


Таблица данных по изгибу

№ Вари- анта	Нагрузка					
	1 задача			2 задача		
	$P, кН$	$q, кН/м$	$M, кН \cdot м$	$P, кН$	$q, кН/м$	$M, кН \cdot м$
1	10	5	10	50	20	10
2	15	10	15	40	10	20
3	20	15	10	30	20	30
4	20	20	10	20	10	30
5	15	5	20	10	20	20
6	10	10	10	50	10	10
7	10	15	10	40	20	20
8	15	20	5	30	10	30
9	20	10	10	20	20	30
10	20	10	20	10	10	20
11	15	5	10	50	20	10
12	10	10	15	40	10	20
13	10	15	10	30	20	20
14	20	20	10	20	10	30
15	15	5	20	10	20	30
16	10	5	10	50	20	10
17	10	10	15	40	10	20
18	15	15	10	30	20	30
19	20	20	10	20	10	30
20	20	5	20	10	20	20
21	15	10	10	50	10	10
22	10	15	10	40	20	20
23	10	20	5	30	10	30
24	20	10	10	20	20	30
25	15	10	20	10	10	20

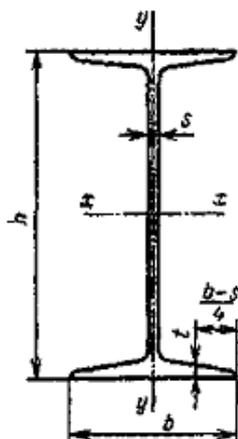
Ключевые слова:

1. Изгиб
2. Чистый изгиб
3. Поперечный изгиб
4. Косой изгиб
5. Типы балок
6. Двухопорная балка
7. Консольная балка
8. Эпюра
9. Поперечная сила
10. Изгибающий момент
11. Нормальное напряжение
12. Допускаемое нормальное напряжение
13. Условие прочности при изгибе
14. Момент сопротивления
15. Подбор сечения
16. Двутавр

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется прямым и косым изгибом?
2. Что называется чистым изгибом?
3. Что называется поперечным изгибом?
4. Какие внутренние усилия возникают в поперечных сечениях бруса?
5. Какие правила знаков приняты для каждого из внутренних усилий?
6. Какие бывают типы опор?
7. Какие уравнения используются для определения значений опорных реакций?
8. Как проверить правильность определения опорных реакций?
9. Как определяется экстремальное значение изгибающего момента?
10. Как изменяется изгибающий момент в сечении, в котором к балке приложен сосредоточенный внешний момент?
11. Как меняется поперечная сила в сечении, в котором к балке приложена сосредоточенная внешняя сила, перпендикулярная к оси балки?
12. Для чего строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?
13. Чему равны нормальные напряжения при изгибе?
14. Как пишутся условия прочности при изгибе по нормальным напряжениям?

Таблица сортамента Двутавры стальные, горячепрокатные
(ГОСТ 8239-89)



h — высота двутавра;
 b — ширина полки;
 d — толщина стенки;
 t — средняя толщина полки;
 A — площадь поперечного сечения;
 J_x, J_y — моменты инерции;
 W_x, W_y — моменты сопротивления;
 S_x — статический момент полусечения;
 i_x, i_y — радиусы инерции.

№ Дву- тавра	Масса 1м, кг	Размеры, мм				A , $см^2$	J_x , $см^4$	W_x , $см^3$	i_x , $см$	S_x , $см^3$	J_y , $см^4$	W_y , $см^3$	i_y , $см$
		h	b	d	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	48	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	18,4	180	90	8,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1340	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	125
27	31,5	270	125	6	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50	2,80
30	36,5	300	135	65	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57	400	155	8,3	13	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03

№ Дву- тавра	Масса 1м, кг	Размеры, мм				$A,$ $см^2$	$J_x,$ $см^4$	$W_x,$ $см^3$	$i_x,$ $см$	$S_x,$ $см^3$	$J_y,$ $см^4$	$W_y,$ $см^3$	$i_y,$ $см$
		h	b	d	t								
45	66,5	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

ОБРАЗЦЫ ТЕСТОВ:

ИЗГИБ:

1. Какие внутренние усилия возникают в поперечных сечениях бруса при поперечном изгибе?

1. только $M_{из}$ 2. $Q, M_{из}$ 3. $N, M_{из}$

4. только Q 5. Q, N

2.

3. Какая существует дифференциальная зависимость между изгибающим моментом и поперечной силой?

1. $q = \frac{d^2 M}{dx^2}$ 2. $Q = \frac{dM_u}{dx}$ 3. $q = \frac{dQ}{dx}$ 4. $q = \frac{dN}{qx}$ 5. $Q = \frac{d^2 M_u}{dx}$

5. Какая существует дифференциальная зависимость между изгибающим моментом и интенсивностью распределенной нагрузки?

1. $q = \frac{d^2 M}{dx^2}$ 2. $Q = \frac{dM_u}{dx}$ 3. $q = \frac{dQ}{dx}$ 4. $q = \frac{dN}{qx}$ 5. $Q = \frac{d^2 M_u}{dx}$

6. Чему равны касательные напряжения при изгибе?

1. $\tau = \frac{Q \cdot S_y}{J_y \cdot b}$ 2. $\tau = \frac{Q \cdot S_y}{J_y \cdot E}$ 3. $\sigma = \frac{M_u S_y}{E \cdot b}$ 4. $\sigma_{max} = \frac{M_u}{J_y} z$ 5. $\tau = \frac{Q_{max} S_y}{J_y}$

5. По какой формуле определяют нормальные напряжения при изгибе?

1. $\sigma = \frac{Q_{max}}{J_y} z$ 2. $\sigma = \frac{M_u}{W_y} z$ 3. $\sigma = \frac{M_u}{J_y} z$ 4. $\sigma = \frac{M_u}{J_\rho} \rho$ 5. $\sigma = \frac{Q_{max}}{J_\rho} z$

Список литературы

1. А.В.Дарков. Г.С. Шпиро. **Сопротивление материалов**. Изд. «Высшая школа». Москва. 1989. стр.227-396
2. Н.М.Беляев . **Сопротивление материалов**. Изд. Наука. М. 1988. стр 188-273, 276-293.
3. В.И.Феодосьев. **Сопротивление материалов**. Изд. «МГТУ им Н.Э.Баумана» Москва. 1999.
7. Г.М.Ицкович. **Сопротивление материалов**. Изд. «Высшая школа» Москва.1986. стр.198-290.
8. Макаров Е.Г. **Сопротивление материалов на базе Mathcad**. СПб: БХВ-Петербург, 2004. стр. 294-322
9. М.Херхагер, Х. Партоль. **Mathcad 2000**, Изд.Ирина. ВНУ. Киев.2000.
10. <http://mysopromat.ru>
11. http://mysopromat.ru/uchebnye_kursy/sopromat/

Оглавление

1	Аннотация	2
2	Общие методические указания	3
3	Изгиб. Общие понятия	4
4	Пример № 1	7
5	Пример № 2	10
6	Пример № 3, с применением Mathcad.	14
7	Таблицы и схемы выполнения задания (Изгиб)	17
8	Ключевые слова (Изгиб)	22
9	Вопросы для самопроверки (Изгиб)	23
10	Приложение 1	24
11	Тесты	25
12	Список литературы	26

