

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
TOSHKENT ARXITEKTURA QURILISH INSTITUTI**

MATEMATIKA VA TABIIY FANLAR KAFEDRASI

A. NORTOJIYEV

**UMUMIY FIZIKA KURSIDAN LABORATORIYA
ISHLARI**

**1– Laboratoriya ishi
OBERBEK MAYATNIGI YORDAMIDA
QATTIQ JISMNING INERTSIYA MOMENTINI ANIQLASH**

TOSHIKEHT - 2010

ANNOTASIYA

Ushbu laboratoriya ishidan asosiy maqsad, ma'lum geometrik shaklga ega bo'lgan qattiq jismning inertsia momentini Oberbek taklif etgan usul bilan aniqlashdan iborat.

Talabalar laboratoriya mashqlarini bajarish orqali, aylanma harakat dinamikasining asosiy qonunini tajribada tekshirishadi.

Laboratoriya ishining tasnifi nazariy qism, ishni bajarish tartibi va sinov savollaridan tashkil topgan.

1– Laboratoriya ishi

OBERBEK MAYATNIGI YORDAMIDA QATTIQ JISMNING INERTSIYA MOMENTINI ANIQLASH

Ishning maqsadi: ma'lum geometrik shaklga ega bo'lgan qattiq jismning inertsia momentini Oberbek taklif etgan usul bilan aniqlashdan iborat.

Kerakli asbob va buyumlar: Oberbek mayatnigi, massasi 100 gr dan bo'lgan to'rtta tosh, sekundomer, shtangentsirkul.

Nazariy qism

Trayektoriyasi aylanadan iborat bo'lgan harakatga aylanma harakat deyiladi.

Moddiy nuqtaning aylanma harakatini chiziqli tezlik va chiziqli tezlanishdan tashqari, burchak tezlik va burchak tezlanish bilan xarakterlash mumkin.

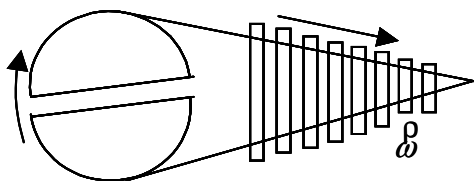
Vaqt birligi davomidagi burilish burchagiga teng bo'lgan kattalikka burchak tezlik deyiladi.

Agar qattiq jism Δt vaqt ichida $\Delta\varphi$ burchakka burilsa, u holda burchak tezlik quyidagi formuladan aniqlanadi:

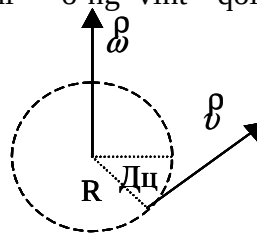
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

Demak, burchak tezlik burilish burchagidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.

Burchak tezlik vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishini "o'ng vint" qoidasi bo'yicha aniqlash mumkin (1-rasm).



1 - rasm



2 - rasm

Vintning aylanish yo'nalishi moddiy nuqta aylanma harakatining yo'nalishini ifodalasa, o'qning ilgariylanma harakati burchak tezlik yo'nalishini ko'rsatadi. Aylana yoy uzunligi bilan markaziy burchak va aylana radiusi orasidagi bog'lanish $\Delta S = R\Delta\varphi$ ekanini hisobga olsak, chiziqli tezlik bilan burchak tezlik orasidagi bog'lanish kelib chiqadi:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} \right) = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \right) = R\omega \quad (2)$$

Tezlik vektor kattalik bo'lgani uchun (2) ifoda vektor shaklida quyidagicha yoziladi:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}] \quad (3)$$

Demak, chiziqli tezlik vektori burchak tezlik vektori bilan radius vektorining vektor ko'paytmasiga teng ekan.

O'ng vint qoidasiga ko'ra, bu uch vektor 2-rasmda ko'rsatilgan yo'nalishlarga ega. Agar $\omega = \text{const}$ bo'lsa, aylanma harakat tekis bo'ladi. U holda burchak tezlikni aylanish davri va chastotasi bilan ifodalash mumkin.

To'liq bir marta aylanish uchun ketgan vaqtga aylanish davri (T), birlik vaqt oraligidagi aylanishlar soniga aylanish chastotasi (ν) deyiladi: Ular orasidagi bog'lanish $T = \frac{1}{\nu}$ ga teng. Agar $\omega \neq \text{const}$ bo'lsa, harakat notekis bo'ladi.

Notekis aylanma harakat burchak tezlanish deb ataladigan kattalik bilan xarakterlanadi. Burchakli tezlikning vaqt birligi oralig'idagi o'zgarishiga burchak tezlanish deyiladi.

Agar Δt vaqt oralig'ida moddiy nuqtaning burchak tezligi $\Delta\omega$ qadar o'zgarsa, uning burchak tezlanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right) = \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

Burchak tezlanish burchak tezlikdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

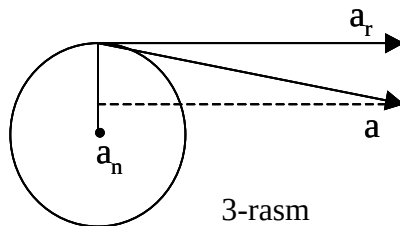
Notekis harakatda tezlik vektori miqdori va yo'nalishi bo'yicha o'zgaradi. Shuning uchun bu harakatda ishtirok etayotgan moddiy nuqtaning chiziqli tezlanishini ikki tashkil etuvchiga ajratiladi. (4-rasm) a_t -tezlanishning tangentsial tashkil etuvchisi bo'lib vaqt birligi oralig'ida chiziqli tezlikning miqdoriy o'zgarishini quyidagicha xarakterlaydi:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon$$

$$a_t = \varepsilon \cdot R \quad (5)$$

Demak, tangentsial tezlanish burchak tezlanishning aylana radiusiga bo'lgan ko'paytmasiga teng ekan.

Tezlanishning normal tashkil etuvchisi esa, tezlikning yo'nalishi bo'yicha o'zgarishini ko'rsatadi va quyidagicha aniqlanadi:



$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad a_n = \omega^2 R \quad (6)$$

Keltirilgan ifodalarni qattiq jism uchun umumlashtirishda, uni fikran shunday mayda bo'lakchalarga bo'lamizki, ularning har birini moddiy nuqta deb hisoblash mumkin bo'lsin.

Tashqi kuch ta'sirida qattiq jismni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalarning bir-birlariga nisbatan vaziyatlari o'zgarmasa, ya'ni deformatsiyalanmasa bunday jism absolyut qattiq jism deyiladi.

Qattiq jism aylanma harakatda ishtirok etganida uni tashkil qiluvchi elementar bo'lakchalarning harakat trayektoriyalari aylanalardan iborat bo'ladi. Bu aylanalarning markazlari bir to'g'ri chiziqli yotadi va odatda, bu chiziqli aylanish o'qi deyiladi.

Jismni aylanma harakatga keltiruvchi kuchning ta'siri uning qo'yilish nuqtasiga va kuch yo'nalishiga bog'liq. Aylanish o'qidan turli masofalarga qo'yilgan aynan bir kuch jismga turli burchak tezlanish beradi. Shu sababli qattiq jism aylanma harakat dinamikasining tenglamasini keltirib chiqarish uchun kuch

va massa tushunchalaridan tashqari, kuch momenti hamda inertsia momenti degan kattaliklar kiritiladi.

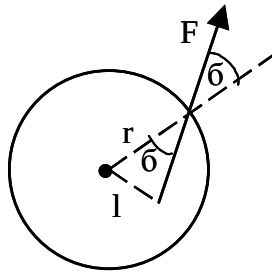
Elementar bo'lakchalarga qo'yilgan kuchning aylanish markazidan kuch qo'yilgan nuqtaga o'tkazilgan radius vektor ko'paytmasi kuch momenti deb ataladi. Kuch momentining vektori quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$$

Kuch momentining moduli

$$M = Fr \sin \alpha = F\lambda \quad (7)$$

bunda $\lambda = r \sin \alpha$ bo'lib, kuch yo'nalishiga aylanish markazidan tushirilgan perpendikulyar uzunligini ifodalaydi va kuch elkasi deb yuritiladi. Demak, kuch momenti qiymat jihatidan kuchning elkaga bo'lgan ko'paytmasiga teng ekan. 4-rasmda moddiy nuqta deb qarash mumkin bo'lgan bitta elementar bo'lakchani aylana bo'ylab harakati tasvirlangan. Kuch momentining SI sistemasidagi birligi $n \cdot m$ bo'ladi.



4-rasm

Elementar bo'lakcha massasi (m) bilan bu bo'lakchadan aylanish markazigacha bo'lgan masofa kvadrati (r^2) ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalik elementar bo'lakchani (moddiy nuqtaning) aylanish markaziga nisbatan inertsia momenti deyiladi va quyidagiga teng bo'ladi.

$$I = mr^2 \quad (8)$$

Qattiq jismni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalar aylanish o'qidan turli masofalarda joylashgan (r -turlicha). Binobarin, (8) formulaga asosan elementar bo'lakchalarning inertsia momentlari turlicha bo'ladi. Inertsia momenti skalyar kattalik bo'lgani uchun biror qo'zg'almas o'qqa nisbatan jismning inertsia momenti, uni tashkil etuvchi elementar bo'lakchalarning shu o'qqa nisbatan inertsia momentlarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Agar elementar bo'lakchalar massalarini $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i$ ularning qo'zg'almas o'qqa nisbatan aylanish radiuslarini $r_1, r_2, \dots, r_i$ desak, u holda jismning shu o'qqa nisbatan inertsia momenti quyidagi formuladan topiladi:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 \quad (9)$$

Aylanma harakat qonunlarida ilgariharakatdagi kuch o'rniga kuch momenti, massa o'rniga inertsia momenti qo'llanilgani uchun ilgariharakatdagi impuls (P) o'rniga impuls momenti (L) kattalik kiritiladi. U holda ilgariharakat uchun o'rinli bo'lgan $P = mV$ ko'rinishdagi impuls o'rniga aylanma harakatda $L = I\omega$ ko'rinishdagi impuls momenti qo'llaniladi.

$$L = I\omega \quad (10)$$

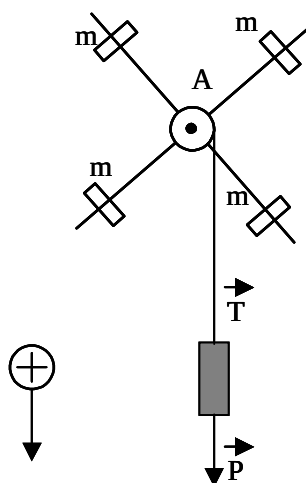
Nyutonning $F = \frac{dP}{dt}$ shaklidagi qonunini aylanma harakatga tadbiq etib, aylanma harakatning asosiy tenglamasini keltirib chiqaramiz. Bunda tenglamadagi P vektorni L bilan, F ni kuch momenti M bilan almashtirsak, aylanma harakat dinamikasining asosiy qonuni quyidagicha yoziladi:

$$M = \frac{dL}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{Id\omega}{dt} = I\varepsilon \quad (11)$$

Demak, kuch momenti qiymat jihatidan inertsia momenti bilan burchak tezlanish ko'paytmasiga teng. (11) formulaga qattiq jism aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi. Qattiq jismning shakli murakkab ko'rinishga ega bo'lgan hollarda uning biror o'qqa nisbatan inertsia momentini (8) formula yoki undan kelib chiquvchi boshqa formulalar asosida aniqlash mushkul ishdir. Shuning uchun bunday holarda ularning inertsia momentlarini turli usullar bilan tajribada topiladi. Ana shu usullardan birini quyidagi ishda ko'rib o'tamiz.

Oberbek mayatnigi bir xil massali (m) toshlar o'rnatilgan krestovinadan iborat (7-rasm). Tosh larni aylanish o'qiga nisbatan turli masofada o'rnatish mumkin. Agar bu yuklar aylanish o'qidan bir xil masofada tursa, aylanish o'qi krestovinaning massalar markazidan o'tadi. Natijada krestovinaga tashqi kuch ta'sir etmaguncha, u farqsiz muvozanatli holatini saqlaydi. Shkiv A ga o'ralgan ipga P yukni osib, butun sistemani harakatga keltirish mumkin. Yukning og'irlik kuchi ta'sirida ip taranglashadi. Og'irlik kuchi P pastga, taranglik T kuchi yuqoriga tomon yo'nalgan. Bu kuch kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{a}$ tezlanish beradi. Nyutonning II qonuniga ko'ra, ushbu sistema uchun quyidagi vektor tenglik o'rinli:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} \quad (12)$$



5-rasm

Bu tenglikning modulini yozishda shartli ravishda harakatning musbat yo'nalishini belgilab olamiz. 8-rasmda ko'rsatilgan yo'nalishdagi kuchlarni musbat desak, teskari yo'nalishdagi kuchlar manfiy bo'ladi. U holda

$$ma = P - T = mg - T \quad (13).$$

Bundan taranglik kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$T = mg - ma = m(g - a) \quad (14)$$

Taranglik kuchining aks ta'sir etuvchisi shkivga qo'yilgan bo'lib, bu kuchning aylantiruvchi momenti quyidagiga teng:

$$M = T \cdot r = m(g - a) \cdot r \quad (15)$$

bunda a -osilgan yukning olgan tezlanishi, r - shkiv radiusi, m - osilgan yuk massasi.

Yukning boshlang'ich tezligi nolga teng. Binobarin, yukning harakati boshlang'ich tezliksiz tekis tezlanuvchan harakatdan iborat bo'lgani uchun yo'l formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$h = \frac{at^2}{2} \quad (16)$$

Bundan yukning olgan tezlanishini topamiz.

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (17)$$

Ifoda (17) ni (15) ga qo'ysak, krestovinaning aylantiruvchi momenti uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$M = m(g - a)r = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right) \quad (18)$$

(17) ifodaga asosan aylanma harakat dinamik tenglamasini quyidagicha o'zgartirib yozish mumkin:

$$M = I\varepsilon = I \frac{a}{r} = I \frac{2h}{rt^2} \quad (19)$$

(16) va (19) ifodalarni tenglab, I ga nisbatan yechsak, krestovinaning inertsia momenti uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (20)$$

Ishni bajarish tartibi

1. Krestovinaning sterjenidan yukchalar chiqarib olinadi. Shtangentsirkul yordamida shkiv diametrini o'lchab, uning radiusi (r) aniqlanadi.

2. Krestovinani aylantirib, yuk qo'yiladigan maydoncha yuqoriga ko'tariladi va poldan ko'tarilish balandligi (h) o'lchanadi.

3. Maydonchaga 100 g massali yuk qo'yiladi (maydoncha massasi ham hisobga olinadi). Maydonchani qo'yib yuborib, sekundomer harakatga keltiriladi va taglikka urilish bilan to'xtatilib, yukning harakatlanish vaqti aniqlanadi.

4. Yuqoridagi tajriba 200 g, 300 g, va 400 g massali yuklar uchun taqrorlanadi va har gal yukning tushish vaqti aniqlanadi.

5. Barcha hollar uchun (20) formuladan aylanuvchi sistemaning inertsia momenti aniqlanib, so'ng ularning o'rtacha qiymati hisoblanadi. O'lchash va hisoblash natijalari 1-jadvalga yoziladi.

1-jadval

№	h (m)	t (s)	m (kg)	r (m)	I_0 (kg·m ²)	$\langle I_0 \rangle$	ΔI_0	$\langle \Delta I_0 \rangle$	$\frac{\langle \Delta I_0 \rangle}{\langle I_0 \rangle} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
4									

6. Krestovina sterjenidagi yuklarni uning uchiga o'rnatib, farqsiz muvozanat hosil qilinadi. So'ng 100 g, 200 g, 300 g, va 400 g massali yuklar uchun yuqoridagi tajriba takrorlanadi. (20) formuladan yukli krestovinaning inertsia momentini hisoblab, ularning o'rtacha qiymati $\langle I \rangle$ aniqlanadi. O'lchash va hisoblash natijalari 2-jadvalga yoziladi.

2-jadval

№	h (m)	t (s)	m (kg)	r (m)	I (kg·m ²)	$\langle I \rangle$	ΔI	$\langle \Delta I \rangle$	$\frac{\langle \Delta I \rangle}{\langle I \rangle} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
4									

7. Hisoblash natijalaridan absolyut va nisbiy xatoliklar aniqlanadi. Krestovina sterjeniga o'rnatilgan har bir yukning inertsia momenti quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$I = \frac{1}{4}(\langle I \rangle - \langle I_0 \rangle) \quad (21)$$

Sinov savollari

1. Absolyut qattiq jism deb qanday jismga aytiladi?
2. Aylanma harakat deb qanday harakatga aytiladi?
3. Burchak tezlik va burchak tezlanishni tushuntiring.
4. Chiziqli tezlik deb nimaga aytiladi?
5. Egri chiziqli harakatda tangentsial va normal tezlanishlar nimani ifodalaydi?
6. Inertsia momenti deb nimaga aytiladi?
7. Kuch momentini tushuntiring.
8. Nyutonning II qonunini ilgarilanma va aylanma harakat uchun yozib, ta'riflab bering.
9. Ishchi formulani keltirib chiqaring.