

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

Aniqmas integralda integrallash usullari

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Aniqmas integralda integrallash usullari. Amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llash bo'yicha uslubiy qo'llanma. SamISI. 2011. -17 b.

Taqrizchilar:

Husanov B. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat arxitektura va qurilish instituti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrasi dotsenti.

Uslubiy qo'llanma „Oliy matematika” kafedrasi majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo'llanmada **“Aniqmas integralda integrallash usullari ”** mavzusi amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo'llanmadan **“Aniqmas integralda integrallash usullari”** mavzusi amaliy mashg'ulotini tashkil etish va o'tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiya YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz: "Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi

istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma – ketligi texnologik loyiha asosida o'qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o'quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o'quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o'qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o'rganish darajasini tekshirish, talabalarga og'zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to'ldirish, to'g'ri javoblarni rag'batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig'ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo'yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To'g'ri javoblar ekranda ko'rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o'zlarning bilimlarini o'zlari tekshirib ko'radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo'ladi, o'qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag'batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o'qish – o'rganishga da'vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko'nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo'lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo'lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o'rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o'rni va ahamiyati anglash;
- 2) o'quvchining matematik apparatning qo'llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o'rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo'naltirib, bu bilimlarni o'z faoliyatida qo'llash.

Shuni ta'kidlaymizki, „Oliy matematika“ fani oliy ta'limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e'tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo'llanmada „Oliy matematika“ fanining **“Aniqmas integralda integrallash usullari”** amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab, o'qitish- o'rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

25(4)-mavzu	Aniqmas integralda integrallash
-------------	---------------------------------

	usullari
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 75 nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan ma'ruza mashg'ulot.
Mashg'ulot rejasi	1. O'zgaruvchini almashtirish usuli bilan integrallashga oid misollar echish. 2. Bo'laklab integrallash usuliga doir misollar echish.
Asosiy tushuncha va atamalar	O'zgaruvchini almashtirish, bevosita integrallash, bo'laklab integrallash, bo'laklab integrallashning maqsadga muvofiqligi.
Amaliy mashg'ulotining maqsadi	Aniqmas integralda integrallash usullari haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish.
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. O'zgaruvchini almashtirish usuli bilan integrallashga oid misollar echishni tushuntirish. 4. Bo'laklab integrallash usuliga doir har xil turdagi misollar echish ko'rsatish.	1) o'zgaruvchini almashtirish usuli bilan integrallashga oid misollar echishni bilishi. 2) bo'laklab integrallash usuliga doir har xil turdagi misollar echishni bilishi.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Aniqmas integralda integrallash usullari" mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish	Ta'lim beruvchi	Ta'lim
-----	-----------------	--------

bosqichlari va vaqti		oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50- daqqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi. 2.2.Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimg'larga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to'g'riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3 Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

25.1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

25. 2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	O'zgaruvchini almashtirib integrallashning mohiyati nima?			
2	Bevosita integrallash nima?			
3	Bo'laklab integrallash usuli nimaga asoslanadi?			

4	Bo'laklab integrallash formulasi qanday bo'ladi?			
5	Bo'laklab integrallash qanday holda maqsadga muvofiq bo'ladi?			
6	Qanday hollarda bo'laklab integrallashdan foydalaniladi?			

25.3-ilova

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

Quyidagi integrallarni hisoblang :

1. $\int e^{-x^3} x^2 dx$.
2. $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$.
3. $\int (e^{2x} + e^{\frac{x}{2}}) dx$.
4. $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$.
5. $\int (5-2x)^9 dx$.
6. $\int \sqrt[3]{7-3x} dx$.
7. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{6-x}} dx$.
8. $\int \cos(1-3x) dx$.
9. $\int x^2 \sin x dx$.
10. $\int x^3 \ln x dx$.
11. $\int \arctg x dx$.

2-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

1. $\int e^{-x^{43}} x^3 dx$.
2. $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$.
3. $\int (e^{3x} + e^{\frac{x}{4}}) dx$.
4. $\int \frac{dx}{\sin^2 7x}$.
5. $\int (7-3x)^8 dx$.
6. $\int \sqrt[3]{5-7x} dx$.
7. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{5-x}} dx$.
8. $\int \cos(1-5x) dx$.
9. $\int x^2 \cos x dx$.
10. $\int x^2 \ln x dx$.
11. $\int \arcsin x dx$.

3-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

$$\begin{aligned} 1. \int e^{-x^2} x dx. \quad 2. \int \frac{x^2}{1+x^3} dx. \quad 3. \int (e^{5x} + e^{\frac{x}{6}}) dx. \quad 4. \int \frac{dx}{\sin^2 8x}. \\ 5. \int (9-4x)^{11} dx. \quad 6. \int \sqrt[3]{6-5x} dx. \quad 7. \int \frac{1}{\sqrt[3]{12-x}} dx. \quad 8. \int \cos(2-9x) dx. \\ 9. \int 5x^2 \sin x dx. \quad 10. \int x^4 \ln x dx. \quad 11. \int \arctg x dx \end{aligned}$$

4-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

$$\begin{aligned} 1. \int e^{-x^3} 3x^2 dx. \quad 2. \int \frac{x^4}{1+x^5} dx. \quad 3. \int (e^{9x} + e^{\frac{x}{2}}) dx. \quad 4. \int \frac{dx}{\sin^2 9x}. \\ 5. \int (9-2x)^6 dx. \quad 6. \int \sqrt[3]{17-5x} dx. \quad 7. \int \frac{1}{\sqrt[3]{16-x}} dx. \quad 8. \int \cos(1+3x) dx. \\ 9. \int 7x^2 \sin x dx. \quad 10. \int x^6 \ln x dx. \quad 11. \int \arccos x dx. \end{aligned}$$

25.4-ilova

“Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. O'zgaruvchini almashtirish.

Ko'p hollarda yangi o'zgaruvchi kiritish bilan integralni hisoblash, jadval integraliga keltiriladi. Bunda $\varphi(x) = t$ almashtirish olinib, bunda t yangi o'zgaruvchi bo'lib, o'zgaruvchini almashtirish formulasi

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \int f(t)dt$$

ko'rinishda bo'ladi.

O'zgaruvchini almashtirish usuliga bir necha misollar qaraymiz

1-misol. $\int (3x+1)^7 dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $3x+1=t$ deb $3dx=dt$ yoki $dx=\frac{dt}{3}$ ekanligini hisoblasak,

$$\int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{24} + C = \frac{(3x+1)^8}{24} + C$$

bo'ladi.

2-misol. $\int \sqrt[3]{1+x^2} x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $1+x^2 = t$ o'zgaruvchi bilan almashtiramiz. Bu holda $2x dx = dt$ yoki $x dx = \frac{dt}{2}$ bo'lib,

$$\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{\frac{1}{3}} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} t^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} (1+x^2)^{\frac{4}{3}} + C$$

bo'ladi.

3-misol. $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\ln x = t$ bilan yangi o'zgaruvchini almashtirib, $\frac{dx}{x} = dt$ ekanligini hisobga olsak,

$$\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

bo'ladi.

4-misol. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $x = t^2$ bilan yangi o'zgaruvchi kiritamiz oxirgi tenglikdan differensial topib, $dx = 2t dt$ bo'lganligi uchun,

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{\sin t}{t} 2t dt = 2 \int \sin t dt = -2 \cos t + C = -2 \cos \sqrt{x} + C$$

bo'ladi. —

2. Bevosita integrallash

5-misol. $\int \cos mx dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Bunda $dx = \frac{1}{m} d(mx)$ o'zgartirish olib,

$$\int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \sin mx + C$$

natijaga ega bo'lamiz. Bunday integrallashga **bevosita integrallash** deb ataladi. Chunki $mx = t$ bilan o'zgaruvchini almashtirib ham shu natijaga kelish mumkin edi. Yuqoridagi integralda o'zgaruvchini almashtirib o'tirmasdan uni fikrda bajardik.

6-misol. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\cos x dx = d(\sin x)$ ni hisobga olib,

$$\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$$

natijaga kelamiz.

Shunday qilib, oddiy hollarda

$$x dx = \frac{1}{2} d(x^2), \quad \cos x dx = d(\sin x), \quad \frac{dx}{x} = d(\ln x), \quad dx = \frac{1}{a}(ax + b), \dots$$

tengliklardan foydalanib, o'zgaruvchini almashtirishni fikrda bajarib, bevosita integrallash ham mumkin.

3. Bo'laklab integrallash.

Bo'laklab integrallash usuli differensial hisobning ikkita funksiya ko'paytmasi differensial formulasi asoslangan.

Ma'lumki, $d(uv) = u dv + v du$, bundan $u dv = d(uv) - v du$. Oxirgi tenglikni integrallab,

$$\int u dv = \int d(uv) - \int v du = uv - \int v du$$

natijaga ega bo'lamiz. Shunday qilib,

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (1)$$

formulani hosil qildik. (1) formulaga **bo'laklab integrallash** formulasi deyiladi.

Bu formula yordamida berilgan $\int u dv$ integraldan ikkinchi $\int v du$ integralga o'tiladi. Demak, bo'laklab integrallashni qo'llash natijasida hosil bo'lgan ikkinchi integral, berilgan integralga nisbatan soddaroq yoki jadval integrali bo'lgandagina bu usulni qo'llash maqsadga muvofiqdir. Bu maqsadga integral ostidagi ifodani u va dv ko'paytuvchilarga qulay bo'laklab olish natijasida erishish mukmin. Berilgan integral ostidagi ifodaning bir qismini u va qolgan qismini dv deb olgandan keyin (1) formuladan foydalanish uchun v va du larni aniqlash kerak bo'ladi. du ni topish uchun u ning differensial topilib, v ni topish uchun esa dv ifodani integralaymiz, bunda integral ixtiyoriy o'zgarma C ga bog'liq bo'lib, uning istalgan bir qiymatini xususiy holda $C = 0$ ni olish mumkin.

Shunday qilib, integral ostidagi ifodaning bir qismini u deb olishda u differensiallash bilan soddalashadigan, qolgan qismi dv bo'lib, qiyinchiliksiz integrallanadigan bo'lishi kerak.

Bo'laklab integrallash formulasi ko'proq:

$$1) \int p(x)e^{ax} dx, \int p(x)\sin mx dx, \int p(x)\cos ax dx \quad \text{va}$$

$$2) \int p(x)\ln x dx, \int p(x)\arcsin x dx, \int p(x)\arccos x dx, \int p(x)\arctg x dx, \int p(x)\text{arcctg} x dx$$

(bularda $p(x)$ biror darajali ko'phad) ko'rinishdagi integrallarni hisoblashda ishlatiladi. Bu integrallarni hisoblashda 1) guruh integrallarda u uchun $p(x)$ ko'phad, qolgan qismi dv uchun olinib, 2) guruh integrallarda u uchun mos ravishda

$\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $\text{arcctg} x$ lar,

qolgan qismi dv uchun olinadi.

Bo'laklab integrallashga bir necha misollar qaraymiz.

1-misol. $\int x \cos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Integral ostidagi ifodani $u = x$, $dv = \cos x dx$ deb

bo'laklasak, $du = dx$, $v = \int \cos x dx = \sin x$ bo'lib, (1) formulaga asosan,

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$u \quad dv \quad u \quad v \quad v \quad du$$

natijaga ega bo'lamiz.

Bu integralda (1) formuladan foydalanish natijasida ikkinchi integral $\int \sin x dx$ hosil bo'ldi, bu jadval integrali bo'lganligi uchun osongina topildi.

2-misol. $\int x^2 e^{3x} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Yuqorida eslatilganidek $u = x^2$, $dv = e^{3x} dx$ ko'rinishda bo'laklab olsak,

$$du = 2x dx, \quad v = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int e^{3x} d(3x) = \frac{1}{3} e^{3x}$$

hosil bo'ladi. (1) formulaga asosan

$$\int x^2 e^{3x} dx = x^2 \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} 2x dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \int x e^{3x} dx$$

bo'ladi. Oxirgi hosil bo'lgan integral berilgan integralga nisbatan soddalashti (berilgan integralda x ning 2- darajasi, ikkinchisida buning darajasi bittaga kamaydi). Keyingi integralda yana (1) formulani qo'laymiz.

$$\int x e^{3x} dx = \left| \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx \\ dv = e^{3x}, \quad v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{array} \right| =$$

$$= x \frac{1}{3} e^{3x} - \frac{1}{3} \int e^{3x} dx = \frac{x}{3} e^{3x} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} e^{3x} + C_1 = \frac{1}{3} e^{3x} \left(x - \frac{1}{3} \right) + C_1.$$

Shunday qilib, natijada

$$\int x^2 e^{3x} dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \int x e^{3x} dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} e^{3x} \left(x - \frac{1}{3} \right) + C_1 \right] = \frac{e^{3x}}{3} \left(x^2 - \frac{4}{3} x + \frac{2}{9} \right) + C$$

+ C

hosil bo'ladi.

3-misol. $\int x^3 \cos 2x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Yuqorida eslatilganidek emas, teskarisini ya'ni $u = \cos 2x$, $dv = x^3 dx$ bo'laklab olaylik; bu holda

$$du = -2 \sin 2x dx, \quad v = \frac{x^4}{4} \text{ bo'lib (1) formuladan foydalangandan}$$

keyin

$$\int x^3 \cos 2x dx = \cos 2x \cdot \frac{x^4}{4} + \int \frac{x^4}{4} \cdot 2 \sin 2x dx = -\frac{x^4}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \int x^4 \sin 2x dx$$

ifoda hosil bo'ladi. Keyingi $\int x^4 \sin 2x dx$ integral berilgan $\int x^3 \cos 2x dx$ integralga nisbatan murakkabroqdir (x ning darajasi bittaga ortdi). Demak, bunday bo'laklab olish maqsadga muvofiq emas, ya'ni $u = x^3$, $dv = \cos 2x dx$ deb olish kerak edi. (Bu integralni hisoblashni o'quvchiga havola qilamiz).

4-misol. $\int \arccos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish.

$$\begin{aligned} \int \arccos x dx &= \left| \begin{array}{l} u = \arccos x, \quad du = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \\ &= \left| \begin{array}{l} 1-x^2 = t \\ -2x dx = \frac{dt}{2} \\ x dx = -\frac{dt}{2} \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{-\frac{dt}{2}}{\sqrt{t}} = x \arccos x - \frac{1}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = x \arccos x - \frac{1}{2} \cdot \\ &+ C = x \arccos x - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C. \end{aligned}$$

Bu integralda bir marta bo'laklab integrallagandan keyingi hosil bo'lgan integralda o'zgaruvchini almashtirish usulidan foydalanib integralladik. Integrallash usullarini qo'llashda o'zgaruvchini almashtirganda yoki bo'laklab integrallaganda yozuvda tartib bo'lishi uchun yuqoridagi integralni hisoblangandagidek yozishga odat qilishni tavsiya etiladi.

25.5-ilova

“Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. $\int (3x+1)^7 dx$ integralni toping.

$$A) \int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{24} + C = \frac{(3x+1)^8}{24} + C$$

$$B) \int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{7} = \frac{t^8}{7} + C = \frac{t^8}{7} + C = \frac{(3x+1)^8}{7} + C$$

$$C) \int (3x+1)^7 dx = \int t^7 dt = \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{8} + C = \frac{(3x+1)^8}{8} + C$$

$$E) \int (3x+1)^7 dx = -\frac{(3x+1)^8}{8} + C$$

2. Bo'laklab integrallash formulasini toping.

$$A) \int u dv = uv - \int v du$$

$$B) \int u dv = uv + \int v du$$

$$D) \int u dv = uv - \int u du$$

$$E) \int u dv = uv + \int u dv$$

II darajali testlar

3. $\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx$ integralni toping.

$$A) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$B) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = -\frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$D) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$E) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = -\int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = -\frac{3}{8} (1-x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

4. $\int \cos mx dx$ integralni toping.

$$A) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \sin mx + C$$

$$B) \int \cos mx dx = -\frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = -\frac{1}{m} \sin mx + C$$

$$D) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \cos mx + C$$

$$E) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \sin mx d(mx) = \frac{1}{m} \cos mx + C$$

III darajali testlar

5. $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x}$ integralni toping.

$$A) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

$$B) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = -\frac{t^4}{4} + C = -\frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

$$D) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{3t^2}{2} + C = \frac{3(\ln x)^2}{3} + C$$

$$E) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{4(\ln x)^4}{3} + C$$

6. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ integralni toping.

$$A) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$$

$$B) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = -\int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{-\sin x} + C$$

$$D) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\cos x} d(\sin x) = e^{\cos x} + C$$

$$E) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = -\int e^{\cos x} d(\sin x) = -e^{\cos x} + C$$

7. $\int x \cos x dx$ integralni toping.

$$A) \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$B) \int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$$

$$D) \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = -x \sin x - \cos x + C$$

$$E) \int x \cos x dx = \sin x - \int \sin x dx = \sin x + \cos x + C$$

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $J = \int e^x \cos x dx$ integralni hisoblang.

2. Ushbu integrallarni hisoblang 1) $\int 3^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$.

Quyidagi integrallarni hisoblang:

3. $\int \arcsin 3x dx$. 4. $\int x^2 e^{2x} dx$. 5. $\int e^x \sin x dx$. 6. $\int (x+3) \sin x dx$.