

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

TOSHKENT ARHITEKTURA QURILISH INSTITUTI

Ibragimova S.S., Jabborova H.Q., Shodmonova Z.S

**NAZARIY MEXANIKA FANINING
DINAMIKA QISMIGA OID**

O'QUV QO'LLANMA

TOSHKENT – 2010

Mualliflar: Ibragimova S.S., Jabborova X.Q., Shodmonova Z.S
Nazariy mexanika fanining Dinamika qismiga oid o'quv yo'llanma G`Toshkent
arxitektura-qurilish instituti. Toshkent 2010. 89-bet.

Mazkur o'quv qo'llanma Nazariy mexanika fanining 230 soatli dasturi asosida yozildi. Unda nazariy materiallar birga hozirgi zamon fan texnikasiga oid bilimlarni egallash uchun zarur bo'lgan mexanikaning asosiy mavzulari, shuningdek masalalar yechish uslubi berilgan va ko'pgina masalalar yechib ko'rsatilgan. Xar bir mavzudan keyin talabalar bilimini tekshirish uchun masalalar ilova qilingan. Mazkur o'quv qo'llanma qurilish yo'nalishi mutaxassisliklari bo'yicha ta'lim oluvchilar uchun mo'ljallangan. Undan turdosh oliy texnika o'quv yurtlari talabalari xam foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

TAYI "Amaliy mexanika"
kafedrasi dotsenti Yusupov A.

Mas'ul muxarir: t.f.d., prof. K.S.Abdurashidov

**O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi turdosh oliy
o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etgan.**

SO'Z BOSHI

Keyingi yillarda texnika fanlarining nazariy poydevori kengaymoqda, ularda “Nazariy mexanika” fani yutuqlariga asoslangan yangi metodlar tobora keng qo'llanilmoqda.

Zilzilaga bardosh beradigan inshootlar qurish, yerning sun'iy yo'ldoshlari, planetalararo kosmik kemalarni uchirish kabi masalalar ana shular jumlasidandir. Bu masalalarni echishda texnika fanlari qatorida “Nazariy mexanika” xam munosib o'rin egallaydi.

Bu fanni puxta o'zlashtirishni ta'minlash masalasi mavjud darsliklarga va o'quv qo'llanmaga nisbatan ixcham va dasturga mos qo'llanma yaratish extiyojini tug'diradi. Shularni e'tiborga olib, bir necha yillar davomida turli oliy texnika o'quv yurtlarida o'qilgan ma'ruzalar va amaliyotlarni umumlashtirib “Nazariy mexanika”dan ushbu qo'llanmani chop etishga tavsiya etdilar. Qo'llanma qo'l yozmasini o'qib chiqib, uning sifatini oshirish borasida bergan maslaxatlari uchun professor Abdurashidov K.S., dots., Yusupov A., kat.o'q. Qurbonova M. dots. Xabibullaevalarga avtorlar tashakkur bildiradilar.

Qo'llanmada uchraydigan kamchiliklar yuzasidan bildirilgan fikr va muloxazalarni mualliflar minnatdorchilik bilan qabul qiladilar.

Mualliflar.

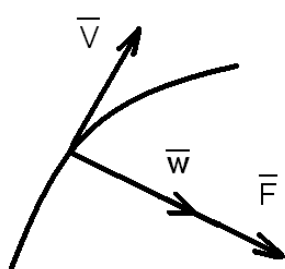
I Bob. Moddiy nuqta xarakatining asosiy differentsial tenglamalari

Ikki asosiy masalani differentsial tenglamalar yordamida yechish

Galiley – Nyuton dinamikasini asosiy qonuni

Dinamikaning asosiy qonuni material nuqtaga ta'sir etuvchi kuch va shu nuqtani tezlanishi orasidagi bog'lanishni ifodalaydi va quyidagicha ta'riflanadi.

Nuqta massasining berilgan kuch ta'siridan olingan tezlanishiga ko'paytmasi moddiy jixatidan shu kuchga teng bo'lib, tezlanishining yo'nalishi esa kuch yo'nalishida bo'ladi.



$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1.1)$$

(I.I) tenglikdan quyidagi skalyar tenglik kelib chiqadi.

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1.2)$$

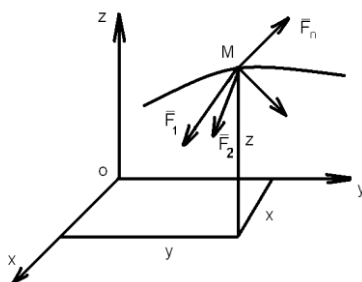
1-rasm

agar nuqtaga bir qancha kuch ta'sir etsa, dinamikaning asosiy qonuni ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_k \quad (1.3)$$

2. Moddiy nuqta xarakatining Dekart koordinatalaridagi differentsial tenglamalari

Moddiy nuqtaga $F_1, F_2, \dots, F_n$, kuchlari ta'sir etadi.



Bu nuqtaning xarakatini inertsiyal shartli qo'zg'almas $O x y z$ koordinata sistemasiga nisbatan tekshiramiz (2-rasm)

(1.3) tenglikni berilgan koordinata o'qlariga proektsiyalasak va $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$, $a_y =$

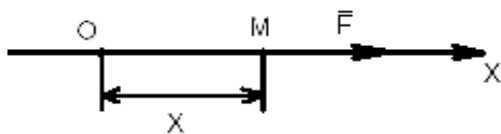
$\frac{d^2 y}{dt^2}$, $a_z = \frac{d^2 z}{dt^2}$ ifodalari e'tiborga olinsa quyidagi tenglamalarni xosil qilamiz.

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{kx} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{ky} \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{kz} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

(1.4) tenglamalarni moddiy nuqtaning dekart koordinatalaridagi egri chiziqli xarakat differentsial tenglamalari deb ataladi. Agar moddiy nuqta bir tekislikda masalan Ox tekislikdagi xarakat qilsa, xarakat defferentsial tenglamalari quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{kx} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{ky} \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

Ox o'q bo'ylab to'g'ri chiziqli xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha yoziladi.



$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{k=1}^n F_{kx} \quad (1.6)$$

(3-rasm)

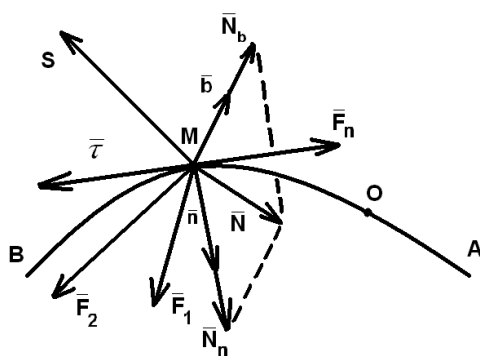
Shuni nazarda tutish kerakki, erkin nuqta to'g'ri chiziqli xarakat qilish uchun, moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuch va nuqtaning boshlang'ich tezligi shu to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'lishlari kerak.

3. Moddiy nuqtaning tabiiy o'qlarida xarakat differentsial tenglamalari

Erksiz moddiy nuqtaning berilgan qo'zg'almas egri chiziq bo'ylab xarakatida ba'zan tabiiy ravishdagi xarakat differensial tenglamalardan foydalanish qulayroq bo'ladi.

Moddiy nuqta berilgan silliq qo'zg'almas egri chiziq bo'ylab $F_1, F_2, \dots, F_n$ aktiv kuchlar ta'sirida xarakat qiladi. (4-rasm).

Reaksiya kuchini N bilan belgilab, dinamikaning asosiy qonunini quyidagicha yozamiz:



$$m\bar{a} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k + \bar{N} \quad (1.7)$$

(1.7) tenglamani urinma, bosh normal va binormalga proektsiyalasak va

4-rasm

$a_\tau = \frac{dv}{dt}, a_n = \frac{v^2}{\delta}, a_b = 0$ larni e'tiborga olsak quyidagi tenglamalar xosil bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= \sum_{k=1}^n F_{k\tau}, \\ m \frac{v^2}{\delta} &= \sum_{k=1}^n F_{kn} + N_n, \\ 0 &= \sum_{k=1}^n F_{kb} + N_b \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

4. Moddiy nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasini xarakat differentsial tenglamalari yordamida yechish.

Erkin moddiy nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi

Birinchi asosiy masala. Nuqtaning xarakat tenglamalari bo'yicha nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni topish.

Ikkinchi asosiy masala. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar ma'lum bo'lganda, nuqtaning xarakat tenglamalarini aniqlash.

Xar ikkala masalasida xam nuqtaning massasi ma'lum deb faraz qilinadi.

Agar erksiz moddiy nuqtaning xarakati qurilsa, dinamikaning birinchi asosiy

masalasida nuqtaning xarakat tenglamalari va aktiv kuchlar ma'lum bo'lganda, nuqtaning xarakat tenglamalari va bog'lanish reaksiyalari aniqlanadi.

Erkin nuqta uchun birinchi asosiy masalani yechish

Nuqtaning xarakat tenglamalari $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$ va uning massasi ma'lum bo'lsa, (1.4) tenglamalardan foydalanib, nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proektsiyalarini aniqlaymiz.

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}, F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}, F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

Kuchning moduli va yo'nalishi quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2},$$

$$\cos(F, x) = \frac{F_x}{F}, \cos(F, y) = \frac{F_y}{F}, \cos(F, z) = \frac{F_z}{F}$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun I-ilovadagi masalalarini mustaqil yechishni tavsiya qilamiz.

Erkin nuqta uchun ikkinchi asosiy masalani yechish tartibi

Ikkinchi asosiy masalani yechish xarakat differentsial tenglamalari integrallashga keltiriladi (1.4) tenglamalarni integrallash natijasida oltiga integrallash o'zgarmlar xosil bo'ladi va (1.4) tenglamalarning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \\ y &= f_2(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \\ z &= f_3(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

$c_1, c_2, \dots, c_6$ o'zgarmlari aniqlash uchun boshlang'ich shartlardan ya'ni nuqtaning boshlang'ich xolati va boshlang'ich tezligidan foydalaniladi. Boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishda beriladi.

$$t=0 \text{ bo'lganda} \quad x=x_0, y=y_0, z=z_0,$$

$$V_x=V_{0x}, V_y=V_{0y}, V_z=V_{0z}$$

Boshlang'ich shartlardan foydalanib $s_1, s_2, \dots, s_6$ larning qiymati aniqlandi va nuqtaning xarakat qonunini aniqlovchi tenglamaning xususiy yechimi topiladi.

Nuqtaning to'g'ri chiziqli xarakatida differentsial tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$m = \frac{dv_x}{dt} = F_x, \text{ bu yerda } v_x = \frac{dx}{dt} \quad (1.10)$$

(1.10) - tenglamaning umumiy yechimi

$$x = f(t, c_1, c_2) \quad (1.11)$$

Bu yerda c_1, c_2 - boshlang'ich shartlardan aniqlanadigan integrallash o'zgarmaslaridir. Boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$t=0 \text{ bo'lganda } x=x_0, v_x=v_0 \quad (1.12)$$

Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasini yechishga oid metodik ko'rsatmalar .

Masala aniq bo'lishi uchun nuqtaning to'g'ri chiziqli xarakatni tekshiramiz. Dinamika masalalarini xarakat differentsial tenglamalarini integralash usuli bilan yechish quyidagi tartibda bajariladi.

1. Xarakat differentsial tenglamalar tuziladi.
2. Boshlang'ich shartlar yoziladi.
3. Xarakat differentsial tenglamalar integrallanadi.
4. Integrallash o'zgarmaslari aniqlanadi.
5. Izlanayotgan noma'lum miqdorlar topiladi va xosil bulgan natijalar tekshiriladi.

Bunda quyidagilarga rioya qilish kerak.

- 1) Xisoblash boshini tanlab olish kerak.

Agarda masalaning shartida xisoblash boshi berilmagan bo'lsa, xisoblash boshini nuqtaning boshlang'ich xolatda olish kerak. Koordinata o'qini nuqta xarakat qilgan to'g'ri chiziq bo'ylab xarakat yo'nalishida yo'naltirish kerak.

- 2) Rasmda xarakat qilayotgan nuqtaning istalgan vaqtdagi xolati ko'rsatiladi va nuqtaga ta'sir etuvchi aktiv va reaksiya kuchlari rasmda tasvirlanadi.

- 3) Xamma kuchlarning koordinata o'qidagi proektsiyalarining yig'indisini tuzib, ularni tegishli o'zgaruvchilar orqali ifodalash kerak. Bu yigindini xarakat differentsial tenglamasini o'ng tomoniga qo'yish kerak.

- 4) Boshlang'ich shartlarni yozishda boshlang'ich tezlikning, uning koordinata o'qidagi proektsiyasiga va boshlang'ich koordinataning (*agar boshlang'ich payitda nuqta koordinata boshida bo'lmasa*) ishorasiga e'tibor berish kerak.

- 5) Differentsial tenglamalarning integrallashda quyidagilarning esda tutish kerak;

- a) agar nuqtaga o'zgarmas kuchlardan tashqari vaqtga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchan kuch ta'sir etsa, differentsial tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P + f(t)$$

б) agar nuqtaga o'zgarmas kuchlardan tashqari tezlikka bog'liq bo'lgan o'zgaruvchan kuch ta'sir etsa, differentsial tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$m \frac{dv_2}{dt} = P + f(v)$$

в) agar nuqtaga o'zgarmas kuchlardan tashqari, nuqtaning koordinatasiga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchan kuch ta'sir etsa, differentsial tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish kerak:

$$m V_x \frac{dv_x}{dx} = P + f(x)$$

г) agar nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar oshkor vaqtga bog'lik bo'lmasa, to'qtaning tezligi X koordinata funktsiyasiga yoki, aksincha, zarur bo'lgan masofalarda, differentsial tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish kerak:

$$m V_x \frac{dv_x}{dx} = \sum_{k=1}^n F_{kx}$$

a,b,v,g paragraflarda ko'rsatilgan xollarda xarakat differentsial tenglamasi o'zgaruvchilari ajratish usulida integrallanadi.

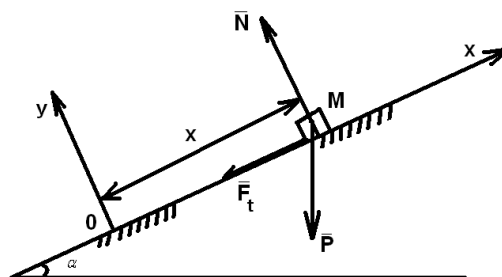
6. Integrallash o'zgarmaslarini aniqlash uchun masalaning shartida berilganlarga asosan boshlang'ich shartlarni (1.12) ko'rinishda yozish kerak. Integrallash o'zgarmaslarini aniqlash quyidagicha keltirilgan misollarda ko'rsatilgan.

7. Masalani umumiy ko'rinishida yechib, son qiymatlarini oxirgi natijalarga qo'yish kerak.

6. Misollar

1-masala. O'zgarmas kuch ta'siridan moddiy nuqtaning xarakati. M og'ir nuqta, gorizont bilan α burchak tashkil qilgan g'adir – budir qiya tekislik bo'ylab ko'tariladi.

Boshlang'ich vaqtda nuqtaning tezligi $V=15\text{ m/s}$. Ishqalanish koeffitsienti $f=0.1$, $\alpha = 30^\circ$. Nuqta qanday masofada va qancha vaqtda to'xtaydi.



5-rasm

Yechish. Nuqtaning xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz, OX koordinata o'qini xarakat yo'nalishida qiya tekislik bo'ylab yo'naltiramiz. Koordinata boshi O nuqtaning boshlang'ich xolatida olamiz, R og'irlik kuch, N normal reaksiya, F_t ishqalanish kuchlarini rasmda ko'rsatamiz.

Differentsial tenglamaning quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$m \frac{dv_x}{dt} = \sum_{k=1}^n F_{kx} \text{ bu yerda } v_x = \frac{dx}{dt}$$

kuchlarning OX o'qiga proektsiyalarining yig'indisini tuzamiz.

$$\sum F_{kx} = -P \sin \alpha - F_t, F_t = fN$$

N - normal reaksiya kuchini aniqlash uchun, nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarni OY o'qiga proektsiyalaymiz.

$$\frac{dv_y}{dt} = 0 \text{ bo'lgani uchun } N - P \cos \alpha = 0$$

Bundan $N = P \cos \alpha$, u xolda $F_t = f P \cos \alpha$

Demak.

$$\sum F_{kx} = -P(\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

Xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$m \frac{dv_x}{dt} = -P(\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

yoki

$$\frac{dv_x}{dt} = -g(\sin \alpha + f \cos \alpha) \quad (1)$$

(1) tenglama o'zgaruvchilar ajraladigan differentsial tenglamadir. Uni integralasak tezlik vaqt funktsiyasida aniqlanadi. Boshlang'ich shartlar; $t=0$ bo'lganda $x=0, V_x=V_0$

(1) tenglamaning har ikkala tomonini dt ga ko'paytirib integralaymiz.

$$\int dv_x = - \int g(\sin \alpha + f \cos \alpha) dt$$

bundan

$$v_x = -g(\sin \alpha + f \cos \alpha)t + C$$

Bu tenglikga boshlang'ich shartlarni qo'ysak $C = V_0$ bo'ladi.

Demak,

$$V_x = V_0 - g(\sin \alpha + f \cos \alpha)t \quad (2)$$

$$T = \frac{V_0}{g(\sin \alpha + f \cos \alpha)} \quad T \approx 2,61c$$

Nuqtaning to'xtaguncha ($V_x = 0$) bo'lganda o'tgan yo'lni topish uchun (1)-tenglamani shunday yozamizki, bu tenglamada V_x va x nomalumlari ishtirok etadigan bo'lsin.

Buning uchun (1) ni quyidagicha yozamiz.

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx} * \frac{dx}{dt} = V_x \frac{dv_x}{dx} \quad (1')$$

(1) differentsial tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$V_x \frac{dV_x}{dx} = -g(\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

Bu tenglamani har ikkala tomonini dx ko'paytirib integrallaymiz.

$$\int V_x dV_x = - \int g(\sin \alpha + f \cos \alpha) dx$$

bunda

$$\frac{V_x^2}{2} = -g(\sin \alpha + f \cos \alpha)x + C'' \quad (*)$$

C boshlang'ich shartlardan aniqlanadi $t=0$ $x=x_0=0$, $\dot{x} = \dot{x}_0 = v_0$ ni qo'ysak

$$C' = \frac{V_0^2}{2} \text{ kelib chiqadi.}$$

Demak

$$V_x^2 = V_0^2 - 2g(\sin \alpha + f \cos \alpha)x \quad (3)$$

tenglamadan nuqtaning tezligini bosgan yo'l funksiyasida yoki, aksincha bosgan yo'lni tezlik funksiyasida aniqlash mumkin, (3) formulada $V_x = 0$, $X=S$ deb faraz qilsak quyidagini xosil qilamiz.

$$S = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + f \cos \alpha)} = 19.55m$$

2-masala. Moddiy nuqtaning vaqtga bog'liq bo'lgan kuch ta'siridan xarakati. m massaga ega bo'lgan moddiy nuqta $\overline{F}$ kuch ta'sirida gorizantal OX o'q bo'ylab to'g'ri chiziqli xarakat qiladi. F kuch shu o'q bo'ylab va uning o'qga proektsiyasi

$$F_x = 3(\pi + \sin \frac{\pi}{3}t)H \text{ qonun bo'yicha o'zgaradi.}$$

Boshlang'ich vaqtda (*paytda*) nuqta koordinata boshida va boshlang'ich tezligi $\overline{V}_0$ kuch yo'nalishida yo'nalgan bo'lsa nuqtaning xarakat qonuni aniqlansin.

berilgan; $m = 2\kappa z$, $V_0 = 4.4m/s$

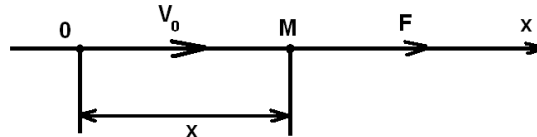
Yechish. Nuqtaning xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$m \frac{dV_x}{dt} = 3(\pi + \sin \frac{\pi}{3} t) \quad (4)$$

bu yerda

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

Boshlang'ich shartlar; $t = 0$ bo'lganda $x = 0, V_x = V_0 = 4$



6 - rasm

(4-) tenglamaning x ikkala tomonini dt ga ko'paytirib m ga bo'lamiz va uni integrallaymiz

$$\int dv_x = \int \frac{3}{m} (\pi + \sin \frac{\pi}{3} t) dt$$

yoki

$$V_x = \frac{3}{m} \pi t - \frac{9}{m\pi} \cos \frac{\pi}{3} t + C_1 \quad (5)$$

Boshlang'ich shartlari (5) ga qo'yamiz.

$$V_0 = -\frac{9}{m\pi} + C_1$$

bunda

$$C_1 = V_0 + \frac{9}{m\pi}$$

C_1 ning qiymatini (5) ga qo'yamiz

$$V_x = V_0 + \frac{3\pi}{m} t + \frac{9}{m\pi} (1 - \cos \frac{\pi}{3} t) \quad (6)$$

V_x ni $\frac{dx}{dt}$ bilan almashtirib (6) tenglamani integrallaymiz.

$$X = \int \left[V_0 + \frac{3\pi}{m} t + \frac{9}{m\pi} (1 - \cos \frac{\pi}{3} t) \right] dt + C_2$$

bunda

$$x = V_0 t + \frac{3\pi}{2m} t^2 + \frac{9}{m\pi} \left(t - \frac{3}{\pi} \sin \frac{\pi}{3} t \right) + C_2 \quad (7)$$

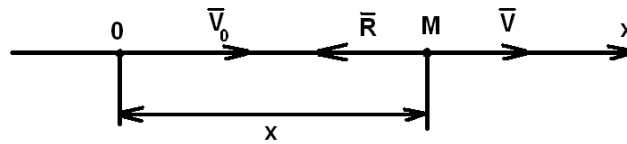
Boshlang'ich shartlari (7) –tenglamaga qo'yamiz $0 = C_2$ bunda $C_2 = 0$:
Demak nuqtaning xarakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$X = 4 + \frac{9}{2\pi} t + \frac{3\pi}{4} t^2 - \frac{27}{2\pi^2} \sin \frac{\pi}{3} t \quad (8)$$

3-masala. Moddiy nuqtaning tezlikka bog'liq bo'lgan kuch ta'sirida xarakati. m massaga ega bo'lgan M nuqta qarshilik ko'rsatuvchi muxitda gorizontal bo'ylab xarakat qiladi. Nuqtaning boshlang'ich tezligi V_0 m/sek qarshilik kuchi $h = k\sqrt{v_k}$ bu yerda k o'zgarmas koeffitsent V nuqtaning tezligi.

Moddiy nuqtaning xarakat qonuni va toxtaguncha o'tgan yo'l topilsin.

Yechish. Koordinata boshini nuqtaning boshlang'ich xolatida joylashtiramiz va OX o'qini xarakat yo'nalishida gorizontal bo'ylab yo'naltiramiz.



7-rasm

$V_x = V$ deb qabul qilib, nuqtaning xarakat differentsial tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$m \frac{dv}{dt} = -k\sqrt{V} \quad (9)$$

bu yerda

$$V = \frac{dx}{dt} > 0$$

Boshlang'ich shartlar: $t=0$, bo'lganda $x=0$, $V=V_0$ (9) formuladan o'zgaruvchilarni ajratib integralaymiz.

$$\int \frac{dv}{\sqrt{V}} = \int -\frac{k}{m} dt$$

bunda

$$2\sqrt{V} = -\frac{k}{m} t + C_1 \quad (10)$$

boshlang'ich shartlardan C_1 ni aniqlaymiz

$$C_1 = 2\sqrt{V_0}$$

C_1 ni qiymati (11) tenglikka qo'yamiz:

$$\sqrt{V} = \sqrt{V_0} - \frac{k}{2m} t \quad (11)$$

(11) tenglikning har ikkala tomonini kvadratga oshirib, V ni topamiz.

$$V = V_0 - \frac{k\sqrt{V_0}}{m}t + \frac{k^2}{4m^2}t^2$$

yoki

$$\frac{dx}{dt} = V_0 - \frac{k\sqrt{V_0}}{m}t + \frac{k^2}{4m^2}t^2 \quad (12)$$

(13) tenglamaning xar ikkala tomonini dt ga ko'paytirib integrallasak, X aniqlandi.

$$X = V_0t - \frac{k\sqrt{V_0}}{2m}t^2 + \frac{K^2}{12m^2}t^3 + C_2$$

Boshlang'ich shartlardan C_2 topamiz: $C_2=0$

Shunday qilib, nuqtaning xarakat qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$X = V_0t - \frac{k\sqrt{V_0}}{2m}t^2 + \frac{K^2}{12m^2}t^3 \quad (13)$$

(14) tenglamadan moddiy nuqtaning xar qanday vaqt orasida o'tgan yo'lni topish mumkin. To'xtaguncha nuqtaning o'tgan yo'lini ikki usulda aniqlash mumkin.

1-usul. Agar nuqtaning to'xtaguncha xarakat vaqti t ni aniqlasak, uning qiymatini (14) tenglikga qo'ysak, o'tgan yo'l topiladi, nuqtaning to'xtaguncha xarakat vaqti (11) tenglamadan aniqlanadi. Bu tenglikda $V=0$ deb qabul qilsak, quyidagi xosil bo'ladi.

$$\sqrt{V_0 - \frac{k}{2m}t_1} = 0 \quad \text{bundan} \quad t_1 = \frac{2m}{k}\sqrt{V_0}$$

t_1 ning bu qiymati (14) tenglikka qo'yamiz

$$S = X/t = t_1 = \frac{2m}{k}V_0\sqrt{V_0} - \frac{k\sqrt{V_0}}{2m} * \frac{4m^2}{k^2}V_0 + \frac{K^2}{12m^2} * \frac{8m^3}{K^3}V_0\sqrt{V_0},$$

yoki

$$S = \frac{2m}{3k}V_0\sqrt{V_0}$$

2-usul. Nuqtaning xarakat differentsial tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$mV \frac{dv}{dx} = -k\sqrt{V}$$

O'zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{v dv}{\sqrt{V}} = -\frac{k}{m}dx$$

yoki

$$\sqrt{V}dV = -\frac{k}{m}dx$$

Bu tenglamaning X bo'yicha 0 dan S gacha, tezlik bo'yicha esa V_0 dan to 0 gacha integrallasak, quyidagini xosil qilmaz:

$$\int_{V_0}^0 \sqrt{V}dV = -\frac{K}{m} \int_0^S dx \quad \text{bundan} \quad S = \frac{2m}{3k} V_0^{\frac{3}{2}}$$

1-chi va 2-chi usullarni solishtirsak ko'ramizki 2-chi usul birinchisiga nisbatan osonroqdir.

4 masala. Moddiy nuqtaning masofaga bog'lik bo'lgan kuch ta'siridagi xarakati.

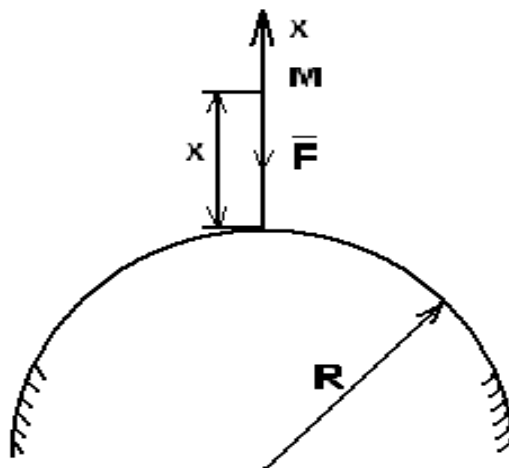
Yer sirtida turgan jismga vertikal bo'ylab yuqoriga yo'nalgan V_0 boshlang'ich tezlik berilgan. Jismning yer markazigacha masofasining kvadratiga teskari proportsional bo'lgan tortish kuchiniga xisobga olib, quyidagilar topilsin:

- 1) Jismning tezligi bilan uning yer sirtigacha bo'lgan masofasi orasidagi munosabat.
- 2) Jisimning maksimal balandlikka ko'tarilishi
- 3) Yerning radiusiga teng bo'lgan boshlang'ich balandlikka ko'tarilishi uchun zarur bo'lgan V_0 tezlik.

Yerning radiusi 6370 km, $g=9.8\text{m/cek}^2$

Yechish. Koordinata boshi 0 ni yer sirtida joylashtiramiz va OX o'qini vertikal bo'ylab yuqoriga yo'naltiramiz.

Masalaning shartiga ko'ra F kuch quyidagi qonun bo'yicha o'zgaradi.



$$F = \frac{K}{(R+x)^2}$$

8-rasm

proportsionallik K koeffitsientini quyidagi shartdan aniqlaymiz.

Nuqta yer sirtida ($X=0$) bo'lganda $F=mg$ bo'ladi.

Demak $mg = \frac{k}{R^2}$, bunda $k=mgR^2$. Shunday qilib

$$F \frac{mgR^2}{(R+x)^2} \text{ va } F_x = -\frac{mgR^2}{(R+x)^2}$$

Jismning xarakat differentsial tenglamasini quyidagicha yozamiz:

$$mV \frac{dv}{dx} = -\frac{mgR^2}{(R+x)^2}$$

yoki

$$V \frac{dv}{dx} = -\frac{gR^2}{(R+x)^2} \quad (14)$$

Boshlang'ich shartlar: $t=0$ bo'lganda $x=0$ $V=V_0$ (14) tenglamani integrallaymiz.

$$\int V dV = -\int \frac{gR^2 dx}{(R+x)^2}$$

yoki

$$\frac{V^2}{2} = \frac{gR^2}{(R+x)} + C_1 \quad (15)$$

Boshlang'ich shartlardan: $C_1 = \frac{V_0^2}{2} - gR$

C_1 ning qiymatini (15) ga qo'ysak quyidagi xosil qilamiz:

$$V^2 = V_0^2 - \frac{2gRx}{R+x} \quad (16)$$

(16) formula jisimning V tezlik bilan X -masofa orasidagi munosabatdir. Jisimning N balandlikka ko'tarilishini aniqlash uchun (16) formulada $V=0$ $X=H$ deb olish kerak. Bu xolda (16) quyidagicha yoziladi.

$$0 = V_0^2 - \frac{2gRH}{R+H}, \text{ bunda } H = \frac{RV_0^2}{2gR - V_0^2}$$

$V_0=1$ km/sek bo'lganda $H=51$ km bo'ladi. Jisimning $X=R$ balandlikka ko'tarilishi uchun zarur bo'lgan V_0 tezlikni topish uchun (16) –formuladan $V=0$, $X=R$ deb olamiz va quyidagilar xosil bo'ladi.

$$0 = V_0^2 - \frac{2gR^2}{2R}, \text{ bunda } V_0 = \sqrt{gR} \approx 7,9 \text{ km/sek}$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun II – ilovadagi masalalarni yechishni tavsiya etamiz.

§ 2 . Moddiy nuqtaning tebranma xarakati.

Bu bobda moddiy nuqtaning to'rtta tipdagi tebranma xarakatlari tekshiriladi:

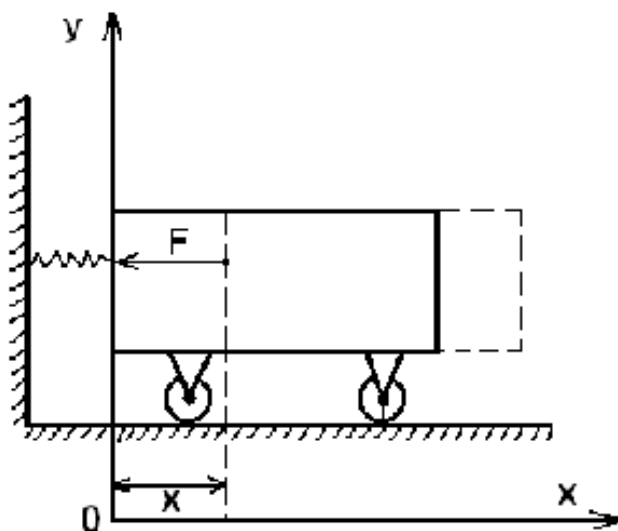
A) Masofaga to'g'ri proportsional bo'lgan tiklovchi kuch ta'sirida erkin garmonik tebranma xarakat:

B) Tiklovchi va qarshilik kuchi ta'siridan sinuvchi tebranma xarakat:

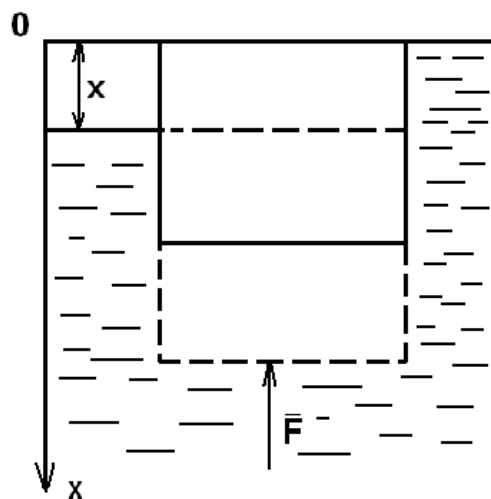
V) Tiklovchi kuch va davriy ravishda o'zgaradigan «uyg'otuvchi» kuch ta'siridan majburiy tebranma xarakat.

G) Tiklovchi, uyg'otuvchi va qarshilik kuchi ta'sirida majburiy tebranma xarakat.

Qaytaruvchi kuch prujinaning elastiklik xususiyatiga bog'liq bo'lib, prujinaning deformatsiyasi natijasida xosil bo'ldi. Suzuvchi jisimning vertikal bo'ylab muvozanat xolatidan og'ishi natijasida, og'ish yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalgan Arximed kuchi xosil bo'ladi. Bu kuch xam qaytaruvchi kuch ro'lini o'ynaydi.



9-rasm



10-rasm

Tiklovchi kuch nuqtani muvozanat xolatga qaytarishga intiladi. Tebranma xarakatlarni tekshirishda ko'pincha qaytaruvchi F kuch nuqtaning muvozanat xolatidan og'ishga to'g'ri proportsional, qarshilik R kuch nuqtaning tezligiga proportsional uyg'otuvchi kuch esa vaqtni funktsiyasi deb qabul qilinadi.

Qaytaruvchi va qarshilik kuchlarining OX o'qidagi proektsiyalari tegishli bo'ladi.

$$F_x = -cx, R_x = -\gamma \dot{x}_x$$

Elastik prujinaga osilgan yukning bo'shliqda tebranishi dvigatel va

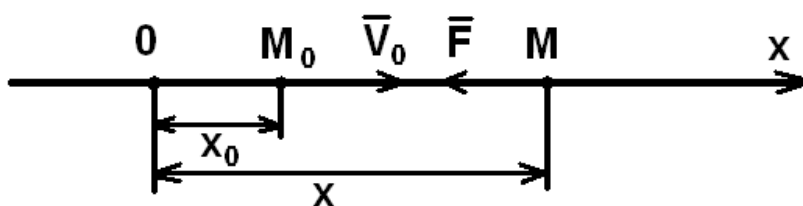
mashinalarning fundament ustida vertikal tebranishlari erkin so'nmas gormonik tebranishlarga misol bo'la oladi.

Elastik prujinaga osilgan plastinkaning suyuqlikda tebranishi so'nuvchi tebranma xarakatga misol bo'la oladi.

1. Nuqtaning erkin so'nmas garmonik tebranma xarakati.

Moddiy nuqtaga, nuqtaning muvozanat xolatidan og'ishga propotsional bo'lgan faqat qaytaruvchi kuch ta'sir qiladi, ya'ni

$$F_x = -cx$$



11-rasm

Nuqtaning xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha yoziladi.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -cx$$

yoki $\frac{d^2 x}{dt^2} + K^2 x = 0$ (2.1)

bu yerda $K^2 = \frac{c}{m}$

Boshlang'ich shartlarni yozamiz.

$$t=0 \text{ bo'lganda } \left. \begin{matrix} x = x_0 \\ v = v_0 \end{matrix} \right\} \text{ bo'ladi}$$

(2,1) tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt \quad (2.2)$$

yoki

$$x = a \sin (kt + \alpha) \quad (2.3)$$

C_1 va C_2 yoki a va α o'zgarmaslar berilgan boshlang'ich shartlardan aniqlanadi. α

kattalik yoki nuqtaning statik muvozanat xolatidan maksimal og'ishini tebranish amplitudasi deb ataladi. K - burchakli chastata, $kt + \alpha$ - tebranish fazasi, α - boshlang'ich faza.

Tebranish davri, ya'ni to'la tebranish vaqti T quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$T = \frac{2\pi}{\kappa} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \quad (2.4)$$

C_1 va C_2 integrallash o'zgarmaslari boshlang'ich shartlar orqali ifodalanadi.

$$C_1 = X_0, \quad C_2 = \frac{V_0}{k}$$

Tebranish amplitudasi va boshlang'ich faza quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\alpha = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{V_0} \quad (2.5)$$

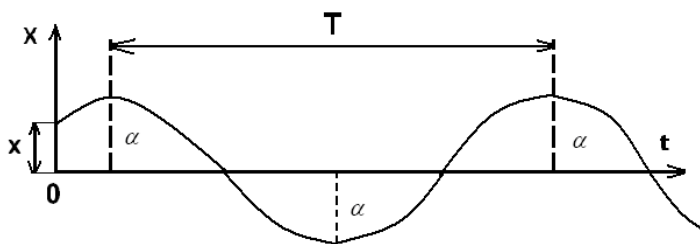
Tangensning har bir qiymatiga 0 dan to 2π chegarasida ikkita burchak tog'ri keladi, shuning uchun $\sin \alpha$ va $\cos \alpha$ larni aniqlash kerak.

$\sin \alpha$ va $\cos \alpha$ larni aniqlash kerak.

$$\sin \alpha = \frac{kx}{\sqrt{k^2 x_0^2 + v_0^2}} \quad (2.6)$$

$$\cos \alpha = \frac{V_0}{\sqrt{k^2 x_0^2 + v_0^2}} \quad (2.7)$$

Erkin garmonik tebranma xarakat grafigi 12- rasmda ko'rsatilgan



12-rasm

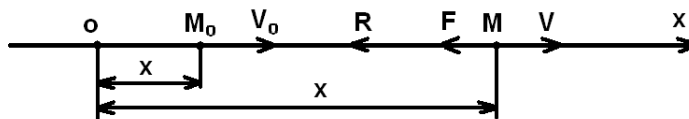
2. Nuqtaning so'nuvchi tebranma xarakati.

Agar moddiy nuqtaga qaytaruvchi kuchdan tashqari muxitning qarshilik kuchi ta'sir qilsa, nuqta so'nuvchi tebranma xarakat qiladi.

Muxitning qarshilik kuchi tezlikning birinchi darajasiga proporsional deb faraz qilamiz, ya'ni

$$\bar{R} = -\gamma \bar{V} \quad (2.8)$$

(2.8) formulada (-) ishora shuni bildiradiki qarshilik kuchi tezlik vektoriga qarama-qarshi yo'nalgan (13-rasm)



13-rasm

qaytaruvchi $\bar{F}$ kuchi va qarshilik $\bar{R}$ kuchning OX o'qidagi proektsiyalari

$$F_x = -cx, R_x = -\gamma, V_x = -\gamma \frac{dx}{dt}$$

Moddiy nuqtaning $\bar{F}$ va $\bar{R}$ kuchlar ta'sirida xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2x = 0 \quad (2.9)$$

bu yerda

$$2n = \frac{\gamma}{m}, k^2 = \frac{c}{m}$$

Xarakteristik tenglamaning ildizlariga qarab xarakat uch turga bo'linadi:

- 1) $k > n$ – bo'lganda kichik qarshilikli xol
- 2) $k < n$ – bo'lganda katta qarshilikli xol
- 3) $k = n$ – bo'lganda chegaradagi xol bo'ladi

Kichik qarshilikli ($n < k$) xolda (2,9) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} x &= e^{-nt}(C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) \\ \text{yoki} \quad x &= e^{-nt} b \sin(k_1 t + \beta) \\ \text{bu yerda} \quad k_1 &= \sqrt{k^2 - n^2} \end{aligned} \quad (2.10)$$

C_1 va C_2 (ϵ va β) integrallash o'zgarmaslari boshlang'ich shartlardan aniqlanadi: $t=0$, bo'lganda $x=x_0$, $V=V_0$ bo'ladi.

$$C_1 = x_0, C_2 = \frac{V_0 + nx_0}{\sqrt{k^2 - n^2}} \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{aligned} b &= \sqrt{x_0^2 + \frac{(V_0 + nx_0)^2}{k^2 - n^2}}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{x_0 \sqrt{k^2 - n^2}}{V_0 + nx_0} \\ \sin \beta &= \frac{x_0}{b}, \quad \cos \beta = \frac{V_0 + nx_0}{b \sqrt{k^2 - n^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

so'nuvchi tebranma xarakat burchakli chastotasi,

$$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} \quad (2.13)$$

So'nuvchi tebranma xarakat davri quyidagi formuladan aniqlanad:

$$T = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - n^2}} \quad (2.14)$$

Formuladan ko'ramizki, so'nuvchi tebranma xarakat davri erkin tebranma xarakat davridan kattaroq bo'ladi.

$e^{-\frac{nT}{2}}$ yoki e^{-nT} soni so'nuvchi tebranma xarakat dekrementi deb ataladi.

Dekrementning natural logarifimini, ya'ni $-\frac{nT}{2}$, $\ln e^{-nT} = -nT$ kattalikni logarifmik dekrement deb ataladi. Koeffitsient so'nish koeffitsientidir. Katta qarshilik ($n > k$) xolda tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x = e^{-nt} (C_1 e^{\sqrt{n^2 - k^2}t} + C_2 e^{-\sqrt{n^2 - k^2}t}) \quad (2.15)$$

$n = k$ bo'lgan xolda tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x = e^{-nt} (C_1 t + C_2) \quad (2.16)$$

bu xollarda nuqtaning xarakati tebranma xarakat bo'lmaydi. (2.15) va (2.16) tengliklarda $S1$ va $S2$ lar boshlang'ich shartlardan aniqlanadi.

3. Moddiy nuqtaning majburiy tebranma xarakati

1. Qarshilik bo'lmaganda moddiy nuqtaning majburiy tebranma xarakati.

Agar moddiy nuqtaga qaytaruvchi kuchdan tashqari davriy ravishda o'zgaradigan uyg'otuvchi kuch ta'sir qilsa, nuqta majburiy tebranma xarakat qilinadi.

Uyg'otuvchi Q kuchni garmonik qonuni bo'yicha o'zgaradi deb faraz qilamiz. Uning OX o'qidagi proektsiyasini quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$Q_x = H \sin(pt + \delta) \quad (2.17)$$

Bu yerda N -uygotuvchi kuchning amplitudasi

R - uyg'otuvchi kuchning o'zgarish chastotasi

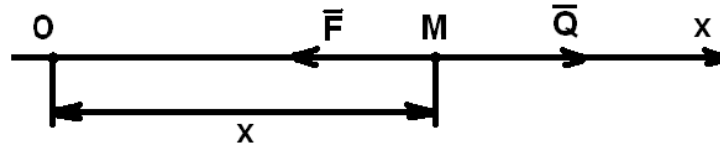
$(pt + \delta)$ - uyg'otuvchi kuchning o'zgarish fazasi

δ - uygotuvchi kuchning boshlang'ich fazasi

Uyg'otuvchi kuchning o'zgarish davri t quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\tau = \frac{2\pi}{p} \quad (2.18)$$

Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarning sxemasi 15 rasimda ko'rsatilgan



15-rasm

Qarshilik bo'lmaganda nuqtaning majburiy tebranma xarakat differentsial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K^2x = h \sin(pt + \delta) \quad (2.19)$$

bu yerda

$$k^2 = \frac{c}{m}, h = \frac{H}{m} \quad (2.20)$$

(2,19)- tenglamaning umumiy yechimi

$$x = x_1 + x_2 \quad (2.21)$$

bu yerda x_1 -bir jinsli $\frac{d^2x}{dt^2} + k^2x = 0$ tenglamaning umumiy yechishi, ya'ni

$$x_1 = \alpha \sin(kt + \alpha) \quad (2.22)$$

x_2 -(2.19) tenglamaning xususiy yechimidir RQK bo'lganda (2.19) tenglamaning xususiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x_2 = \frac{h}{k^2 - p^2} \sin(pt + \delta) \quad (2.23)$$

x_1 va x_2 larning qiymatini (2,21) ga qo'ysak, (2,19)-tenglama-ning RK bo'lganda umumiy yechimini xosil qilamiz.

$$x = \alpha \sin(kt + \alpha) + \frac{h}{k^2 - p^2} \sin(pt + \delta) \dots (2.24)$$

(2.23) qarshilik bo'lmaganda nuqtaning majburiy tebranma xarakat qonuni bo'ladi.

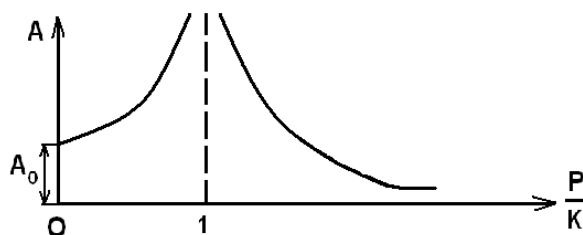
Majburiy tebranma xarakat chastatasi r va tebranish davri $\tau = \frac{2\pi}{p}$ uyg'atuvchi

kuchning chastotasi va o'zgarish davriga to'g'ri keladi.

$$A = \frac{h}{k^2 - p^2} \quad (2.25)$$

Kattalik majburiy tebranma xarakat amplitudasi deb atala-di. A boshlang'ich shartlarga bog'lik bo'lmaydi.

16-rasmda majburiy tebranma xarakat ampitudasini RG`k nisbatiga bog'liq bo'lishini grafigi keltirilgan. Grafikdan ko'ramizki uyg'otuvchi kuch takrorligining



16-rasm

$R=0$ dan $R=K$ gacha o'zgarishida tebranma xarakat amplitudasi A_0 dan to cheksizlikkacha o'sadi. R ning bundan keyingi to cheksizlikkacha o'zgarishida esa amplituda cheksizlikdan to nolgacha kamayadi.

$P=K$ bo'lgan, ya'ni erkin tebranma va majburiy tebranma doiraviy takrorliklari bir-biriga teng bo'lgan xolga rezonans deyiladi.

Rezonans bo'lgan xolda majburiy tebranish amplitudasi cheksiz kattalikka ega bo'ladi.

Rezonans xodisasi, ya'ni $R \ll K$ bo'lgan xolda (2.19) differentsial tenglamaning x_2 xususiy yechim quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$X_2 = B \cos(kt + \delta) \quad (2.26)$$

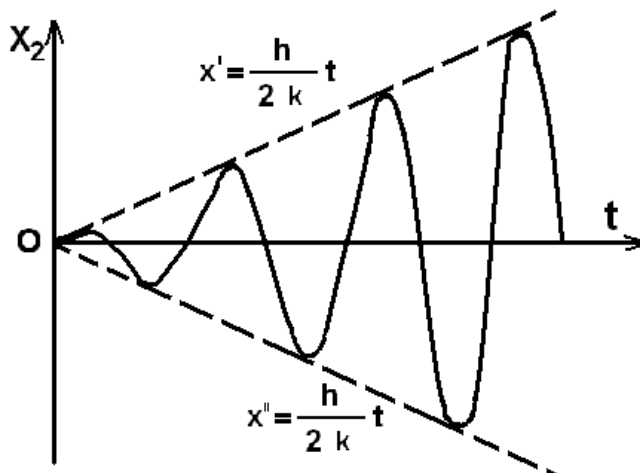
Noma'lum V koefitsent x_2 ba $\frac{d^2 x_2}{dt^2}$ larning qiymatini (2.19) differentsial tenglamaga qo'yib aniqlanadi.

$$B = -\frac{h}{2k} \quad (2.27)$$

Demak rezonans xodisasida majburiy tebranma xarakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$x_2 = -\frac{h}{2k} t \cos(kt + \delta) \quad (2.28)$$

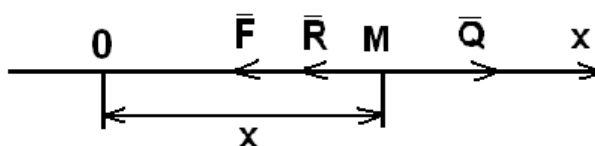
(2.28) –tenglikdan ko'ramizki, rezonans xodisasida majburiy tebranma xarakat amplitudasi vaqtga proporsional ravishda o'sar ekan.



Rezonans xodisasida majburiy tebranma xarakat grafigi ko'rsatilgan.

Moddiy nuqtaning majburiy tebranma xarakatga qarshilikning ta'siri. Qarshilik kuchining modulini tezlikning birinchi darajasiga proporsional deb faraz qilib, qarshilikning majburiy tebranma xarakatga ta'sirini tekshiramiz. Qaytaruvchi F davriy ravishda o'zgaradigan uyg'otuvchi Q va $R=-YV$ qarshilik kuchlari ta'siridan nuqtaning xarakatini tekshiramiz. F , R , Q kuchlar ta'siridan nuqtaning xarakat differentsial tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2x = h \sin(pt + \delta) \quad (2.29)$$



Bu yerda

$$k^2 = \frac{c}{m}, 2n = \frac{\gamma}{m}, h = \frac{H}{m}$$

(2.29) tenglama tezlikka proporsional bo'lgan qarshilik kuch ta'siridan nuqtaning majburiy tebranma xarakat differentsial tenglamasidir. (2.29) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi:

$$x = x_1 + x_2 \quad (2.30)$$

bu yerda x_1 -bir jinsli

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2x = 0$$

tenglamaning umumiy, x_2 -(2.29)-tenglamaning xususiy yechimidir. (2.29) tenglamaning xususiy yechimini quyidagicha olamiz:

$$x_2 = A \sin(pt + \delta + E) \quad (2.31)$$

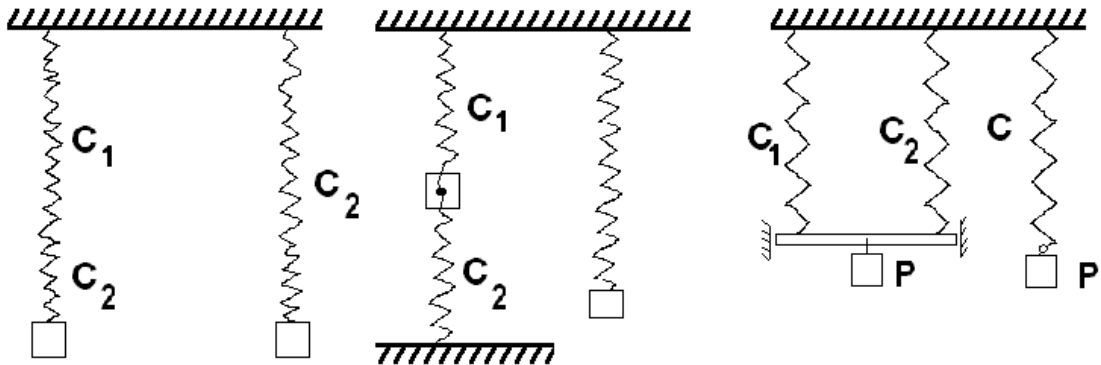
A va E lar x_2 funktsiya va uning xosilalarini (2.29) tenglamaga qo'yib topiladi. A va E lar uchun quyidagi ifodalar xosil qilamiz:

$$A = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} \quad (2.32)$$

$$\text{tg} \varepsilon = \frac{2np}{k^2 - p^2} \quad (2.33)$$

**PARALLEL VA KETMA-KET ULANGAN PURJINALARGA EKVIVALENT
BO'LGAN PURJINANING BIKIRLIK KOEFFITSIENTINI ANIQLASH**

A) bikirlik koefitsientlari C_1 va C_2 ga teng parallel ulangan ikkita prujinaga ekvivalent bo'lgan prujinaning S bikirlik koefitsienti quyidagi formuladan aniqlanadi (19-rasm) $C=C_1+C_2$ (2.34)



21-rasm

20-rasm

19-rasm

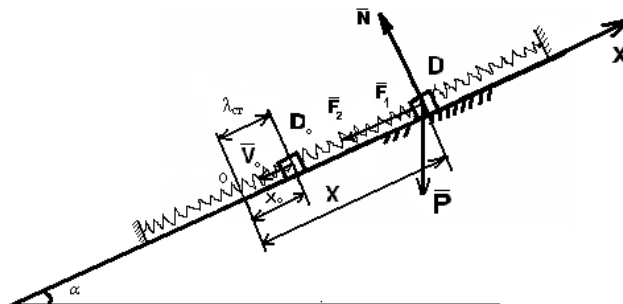
v) Orasiga Pog'irlikdagi yuk qisilgan va bikirliklari xar xil bo'lgan ikkita prujinaga ekvivalent prujinaning bikirligi (20-rasim) quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$C=C_1+C_2 \quad (2.35)$$

g) Bikirlik koefitsientlari C_1 va C_2 xar xil bo'lgan va ketma-ket ulangan prujinaning S bikirlik koefitsienti (21-rasim) quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \text{ëku } C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad (2.36)$$

4. Nuqtaning tebranma xarakatiga taaluqli masalalarni yechishga oid metodik ko'rsatmalar



Moddiy nuqtaning tebranma xarakatiga taaluqli masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi:

1. Masalaning shartiga qarab koordinata boshi tanlab olinadi. Agar masalada koordinata boshini tanlash yuzasidan xech qanday kursatmalar berilmagan bo'lsa koordinat boshini nuqtaning statik muvozanat xolatida tanlab olish kerak.
2. Ox o'qining yo'nalishini kursatish kerak.
3. Shaklda nuqtaning xolatini, boshlang'ich koordinatasi va boshlang'ich tezligi kursatish kerak.
4. Istalgan paytda nuqtaning xolatini va uning koordinatasini ko'rsatish kerak.
5. Nuqtaga qo'yilgan kuchlarni tasvirlash kerak.
6. Moddiy nuqtaning tegishli o'qdagi xarakat differentsial tenglamasini tuzish kerak.
7. Boshlang'ich shartlar yoziladi.
8. Xosil bo'lgan differentsial tenglamaning yechimini yozib boshlang'ich shartlardan integrallash o'zgarmaslarni aniqlash kerak.
9. Nuqtaning tebranish amplitudasi va tebranish davrini aniqlash kerak.
10. Xarakat grafigini tuzish kerak.

5. Masalalar yechishga misollar

1-masala. Og'irligi $R=4$ kg bo'lgan D yuk qiyalik burchagi $\alpha = 30^\circ$ bo'lgan silliq, qiya tekislikka qo'yilgan va bikirlik koeffitsientlari $C_1=7\text{kg/sm}$ va $C_2=3\text{kg/sm}$ ga teng bo'lgan ikkita prujina orasiga qisilgan. Boshlang'ich paytda prujinalar deformatsiyalanmagan va yukka qiya tekislik bo'ylab pastga yo'nalgan $V_0=0.4\text{ m/cek}$ boshlang'ich tezlik berilgan. Yukning xarakat tenglamasi topilsin? Koordinata boshi yukning statik muvozanat xolatida olinsin?

Yechish. O -yukning statik muvozanat xolati. D_0 -yukning boshlang'ich xolati, D yukning istalgan paytdagi xolati. Koordinata boshini yukning statik muvozanat xolati O da joylashtiramiz va Ox o'qini kiya tekislik bo'ylab yuqoriga yo'naltiramiz. Bu vaqtda $OD_0 = X_{cm} = x_0$ -yukning boshlang'ich kordinatasi, $O/I = x$ -yukning istalgan paytdagi koordinatasi bo'ladi. Yukka ta'sir etuvchi kuchlar: R -yukning og'irlik kuchi, N -qiya tekislikning normal reaksiyasi F_1 va F_2 -prujinalarning reaksiya kuchlari

$$F_1 = C_1 \Delta \ell, \quad F_2 = C_2 \Delta \ell$$

Bu yerda $\Delta \ell$ -prujinaning absalyut deformatsiyasi. Albatta

$$\Delta \ell = x - \lambda_{cm}$$

bu vaqtda

$$F_1 = C_1(x - \lambda_{cm}), F_2 = C_2(x - \lambda_{cm})$$

Ox o'qiga nisbatan yukning xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F_{kx} = -P \sin \alpha - F_1 - F_2$$

yoki

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -P \sin \alpha - C_1(x - \lambda_{cm}) - C_2(x - \lambda_{cm}) = -P \sin \alpha + C_1 \lambda_{cm} + C_2 \lambda_{cm} - (C_1 + C_2)x \quad (1)$$

Yukning muvozanat xolatida $R \sin \alpha = (C_1 + C_2) \lambda_{cm}$: bu vaqtda (1) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -(C_1 + C_2)x$$

yoki

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{C_1 + C_2}{M} x \quad (2)$$

Agar $\frac{C_1 + C_2}{M} = k^2$ desak (2) tenglamaning quyidagicha yozamiz:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0 \quad (3)$$

(3) tenglama nuqtaning erkin garmonik tebranma xarakat differentsial tenglamasidir. Boshlang'ich shartlarni yozamiz:

$$t=0, \quad \text{bo'lganda} \quad x=x_0=\lambda_{cm} \\ V_x=V_{0x}=-V_0 \quad \text{bo'ladi}$$

(3) tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt \quad (4)$$

bu yerda C_1 va C_2 - boshlang'ich shartlarda aniqlanadigan integrallash

o'zgarmaslaridir (4) tenglamadan t ga nisbatan xosila olamiz

$$\frac{dx}{dt} = V = -C_1 k \sin kt + C_2 k \cos kt \quad (5)$$

boshlang'ich shartlarning (4) va (5)larga qo'ysak quyidagilarni xosil qilamiz:

$$x_0 = C_1 \\ -V_0 = C_2 k$$

shunday qilib $C_1 = x_0$, $C_2 = -\frac{V_0}{k}$ C_1 va C_2 larni qiymatini (4)ga qo'ysak, yukning xarakat tenglamasi kelib chiqadi.

$$X = x_0 \cos kt - \frac{V_0}{k} \sin kt \quad (6)$$

K va X_0 larning son qiymatlarini xisoblaymiz

.....

$$k = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{m}} = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{p}} g = \sqrt{\frac{10 \cdot 980}{4}} \approx 50 \frac{1}{s} \\ x_0 = \lambda_{cm} = \frac{P \sin \alpha}{C_1 + C_2} = \frac{4 \cdot 0.5}{10} = 0.2 cm$$

Demak, D yukning xarakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$x = (0.2 \cos 50t - 0.8 \sin 50t) cm$$

Tebranish davrini (2.4) formuladan topamiz:

$$T = \frac{2\pi}{k} = 0.12 c$$

Tebranish amplitudasi va boshlang'ich fazani (2.5) formulalardan aniqlaymiz:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{K^2}} = \sqrt{0.04 + \frac{16}{25}} = 0.82 sm \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{V_0} = \frac{50 \cdot 0.2}{40} = 0.25, \alpha = \frac{7\pi}{90}$$

Yukning xarakat tenglamasini amplituda shaklda yozamiz:

$$x = a \sin(kt + \alpha)$$

yoki

$$x = 0.82 \sin(5t + \frac{7\pi}{90}) cm \\ x_0 = 0.82 \sin \frac{7\pi}{90} = 0.2 cm$$

2- masala. Og'irligi R kg va tomoni v m bo'lgan yupqa kvadrat plastinka yuqori uchi qo'zg'almas qilib maxkamlangan prujinaga osilgan. Prujinaning bikirlik koefitsienti $C/ kg /m$. Platsinkaning suyuqlikdagi xarakatidan unga ta'sir etuvchi qarshilik kuchi $R=2sfv$ formula bilan aniqlandi. Bu yerda $s-m^2$ larda o'lchanadigan plastikaning yuzi, $f-\kappa_2$ sek/ m^3 larda olingan plastikning tezligi. Plastinkaga $V_0 m/sek$ boshlang'ich tezlik, prujinaga esa λ_0 boshlang'ich uzayish berilgan. Koordinata

boshini plastinkaning statik muvozanat xolatida joylashtrib, suyuqlikda plastinkaning xarakat tenglamasi va tebranish davri aniqlansin. (23-rasim) berilgan: $P=0,98 \text{ kg}$, $C=10 \text{ kg /m}$, $\varepsilon=0,2\text{m}$, $f=20 \text{ kg sek/m}^3$, $V_0=0,12\text{m/sek}$, $\lambda_0 = 0,16 \text{ m}$.

- 1) R – plastinkaning og'irlik kuchi:
 - 2) F - prujinaning elastiklik kuchi:
 - 3) R -tezlik vektoriga qarama-qarshi yo'nalgan suyuqlikning qarshilik kuchi, uning moduli teng $R=2sfv$, $\theta_0 = \lambda_{st}$ - prujinaning statik uzayishi.
- Plastinka 0 da bo'lganda $c \lambda_{st}=P$ bo'ladi. Bundan:

$$\lambda_{cr} = \frac{P}{C} = \frac{0.98}{10} = 0.098m$$

$OM=X$ -plastinka og'irlik markazining koordinatasi (23-rasim). Prujinaning absolyut uzayish

u vaqtda prujinaning elastik kuchi

Plastinkaning xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 2sfv - cx, \quad \text{bo'ladi}$$

yoki

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0 \quad (1)$$

bu yerda

$$2n = \frac{2sf}{m}, k^2 = \frac{c}{m}$$

boshlang'ich shartlar:

$$t=0$$

bo'lganda

$$x=x_0=0,06m$$

$$V=V_0=0.12m/sec$$

n va k larning qiymatlarini hisoblaymiz

$$n = \frac{sf}{m} = \frac{sf}{p} = \frac{0.04 \cdot 20 \cdot 9.8}{0.98} = 8 \frac{1}{sek}$$

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{10g}{p}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9.8}{0.98}} = 10 \frac{1}{sek}$$

demak $k > n$

bu xolda (1) –tenglamaning umumiy yechim quyidagicha yoziladi:

$$x = be^{-nt} \sin(k_1 t + \beta) \quad (2)$$

bu yerda

$$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} = 6 \frac{1}{sek}$$

b va β integrallash o'zgaraslari (2,13) formuladan aniqlanadi.

$$b = \sqrt{x_0^2 + \frac{(V_0 + nx_0)^2}{k_1^2}} = \sqrt{0,038 + \frac{(0,12 + 8 \cdot 0,062)^2}{36}} = \frac{1}{6} \sqrt{0,1368 + 0,384} = \frac{1}{6} \sqrt{0,521} = 0,12$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_0 \sqrt{k^2 - n^2}}{V_0 + nx_0} = \frac{0.062 \cdot 6}{0.12 + 8 \cdot 0.062} \approx 0.6, \beta = \frac{\pi}{6}$$

b, β, n va K_4 larning qiymatini (2) ga qo'ysak plastinkaning xarakat qonuni kelib chiqadi:

$$x = 0,12e^{-8t} \sin(6t + \frac{\pi}{6})m$$

3-masala. K prujina kamera ichida turgan porshenning iyoki bilan biriktirilgan. Kamera ichiga galma-gal yuqoridan va pastdan siqiq xavo kirib turadi. Buning natijasida porshenga ta'sir etuvchi kuch $F_6 = 2 \sin 7nt$ qonuni bo'yicha o'zgaradi (t -sekundalar, F_6 - K_2 .larda)

porshenga $R = \frac{1}{24}V$ qonuni bo'yicha o'zgaradigan qarshilik kuch ta'sir etadi.

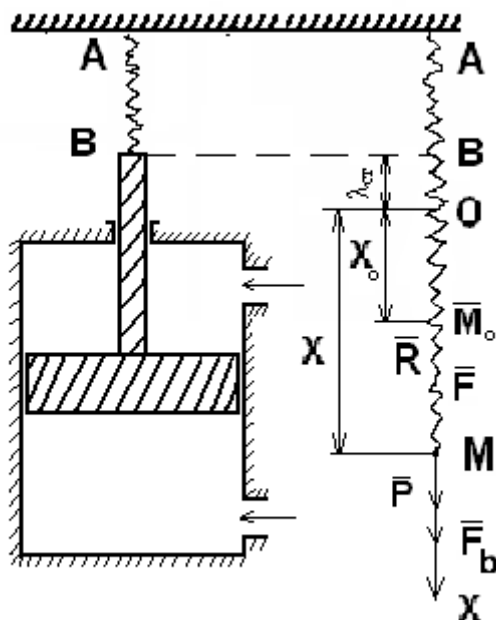
Porshenning majburiy tebranma xarakat aniqlansin.

Berilgan: shtok bilan porshenning og'irligi $P = 4K_2$, prujinaning bikirlik koefitsienti $C = 2 \text{ kg/sm}$. Boshlang'ich paytda prujinaning uzatishi $\lambda_0 = 6sm$ (24-rasim).

Yechish. Porshen bilan shtok og'irlik markazining xarakatini tekshiramiz. Bu nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar:

F -prujinaning elastiklik kuchi. R -qarshilik kuchi, R -jismning og'irlik kuchi, F_6 -uyg'otuvchi kuch.

Kuchlarning yo'nalishi 24-rasmda ko'rsatilgan.



O nuqta jismning statik muvozanati xolati, AV cho'zilmagan prujinaning uzunligi, MO -jismning boshlang'ich xolati, M -uning istalgan paytdagi xolati. Koordinata boshini jismning muvozanat xolatidan olamiz va OX o'qini vertikal bo'ylab pastga yo'naltiramiz. U vaqtda $BO=\lambda_{st}$, $OM_0=x_0$, $OM=x$ -shtok-porshen og'irlik markazining o'zgaruvchan koordinatasi bo'ladi.

Jismning statik muvozanat xolatida $P=c\lambda_{st}$, bundan

$$\lambda_{st} = \frac{P}{c} = \frac{4}{2} = 2sm$$

Prujinaning absolyut uzatish $\Delta l = \lambda_{st} + x$. Ox o'qiga nisbatan nuqtaning xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P - R - F + F_6$$

yoki

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P - \frac{1}{24} \frac{dx}{dt} - c(\lambda_{st} + x) + 2 \sin 7\pi \quad (1)$$

$P=C \lambda_{st}$ bo'lgani uchun (1) –tenglamaning quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{1}{24} \frac{dx}{dt} - cx + 2 \sin 7\pi t$$

yoki

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2 x = h \sin 7\pi t \quad (2)$$

bu yerda

$$2n = \frac{1}{24m}, k^2 = \frac{c}{m}, h = \frac{2}{m}$$

(2) tenglama nuqtaning majburiy tebranma xarakat differentsial tenglamasidir. Bu tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha yoziladi.

$$x = x_1 + x_2 \quad (3)$$

bu yerda x_1 -(2) tenglamaga tegishli bo'lgan birjinsli ya'ni

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + k^2 x = 0 \quad (4)$$

tenglamaning umumiy yechimi, x_2 esa (2)-tenglamaning xususiy yechimidir

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{48m} = \frac{g}{48p} = \frac{980}{48 \cdot 4} \approx 5.1 \frac{1}{s}, \\ k &= \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{2g}{4}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 980}{4}} \approx 22.2 \frac{1}{s} \\ h &= \frac{2}{m} = \frac{2g}{4} = \frac{2 \cdot 980}{4} = 490 \frac{sm}{s^2} \\ k_1 &= \sqrt{k^2 - n^2} = \sqrt{490 - 26} \approx 21.5 \frac{1}{s} \end{aligned}$$

$k > n$ bo'lgani uchun (4) tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$X_1 = e^{-nt} b \sin(k_1 t + \beta)$$

yoki

$$X_1 = e^{-5.1t} b \sin(k_1 t + \beta) \quad (5)$$

Bu yerda B va β lar boshlang'ich shartlaridan aniqlanadigan integrallash o'zgarmaslardir. (2) tenglamaning xususiy integralini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$X_2 = A \sin(pt - \epsilon) \quad (6)$$

(6) tenglama qarshilik ko'rsatuvchi muxitda porshenning majburiy tebranma xarakatini aniqlaydi. Bu xarakatning doiraviy takrorligi $P = 7\pi \frac{1}{s}$

A va ϵ o'zgarmaslar (2.36) va (2.27) formulalardan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} A &= \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} = \frac{\frac{2}{m}}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} = \frac{2 \cdot 980}{4 \sqrt{(490 - 484)^2 + 4 \cdot 26 \cdot 484}} = \\ &= \frac{490}{\sqrt{36 + 4 \cdot 26 \cdot 484}} = \frac{245}{\sqrt{9 + 26 \cdot 484}} \approx \frac{245}{112} \approx 2.18 cm, A \approx 2.18 cm \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2np}{k^2 - p^2} = \frac{2 \cdot 5.1 \cdot 7\pi}{6} \approx 37.4$$

$$\varepsilon = 88^{\circ}15. \text{ yoki } \varepsilon = \frac{22}{45} \pi \text{ rad}$$

Δ va ε larning qiymatini (6) tenglamaga qo'yamiz.

$$X_2 = 2.18 \sin(7\pi t - \frac{22}{45} \pi) \quad (7)$$

(2)- tenglamaning umumiy yechimi:

$$x = be^{-5.1t} \sin(21.5t + \beta) + 2.18 \sin(7\pi t - \frac{22}{45} \pi) \quad (8)$$

porshenning muvozanat xolatidan og'ishi A_0 quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A_0 = \frac{h}{k^2} = \frac{2}{mk^2} = \frac{2g}{pk^2} = \frac{2 \cdot 980}{4 \cdot 490} = 1 \text{ sm}$$

Dinamik koeffitsient n (3.41) formuladan aniqlandi:

$$\eta = \frac{A}{A_0} = 2.18$$

muxutning qarshiligi bo'lganda erkin tebranma xarakat tez so'nadi, shuning uchun porshenning

$$x_2 = 2.18 \sin(7\pi t - \frac{22}{45} \pi)$$

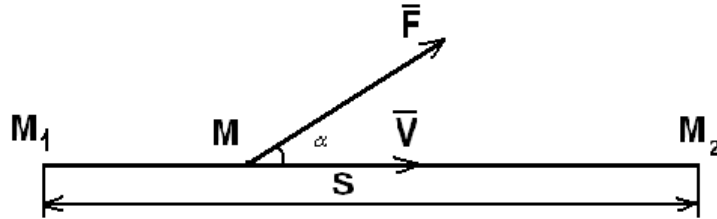
tenglama bilan aniqlanadigan majburiy tebranma xarakatgina ahamiyatga egadir.

Mavzuni mustaxkamlik uchun III ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya qilamiz.

3 Bob. Kuchning bajargan Ishi va quvvati.

§ 1. O'zgarmas kuchning bajargan ishi.

Faraz qilaylik, o'zgarmas $\vec{F}$ kuchning qo'yilgan nuqtasi to'g'ri chiziq bo'ylab M_1 dan M_2 ga ko'chadi (21-rasm). $\vec{F}$ kuch vektori esa $\vec{V}$ tezlik vektori bilan α burchakni tashkil etadi.



21-rasm.

Bu xolda kuchning bajargan ishi quyidagi formuladan topiladi:

$$A = F \cos \alpha * S \quad (3.1)$$

Agar α burchak o'tkir bo'lsa ish musbat, α burchak o'tmas bo'lsa, ish manfiy bo'ladi.

Agar $\alpha = 0$ bo'lsa, $A = F * S$ bo'ladi.

Agar $\alpha = 90^\circ$ bo'lsa, $A = 0$ bo'ladi.

§2. O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi.

O'zgaruvchan $\vec{F}$ kuchning biror M_1 M_2 chekli masofada bajargan ishi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$A = \int_{M_1}^{M_2} F \cos \alpha dS, \quad (3.2)$$

yoki

$$A = \int_{M_1}^{M_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz), \quad (3.3)$$

bu yerda F_x, F_y, F_z kuchning o'qlardagi proektsiyalari.

Agar M nuqtaga bir qancha $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etsa va $\vec{R}$ ularning teng

ta'sir etuvchisi bo'lsa,

$A_R = A_{F_1} + A_{F_2} + \dots + A_{F_n}$ bo'ladi, ya'ni teng ta'sir etuvchining chekli masofada bajargan ishi, tashkil etuvchi kuchlarning shu masofada bajargan ishlarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi.

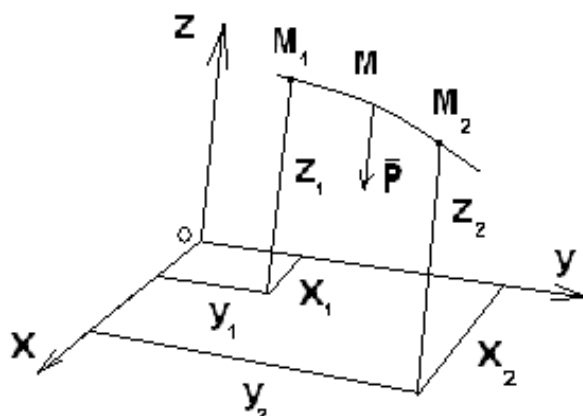
§3. Kuchning bajargan ishini xisoblashga misollar

1) Og'irlik kuchining bajargan ishi.

M nuqtaga R og'irlik kuchi ta'sir etadi deb faraz qilamiz (28-rasm).

Og'irlik kuchining M_1 M_2 ko'chishda bajargan ishi quyidagi formula bilan aniqlanadi :

$$A_p = P(z_1 - z_2) \quad (3.4)$$



28-rasm

Bu yerda Z_1 va Z_2 kuch qo'yilgan nuqtaning boshlang'ich va oxirgi xolatining kordinatalari,

$$(Z_1 - Z_2) = H$$

og'irlik kuchi qo'yilgan nuqtaning vertikal bo'ylab ko'chishi.

Agar $Z_1 > Z_2$, ya'ni M_1 nuqta M_2 nuqtadan yuqoriroqda bo'lsa, og'irlik kuchining bajargan ishi musbat bo'ladi.

Agar $Z_1 < Z_2$, ya'ni M_1 nuqta M_2 nuqtadan pastroqda bo'lsa, og'irlik kuchining bajargan ishi manfiy bo'ladi.

Shunday qilib

$$A_{1,2} = \pm P \cdot H \quad (3.5)$$

(3.5)dan ko'ramizki, og'irlik kuchining bajargan ishi, uning qo'yilgan nuqtasi traektoriyaning shakliga bog'liq bo'lmasdan, tushish yoki ko'tarilish balandligiga bog'liq bo'ladi.

2) Prujina elastik kuchining bajargan ishi

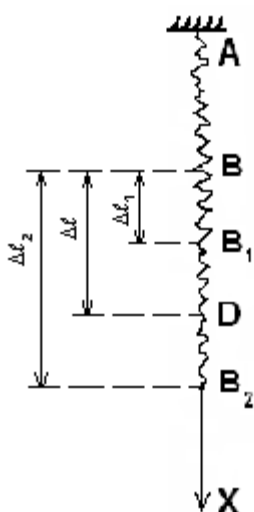
AB prujinaning A uchi qo'zg'almas qilib maxkamlangan (23-rasm). Prujina-ning Elastik kuchi quyidagi formula bilan aniqlanadi: $F = c\Delta\ell$, bu yerda C prujinaning elastiklik koeffitsienti, $\Delta\ell$ esa uning to'la deformatsiyasi.

Prujinaning boshlang'ich deformatsiyasi $\Delta\ell_1$ oxirgi deformatsiyasi esa $\Delta\ell_2$

Bo'lsin.

U xolda prujina elastik kuchining bajargan ishi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

29 - rasm.



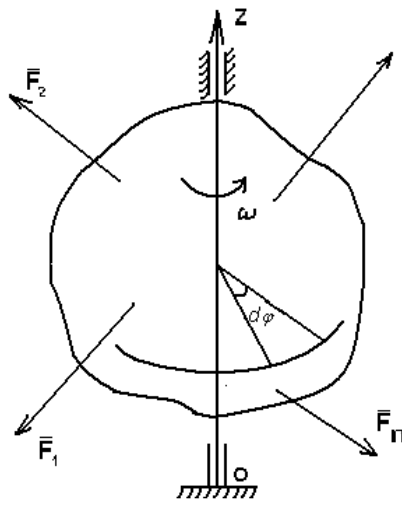
$$A = \frac{c}{2} [\Delta\ell_1^2 - \Delta\ell_2^2] \quad (3.6)$$

Agar deformatsiya oshsa, elastik kuchining bajargan ishi manfiy bo'ladi, deformatsiya kamaysa elastik kuchining bajargan ishi musbat bo'ladi.

3) Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi jismga qo'yilgan kuchlarning bajargan ishi qo'zg'almas o'z o'qi atrofida aylanuvchi jismga $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar qo'yilgan (30 - rasm). Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchlarning elementar ishi quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$dA = M_x d\varphi \quad (3.7)$$

Bu yerda M_z -Oz aylanish o'qiga nisbatan tashki kuchlar momentlarining algebraik yig'indisiga teng bo'lgan aylantiruvchi momeng, $d\varphi$ -elementar burilish burchagi. Agar jismning aylanishida burilish burchagi φ_1 dan φ_2 gacha yzrapsa, chekli kuchishda bajargan to'la ish



$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z d\varphi \quad (3.8)$$

bo'ladi.

30 - rasm.

Agar aylanish o'qiga nisbatan kuchlarning aylantiruvchi momenti o'zgarmas bo'lsa

$$A = M_z (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (3.9)$$

Bo'ladi.

§4. Kuchning quvvati

Kuchning vaqt birligida bajargan ishini kuchning quvvati deb ataladi va N bilan belgilanadi.

Agar kichik dt vaqt oralig'ida F kuch dA ishini bajarsa, kuchning quvvati

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Bo'ladi

Ma'lumki, $dA = F \cdot dr$; shuning uchun

Kuchning bajargan ishi tekis o'zgarsa, quvvat quyidagicha ifodalanadi :

$$N = \frac{A}{t}$$

4 BOB Dinamikaning umumiy teoremlari.

§1. Sistemaning masalalar markazi. Qattiq jismning inertsia momentlari.

Sistemaning M massasi deb sistema nuqtalari massalarining yig'indisiga aytiladi:

$$M = \sum_{k=1}^n m_k, \quad (4.1)$$

Bu yerda m_k - nomerga ega bo'lgan nuqtaning massasi,
 n - nuqtalar soni.

Nuqtalar sistemasining massalar markazi yoki inertsia markazi deb sistemaning massasi to'plangan geometrik nuqtasiga aytiladi.

Massalar markazi S ning dekart o'qlaridagi koordinatalari quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n m_k x_k, \quad y_c = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n m_k y_k, \quad z_c = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^n m_k z_k, \quad (4.2)$$

bu yerda x_c, y_c, z_c K -nuqtaning dekart koordinata o'qlaridagi koordinatalari, M - sistemaning massasi.

Nuqtaning biror yukka (masalan, Oz o'qiga) nisbatan inertsia momenti quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$J_z = m h^2,$$

bu yerda m - nuqtaning massasi, h - nuqtadan o'qgacha bo'lgan masofa.

Qattiq jismning Oz o'qiga nisbatan inertsia momenti quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$J_z = \sum_{k=1}^n m_k h_k^2 \quad (4.3)$$

bu yerda m_k κ - nuqtaning massasi, h_k — m_k massali nuqtadan o'qgacha bo'lgan masofa.

Agar jismning massasi uzluksiz tarqalgan bo'lsa,

$$J_z = \int h^2 dm \quad (4.4)$$

SI sistemada inertsia momentining o'lchov birligi $kg \cdot m^2$, texnik sistemada esa $kg \cdot m \cdot sek^2$ bo'ladi.

Qattiq jismning markazga nisbatan inertsia momenti deb jism nuqtalari massalarini shu nuqtalardan markazgacha bo'lgan masofalarning kvadratlariga bo'lgan kupaytmalarining yig'indisiga aytiladi, ya'ni:

$$\begin{aligned} J_0 &= \sum m_k r_{k_0}^2, \\ J_0 &= \int r^2 dm. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Bu yerda r_k m_k massali nuqtadan markazgacha bo'lgan masofa. Ba'zi jismning inertsia radiusi tushunchasi kiritiladi.

ρ - inertsia radiusi deb jism massasi to'plangan va inertsia momenti jismning berilgan o'qga nisbatan inertsia momentiga teng bo'lgan nuqtadan shu o'qgacha masofani aytiladi. Ta'rifga ko'ra:

$$J_z = M \rho_z^2 \quad (4.6)$$

Qattiq jismning massalar markazidan o'tmaydigan o'qga nisbatan inertsia momentini xisoblash uchun Gyuygens-Shtayner teoremasidan foydalanish qulay bo'ladi. Bu teorema quyidagicha ta'riflanadi:

Massalar markazidan o'tuvchi o'qga parallel bo'lgan biror o'qga nisbatan inertsia momenti markaziy o'qga nisbatan xisoblangan inertsia momenti bilan jism massasining mazkur o'qlar oralig'i kvadratiga kupaytmasining yigindisiga teng, ya'ni:

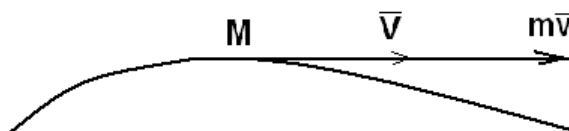
$$J_z = J_c + M d^2 \quad (4.7)$$

bu yerda d – o'qlar orasidagi masofa.

Mavzuni mustaxkamlash uchun IV ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya qilamiz.

§2. Moddiy nuqta va mexanik sistemaning xarakat miqdori

Moddiy nuqtaning xarakat miqdori deb - nuqta massasining uning tezlik vektoriga kupaytmasiga teng bo'lgan - vektorga- aytiladi, ya'ni $q = mV$. q vektor V tezlik vektori yo'nalishida bo'ladi.



31 - rasm.

Mexanik sistemaning xarakat miqdori deb sistema nuqtalari xarakat miqdorining geometrik yig'indisi (bosh vektori) ga teng bo'lgan Q vektorga aytiladi, yani

$$Q = \sum_m^n m_k \vec{V}_k \quad (4.8)$$

(4.8) formulani quyidagicha ifodalash mumkin:

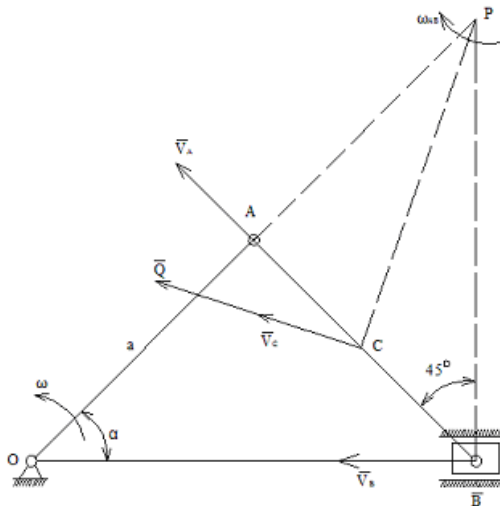
$$\vec{Q} = M\vec{V}_k \quad (4.9)$$

bu yerda V_c sistema massalar markazining tezligi (4.9) ifodadan ko'ramizki , mexanik sistemaning barcha massasi massalar markazida to'plangan bo'lsa, sistemaning xarakat miqdori massalar markazining xarakat miqdoriga teng bo'ladi.

Misol

Krivoship- shatunli mexanizmning a uzunligidagi OA krivoshipi O nuqtadan o'tuvchi o'q atrofida ω o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanadi.

Agar $a=\ell$ va $\alpha = 45^\circ$ bo'lsa, uzunligi ℓ va og'irligi R bo'lgan AB shatunning xarakat miqdori xisoblansin (32 - rasm)



V_c - AB shatun massalar markazining tezligi AB shatun massalar markazining tezligini aniqlaymiz. A va B nuqtalari tezliklarining yo'nalishi ma'lum. U vaqtda AB shatunning tezliklari oniy markazini topish mumkin; oniy markaz P nuqtadir. U xolda $V_c = \omega_{AB} * CP$; $OA = AP = a$, bo'lgani uchun $\omega_{AB} = \omega$ bo'ladi. CP masofani aniqlaymiz. $\triangle ACP$ dan

$$CP = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Shunday qilib, $V_c = \frac{\omega a \sqrt{5}}{2}$.

Vektor $V_{C \perp CP}$; AB shatuning xarakat miqdori teng $Q = \frac{P \omega a \sqrt{5}}{g \cdot 2}$

$\bar{Q}$ vektor $\bar{V}_c$ vektor yo'nalishida bo'ladi.

Kuch impulsi va uni xisoblash

Agar moduli va yo'nalishi o'zgarmas bo'lgan F kuch $\tau = t_2 - t_1$ vaqt oralig'ida ta'sir qilsa, shu vaqt oralig'ida kuch impulsi deb $\bar{S} = \bar{F} \tau$ (4.10) vektorga aytiladi. Bu vektorning yo'nalishi kuch vektori yo'nalishida bo'ladi. S vektorning biror o'qga (masalan OX o'qiga) proektsiyasi quyidagicha aniqlanadi:

O'zgaruvchan $F = F(t)$ kuchning $t_2 - t_1$ vaqt oralig'idagi impulsini aniqlash uchun elementar impuls tushunchasi kiritiladi. F kuchning elementar impulsi deb kuch vektorining elementar vaqt oralig'iga bo'lgan ko'paytmasi $F dt$ ga aytiladi. Bu vaqtda $t_2 - t_1$ vaqt oralig'idagi to'la impulsi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\bar{S} = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F} dt \quad (4.11)$$

To'la implusning o'qlardagi proektsiyalari:

$$S_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x dt, \quad S_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y dt, \quad S_z = \int_{t_1}^{t_2} F_z dt,$$

§3. Moddiy nuqta va nuqtalar sistemasi uchun xarakat miqdorining o'zgarishi xaqida teorema.

F - moddiy nuqtaga qo'yilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi. Dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$(4.13) \quad \frac{d(mv)}{dt} = F. \quad \text{bundan } d(mv) = F dt \quad (4.14)$$

(4.14) - tenglik differentsial ko'rinishda nuqta uchun xarakat miqdorining o'zgarishi xaqidagi teoremani ifodalaydi.

Moddiy nuqta xarakat miqdorining chekli t_2 - t_1 vaqt oralig'ida o'zgarishi quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$mv_2 - mv_1 = S \quad (4.15.)$$

bu yerda mv_2 - nuqtaning t_2 momentdagi xarakat miqdori, mv_1 t_1 - momentdagi xarakat miqdori, S - nuqtaga qo'yilgan kuchlarning t_2 - t_1 vaqt oralig'idagi to'la impulsi. (4.15) tenglikning biror o'qqa (masalan, ox o'qiga) proektsiyasi:

$$mv_{2x} - mv_{1x} = S_x \quad (4.16)$$

Amaliy masalalarning ko'pi proektsiyalar orqali yozilgan tenglamalardan foydalanib yechiladi. Moddiy nuqtalar sistemasi uchun xarakat miqdorining o'zgarishi xaqida teorema quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$\frac{dQ}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k^e, \quad (4.17) \text{ bu yerda } Q = \sum_{k=1}^n m_k v_k$$

(4.17) - tenglikning biror o'qqa (masalan, OX o'qiga) proektsiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum_{k=1}^n F_{kx}^e \quad (4.18)$$

(4.17) va (4.18) tengliklardan ko'ramizki, mexanik sistemaning xarakat miqdori tashqi kuchlar ta'siridagina o'zgaradi,

Teoremaning xususiy xollar

1. Tashqi kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lsa,

$$Q = \text{const} \quad \text{bo'ladi.} \quad (4.19)$$

2. Tashqi kuchlarning biror o'qqa tushirilgan proektsiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lsa, masalan $\sum F_{kx}^e = 0$ bo'lsa, mexanik sistema miqdorining shu o'qqa proektsiyasi o'zgarmas bo'ladi, ya'ni:

$$Q_x = \text{const} \quad (4.20)$$

(4.19) va (4.20) – tengliklar mexanik sistema xarakat miqdorining saqlanish qonunini ifodalaydi.

Chekli t_2 - t_1 vaqt oralig'ida sistema xarakat miqdorining o'zgarishi xaqidagi teorema quyidagicha ifodalanadi:

$$Q_2 - Q_1 = \sum_{k=1}^n S_x^e, \quad (4.21)$$

bu yerda Q_1 - sistemaning boshlang'ich momentdagi xarakat miqdori, Q_2 - sistemaning oxirgi momentdagi xarakat miqdori, $\sum_{k=1}^n S_x^e$ - sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning t_2 - t_1 oralig'idagi to'la impulsi. (4.21) tenglikning biror o'qdagi (masalan, OX o'qidagi) proektsiyasi:

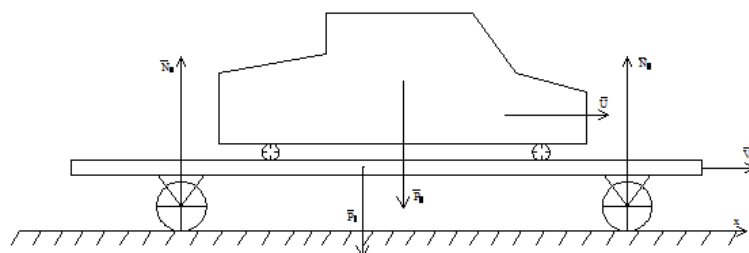
$$Q_{2x} - Q_{1x} = \sum_{k=1}^n S_{kx}^e, \quad (4.22)$$

(4.22)-tengliklar mexanik sistema uchun koordinata o'qlariga nisbatan impulslar teoremasini ifodalaydi. Masalalar yechishda ko'pincha (4.22) tengliklardan foydalaniladi.

I. Misol

Relslarga qo'yilgan tinch turgan gorizontaal platformada avtomobil turibdi. Biror momentda avtomobil platforma bo'ylab xarakat qila boshlaydi. Relslar bilan g'ildiraklar orasidagi ishqalanishni va xavoning qarshiligini xisobga olmay, platformaning V tezligi, avtomobilning platformaga nisbatan tezligi orqali aniqlansin. Platformaning og'irligi P_1 , avtomobilning og'irligi P_2 .

Yechish. Platforma va avtomobildan iborat bo'lgan sistemani tekshiramiz.



33 – rasm

Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar: P_1 , P_2 - platforma va avtomobilning og'irlik kuchlari; N_1 , N_2 - relslarning reaksiya kuchlari (33- rasm). Bu kuchlarning

gorizontal X o'qiga proektsiyalari nolga teng. Demak, sistema xarakat miqdorining ana shu o'qqa proektsiyasi o'zgarmaydi, ya'ni:

$$Q_x = \text{const} \text{ yoki } Q_x = Q_{ox}$$

Bu yerda Q_{ox} - sistemaning boshlang'ich momentdagi xarakat miqdori. Boshlang'ich momentda sistema tinch turgan. Shuning uchun $Q_{ox}=0$. U vaqtda xarakat davomida $Q_x=0$ bo'ladi.

$$Q_x = Q_x^{n.l} + Q_x^{a.BT} \quad (a)$$

Platforma xarakat miqdorining X o'qiga proektsiyasi teng,

$$Q_x^{n.l} = m_1 v_x = \frac{P_1}{g} v_x$$

Avtomobilning absolyut tezligi,

$$V_{a.BT} = U + V_x$$

U vaqtda avtomobil xarakat miqdorining X o'qiga proektsiyasi.

$$Q_x^{a.BT} = m_2 (U + V_x) = \frac{P_2}{g} (U + V_x) \text{ bo'ladi.}$$

$Q_x^{n.l}$ va $Q_x^{a.BT}$ larning qiymatini (a)ga qo'ysak va $Q_x=0$ ekanligini e'tiborga olsak, quyidagini xosil qilamiz:

$$\frac{P_1}{g} V_x + \frac{P_2}{g} (u + V_x) = 0 \quad (B)$$

(B)dan platformaning V_x tezligini avtomobilning U tezligi funksiyasida ifodalaymiz:

$$V_x = -\frac{P_2}{P_1 + P_2} U \quad (c)$$

(c)dan ko'ramizki platformaning xarakat yo'nalishi avtomobilning xarakat yo'nalishiga qarama qarshi. Platformaning chetiga yetib borgandan keyin avtomobil to'xtaydi va uning U tezligi nolga teng bo'ladi. Bu momentda platforma teskari yo'nalishda birmuncha xarakat qilib yana to'xtaydi.

Mavzuni mustaxkamlash uchun V- ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya etamiz.

§4. Sistema massalar markazining xarakati xaqidagi teorema

(4.9) tenglikni vaqtga nisbatan differentsiyalasak va (4.17)ni e'tiborga olsak, quyidagini xosil qilamiz:

$$Ma_c = \sum_{k=1}^n F_k^e \quad (4.23)$$

(4.2Z) tenglik sistema massalar markazining xarakati xaqidagi teoremani ifodalaydi: butun massasi to'plangan moddiy nuqtalar sistemasining massalar markazi, sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlar ta'siridan nuqta kabi xarakat qiladi. (4.2Z) tenglikni koordinata o'qlariga proektsiyalaymiz:

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_c}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{kx}^e \\ M \frac{d^2 y_c}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{ky}^e \\ M \frac{d^2 z_c}{dt^2} &= \sum_{k=1}^n F_{kz}^e \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

Bu yerda x_c, y_c, z_c - sistema massalar markazining kordinatalari. (4.24) tenglamalarni massalar markazining xarakati differentsial tenglamalar deb ataladi. (4.23) va (4.24) tenglamalardan ko'ramizki, ichki kuchlar massalar markazining xarakatiga bevosita ta'sir etmaydi. Biroq massalar markazining xarakatiga bevosita ta'sir etmasdan, ko'p xollarda ichki kuchlar tashqi kuchlarning vujudga kelishiga sabab bo'ladi.

Xususiy xollar

1) Agar xarakat davomida xamma vaqt tashqi kuchlarning geometrik yigindisi nolga teng bo'lsa mexanik sistemaning massalar markazi tinch xolatda bo'ladi yoki to'g'ri chiziqli tekis xarakat qiladi.

$$(4.23) - \text{ tenglikdan, agar } \sum_{k=1}^n F_k^e = 0 \text{ bo'lsa,}$$

$a_c = 0$ bo'ladi, ya'ni $V_c = V_{0c} = \text{const}$, bu yerda V_{0c} - massalar markazining boshlang'ich tezligi.

2) Agar tashqi kuchlarning biror o'qqa tushirilgan proektsiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lsa, ana shu o'q bo'ylab massalar markazi tekis xarakat qiladi yoki tinch xolatda bo'ladi.

$$(V_{cx0} = 0 \text{ bo'lsa})$$

Xaqiqatdan xam agar, masalan $\sum_{k=1}^n F_k^e = 0$ bo'lsa, (4.33) tengliklarning birinchisidan

$$\left. \frac{d^2 x_c}{dt^2} \right\} = 0 \text{ kelib chiqadi.}$$

bunda $V_{cx} = \text{const}$.

Agar boshlang'ich momentda $V_{cx0}=0$ bo'lsa, $V_{cx0}=0$ va $x_c = \text{const}$ bo'ladi, ya'ni massalar markazining X_0 koordinatasi o'zgarmaydi. Teoremadan chiqarilgan xususiy xollar massalar markazi xarakatining saqlanish qonunini ifodalaydi.

I. Misol

Gorizontal tekislikda turgan kishiga ta'sir etadigan kuchlar: P – og'irlik kuchi, N - gorizontal tekislikning reaksiyasi gorizontal bo'ylab xarakat qilish uchun bu kuchlar yetarli emas. Xarakat boshlanishida bir oyoq oldinga siljiganda muskullar kuchi natijasida ikkinchi oyoq orqaga siljishga intiladi, chunki kishining massalar markazi tinch xolatda qolishi kerak. Buning natijasida ikkinchi oyoqning kafti bilan gorizontal tekislik orasida oldinga qarab yo'nalgan ishqalanish kuchi xosil bo'ladi. Bu kuch kishini xarakatga keltiruvchi kuchdir. Agar tekislik silliq bo'lsa, faqat muskullar kuchi ta'siridan kishi xarakat qila olmaydi.

Misol:

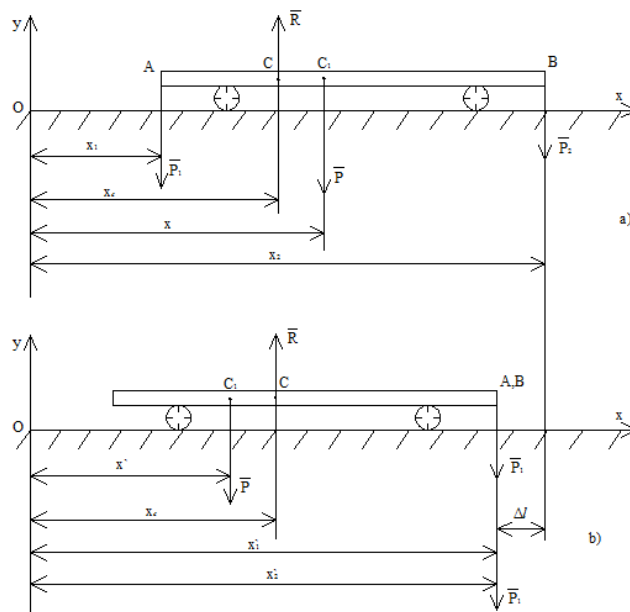
Silliq gorizontal tekislikda turgan og'irligi P va uzunligi l bo'lgan aravachaning A uchida P_1 og'irlikdagi odam, B uchida esa P_2 og'irlikdagi odam turibdi, Odam A nuqtadan B nuqtaga ko'chganda aravachaning siljishi aniqlansin.

Berilgan: $P_1=80 \text{ kg}$, $P_2=50 \text{ kg}$, $P=110 \text{ kg}$, $l = 6\text{m}$.

Yechish:

Aravacha ikki odamdan iborat sistema to'rtta tashqi kuch ta'siridan tinch xolatda turadi:

- 1) P - aravachaning og'irligi;
- 2) P_1 - A nuqtada turgan odamning og'irligi;
- 3) P_2 – B nuqtada turgan odamning og'irligi;
- 4) R - sistemaning massalar markazi C dan o'tuvchi gorizontal tekislikning reaksiyasi (34-rasm).



34 - rasm.

Ixtiyoriy O nuqtadan koordinata o'qlarini o'tkazamiz. Faraz qilaylik, X - tinch turgan aravacha og'irlik markazining koordinatasi. X_1 - tinch xolatda birinchi odam og'irlik markazining koordinatasi, X_2 - tinch xolatda ikkinchi odam og'irlik markazining koordinatasi, tinch xolatda sistema og'irlik markazining koordinatasi x_c bo'lsin. Bu sistemaning masalalar markazi x_c - koordinatasini xisoblaymiz.

$$X_c = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + P x}{P_1 + P_2 + P}$$

Faraz qilaylik, odam A nuqtadan B nuqtaga ko'chganda, aravacha tomonga Δl masofaga siljiydi. Sistemani tashkil qilgan jismlarning og'irlik markazlarining yangi koordinatalari:

$$x' = x + \Delta l, \quad x_1' = x_1 + l - \Delta l, \quad x_2' = x_2 - \Delta l \quad \text{bo'ladi.}$$

Sistemaning yangi xolatida massalar markazining koordinatasi quyidagicha bo'ladi:

$$X'_c = \frac{P_1 x_1' + P_2 x_2' + P x'}{P_1 + P_2 + P} = \frac{P_1 (x_1 + l - \Delta l) + P_2 (x_2 - \Delta l) + P (x + \Delta l)}{P_1 + P_2 + P}$$

Sistemaga ta'sir etuvchi hamma tashqi kuchlarning X o'qiga tushirilgan proektsiyalarining yig'indisi va boshlang'ich tezlik no'lga teng bo'lgani uchun X_c koordinata o'zgarmaydi, ya'ni:

$$x_c = x_c \quad \text{yoki}$$

$$\frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + P x}{P_1 + P_2 + P} = \frac{P_1 (x_1 + l - \Delta l) + P_2 (x_2 - \Delta l) + P (x + \Delta l)}{P_1 + P_2 + P}$$

bundan:

$$P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_x = P_1(x_1 + l - \Delta l) + P_2(x_2 - \Delta l) + P(x - \Delta l), \text{ yoki } (P_1 + P_2 + P)\Delta l = P_1 l$$

bundan:

$$\Delta l = \frac{P_1 \cdot l}{P_1 + P_2 + P} = \frac{80 \cdot 6}{240} = 2m$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun VI-ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya etamiz.

§5. Kinetik moment teoremasi

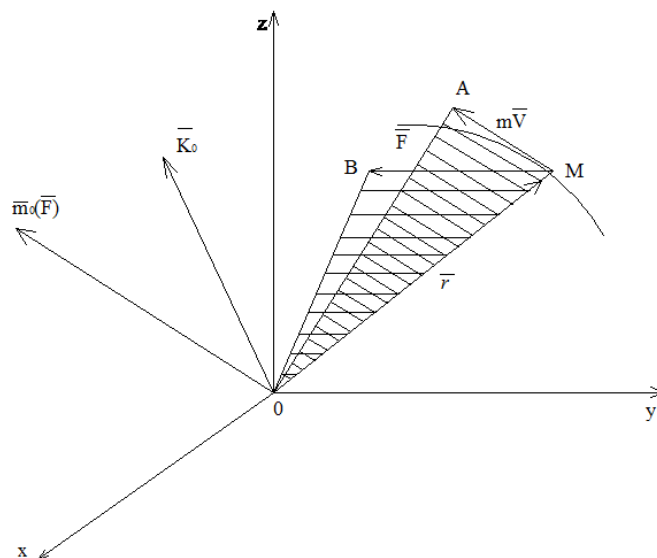
0 markazga nisbatan nuqtaning xarakat miqdori momenti deb, nuqtaning xolatini aniqlovchi r – radius vektorning xarakat miqdori vektorga bo'lgan vektorial ko'paytmasi aytiladi, ya'ni:

$$m_0(mv) = r \times mv \equiv k_0 \quad (4.25)$$

Nuqtaning xarakatida k_0 – vektor modul va yo'nalish jixatidan o'zgaradi. Uning o'zgarish qonuni quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\frac{dK_0}{dt} = m_0(F) \quad (4.26)$$

Bu yerda F – nuqtaga qo'yilgan barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, $m_0(F)$ - bu kuchlarning 0 markazga nisbatan momenti. k_0 va $m_0(F)$ vektorlar (35-rasmda) ko'rsatilgan.



35 - rasm

Vektor $k_0 \perp \Delta OMA$ tekisligiga $o \perp \Delta OMB$ tekisligiga. (4.26) tenglik qo'zg'almas markazga nisbatan moddiy nuqta uchun xarakat miqdori momentining o'zgarishi xaqidagi teoremani ifodalaydi: biror markazga nisbatan olingan xarakat miqdori momentning vaqt bo'yicha xosilasi, moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarning shu nuqtaga nisbatan olingan momentiga teng bo'ladi. (4. 26) tenglikni biror o'qga (masalan, OX o'qiga) proektsiyalaymiz:

$$\frac{dk_x}{dt} = m_x(F) \quad (4.27)$$

Bu yerda k_x – OX o'qiga nisbatan moddiy nuqtaning xarakat miqdori momentidir.

Teoremaning xususiy xollari

Agar moddiy nuqtaga qo'yilgan tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisining biror markazga nisbatan olingan momenti nolga teng bo'lsa, shu markazga nisbatan xarakat miqdorining momenti o'zgarmaydi, ya'ni:

$$K_0 = \text{const bo'ladi.}$$

Agar moddiy nuqtaga qo'yilgan tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisining momenti biror o'qga (masalan, OX o'qiga) nisbatan olingan momenti nolga teng bo'lsa, shu o'qga nisbatan xarakat miqdorining momenti o'zgarmaydi, ya'ni $K_x = \text{const}$ bo'ladi.

Mexanik sistema uchun xarakat miqdorining momenti xaqida teorema. Biror qo'zg'almas O markazga nisbatan moddiy nuqtalar sistemasi xarakat miqdorining momenti (kinetik momenti) deb, shu markazga nisbatan sistema nuqtalarining xarakat miqdorlari momentlarining geometrik yig'indisi (bosh vektorini) aytiladi, ya'ni:

$$\bar{K}_0 = \sum_{k=1}^n \bar{m}_0(m_k \bar{V}_k) \quad (4.28)$$

Bu yerda m_k va $v_k M_k$ nuqtaning massasi va tezligi. Agar moddiy nuqtalar sistemasi biror xajmni to'ldiradigan uzluksiz muxit bo'lsa, yig'indini tegishli integral bilan almashtirish mumkin. O'qqa nisbatan sistemaning kinetik momenti quyidagicha ifodalanadi:

$$K_z = \sum_{k=1}^n m_z(m_k \bar{V}_k) \quad (4.29)$$

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik momenti quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$K_z = J_z \omega \quad (4.30)$$

Bu yerda J_z – qattiq jismning aylanish o'qiga nisbatan inertsia momenti, ω – jismning burchak tezligi. Sistemaning xarakatida O markazga nisbatan kinetik moment vaqt o'zgarishi bilan o'zgaradi va bu o'zgarish quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\frac{d\bar{K}_0}{dt} = \sum_{k=1}^n \bar{m}_0 (F_k^e) \quad (4.31)$$

(4.31) tenglik biror qo'zg'almas xarakatida O markazga nisbatan mexanik sistema kinetik momentining o'zgarishi xaqidagi teoremani ifodalaydi: biror markazga nisbatan olingan mexanik sistemaning kinetik momentining vaqtga nisbatan xosilasi, sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlarning ana shu markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng bo'ladi. (4.31) tenglikni biror o'qqa (masalan, OX o'qiga) proektsiyalaymiz:

$$\frac{dK_x}{dt} = \sum_{k=1}^n m_x (\bar{F}_k^e) \quad (4.32)$$

Bu yerda K_x – mexanik sistemaning OX o'qiga nisbatan kinetik momenti.

Teoremaning xususiy xollari

Ichki kuchlar sistemasining kinetik momentining o'zgarishiga bevosita ta'sir qilmaydi. (ular sistemaning kinetik momentining o'zgarishiga tashqi kuchlar orqali bevosita ta'sir qilishi mumkin.) Agar biror markazga nisbatan tashqi kuchlar momentlarining geometrik yig'indisi no'lga teng bo'lsa, shu markazga nisbatan mexanik sistemaning kinetik momenti o'zgarmaydi, ya'ni:

$$\sum_{k=1}^n m_0 (\bar{F}_k^e) = 0 \quad K_0 = \text{const} \quad \text{bo'ladi.} \quad (4.33)$$

Agar biror o'qqa nisbatan tashqi kuchlar momentlarining algebraik yig'indisi no'lga teng bo'lsa, shu o'qqa nisbatan mexanik sistemaning kinetik momenti o'zgarmaydi, ya'ni

$$\frac{dK_x}{dt} = 0 \quad \text{va} \quad K_x = \text{const} \quad \text{bo'ladi.} \quad (4.34)$$

Ikkinchi va uchinchi xususiy xollar mexanik sistemaning kinetik momentining saqlanishi qonunini ifodalaydi.

I. Misol

Disk vertikal o'q atrofida o'zgarmas ω_0 burchak tezlik bilan aylanadi. Diskning diametri bo'ylab m massaga ega bo'lgan nuqta o'zgarmas $\bar{u}$ nisbiy tezlik

bilan xarakat qiladi. Boshlang'ich paytda nuqta O markazda turgan bo'lsa, diskning t vaqtdan keyingi ω burchak tezligi aniqlansin? Diskning aylanish o'qiga nisbatan inertsiya momenti J_z

Yechish: Disk va nuqtadan iborat bo'lgan sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar:

$P1$ - Diskning og'irlik kuchi.

$P2$ - Moddiy nuqtaning og'irlik kuchi.

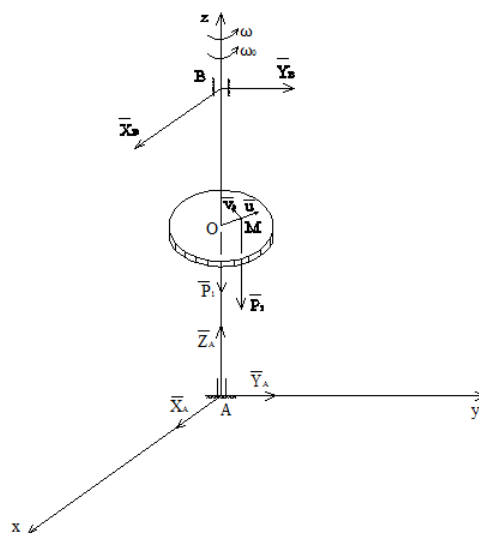
A podpyatnik va B podshipnikning reaksiya kuchlari (36-rasm). Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar aylanish o'qiga yoki parallel, yoki o'qni kesib o'tadi. Shuning uchun tashqi kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'ladi. U xolda kinetik momentning saqlanish qonuniga asosan

$$K_z = K_{z0} = \text{const} \quad \text{bo'ladi}$$

K_z - sistemaning t paytdagi kinetik momenti,

K_{z0} - sistemaning boshlang'ich paytdagi kinetik momenti.

$$K_{z0} = K_{z0}^{\text{диск}} + K_{z0}^M$$



36 – rasm

Boshlang'ich paytda M nuqta tinch turgan, shuning uchun

$$K_{z0}^M = 0 \quad \text{bo'ladi}$$

U xolda

$$K_{z0} = K_{z0}^{\text{disk}}$$

(4.30) formulaga asosan :

$$K_{z0}^{\text{disk}} = J_z \omega_0 \quad (1)$$

Sistemaning t paytdagi kinetik momenti teng

$$K_z^{disk} = K_{zo}^{disk} + K_z^m$$

$$K_{zo}^{disk} = J_z \omega \quad (4.30) \text{ formulaga qarang.}$$

ω_0 va ω larning ishoralari bir xil deb faraz qilinadi. M nuqtaning absolyut tezligi teng: $\bar{v} = \bar{v}_e + \bar{u}$ U xolda,

$$K_z^M = m_z(m\bar{v}_e) + m_z(m\bar{u})$$

Bu yerda v_e – M nuqtaning ko'chirma tezligi. $\bar{u}$ vektor aylanish o'qini kesib o'tadi, shuning uchun $m_z(mu) = 0$ bo'ladi, demak

$$K_z^M = m_z(m\bar{v}_e) = m\bar{v}_e \cdot OM$$

v_e – aylanma tezlikdir, u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$v_e = \omega \cdot OM,$$

u xolda

$$K_z^M = m \omega \cdot OM^2$$

OM – nuqtaning u tezlik bilan xarakatida t vaqt oralig'ida bosgan yo'li, shuning uchun $OM = ut$. Demak:

$$K_z^M = m \omega u^2 t^2,$$

$$K_z = J_z \omega + m \omega u^2 t^2. \quad (2)$$

(1) va (2) larni tenglashtirsak, quyidagini xosil qilamiz:

$$J_z \omega + m \omega u^2 t^2 = J_z \omega_0,$$

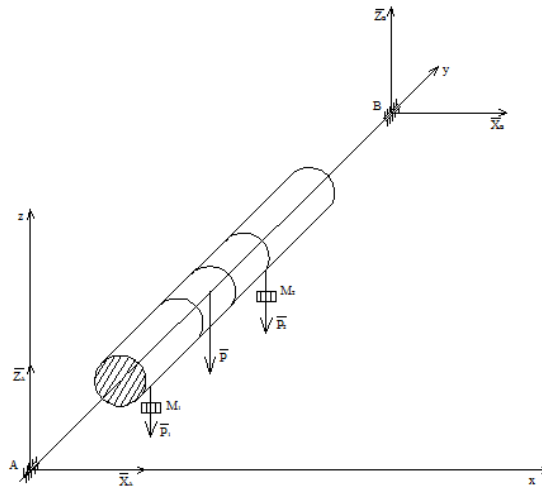
Bundan

$$\omega = \frac{J_z \omega_0}{J_z + m u^2 t^2}$$

I.Misol

Radiusi r va og'irligi R bo'lgan bir jinsli silindr qo'zg'almas AB o'q atrofida aylanishi mumkin. Silindrga cho'zilmaydigan tro's o'ralgan va uning uchlariga M_1 va M_2 yuklar biriktirilgan (37 rasm). Boshlang'ich paytda silindr tinch xolatda turgan bo'lsa, silindrning burchak tezligining o'zgarishi t vaqt funktsiyasida aniqlansin P_1 – M yukning og'irligi, P_2 – M_2 yukning og'irligi. Podshipniklardagi ishqalanish va trosning massasi xisobga olinmasin? $P_2 > P_1$ deb qabul qilinsin.

Yechish. Masalani yechish uchun aylanish u o'qiga nisbatan kinetik moment teoremasidan foydalanamiz:



35-rasm

$$\frac{dK_y}{dt} = \sum_{k=1}^n m_y (\bar{F}_k^e).$$

Bu yerda $\bar{F}_k^e$ sistemaga tasir etuvchi tashqi kuchlar. Sistemaga quyidagi tashqi kuchlar tasir qiladi:

$\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}$ - yuklar va barabanning og'irlik kuchlari: $\bar{X}_a, \bar{Z}_a, \bar{X}_b, \bar{Z}_b$ - A va B tayanchlarning reaksiyalari K_y - u o'qiga nisbatan sistemaning kinetik momenti. Sistema uchta jismdan iborat: baraban va ikkita yuk.

$$K_y = K_y^c + K_y^{m_1} + K_y^{m_2} = J_y \omega + m_1 v_1 r + m_2 v_2 r = J_y \omega + \frac{P_1}{g} \omega r^2 + \frac{P_2}{g} \omega r^2 = J_y \omega + \omega r^2 \frac{P_1 + P_2}{g} \quad (2)$$

Bu yerda J_y - aylanish o'qiga nisbatan barabanning inertsia momenti, ω - barabanning burchak tezligi. Tashqi kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan momentlarining yig'indisini xisoblaymiz.

$$\sum_{k=1}^n m_y (F_k^e) = P_2 r - P_1 r \quad (3)$$

(3) ni e'tiborga olib, (1) va quyidagicha yozamiz:

$$\frac{dK_y}{dt} = (P_2 - P_1) r \quad (4)$$

(4)ni integrallaymiz:

$$K_y = (P_2 - P_1) r t + C_1 \quad (5)$$

Bu yerda C_1 - boshlang'ich shartlardan aniqlanadigan integrallash o'zgarmasidir. $t=0$ bo'lganda sistema tinch xolatda turgan va $K_y=0$, shuning uchun $C_1=0$ bo'ladi. Demak

$$K_y = (P_2 - P_1)rt \quad (6)$$

K_y ning qiymatini (2) dan (6) ga qo'ysak, quyidagi xosil bo'ladi:

$$J_y \omega + \frac{P_1 + P_2}{g} \omega r^2 = (P_2 - P_1)rt \quad (7)$$

Baraban bir jinsli silindr, shuning uchun

$$J_y = \frac{Pr^2}{2g}$$

U xolda (7) ni quyidagicha yozamiz:

$$\frac{Pr^2}{2g} \omega + \frac{P_1 + P_2}{g} \omega r^2 = (P_2 - P_1)rt,$$

yoki

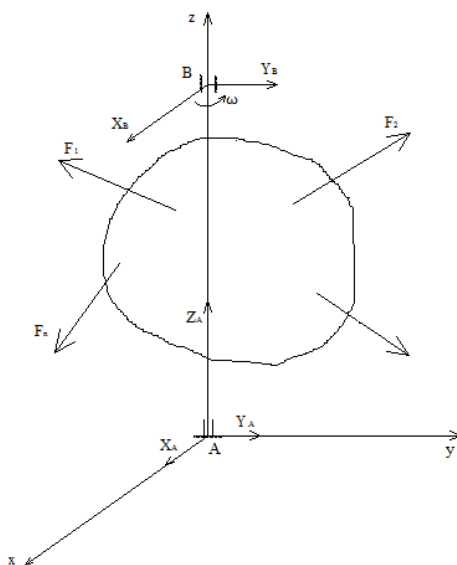
$$P + 2(P_1 + P_2) \bar{\omega} r = (P_2 - P_1)2gt$$

bundan

$$\omega = \frac{2(P_2 - P_1)}{(P + 2P_1 + 2P_2)r} gt$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun VII-ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya etamiz.

§5. Qattiq jismning o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamasi.



38- rasm

Qattiq jism qo'zg'almas Z o'q atrofida ω burchak tezlik bilan aylanadi. (38-rasm) $F_1, F_2, \dots, F_n$ — jismga ta'sir etuvchi berilgan kuchlar. Mexanik sistemaning o'qiga nisbatan kinetik momentining o'zgarishi xaqidagi teorema quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{dK_z}{dt} = \sum_{k=1}^n m_z(F_k^e)$$

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik momenti quyidagi tenglama bilan ifodalanadi

$$K_z = J_z \omega = J_z \frac{d^2 \varphi}{dt}$$

U xolda

$$\frac{dK_z}{dt} = J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Demak

$$J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \sum_{k=1}^n m_z(F_k^e) \quad (4.35)$$

(4.35) tenglama qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamasi bo'ladi.

$$\text{Agar } \sum_{k=1}^n m_z(F_k^e) = 0 \text{ bo'lsa,}$$

$\varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0$ va $\omega = \text{const}$ bo'ladi, ya'ni jismning xarakati tekis aylanma xarakatdir.

Agar $\sum_{k=1}^n m_z(\bar{F}_k^e) = \text{const}$ bo'lsa,

$\varepsilon = \text{const}$ bo'ladi, ya'ni jismning xarakati tekis o'zgaruvchan xarakatdir. (4.35) tenglamadan foydalanib quyidagi masalalarni yechish mumkin:

1. Jismning aylanma xarakat qonuni $\varphi = f(t)$ va uning inertsia momenti J_z berilganda, jismga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh momentini aniqlash.

$$M_z^e = J_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = J_z f''(t)$$

2. Jismga qo'yilgan tashqi kuchlar, φ_0 va ω_0 boshlang'ich shartlar berilganda jismning aylanma xarakat qonuni $\varphi = f(t)$

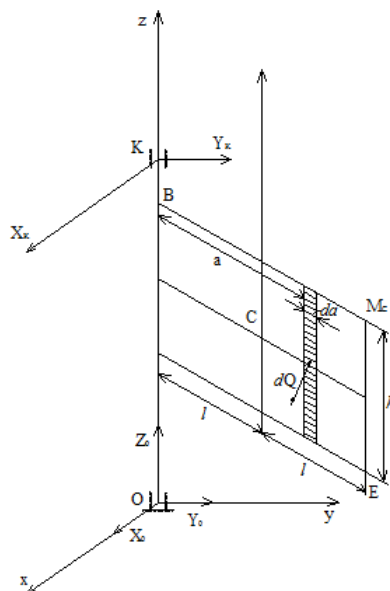
1-Masala.

Og'irlik P , uzunligi $2l$ va balandligi h bo'lgan bir jinsli to'g'ri burchakli

$ABDE$ plastinka AB tomonidan o'tuvchi vertikal o'q atrofida aylanadi. (39-rasm) Plastinka aylanganda unga xavo qarshilik ko'rsatadi. Plastinkaning elementar bo'lagiga qo'yilgan qarshilik kuchi elementar yuzaga va xarakat tezligining kvadratiga proportsional bo'lib, plastinkaning tekisligiga tik yo'nalgan, proportsionallik koeffitsienti α ga teng. Plastinkaning burchak tezligi ω_1 dan ω_2 gacha kamayish T vaqt oralig'i topilsin.

Yechish. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamasi (4.35) dan foydalanamiz.

$$J_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \sum_{k=1}^n m_k (\bar{F}_k^e) \quad (1)$$



39 – rasm

Plastinkaning z o'qiga nisbatan inertsia momentini (4.7) Gyuygens-Shteyner teoremasidan aniqlaymiz:

$$J_z = J_{cz2} + Md^2$$

Bu yerda J_{cz2} plastinkaning massalar markazidan o'tuvchi va berilgan o'qqa parallel bo'lgan o'qqa nisbatan inertsia momenti. Uni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$J_{cz2} = \frac{1}{3} Ml^2$$

$d = \ell$ o'qlar orasidagi masofa. U xolda,

$$J_z = \frac{1}{3} Ml^2 + Ml^2 = \frac{4}{3} Ml^2$$

Plastinkaga qo'yilgan tashqi kuchlar: P - plastinkaning og'irligi, O podpyatnik va K podshipnikning reaksiyalari, xavoning qarshilik kuchi (39-rasm). P kuch va tayanch reaksiyalarining z o'qiga nisbatan momentlari no'lga teng. Xavo bosim kuchining z o'qiga nisbatan M_z bosh momentini xisoblaymiz. Plastinkada $dF=hda$ elementar yuzachani ajratamiz. Yuzacha nuqtalarining tezliklari $v=\omega a$ ga teng. Elementar yuzachaga qo'yilgan xavoning bosim kuchi.

$$dQ = h\alpha\omega^2 a^2 da$$

bo'ladi. Bu kuchning z o'qiga nisbatan momenti aylanma xarakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$dM_z^e = -adQ = -h\alpha\omega^2 a^3 da$$

Bu ifodani integrallasak, xavo bosim kuchining bosh momenti topiladi:

$$M_z^e = -\int_0^{2l} \alpha h \omega^2 a^3 da = -h\alpha\omega^2 \frac{a^4}{4} \Big|_0^{2l} = -4\alpha h \omega^2 l^4$$

J_z va M_z^e larning qiymatini (1) –tenglikka qo'yamiz: $\frac{4}{3} M \ell^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -4\alpha h \omega^2 l^4$

Yoki
$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3\alpha h \omega^2 l^2}{M} = -\frac{3\alpha g h l^2}{p} \omega^2 \quad (2)$$

(1) tenglamadan o'zgaruvchilarni ajratamiz va ω_1 dan ω_2 gacha chegaralarda integrallaymiz:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{\omega} = -\int \frac{3dghl^2}{P} dt \quad \text{yoki} \quad \frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega_1} = \frac{3\alpha g h l^2}{p} T$$

Bundan kerak bo'lgan T vaqt oralig'i topiladi: $T = \frac{p(\omega_1 - \omega_2)}{3\alpha g h l^2 \omega_1 \omega_2}$

2. Masala

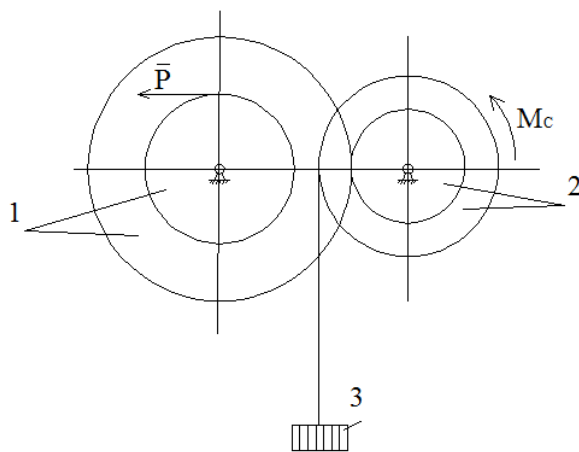
Mexanizmning burchak tezligi $\frac{\omega_{10}}{P}$ bo'lgan I -zvenosigat=0 bo'lgan momentdan $\bar{P}$ kuch ta'sir qila boshladi (40–rasm) Mexanizmning 1 va 2 zvenolarining og'irligi tegishli $\bar{P}_I$ va $\bar{P}_{II}$ ga teng ko'tariladigan 3 yukning og'irligi $\bar{P}_8$ Yetaklanuvchi 2 zvenoning qarshilik kuchlarining momenti M_c gateng (1 va 2 zvenolarining katta va kichik aylanalarining radiuslari $R_1, r_1; R_2, r_2$ ga teng $\vartheta_{x1}, \vartheta_{x2}$ zvenolarining inertsia radiuslari). Mexanizmning 2 – zvenosining aylanma xarakat tenglamasi topilsin. Shuningdek, berilgan t paytda zvenolarning urinish nuqtasidagi aylanma zo'riqish aniqlansin. Berilgan:

$$\zeta_{x1} = 16\text{cm}, \zeta_{x2} = 12\text{cm}$$

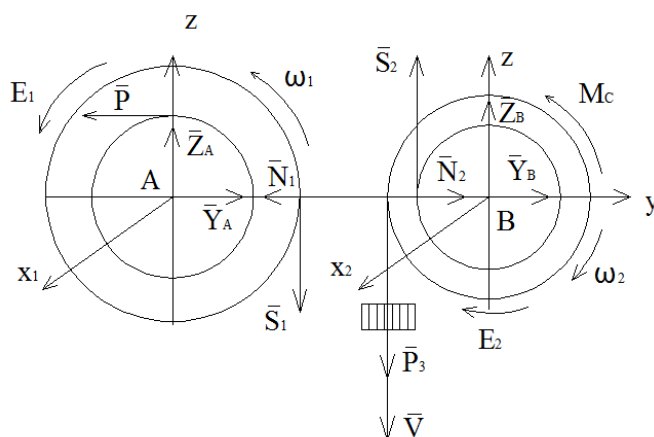
Yechish.

$$P_1 = 40\text{kg}, P_2 = 20\text{kg}, P_3 = 60\text{kg}, R_1 = 20\text{sm}; r_1 = 12\text{sm}, R_2 = 16\text{sm}, r_2 = 10\text{sm}; \\ P = (400 + 20t)\text{kg}, M_c = 12\text{kg.m}; \omega_{10} = 2 \text{ } ^\circ/\text{s}, t = 1\text{s}.$$

Mexanizmning 1- zvenosining xarakatini tekshiramiz. Bu zvenoga qo'yilgan kuchlar: $\bar{P}_1$ og'irlik kuchi, $\bar{P}$ -xarakatga keltiruvchi kuch, $\bar{Y}_A, \bar{Z}_A$ - A podshipnik reaksiyasining tashkil etuvchilari, $\bar{S}_1$ - aylanma zo'riqish, N_1 - 2 zvenoning normal reaksiyasi.



40 – rasm.



40 – a – rasm

40 – b – rasm

1) Zvenoning Ax_1 -qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz:

$$2) \quad J_{x1} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{x1}^e \quad (1)$$

1) Zvenoga qo'yilgan tashqi kuchlarning Ax_1 o'qiga nisbatan M_{x1}^e bosh momentini xisoblaymiz. (a)-rasm

$$2) \quad M_{x1}^e = Pr_1 - S_1 R_1 \quad (2)$$

R kuch sistemani aylanma xarakatga keltiradi, shuning uchun uning momentini musbat deb qabul qilamiz. S_1 - 1 zvenoning aylanishiga qarshilik ko'rsatadi; uning momenti manfiy deb olinadi (2) ni e'tiborga olsak (1) ni quyidagicha yozamiz:

$$J_{x1} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = P_1 - S_1 R_1 \quad J_{x1} = m_1 \zeta_{x1}^2$$

2 – zvenoning B_{x2} qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamasini tuzamiz. Mexanizmning 2 – zvenosiga ko'yilgan kuchlar; P_2 – og'irlik kuchi, qarshilik kuchlarining M_c momenti, Y_6 , Z_6 – podshivnik reaksiyasining tashkil etuvchilari, T - ipining tarangligi, S_2 – aylanma zuriqish, N_2 – 1 zvenoning normal reaksiyasi.

Albatta $S_2 = -S_1$, $N_2 = -N_1$.

2 – zvenoning aylanma xarakat differentsial tenglamasining tuzish uchun 2 - 3 sistema uchun Bx_2 o'qga nisbatan kinetik moment toeremasidan foydalanamiz.

$$\frac{dK_{x2}}{dt} = M_{x2}^e \quad (4)$$

2-3 sistemaning Bx_2 o'qga nisbatan kinetik momenti :

$$K_{x2} = K_{x2}^{(2)} + K_{x2}^{(3)} = J_{x2} \omega_2 + m_3 v R_2 \quad (5)$$

Bu yerda $J_{x2} \omega_2$ - qo'zg'almas Bx_2 o'qga nisbatan 2 - zvenoning kinetik momeni; $m_3 v R_2$ - 3 yukning Bx_2 o'qiga nisbatan xarakat miqdorining momenti $v = \omega_2 R_2$ bo'lgani uchun

$$K_{x2} = (J_{x2} + m_3 R_2^2) \omega^2 = (J_{x2} + m_3 R_2^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (6)$$

bo'ladi.

$$J_{x2} = m_2 \zeta_{x2}^2$$

2 - 3 sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlarning Bx_2 o'qiga nisbatan M_{x2}^e bosh momenti

$$M_{x2}^e = S_2 r_2 - P_3 R_2 - M_c \quad (7)$$

S_2 zo'riqish 2-3 sistemani aylanma xarakatga keltiradi, shuning uchun uning momentini musbat deb qabul qilamiz. M_c momentini va P_3 og'irlik kuchining momentini manfiy deb olamiz, chunki u momentlar aylanma xarakatga qarshilik ko'rsatadi. K_{x2} va M_{x2}^e larning qiymatini (4) – tenglamaga qo'ysak, quyidagini xosil qilamiz:

$$\frac{d}{dt} \left[(J_{x2} + m_3 R_2^2) \frac{d\varphi_2}{dt} \right] = S_2 r_2 - P_3 R_2 - M_c \quad (8)$$

va (8) – tenglamalarni quyidagicha yozamiz:

$$J_{x_1} \ddot{\varphi}_1 = P r_1 - S_1 R_1$$

$$(J_{x_2} + m_3 R_2^2) \ddot{\varphi}_2 = S_2 r_2 - P_3 R_2 - M_c \quad (9)$$

zvenoning burchak tezlanishini 2 – zvenoning burchak tezlanishi orqali ifodalaymiz.

$$\frac{\ddot{\varphi}_1}{\ddot{\varphi}_2} = \frac{r_2}{R_1} \quad \text{bo'lgan uchun,} \quad \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 \frac{r_2}{R_1} \quad \text{bo'ladi.}$$

U xolda (9) sistema quydagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} J_{x_1} \frac{r_2}{R_1} \ddot{\varphi}_2 &= P r_1 - S_1 R_1 \\ (J_{x_2} + m_3 R_2^2) \ddot{\varphi}_2 &= S_2 r_2 - P_3 R_2 - M_c \end{aligned} \quad (10)$$

(10) sistemasi $S_1 = S_2 = S$ zo'riqishlar va $\ddot{\varphi}_2$ burchak tezlanishi nomalum. Bu sistemadagi S ni chiqaramiz. Buning uchun (10) tenglamalarning birinchisi R_2 ga, ikkinchisi esa R_1 ga ko'paytiramiz va ularni qo'shamiz. Natijada quyidagi xosil bo'ladi:

$$(J_{x_1} \frac{r_2^2}{R_1} + J_{x_2} R_1 + m_3 R_2^2 R_1) \ddot{\varphi}_2 = P r_1 r_2 - P_3 R_2 R_1 - M_c R_1.$$

Bundan

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{P r_1 r_2 - P_3 R_2 R_1 - M_c R_1}{J_{x_1} \frac{r_2^2}{R_1} + J_{x_2} R_1 + m_3 R_2^2 R_1} \quad (11)$$

(11) ifoda umumiy xolda mexanizmning 2 – zvenosining burchak tezlanishini aniqlaydi. Berilganlarni etiborga olsak, topamiz:

$$J_{x_1} = m_1 \zeta_{x_1}^2 = \frac{p_1}{g} \zeta_{x_1}^2 = \frac{40}{9.8} (0.16)^2 = 0.1 \text{ kГ, m}^2$$

$$J_{x_2} = m_2 \zeta_{x_2}^2 = \frac{p_2}{g} \zeta_{x_2}^2 = \frac{20}{9.8} (0.12)^2 = 0.03 \text{ kГ, m}^2$$

U vaqtda,

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{(400 + 20t) \cdot 0.12 \cdot 0.1 - 60 \cdot 0.2 \cdot 0.16 - 12 \cdot 0.2}{0.1 \cdot 0.05 + 0.3 \cdot 0.2 + 0.003} = \frac{0.24t + 0.48}{0.014} = 17.1t + 34.2 \quad (12)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = 17.1t + 34.2$$

(12) – tenglamani ikki marta integrallasak, quydagilarni xosil qiladi:

$$\dot{\varphi}_2 = 8.55t^2 + 34.2t + C_1, \quad (13)$$

$$\varphi_2 = 2.85t^3 + 17.1t^2 + C_1t + C_2$$

Integrallash o'zgarmaslar boshlang'ich shartlardan aniqlanadi:

$$\varphi_{20} = 0;$$

$$t = 0 \text{ bo'lganda} \quad \dot{\varphi}_{20} = \omega_{20} = \frac{R_1}{r_2} \omega_{10}$$

$$\text{Boshlang'ich shartlarni (13) ga qo'yamiz:} \quad \frac{R_1}{r_2} \omega_{10} = C_1 \cdot 0 = C_2$$

$$\text{ya'ni} \quad C_1 = \frac{R_1}{r_2} \omega_{10} = \frac{20}{10} \cdot 2 = 4 \text{ } \frac{1}{\text{C}}. C_2 = 0$$

$$2\text{- zvenoning burchak tezligi tenglamasi} \quad \dot{\varphi}_2 = 8.55t^2 + 34.2t + 4 \text{ bo'ladi.}$$

$$2\text{- zvenoning aylanma xarakat tenglamasi} \quad \varphi_2 = 2.85t^3 + 17.1t^2 + 4t \quad (\text{ рад })$$

bo'ladi. S aylanma zo'riqishni (10) sistemaning birinchisidan aniqlash mumkin:

$$S = S_1 = \frac{Pr_1 - J_x \frac{r_2}{R_1} \ddot{\varphi}_2}{R_1} = \frac{(400 + 20t) \cdot 0.12 - 0.1 \frac{0.1}{0.2} (17.1t + 34.2)}{0.2} =$$

$$= \frac{48 + 2.4t - 0.5(17.1 + 34.2)}{0.2} = 7.72t + 231.45$$

$$t = 1 \text{ sek bo'lganda} \quad S = 7.72 + 231.45 = 239.17$$

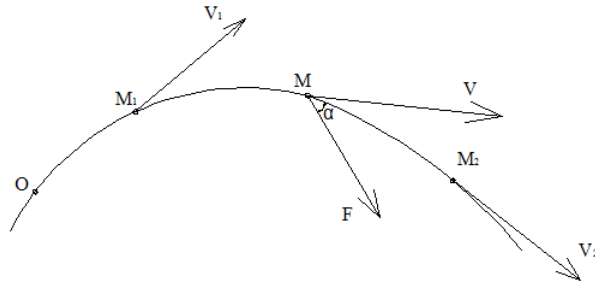
$$S = 239.17 \text{ m}$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun VIII-ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya etamiz.

§7. Moddiy nuqta va mexanik sistema uchun kinetik energiyaning o'zgarishi xaqidagi teorema.

Moddiy nuqtaning kinetik energiyasi deb, nuqta massasining tezligi kvadratning ko'paytmasining yarmini aytiladi, yani $T = \frac{mv^2}{2}$ faraz qilaylik, t_1 paytda nuqta M_1 da va uning tezligi $\bar{V}_1$ t_2 paytda esa nuqta M_2 da va uning tezligi $\bar{V}_2$ bo'lsin. M nuqtaning istalgan xolati, $\bar{V}$ esa M nuqtadagi tezligi. O – yoyaviy koordinataning xisoblash boshi $OM = S$ - xarakat qilayotgan nuqtaning yoyaviy

koordinatasi (41–rasm). $F_1, F_2, \dots, \overline{F}_n$ - moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlar $\overline{F}$ esa ularning teng tasir etuvchisi.



41 –rasm

Nuqtaning xarakatida vaqt o'zgarishi bilan uning kinetik energiyasi ham o'zgaradi va bu o'zgarish quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = F ds \cos \alpha \quad (4.36)$$

Bu yerda α – $\overline{F}$ kuch vektori bilan xarakat yo'nalish orsidagi burchak, ds - nuqtaning elementar ko'chishi (4.46) tenglik differentsial ko'rinishda moddiy nuqta uchun kinetik energiyaning o'zgarishi xaqidagi teoremani ifodalaydi. Moddiy nuqtaning kinetik energiyasining differentsiali shu nuqtaga qo'yilgan kuchlarining elementar ishiga teng bo'ladi. (4.36) tenglikni har ikkala tomonini nuqtaning M_1 va M_2 xolatlariga tegishli bo'lgan chegaralarda integrallasak, quyidagini xosil qilamiz:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A. \quad (4.37)$$

Bu yerda $A = (t_2 - t_1)$ vaqt oralig'ida nuqtaga tasir etuvchi kuchlarning bajargan to'la ishi, $\frac{mv_2^2}{2} - t_2$ paytda nuqtaning kinetik energiyasi, $\frac{mv_1^2}{2} - t_1$

(4.37) tenglik biror chekli vaqt oralig'ida moddiy nuqta uchun kinetik energiyaning o'zgarishi xaqida teoremani ifodalaydi: biror chekli vaqt oralig'ida (biror ko'chishda) moddiy nuqtaning kinetik energiyasining o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi barcha kuchlarning ana shu vaqt oralig'idagi ko'chishida bajargan to'la ishiga teng bo'ladi. Agar kuchlarning bajargan ishi musbat bo'lsa $V_2 > V_1$ bo'ladi, yani nuqtaning kinetik energiyasi oshadi agar kuchlarning bajargan ishi manfiy bo'lsa $V_2 < V_1$ bo'ladi, yani nuqtaning kinetik energiyasi kamayadi. Bu teoremani erksiz nuqtaning xarakati uchun qo'lashda nuqtani bog'lanishlardan ozod qilib, bog'lanishlarning ta'sirini tegishli reaksiya kuchlari bilan almashtirish kerak. U vaqtda to'la A ish qatoriga reaksiya kuchlarining ishi xam kiradi. (4.36) tenglikni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv^2}{2}\right) = N \quad (4.38)$$

Bu yerda N – nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarning quvvati. Shunday qilib, nuqtaning kinetik energiyasining vaqtga nisbatan xosilasi, nuqtaga ta'sir etuvchi kuchlarning quvvatiga teng bo'ladi. Moddiy nuqtalar sistemasining kinetik energiyasi deb sistema nuqtalarining kinetik energiyalarining yig'indisiga aytiladi, ya'ni

$$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k v_k^2}{2} \quad (4.39)$$

Masalalarni yechishda qattiq jismning turli xarakatlarida kinetik energiyasini xisoblash zarur bo'ladi, chunki ko'pincha mexanik sistema qattiq jismlar to'plamidan iborat bo'ladi. Qattiq jismning ilgarilama xarakatda kinetik energiya quyidagi formuladan topiladi:

$$T_{ilg} = \frac{1}{2} M v_c^2 \quad (4.40)$$

Bu yerda M -qattiq jismning massasi V_c – jism massalar markazining tezligi.

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik energiyasi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$T_{ayl} = \frac{1}{2} J_z \omega^2 \quad (4.41)$$

Bu yerda J_z –aylanish o'qiga nisbatan qattiq jismning inertsia momenti. ω – jismning burchak tezligi. Qattiq jismning tekis parallel xarakatida uning kinetik energiyasi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$T_{t.p.} = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} J_z \omega^2 \quad (4.42)$$

Bu yerda $\frac{1}{2} M v_c^2$ –jismning massalar markazi bilan birgalikda ilgarilama xarakatdagi kinetik energiyasi $\frac{1}{2} J_{c2} \omega^2$ – massalar markazidan o'tuvchi o'qga nisbatan inertsia momenti. Sistemaning xarakatida vaqt o'zgarishi bilan uning kinetik energiyasi o'zgaradi va bu o'zgarish differentsial ko'rinishda quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$dT = dA^e + dA^i \quad (4.43)$$

Bu yerda dA^o – sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning elementar ishidf A^i – sistemaga ta'sir etuvchi ichki kuchlarning elementar ishi. Biror chekli ko'chishda sistemaning kinetik energiyasining o'zgarishi quyidagi tenglik bilan ifodalanadi :

$$T_2 - T_1 = A^e + A^i \quad (4.44)$$

Bu yerda T_1 – sistemaning birinchi xolatdagi kinetik energiyasi T_2 - sistemaning ikkinchi xolatdagi kinetik energiyasi. Shunday qilib, sistemaning biror ko'chishda kinetik energiyasining o'zgarishi, sistemaga ta'sir etuvchi tashqi va ichki

kuchlarning ana shu ko'chishda bajargan to'la ishiga teng bo'ladi. Qattiq jism uchun ichki kuchlarning bajargan to'la ishi no'lga teng, ya'ni $A^i=0$. Shuning uchun qattiq jism uchun (4.44) tenglik quyidagicha yoziladi:

$$T_2-T_1=A^e \quad (4.45)$$

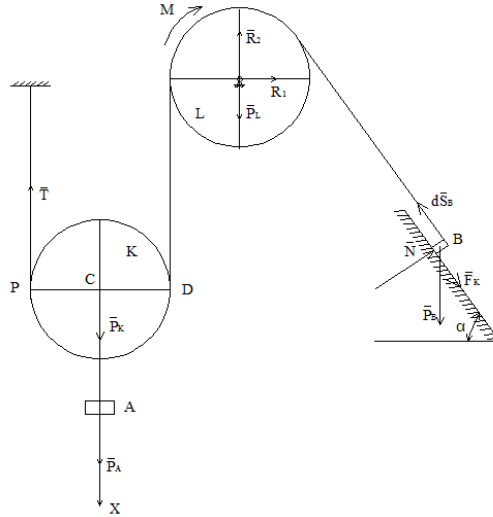
1. Masalalarni yechishga oid metodik kursatmalar
2. Kinetik energiyaning o'zgarishi xaqidagi teoremani qo'llab masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi:
3. Shaklda sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar tasvirlanadi.
4. Sistema nuqtalarining ko'chishlari ko'rsatiladi.
5. Kuchlarning elementar ishi, ya'ni sistema nuqtalarining elementar ko'chishlarida barcha kuchlarning bajargan elementar ishlarining yig'indisi xisoblanadi.
6. Sistema nuqtalarining chekli ko'chishlarida barcha kuchlarning bajargan to'la ishlarining yig'indisi xisoblanadi.
7. Sistemaning kinetik energiyasini shu sistemaga kirgan jismlarning kinetik energiyalarining arifmetik yig'indisi kabi xisoblash kerak.
8. Kinetik energiya va kuchlarning bajargan ishlarining qiymatini kinetik energiyaning o'zgarishi xaqidagi teoremani ifodalaydigan tenglikka qo'yib, shu tenglikdan izlanayotgan noma'lumni topish kerak.

1-Masala.

(42a – rasm) da ko'rsatilgan sistema tinch turgan xolatidan A va B yuklarning og'irlik kuchlari ta'siridan xarakatga keltiriladi. Qo'zg'almas L blokka qo'yilgan M moment sistemaga qarshilik ko'rsatadi. B yuk gorizontaal bilan α burchak xosil qiluvchi qiya tekislikka qo'yilgan. Yuk bilan qiya tekislik orasidagi sirg'anib ishqalanish koeffitsienti f , K va L bloklarning og'irligi P ga teng. A yukning tezlanishi aniqlansin.

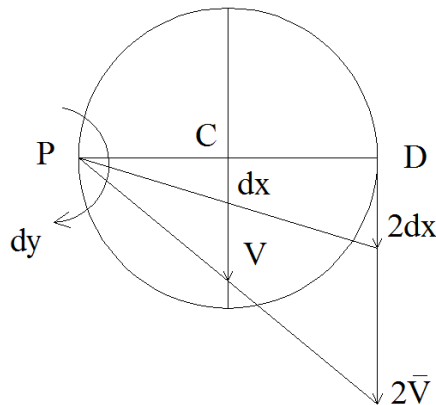
Yechish. Faraz qilaylik, A yuk pastga tushadi. bloklarning radiuslarini R bilan belgilaymiz. Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar: A va B yuklarning og'irlik kuchlari, K , L bloklarning og'irlik kuchlari, qiya tekislikning N normal reaksiyasi, F B yuk bilan qiya tekislik orasidagi sirg'anib ishqalanish kuchi, R_1 R_2 - L blok o'qi reaksiyasining tashkil etuvchilari, T - PE ipning reaksiyasi, M - qarshilik ko'rsatuvchi moment. K blokning C og'irlik markaziga vertikal bo'ylab pastga yo'nalgan elementar dx ko'chishni beramiz. Bu vaqtda K blok soat strelkasi yo'nalishida elementar burchakka buriladi, K blok tekis parallel xarakat qiladi, uning tezliklarinig oniy markazi ipning chap tomonining blok gardishi bilan urinish

nuqtasida bo'ladi. U holda K blok gardishida yotgan D nuqtaning ko'chishi $2dx$ ga teng bo'ladi. (41b-rasm) ip cho'zilmaydigan bo'lgani uchun, V yukning elementar ko'chishi D nuqtaning elementar ko'chishiga, ya'ni $2dx$ ga teng va qiya tekislik bo'ylab yuqoriga yo'nalgan, L blok esa soat strelkasiga teskari yo'nalishida buriladi.



42a - rasm

Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bajargan elementar ishini hisoblaymiz.



42b - rasm

$$dA = dA_{p_A} + dA_{p_B} + dA_{p_K} + dA_{p_2} + dA_N + dA_T + dA_{R_1} + dA_{R_2} + dA_{F_e} + dA_M. dA_{p_a} = p_A dx. dA_{p_b} = -p_b \sin a \cdot 2dx$$

$$dA_{p_K} = p dx.$$

$$dA_{p_L} = 0. \text{ chunki } L \text{ blok qo'zg'almas, } dA_T = 0. \text{ chunki ipning } \bar{T} \text{ reaksiyasi}$$

tezliklarning P oniy markaziga qo'yilgan, $dA_N = 0$ $dA_{R_1} = 0$. $dA_{R_2} = 0$ ($\overline{R_1}$ va $\overline{R_2}$ kuchlarning qo'yilgan nuqtasi qo'zg'almas,) $dA_{F_t} = -F_t ds_B = -P_B f \cos \alpha \cdot 2dx$. $dA_M = -Md\vartheta_L$ Elementar ishlarning qiymatini (1) formulaga qo'yamiz:

$$dA = P_A dx - 2P_B \sin \alpha dx + P dx - 2P_B f \cos \alpha dx - Md\vartheta_L \quad (2)$$

$$d\vartheta_L = \frac{2dx}{R}, \text{ bo'lgani uchun}$$

$$dA = P_A dx - 2P_B \sin \alpha dx + P dx - 2P_B f \cos \alpha dx - M \frac{2dx}{R} \quad (3)$$

bo'ladi. Sistemani kinetik energiyasini hisoblaymiz:

$$T = T_A + T_B + T_K + T_L \quad (4)$$

A yukning tezligini V bilan belgilaymiz. K blokning tezliklarining oniy markazi P nuqtada, shuning uchun $V_D = 2V$ ip cho'zilmaydigan bo'lgani uchun B yukning tezligi D nuqtaning tezligiga tengdir, ya'ni

$$V_B = 2V$$

K blokning oniy burchak tezligi $\omega_K = \frac{V_c}{R} = \frac{V}{R}$, L blokning burchak tezligi esa

$$\omega_L = \frac{V_B}{R} = \frac{2V}{R}, \text{ bo'ladi.}$$

A va B yuklar ilgarilama xarakat qiladi, shuning uchun

$$T = \frac{1}{2} \frac{P_A}{g} v^2, T_B = \frac{1}{2} \frac{P_B}{g} 4v^2, = \frac{2P_B}{g} v^2,$$

K blok tekis parallel xarakat qiladi. U vaqtda

$$T_K = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega_K^2$$

$$M = \frac{P}{g}, J_c = \frac{PR^2}{2g}, \omega_K = \frac{V}{R} \text{ bo'lgani uchun}$$

$$T_K = \frac{3}{4} \frac{P}{g} v^2 \text{ bo'ladi.}$$

L blok qo'zg'almas o'q atrofida aylanma xarakat qiladi. U vaqtda

$$T_L = \frac{1}{2} J_o \omega_4^2 \text{ bo'ladi. } J_o = \frac{PR^2}{2g} \cdot \omega_4 = \frac{2V}{R} \text{ bo'lgani uchun. } T_L = \frac{P}{g} v^2 \text{ bo'ladi.}$$

T_A, T_B, T_K, T_L larning topilgan qiymatlarini (4) formulaga qo'ysak, sistemani kinetik energiyasi topiladi.

$$T = \frac{1}{2} \frac{P_A}{g} v^2 + \frac{2P_B}{g} v^2 + \frac{3P}{4g} v^2 + \frac{P}{g} v^2 = \frac{v^2}{4g} (2P_A + 8P_B + 3P + 4P) = \frac{2P_A + 8P_B + 7P}{4g} v^2.$$

sistemaning kinetik energiyasining o'zgarishi xaqidagi teoremani quyidagi ko'rinishida yozamiz: $\frac{dT}{dt} = \frac{dA}{dt}$. (6)

T va dA larning qiymatlarini (5) va (3) dan (6) – tenglikka qo'yamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{2P_A + 8P_B + 7P}{4g} v^2 \right) = (P_A - 2P_B \sin \alpha + P - 2P_B f \cos \alpha - \frac{2M}{R}) \frac{dx}{dt}. \quad \text{yoki}$$

$$\frac{2P_A + 8P_B + 7P}{2g} v w = (P_A - 2P_B \sin \alpha + R - 2P_B f \cos \alpha - \frac{2M}{R}) V. \quad (7)$$

(7) –tenglikdan A yukning tezlanishi topiladi:

$$W = \frac{2(P_A - 2P_B (\sin \alpha + f \cos \alpha) + P - \frac{2M}{R})}{2P_A + 8P_B + 7P} g. \quad (8)$$

2 – Masala

Mexanik sistema o'g'irlik kuchlar ta'siridan tinch xolatdan xarakatga keladi. D jism qiya tekislik bo'ylab sirg'anmasdan yumalaydi. D jism bilan qiya tekislik orasidagi yumalanib ishqalanish kuchini hisobga olib, boshqa qarshilik kuchlari va iplarining og'irligini hisobga olmay va iplarni cho'zilmaydigan deb faraz qilib, A yukning S yo'lini bosgandan keyingi tezligi aniqlansin. (43- rasm)

Berilgan: P_A - A yukning og'irligini,

P_B - barabanning og'irligi,

P_E - E blokning og'irligi,

P_D - D jismning og'irligi

f_K - yumalanib ishqalanish koeffitsienti,

ρ_{BX} –geometrik o'qiga nisbatan V barabanning inertsiya - radiusi,

$$r_B = 0.5R_B, \quad r_B = r_E.$$

D va E silindrlarni bir jinsli tekis qoplangan silindrlar deb faraz qilinsin. 43-rasm

Yechish. A jism pastga qarab ko'chganda V baraban soat strelkasi yo'nalishiga qarshi E blok bilan, D silindr esa soat strelkasi yo'nalishida buriladi. Sistema kinetik energiyasining o'zgarishi xaqidagi teoremani chekli ko'rinishda yozamiz:

$$T - T_0 = A^e + A^i \quad (1)$$

bu yerda $T - A$ yuk S yo'lni bosgan paytdagi sistemaning kinetik energiyasi;

T_0 – sistemaning boshlang'ich paytdagi kinetik energiyasi; A^e –sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bajargan to'la ishi; A^i –sistemaga ta'sir etuvchi ichki kuchlarning bajargan to'la ishi B, D, E jismlarni o'rab olgan va A yukni xarakatga keltiradigan ip cho'zilmaydi va sistemaning xarakatida tarang qilib tortilgan xolatda bo'lgani uchun, sistemaga ta'sir etuvchi ichki kuchlarning bajargan to'la ishi nolga teng, ya'ni $A^{i=0}$ Boshlang'ich paytda sistema tinch xolatda turgan, shuning uchun $T_0=0$ (1) –tenglik quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$T = A^e \quad (2)$$

Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar:

P_A - A yukning og'irlik kuchi, P_B - B barabanning og'irlik kuchi, P_E - E blokning og'irlik kuchi, P_D - D silindrning og'irlik kuchi, F_t - t silindr va qiya tekislik orasidagi ishqalanish koeffitsienti, N –qiya tekislikning normal reaksiyasi, R_1, R_2 – O_1 nuqtadagi reaksiyaning tashkil etuvchilari, Q_1, Q_2, O_2 nuqtadagi reaksiyaning tashkil etuvchilari. Shaklda jismlarning ko'chishlarini ko'rsatamiz.

S – A jismning ko'chishi, φ_B – B , φ_E – E , φ_D – D , jismning burchakli ko'chishi, S_1 - D jism massalar markazining ko'chishi.

Sistemaning kinetik energiyasini xisoblaymiz.

$$T = T_A + T_B + T_E + T_D \quad (3)$$

A jism ilgariylanma xarakat qiladi, shuning uchun

$$T_A = \frac{1}{2} \frac{P_A}{g} v_A^2$$

V jism qo'zg'almas o'q atrofida aylanadi, uning kinetik energiyasi teng,

$$T_B = \frac{1}{2} J_{O_1} \omega_B^2; \quad \text{га тең}$$

$$\omega_B = \frac{v_A}{R_B}, J_{O_1} = \rho_{BX}^2 \frac{P_B}{g}$$

$$T_B = \frac{P_B}{2g} \frac{\rho_{BX}^2}{R_B^2} v_A^2$$

bo'lgani uchun

E jism O_2 nuqtadan o'tuvchi qo'zg'almas o'q atrofida aylanadi, demak

$$T_E = \frac{1}{2} J_{O_2} \omega_E^2 = \frac{1}{2} J_{O_2} \frac{v_A^2}{R_B^2} = \frac{P_E}{4g} \frac{r_E^2}{R_B^2} v^2,$$

chunki $r_E = r_B = 0.5R_B$
u xolda

$$T_E = \frac{P_E}{16g} v_A^2$$

D jism tekis parallel xarakat qiladi, shuning uchun

$$T_D = \frac{P_D}{2g} v_{03}^2 + \frac{1}{2} J_{03} \omega_D^2$$

V_{03} va ω_D larni aniqlaymiz,

Aniqki, $v_M = \omega_E r_E = \omega_E \cdot \frac{1}{2} R_B$,

$$\omega_E = \omega_B = \frac{v_A}{R_B} \quad \text{u xolda}$$

$$v_M = \frac{v_A}{R_B} \cdot \frac{1}{2} R_B = \frac{v_A}{2}, \quad v_{03} = \frac{1}{2} v_M = \frac{v_A}{4}$$

P nuqta D jismning tezliklari oniy markazidir, shuning uchun

$$\omega_D = \frac{v_M}{2R_D} = \frac{v_A}{4R_D}$$

u vaqtda $T_D = \frac{1}{2} \frac{P_D}{g} \frac{v_A^2}{16} + \frac{1}{2} \frac{P_D}{2g} R_D^2 \cdot \frac{v_A^2}{16R_D^2} = \frac{3P_D}{64g} v_A^2$. Ayrim jismlarning kinetik energiyalarining topilgan qiymatlarini (3) ga qo'yamiz:

$$T = \frac{P_A}{2g} v_A^2 + \frac{P_B}{2g} \frac{\rho_{BX}^2}{R_B^2} v_A^2 + \frac{P_E}{16g} v_A^2 + \frac{3P_D}{64} v_A^2 = \frac{1}{64g} (32P_A + 32P_B \frac{\rho_{BX}^2}{R_B^2} + 4P_E + 3P_D) v_A^2$$

$$\text{Shunday qilib } T = \frac{1}{64g} (32P_A + 32P_B \frac{\rho_{BX}^2}{R_B^2} + 4P_E + 3P_D) v_A^2 \quad (4)$$

Sistemaga tas'ir etuvchi tashqi kuchlarning bajargan to'la ishini xisoblaymiz.

$A^e = A_{P_A} + A_{P_B} + A_{P_E} + A_{R_1} + A_{R_2} + A_{Q_1} + A_{Q_2} + A_N + A_{P_D} + A_{M_C} + A(\overline{F_\tau})$. $A_{P_A} = P_A \cdot S$, $A_{P_B} = 0$ (0_1 nuqta qo'zg'almas), $A_{P_E} = 0$ (0_2 nuqta qo'zg'almas), $A_{R_1} = A_{R_2} = A_{Q_1} = A_{Q_2} = 0$ ($0_1, 0_2$ nuqtalar qo'zg'almas) $A_N = 0$ ($\overline{N}$ xarakat yo'nalishiga tik) $A_{P_D} = P_D \cdot S_1 \sin \alpha$.

Chunki $S_1 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{2} r_E v_B = \frac{1}{4} S$, undan $A_{P_D} = -\frac{P_D \sin \alpha}{4} S$, $A(\overline{F_\tau}) = 0$.

$$A_{M_c} = -f_k P_D \cos \alpha \cdot v_D \quad \text{lekin} \quad v_D = \frac{S_1}{R_D} = \frac{S}{4R_D} \quad \text{demak} \quad A_{M_c} = -P_D \frac{fk}{4R_D} \cos \alpha \cdot s.$$

Bajarilgan ishlarning topilgan qiymatlarini (5) tenglikka qo'ysak quyidagi xosil bo'ladi:

$$A^e = P_A s - \frac{P_D \sin \alpha}{4} s - \frac{P_D \cos \alpha}{4} \frac{fk}{R_D} s \quad (6)$$

T va A^E larning qiymatini (4) va (6)lardan (2)ga qo'yamiz:

$$\frac{1}{64g} (32P_A + 32P_B \frac{\rho_{Bx}^2}{R_B^2} + 4P_E + 3P_D) V_A^2 = \frac{s}{4} [4P_A - P_D (\sin \alpha + \frac{fk}{R_D} \cos \alpha)]. \quad (7) \quad \text{tenglikdan } A$$

yukning tezligini aniqlaymiz:

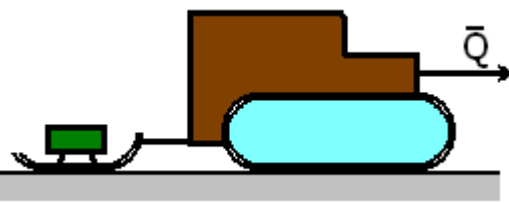
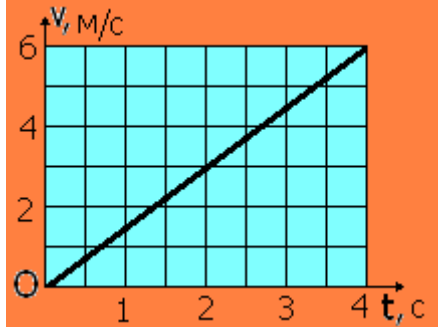
$$V_A = 4 \sqrt{\frac{[4P_A - P_D (\sin \alpha + \frac{fk}{R_D} \cos \alpha)] \cdot sg}{32P_A + 32P_B \frac{\rho_{Bx}^2}{R_B^2} + 4P_E + 3P_D}}.$$

Mavzuni mustaxkamlash uchun IX-ilovadagi masalalarni mustaqil yechishni tavsiya etamiz.

Ilova I.

Massasi $m=0,5\text{kg}$ bo'lgan jism qiya tekislikda joylashgan kanalcha bo'ylab pastga $=2\text{m/s}$ tezlanish bilan tushishi uchun tekislikning qiyaligi gorizontga nisbatan necha gradus bo'lishi shart? (11,8)

Massasi $m=14\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta gorizont Ox o'qi bo'ylab $x=lt$ tezlanish bilan xarakat qilmoqda. Vaqtning $t=5\text{s}$ da xarakat yo'nalishi bo'yicha ta'sir etayotgan kuchning miqdori aniqlansin. (22,5)

Gorizont yo'lda $=1\text{m/s}^2$ tezlanish bilan xarakatlanayotgan traktor massasi $m=600\text{kg}$ bo'lgan chanani tortadi. Agar chananing qor ustida sirpanib ishqalanish koeffitsienti $f=0,04$ bo'lsa, traktor chanani qanday kuch bilan tortishini xisoblang. (835)	
Massasi $m=24\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab $v=v(t)$ tezlik bilan xarakatlansa, teng ta'sir etuvchi kuchning miqdorini toping. (36)	

Massasi $m=50\text{kg}$ bo'lgan jism $=0,5\text{m/s}^2$ tezlanish bilan tros yordamida vertikal yuqoriga tortilsa, trosning taranglik kuchini toping. (516)

Massasi $m=12\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab $v=e0,1t$ tezlik bilan xarakat qiladi. Vaxtning $t=50\text{s}$ da teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori aniqlansin. (178)

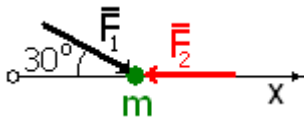
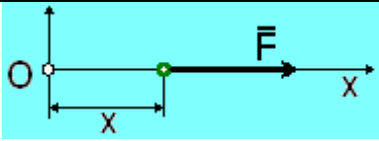
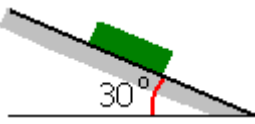
Massasi $m=3\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab $x=0,04t^3$ qonun bilan xarakat qilsa, $t=6\text{s}$ da teng ta'sir etuvchi kuchning moduli qancha bo'ladi? (4,32)

Massasi $m=1,4\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab $x=6t^2+6t+3$ qonuni bilan xarakat qilsa, teng ta'sir etuvchi kuchning modulini toping. (16,8)

Massasi $m=10\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta Ox o'qi bo'ylab $x=5\sin 0,2t$ qonun bilan xarakat qilsa, teng ta'sir etuvchi kuchning $t=7\text{c}$ vaqtdagi moduli aniqlansin. (1,97)

Massasi $m=2\text{kg}$ li M jism kuchi ta'sirida $x=10\sin 2t$ qonun bilan to'g'ri chiziqli xarakatlanadi. Kuchining eng katta qiymati xisoblansin. (80)

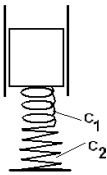
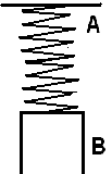
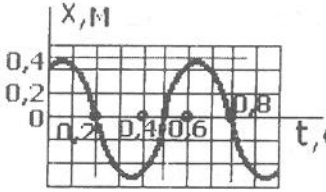
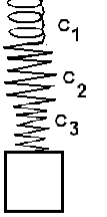
Illova II.

Massasi $m=5\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta $F_1=3\text{N}$ va $F_2=10\text{N}$ kuchlar ta'sirida xarakatlanadi. Nuqta tezlanishining Ox gorizont o'qqa proektsiyasini xisoblang. (1,13)	
Og'ir jism gorizontga $\alpha=40^\circ$ qiyalikdagi g'adir-budur tekislikda pastga xarakat qiladi. Agar sirpanishdagi ishqalanish koeffitsenti $f=0,3$ bo'lsa, jismning tezlanishini aniqlang. (4,05)	
Massasi $m=9\text{kg}$ bo'lgan moddiy jism fazoda kuch ta'sirida xarakatlanadi. Nuqtaning tezlanishini xisoblang. (1,17)	
Massasi $m=200\text{kg}$ bo'lgan motorli qayiq motori o'chirilgandan keyin suvning qarshiligini yengib, to'g'ri chiziqli xarakat qiladi. Agar suvning qarshiligi $R=4v^2$ bo'lsa qayiqning tezligi $v=5\text{m/s}$ bo'lgan paytda qayiqning sekinlanishini (tezlanishini) toping. (-0,5)	
Massasi $m=200\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta gorizont tekislikda joylashgan. Unga vertikal ko'taruvchi $F=10t^2$ kuch ta'sir qilsa, qancha t vaqtdan keyin xarakatini boshlaydi? (14,0)	
Massasi $m=20\text{ kg}$ bo'lgan jism vertikal pastga tushadi. havoning qarshiligi $R=0,04v^2$ bo'lsa, uning maksimal tezligini hisoblang. (70,0)	
Massasi m bo'lgan M moddiy nuqta gorizont Ox o'q bo'ylab $F=2m(x+1)$ kuch ta'sirida xarakatlanadi. Nuqtaning $x=0,5$ metr yo'l bosib o'tgandagi tezlanishini toping. (3)	
Massasi $m=1\text{kg}$ bo'lgan jism tinch xolatdan qiyaligi $\alpha=30^\circ$ tekislik bo'ylab pastga xarakat qiladi. Agar qarshilik kuchi $R=0,08v$ bo'lsa, jismning maksimal tezligini toping. (41,9)	

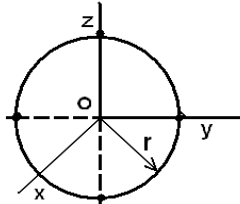
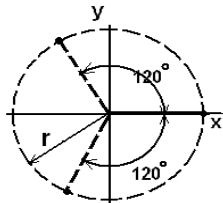
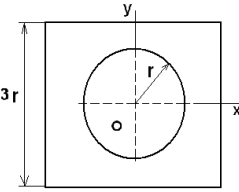
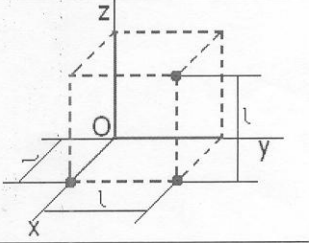
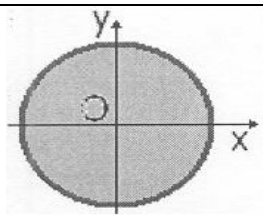
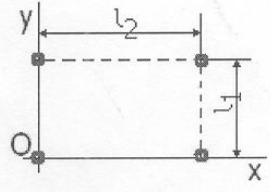
Massasi $m=50\text{ kg}$ bo'lgan moddiy nuqta silliq gorizont yo'naltiruvchi bo'ylab $F=50\text{ N}$ li kuch ta'sirida tinch xolatdan xarakatga keladi. Agar ta'sir etuvchi kuch gorizont bilan $\alpha=20^\circ$ burchak tashkil etsa, nuqta $t=20\text{ s}$.da qancha yo'l bosib o'tadi? (188)

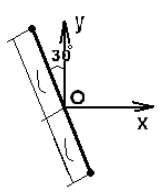
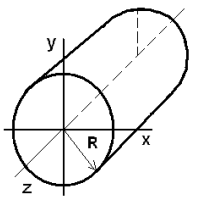
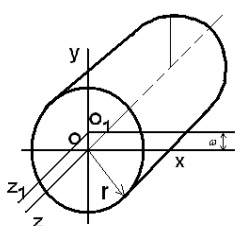
Tinch holatda bo'lgan moddiy nuqta qiyaligi $\alpha=10^\circ$ li silliq sirt bo'ylab pastga tushmoqda. Qancha vaqtda nuqta 30m masofani bosib o'tadi? (5,93)

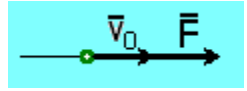
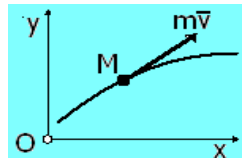
Ilova III

Ketma ket ulangan, birlik koeffitsentlari mos ravishda $c_1=2n/smm$, $c_2=18N/sm$ bo'lgan purjinalar uchun keltirilgan birlik koeffitsentini xisoblang.	
Og'ir yuk deformatsiyalanmagan vertical purjinaga osilgan xolda, tinch xolatdan erkin tebranma xarakterga keladi. Agar prujining static cho'zilishi $2sm$ bo'lsa, AB prujining maksimal uzayishini toping.	
Massasi $m=5kg$ bo'lgan moddiy nuqta $x=x(t)$ qonun bo'yicha vertical erkin tebranma xarakter qiladi. Prujining birlik koeffitsentini toping (sm).(4)	
Massasi $m=5kg$ bo'lgan yuk birliklari teng $c_1=c_2=c_3=490/m$ bo'lgan ketma-ket ulangan purjinalarga osilgan xolda erkin tebranma xarakterda. Uning burchak chastatasini aniqlang. (5,72)	
Massasi $m=10 kg$ bo'lgan moddiy nuqta tebranma xarakter qilmoqda. Agar u $R=uv$ qarshilik kuchi ta'sirida $T_1=2s$ davr bilan so'nuvchi tebranma xarakter qilib, so'nish dekrementi $0,85$, qarshilik koeffitsenti u -uning qiymatini toping.	
Moddiy nuqtaning xarakter qonuni $x=e^{-0,05t}(0,3\cos 4t+0,5\sin 4t)$ bo'lsa, so'nuvchi tebranma xarakter qonunidagi $x+Ae^{-\delta t}\sin(k_1t+a)$ A-amplitudani aniqlang. (0,538)	
Massasi $m=6kg$ bo'lgan moddiy nuqta $R=-\mu V$ qarshilik kuchi ta'sirida tebranma xarakter qiladi. Agar nuqtaning xarakter qonuni $x=Ae^{-0,1t}\sin(7t+a)$ bo'lsa prop[atsionallik koeffitsenti μ - ni aniqlang. (1,2)	
Massasi $m=2kg$ bo'lgan yuk birlik koeffitsenti $c=30H/m$ bo'lgan prujinani maxkamligiga va static muvozanat xolatidan xarakterga keltirilgan. Agar qarshilik kuchi $R=-0,1V$ bo'lsa, yukning xarakati tebranma xarakter bo'ladimi? (xa)	
Massasi $m=10kg$ bo'lgan jisim prujinaga osilgan xolda $x=Ae^{0,6t}\sin(4t+a)$ qonun bilan sonuvchi tebranma xarakter qilsa, prujining birlik koeffitsentini aniqlang. (166)	

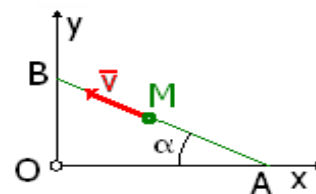
Ilova IV.

Massalari $m=1,5kg$ dan bo'lgan to'rtta moddiy nuqtalar radiusi $r=0,4m$ li aylanada joylashkan mexanik sistemani tashkil qilsa, shu sistemaning oxy tekislikka nisbatan inersiya momentini xisoblang. (0,48)	
Massalari $m=3 kg$ dan bo'lgan uchta moddiy nuqtalar radiusi $r=0,6m$ li aylanada joylashgan mexanik sistema tashkil qilsa, shu sistemaning oy o'qiga nisbatan inersiya momentini xisoblang. (1,62)	
Massasi $m=0,03kg$ bo'lgan kvadrat shaklidagi yupqa plastinaning o'rtasidan radiusi $r=0,04m$ li doira qirqib olingan bo'lsa, plastinaning markaziy – oy o'qqa nisbatan inersiya momentini toping. ($0,27^{-4}$)	
Massasi $m=0,5 kg$ den uchta moddiy nuqtalar tomonlari $l=0,03m$ li kubning uchlarida joylashgan mexanik sistemaning koordinatalar boshiga (qutbga) nisbatan inersiya momentini xisoblang. (0,27)	
Ox o'qqa nisbatan inersiya momenti $3kg m^2$ bo'lgan bir jinsli diskning kordinatalar boshiga nisbatan inersiya momenti qancha bo'ladi? (6)	
Massasi $0,5kg$ bo'lgan moddiy nuqtaning koordinatalari $x=0,4m$; $y=-0,5m$; $z=0,4m$ bo'lsa, uning ox va oy o'qlariga nisbatan markazdan qochma enersiya momenti J_{xy} -ni aniqlang. (-0,1)	
Massalari $m=2kg$ dan bo'lgan to'rtta moddiy nuqtalar ox va oy o'qlariga nisbatan $I_1=0,4m$ va $I_2=0,8m$ masofalarida joylashgan mexanik sistemani tashkil qilsa, shu sistemaning J_{xy} - markazdan qochma inersiya momentini toping. (0,64)	

Massalari $m_1=1kg$ va $m_2=2kg$ bo'lgan ikkita moddiy nuqtalar koordinata o'qlariga nisbatan $\alpha=30^\circ$ va $l=0,5m$ masofada joylashgan mexanik sistemani tashkil qilsa, shu sistemaning J_{xy} markazdan qochma inersiya momentini aniqlang. (-0,325)	
Radiusi $R=0,4m$ bo'lgan bir jinsli silindrning oz o'qiga nisbatan inersiya radiusini aniqlang. (0,283)	
Massasi $m=70kg$, radiusi $r=0,1$ bo'lgan bir jinsli silindrning oz markaziy o'qidan $\varepsilon=OO_1=0,05m$ masofada o'tuvchi markaziy o'qqa parallel bo'lgan O_1Z_1 o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlang. (0,525)	

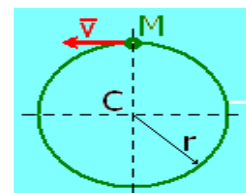
Massasi $2kg$ bo'lgan moddiy nuqta o'zgarmas yo'nalishli, miqdori esa $F=6t^2$ qonun bo'yicha o'zgaruvchi kuch ta'sirida $v_0=2m/c$ boshlang'ich tezlik bilan harakatni boshlasa, $t=2c$ dagi tezligini aniqlang. (10)	
Moddiy nuqtaning harakat miqdori $m\vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ bo'yicha o'zgarsa, unga ta'sir qiluvchi kuchlar teng ta'sir etuvchisining Oy o'qidagi proektsiyasini toping. (12)	
Massasi $m=4kg$ bo'lgan moddiy nuqtaga $\vec{F} = 4\vec{i} + t\vec{j}$ kuch ta'sir etadi. Agar shu moddiy nuqta o'z harakatini tinch xolatdan boshlagan bo'lsa, uning $t=2c$ dagi tezligining Oy o'qidagi proektsiyasi qancha bo'ladi? (0,5)	
Massasi $m=1kg$ bo'lgan moddiy nuqta o'zgarmas F kuchi ta'sirida $t=t_2-t_1$ ($t_2=3c, t_1=0$) vaqt oralig'ida tezligini $v_0=2m/c$ dan $v=5m/c$ gacha o'zgartirgan bo'lsa, kuchning qiymatini toping. (1)	

Massasi $m=0,5\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta $v=2\text{m/c}$ tezlik bilan AB to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qiladi. Agar $OA=1\text{m}$ va $\alpha=30^\circ$ bo'lsa, nuqtaning koordinata boshiga nisbatan harakat miqdori momenti qancha bo'ladi? (0,5)

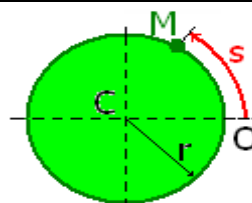


Ilova V

Massasi $m=1\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqta $v=4\text{m/c}$ tezlik bilan aylana bo'ylab tekis harakat qiladi. Agar aylana radiusi $r=0,5\text{m}$ bo'lsa, nuqtaning aylana markazi - S ga nisbatan harakat miqdori momentini aniqlang. (2)

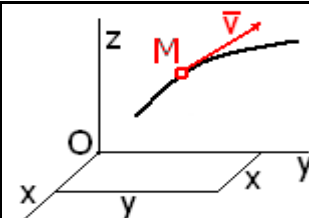


Massasi $m=0,5\text{kg}$ bo'lgan M moddiy nuqta $s=0,5\text{t}^2$ qonun asosida radiusi $r=0,5\text{m}$ li aylana bo'ylab harakat qiladi. Nuqtaning $t=1\text{c}$ dagi harakat miqdori momentini aylana markaziga nisbatan aniqlang. (0,25)

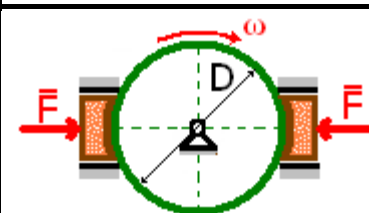


Massasi $m=1\text{kg}$ bo'lgan moddiy nuqtaning tezligi proektsiyalari $v_x=v_y=1\text{m/s}$ va o'rnini $x=y=1\text{m}$ bo'lsa, uning harakat miqdori momentini koordinata boshiga nisbatan hisoblang. (0)

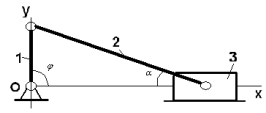
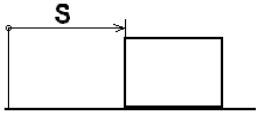
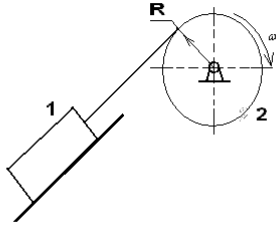
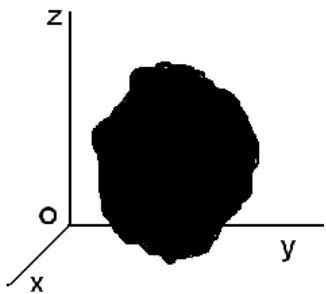
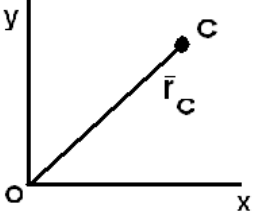
Massasi $m=0,5\text{kg}$ bo'lgan M moddiy nuqta fazoda egri chiziq bo'ylab harakat qiladi. Agar uning koordinatalari $x=y=z=1\text{m}$ va tezligining proektsiyalari mos ravishda $v_x=1\text{m/c}$; $v_y=2\text{m/c}$, $v_z=4\text{m/c}$ bo'lsa, nuqtaning harakat miqdori momentini Ox o'qiga nisbatan toping. (1)

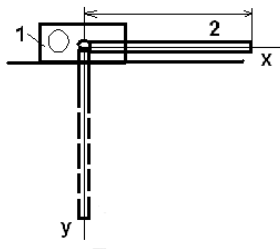
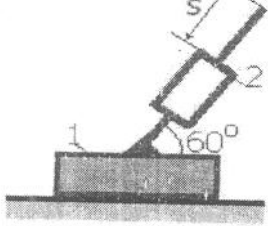
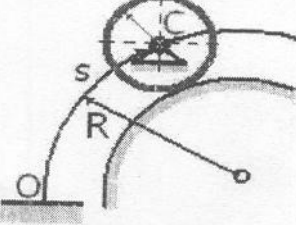
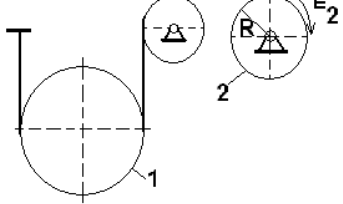


Diametri $D=20\text{sm}$ bo'lgan disk $\omega=100\text{rad/s}$ burchak tezlik bilan aylanayotgan paytda to'xtatish moslamalari orqali $F=200\text{N}$ kuchlar ta'sir etadi. Agar ular orasidagi ishqalanish koefitsienti $f=0,2$ bo'lsa, ishqalanish kuchining quvvati qancha bo'ladi? (-800)

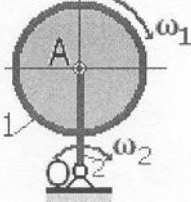


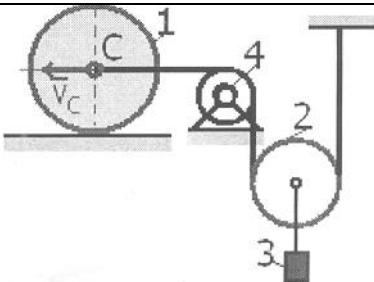
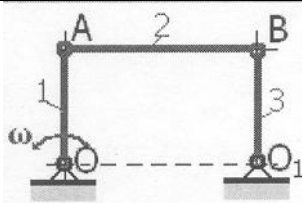
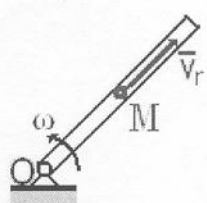
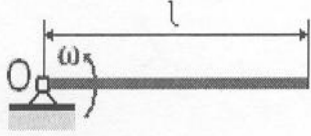
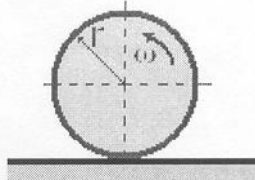
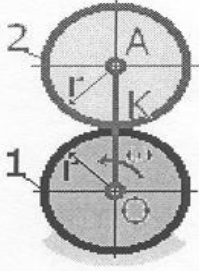
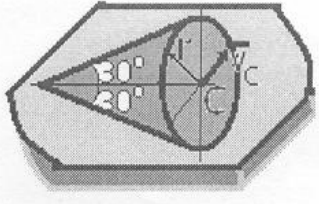
Ilova VI

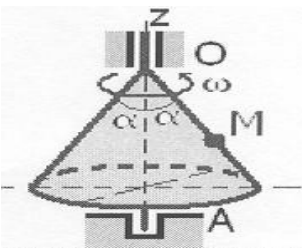
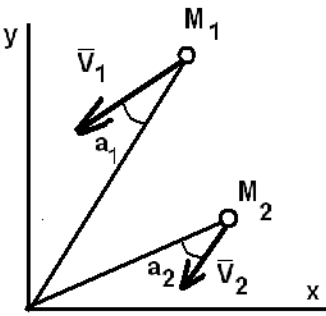
Massasi $M=50kg$ bo'lgan mexanik sistemaning massalari markazi $r_c=3i+4j+5k$ radius vector orqali aniqlangan. Oxy tekisligiga nisbatan sistemaning momentini aniqlang. (250)	
Krivoshil-polzunli mexanizm. Kriboshipning massasi $m_1=4kg$, xisobga olmay, 2-shatunning uzunligi $\lambda_2=0,8m$ bo'lgan bir jinsli sterjin deb, $\varphi=90^\circ$ va $\alpha=30^\circ$ bo'lgan xolat uchun sistema massalari markazining X_c-absisani aniqlang. (0,231)	
Massasi $m=2kg$ bo'lgan jisim gorizantal yo'lda $s=2t^2+1$ qonuni bo'yicha xarakat qiladi. Jisimga ta'sir qiluvchi kuchlarni bosh vektorini qiymatini xisoblang. (8)	
Massasi $m=50kg$ bo'lgan 1-jism radiusi $R=0,4$ li 2-barabanga tros yordamida o'raladi. Agar barabanning burchak tezlanishin $\varepsilon=5\pi rad/c^2$ bo'lsa, 1-jisimga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar bosh vektorining qiymatini toping. (100)	
Mexanik sistema fazoda shunday xarakat qiladiki, uning massalari markazi tezlanishining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalar mos ravishda $a_{cx}=1m/c^2$; $a_{cy}=2m/c^2$ va $a_{cz}=4m/c^2$. agar sistemaning massasi $M=40 kg$ bo'lsa, uning ta'sir qiluvchi tashqi kuchlarning bosh vektori qanday qiymatga ega bo'ladi? (183)	
Mexanik sistemaning xarakati $r_c=2\cos \pi t i+2\sin \pi t j$ radiusi vector orqali aniqlanadi. Agar sistemaning massasi $M=10kg$ bo'lsa, $t=0,5c$ dagi ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektorining oy o'qidagi proyeksiyasini xisoblang. (197)	

Massasi $4kg$ bo'lgan 1-jism gorizantal yo'lda xarakat qilishi mumkin. Sharning visitasida 1-jismga bo'g'langan massasi $2kg$, uzunligi $I=0,m$ bo'lgan 2-sterjin gorizantal xolatdan vertical xolatga o'tsa, 1-jism muvozanat xolatdan qancha masofaga siljiydi? (0,1)	
Massasi $m_1=0,7kg$ bo'lgan 1-jism gorizantal tekislikda xarakat qilishi mumkin. agar 1-jism ustida xarakatlanuvchi 2-jism ichki kuchlar ta'sirida $s=\sin 4t$ qonun bo'yich nisbiy xarakatini boshlasa, 2-jism massasini $m_2=0,1kg$ deb, $t=0,25$ c vaqtda keyin 1-jismning tezlanish modulini xisoblang. (0,841)	
G'ildirakning massasi markazi C $s=4t$ qonun bilan radiusi $R=1,3m$ bo'lgan aylana bo'ylab xarakat qiladi. Agar uning massasi $m=15kg$ gat eng bo'lsa, uniung ta'sir qiluvchi tashqi kuchlat bosh vektorini toping. (185)	
Radiusi $R=0,3m$ bo'lgan 2-shkiv $\varepsilon_2=10rad/s^2$ burchak tezlanish bilan aylanib, massasi $m=50kg$ li silindr 1-ni yuqoriga tortadi. Silindrga tasir qiluvchi tashqi kuchlarning bosh vektori qanday miqtorga ega bo'ladi? (50)	

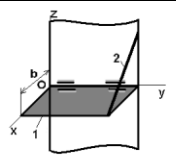
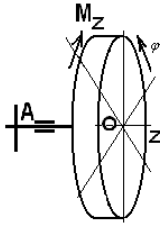
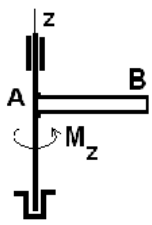
Ilova VII.

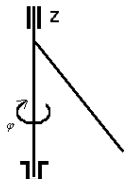
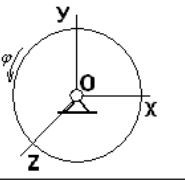
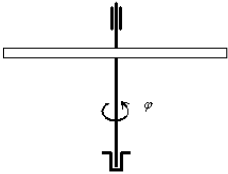
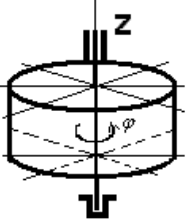
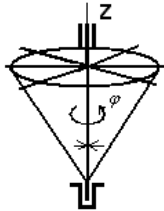
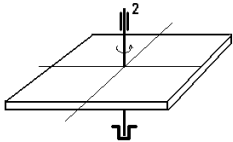
Massasi $m_2=5kg$, uzunligi $OA=1m$ bo'lgan 2-krivoshil $\omega_2=10rad/s$ burchak tezlik bilan aylanadi. Uning maxkamlangan massasi $m_1=10$ kg bo'lgan bir jinsli 1-disk o'z o'qi atrofida ω_1 burchak tezlik bilan aylanadi. Krivoshipni bir jinsli sterjin deb xisoblab, shu sistemani xarakat miqdorining modulini toping.	
--	---

Mexanik sistema, massalari $m_1=40kg$, $m_2=10kg$ va $m_3=12kg$ bo'lgan 1-silindrdan, xamda 2 va 4 jinsli disklar va 3-yukdan iborat. Agar $v_c=4m/s$ bo'lsa, shu sistema xarakat miqdorini aniqlang. (166)	
Mexanik sistema massalari o'zaro teng $m_1=m_2=m_3=4kg$ bo'lgan bir jinsli sterjinlardan iborat. Agar uzunligi $OA=1M$ bo'lgan 1-sterjen $\omega=20rad/s$ burchak tezlik bilan aylansa, shu sistemaning xarakat miqdorini modulini aniqlang. (160)	
Naycha $\omega=10rad/s$ burchak tezlik bilan tekis aylaadi. Naycha ichida massasi $m=1kg$ bo'lgan shar $v_1=2m/s$ nisbiy tezlik bilan xarakatlanadi. Sharning $OM=0,5$ masofada xarakatlanayotgan payitdagi xarakat miqdori momentining aylanish o'qiga nisbatan xisoblang.	
Uzunligi $\lambda=1m$ massasi $m=6kg$ bo'lgan bir jinsli sterjin $\omega=10rad/s$ burchak tezlik bilan tekis aylansa, sterjinning O markaziga nisbatan kinetic mamentini aniqlang. (20)	
Massasi $m=10$ bo'lgan yupqa devorli quvir $\omega=10rad/s$ burchak tezlik bilan gorizantal tezlikda dumalaydi. Agar quvirning radiusi $r=10sm$ bo'lsa, uning kinetic momentini oniy aylanish o'qiga nisbatan aniqlang. (2)	
OA krivoship o'zgaras $\omega=6rad/s$ burchak tezlik bilan aylanib, 1-qo'zg'almas g'ildirak ustida $m=3kg$ bo'lgan 2-g'ildirak aylantiradi. Agar g'ildiraklarning radiuslari $r=0,15m$ xisoblab, uning kinetik momentini oniy aylanish markazi -Q nuqtaga nisbatan xisoblang. (1,22)	
Asosining radiusi $r=30sm$ bo'lgan konus qo'zg'almas tekislik ustida sirpanmasdan dumalaydi. Agar ko'nus agosining markazi C-ning tezligi $V_c=0,9m/s$ va konusning $0,3kg.m^2$ bo'lsa, shu o'qqa nisbatan uning kinetic momentini aniqlang. (1,04)	

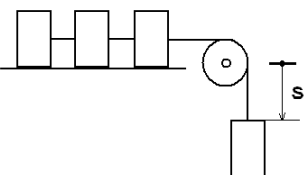
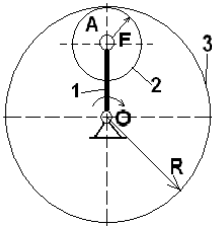
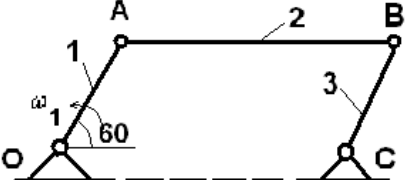
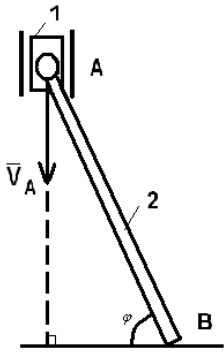
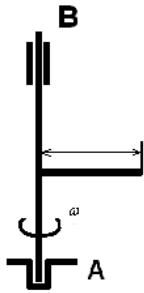
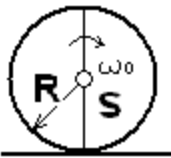
Konus $\omega = 4 \text{ rad/s}$ burchak tezlik bilan tekis aylanadi. Massasi $m = 1 \text{ kg}$ bo'lgan M moddiy nuqta konusining yasovchisi bo'ylab harakatlansa, $OM = 1 \text{ m}$ va $\alpha = 30^\circ$ shartlar asosida nuqtaning Oz o'qiga nisbatan harakat miqdori momentini xisoblang. (1)	
Massalari teng bo'lgan $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$ ikki moddiy nuqta M_1 VA M_2 mexanik sistemani tashkil qilib, oxy tekisligida harakat qiladi. Agar b nuqtalarning n o'ri $OM_1 = 2 \cdot OM_2 = 4 \text{ m}$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$ va tezligi $v_1 = 2v_2 = 4 \text{ m/s}$ bo'lsa, shu sistemaning kinetic momentini kordinata boshiga nisbatan xisoblang. (6)	

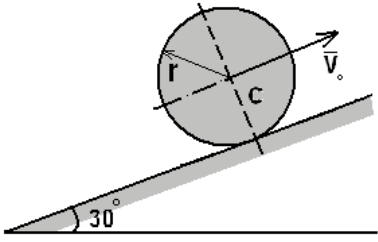
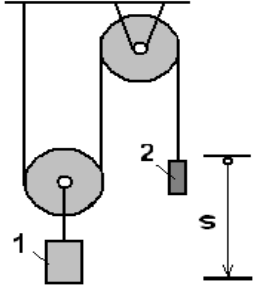
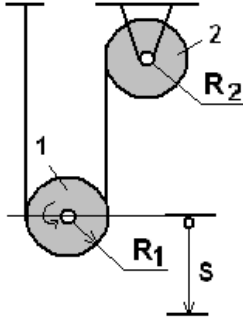
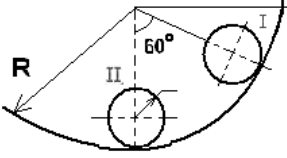
Ilova VIII

Massasi m, eni $b = 1 \text{ m}$ bo'lgan to'g'ri to'rt burchak shaklida bir jinsli plitas A va B sharnirlar, xamda 2-tros yordamida gorizantal xolatda ushlab turibdi. Agar 2-tros uzilishi natijasida u aylanma harakatga kelsa, boshlang'ich payitdagi burchak tezlanishni aniqlang. (14,7)	
Devorga qistirib maxkamlangan OA konsol balkaning uchiga rotor o'rnatilgan bo'lib, u tiklovchi moment $M_2 = -\pi^2 \varphi$ tasirida $\varphi = 3 \sin(\varphi/4)t$ qonun bilan burilma tebranishga bo'lsa, rotorning Az o'qiga nisbatan inersiya momentini xisoblang. (16)	
Massasi $m = 2 \text{ kg}$, uzunligi $AB = 1 \text{ m}$ bo'lgan bir jinsli sterjen tinch xolatdan juft kuch momenti $M_2 = 4t$ ta'sirida aylana boshlasa, $t = 2c$ dan keyin necha radianga buriladi. (8)	

Vertical o'qqa qiya qilib maxkamlangan sterjinning aylanma xarakat qonuni $\varphi = 2(t^2 + 1)$ va inersiya momenti $J_2 = 0,05 \text{ kg.m}$ bo'lsa, unga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarni bosh mamentini aniqlang. (0,2)	
Diskning Oz o'qi atrofida aylanish tenglamasi $\varphi = t^3$ bo'lib, inersiya momenti 2 kg.m^2 bo'lsa, $t = 1 \text{ s}$ payitdagi unga ta'sir etuvchi juft kuchlar momentining modulini aniqlang. (12)	
Vertical o'q atrofida aylanuvchi sterjin $\varphi = 3t^2 - t$ tenglama asosida aylansa, uning inersiya momentini $J_2 = 1,6 \text{ kg.m}^2$ deb, sterjenga ta'sir etuvchi tashqi kuchlarning bosh momentini aniqlang. (1)	
Massasi $m = 60 \text{ kg}$, radiusi $r = 1,41 \text{ m}$ bo'lgan bir jinsli silindrning xarakat tenglamasi $\varphi = t^3 - 5t^2$ bo'lsa, $t = 2 \text{ s}$. da jisimga tasir etuvchi tashqi kuchlarning bosh momentini aniqlang. (119)	
Massasi $m = 10 \text{ kg}$, asoslarining radiusi $R = 1 \text{ m}$ bo'lgan konus simmetriya o'qi atrofida $\varphi = 4 \sin 2t$ qonun bilan aylansa, $t = \pi/4 \text{ s}$ paytda unga tasir etuvchi tashqi kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan bosh momentini aniqlang. Konusning inersiya momenti $J_2 = 0,3mR^2$ deb olinsin. (48)	
Inersiya momenti $J_2 = 10 \text{ kg.m}^2$ bo'lgan to'g'ri to'rt burchak shaklidagi bir jinsli plasninaning xarakat tenglamasi $\varphi = 2 \sin(\pi t/2)$ bo'lsa, $t = 1 \text{ s}$ dagi ta'sir etuvchi kuchlarning bosh momentini xisoblang. (-49,3)	

Ilova IX

Massalari $m=1kg$ bo'lgan to'rtta yuklar cho'zilmaydigan ingichka ip yordamida bir-birlariga bo'g'langan bo'lib, ulardan biri vazinsiz blok orqali osib qo'yilgan. Agar osilgan yukning xarakat qonuni $s=1,5t^2$ bo'lsa, sistemaning $t=2s$ dagi kinetic energiyasini xisoblang.	
Aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti $0,1kgm^2$ bo'lgan 1-krivoshil $\omega=10rad/s$ burchak tezlik bilan aylanib, massasi $1kg$ bo'lgan 2-g'ildirakni xarakatga keltiradi. Agar 2-g'ildirak bir jinsli disk deb xisoblab, 3-silindrik sirt va 2-g'ildirak radiuslari orasidagi munosabat $R=3r=0,6m$ bo'lsa, mexanizmning kinetic energiyasini aniqlang. (17)	
Uzunligi $OA=0,4m$ bo'lgan 1-krovoshil O o'qi atrofida $\omega_1=10rad/c$ burchak tezlik bilan tekis aylanib, 2-shatun va 3-krivoshiplarni xarakatga keltiradi. Agar 2-shatunning massasi $m_2=5kg$ va 1-3-krivoshiplarning inersiya momentlari $0,1kg*m^2$ dan bo'lsa, mexanizmning kinetic energiyasini xosiblang. (50)	
Massasi $2kg$ bo'lgan 1-polzun massasi $6kg$, uzunligi $AB=1m$ li sterjinga sharnir yordamida bog'langan. Agar polzun $v_A=1m/c$ tezlik bilan patga tusha boshlasa, AB sterjinning uchi B gorizantal tekislikda sirpanadi, $\varphi=60^\circ$ bo'lgan xolat uchun sistemaning kinetic energiyasini aniqlang. (5)	
Massasi $m=12kg$, uzunligi $l=2m$ bo'lgan bir jinsli sterjin AB valga maxkamlangan. Valga boshlang'ich $\omega_0=2rad/c$ burchak tezlik berilgan bo'lib, 20 marta aylanib to'xtaydi. Podshimniklarda xosil bo'lgan ishqalanish kuchlarining momentini xisoblang. (0,225)	
Massa m radiusi $R=0,5m$ bo'lgan yupqa devorli silindr gorizantal tekislik bo'ylab sirpanmasdan dumalaydi. Agar boshlang'ich payitda unga $\omega=4rad/s$ burchak tezlik berilgan bo'lsa, dumalab ishqalanish koeffetsenti $\delta=0,01$	

bo'lsa, silindr massa markazi S ning bosib o'tgan yo'lini aniqlang. (20,4)	
Massasi m_1 radiusi R bo'lgan bir jinsli disk qiya tekislikdan sirpanmasdan yuqoriga dumalaydi. Agar boshlang'ich paytda diskning markazi $v=4m/s$ tezlikka ega bo'lsa, to'xtagunga qadar disk markazi S qancha yo'l bosadi? (2,45)	
Massalari $m_1=2kg$ ba $m_2=4kg$ bo'lgan ikki yuk iplar vositasida bloklar orqali shirtga osilgan. Agar ular tinch xolatdan xarakatga kelib, 2-yuk $s=4m$ masofa bosib o'tsa, uning tezligi qanchaga teng bo'ladi? (7,23)	
Massalari va radiuslari o'zaro teng bo'lgan bir jinsli bloklar iplar vositasida shiftga bog'langan. Agar sistema tinch xolatdan og'irlik kuchi ta'sirida xarakatga kelib, 1 shkiv $s=1m$ patga tusha boshlasa, 1 blokning markazi S qanday tezlikka ega bo'ladi?(2,37)	
Radiusi $r=0,1$ bo'lgan xalqa radiusi $R=0,6m$ li silindirlik sirtning ichki devori bo'ylab sirlanmasdan dumalanib, I-tinch xolatdan II- xolatga o'tsa xalqa massa markazining tezligini aniqlang. (1,57)	

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Bat M.I., Djanalidze G.Yu., Kelzon A.S. Teoreticheskaya mexanika v primerax i zadachax. T. 1,2 «Nauka» M., 1964.
2. Buxgolts N.N. Osnovnoy kurs teoreticheskoy mexaniki «Nauka» M., chast 1.2. 1967
3. Dobronrovov V.V., Nikitin N.N. kurs teoreticheskoy mexaniki. «VSh»M.1983.
4. Meshcherskiy I.V. Nazariy mexanikadan masalalar to'plami. O'qituvchi T.1989.
5. Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to'plami. A.A.Yablonskiyning umumiy taxriri ostida. T.O'qituvchi 2002.
6. Sbornik zadach po teoreticheskoy mexaniki. Pod obhey redaktsiey Brajnichenko N.A. «VSh» M.1986.
7. Targ S.M. Kratkiy kurs Teoreticheskoy mexaniki M.VSh. 1986.
8. Shoxaydarova P., Shoziyotov Sh., Zoirov J. Nazariy mexanika O'qituvchi T.1981.
9. O'rozboev M.T. Nazariy mexanika asosiy kursi. O'qituvchi T.1966.
10. Yaxyoev M., Mo'minov K. Nazariy mexanika O'qituvchi T.1990

M U N D A R I J A

I bob. Moddiy nuqta xarakatining asosiy differentsial tenglamalari. Ikki asosiy masalani differentsial tenglamalar yordamida yechish	
§1. Galiley – Nyuton dinamikasining asosiy qonuni.....	4
§2. Moddiy nuqta xarakatining dekart koordinatalaridagi differentsial tenglamalari.....	4
§3. Moddiy nuqtaning tabiiy o'qlardagi xarakat differentsial tenglamalari.....	5
§4. Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalalasini xarakat differentsial tenglamalari yordamida yechish.....	6
§5. Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasi yechishga oid metodik ko'rsatmalar.....	8
§6. Misollar.....	9
II bob. Moddiy nuqtaning tebranma xarakati	16
§1. Nuqtaning erkin so'nmas garmonik tebranma xarakati.....	17
§2. Nuqtaning so'nuvchi tebranma xarakati.....	19
§3. Nuqtaning majburiy tebranma xarakati.....	21
§4. Nuqtaning tebranma xarakatiga masalalarni yechishga oid metodik ko'rsatmalar.....	25
§5. Masalalar yechishga misollar.....	25
III bob. Kuchning bajargan ishi va uvvat.....	32
§1. O'zgarmas kuchning bajargan ishi	32
§2. O'zgaruvchan kuchning bajargan shi.....	33
§3. Kuchning bajargan ishini xisoblashga doir misollar.....	33
§4. Kuchning quvvati.....	36
IV bob Dinamikaning umumiy teoremlari	
§1. Sistemaning massalar markazi. qattiq jismning inertsia momentlari.....	37
§2. Moddiy nuqta va mexanik sistemaning xarakat miqdori.....	38
§3. Moddiy nuqta va nuqtalar sistemasi uchun xarakat miqdorining o'zgarishi xaqida teorema.....	40
§4. Sistema massalar markazining xarakati xaqida teorema.....	44
§5. Kinetik moment teoremasi	47
§6. Qattiq jismning o'q atrofida aylanma xarakat differentsial tenglamalari.....	54
§7. Moddiy nuqta va mexanik sistema uchun kinetik energiyaning o'zgarishi xaqida teorema.....	62
Ilovalar.....	73